博学 · 经济学系列

ECONOMICS SERIES

经济博弈论（第四版）

谢识予 编著

复旦大学出版社

ECONOMICS SERIES

博学·经济学系列
ECONOMICS SERIES

经济博弈论（第四版）

谢识予 编著

复旦大学出版社

ECONOMICS SERIES

股牵网
www.gucuan.com

图书在版编目(CIP)数据

经济博弈论/谢识予编著. —4 版. —上海:复旦大学出版社,2017.2
(复旦博学. 经济学系列)
ISBN 978-7-309-12816-1

Ⅰ. 经… Ⅱ. 谢… Ⅲ. 博弈论-应用-经济学-研究 Ⅳ. F224.32

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 029356 号

经济博弈论(第四版)
谢识予 编著
责任编辑/李 华

复旦大学出版社有限公司出版发行
上海市国权路 579 号 邮编:200433
网址:fupnet@ fudanpress. com http://www. fudanpress. com
门市零售:86-21-65642857 团体订购:86-21-65118853
外埠邮购:86-21-65109143
上海浦东北联印刷厂

开本 787×960 1/16 印张 21.25 字数 310 千
2017 年 2 月第 4 版第 1 次印刷
印数 1—6 000

ISBN 978-7-309-12816-1/F·2347
定价:40.00 元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社有限公司发行部调换。
版权所有 侵权必究

目　录

第一章　导论 …… 1
1.1　从游戏理论到决策理论 …… 1
1.2　一些例子 …… 3
1.2.1　齐威王田忌赛马 …… 3
1.2.2　囚徒的困境 …… 6
1.2.3　双寡头削价竞争 …… 7
1.2.4　古诺模型 …… 9
1.3　博弈的特征和博弈的分类 …… 11
1.3.1　博弈方 …… 11
1.3.2　博弈策略 …… 16
1.3.3　博弈过程 …… 17
1.3.4　博弈得益 …… 19
1.3.5　博弈信息结构 …… 20
1.3.6　博弈决策方式 …… 21
1.3.7　博弈方式 …… 22
1.3.8　博弈理论结构 …… 24
本章内容提要 …… 25
本章基本概念 …… 25
思考练习题 …… 25
第二章　完全信息静态博弈 …… 27
2.1　基本分析思路和方法 …… 27
2.1.1　上策均衡 …… 27
2.1.2　严格下策反复消去法 …… 28

2.1.3 划线法 …… 30
2.1.4 箭头法 …… 33
2.2 纳什均衡 …… 36
2.2.1 纳什均衡的定义 …… 36
2.2.2 纳什均衡与严格下策反复消去法 …… 37
2.2.3 纳什均衡的一致预测性质 …… 39
2.3 无限策略博弈分析和反应函数 …… 40
2.3.1 连续产量古诺模型 …… 41
2.3.2 反应函数 …… 43
2.3.3 伯特兰德寡头模型 …… 45
2.3.4 公共资源问题 …… 46
2.3.5 反应函数的问题 …… 49
2.4 混合策略和混合策略纳什均衡 …… 50
2.4.1 严格竞争博弈和混合策略的引进 …… 50
2.4.2 多重均衡博弈和混合策略 …… 58
2.4.3 混合策略和严格下策反复消去法 …… 62
2.4.4 混合策略反应函数 …… 64
2.5 纳什均衡的存在性 …… 66
2.5.1 纳什定理 …… 66
2.5.2 纳什定理的意义和扩展 …… 67
2.6 纳什均衡的选择和分析方法扩展 …… 68
2.6.1 帕累托和风险上策均衡 …… 69
2.6.2 聚点和相关均衡 …… 72
2.6.3 共谋和防共谋均衡 …… 74
本章内容提要 …… 76
本章基本概念 …… 76
思考练习题 …… 76
第三章 完全且完美信息动态博弈 …… 79
3.1 动态博弈的表示法和特点 …… 79

3.1.1　动态博弈的阶段和扩展形表示 …… 79
3.1.2　动态博弈的基本特点 …… 81
3.2　可信性和纳什均衡的问题 …… 82
3.2.1　相机选择和策略的可信性问题 …… 82
3.2.2　纳什均衡的问题 …… 85
3.2.3　逆推归纳法 …… 86
3.3　子博弈和子博弈完美纳什均衡 …… 87
3.3.1　子博弈 …… 87
3.3.2　子博弈完美纳什均衡 …… 89
3.4　几个经典动态博弈模型 …… 90
3.4.1　寡占的斯塔克博格模型 …… 91
3.4.2　劳资博弈 …… 92
3.4.3　议价博弈 …… 94
3.4.4　委托人—代理人理论 …… 96
3.5　有同时选择的动态博弈模型 …… 108
3.5.1　标准模型 …… 108
3.5.2　间接融资和挤兑风险 …… 109
3.5.3　国际竞争和最优关税 …… 111
3.5.4　有同时选择的委托人—代理人关系 …… 114
3.6　动态博弈分析的问题和扩展讨论 …… 118
3.6.1　逆推归纳法的问题 …… 118
3.6.2　颤抖手均衡和顺推归纳法 …… 120
3.6.3　蜈蚣博弈 …… 124
本章内容提要 …… 126
本章基本概念 …… 126
思考练习题 …… 127
第四章　重复博弈 …… 129
4.1　重复博弈引论 …… 129
4.1.1　重复博弈定义和意义 …… 129

4.1.2 重复博弈基本概念 …… 131
4.2 有限次重复博弈 …… 134
4.2.1 两人零和博弈的有限次重复博弈 …… 134
4.2.2 唯一纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈 …… 135
4.2.3 多个纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈 …… 139
4.2.4 有限次重复博弈的民间定理 …… 145
4.3 无限次重复博弈 …… 147
4.3.1 两人零和博弈的无限次重复博弈 …… 147
4.3.2 唯一纯策略纳什均衡博弈的无限次重复博弈 …… 148
4.3.3 无限次重复古诺模型 …… 152
4.3.4 有效工资率 …… 158
本章内容提要 …… 161
本章基本概念 …… 162
思考练习题 …… 162
第五章 完全但不完美信息动态博弈 …… 164
5.1 不完美信息动态博弈 …… 164
5.1.1 概念和例子 …… 165
5.1.2 不完美信息动态博弈的表示 …… 166
5.1.3 不完美信息动态博弈的子博弈 …… 169
5.2 完美贝叶斯均衡 …… 170
5.2.1 完美贝叶斯均衡的定义 …… 170
5.2.2 关于判断形成的进一步理解 …… 174
5.3 单一价格二手车交易 …… 177
5.3.1 单一价格二手车交易模型 …… 178
5.3.2 均衡的类型 …… 178
5.3.3 模型的纯策略完美贝叶斯均衡 …… 180
5.3.4 模型的混合策略完美贝叶斯均衡 …… 183
5.4 双价二手车交易 …… 185
5.4.1 双价二手车交易模型 …… 186

5.4.2　模型的均衡 …… 187
5.5　有退款保证的双价二手车交易 …… 188
本章内容提要 …… 192
本章基本概念 …… 192
思考练习题 …… 192
第六章　不完全信息静态博弈 …… 194
6.1　不完全信息静态博弈和贝叶斯纳什均衡 …… 194
6.1.1　问题和例子 …… 194
6.1.2　不完全信息静态博弈的一般表示 …… 197
6.1.3　海萨尼转换 …… 198
6.1.4　贝叶斯纳什均衡 …… 199
6.2　暗标拍卖 …… 201
6.3　双方报价拍卖 …… 204
本章内容提要 …… 209
本章基本概念 …… 209
思考练习题 …… 209
第七章　不完全信息动态博弈 …… 211
7.1　不完全信息动态博弈及其转换 …… 211
7.1.1　不完全信息动态博弈问题 …… 211
7.1.2　类型和海萨尼转换 …… 213
7.2　声明博弈 …… 213
7.2.1　声明和信息传递 …… 213
7.2.2　离散型声明博弈 …… 215
7.2.3　连续型声明博弈 …… 218
7.3　信号博弈 …… 223
7.3.1　行为传递的信息和信号机制 …… 223
7.3.2　信号博弈模型和完美贝叶斯均衡 …… 225
7.3.3　股权换投资 …… 227
7.3.4　劳动市场信号博弈 …… 229

7.4 不完全信息工会厂商谈判 …… 236
本章内容提要 …… 239
本章基本概念 …… 240
思考练习题 …… 240
第八章 博弈学习和进化博弈论 …… 242
8.1 有限理性和博弈分析 …… 242
8.1.1 有限理性问题 …… 242
8.1.2 有限理性博弈分析方法 …… 244
8.2 博弈学习模型 …… 246
8.2.1 最优反应动态 …… 247
8.2.2 虚拟行动 …… 254
8.2.3 博弈学习模型小结 …… 257
8.3 进化博弈论 …… 258
8.3.1 生物进化博弈论 …… 258
8.3.2 经济学进化博弈论 …… 268
本章内容提要 …… 281
本章基本概念 …… 281
思考练习题 …… 282
第九章 合作博弈理论 …… 284
9.1 超越非合作博弈 …… 284
9.2 议价博弈理论 …… 287
9.2.1 议价博弈模型 …… 287
9.2.2 议价博弈分析思路 …… 290
9.2.3 议价博弈的纳什解法 …… 293
9.2.4 议价博弈分析扩展——K-S 解法 …… 302
9.3 联盟博弈 …… 303
9.3.1 联盟博弈问题 …… 303
9.3.2 联盟博弈表示方法和主要概念 …… 305
9.3.3 优超和核 …… 306

9.3.4　稳定集 …… 309
9.3.5　夏普里值 …… 309
本章内容提要 …… 311
本章基本概念 …… 312
思考练习题 …… 312
第十章　博弈论历史和发展简述 …… 313
10.1　博弈论的起源和形成 …… 313
10.2　博弈论的成长和发展 …… 316
10.3　博弈论的进一步发展 …… 320
本章内容提要 …… 327
本章基本概念 …… 327
思考题 …… 327
主要参考文献 …… 328

第一章　导　　论

本章将通过一些经典例子阐述什么是博弈论等基本问题，并对博弈理论体系进行初步介绍，帮助读者建立有关现代博弈论的基本认识，打好学习博弈论的基础。

1.1　从游戏理论到决策理论

“博弈论”译自英文“Game Theory”。“game”的基本意义是游戏，“Game Theory”可以直译为“游戏理论”。

说到游戏，人们一般会想到小朋友玩的躲猫猫、比大小，大人玩的猜拳、掷骰子，桥牌、拱猪等扑克游戏，围棋、象棋等棋类比赛，以及田径、球类等体育比赛。博弈论确实研究这些游戏。100 年前就有不少学者专门研究过象棋博弈，博弈论的第一个定理就是关于象棋博弈的。零和博弈的极小化极大解法，最早也是在研究一种扑克游戏时出现的。此外，在现代体育比赛中也常常用到博弈论的思想。

当然，现代博弈论主要关心的不是这些日常游戏比赛。现代博弈论研究的大多数问题来源于微观经济、宏观经济、经营决策、金融市场，或者政治、军事、外交、法律和社会领域，甚至还有自然科学领域的问题，如生物习性和生物多样性等。现代博弈论的主要应用领域是厂商的价格竞争、国家的贸易战、军备竞赛和核威慑等大游戏。但是，不管这门学科研究的问题来自于哪个领域或者问题大小，从核心特征角度与日常的游戏比赛并没有多大区别。

虽然在扑克游戏和体育竞技等游戏中，运气或身体素质的作用很大，

但这些因素既定以后，策略选择好坏就是左右游戏结果的关键因素。而且，策略选择也是游戏者可以自己把握的唯一因素。更重要的一点是，许多游戏有策略相互依存的特征。即每一个游戏者所得结果的好坏，不仅取决于自身的策略选择，也取决于其他参加者的策略选择。有时差的策略选择会带来并不差的结果，原因是其他游戏者选择了更差的策略，意味着策略本身往往没有绝对的好坏之分，优劣关系是相对于对手的策略而言的。

这些特征并不只是日常的普通游戏所具有，经济活动中的经营决策、市场竞争，政治、军事活动中的竞选、谈判、联合和战争等也都有类似特征。以寡头市场的产量决策问题为例，寡头市场厂商的产量大小对利润和发展影响重大，而且每个厂商的利润不仅取决于自己的产量大小，也取决于其他厂商的产量大小。若其他厂商的产量较大，则每个厂商的利润都可能下降，因为供给增大常常导致销售困难、价格下降。反过来，若其他厂商产量较低，那么考察厂商的利润可能会较高。这就是寡头厂商产量决策的相互依存关系。

策略依存性更加直接的是投标拍卖问题。假设你参加某个招标项目的投标，当然希望既中标，中标价又较低。若竞争者的竞争不激烈，你可能以较低的价格中标，但竞争很激烈时，要中标必须出较高的价格。因此，你的报价与竞争者的报价之间是直接的决策较量，有很强的策略依存性。

在国际关系方面，一个国家发展核武器或者与某些国家结盟合作，往往会受到相关国家的制裁和打击报复，对双方甚至多方利益产生巨大的影响。因此，前者选择是否发展核武器或者参与结盟，相关国家是否实施制裁或打击报复，也是具有非常强策略依存性的国际关系决策问题。

有策略依存性的决策问题在经济、政治、军事和社会活动中普遍存在。经济、政治、军事决策较量当然不像日常生活中的小游戏那么轻松愉快，但在策略选择的重要性和策略依存性，决策选择的原理逻辑方面，前者与后者并没有多少差别，研究游戏问题得出的结论完全可以指导经济、政治等重大的决策问题。因此，虽然我们不会把关系到个人、企业，甚至国家前途命运的经济、政治决策当成游戏，但却可以把研究经济、政治等方面决策问题的理论称为“游戏理论”(Game Theory)。

博弈论所研究的博弈(game)本质上就是(个人、队组或其他组织的)决策行为,特别是有策略互动和利益依存特征的决策行为。博弈论就是研究这些决策行为的理论。因此,某种意义上看,博弈论就是一种决策理论,是重视决策问题中策略互动性的决策理论。

小到下棋打牌,大到企业之间的竞争和合作,国家之间的倾销反倾销、制裁和报复等,都包含博弈关系,都是博弈论研究的对象。因此,博弈论研究的问题非常广泛、多种多样。所研究的博弈问题不同,问题的环境条件不同、规则不同、参与者不同,博弈方法也可能不同,博弈分析的方法当然也应该不同。因此,博弈论的内容非常丰富。后面的章节将逐步介绍博弈论丰富多彩的问题、模型和分析方法。

1.2 一 些 例 子

为了让读者对博弈问题和博弈论有更多直觉理解和认识,本节先介绍一些简单但相当经典的博弈问题。

1.2.1 齐威王田忌赛马

我国古代一个关于计谋的著名故事,讲的是齐国大将田忌的谋士孙膑如何运用计谋帮助田忌在与齐威王赛马时以弱胜强的故事,从中可以引出一个很好的博弈问题。

故事中说齐威王经常要田忌与他赛马,赛马规则如下:每次双方各出3匹马,一对一比3场,每一场输方输一千斤铜给赢方。齐威王的3匹马和田忌的3匹马按实力都可以分上、中、下三等,但齐威王的上、中、下3匹马分别比田忌的上、中、下3匹马略胜一筹,因为总是同等次马比赛,因此田忌每次都连输3场。实际上田忌的上马虽然不如齐威王的上马,却比齐威王的中马和下马都要好,而田忌的中马比齐威王的下马要好一些,田忌每次都连输3场有些冤枉。

后来田忌的谋士孙膑给田忌出主意,让田忌用自己的下马对抗齐威王的上马,上马对抗齐威王的中马,中马对抗齐威王的下马。这样,虽然第一场田忌必输无疑,但后两场却都能获胜,二胜一负,田忌反而能赢齐

威王一千斤铜。这个著名故事生动地告诉我们,巧用策略多么重要,在实力、条件一定的情况下,对己方力量和有利条件的巧妙调度和运用,常常会起到意想不到的效果。

如果这个故事到这里结束,还只是一个单方面运用策略的简单问题。因为只有田忌一方在安排马的出场次序方面运用策略,齐威王一方没有运用策略与田忌的策略相对抗。实际上,一旦齐威王发觉田忌在使用计谋,明白自己为什么输钱时,必然也会改变自己 3 匹马出场的次序,以免再落入田忌的圈套,从而使双方的赛马变成具有策略依存特性的决策较量,构成典型的博弈问题。

这时问题变成:齐威王和田忌双方都清楚各自马的实力,即齐威王的 3 匹马分别比田忌的 3 匹马略强一些,也都明白输赢关键是双方马的出场次序。对齐威王来说,理想的出场次序是各场比赛己方出场马的等级与田忌方出场马的等级相同,即不管先后次序如何,只要以自己的上马对田忌的上马,自己的中马比田忌的中马,自己的下马比田忌的下马,就能连赢 3 场;次佳是 3 场中有一场是同等级马比赛,或者自己的下马、上马和中马分别对上田忌的上马、中马和下马,这两种情况都能实现两胜一负,还能赢一千斤铜;最坏情况是田忌最希望的那种,即上、中、下马分别遇到田忌的下、中、上马,这样一胜二负,反而要输一千斤铜。

齐威王的赢就是田忌的输,对齐威王最好的情况就是对田忌最坏的情况,对齐威王最坏的情况是对田忌最好的情况。这意味着,必须规定双方在决定出场次序时不能预先知道对方的次序,并且一旦决定谁也不准反悔改变,否则双方都想等对方决定之后再决定,或见到形势不利就想换马,比赛就无法进行了。当然,齐威王也可以利用权力硬性规定必须相同等级的马进行比赛。但这时就不再存在策略较量,不再是一个博弈问题了。

这个引申出来的齐威王与田忌赛马表达成一个博弈问题如下:(1)有两个博弈方(players),即齐威王和田忌;(2)两个博弈方可选择的策略(strategies)是己方马的出场次序,因为 3 匹马排列次序共有 $3!=3\times2=6$,因此双方各有六种可选择策略,如“上中下”“上下中”等;(3)双方同时选择策略;(4)如果把赢一千斤铜记得益 1,输一千斤铜记得益 -1,则两个博弈方的得益(payoffs)如图 1.1 所示的得益矩阵(payoff matrix)中数

组，每个数组表示对应行列代表的双方策略组合下的各自得益。其中，前一个数字是齐威王的得益，后一个数字是田忌的得益。这种以数组矩阵（或者说“双矩阵”）形式出现的得益矩阵，则是表示博弈问题的一种常用方法。

		田忌					
		上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
齐威王	上中下	3，−3	1，−1	1，−1	1，−1	−1，1	1，−1
	上下中	1，−1	3，−3	1，−1	1，−1	1，−1	−1，1
	中上下	1，−1	−1，1	3，−3	1，−1	1，−1	1，−1
	中下上	−1，1	1，−1	1，−1	3，−3	1，−1	1，−1
	下上中	1，−1	1，−1	1，−1	−1，1	3，−3	1，−1
	下中上	1，−1	1，−1	−1，1	1，−1	1，−1	3，−3

图 1.1 齐威王田忌赛马

这个博弈中齐威王和田忌会怎样选择策略，最终结果应该是什么？为了回答这些问题，先考察一下这个博弈的特点。

首先，无论对齐威王还是田忌，博弈中的六种可选择策略本身相互之间并没有优劣之分。对齐威王来说，每一种策略对应六种结果，包括一种得益为 3，四种得益为 1，一种得益为−1，究竟最终得哪种结果，主要看对方策略与己方策略的对应情况，而不是己方策略本身。同样的，对田忌来讲六种策略也无好坏之分，不过每种策略的 6 个结果中只有一种得 1，其余四种得−1，一种得−3。

其次，各博弈方千万不能让对方知道或猜中自己的策略，因为一旦自己的策略被对方猜中，对方就可以针对性选择策略，己方必输无疑。这也意味着，任何一方的策略选择不能一成不变，变动不能有规律性，必须以随机的方式选择策略。偏爱特定策略也不利于自己，因为一旦对方得知你的偏爱就可以作针对性选择，从而有较多机会赢你。

这种博弈如果只进行一次，双方的具体策略选择和最终博弈结果无法预测，输赢主要取决于机会和运气。但由于齐威王 3 匹马的总体实力强于田忌的马，因此齐威王肯定占有优势，赢的机会（赢三千斤铜或一千斤铜）比田忌要大得多。如果这样的博弈进行许多次，上面的讨论也给出了双方决策的基本原则。第二章将对这个博弈问题作进一步

讨论。

1.2.2 囚徒的困境

“囚徒的困境”是成名于1950年塔克(Tucker)演讲的经典博弈问题[①]。该问题非常简单,却能很好地反映博弈问题的根本特征,也是有效解释众多经济现象的基本模型。该问题提出后引发了大量的相关研究,对博弈论的发展起了不小的推动作用。下面是作者改编的版本。

警察抓住两个合伙犯罪的罪犯,但缺乏足够证据指证他们的罪行。如果其中至少一人供认犯罪,就能确认罪名成立。为了得到所需的口供,警察将两名罪犯分别关押以防止串供或结成攻守同盟,并给他们同样的选择机会:如果两人都拒不认罪,则他们会被以较轻的妨碍公务罪各判1年徒刑;如果两人中有一人坦白认罪,则坦白者从轻处理,立即释放,另一人则将重判8年徒刑;如果两人同时坦白认罪,则他们将被各判5年监禁。

本博弈的博弈方是两个罪犯,我们分别称“囚徒1”、“囚徒2”,但只制定规则、自身不参与决策活动的警察则不是博弈方;本博弈两个博弈方都有“不坦白”和“坦白”两种可选择策略;因为两个囚徒被隔离开,其中任何一人选择策略时都不可能知道另一人的选择是什么,因此不管他们决策的时间是否真正相同,我们都可以认为他们是同时决策的。

		囚徒2	
		坦　白	不坦白
囚徒1	坦　白	−5, −5	0, −8
	不坦白	−8, 0	−1, −1

图1.2　囚徒的困境

如果分别用−1、−5和−8表示罪犯被判刑1年、5年和8年的得益,用0表示罪犯被立即释放的得益,则可以用图1.2所示的得益矩阵将这个博弈表示出来。在图1.2中,矩阵的每个元素都是两个数字组成的数组,表示所处行列对应的两博弈方策略的组合下的双方得益。其中,第一个数字为选择行策略的囚徒1的得益,第二个数字为选择列策略的囚徒2的得益。

---

① 囚徒困境问题的发现首先归功于塔克在兰德公司的同事弗劳特和德莱歇。弗劳特和德莱歇为了挑战纳什均衡的有效性,提出了一个包含类似囚徒困境问题的博弈,并进行了简单的实验研究。塔克随后在一次演讲中用两个囚徒的故事演绎了这种博弈困境,使得该问题得名并广为传播。

根据个体理性行为准则，两个博弈方的目标都是实现自身的最大利益。他们该怎样选择策略呢？

首先可以肯定的是，在这个博弈中，两博弈方各自的利益不仅取决于他们自己选择的策略，也取决于对方的策略选择。每个博弈方选择自己的策略时，即使无法知道另一方的实际选择，也必须考虑另一方有两种可能的选择，而且另一方的选择对自己的利益影响很大。

例如对囚徒 1 来说，假设囚徒 2 选择的是“不坦白”，自己选择“不坦白”得益－1，“坦白”得益 0，他应该选择“坦白”（根据个体理性原则，囚徒 1 不会关心对方会被重判 8 年的问题）；假设囚徒 2 选择的是“坦白”，则囚徒 1“不坦白”得益－8，“坦白”得益－5，还是应该选择“坦白”。因此，本博弈中无论囚徒 2 采用何种策略，只考虑自身利益的囚徒 1 的唯一选择是“坦白”。“坦白”是囚徒 1 的一个“上策”（dominant strategy）。

因为囚徒 2 的情况与囚徒 1 完全相同，因此囚徒 2 的策略选择应该与囚徒 1 完全相同，唯一选择也是“坦白”，“坦白”也是囚徒 2 的“上策”。所以，该博弈的最终结果必然是两博弈方都选择“坦白”，同获得益－5，即都被判 5 年徒刑。

值得注意的是，在这个博弈中，无论是对两个囚徒总体来讲，还是对他们各自来讲，最佳的结果都不是同时“坦白”各得－5，因为都“不坦白”各得－1 显然比都“坦白”各得－5 好得多。但是，由于两个囚徒不能串通，并且各人都追求自己的最大利益而不会顾及同伙的利益，因此只能实现对他们都不理想的结果。这也是该博弈被称为“囚徒的困境”的原因。当然，囚徒的困境对社会利益来说是理想的，因为罪犯都受到了应有的惩罚。但从博弈中两个决策者的立场上说则很不理想，因为既没有实现两人总体的最大利益，也没有真正实现自身的个体最大利益。

囚徒的困境博弈的重要意义，在于类似的情况在社会经济中有很大的普遍性，在市场竞争的各个领域，在资源利用和环境保护，以及政治、军事和法律等各种领域的问题中，都存在类似囚徒的困境现象。下面这个双寡头价格战就是一个典型例子。

1.2.3 双寡头削价竞争

通过降价争夺市场是市场竞争中十分普遍的行为，但价格竞争并不

一定是成功的策略，因为一个厂商降价往往会引起竞争对手的报复，此时降价不仅不一定能扩大销量，还可能降低利润率。这里用一个简单的双寡头两种价格的价格竞争模型来说明这个问题。

设寡头 1 和寡头 2 是双寡头市场的两个寡头，它们原来用同一种较高的价格（我们称它为“高价”）销售相同的产品。如果两个寡头不满足各自原来的市场份额和利润，就可能想通过降价争夺更大市场份额和更多利润。但自己降价可能引起对手的报复，目的并不一定能达到。假设两寡头同时“高价”各可以获得 100 万元利润；如果某个寡头单独降价，即单独采用“低价”，可以获得 150 万元利润，此时另一寡头因为市场份额被蚕食，利润将下降到 20 万元；如果另一寡头也降价，则两寡头都将只能得到 70 万元利润。这个博弈问题可以如图 1.3 所示中的得益矩阵表示。

		寡头 2	
		高 价	低 价
寡头 1	高 价	100, 100	20, 150
	低 价	150, 20	70, 70

图 1.3 两寡头削价竞争

根据上述得益矩阵容易看出，双寡头削价竞争与囚徒的困境博弈非常相似。假设寡头 2 采用“高价”策略，那么寡头 1 采用“高价”得 100 万元，采用“低价”得 150 万元，寡头 1 应该采用“低价”。假设寡头 2 采用“低价”策略，寡头 1“高价”得益为 20 万元，“低价”得益 70 万元，寡头 1 也应该采用“低价”。用同样方法分析寡头 2 的情况，也可知道不管寡头 1 的策略是什么，寡头 2 都应该选择“低价”策略。因此，该博弈的结果是两寡头都采用“低价”，双方都得 70 万元。

这是两博弈方按照个体理性原则决策的必然结果。虽然这个结果对两寡头来说都不理想，但因为两寡头都必须防备对方利用自己的合作精神（如果有的话）谋取利益，所以双方都不可能坚持采用“高价”，各得 100 万元利润的结果是无法实现的。即使两寡头都清楚上述结果的低效率，也无法改变这种结局。这就是一个囚徒困境式的博弈关系。

事实上，囚徒困境式的博弈问题非常多。例如，厂商之间耗资巨大的广告营销战、人们对公共资源的掠夺式使用，都包含某种囚徒的困境。研究囚徒的困境博弈可以帮助我们设法避免这种困境，提高经济效率、资源开发利用效率和改善环境保护。当然，有时候囚徒困境也可以用来实现社会目标，打击犯罪本身就是一个例子。囚徒困境式矛盾的存在，一定程

度上否定了传统经济理论关于市场经济“看不见的手”总能把个人利己行为变为对集体、社会有利行为的论断，也说明了政府的组织协调在社会经济活动中是必需的，放任自流并不会导致全社会的最大福利。

1.2.4 古诺模型

古诺模型是古诺(Augustin Cournot)1838 年在其经典名著《财富理论的数学原理的研究》中提出的，寡头之间通过产量进行竞争的经典博弈模型。古诺模型是博弈论发展史上有里程碑意义的成果，也可以说是经济博弈分析的起源。这里简单介绍一种离散产量的三厂商古诺模型。

假设 3 个厂商销售相同的矿泉水，各自产量分别用 q_1、q_2 和 q_3 表示，且 q_1、q_2 和 q_3 只能取 1、2、3、…等正整数数值。因为市场容量是有限的，在一定价格水平上能销出特定产品的数量有限。此处假设能将产品全部销售出去的“市场出清价格”P 是市场总产量 $Q=q_1+q_2+q_3$ 的函数，即

$$P=P(Q)=20-Q=\begin{cases}20-(q_1+q_2+q_3) & Q<20\\ 0 & Q\geqslant 20\end{cases}$$

再假设矿泉水生产基本上没有成本。如果 3 个厂商同时决定各自的产量，应该选择怎样的产量？市场会均衡于怎样的价格水平？

为了使讨论集中于有实际意义的范围，可以先把 3 个厂商不可能选择的产量排除掉。首先，当总产量超过 20 单位时完全无利可图，因此每个厂商的最大产量不可能超过 20。其次，根据微观经济理论容易证明，即使其他两个厂商不生产，作为垄断者的最佳产量也只有 10，超过 10 单位生产越多利润越低，因此 3 个厂商理性的产量都不可能超过 10，只要考虑小于 10 的整数产量就可以了。

这里用比较试探方法进行分析。不妨先假设 3 个厂商开始时分别生产 4 单位、8 单位和 6 单位产量(从其他产量组合开始，结果是相同的)，分析 3 个厂商是否会稳定在这样的产量水平上。

因为 3 个厂商总产量不超过 20，根据前面假设的价格函数和成本情况，各自利润函数为

$$\pi_i=P\cdot q_i=[20-(q_1+q_2+q_3)]\cdot q_i$$

式中，$i=1$、2、3。根据价格函数和利润函数，容易计算出产量组合为(4，8，6)时，市场价格为2，3个厂商利润分别为8、16和12，见表1.1中的第一行数字。

表1.1 3厂商离散产量组合对应价格和利润

q_1	q_2	q_3	P	π_1	π_2	π_3
4	8	6	2	8	16	12
4	5	6	5	20	25	30
5	5	6	4	20	20	24
5	5	5	5	25	25	25
3	3	3	11	33	33	33
7	3	3	7	49	21	21

不难发现这时候总产量太高了，因为任一厂商降低产量都能使所有厂商的利润增加。如产量最高的厂商2将产量降低3个单位，市场价格会上升为5，3个厂商利润分别升到20、25和30，见表1.1中的第二行数字。

此时厂商2和厂商3会满意自己的产量，因为无论他们提高还是降低产量都只会降低利润。但厂商1并不一定满意，因为他在3个厂商中利润最低，而且他提高1单位产量虽然不会提高利润，但也不会降低利润，而且对改善相对地位有好处，他很可能会将产量提高到5。这样市场价格将降低到4，3个厂商利润将分别为20、20和24，见表1.1中的第三行数字。

产量组合(5，5，6)仍然不是一个稳定的产量组合，因为此时如果厂商3将产量降低1个单位，自己的利润能够有所提高。在产量组合(5，5，5)时市场价格将为5，3个厂商的利润都是25，见表1.1中的第四行数字。

可以判断产量组合(5,5,5)是很稳定的，因为在这个产量组合下，任何一个厂商单独提高或降低产量都只会减少利润而不会增加利润。因此，产量组合(5，5，5)被称为该博弈的均衡产量。这个均衡产量被称为“古诺均衡”，也是我们后面会定义的“纳什均衡”，或者称为“古诺纳什均衡”。

值得注意的是，这个古诺纳什均衡产量组合并没有给各个厂商带

来最大的潜在利润。如果 3 个厂商各生产 3 单位(约垄断厂商产量的 1/3),市场价格 11,3 个厂商的利润都是 33,见表 1.1 中的第五行数字。这些结果明显高于各生产 5 单位产量时各 25 单位的利润,但 3 个厂商不可能稳定在这个产量水平。因为在其他两个厂商都生产 3 单位时,若一个厂商单独提高产量到 7 单位,就能够得到超高利润 49,见表 1.1 中的第六行数字。因此,当没有得力措施相互监管,保证其他厂商不会超产时,3 个厂商各生产 3 单位的产量组合是绝对不稳定的。只有 3 个厂商各生产 5 单位产量,各得 25 单位利润的产量组合才有稳定性。即使开始时 3 个厂商没有选择这个产量组合,或者在中途偏离了这个产量组合,长期中都会逐渐调整回这个产量组合的。

该模型正是反映博弈关系最根本特征的典型问题,也是博弈论最经典的例子之一。该模型可以作各种扩展,如可以考虑更多厂商、存在生产成本,以及决策有先后次序等情况。

1.3 博弈的特征和博弈的分类

上节几个例子远远不能代表全部的博弈类型,最多只能让我们先"窥其一斑",离把握博弈论这只"全豹"的面貌还有很大差距。为了更好地认识博弈论的基本范畴,本节从博弈方、策略、得益、博弈过程、信息结构和行为逻辑几个方面,对博弈问题的特征、类型、结构等进行讨论。

1.3.1 博弈方

博弈问题最基本的方面是博弈参加者,也称为"博弈方"(players),即在博弈中独立决策、独立承担结果的个人或组织。博弈的根本特征是策略依存性。博弈方数量越多,策略依存性越复杂,分析就越困难。因此,博弈方数量是博弈结构的关键参数之一。根据博弈方的数量,可以将博弈分为"单人博弈"、"两人博弈"和"多人博弈"。

单人博弈即只有一个博弈方的博弈。单人博弈不存在其他博弈方的反应和反作用,因此比较简单。事实上单人博弈已经退化为一般的最优化问题。不过讨论单人博弈还是有价值的,因为包括单人博弈可以使博

弈理论结构更加完整，而且两人、多人博弈常要转化为多个、多层次的单人博弈进行分析。

图 1.4 所示的单人迷宫游戏是最简单的单人博弈问题。其中，游戏者面临的问题是：如果从入口处进入迷宫后，能不走任何回头路而顺利到达出口，就能获得奖金 M，否则得不到任何奖金。

作为一个博弈问题，它的几个方面规定如下：(1)该博弈中有唯一的博弈方，即游戏者；(2)该博弈方有“A 处左转，B 处左转”、“A 处左转，B 处右转”、“A 处右转，B 处左转”、“A 处右转，B 处右转”四种可供选择的策略；(3)因为只有一个博弈方，因此不存在与其他博弈方选择、行动的先后次序问题；(4)如果得奖金 M 算得益 M，得不到奖金算得益 0，则四种策略对应的得益分别为 0、M、0、0。

当游戏者事先对四种策略对应的得益很清楚，因此在 A、B 两处能对哪边走得通、哪边走不通作出准确判断时，该博弈的解简单明了，即他必然会选择“A 处左转，B 处右转”的策略，顺利走出迷宫，并取得得益(即奖金)M。

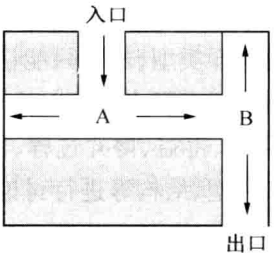


图 1.4 单人迷宫

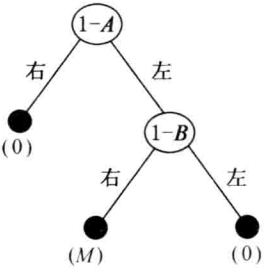


图 1.5 单人迷宫扩展形

博弈方在该博弈中的策略包括两步行动选择，可以用图 1.5 所示的“扩展形”(extensive form)表示。其中，两个圆圈 1-A、1-B 分别表示博弈中唯一的博弈方 1 的两个选择“节点”(nodes)，也称为“信息集”(information set)。从两个信息集引出的线条代表博弈方在该处可选择的行动或方向，3 个黑点表示博弈的终端，括号中数字表示博弈方选择相应的“行动路径”到达这些终端时的得益。图中当博弈方在 1-A 信息集处选择右转以后直接给出一个终端而不给出 1-B 处的选择，是因为不管博弈

方在 B 处是否选对方向都只能得到 0，从博弈角度后面的选择已经没有意义了。

博弈的扩展形表示法直观明了，能形象反映博弈的策略路径，以及博弈过程中选择行为的先后次序，更适合表示后面将介绍的博弈方非同时选择的“动态博弈”。

下面这个运输路线问题也是单人博弈。有一个商人从 A 地向 B 地运输一批货物。假设从 A 地到 B 地有水、陆两条路线，走陆路成本 10 000 元，走水路成本 7 000 元。不过走陆路比较安全，走水路则有风险，一旦遇到恶劣天气会损失货物总值的 10%。假设该批货物总价值 90 000 元，运输期间出现恶劣天气的概率为 1/4，问该商人该选择哪条运输路线？

该博弈与单人迷宫的关键不同是博弈方决策面临一个不确定因素，即商人不知道运输期间的实际天气情况，只知道出现坏天气、好天气的概率分布。为了把天气因素放进博弈中加以考虑，可以引进一个代表随机选择作用的博弈方“大自然”(nature)，常常记为“博弈方 0”。博弈方 0 显然不追求“自身利益”，任务是根据(3/4, 1/4)的概率分布随机选择好天气和坏天气。该博弈中真正的决策者商人记为“博弈方 1”，有水路、陆路两种可选策略。

由于商人决策时不知道未来天气的实际情况，大自然选择天气时也不会管商人的决策，因此可以看作是同时决策的。如果以商人的运输成本加上损失的负值作为商人的得益，则可以用图 1.6 所示的运输路线得益矩阵表示该博弈。

		自　然	
		好天气(75%)	坏天气(25%)
商　人	水路	−7 000	−16 000
	陆路	−10 000	−10 000

图 1.6　运输路线得益矩阵

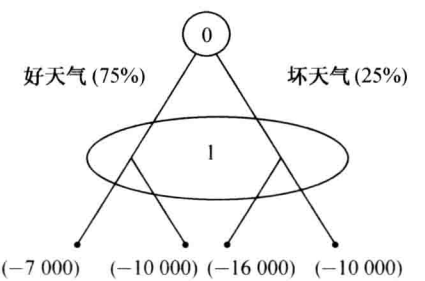


图 1.7　运输路线扩展形

该博弈也可以用运输路线扩展形表示，如图 1.7 所示。

在图 1.7 中，第一个信息集为博弈方 0，即自然的选择节点。因为博弈方 1 决策时无法知道自然已作出的选择，因此虽然自然选择的两条路径会到达两个节点，但博弈方 1 却只作一个选择，而不是针对两个节点分别作选择。对应博弈方 1 的两种策略仍然有四种结果，即图 1.7 中的 4 个黑点表示的终端，每个终端的数字表示沿相应路径到达终端时博弈方 1 的得益。

上述得益矩阵和扩展形将商人运输路线决策表示为一个形式上的两人博弈，实质上的单人博弈。这个博弈如何解法，商人应如何决策呢？商人科学的决策方法是根据数学期望决策，而不是盲目冒险碰运气或一味害怕、躲避风险。商人走水路得益 $-7\,000$ 的概率 75%，得益 $-16\,000$ 的概率 25%，期望得益 $(-7\,000)\times 75\%+(-16\,000)\times 25\%=-9\,250$；走陆路得益是确定的 $-10\,000$。$-9\,250>-10\,000$，即走水路期望费用小于走陆路费用，如果商人是风险中性的，即 1 单位期望得益和 1 单位确定得益等价，商人应该选择走水路。若多次碰到同样的决策选择并每次都作这样的选择，则平均运输成本应接近 9 250。

单人博弈实质是个体的最优化问题。对这样的博弈来讲，博弈方拥有的信息越多，即对决策环境条件了解越多，决策准确性就越高，得益也越好。当博弈方数量达到两个以上后，信息越多得益越大的结论不一定成立。

两人博弈是两个各自独立决策，但策略和利益具有相互依存关系的博弈方的决策问题。两人博弈是博弈问题中最常见，也是研究得最多的博弈类型。上节介绍的囚徒的困境、齐威王田忌赛马、猜硬币、石头·剪子·布，日常生活中的棋牌、球类比赛，以及经济活动中两个厂商的竞争、谈判、兼并收购等大多是两人博弈问题。前面已经详细介绍过不少两人博弈例子，这里不再举例。这里简单讨论一下两人博弈的一些关键特征或研究时需要注意的问题，其中不少在两人以上博弈中也是存在的。

第一，两人博弈的两个博弈方之间并不总是相互对抗的，有时候也有两博弈方利益方向一致的情形。如一家生产电视机公司和一家生产 DVD 机器的公司在采用制式问题上往往就有非对抗性的博弈。因为如果两公司采用相同的制式，各自的机器可以相互匹配，会给双方带来产品互补性的利益，而如果两公司采用的制式不同，则双方都无法享有这些利

益,因此这两个公司的利益是一致的而不是对立的。

第二,在两人博弈中,掌握信息较多并不保证利益也较多。例如,信息较多的博弈方常常更清楚过度竞争的危险,为了避免过度竞争导致两败俱伤只能采取保守策略,从而也只能得到较少利益;相反,信息较少,对危险了解较少的博弈方却可能因为不顾忌后果而掌握主动,得到更多利益。这与现实生活中的许多现象吻合,后面的章节对此有进一步的讨论。

第三,个人追求最大自身利益的行为,常常并不能导致实现社会的最大利益,也常常不能真正实现个人自身的最大利益。囚徒的困境博弈已经证实了这个结论,今后遇到的许多博弈也能说明这一点。

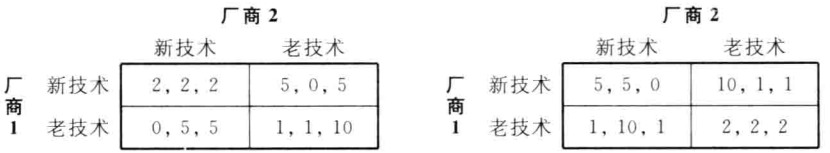
实际上,以上几个特性不仅是在两人博弈中存在,在两人以上的多人博弈中一般也是存在的,或者说也存在相关现象。

有三个或以上博弈方参加的博弈称为"多人博弈"。多人博弈的基本性质与两人博弈相似,常常可以用研究两人博弈同样的思路和方法研究,或将两人博弈分析的相关结论推广到多人博弈。但是,有更多独立决策者的多人博弈的策略和利益依存关系必然更为复杂。例如,对三人博弈的一个博弈方来说,其他两个博弈方不仅会对自己的策略作反应,他们相互之间还有反应,策略行为肯定更难预料。此外,三人以上博弈还可能存在"破坏者",也就是其策略选择对自身利益没有影响,却对其他博弈方的得益有很大影响的博弈方。

例如,三个城市争夺某届奥运会的主办权,80 位国际奥委会委员参与投票,得票最多者获胜争得主办权。根据投票前的调查,估计三个城市得票数是:A 城市 33 票,B 城市 29 票,C 城市只有 18 票。如果三个城市都坚持参加竞争,则 A 将获胜。但是,如果 C 明知无望获胜主动退出竞争,情况就可能发生变化。因为 C 退出后,原本支持 C 的 18 名委员中只要有 11 人以上转而支持 B,最后获胜的将是 B 而不是 A。如果把参与奥运会主办权争夺的决策看作一个三人博弈,则城市 C 就是这个博弈的一个"破坏者",它的选择对自己的利益没什么影响,却对另外两个博弈方的利益有决定性影响。

破坏者的存在使得多人博弈的结果难以确定,因为破坏者的行为选择很难推理判断。这需要我们在分析多人博弈时应特别小心,注意是否存在这种破坏者。

多人博弈在表示方法方面也与两人博弈有所不同。少数离散策略的三人博弈可用多个得益矩阵合起来加以表示。如图 1.8 所示，就是用两个得益矩阵表示的三个厂商之间是否采用新技术的三人博弈。多于三个博弈方的多人博弈一般无法用得益矩阵表示，通常只能通过文字描述和函数式加以表达。



(a:厂商 3——新技术)　　(b:厂商 3——老技术)

图 1.8　三厂商竞争优势博弈

1.3.2　博弈策略

博弈中各博弈方的决策内容，即规定每个博弈方可以选择的行为或经济活动的水平、量值等，称为“策略”(strategies)。给出各博弈方可以选择的全部策略是定义一个博弈需要确定的基本方面之一。

不同博弈中各博弈方可选策略的数量有多有少。在前面介绍的例子中，囚徒的困境和运输路线等博弈的博弈方只有两种可选择策略，在齐威王与田忌赛马中双方各有六种可选策略。关于产量决策的古诺模型，策略数可以很大，如果产量连续可分时，理论上有无限多个可选策略。

同一个博弈的不同博弈方之间可选策略的数量和内容也都可以不同。例如，A 和 B 洽谈一处产业交易，A 是买方，可在高、中、低 3 个价格中选一个出价，B 是卖方，可选择接受或不接受 A 的出价。这个博弈的买方有高、中、低价 3 个可选策略，而卖方则有接受、不接受两个可选策略。还可能出现部分博弈方有有限种可选策略，另一些博弈方有无限种可选策略的情况。例如，买方在一个连续价格区间中选择一个价格和卖方选择是否接受的博弈，就是一个无限种可选策略和两个可选策略之间的博弈。

一般地，如果一个博弈中每个博弈方的策略数都是有限的，则称为“有限博弈”(finite games)；如果一个博弈中至少有一个博弈方的策略有无限多个，则称为“无限博弈”(infinite games)。在有限博弈中，比较常见

的是数种策略、两三种可选策略的博弈。

因为有限博弈只有有限种可能的结果，理论上总可以用得益矩阵法、扩展形法或直接罗列法，将所有策略、结果及对应的得益列出；无限策略博弈一般只能用数集或函数式表示。因此，使得两类博弈的分析方法也有差异。此外，策略有限和无限对均衡解的存在性也有影响。

1.3.3 博弈过程

博弈过程也是博弈结构的重要方面。前面介绍的多数例子是博弈方一次性同时决策的，但也有许多博弈问题是先后、反复或者重复的策略对抗。例如，寡头削价竞争就常常是先后决策行为的。博弈过程的这种差异对博弈结果和博弈分析也有非常大的影响，需要注意它们的区别，分类进行研究。根据这方面的差异，博弈问题通常分“静态博弈”、“动态博弈”和“重复博弈”几类。

在许多博弈问题中，为了公平性，也为了使决策对抗更有意义，常常要求各博弈方同时决策，如齐威王田忌赛马。有些博弈虽然博弈方决策时间不一致，但各博弈方选择之前不允许知道其他博弈方的策略，或者知道后也不能改变策略，仍然可以看作同时决策的，如古诺模型。所有博弈方同时或可看作同时选择策略的博弈，称为“静态博弈”(static games)。上一节已经介绍过不少静态博弈，这里不另外举例。

也有大量博弈中各博弈方的选择和行动不仅有先后次序，而且后选择、后行动的博弈方决策行为之前可以看到其他博弈方的决策行为，甚至包括双方的交替选择和行动。这种博弈无论哪种意义上都无法看作同时决策的静态博弈，我们称为“动态博弈”(dynamic games)或者“多阶段博弈”(multistage games)。

弈棋显然是一种动态博弈，因为它是两个博弈方(对弈者)依次轮流按规则移动棋子的过程，而且在任一方的每次行为之前都对此前的博弈过程完全清楚。经济活动中也有大量的动态博弈问题，如商业谈判一般是你出价我还价的多回合较量，显然属于动态博弈问题。下面这个常见的市场竞争问题也是典型的动态博弈。

一个容量有限的市场被 A 厂商抢先占领，生产同样产品的 B 厂商想加入该市场发展。如果 A 厂商通过降价竞争打击后者，B 厂商肯定会亏

损,A厂商也有损失。B厂商要不要进这个市场,A厂商是否会无情打击入侵者,是一个典型的市场竞争博弈问题。由于肯定是B厂商行为以后A厂商才行为,因此这是一个动态博弈问题。

可以进一步假设A独占市场时利润为10,与B和平共处分享市场双方各得5,B进市场A打击则B亏损2、A利润降为3,如图1.9所示,即为扩展形表示该动态博弈。图中B圈和A圈分别是厂商B和厂商A的选择信息集,这是一个两博弈方的两阶段动态博弈,是动态博弈中最基本的一种类型。

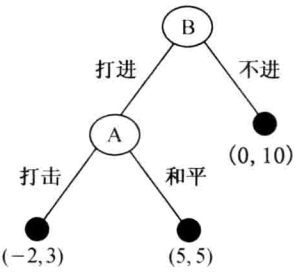


图1.9 先来后到博弈

动态博弈中博弈方的决策行为有先后,肯定有某种不对称性。先行为的博弈方可能可以利用先行之利获利,后行者可能吃亏。但反过来,后行为博弈方可根据先行为博弈方的行为作针对性选择,也有有利的一面。与博弈方同时行为的静态博弈相比,动态博弈通常有不同的特点和结果。

还有一种与静态博弈和动态博弈都有密切关系的博弈,称为"重复博弈"(repeated games),就是重复进行某个博弈构成的博弈过程。构成重复博弈的一次性博弈(one-shot games),也称为"原博弈"或"阶段博弈"。现实中重复博弈的例子很多,如体育竞技中的多局制比赛、商业中的回头客问题、企业之间的长期合作或竞争等等,都可以理解为重复博弈问题。

重复博弈的最少重复次数是两次,而许多重复博弈问题经过一定次数重复就会结束。例如,签有一定年数合作协议的两企业之间,将每年双方选择维持还是破坏合作看作阶段博弈,就是一个以协议合作年数为重复次数的重复博弈。重复一定次数后肯定要结束的重复博弈,称为"有限次重复博弈"(finitely repeated games)。

并非所有重复博弈都有事先确定的重复次数,有些重复博弈似乎会无限重复下去,这样的重复博弈称为"无限次重复博弈"(infinitely repeated games)。例如,在一个长期稳定市场上相互竞争寡头之间的博弈就可以看作无限次重复博弈。当然根据唯物主义的观点,任何事物都有存在的极限,真正的无限次重复是不可能存在的,但只要各博弈方认为

重复博弈不会停止,没有可以预期的结束时间,他们的决策思路就会与无限重复博弈一致,就可以理解成无限次重复博弈。

重复博弈和一次性博弈有明显差异,无限次重复博弈和有限次重复博弈之间也有很大差别。在一次性博弈中,博弈方只需要考虑眼前的利益,不存在"将来"利益,根据个体理性的最大利益原则,博弈方都是不惜"欺骗"、"伤害"其他博弈方的。但如果博弈是重复的,博弈方就可能在前面阶段试图合作,采取对大家来说都较有利的策略,因为一旦发觉他方不合作,可能在以后阶段报复。因此,重复博弈可能实现更有效率的博弈结果。

多数情况下,不能把重复博弈割裂为一次一次的独立博弈进行分析,必须作为整体进行研究。重复博弈也是动态博弈,是特殊的动态博弈。由于多数重复博弈的原博弈是静态博弈,重复博弈与动态博弈和静态博弈都有关系,需要结合动态博弈和静态博弈的分析方法。

1.3.4 博弈得益

得益(payoffs)即博弈方从博弈中获得的利益,也是博弈方决策行为的主要依据。得益可以是数量的利润、收入,也可以是量化的效用、社会福利等。博弈中的得益也可以是负值,代表损失、失败和负效用等。将对应特定博弈结果(策略组合)的每个博弈方得益相加,则可以得到一个总得益。总得益不仅有效率意义,而且也可以反映博弈方之间的关系,对博弈方的行为和博弈分析等都有影响。

有些博弈不管结果是什么,总得益始终为0,这种博弈称为"零和博弈"(zero-sum games)。这种类型的博弈问题实际上很普遍,齐威王田忌赛马是零和博弈,象棋博弈和其他各种赌胜博彩也是零和博弈,零和博弈在经济活动、法律诉讼中也相当普遍。零和博弈意味着一方的得益必定是另一方的损失,博弈方之间利益始终对立。零和博弈在均衡解和存在条件方面有特定的性质,是早期博弈论的重要研究领域之一。

有些博弈不管博弈方如何博弈,总得益始终为某一非零常数,这种博弈称为"常和博弈"(constant-sum games)。常和博弈也是很普遍的博弈类型,如几个人分配固定数额奖金、财产或利润的讨价还价就是这种博弈问题。常和博弈可以看作零和博弈的扩展,零和博弈可以看作常和博弈的特例。与零和博弈一样,常和博弈中博弈方之间对立性也比较强,博弈

方之间的基本关系也是竞争关系，分析方法也是相似的。

更多博弈问题中，博弈结果不同，总得益也不同，这样的博弈可以称为“变和博弈”(variable-sum games)。变和博弈是更一般的博弈类型，囚徒的困境和产量决策的古诺模型都是变和博弈。变和博弈意味着存在博弈方之间相互协调争取较大总利益和个人利益的可能性，这种博弈的结果可以从总得益角度分“有效率”或“无效率”、“低效率”，对它们进行效率评价。

1.3.5 博弈信息结构

知己知彼，百战不殆。当你与他人对抗、竞争时，对自己和对手的处境是否清楚至关重要，甚至生死攸关。关于博弈环境和博弈方情况的信息，则是影响博弈方决策和博弈结果的重要因素。

在博弈中，最重要的信息之一是与得益有关的信息。在许多博弈问题中，各个博弈方对自己的得益情况完全清楚，对其他博弈方的得益也很清楚。例如，在囚徒的困境博弈中，两囚徒所处地位相同，警察把他们的处境都交代清楚了，因此两个博弈方都对每种情况下的得益非常清楚；在齐威王田忌赛马博弈中，一方的赢就是另一方的输，双方也都有关于双方得益的全部信息；在产量决策的古诺模型中，假设各厂商对市场价格、自己及其他厂商的销售及生产成本都很清楚，那么每种产量组合下各自的利润情况相互也都一清二楚。

但是，并不是所有博弈的博弈方都了解得益的所有相关信息。典型例子是在投标、拍卖博弈中，竞投、竞拍者对竞争者的估价很难了解，即使最后成交价大家都能看到，仍然无法知道其他人中标、拍得标的真正得益究竟是多少。在古诺模型中，如果各厂商对其他厂商的生产成本不完全了解，则各厂商就不再有关于得益情况的充分知识。

是否了解得益情况，显然会影响对其他博弈方行为的判断，影响各博弈方的决策和行为，并最终影响博弈的结果，也会影响博弈分析方法。一般，将各博弈方完全了解所有博弈方各种情况下得益的博弈称为“完全信息(complete information)博弈”，而将至少部分博弈方不完全了解其他博弈方得益情况的博弈称为“不完全信息(incomplete information)博弈”。不完全信息也意味着博弈方得益信息方面的不对称性，因此不完全

信息博弈也称“不对称信息(asymmetric information)博弈”。

在动态博弈中,关于博弈过程的信息也至关重要。动态博弈的根本特征是行为有先后次序。在许多动态博弈中,轮到行为的博弈方都能看到他行为之前各个博弈方的所有行为,对前面的博弈“历史”有完美知识,如弈棋博弈中每方走每步棋之前都清楚此前的对局过程。但在动态博弈中,也有轮到行为的博弈方对前面阶段博弈过程缺乏完美知识的情况。例如,在厂商争夺市场的竞争中往往想方设法隐藏自己的行为,一方对另一方采取的竞争手段不一定完全清楚。动态博弈中对博弈进程完全了解的博弈方,称为具有“完美信息”(perfect information)的博弈方。如果所有博弈方都有完美信息,则称为“完美信息的动态博弈”。不完全了解全部博弈进程的博弈方,称为“不完美信息”(imperfect information)的博弈方。若有这种博弈方参与的动态博弈,则称为“不完美信息的动态博弈”。

各博弈方是否具有完美信息,对决策行为和博弈结果也有很大影响。不完美信息意味着决策行为必然有一定的盲目性,需要依靠推理判断进行决策。区别动态博弈是否完美信息也很重要。

1.3.6 博弈决策方式

除了前面讨论的博弈方、博弈内容、利益关系等有关博弈结构的客观和环境因素以外,还有一个也许更重要的问题,那就是博弈方的决策方式。

一方面受经济学理性人假设传统的影响,另一方面因为理性人行为逻辑性强,容易把握和用标准化方法描述研究,因此多数博弈模型显含或隐含假设博弈方是理性人,按照自身利益或效用最大化原则决策行为。但现实中,不仅人们的智力能力与理性人有差距,判断、决策和执行难免犯各种错误,偏好目标也不统一,任性盲目的行为比比皆是,因此理性人假设的现实性常常是有明显问题的。理性人假设的现实性问题对博弈分析的可靠性有很大影响,要保证博弈分析的价值,必须考虑博弈方的理性局限,考虑有限理性(bounded rationality)博弈方的决策行为方式。

有限理性,包括从相当盲目到比较精明、从相对无私到非常自私、从比较谨慎到冒险冲动、从短视糊涂到接近远见卓识等许多情况类型。比较现实可行的方法是根据博弈方行为特征和博弈分析的需要,归纳一些

性质特征相似的典型类型。

现代博弈论考虑的第一类有限理性是接近理性人但会犯偶然性错误的情况，此类问题对以理性人为基础的博弈分析方法、均衡概念的可靠性和价值有一定影响。解决此类问题的方法是引进适当的均衡概念和相应的分析方法，去替代或修正以理性人假设为基础的博弈分析。第三章将介绍的颤抖手均衡就属于这一类方法。

现代博弈论考虑的另一类有限理性是虽然不符合理性人假设，但理性程度还是比较高，只是在预见性、判断分析、决策能力等方面存在一定局限，但有较强的学习、模仿和调整能力。在现实中，此类有限理性决策者非常普遍。处理这类有限理性的方法是，在博弈模型中引进特定的学习模仿、策略调整模式。这方面的研究发展成了现代博弈论中的博弈学习理论。

博弈论考虑的第三类有限理性是理性程度极低，决策选择比较盲目的情况。这种情况在现实中也很普遍，特别是当现实问题比较复杂时更是如此。处理此类问题的方法是超越个体决策和策略均衡的分析方法，在群体行为的意义上，讨论个体盲目行为和群体淘汰选择的进化均衡。这方面的研究推动了进化博弈论的产生和发展。

有限理性问题引出的第四个研究方向是引进超越纯粹理论研究的实验研究方法，通过实验研究人们的行为和博弈问题，同时对人类的理性、决策行为特征等进行深入研究，为更科学的博弈分析提供基础。这方面的研究促进了实验经济学、行为经济学的发展。

1.3.7 博弈方式

博弈模型还包含一个比博弈方决策方式更基本的问题，那就是博弈方式的问题，也就是博弈方究竟是个体独立行为，还是某种集体协作行为的问题。

前面介绍的博弈例子中，博弈方都是个体独立行为的。虽然博弈方之间可以有各种程度的合作，但博弈本身并不以博弈方的合作为前提。例如，古诺模型中市场价格和三个厂商的利润由它们的产量共同决定，但三个厂商的产量决策是各自独立进行的，并不需要相互协商就能完成。可是社会经济中也有许多问题无法由个体分散的行为解决，必须各方协

作才能有效处理。例如,一个非常普通的交易关系,甲想把一部淘汰下来的手机卖给需要这部手机的乙。如果甲认为该手机值 500 元,低于 500 元宁愿不卖,乙认为这部手机最多值 800 元,高于 800 元宁愿买新机,那么以 500 到 800 元间的任何价格成交都是双赢。但能否成交和以什么价格成交则不是任何一方单独决策或两人分散决策所能决定的,需要双方就交易价格达成共识才能解决。单方面决定交易等于强买强卖,在买卖自由的市场是不成立的。

此类问题在现实中非常普遍,凡是有交易利益、合作利益、利益分配的地方就可能包含此类问题。人们合作创办企业时确定股权、利润分配比例是这样的问题,企业破产清算时债权人分配剩余资产也是这样的问题。局限于个体独立决策、策略竞争的博弈框架显然无法很好解决此类问题,必须引入博弈方之间协商协调的机制。此类问题的核心其实是利益分配,解决问题的关键是议价谈判。因此,此类问题引出了有关议价的博弈理论。

议价博弈大多在两个博弈方之间进行,但并不意味着只能局限在两个博弈方之间,事实上普遍存在三个或以上博弈方的议价问题。多个博弈方的议价往往引出新的问题,那就是部分博弈方之间串谋形成利益联盟的问题。例如,上述手机交易中如果增加一个估值 900 元的竞买丙方,就可能引出此类问题。即如果丙和乙也可能联合向甲压价,或者丙和甲可能串通争抢乙将要谈成的生意,这些都会给交易带来影响。因此,多人议价问题必须讨论出现各种联盟的可能性及其影响,否则任何分析预测都不可靠。这又引出了有关联盟问题的联盟博弈理论。联盟博弈同样不是博弈方的个体独立决策能完成的,必须包含博弈方的协调合作。

议价博弈和联盟博弈一起构成“合作博弈”。其中的“合作”指博弈方式的合作,而不是博弈方策略或行为的合作。相对于这种合作博弈,博弈方个体独立决策行为的博弈称为“非合作博弈”。虽然非合作博弈包含博弈方的利益依存和策略互动,博弈结果由所有博弈方的行为共同决定,可能包含不同程度的合作,但博弈本身并不要求博弈方相互协调配合。非合作博弈和合作博弈正是博弈的两大基本类型。

1.3.8 博弈理论结构

在上述博弈特征分析基础上，可以进一步对博弈和博弈理论进行归纳分类。根据博弈方的数量，可将博弈分为单人博弈、双人博弈和多人博弈；根据博弈方策略的数量，可分为有限博弈和无限博弈；根据博弈中的得益情况，可分为零和博弈、常和博弈和变和博弈；根据博弈过程，可分为静态博弈、动态博弈和重复博弈；根据信息结构，可分为完全信息博弈和不完全信息博弈，以及完美信息动态博弈和不完美信息动态博弈；根据博弈方的理性程度，可以分为完全理性博弈和有限理性博弈；根据博弈方式差别，可以分为非合作博弈和合作博弈。这些博弈分类有重要的意义，因为博弈结构的这些差异对博弈过程、结果和博弈分析都有非常重要的影响。

上述各种博弈分类的交叉结合可以构成更多种类的博弈模型。以博弈模型的关键特征和分析方法论差异为主要线索，现代博弈论的基本框架结构和本书内容安排如下。

现代博弈论首先分非合作博弈理论和合作博弈理论两大组成部分。非合作博弈理论是现代博弈论研究和应用的最主要领域。现代博弈论研究的绝大部分内容，完全理性博弈和有限理性博弈、完全信息博弈和不完全信息博弈、静态博弈和动态博弈等都属于非合作博弈的范畴。本书第二到第八章的内容都属于非合作博弈理论。合作博弈理论主要研究议价博弈和联盟博弈两大类问题，将在第九章介绍。

非合作博弈又分完全理性博弈论和有限理性博弈论两大类，本书介绍的大多数博弈模型、原理和分析方法都属于完全理性博弈理论的范畴。少数有限理性博弈问题作为完全理性博弈模型的扩展在相关章节讨论，有限理性博弈的主题内容则是博弈学习理论和进化博弈论，将在第八章作专门介绍。

在完全理性博弈理论中，首先根据信息是否完全完美分为两部分。其中，完全完美信息的博弈包括完全信息静态博弈、完全且完美信息动态博弈和重复博弈，将在二、三、四章分别介绍这三类博弈；信息不完全或不完美博弈的理论也被称为“信息经济学”，研究对象包括完全但不完美信息的动态博弈、不完全信息的静态博弈和不完全信息的动态博弈，分别在五、六、七章中讨论。

本书最后一章将对博弈论的发展作简单讨论，包括现代博弈论的历史起源和当前发展，与实验经济学、行为经济学等新兴学科相关的讨论，以及对博弈论未来发展的简单展望。

本章内容提要

本章通过对博弈概念和一些经典博弈模型的阐述介绍，对博弈和博弈论的定义、表示、内容和分类结构等作了概要介绍。通过本章介绍可以发现，博弈主要是具有策略依存性的决策选择问题，博弈论主要研究具有策略互动特征的社会经济问题。博弈可分为非合作博弈和合作博弈，合作博弈包括议价博弈和联盟博弈，非合作博弈可以分为完全理性博弈和有限理性博弈(进化博弈)。其中，完全理性博弈包括静态博弈、动态博弈和重复博弈，完全信息博弈和不完全信息博弈等。此外，还可以把博弈问题分为单人博弈、两人博弈和多人博弈，有限策略博弈和无限策略博弈，零和博弈、常和博弈和变和博弈等。

本章基本概念

博弈 博弈论 博弈方 策略 策略组合 得益 得益矩阵 扩展形 囚徒的困境 单人博弈、两人博弈和多人博弈 有限博弈和无限博弈 零和博弈、常和博弈和变和博弈 静态博弈、动态博弈和重复博弈 完全信息和不完全信息 完美信息和不完美信息 完全理性和有限理性 个体理性和集体理性 议价博弈 联盟博弈 合作博弈和非合作博弈

思考练习题

1. 什么是博弈？博弈论的主要研究内容是什么？

2. 设定一个博弈模型必须确定哪几个方面？

3. 举出烟草、餐饮、股市、房地产、广告、电视等行业的竞争中策略相互依存的例子。

4. “囚徒的困境”的内在根源是什么？举出现实中囚徒的困境的具体例子。

5. 博弈有哪些分类方法，有哪些主要的类型？

6.“合作博弈”中“合作”的含义是什么？

7. 你正在考虑是否投资 100 万元开设一家饭店。假设情况是这样的：你决定开，则 0.35 的概率你将收益 300 万元(包括投资)，而 0.65 的概率你将全部亏损掉；如果你不开，则你能保住本钱但也不会有利润。请你(a)用得益矩阵和扩展形表示该博弈。(b)如果你是风险中性的，你会怎样选择？(c)如果你是风险规避的，且期望得益的折扣系数为 0.9，你的策略选择是什么？(d)如果你是风险偏好的，期望得益折算系数为 1.2，你的选择又是什么？

8. 一逃犯从关押他的监狱中逃走，一看守奉命追捕。如果逃犯逃跑有两条可选择的路线，看守只要追捕方向正确就一定能抓住逃犯。逃犯逃脱可少坐 10 年牢，但一旦被抓住则要加刑 10 年；看守抓住逃犯能得 1 000 元奖金。请分别用得益矩阵和扩展形表示该博弈，并作简单分析。

第二章　完全信息静态博弈

本章介绍完全信息静态博弈理论。完全信息静态博弈属于最基本的博弈类型。深入掌握完全信息静态博弈分析方法，不仅对应用此类博弈问题非常重要，对于学好整个非合作博弈理论都有非常重要的意义。本章将较系统地介绍以纳什均衡为核心的完全信息静态博弈分析的基本概念和方法，并介绍一些经典静态博弈模型。

2.1　基本分析思路和方法

完全信息静态博弈即各博弈方同时决策，且所有博弈方对各方得益都了解的博弈。导论介绍的囚徒的困境、齐威王田忌赛马、古诺产量决策都属于完全信息静态博弈。由于完全信息静态博弈问题不仅普遍，也是多数非合作博弈问题的基础，因此本章对此类博弈的原理和分析方法作比较系统的分析。本节先讨论分析完全信息静态博弈的基本思路，包括上策均衡、严格下策反复消去法、划线法和箭头法等。这些基本思路不仅可以解决部分博弈问题，对更好地理解一般博弈分析概念和方法也有很大启发。

2.1.1　上策均衡

考虑这样一种情况：在一个博弈中，如果不管其他博弈方选择什么策略，一博弈方的某个策略给他带来的得益至少不低于其他策略，该策略必然是该博弈方愿意选择的，我们称这种策略为博弈方的“上策”(dominant-strategy)。例如，囚徒的困境博弈中的“坦白”对两个博弈方

都是这样的策略。

如果一个博弈某个策略组合的所有策略都是各博弈方各自的上策，这个策略组合应该是所有博弈方都愿意选择的，就是理性博弈方之间博弈的结果，我们称这样的策略组合为该博弈的一个“上策均衡”(dominant-strategy equilibrium)。上策均衡是博弈分析中最基本的均衡概念之一，上策均衡分析是最基本的博弈分析方法。囚徒的困境博弈中的(坦白，坦白)就是上策均衡，因为根据第一章的分析，“坦白”对两个囚徒来说都是上策。

正是因为上策均衡反映了所有博弈方的绝对偏好，因此理论上可以根据上策均衡对博弈结果作出肯定的预测。所以分析博弈时，应该先判断各博弈方是否有上策，博弈是否存在上策均衡。

但是，因为博弈的根本特征是策略的相互依存性，各个博弈方的最优策略通常随其他博弈方的策略而变化，因此上策或上策均衡经常不存在。例如，上一章介绍的齐威王田忌赛马博弈或古诺产量博弈就都没有上策均衡。因此上策均衡不能解决所有的博弈问题，最多只是分析部分博弈时有效。

其实上策均衡并非普遍存在，正是博弈理论的价值所在。如果上策均衡普遍存在，博弈问题与一般的个人最优化问题就没有区别，博弈分析就不可能成为一种独立的理论，更不用说成为重要的革命性方法了。

2.1.2 严格下策反复消去法

上策均衡在博弈分析中作用的局限性，说明必须发展适用面更广的博弈分析概念和方法。从方法论角度，上策均衡分析是一种选择法，也就是在可选择策略中选出最好的一种。人们决策中的另一种常用方法是排除法，即通过比较把较差的策略排除掉，缩小候选策略范围，从而更容易筛选较好的策略。从排除法思路可以导出博弈分析的“严格下策反复消去法”(iterated elimination of strictly dominated strategies)。

如果一个博弈中，不管其他博弈方的策略如何变化，某种策略给一个博弈方带来的得益总比另一种策略小，则称前一种策略为相对于后一种策略的“严格下策”(strictly dominated strategy)。仍然以囚徒的困境博弈为例，对两个囚徒博弈方来说，因为不管对方是什么策略，自己“坦白”

都比“不坦白”得益更好，因此“不坦白”是相对于“坦白”的“严格下策”。

很显然，理性的博弈方不可能采用严格下策，因此把严格下策排除出策略空间不会影响博弈结果。囚徒的困境博弈中，排除两博弈方的“不坦白”策略后，两博弈方可选策略的范围都缩小到只剩下“坦白”策略，双方“坦白”成为他们的必然选择，结果就是各被判刑 5 年。结论与上策均衡分析相同。

消去严格下策的方法既可以在同一博弈方的策略空间中反复运用，也可以在各博弈方的策略空间交叉运用，只要发现严格下策就可以继续消去，直到找不出任何严格下策为止。这种反复寻找博弈的“严格下策”并消去的方法，称为“严格下策反复消去法”。若对一个博弈运用严格下策反复消去法后，某个博弈方只有唯一的策略幸存下来，该策略就是该博弈方的唯一理性选择，如果博弈的所有策略组合中只有一个幸存下来，幸存的策略组合就是该博弈的结果，如囚徒的困境博弈中的(坦白，坦白)。

严格下策反复消去法在博弈分析中非常有用，特别是对于不存在上策均衡，却存在某些严格下策的博弈问题。如图 2.1 所示的不对称博弈，就是一个很好的例子。

首先根据得益矩阵不难判定，该博弈不存在上策均衡。因为博弈方 1“上”、“下”两种策略中不存在始终占优的上策，博弈方 2“左”、“中”、“右”三种策略中也不存在始终占优的上策。因此这个博弈没有上策均衡，上策均衡在分析这个博弈时没有用武之地。

		博弈方 2		
		左	中	右
博弈方 1	上	1，0	1，3	0，1
	下	0，4	0，2	2，0

图 2.1　适合用严格下策反复消去法分析的例子

其次试探严格下策反复消去法。如果先从博弈方 1 的策略空间开始，由于博弈方 1 的“上”、“下”两种策略没有严格优劣关系，两种策略都不是严格下策，无法排除任何一种策略。但博弈方 2 的三种策略中“右”与“中”之间存在严格优劣关系，不管博弈方 1 选“上”还是“下”，博弈方 2 选“右”得益都小于“中”，因此“右”策是相对于“中”策的严格下策。可以将“右”策从博弈方 2 的策略空间中去掉。此时，博弈简化为如图 2.2 所示。

博弈方1 \ 博弈方2	左	中
上	1，0	1，3
下	0，4	0，2

图 2.2 消去博弈方 2“右”策后的博弈

博弈方1 \ 博弈方2	左	中
上	1，0	1，3

图 2.3 进一步消去博弈方 1“下”策后的博弈

现在比较这个简化博弈中博弈方 1 的两种策略，容易发现“下”是相对于“上”的严格下策，可以将“下”策从博弈方 1 的策略空间中去掉。这样，博弈进一步简化为如图 2.3 所示。

在这个仅剩两种策略组合的博弈中，再比较博弈方 2 的两种策略。很显然“左”是相对于“中”的严格下策，也可以被消去。这样原博弈就被精简到只剩下一种策略组合(上，中)。因为所有被消去的策略都是两博弈方不可能采用的，因此两博弈方只能选择这种唯一剩下的策略组合，这就是博弈的“解”。

严格下策反复消去法也不能解决所有博弈问题。因为典型的博弈问题普遍存在博弈方之间策略依存的特征，策略之间不一定存在绝对优劣关系，往往只存在相对优劣关系，所以严格下策常常不存在。例如，齐威王田忌赛马就没有严格下策，无法用严格下策反复消去法进行分析。此外，有些博弈虽然可以用严格下策消去法消去部分策略，但可能还剩下多个策略组合，无法用严格下策反复消去法预测最终结果。

2.1.3 划线法

因为上策均衡分析和严格下策反复消去法都不能完全满足博弈分析的需要，因此必须进一步寻找更普遍有效的博弈分析方法。前面的分析给出的启发是，适用性较强的博弈分析方法应该以策略之间的相对优劣关系，而不是绝对优劣关系为基础。根据这样的思路容易导出“划线法”。

在具有策略和利益相互依存性的博弈问题中，各个博弈方的得益既取决于自己的策略，还与其他博弈方的策略有关，决策时必须考虑其他博弈方的策略选择。因此，科学的决策思路是先找出针对其他博弈方的每种策略或策略组合(多人博弈)的最佳对策，即与其他博弈方策略配合会给自己带来最大得益的策略。

以图 2.1 所示的博弈为例。对博弈方 1 来说，假设博弈方 2 采用“左”，则博弈方 1“上”得 1，“下”得 0，最佳对策是“上”。我们在矩阵中策略组合(上，左)对应的博弈方 1 的得益 1 下划一短线，表示博弈方 1 在博弈方 2 选择“左”时的最大可能得益。同样可以找出博弈方 2 分别选择“中”和“右”时博弈方 1 的最佳对策，分别是“上”和“下”，得益分别为 1 和 2，也在它们下划短线。博弈方 2 的思路与博弈方 1 相同，也分别在他针对博弈方 1“上”、“下”两种策略的两个最佳对策，“中”和“左”给他带来的得益 3 和 4 的下面划短线。最终得到的得益矩阵，如图 2.4 所示。

在图 2.4 所示得益矩阵的六种得益数组中，对应(下，中)和(上，右)的得益数组(0，2)和(0，1)都是两个数字下都没有划线，意味着两种策略组合中两博弈方的策略都不是针对另一方策略的最佳对策，这两种策略组合不可能是博弈方的选择；对应(上，左)、(下，左)和(下，右)三种策略组合的得益数组都有一个数字下有短线，意味着相应策略组合的两博弈方策略中只有一个是对另一个的最佳对策，因此这三种策略组合也没有稳定性；只有策略组合(上，中)对应的得益数组(1，3)两个数字下都有短线，意味着该策略组合的双方策略都是对对方策略的最佳对策，表明给定一方采用该策略组合的策略，则另一方也愿意采用该策略组合的策略，该策略组合具有稳定性。由于(上，中)是本博弈中唯一具有稳定性的策略组合，很可能会是该博弈的结果。

		博弈方 2		
		左	中	右
博弈方 1	上	1，0	1，3	0，1
	下	0，4	0，2	2，0

图 2.4　划线法分析图 2.1 中博弈

上述通过在最佳对策得益下划线分析博弈的方法，称为“划线法”。对囚徒的困境博弈运用划线法，可以在囚徒 1 针对囚徒 2 坦白、不坦白两种策略的最佳对策坦白的得益 −5 和 0 下划线，同样在囚徒 2 针对囚徒 1 坦白、不坦白两种策略的最佳对策坦白的得益 −5 和 0 下划线，结果如图 2.5 所示。

		囚徒 2	
		坦　白	不坦白
囚徒 1	坦　白	−5，−5	0，−8
	不坦白	−8，0	−1，−1

图 2.5　划线法分析囚徒的困境

在图 2.5 所示得益矩阵的四种得益数组中，只有策略组合(坦白，坦白)的得益数组(−5，−5)两数字下都有短线，其他三种策略组合的得益数组最多只有一个数字下有短线或两数字

都没有短线，意味着只有(坦白，坦白)满足相互是对对方策略的最佳对策，是该博弈唯一具有稳定性的策略组合，应该是该博弈的结果。这也与以前的结论相同。

划线法是非常简便的博弈分析方法，由于它以策略的相对优劣关系为基础，因此在分析用得益矩阵表示的博弈时有普遍适用性。但是，这并不意味着每个用得益矩阵表示的博弈都可以用划线法求出确定性的博弈结果。因为并不是每个得益矩阵表示的博弈都可以找出唯一的每个数字下都有短线的得益数组，如猜硬币博弈就是这样的例子。

		猜硬币方	
		正面	反面
盖硬币方	正面	−1, 1	1, −1
	反面	1, −1	−1, 1

图 2.6 猜硬币博弈

猜硬币是一种非常简单的古老游戏。一人用手盖住一枚硬币，由另一方猜是正面朝上还是反面朝上，猜对则猜者赢 1 元，盖硬币者输 1 元；否则，猜者输 1 元，盖硬币者赢 1 元。如果赢 1 元得益为 1，输 1 元得益为 −1，可用图 2.6 所示的得益矩阵表示这个博弈问题。

对该博弈应用划线法可得到的结果，如图 2.7 所示。在该得益矩阵中，显然不存在两个数字下都划有短线的得益数组。这意味着，猜硬币博弈中没有哪个策略组合的双方策略相互是对对方策略的最佳对策，因此该博弈没有哪个策略组合双方同时愿意接受，无法预言博弈结果。

		猜硬币方	
		正面	反面
盖硬币方	正面	−1, 1	1, −1
	反面	1, −1	−1, 1

图 2.7 划线法分析猜硬币博弈

“夫妻之争”(battle of sexes)博弈是另一种情况。一对夫妻得到两张时装表演票和同一时间的两张足球赛票。妻子更想去看时装表演而丈夫更想看足球，但又不愿或不能分头行动，争执不下决定投票表决。若投票结果同选时装则去看时装表演，同选足球就去看足球比赛，如选择不一致则哪儿都不去。再假设若丈夫与妻子同看时装表演，妻子得益 2 单位(效用，下同)，丈夫得益 1 单位；若丈夫与妻子都看足球赛丈夫得益 3 单位，妻子得益 1 单位；若因为双方选择不同什么都没看成，则双

		丈夫	
		时装	足球
妻子	时装	2, 1	0, 0
	足球	0, 0	1, 3

图 2.8 夫妻之争

方得益都为0，该博弈的得益矩阵如图2.8所示。

在日常生活和经济活动中，有许多问题与夫妻之争博弈相似。例如，两个人从不同地点出发希望在中途会合，若存在两条路线，他们对路线的选择就类似夫妻之争博弈。这个博弈可以推广到人类与可能存在的外星生物之间尝试相互联络时，对联系方式（介质、频率等）的选择问题。此外，企业在关联产品技术和规格等方面的合作也有类似特征。

首先可以确定的是，严格下策反复消去法对夫妻之争博弈无法运用，因为两个博弈方都没有严格下策。用划线法分析这个夫妻之争博弈得到的结果，如图2.9所示。

		丈夫	
		时装	足球
妻子	时装	$\underline{2}, \underline{1}$	0, 0
	足球	0, 0	$\underline{1}, \underline{3}$

图2.9　划线法分析夫妻之争

根据图2.9可以看出，这个博弈中（时装，时装）和（足球，足球）两种策略组合对应的得益数组两个数字下都划有短线。这意味着，两种策略组合的双方策略都是对对方策略的最佳对策，如果一个博弈方选择这两种策略组合中某一个的策略，另一个博弈方也会愿意选择该策略组合的策略，两种策略组合都有内在稳定性。但有上述特征的策略组合在本博弈中存在两个而不是一个，哪个都有合理性，因此无法确定哪个结果会出现。对于这样的博弈，划线法显然没有完全解决问题。

虽然在猜硬币博弈和夫妻之争博弈中划线法都没有完全解决问题，但至少让我们对博弈方策略偏好的异同、共同利益和矛盾冲突有了清楚的认识，这对进一步解析博弈方的行为有重要意义。

2.1.4　箭头法

另一种对理解博弈关系很有意义的博弈分析方法是“箭头法”。箭头法的思路是对博弈中每种策略组合进行分析，考察在每种策略组合处各个博弈方能否通过单独改变自己的策略增加得益。如能，则从所分析策略组合对应的得益数组引一箭头，指到改变策略后策略组合对应的得益数组。最后，综合分析形成对博弈结果的判断。

首先用箭头法分析囚徒的困境博弈。先从策略组合（不坦白，不坦白）开始分析。假设开始时双方采用该策略组合，囚徒1和囚徒2都可以

发现，单独改变策略能增加得益。囚徒 1 改变策略使策略组合从(不坦白，不坦白)变为(坦白，不坦白)，在图 2.10 中用一个从得益数组(－1，－1)指向得益数组(0，－8)的箭头表示这种倾向。同样的，囚徒 2 单独改变策略使策略组合从(不坦白，不坦白)变为(不坦白，坦白)，用一个从得益数组(－1，－1)指向得益数组(－8，0)的箭头表示这种倾向。这说明策略组合(不坦白，不坦白)不可能是稳定的。

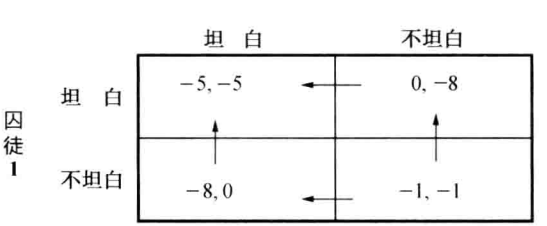


图 2.10 箭头法分析囚徒的困境

再分析策略组合(坦白，不坦白)。采用这个策略组合时，囚徒 1 满意自己的得益，不会有改变策略的愿望，但囚徒 2 会发觉改变策略可大大改善得益，必然会改变策略使策略组合从(坦白，不坦白)变为(坦白，坦白)，在图 2.10 中用从得益数组(0，－8)指向得益数组(－5，－5)的箭头表示这种倾向。同样在(不坦白，坦白)策略组合时，博弈方 1 会改变策略，可用从得益数组(－8，0)指向(坦白，坦白)得益数组(－5，－5)的箭头表示。因此无论是(坦白，不坦白)，还是(不坦白，坦白)都不是稳定的。

最后，如果两博弈方已经采用了(坦白，坦白)策略组合，则哪个博弈方单独改变策略都不合算(得益会从－5 降为－8)，因此不会有任何指离它的得益数组的箭头，只会有指向的箭头。策略组合(坦白，坦白)是该博弈唯一具有稳定性的策略组合，应该是该博弈的结果。这与划线法得到的结果一致。

将箭头法的原理应用到前面讨论过的三种博弈问题，可以分别在它们得益矩阵的得益数组之间标上相应的箭头，如图 2.11、图 2.12 和图 2.13 所示。

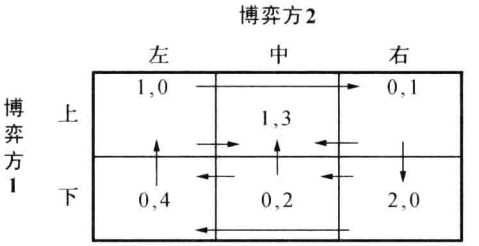


图 2.11　箭头法分析图 2.1 中博弈

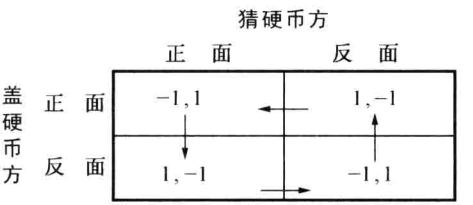


图 2.12　箭头法分析猜硬币博弈

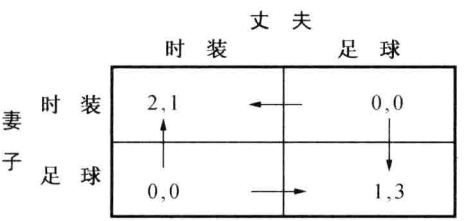


图 2.13　箭头法分析夫妻之争

在图 2.11 所示的得益矩阵中，只有指向的箭头而没有指离箭头的只有一个得益数组，就是对应策略组合(上，中)的(1，3)，其余 5 个得益数组至少有一个指离箭头。因此(上，中)是该博弈唯一有稳定性的策略组合，应该是该博弈的结果，结论与以往一样。

在图 2.12 猜硬币博弈的得益矩阵中，没有哪个策略组合的得益数组只有指向而没有指离的箭头。意味着每个策略组合都不稳定，无法预言一次博弈结果，该结论也与以往相同。

在图 2.13 夫妻之争博弈的得益矩阵中，有(时装，时装)和(足球，足球)两个策略组合的得益数组只有指向箭头，没有指离箭头。因此，这个

博弈有两个有稳定性的策略组合，难以断定博弈结果，结论也与以往相同。

根据上面的分析很容易看出，箭头法的思路与划线法是不同的，但两者都是基于策略之间相对优劣关系分析的，得到结论也一致，因此是两种可以相互替代的方法。当然，由于它们的分析思路和角度不同，对读者理解博弈的本质意义等会有不同的启发。

2.2 纳什均衡

上面通过划线法或箭头法找出的具有稳定性的策略组合，不管是否唯一，都有一个共同的特性，就是其中每个博弈方的策略都是针对其他博弈方策略的最佳对策。在两人博弈的情况下，就是“给定你的策略，我的策略是我最好的策略，给定我的策略，你的策略也是你最好的策略”。事实上，具有这种性质的策略组合，正是非合作博弈理论中最重要的一个解概念，即“纳什均衡”(nash equilibrium)。本节讨论这个解概念的定义、部分重要性质和在博弈分析中的作用。

2.2.1 纳什均衡的定义

纳什均衡在非合作博弈分析中具有十分关键的作用和地位，有必要给出一个较正式的定义。为此，先引进博弈、策略、策略空间和得益等的一般表示法。通常用 G 表示一个博弈；如果 G 有 n 个博弈方，每个博弈方的全部可选策略的集合称为“策略空间”，分别用 S_1，…，S_n 表示；$s_{ij} \in S_i$ 表示博弈方 i 的第 j 个策略，其中 j 可取有限个值(有限策略博弈)，也可取无限个值(无穷策略博弈)；博弈方 i 的得益则用 u_i 表示，u_i 是各博弈方策略的多元函数。n 个博弈方的博弈 G，常写成 $G=\{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$。

有了博弈、博弈方的策略空间和得益的表示法，可以给出纳什均衡的定义如下。

定义 在博弈 $G=\{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 中，如果各个博弈方的各一个策略组成的策略组合 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 中，任一博弈方 i 的策略 s_i^* 都

是对其余博弈方策略组合 $(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*)$ 的最佳对策，即 $u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \geqslant u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{ij}, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*)$ 对任意 $s_{ij} \in S_i$ 都成立，则称 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 为 G 的一个“纳什均衡”。

根据上述纳什均衡定义不难判断，囚徒的困境博弈的(坦白，坦白)、图 2.1 所示博弈的(上，中)是纳什均衡，夫妻之争博弈有两个纳什均衡(时装，时装)和(足球，足球)，猜硬币博弈则不存在纳什均衡。

根据纳什均衡的意义也不难明白，前面介绍的划线法和箭头法正是在可以用得益矩阵表示的博弈中寻找纳什均衡的方法。博弈方多于 3 个或者各博弈方的可选策略有无穷多种时，因为无法用得益矩阵表示博弈，划线法和箭头法无法应用，必须发展其他寻找纳什均衡的方法。

根据纳什均衡和上策均衡的定义也容易发现，上策均衡肯定是纳什均衡，但纳什均衡不一定是上策均衡，上策均衡是比纳什均衡稳定性更高的均衡概念。但是，上策均衡的存在性比纳什均衡差，许多博弈没有上策均衡但有纳什均衡。

2.2.2　纳什均衡与严格下策反复消去法

纳什均衡和严格下策反复消去法之间是否存在相容性，或者说严格下策反复消去法是否会消去纳什均衡，对于严格下策反复消去法的作用价值有重要意义。下面两个命题可以给出这个问题的答案。

命题 2.1　在 n 个博弈方的博弈 $G = \{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 中，如果严格下策反复消去法排除了除 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 之外的所有策略组合，那么 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 一定是该博弈唯一的纳什均衡。

命题 2.2　在 n 个博弈方的博弈 $G = \{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 中，如果 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 是 G 的一个纳什均衡，那么严格下策反复消去法一定不会将它消去。

先用反证法证明命题 2.2。设策略组合 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 是博弈 $G = \{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 的一个纳什均衡，并且博弈方 i 的策略 s_i^* 是该策略组合中第一个因相对于该博弈方的其他策略是严格下策而被消去的策略，这意味着必然存在博弈方 i 的某个策略 s_i'，在 s_i^* 被消去时还没有被消去，并且是相对于 s_i^* 的严格上策，即满足

$$u_i(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \cdots, s_n) < u_i(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_i', s_{i+1}, \cdots, s_n) \tag{2.1}$$

对任意由此时尚未消去的其他博弈方所有策略构成的策略组合 $(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_{i+1}, \cdots, s_n)$ 都成立。

由于假设 s_i^* 是纳什均衡策略组合 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 的各方策略中第一个被消去的，因此在 s_i^* 被消去的时候其他博弈方的策略 $s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*$ 都还没有被消去，即对 $(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*)$ (2.1)式也必须成立，即

$$\begin{aligned} &u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \\ &< u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i', s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \end{aligned} \tag{2.2}$$

这显然与 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 是纳什均衡的假设相矛盾。该矛盾证明了纳什均衡被严格下策反复消去法消去的假设是不成立的。命题 2.2 得到了证明。

同样可以用反证法证明命题 2.1。假设严格下策反复消去法已经消去除 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 以外的所有策略组合，但 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 却不是纳什均衡。就是说，至少存在某个博弈方 i 的某个策略 s_i，使得

$$\begin{aligned} &u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \\ &< u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \end{aligned} \tag{2.3}$$

但是，由于 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 是严格下策反复消去后留下的唯一策略组合，因此 s_i 必然属于被消去的策略。也就是说，在严格下策反复消去过程的某个阶段，必然存在某个当时还没有被消去的 s_i'，使得

$$u_i(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \cdots, s_n) < u_i(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_i', s_{i+1}, \cdots, s_n) \tag{2.4}$$

对此时未被消去的其他博弈方所有策略组合 $(s_1, \cdots, s_{i-1}, s_{i+1}, \cdots, s_n)$ 都成立。由于 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 是严格下策反复消去法后唯一留下的策略组合，因此 $s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*$ 始终不会被消去，也应该满足(2.4)式，即

$$\begin{aligned} & u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \\ < & u_i(s_1^*, \cdots, s_{i-1}^*, s_i', s_{i+1}^*, \cdots, s_n^*) \end{aligned} \tag{2.5}$$

如果 s_i' 就是 s_i^*，即 s_i^* 是相对于 s_i 的严格上策，则(2.5)式和(2.3)式相矛盾，从而$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$不是纳什均衡的假设不能成立。这就证明了命题。

如果 s_i' 与 s_i^* 不同，则根据 s_i' 也必须被消去(否则 $(s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 不是留下的唯一策略组合)的事实，可进一步推论肯定存在 s_i'' 是相对于 s_i' 的严格上策，用 s_i' 和 s_i'' 分别代替 s_i 和 s_i'，(2.4)式和(2.5)式仍然必须成立。如果 s_i'' 就是 s_i'，则也证明了命题，否则再进一步推论存在类似的 s_i'''。由于最终只有 s_i^* 不被消去，因此不断重复上述过程，总会找到某个 $s_i^{(n)}$ 就是 s_i^*，从而证明在前述假设下必然导致(2.5)式和(2.3)式的矛盾，假设不能成立，所以$(s_1^*, \cdots, s_n^*)$一定是纳什均衡。

因为命题 2.2 保证用严格下策反复消去法消去的策略都不可能构成纳什均衡，因此证明了未消去的最后一个策略组合确实是纳什均衡，唯一性就由命题 2.2 作了保证，从而命题 2.1 得到证明。

这样，就证明了命题 2.1 和命题 2.2 都是成立的。命题 2.1 和命题 2.2 保证了严格下策反复消去法和纳什均衡分析之间的相容性，保证了在纳什均衡分析之前通过严格下策反复消去法简化博弈是可行的。这对于提高博弈分析的效率，增加博弈分析的方法和手段都很有价值。

2.2.3　纳什均衡的一致预测性质

在介绍更多求纳什均衡的方法之前，有必要介绍一些纳什均衡的性质，以证明花力气寻找纳什均衡是值得的。纳什均衡的重要性质之一是“一致预测性”。这里的“一致预测”不是指不同博弈方的预测相同，而是指如果所有博弈方预测特定博弈结果会出现，那么所有博弈方都不会选择与预测不一致的策略。

博弈分析最终目的之一就是预测。即使最终目的不是预测，常常也以预测为基础。因此，预测能力是决定博弈分析概念价值的决定性因素。一致预测性是保证预测能力的关键性质，因为它可以保证预测是自我实现的(self-enforcing)。不满足一致预测性的概念或方法难以避免预测和行为之间的矛盾，作用和价值必然很有限。

不难证明,纳什均衡有一致预测性,而且只有纳什均衡才有这种性质。简单证明如下:如果一个博弈的所有博弈方都预测博弈结果是某个纳什均衡,那么由于纳什均衡中各博弈方的策略都是对其他博弈方策略的最佳对策,理性的博弈方都不会单独改变策略,预测会成为博弈最终结果。这说明了,纳什均衡一定是一致预测。反过来,如果每个博弈方预测到某个策略组合是博弈结果时都会坚持其中的策略,而不想采取其他策略,则说明该策略组合中每个博弈方的策略都是对其他博弈方策略的最佳对策。根据纳什均衡的定义,这个策略组合一定是纳什均衡。再进一步,如果博弈方都是理性的,那么当他们预测结果将是某个非纳什均衡策略组合时,一定至少有一个博弈方想改变策略,预测就不可能是一致预测。这就证明了,只有纳什均衡才有一致预测性,一致预测正是纳什均衡的本质属性。其他博弈分析概念要么不具备这种性质,要么本身也是纳什均衡。例如,上策均衡也有一致预测性,但上策均衡都是纳什均衡。

正是由于纳什均衡是一致预测,因此进一步有下列性质:首先,各博弈方可以预测它,可以预测他们的对手会预测它,还可以预测他们的对手会预测自己会预测它……。其次,预测任何非纳什均衡策略组合是博弈结果,意味着要么各博弈方的预测不相同,要么预期至少一个博弈方"犯错误",包括错误理解博弈结构,错误预测其他博弈方的策略,或者行为非理性等。在假设各博弈方预测的策略组合相同,且博弈方都完全理性的情况下,不可能预测任何非纳什均衡是博弈结果。

一致预测性正是纳什均衡在非合作博弈分析中不可替代重要地位的根本原因之一。当然,一致预测性并不保证用纳什均衡对博弈结果进行准确预测。因为一致预测性本身并不保证各博弈方的预测相同,相同的预测是一致预测性的前提而不是结果。有些博弈不存在纳什均衡,另一些博弈有多重纳什均衡,且相互无显著优劣、效率差别,都会导致博弈方无法形成相同的预测。

2.3 无限策略博弈分析和反应函数

寻找纳什均衡是博弈分析最基本的工作。划线法和箭头法等只适

用于可两两比较策略的有限策略博弈，分析无限多种可选策略博弈时不适用。寻找无限策略、连续策略空间博弈的纳什均衡，需要不同的方法。

2.3.1　连续产量古诺模型

连续产量古诺模型是无限策略博弈的典型例子。这里以一种两厂商连续产量古诺博弈为例，讨论无限策略博弈的纳什均衡分析方法。

设一市场有两个厂商供应同样的产品。厂商 1 产量 q_1，厂商 2 产量 q_2，市场总供给 $Q=q_1+q_2$。市场出清价格 P（可以将产品全部卖出去的价格）是市场总供给的函数 $P=P(Q)=8-Q$。再设两个厂商生产都无固定成本，每增加一单位产量的边际成本 $c_1=c_2=2$。最后强调两个厂商同时决策，即决策之前都不知道另一方产量。

该博弈两博弈方的策略空间是他们可以选择的产量。假设产量是连续可分的，即使由于受生产能力限制等产量是有上限的，两厂商也都有无限多种可选策略。两博弈方的得益自然是两个厂商各自的利润，即各自的销售收益减去各自的成本，根据设定情况分别为

$$u_1=q_1P(Q)-c_1q_1=q_1[8-(q_1+q_2)]-2q_1=6q_1-q_1q_2-q_1^2$$

和

$$u_2=q_2P(Q)-c_2q_2=q_2[8-(q_1+q_2)]-2q_2=6q_2-q_1q_2-q_2^2$$

容易看出，两博弈方的得益都取决于双方策略（产量）。

虽然本博弈两博弈方都有无限多种可选策略，因而该博弈无法用得益矩阵表示，但纳什均衡概念还是适用的，只要策略组合 (q_1^*, q_2^*) 满足 q_1^* 和 q_2^* 相互是对对方的最佳对策就构成纳什均衡。如果可证实它是该博弈唯一的纳什均衡，就是理性博弈的结果，可以预言两个理性的厂商将分别选择这两个产量。

事实上可以直接根据纳什均衡的定义求这个博弈的纳什均衡。根据纳什均衡的定义知道，纳什均衡就是相互是最优对策的各博弈方策略组合。因此，如果策略组合 (q_1^*, q_2^*) 是本博弈的纳什均衡，就必须是最大值问题

$$\begin{cases}\max\limits_{q_1}(6q_1-q_1q^*_2-q_1^2)\\ \max\limits_{q_2}(6q_2-q^*_1q_2-q_2^2)\end{cases}$$

的解。

上述两个求最大值的式子都是各自变量的二次式，且二次项系数都小于0，因此只要q_1^*、q_2^*能使两式各自对q_1、q_2的导数为0就能实现两式的最大值。令

$$\begin{cases}6-q^*_2-2q^*_1=0\\ 6-q^*_1-2q^*_2=0\end{cases}$$

解之得该方程组的唯一解$q^*_1=q^*_2=2$。因此，策略组合(2，2)是本博弈唯一的纳什均衡。可以预测两个厂商都会生产2单位产量，市场总供给为$2+2=4$，市场价格为$8-4=4$，双方各自得益(利润)$2\times(8-4)-2\times2=4$，两个厂商利润总和为$4+4=8$。

如果从两个厂商总体利益最大化角度进行统一的产量选择，就要求实现两个厂商总和利润最大的总产量。设总产量为Q，则总利润为$U=P(Q)-cQ=Q(8-Q)-2Q=6Q-Q^2$。容易求得使总得益最大的总产量$Q^*=3$，最大总得益$u^*=9$。将此结果与两个厂商独立决策、追求各自利润最大化时的博弈结果相比，不难发现这里的总产量较小，而总利润却较高。因此从两个厂商的总体来看，根据总体利益最大化决策效率更高。换句话说，如果两个厂商联合起来决定产量，先定出使总利益最大的产量(3单位)后各自生产其一半(1.5单位)，则各自可分享到4.5单位利润，比各自独立决策得到的要高。

当然，在两个独立决策的企业之间实现合作并不容易。合作难以实现的原因主要是，合作的产量组合(1.5，1.5)不是纳什均衡。在这个策略组合中，双方都可以独自改变自己的策略得到更高的利润，双方都有突破1.5单位产量的冲动。在缺乏有强制性协议保障的情况下，这种冲动注定了不可能维持产量组合(1.5，1.5)，两个厂商早晚都会增产，只有达到纳什均衡产量(2，2)后才会稳定下来，因为这时任一厂商单独改变产量都不利于自己。如果将遵守还是突破限额作为厂商面临的选择，则构成图2.14所示中得益矩阵表示的博弈。不难看出，图2.14所示也是一个囚

徒的困境式博弈。

上述博弈是连续产量古诺模型比较简单的版本。更复杂的模型可以包括 n 个寡头，市场出清价格与市场总产量的函数关系 $P=P(Q)$ 可以更复杂，每个厂商的成本也可以变化或不同。但不管这些因素如何变化，分析思路与上述模型是相似的，不过纳什均衡的产量组合将变成 n 个偏微分为 0 的联立方程组解。

		厂商 2	
		不突破	突　破
厂商 1	不突破	4.5, 4.5	3.75, 5
	突　破	5, 3.75	4, 4

图 2.14　两寡头间产量囚徒的困境

产量博弈的古诺模型是一种囚徒困境，无法实现博弈方总体和各个博弈方各自最大利益的结论，对于市场经济的组织、管理，对于判断产业组织和社会经济制度的效率，都有重要意义。该博弈说明自由竞争经济同样存在低效率问题，放任自流并非最好的政策。这些结论也说明了，政府对市场调控和监管的必要性。

古诺模型在现实经济中的最好例子之一，是 20 世纪八九十年代国际经济中石油输出国组织的限额和突破问题。石油输出国组织成员国已知各自为政、自定产量的博弈，肯定会使油价下跌、利润受损，因此有共同磋商制定产量限额以维持油价的意愿。但一旦各成员国按照限额生产时，每个成员国都会发现，如果其他国家遵守限额而自己超产会获得更多利润，如果其他国家超产而只有自己遵守限额会受很大损失。在本位利益的驱使下，每个成员国都有偷偷超产的冲动。最终结果是各国普遍突破限额，限产计划破产，油价不断下跌。这是石油输出国组织成员国曾经遇到的实际情况。当然，油价问题受产油国、产油地区，甚至全世界的政治、军事、经济各方面因素的影响，波动变化非常复杂。

2.3.2　反应函数

也可以通过对划线法思路的推广求古诺模型的纳什均衡。划线法的原理是先找出每个博弈方针对其他博弈方所有策略的最佳对策，再找出相互构成最佳对策的各博弈方策略组合，也就是博弈的纳什均衡。在无限策略的古诺模型中，这样的思路也是可行的，只是其他博弈方的策略有无限多种，各个博弈方的最佳对策也有无限种，它们之间构成连续函数

关系。

在上述两寡头古诺模型中，对厂商 2 的任意产量 q_2，厂商 1 的最佳对策产量 q_1 是最大化问题

$$\max_{q_1} u_1 = \max_{q_1}(6q_1 - q_1q_2 - q_1^2)$$

的解。令 u_1 对 q_1 的导数等于 0，不难求出

$$q_1 = R_1(q_2) = \frac{1}{2}(6 - q_2)$$

这个函数是对于厂商 2 的每一个可能产量，厂商 1 最佳对策产量的计算公式。这个函数称为厂商 1 对厂商 2 产量的“反应函数”(reaction function)。同样的方法，可求出厂商 2 对厂商 1 产量 q_1 的反应函数为

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{1}{2}(6 - q_1)$$

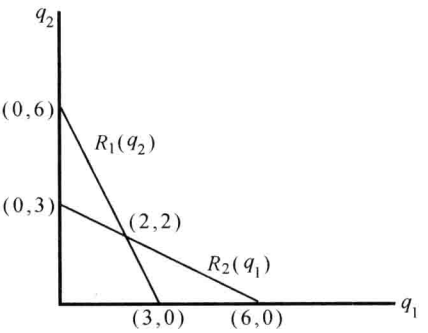


图 2.15 古诺模型的反应函数

这两个反应函数都是线性函数，可以用坐标平面上的两条直线表示，如图 2.15 所示。

从图中可以看出，当一方产量选择为 0 时，另一方的最佳反应为 3，这正是实现市场总利益最大的产量，这时候等于一个厂商垄断市场；当一方产量达到 6 时，另一方被迫生产 0，因为后者坚持生产无利可图；在两个反应函数对应的两条直线上，只有交点(2, 2)代表的产量组合，才是由相互对对方的最佳反应构成的，$R_1(q_2)$ 上其他所有点(q_1, q_2)只有 q_1 是对 q_2 的最佳反应，q_2 不是对 q_1 的最佳反应，而 $R_2(q_1)$ 上其他点则刚好相反。根据纳什均衡的定义，(2, 2)是该博弈唯一的纳什均衡。这与前面根据纳什均衡定义分析的结论一样。

得益是策略多元连续函数的博弈，都可以求每个博弈方的反应函数，解出各博弈方反应函数的交点就是纳什均衡。这种用反应函数求纳什均衡的方法，称为“反应函数法”。

2.3.3　伯特兰德寡头模型

伯特兰德(Bertrand)1883 年提出了另一种寡头模型，其中各厂商选择的是价格而不是产量。我们用反应函数法分析两寡头产品有一定差别的伯特兰德价格博弈模型。产品差别指在品牌、质量和包装等方面有所不同的同类产品，有很强的替代性，但又不是完全可替代。

假设当厂商 1 和厂商 2 价格分别为 P_1 和 P_2 时，各自的需求函数为

$$q_1 = q_1(P_1, P_2) = a_1 - b_1 P_1 + d_1 P_2$$

和

$$q_2 = q_2(P_1, P_2) = a_2 - b_2 P_2 + d_2 P_1$$

式中，$d_1, d_2 > 0$，即两个厂商产品的替代系数。再假设两个厂商无固定成本，边际生产成本分别为 c_1 和 c_2。最后，仍强调两个厂商是同时决策的。

在该博弈中，两博弈方各自的策略空间为 $s_1 = [0, P_{1\max}]$ 和 $s_2 = [0, P_{2\max}]$，其中 $P_{1\max}$ 和 $P_{2\max}$ 是厂商 1 和厂商 2 还能卖出产品的最高价格。两博弈方的得益是各自的利润，即销售收益减去成本，它们都是双方价格的函数为

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(P_1, P_2) = P_1 q_1 - c_1 q_1 = (P_1 - c_1) q_1 \\ &= (P_1 - c_1)(a_1 - b_1 P_1 + d_1 P_2) \\ u_2 &= u_2(P_1, P_2) = P_2 q_2 - c_2 q_2 = (P_2 - c_2) q_2 \\ &= (P_2 - c_2)(a_2 - b_2 P_2 + d_2 P_1) \end{aligned}$$

直接用反应函数法分析这个博弈。根据上述得益函数在偏导数为 0 时有最大值，很容易求出两个厂商的反应函数分别为

$$P_1 = R_1(P_2) = \frac{1}{2b_1}(a_1 + b_1 c_1 + d_1 P_2)$$

和

$$P_2 = R_2(P_1) = \frac{1}{2b_2}(a_2 + b_2 c_2 + d_2 P_1)$$

纳什均衡 (P_1^*, P_2^*) 必是两个反应函数的交点，即必须满足

$$\begin{cases} P_1^* = \dfrac{1}{2b_1}(a_1 + b_1c_1 + d_1P_2^*) \\ P_2^* = \dfrac{1}{2b_2}(a_2 + b_2c_2 + d_2P_1^*) \end{cases}$$

解方程组得

$$P_1^* = \frac{d_1}{4b_1b_2 - d_1d_2}(a_2 + b_2c_2) + \frac{2b_2}{4b_1b_2 - d_1d_2}(a_1 + b_1c_1)$$

$$P_2^* = \frac{d_2}{4b_1b_2 - d_1d_2}(a_1 + b_1c_1) + \frac{2b_1}{4b_1b_2 - d_1d_2}(a_2 + b_2c_2)$$

(P_1^*, P_2^*)为该博弈唯一的纳什均衡。将 P_1^*、P_2^*代入两得益函数,便可得到两个厂商的均衡得益。

如果假设模型中参数 $a_1 = a_2 = 28$, $b_1 = b_2 = 1$, $d_1 = d_2 = 0.5$, $c_1 = c_2 = 2$, 则可以解得 $P_1^* = P_2^* = 20$, $u_1^* = u_2^* = 324$。

更一般的伯特兰德模型可以有 n 个寡头,产品也可以是无差别的。产品无差别时,可以考虑消费者对价格的敏感性问题。因为如果所有消费者对价格都非常敏感,则生产无差别产品的厂商中价格高的一方完全卖不出去,价格差别不可能存在。多寡头伯特兰德模型的分析是两寡头模型的简单推广,只需求出每个厂商对其他各个厂商价格的反应函数,解出它们的交点即可。

值得一提的另外一点是,这种价格决策的纳什均衡往往也是囚徒困境的一种。对此,读者可以仿照古诺模型加以证明。家电零售企业之间的价格竞争、汽车生产厂商之间的价格战等,就是这种囚徒的困境在现实经济中的具体例子。

2.3.4 公共资源问题

公共资源利用、公共设施提供和公共环境保护已经成为现代社会经济的重大问题,在这些问题中也包含了众多的博弈关系。这里从公共资源利用博弈的角度作一些讨论。

在经济学中,公共资源是指具有下列两个特征的自然资源或人类生产的供大众免费使用的设施和财货:(1)没有哪个个人、企业或组织拥有所有权;(2)大家可以自由利用。例如,大家可以开采使用的地下水、可自

由放牧的草地、可自由排放废水的公共河道，以及公共道路、楼道照明灯等。如果政府将这些资源收归国有，对使用者征收资源税或收取费用，相关资源就不再是经济学意义上的公共资源。

最晚是从休谟(David Hume)1739 年开始，政治经济学者们就开始认识到，在人们完全从自利动机出发自由利用公共资源时，公共资源倾向于被过度利用、低效率使用和浪费，并且可能达到利用它们的人都无法得到实际好处的程度。公共草地放牧问题就是典型的例子。

某村庄有 n 个农户，有片可以自由放牧羊群的公共草地。草地面积有限，放牧羊只总数越多，每只羊吃到的草就越少，每只羊的产出(毛、皮、肉的总价值)也会减少。假设农户在夏天才到公共草地放羊，而每年春天要决定养羊的数量，各农户决定养羊数量时不知道其他农户的养羊数，即各农户的养羊数决策是同时作出的。再假设所有农户都清楚不同羊只总数时，每只羊的产出。这就构成了一个 n 个农户之间关于养羊数的静态博弈。

在此博弈中，博弈方是 n 个农户，他们各自的策略空间是他们可能选择的养羊数 $q_i(i=1, \cdots, n)$ 的取值范围；当各户养羊数为 $q_1, \cdots, q_n$ 时，在公共草地上放牧羊只的总数为 $Q=q_1+\cdots+q_n$，每只羊的产出是羊只总数 Q 的减函数 $V=V(Q)=V(q_1+\cdots+q_n)$。假设购买和照料每只羊的成本是常数 c，则农户 i 养 q_i 只羊的得益函数为

$$u_i=q_iV(Q)-q_ic=q_i\cdot V(q_1+\cdots+q_n)-q_ic$$

为了得到直观的结论，进一步假设 $n=3$，即只有 3 个农户，每只羊的产出函数为 $V=100-Q=100-(q_1+q_2+q_3)$，而成本 $c=4$。则 3 个农户的得益函数分别为

$$\begin{aligned}u_1&=q_1[100-(q_1+q_2+q_3)]-4q_1\\u_2&=q_2[100-(q_1+q_2+q_3)]-4q_2\\u_3&=q_3[100-(q_1+q_2+q_3)]-4q_3\end{aligned}$$

由于羊的数量不是连续可分的，因此上述得益函数不是连续函数。但在技术上，可以先把羊的数量看作连续可分的，把上述得益函数当作连续函数。

求3个农户各自对其他两个农户策略(养羊数)的反应函数,得

$$q_1 = R_1(q_2, q_3) = 48 - \frac{1}{2}q_2 - \frac{1}{2}q_3$$

$$q_2 = R_2(q_1, q_3) = 48 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_3$$

$$q_3 = R_3(q_1, q_2) = 48 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_2$$

3个反应函数的交点(q_1^*, q_2^*, q_3^*)就是博弈的纳什均衡。我们将q_1^*、q_2^*、q_3^*代入3个反应函数,并解此联立方程组,即得$q_1^* = q_2^* = q_3^* = 24$。再将$q_1^* = q_2^* = q_3^* = 24$代入3个农户的得益函数,得$u_1^* = u_2^* = u_3^* = 576$,此即三农户独立同时决定养羊数量时能得到的利益。

为了对公共资源的利用效率作出评价,同样可讨论总体利益最大的最佳羊只数量。设在该草地上羊只的总数为Q,则总得益为

$$u = Q(100 - Q) - 4Q = 96 - Q^2$$

使总得益u最大的养羊数Q^*,必使总得益函数的导数为0,即

$$96 - 2Q^* = 0$$

解之得$Q^* = 48$,将$Q^* = 48$代入总得益函数,得$u^* = 2\,304$。该结果比3个农户各自独自决定自己的养羊数量时三农户得益的总和1 728大了许多。而此时的养羊总数$Q^* = 48$,则比3个农户独立决策时草地上的羊只总数$3 \times 24 = 72$小。这说明了,3个农户独立决策时使草地处于过度放牧状态,浪费了资源,农户也没有获得最好效益。如果各农户能将养羊数自觉限制在$48/3 = 16$只,都能得到更多利益。但他们面临的也是囚徒的困境局面,很难实现这种理想结果。

这个例子再一次证明了纳什均衡,或者说非合作博弈的结果,可能是低效率的。本例中如果在草地放牧的农户数进一步增加,则纳什均衡策略的效率会更低。当农户数上升到一定数量,羊只总数会增加到刚好不至于亏损的水平,所有农户的利益都会消失,公共资源等于完全被浪费掉。

这种公共资源悲剧的原因是这样一种囚徒的困境:自己加大利用公

共资源而他人不加大利用，则自己得利；自己加大利用其他人也加大利用，则自己不至于吃亏；最终所有人都会尽可能加大利用资源，直至再加大会减少自身利益的纳什均衡水平，而这个水平比实现资源最佳利用和个人利益最佳效率的水平要高。

公共资源的悲剧在我国有许多例子。例如，在我国受风沙、沙漠化威胁的地区，当地居民关于保护还是毁坏防风防沙林带的选择，也是一种公共资源博弈问题：如果只有自己砍几棵树，只要别人不砍就无关紧要，自己却可得利；而如果其他人都砍而只有自己不砍，则防护林也保护不了，还不如自己也砍。结论是砍树总是合算的。大家这样想的结果是防护林带完全被破坏，整个地区都被沙漠吞没，人人都被迫离乡背井，最终倒霉的还是自己。

公共设施也是类似的问题。在公共设施的生产、提供问题上，做搭便车者(free rider)总是比做提供者合算，因此许多必需的公共设施，如楼道里的电灯等，总是没人自觉提供。这些公共资源博弈问题的结果说明了，在公共资源的利用、公共设施的提供方面，政府的组织、协调和制约非常必要，这也是政府存在的主要理由之一。

2.3.5　反应函数的问题

反应函数法是分析一般具有无限多种策略、连续策略空间博弈问题的基本方法。但并不是说，反应函数可以解决一切有无限策略、连续策略空间的博弈。因为在有些博弈中，得益函数不是可微函数，无法用先求导数找各个博弈方的反应函数，再解联立方程组的方法求纳什均衡。而且即使得益函数可以求导，可以求出各个博弈方的反应函数，也并不意味着一定能找到均衡结果。因为在有些博弈问题中，博弈方的得益函数比较复杂，各自的反应函数也比较复杂，并不能够保证反应函数有交点，也不能保证有唯一交点。

图 2.16 所示中的两种反应函数可以证明上述观点。其中，图(a)是反应函数不相交的情况，图(b)是交点不唯一的情况。虽然这些图形本身是虚构的，但有这种性质的反应函数是完全可能存在的。事实上，将反应函数扩展到混合策略时，很容易出现多重交点反应函数的图形。

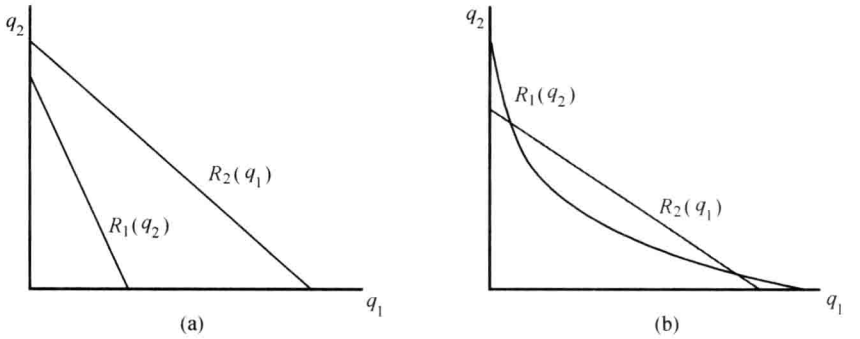


图 2.16 反应函数的问题

2.4 混合策略和混合策略纳什均衡

前面介绍的纳什均衡分析方法可以相当圆满地解决许多博弈问题。但如果博弈中不存在纳什均衡或者纳什均衡不唯一，如猜硬币、齐威王田忌赛马或夫妻之争博弈，前述纳什均衡分析就无法对博弈结果作明确预测，无法给博弈方提供明确的建议。对于这两类博弈，必须引进“混合策略”和“混合策略纳什均衡”概念才能有效分析。

2.4.1 严格竞争博弈和混合策略的引进

首先对各博弈方的利益和偏好始终不一致，在通常策略基础上没有纳什均衡的博弈问题进行分析。这类博弈也可以称为“严格竞争博弈”，如猜硬币、齐威王田忌赛马都是严格竞争博弈。

一、猜硬币博弈

导论中讨论齐威王田忌赛马博弈的结论是，如果博弈只进行一次，无法预测博弈结果，不管博弈方选择哪个策略都不能保证得到好结果。这是否意味着博弈方可以随意选择呢？当然不是。事实上在这种博弈中，博弈方的策略选择方法对各方利益仍然有很大影响。其实导论中讨论该博弈时，已经分析过博弈方策略选择的基本原则，结论是必须随机选择策略和重视选择各个策略的概率分布，以防止其他博弈方利用自己的偏好获利。沿着这种思路，这里先以猜硬币博弈为例进一步讨论此类博弈中

的策略选择问题。

如图 2.17 所示，再次给出猜硬币博弈的得益矩阵。该博弈在双方“正面”、“反面”两种策略的意义上不存在纳什均衡。因为无论双方采用哪个策略组合，结果都是一方赢一方输，输的一方总是可以通过单独改变策略反输为赢，这是一个典型的零和博弈。

		猜硬币方：正面	猜硬币方：反面
盖硬币方：正面		−1, 1	1, −1
盖硬币方：反面		1, −1	−1, 1

图 2.17　猜硬币博弈

虽然上述结论对预测博弈结果没多少用处，但引出了博弈方决策的第一个原则：自己的策略选择不能预先被另一方猜测到。如果盖硬币方所选的面被猜硬币方猜中，猜硬币方就可以猜你所选的面保证赢你。反过来，如果猜硬币方准备猜的面被盖硬币方猜到，他就会出与猜硬币方将猜的面相反的面而立于不败之地。因此，不让其他博弈方事先了解你的选择是各博弈方必须遵循的原则，除非想要自找失败。

再推论下去又可知道，如果不断重复该博弈，博弈方一定要避免选择带规律性。因为如果选择有某种规律性并被对手发觉，对手就容易预先猜到你的选择，从而作针对性选择战胜你。例如你是盖硬币方，若你总是一次正面、一次反面轮流出，猜硬币方就可以根据你前一次的策略，轻易猜中你后一次将出的面，你就有输无赢了。因此，博弈方必须随机选择策略。或者说，博弈方最正确的决策方法是将自己当作抽签机器。

更进一步，如果盖硬币方已经采用随机选择方法，但总体上出正面的机会(概率)大于出反面的机会(概率)，猜硬币方仍然有机可乘。例如，设盖硬币方出正面的概率为 p，出反面的概率 $1-p$，$p>1-p$ 或 $p>1/2$，意味着出正面多于出反面。在这种情况下，如猜硬币方全猜正面，则他的期望得益为

$$p\cdot 1+(1-p)\cdot(-1)=2p-1=2(p-\frac{1}{2})>0$$

平均来讲，猜硬币方赢多输少，盖硬币方当然就输多赢少了。同样的，如果盖硬币方出反面多于出正面，也会给猜硬币方可乘之机，后者全猜反面平均下来就能获胜。因此，盖硬币方最可靠的方法是以相同概率随机出

正面和反面，即取 $p=1-p=1/2$。这样，猜硬币方就无法从你的策略偏好中占到便宜。

同样的讨论也适用于猜硬币方随机选择的概率，结论是他想不让盖硬币方占便宜，也必须以 1/2 的相同概率随机选择猜正面和猜反面，否则就会给对方获利机会，给自己带来损失。

二、混合策略、混合策略博弈和混合策略纳什均衡

当两个博弈方都以 1/2 的相同概率随机选择正面、反面时，双方都无法根据对方的选择方式，选择或调整自己的策略或选择方式获得利益，从而在双方对两种可选策略随机选择概率分布的意义上，达到了稳定或者说均衡。这种博弈方以一定概率分布在可选策略中随机选择的决策方式，在分析原本没有纳什均衡的博弈和有多个纳什均衡的博弈时非常重要，我们称这种策略选择方式为“混合策略”(mixed strategy)。与此相对，把博弈中原来意义上的策略，称为“纯策略”(pure strategy)。由于混合策略概念非常重要，这里给出较正式的定义。

定义 *在博弈 $G=\{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 中，博弈方 i 的策略空间为 $S_i=\{s_{i1}, \cdots, s_{ik}\}$，则博弈方 i 以特定概率分布 $p_i=(p_{i1}, \cdots, p_{ik})$ 在其 k 个可选策略中随机选择的“策略”，称为一个“混合策略”，其中 $0 \leqslant p_{ij} \leqslant 1$ 对 $j=1, \cdots, k$ 都成立，且 $p_{i1}+\cdots+p_{ik}=1$。*

纯策略也可以看作混合策略，即选择相应纯策略的概率为 1，选择其余纯策略的概率为 0 的混合策略。

如果给一个博弈的每个博弈方的纯策略空间赋予不同的概率分布，就形成了不同的混合策略。因为构成各个博弈方混合策略的概率分布是连续的，可以取无限多组值，混合策略的数量肯定是无限多的。所有混合策略构成一个混合策略的策略空间。把博弈方在这个混合策略的策略空间中的选择看作一个博弈，原博弈的混合策略就成了这个扩展出来的博弈的纯策略。扩展出来的博弈可称为原博弈的“混合策略扩展博弈”，它与原博弈在形式上有很大差别，但本质上是一样的。

把策略扩展到包括混合策略后，纳什均衡概念仍然成立。即一个策略组合满足各博弈方的策略相互是对其他博弈方策略的最佳对策时，就是一个纳什均衡。不过，其中的策略既可能是纯策略，也可能是混合策略。这时候的纳什均衡意味着，任何博弈方单独改变随机选择各个纯策

略的概率分布都不能保证增加利益。

根据扩展到混合策略的纳什均衡的定义，容易知道猜硬币博弈中两博弈方都以(1/2, 1/2)的概率分布随机选择正面和反面是一个纳什均衡，而且是这个博弈唯一的纳什均衡。采用这个混合策略纳什均衡的策略，是该博弈的两博弈方唯一正确的选择。

混合策略和混合策略纳什均衡概念对其他博弈也是适用的。在猜硬币博弈中找混合策略纳什均衡概率分布的思路，即令各个博弈方随机选择纯策略的概率分布，满足使其他博弈方采用不同纯策略的期望得益相同，计算出各个博弈方随机选择各纯策略概率的方法，在求其他博弈的混合策略纳什均衡时也适用。

三、一个数值例子

首先以图 2.18 中得益矩阵表示的博弈问题为例。用划线法很容易发现该博弈不存在纯策略纳什均衡，任何一个纯策略组合都有一个博弈方可通过单独改变策略得到更好的得益。用猜硬币博弈中求混合策略纳什均衡的方法，不难找出这个博弈的混合策略纳什均衡。

		博弈方 2	
		C	D
博弈方 1	A	2, 3	5, 2
	B	3, 1	1, 5

图 2.18　一个数值例子的混合策略均衡

设博弈方 1 选 A 的概率为 p_A，选 B 的概率为 p_B，博弈方 2 选 C 的概率为 p_C，选 D 的概率为 p_D。根据混合策略纳什均衡概率分布必须让对方两个纯策略期望得益相同的原理，p_A 和 p_B 一定要使博弈方 2 选 C 和 D 的期望得益相等，即

$$p_A \times 3 + p_B \times 1 = p_A \times 2 + p_B \times 5$$

简化可得 $p_A = 4p_B$。因为概率分布要求 $p_A + p_B = 1$，因此 $p_A = 0.8$，$p_B = 0.2$，这就是博弈方 1 应该选择的混合策略。同理，博弈方 2 选择 C 和 D 的概率 p_C 和 p_D 应使博弈方 1 选择 A 和 B 的期望得益相等，即

$$p_C \times 2 + p_D \times 5 = p_C \times 3 + p_D \times 1$$

简化后得 $4p_D = p_C$。同样因为 $p_C + p_D = 1$，因此 $p_C = 0.8$，$p_D = 0.2$，这是博弈方 2 的混合策略。

当博弈方 1 以(0.8, 0.2)的概率随机选择 A 和 B，博弈方 2 以(0.8,

0.2)的概率随机选择 C 和 D 时，谁都无法通过单独改变自己的选择改善自己的期望得益，因此这个混合策略组合是稳定的，这就是本博弈唯一的混合策略纳什均衡。当双方采用该策略组合时，虽然无法确定一次性博弈的结果，但双方的期望得益，也就是多次独立重复该博弈的平均结果是相同的，即分别为

$$u_1^e = p_A p_C u_1(A, C) + p_A p_D u_1(A, D) + p_B p_C u_1(B, C) + p_B p_D u_1(B, D)$$
$$= 0.8 \times 0.8 \times 2 + 0.8 \times 0.2 \times 5 + 0.2 \times 0.8 \times 3 + 0.2 \times 0.2 \times 1 = 2.6$$

和

$$u_2^e = p_C p_A u_2(A, C) + p_C p_B u_2(B, C) + p_D p_A u_2(A, D) + p_D p_B u_2(B, D)$$
$$= 0.8 \times 0.8 \times 3 + 0.8 \times 0.2 \times 1 + 0.2 \times 0.8 \times 2 + 0.2 \times 0.2 \times 5 = 2.6$$

四、齐威王田忌赛马

作为混合策略纳什均衡分析的一个应用，分析一下当齐威王也在马的出场次序上使用策略后，双方决定本方马出场次序的博弈方法和博弈结果。

为了简便起见，将图 2.19 所示的齐威王的策略从上到下记为 a、b、c、d、e 和 f，将田忌的策略从左到右记为 g、h、i、j、k 和 l。齐威王选各策略概率分别为 p_a、p_b、p_c、p_d、p_e 和 p_f，则田忌采用策略 g 到 l 的期望得益分别为 $-3p_a - p_b - p_c + p_d - p_e - p_f$、$-p_a - 3p_b + p_c - p_d - p_e - p_f$、$-p_a - p_b - 3p_c - p_d - p_e + p_f$、$-p_a - p_b - p_c - 3p_d + p_e - p_f$、$p_a - p_b - p_c - p_d - 3p_e - p_f$ 和 $-p_a + p_b - p_c - p_d - p_e - 3p_f$。令 6 个期望得益相等可解得 $p_a = p_b = p_c = p_d = p_e = p_f$。因为 $p_a + p_b + p_c + p_d + p_e + p_f = 1$，因此 $p_a = p_b = p_c = p_d = p_e = p_f = 1/6$。同样，设田忌以概率 p_g、p_h、p_i、p_j、p_k 和 p_l 随机选择 6 个策略，则 6 个概率也必须使齐威王选择各纯策略的期望得益都相等，最终得 $p_g = p_h = p_i = p_j = p_k = p_l = 1/6$。齐威王和田忌都以 1/6 概率随机选择各自 6 个纯策略是本博弈唯一的混合策略纳什均衡。

本博弈有这样的混合策略纳什均衡是理所当然的。上一章已经说明每种纯策略对齐威王和田忌来说本身无好坏之分，结果主要取决于双方策略的组合情况，并且他们对任一纯策略的偏爱都会给对方可乘之机，因此最佳策略只能是以平均概率随机选择各纯策略。

齐威王 \ 田忌	上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
上中下	3, −3	1, −1	1, −1	1, −1	−1, 1	1, −1
上下中	1, −1	3, −3	1, −1	1, −1	1, −1	−1, 1
中上下	1, −1	−1, 1	3, −3	1, −1	1, −1	1, −1
中下上	−1, 1	1, −1	1, −1	3, −3	1, −1	1, −1
下上中	1, −1	1, −1	1, −1	−1, 1	3, −3	1, −1
下中上	1, −1	1, −1	−1, 1	1, −1	1, −1	3, −3

图 2.19　齐威王和田忌赛马

在上述混合策略下，齐威王的期望得益为

$$\frac{1}{6}(3+1+1+1+1-1)=1$$

田忌的期望得益为

$$\frac{1}{6}(1-3-1-1-1-1)=-1$$

即多次进行这样的赛马，齐威王平均每次能赢田忌一千斤铜，这是由齐威王 3 匹马的总体实力略胜田忌 3 匹马总体实力决定的。

五、小偷和守卫的博弈

因为对博弈论的贡献获得 1994 年经济学诺贝尔奖的塞尔顿教授，1996 年在上海的一次讲演中，举了一个小偷和守卫之间博弈的例子。小偷欲偷窃仓库，如果小偷偷窃时守卫在睡觉，小偷能偷得价值 V 的赃物；如果小偷偷窃时守卫没睡觉，小偷会被抓住。设小偷被抓住后坐牢为负效用 $-P$，守卫睡觉而未遭偷窃为正效用 S，因睡觉被窃受处罚为负效用 $-D$。小偷不偷既无得也无失，守卫不睡意味着出一份力挣一份钱也没有得失。根据假设，小偷在博弈中有“偷”和“不偷”两种策略，守卫有“睡”和“不睡”两种策略，得益矩阵如图 2.20 所示。

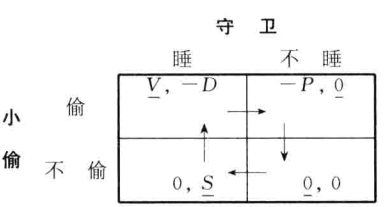


图 2.20　小偷与守卫的博弈

这是一个非对称非零和博弈。根据图 2.20 中得益数字下所划短线和箭头方向容易明白，这个博弈不存在纯策略纳什均衡。因为小偷选择“偷”，对守卫来说最好的策略是“不睡”，可以抓住小偷完成职责，免受处罚；但当守卫“不睡”时，小偷的正确策略是“不偷”而不是“偷”；既然小偷“不偷”，当然守卫“睡”更合算；而守卫偷懒“睡”时，小偷“不偷”白不偷，当然要“偷”；……这种一环套一环的因果循环永远不可能停止，无论从哪里开始都一样。因此，这个博弈也无法预测结果。

这个博弈两博弈方的决策原则也与猜硬币博弈相同，即应该以随机方式选择策略，并且随机选择两种策略的概率不能让对方有可乘之机。这里打算用图解方法，而不是前面使用的代数方法，确定混合策略纳什均衡的概率分布。图解分析对于理解混合策略和混合策略中概率分布的意义有特殊价值，还有利于对博弈问题进一步扩展讨论。

先讨论小偷选择“偷”与“不偷”两种策略概率的确定。在图 2.21 所示中，横轴表示小偷选择“偷”策略的概率 p_t，它分布在 0 到 1 之间，“不偷”的概率则等于 $1-p_t$；纵轴则反映对应小偷各种“偷”概率，守卫选择“睡”策略的期望得益。图中从 S 到 $-D$ 连线的纵坐标就是在横坐标对应的小偷“偷”概率下，守卫“睡”的期望得益 $S(1-p_t)+(-D)p_t$。

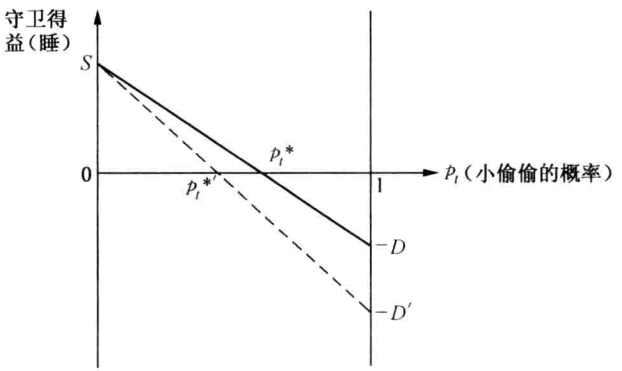


图 2.21 小偷的混合策略

容易说明该线与横轴交点 p_t^*就是小偷“偷”的最佳概率，“不偷”的最佳概率为 $1-p_t^*$。假设小偷“偷”的概率大于 p_t^*，守卫“睡”的期望得益小于 0，他肯定选择“不睡”，从而小偷偷一次被抓一次有赔无赚，因此小偷

“偷”的概率大于 p_l^* 是不可取的。反过来，如果小偷“偷”的概率小于 p_l^*，则守卫“睡”的期望得益大于 0，守卫睡大觉合算，即使小偷提高一些“偷”的概率，只要不大于 p_l^*，守卫都会选择“睡”，小偷不用害怕会被抓住。在保证不被抓住的前提下，小偷“偷”的概率越大收获越大，因此他会让“偷”的概率趋向于 p_l^*，均衡点是小偷以概率 p_l^* 和 $1-p_l^*$ 分别选择“偷”和“不偷”。此时守卫“睡”和“不睡”的期望得益都等于 0，选择纯策略“睡”或“不睡”，或者混合策略的期望得益都相同。不过，为了让小偷也没有可乘之机，守卫也必须选择特定概率分布的混合策略。

可以用类似的方法分析守卫采取“睡”与“不睡”的混合策略概率分布。结论是图 2.22 中的 p_g^* 和 $1-p_g^*$ 是守卫的最佳概率选择。

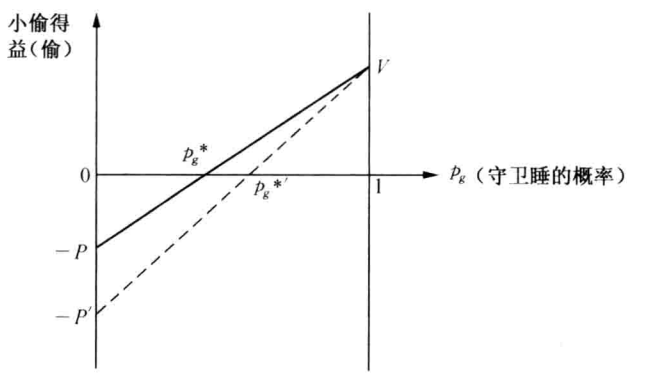


图 2.22　守卫的混合策略

在小偷和守卫的博弈中，小偷分别以概率 p_l^* 和 $1-p_l^*$ 随机选择“偷”与“不偷”，守卫分别以概率 p_g^* 和 $1-p_g^*$ 随机选择“睡”与“不睡”时，双方都不能通过改变策略改善自己的期望得益，因此构成混合策略纳什均衡。这也是该博弈唯一的纳什均衡。

小偷与守卫之间的混合策略博弈，还可以揭示一种“激励的悖论”。假设当局为了抑制盗窃现象而加重对小偷的惩罚，也就是加大 P，在图 2.22 中即 $-P$ 向下移动到 $-P'$。如果守卫不改变原均衡的混合策略概率分布，此时小偷“偷”的期望得益会变为负值，小偷会停止“偷”。但是在长期中，小偷减少“偷”会使守卫更多选择“睡”，最终守卫会将“睡”的概率提高到 $p_g^{*\prime}$，达到新的均衡，小偷“偷”的期望得益又恢复到 0，会重新选择

混合策略。由于小偷的混合策略概率分布由图 2.21 决定，不受 P 值的影响。因此，在长期中政府加重对小偷的惩罚最多只能抑制短期的盗窃发生率，对长期盗窃率没有影响，长期作用是让守卫更多偷懒。当然，如果将守卫可以轻松赚钱也看作增加社会福利，或者理解成单位可以少派守卫，那么政府加重对小偷的惩罚还是有意义的。

再讨论加重对失职守卫处罚的作用。加重对守卫处罚即 D 增大到 D'。如果小偷“偷”的概率不变，守卫“睡”的期望得益变为负值，守卫会选择“不睡”。守卫“不睡”小偷只能减少“偷”，直到将 p_l^* 下降到 $p_l^{*\prime}$，此时守卫又会恢复混合策略。因此，加重对守卫的处罚短期效果是使守卫真正尽职，但长期中并不能使守卫更尽职，守卫的勤勉程度不是由 D 决定。在长期中加重处罚失职守卫的真正作用，恰恰是降低发生盗窃案的概率。

小偷和守卫博弈揭示的这种政策目标和政策结果之间的意外关系，常被称为“激励的悖论”。这个悖论对于制定政策和进行管理很有启发性。

对于上面的分析读者可能仍然存在疑问，因为很难相信现实中的小偷和守卫有选择上述混合策略概率的意识和能力，通过反复博弈摸索均衡概率似乎也不现实。这些问题在类似的混合策略均衡博弈中都存在。这些疑问其实早在纳什提出纳什均衡概念时，就给出了解决方法。纳什一开始就提供了关于纳什均衡的理性主义和群体行为两种解释。理性主义解释是个体理性选择的策略均衡，群体行为解释指大量个体组成的群体中，面临同样博弈问题采用特定纯策略的频率(比例)稳定性。按照这种群体行为解释，小偷与守卫对混合策略的选择，可以分别理解为某个地区偷盗案件发生的频率和该地区所有守卫中偷懒和勤勉者的比例，混合策略纳什均衡就是上述频率和比例之间的平衡关系。这种解释并不要求小偷和守卫有混合策略概率选择的意识和能力，因此更符合实际，对于指导实践也更有意义。

2.4.2 多重均衡博弈和混合策略

混合策略概念和混合策略纳什均衡分析方法，不仅适用于分析没有纯策略纳什均衡的博弈，也适用于分析有多个纯策略纳什均衡的博弈。

一、夫妻之争的混合策略纳什均衡

夫妻之争博弈的得益矩阵，如图2.23所示。用划线法和箭头法得出的结论是该博弈有两个纳什均衡，即(时装，时装)和(足球，足球)。在该博弈中，如果一方知道另一方选择了某种策略，明智的选择是与对方保持一致。因此，两博弈方的利益有较大的一致性，他们不仅不害怕对方知道自己的选择，甚至很希望对方了解自己的选择。博弈方的决策思路和原则与没有纳什均衡的严格竞争博弈显然不同。

		丈夫	
		时装	足球
妻子	时装	2, 1	0, 0
	足球	0, 0	1, 3

图 2.23　夫妻之争

但是，该博弈夫妻双方对两个纳什均衡的偏好也有矛盾，妻子偏好前一个纳什均衡，而丈夫则偏好后一个纳什均衡。因此，当两人从自身最大利益出发独立同时决策时，也不能肯定他们会作怎样的选择，无法知道博弈的结果会是哪个纯策略组合。也就是说，在纯策略的范围内，该博弈也无法对两博弈方的选择提出确定的建议，也需要考虑博弈方采用混合策略的可能性。

设 $p_w(C)$和 $p_w(F)$分别为妻子选择时装表演和足球的概率，如果妻子不想让丈夫利用自己的选择倾向占上风，则自己的概率选择应使丈夫选择两种策略的期望得益相同，即

$$p_w(C)\times 1+p_w(F)\times 0=p_w(C)\times 0+p_w(F)\times 3$$

化简得 $p_w(C)=3p_w(F)$。由于 $p_w(C)+p_w(F)=1$，因此 $p_w(C)=0.75$，$p_w(F)=0.25$。

同样的，设 $p_h(C)$和 $p_h(F)$为丈夫选择时装表演和足球赛的概率，那么丈夫为了不让妻子占上风，其随机选择纯策略的概率分布也要让妻子选两种策略的期望相同，即

$$p_h(C)\times 2+p_h(F)\times 0=p_h(C)\times 0+p_h(F)\times 1$$

化简得 $2p_h(C)=p_h(F)$。由于 $p_h(C)+p_h(F)=1$，因此 $p_h(C)=1/3$，$p_h(F)=2/3$。

当妻子以(0.75，0.25)的概率分布随机选择时装表演和足球，丈夫以(1/3，2/3)的概率随机选择时装表演和足球时，双方都无法通过单独改

变策略而提高利益，因此双方上述概率分布的组合构成一个混合策略纳什均衡。该混合策略纳什均衡给妻子和丈夫各自带来的期望得益为

$$\begin{aligned}&p_w(C)\cdot p_h(C)\cdot 2+p_w(C)\cdot p_h(F)\cdot 0\\&+p_w(F)\cdot p_h(C)\cdot 0+p_w(F)\cdot p_h(F)\cdot 1\\&=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times 2+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times 1\approx 0.67\end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}&p_w(C)\cdot p_h(C)\cdot 1+p_w(C)\cdot p_h(F)\cdot 0\\&+p_w(F)\cdot p_h(C)\cdot 0+p_w(F)\cdot p_h(F)\cdot 3\\&=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times 1+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times 3=0.75\end{aligned}$$

不难发现，这个结果明显不如夫妻双方能交流协商时，任何一方迁就另一方时的双方得益，后者任何一方都至少得 1。如果没有强行设定双方不能交流串通的博弈规则，双方决策时没有被客观或人为原因隔离开来，也没有因为赌气而采取不理性态度，这种夫妻之间的决策问题不应该用上述博弈方式解决。

二、制式问题

在经济活动中有许多与夫妻之争相似的博弈问题，制式问题就是典型的例子。电器和电子设备往往有不同的原理或相关技术标准，我们称之为不同的制式。如果生产相关电器或电子设备的厂商采用相同的制式，产品之间就能相互匹配，零配件也可能相互通用，这对于推广各自的产品和在生产经营中进行合作很有帮助。设有两个厂商同时计划引进彩电生产线，而彩电有 A、B 两种制式，这时候两个厂商之间就有一个选择制式的博弈问题。

		厂商 2	
		A	B
厂商 1	A	1, 3	0, 0
	B	0, 0	2, 2

图 2.24 制式问题

为了使问题更加清楚起见，我们假设两个厂商同采用 A 制式时厂商 1 有 1 单位好处、厂商 2 有 3 单位好处，同时采用 B 制式时两个厂商都有 2 单位好处，制式不同时大家都没有好处，则本博弈的得益矩阵如图 2.24 所示。

容易看出，该博弈也有两个纯策略纳什均衡，分别为(A，A)和(B，B)。从得益情况看，厂商1更喜欢后一个均衡而厂商2更喜欢前一个均衡，因此究竟哪个纳什均衡会出现没有必然的结论。利用与夫妻之争博弈同样的分析方法，容易解出该博弈的混合策略纳什均衡是厂商1以概率分布(0.4，0.6)随机选择A和B，厂商2则以概率分布(0.67，0.33)随机选择A和B，双方的期望得益分别为0.664和1.296。

从结果看，两博弈方采取不相互协商，各自独立选择制式的方法也是不理想的。如果他们通过协商，共同决定采用两个纯策略纳什均衡中的任意一个，双方的得益都比混合策略均衡的期望得益更高。这证明了在引进技术、投资、开发产品等问题中，不同厂商各自为政的行为方式常常是非常低效率的。

三、市场机会博弈

市场机会博弈也是有两个纳什均衡博弈的典型代表。图2.25是一个市场机会博弈的得益矩阵。这个博弈所对应的现实问题是这样的：两个厂商同时发现一个市场机会，但这个市场的容量并不大，如果只有一个厂商进入该市场，能赚到100万利润，但如果两个厂商同时进入该市场，则他们不仅赚不到钱，而且要各亏损50万。如果在这两个厂商之间没有沟通和协商解决的有效办法，就会形成图2.25得益矩阵表示的博弈局面。

		厂商2：进	厂商2：不进
厂商1	进	−50，−50	100，0
	不进	0，100	0，0

图2.25　市场机会

用划线法或箭头法容易证明本博弈有(进，不进)和(不进，进)两个纯策略纳什均衡。在这两个纯策略纳什均衡中，前一个对厂商1有利，后一个对厂商2有利。两个厂商显然都既不希望让对方独占市场，也不希望两败俱伤。因此，混合策略是一种值得他们考虑的思路。

设厂商1选择进与不进的概率分别为p_1(进)和p_1(不)，厂商2选择进与不进的概率分别为p_2(进)和p_2(不)。厂商1的混合策略必须使厂商2选择进与不进的期望得益相同，即

$$p_1(\text{进})\cdot(-50)+p_1(\text{不})\cdot 100=p_1(\text{进})\cdot 0+p_1(\text{不})\cdot 0$$

可解得 p_1(进)$=2p_1$(不)。由于 p_1(进)$+p_1$(不)$=1$,因此 p_1(进)$=2/3$, p_1(不)$=1/3$。厂商 2 与厂商 1 情况完全对称,混合策略概率也是 p_2(进)$=2/3$ 和 p_2(不)$=1/3$。双方各以$(2/3, 1/3)$的概率选择进与不进正是本博弈的混合策略纳什均衡。两个厂商的期望得益都为

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot(-50)+\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\cdot 0+\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\cdot 100+\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 0=0$$

对于一次性博弈来说,两个厂商是否会按照这种混合策略纳什均衡行为也有疑问,但按照群体行为解释,把上述混合策略理解成在遇到类似问题的大量厂商中,$2/3$ 会选择进,$1/3$ 会选择不进,更加有意义一些。

此外,该例子也说明了纯粹的市场竞争并不一定是高效率的,在市场竞争中结合一定的协调机制,包括某种利益补偿机制,如该例中"进"的厂商对"不进"的厂商作一些补偿,从而通过协商达成协议,是更有效率的结果。

2.4.3 混合策略和严格下策反复消去法

在包括混合策略的情况下,关于严格下策反复消去法的结论仍然是成立的。即(1)任何博弈方都不会采用任何严格下策,不管它们是纯策略还是混合策略;(2)严格下策反复消去法不会消去任何纳什均衡,包括纯策略纳什均衡和混合策略纳什均衡;(3)如果经过反复消去后留下的策略组合是唯一的,那么一定是纳什均衡。因此在考虑混合策略的情况下,仍然可利用严格下策反复消去法进行分析。实际上,引进混合策略还能让严格下策反复消去法的用处更大。

如图 2.26 所示的博弈,可以说明混合策略对严格下策反复消去法的积极影响。在这个博弈中,博弈方 1 有 U、M 和 D 三种可选策略,博弈方 2 有 L 和 R 两种可选策略。不难发现,在纯策略的意义上,该博弈不存在任何严格下策。因为从博弈方 2 的角度看,当博弈方 1 选 U、M 两种策略时,R 策的得益大于 L 策,而博弈方 1 选 D 策略时,则 L 策得益

博弈方 1 \ 博弈方 2	L	R
U	3, 1	0, 2
M	0, 2	3, 3
D	1, 3	1, 1

图 2.26 混合策略和严格下策反复消去法

大于 R 策，因此 L 策和 R 策都不是他的严格下策。如果比较博弈方 1 的三种策略，同样可以发觉 U、M、D 三策中，两两之间也没有哪个绝对比另一个好，或者绝对比另一个差。因此如果只考虑纯策略，两个博弈方都没有任何严格下策，严格下策反复消去法无从运用。

但是，如果允许博弈方 1 采取混合策略，情况就会有所不同。设博弈方 1 采取如下的混合策略：以概率分布(1/2, 1/2, 0)随机选择 U、M、D，即各一半机会选 U、M，不选 D。那么与这个混合策略相比，D 是博弈方 1 的严格下策。证明如下：

当博弈方 2 采用纯策略 L 时，博弈方 1 用上述混合策略的期望得益为

$$u_1^e = \frac{1}{2} \times 3 + \frac{1}{2} \times 0 + 0 \times 1 = \frac{3}{2}$$

当博弈方 2 采用纯策略 R 时，博弈方 1 用上述混合策略的期望得益为

$$u_1^e = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2} \times 3 + 0 \times 1 = \frac{3}{2}$$

即使博弈方 2 也采用混合策略 $(q, 1-q)$，博弈方 1 采用上述混合策略的期望得益还是

$$\begin{aligned} u_1^e &= \frac{1}{2} \times q \times 3 + \frac{1}{2} \times (1-q) \times 0 + \frac{1}{2} \times q \times 0 + \frac{1}{2} \times (1-q) \times 3 \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times [q + (1-q)] = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

也就是说，不管博弈方 2 采用哪种策略，包括所有可能的纯策略和所有混合策略(对应 q 不同值)，博弈方 1 采用上述混合策略的期望得益始终为 3/2，都大于采用 D 策略的确定性得益 1。对于风险中性的博弈方来说，D 策是相对于混合策略(1/2, 1/2, 0)的严格下策，可从博弈方 1 的策略空间中去掉，博弈的得益矩阵变为图 2.27 所示。此时 L 策是博弈方 2 的相对于 R 策的严格下策，也可从博弈方 2 的策略空间中消去。在剩下的两个策略组

		博弈方 2	
		L	R
博弈方 1	U	3, 1	0, 2
	M	0, 2	3, 3

图 2.27　消去 D 策后的得益矩阵

合中，博弈方 1 当然选(M, R)。这就是该博弈的纳什均衡，此时双方得益为(3, 3)。

		博弈方 2	
		L	R
博弈方 1	U	3, 1	0, 2
	M	0, 2	3, 3
	D	2, 3	2, 1

图 2.28 无严格下策的情况

当然不是包括混合策略以后，博弈中一定会存在可以先行消去的纯策略严格下策。例如，将本例得益改为如图 2.28 所示，则 U、M、D 就都不是相对于任何纯策略或混合策略的严格下策。事实上，D 策现在非但不是博弈方 1 相对于混合策略(1/2, 1/2, 0)的严格下策，还是对博弈方 2 的混合策略 $(q, 1-q)$ (其中 $1/3 < q < 2/3$) 的最佳反应对策。读者可自行证明这一点。

2.4.4 混合策略反应函数

将博弈方的策略空间扩展到包括混合策略，将纳什均衡扩展到包括混合策略纳什均衡以后，求纳什均衡的反应函数方法也可以扩展到求混合策略纳什均衡。反应函数即一博弈方对另一博弈方每种可能决策的最佳反应决策构成的函数。在混合策略的范畴内，博弈方的决策内容为选择概率分布，因此反应函数就是一方的概率分布对另一方概率分布的反应。

先用不存在纯策略纳什均衡的猜硬币博弈作为例子。设 $(r, 1-r)$ 是盖硬币方随机选择正、反面的混合策略概率分布，$(q, 1-q)$ 是猜硬币方随机选择正、反面的混合策略概率分布，两博弈方的反应函数其实就是 r 和 q 之间的相互决定关系。

根据以前的讨论知道，本博弈中猜硬币方选择猜正面的概率 $q < 1/2$ 时，盖硬币方应选正面，相当于混合策略 $(r, 1-r)$ 中令 $r=1$，因为这样赢多输少；如果 $q > 1/2$，盖硬币方应选反面，相当于令 $r=0$；当 $q=1/2$ 时，r 等于任何值都一样，即不管采用纯策略或混合策略，以及混合策略中选哪个概率，期望得益完全一样。因此，得到图 2.29

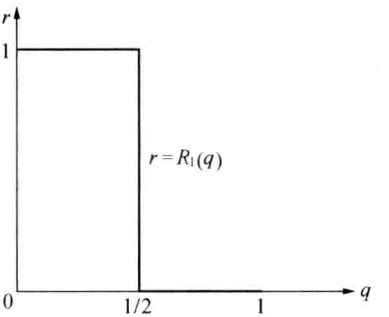


图 2.29 博弈方 1 的反应函数

中粗线表示的函数 $r=R_1(q)$，这就是盖硬币方对猜硬币方的反应函数。

同样，可作出猜硬币方对盖硬币方混合策略的反应函数 $q=R_2(r)$，如图 2.30 的粗线部分。注意为了与图 2.29 中坐标轴的名称一致，这里以横轴代表因变量，纵轴代表自变量。

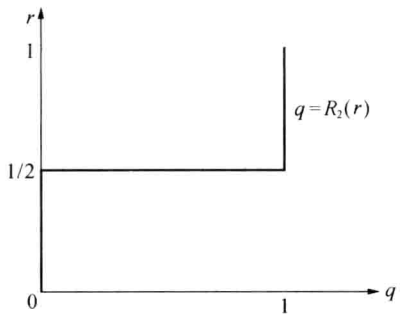


图 2.30　博弈方 2 的反应函数

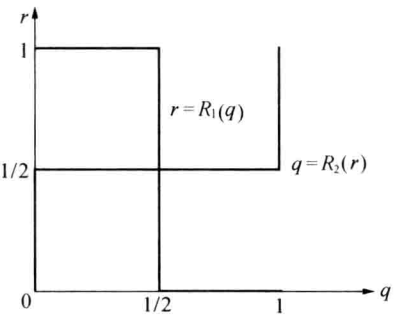


图 2.31　混合策略纳什均衡

将两条反应函数合并，则得到如图 2.31 所示的结果。两博弈方的反应函数相交于(1/2, 1/2)，即 $r=1/2$ 和 $q=1/2$，且这是唯一交点。就是说，这个博弈中只有 $r=1/2$ 和 $q=1/2$ 才是相互对对方最佳反应的混合策略概率分布，这正是本博弈唯一的混合策略纳什均衡。这与以前的结论完全一致。

再用混合策略反应函数研究有两个纯策略纳什均衡的夫妻之争博弈。设妻子的混合策略为 $(r, 1-r)$，丈夫的混合策略为 $(q, 1-q)$。如果 $q<1/3$，则妻子选时装的期望得益 $2q<2/3$，不如选足球的期望得益 $1-q>2/3$，因此妻子应选足球，即 $r=0$；如果 $q>1/3$，则妻子选时装的得益为 $2q>2/3$，大于选足球的得益 $1-q<2/3$，因此该选时装，即 $r=1$；当 $q=1/3$ 时，r 取 0 与 1 之间任何值对妻子的得益都一样。因此，妻子的反应函数如图 2.32

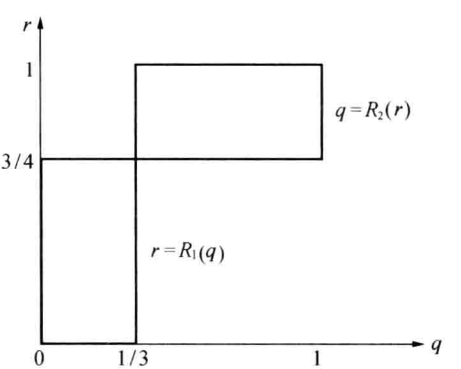


图 2.32　夫妻之争两博弈方的反应函数

中的 $r=R_1(q)$。

同样可根据 $r<3/4$，$r>3/4$ 和 $r=3/4$ 分别确定 q 的反应，得出丈夫对妻子的反应函数，如图 2.32 中的 $R_2(r)$。

注意在图 2.32 中，两博弈方的反应函数有 3 个交点。其中(0，0)，即 $r=q=0$，(1，1)，即 $r=q=1$，为两个纯策略纳什均衡；而(3/4，1/3)，对应妻子以概率分布(3/4，1/4)随机选时装、足球，丈夫以概率分布(1/3，2/3)随机选时装、足球，是本博弈的混合策略纳什均衡。

2.5 纳什均衡的存在性

把策略扩展到包括混合策略，猜硬币博弈、小偷和守卫博弈等许多没有纯策略纳什均衡的博弈都有了混合策略纳什均衡。虽然混合策略纳什均衡与纯策略纳什均衡有差别，对一次性博弈结果的预测作用较小，但在揭示博弈方决策的方法、揭示博弈问题的效率意义等方面还是非常有用的。如果所有没有纯策略纳什均衡的博弈都有混合策略纳什均衡，对博弈分析的理论和应用价值有非常重要的支持作用。幸运的是，这个问题的结论是肯定的。纳什在 1950 年就证明了这个结论。

2.5.1 纳什定理

纳什在 1950 年的经典论文中，首先提出了他自己称为“均衡点”(equilibrium point)的纳什均衡概念，并且同时证明了在相当广泛的博弈类型中，混合策略意义上的纳什均衡是普遍存在的。纳什的这个经典成果可以表述为下述定理。

纳什定理 *在一个有 n 个博弈方的博弈 $G=\{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 中，如果 n 是有限的，且 S_i 都是有限集(对 $i=1, \cdots, n$)，则该博弈至少存在一个纳什均衡，但可能包含混合策略。*

用更通俗的语言表述这个定理，就是“每个有限博弈都至少有一个混合策略纳什均衡”。纳什对这个定理的证明可以用下述方式表达：n 个博弈方的博弈中的每个策略组合，都是由 n 个博弈方的策略空间相乘得到的 n 维乘积空间中的一个点。对每个策略组合，都可以找出由 n 个博弈

方对它的最佳反应策略构成的一个或多个策略组合，这就形成了一个从上述乘积空间到它自身的一对多(one-to-many)影射(mapping)。由于在引进混合策略以后，在期望得益的意义上得益函数都是连续函数，因此影射的图形是封闭的(闭集)，且每个点在影射下的影像都是凸集，根据角谷(Kakutani)的不动点(fixed point)定理，可知该影射至少有一个不动点，这个不动点就是一个纳什均衡策略组合。

为了帮助读者理解上述证明中具有关键作用的不动点定理，我们用比较形象的方法介绍一个更基本的不动点定理，即布鲁威尔(Brouwer)的不动点定理。布鲁威尔的不动点定理可以这样理解：如果 $f(x)$ 是定义域和值域都是闭区间 $[0, 1]$ 的连续函数，则在 $[0, 1]$ 中至少存在一点 x^*，满足 $f(x^*)=x^*$。我们称"x^* 为函数 $f(x)$ 的一个不动点"。如图 2.33 所示，这个不动点定理的意义就是图中函数 $f(x)$ 对应的曲线，至少与图中的 45°线有一个交点。

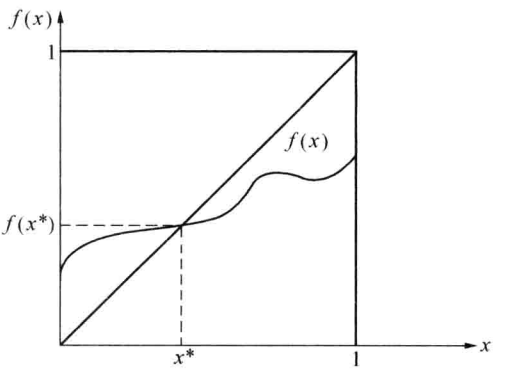


图 2.33　布鲁威尔的不动点定理

角谷的不动点定理是关于一维空间上影射(一元函数)的布鲁威尔不动点定理在 n 维空间影射上的推广，其意义是在 n 维空间的有界闭凸集上的连续影射，至少存在一个影像与原像是同一点的不动点。因为在混合策略的意义上，博弈方之间的策略反应函数构成的正是 n 维空间上的连续影射。因此根据角谷的不动点定理，博弈方之间的策略反应函数至少存在一个不动点，该不动点就是混合策略意义上的纳什均衡。

2.5.2　纳什定理的意义和扩展

纳什均衡的普遍存在性，保证了纳什均衡分析是一种普遍适用的分析工具，纳什均衡的"一致预测"性质才具有更大意义，纳什均衡才会成为博弈分析的中心概念和基本出发点。因此，纳什均衡的存在性是纳什均衡概念最重要的性质，也是纳什首先证明纳什均衡存在性的工作特别重

要的原因所在。

1950年以后，纳什自己和其他人又用不同的方法，或对不同的博弈类型范围，重新证明了纳什均衡的存在性。最重要的扩展是将针对有限策略形博弈的纳什定理，推广到行为或策略不可数，且有连续得益函数的无限博弈中。即证明策略空间是欧几里德空间的非空、紧凸子集的策略形博弈，如果有连续和拟凹的得益函数，就一定存在纯策略纳什均衡(Debreu, 1952; Glicksberg, 1952; Fan, 1952)。或者证明在策略空间是矩阵空间的非空紧子集的策略形博弈，且当得益函数是连续函数时，存在混合策略纳什均衡(Glicksberg, 1952)。此外，Kuhn(1953)证明了每个完美信息的 n 人有限博弈都有一个纯策略纳什均衡，并且 Kuhn 的定理实际上是博弈论第一个定理，即 Zermelo(1913)的象棋博弈有“解”定理的一般化和扩展。

2.6 纳什均衡的选择和分析方法扩展

纳什均衡在相当广泛的博弈类型中普遍存在，保证了这个均衡概念在博弈分析中的作用和地位。不仅本章讨论的完全信息静态博弈可以用纯策略和混合策略纳什均衡进行分析，在将来讨论的动态博弈、不完全信息博弈分析中，纳什均衡也是基本分析概念，这些博弈的核心均衡概念本身都是纳什均衡，都是纳什均衡的某种精炼。

但是，纳什均衡的作用还是有局限性的，即使是简单的完全信息静态博弈，也并不一定能靠纳什均衡分析彻底解决。因为在许多博弈中，纳什均衡是不唯一的，而且不同纳什均衡之间没有明显的优劣关系，从而博弈方的选择会遇到困难，夫妻之争就是典型的例子。事实上，即使几个纳什均衡之间存在明显的优劣关系(帕累托效率意义上)，也不能保证博弈方一定选择较优的纳什均衡，因为博弈方可能还会考虑风险因素。在存在“破坏者”或部分博弈方之间“串通”可能性的多人博弈中，博弈结果往往也无法用纳什均衡加以解释。这些情况的存在，说明仅仅进行纳什均衡分析有时候是不够的，必须再作进一步的深入分析。

2.6.1　帕累托和风险上策均衡

一个博弈不止存在一个纳什均衡时，就是一个多重纳什均衡的博弈问题。多重纳什均衡博弈是非常普遍的，我们分析过的许多博弈都属于这种情况。在引进混合策略概念时，已经对多重纳什均衡的问题作了一些讨论。但很显然，大多数多重纳什均衡的博弈问题不能通过引进混合策略加以解决。因为混合策略本身不一定比纯策略更好，而且对于确定哪个纯策略更好也没有作用。因此，有必要对多重纳什均衡导致的选择问题，博弈方的决策行为方式等作一些讨论。

一、帕累托上策均衡

当然，不是所有多重纳什均衡博弈都会导致分析困难。有些博弈虽然存在多个纳什均衡，但纳什均衡之间有明显的优劣差异，某个纳什均衡给所有博弈方带来的利益都大于其他纳什均衡，各博弈方不仅自己会选择该纳什均衡的策略，也可以预料其他博弈方也会选择该纳什均衡的策略，就不会有选择困难。

上述多重纳什均衡选择所依据的是帕累托效率意义上的优劣关系，这种方法选出来的纳什均衡称为“帕累托上策均衡”。帕累托上策均衡的例子很多，这里用下面这个“战争与和平”博弈为例作一些说明。

从国家和人民长远利益的角度，战争通常对任何一方都是有害无益的。选择战争比选择和平有利的唯一情况是对方选择战争，这时候不奋起反击就会任人宰割，如中国的抗日战争。可以用图 2.34 中的得益矩阵表示两个国家对战争与和平选择博弈。该得益矩阵充分反映了战争对双方都不利，但当一个国家选择战争时，另一个国家不作抗争会更悲惨的一般规律。

		国家 2	
		战　争	和　平
国家 1	战　争	−5，−5	8，−10
	和　平	−10，8	10，10

图 2.34　战争与和平博弈

这个博弈中有两个纯策略纳什均衡，即(战争，战争)和(和平，和平)。其中(和平，和平)显然是两个纳什均衡中帕累托效率较好的一个，也是本博弈的帕累托上策均衡。如果两个国家的决策者都是理性的，这两个国家之间就不应该发生战争。因为和平共处对双方都更有利，每个国家都不仅自己应该选择和平，而且也能指望对方会选择和平，因此(和平，和平)是这个博弈比较合理的结果。这正是帕累托上策均衡的现实基础和

意义。

可以用帕累托上策均衡进行分析的博弈问题还有许多，读者不妨自己找例子进行分析。

二、风险上策均衡

帕累托上策均衡在均衡选择方面的作用是很明显的，特别是博弈方理性程度比较高时，似乎没有理由怀疑帕累托上策均衡的预测能力。但是，进一步深入分析还是会发现帕累托上策均衡的弱点，其预测能力也许没有我们想象的那么强。

上述战争与和平博弈的帕累托上策均衡就可能引起质疑。根据战争与和平博弈帕累托上策均衡的预测，两个理性的国家在面对于双方都不利的战争时，都会选择避免战争维护和平。但事实上却是人类历史上发生过无数次两败俱伤的惨痛战争。这也许可以用决策者缺乏足够理性，更多考虑眼前利益、个人或小集团利益等加以解释，但这些不足以解释如此众多的愚蠢战争。事实上，人类众多的战争背后有着更强的内在机制，那就是存在战争风险时选择和平有更大的风险，选择战争反而相对安全，因此从风险和安全的角度考虑，理性的决策者不一定选择帕累托上策均衡。

猎鹿(stag-hunting)博弈是体现风险思想的生动例子。猎鹿博弈是这样的：两个人同时发现 1 头鹿和 2 只兔子，如果两个人合力抓鹿，可以抓住这头价值 10 单位的鹿平分，兔子就抓不到了；如果两个人都抓兔子，各可以抓到 1 只价值 3 单位的兔子，鹿会跑掉；如果一个人选择抓兔子，而另一个人选择抓鹿，抓兔子的能抓到 1 只兔子，抓鹿的人什么也抓不到。再假设两个人来不及商量，必须在瞬间作出决策，这就是一个典型的静态博弈问题。这个博弈的利益关系如图 2.35 的得益矩阵所示。

很显然，这个博弈有两个纳什均衡(鹿，鹿)和(兔，兔)，其中(鹿，鹿)是帕累托上策均衡，因此选择(鹿，鹿)是符合双方利益的。但是，虽然(鹿，鹿)比(兔，兔)多 2 单位利益，可是如果一方抓鹿时，另一方没有抓鹿而是抓兔，抓鹿的就会一无所获，抓兔子则有比较安全的利益。即使另一方只有一半的可能性选择抓兔子，选择

		博弈方 2	
		鹿	兔
博弈方 1	鹿	5，5	0，3
	兔	3，0	3，3

图 2.35 猎鹿博弈

抓鹿的期望得益也只有 2.5 单位，小于抓兔子的确定性得益 3 单位。因此，如果考虑这种风险，(鹿，鹿)不再是必然的选择，即使它是帕累托上策均衡。精明的博弈方往往选择抓兔子而不是鹿，(兔，兔)是这个博弈更合理的选择和结果，我们称(兔，兔)是这个博弈的一个“风险上策均衡”(risk-dominant equilibrium)。风险上策均衡的简单判别标准是，所有博弈方预计其他博弈方采用各个纳什均衡的策略概率相同时，都偏爱其中某一纳什均衡，则该纳什均衡就是风险上策均衡。

博弈方对风险上策均衡的选择倾向，还有自我强化的机制。当部分或所有博弈方选择风险上策均衡的可能性增强的时候，博弈方选择帕累托上策均衡的期望得益会变小，从而使各博弈方更倾向于选择风险上策均衡，而这又进一步使选择帕累托上策均衡的得益更小，形成选择风险上策均衡概率的正反馈机制。这种正反馈往往使得开始时不大的各个博弈方采用风险上策均衡的概率，甚至只是对其他博弈方可能采用风险上策均衡策略的担心，演变为趋向相对低效率的风险上策均衡的强烈趋势。而且，上述反馈机制会随着相互信任的难度提高而加强。例如，当合作猎鹿需要 10 个人同心协力才能成功，只要其中 1 人不合作就必然失败时，人们就更难选择合作。因为相信其他 9 人会同时合作，比相信其他 1 人会合作要难得多，此时选择合作的风险非常大。

用风险上策均衡思想分析战争与和平博弈，可以对人类历史为什么发生那么多愚蠢的战争作出更好的解释。如果一国假设对手选择战争或和平的概率都是 50%，根据图 2.34 的矩阵中得益容易算出，选择战争的期望利益 $0.5\times(-5)+0.5\times 8=1.5$，选择和平的期望利益只有 $0.5\times(-10)+0.5\times 10=0$，前者明显大于后者，因此(战争，战争)是本博弈的风险上策均衡。这就是说，如果两个国家相互怀疑对方有不小的战争动机，或者由于互不信任而不断加深相互猜忌，最终爆发战争的可能性就会很大。这正是人类历史上那么多愚蠢的战争背后最根本的内在规律之一。

风险上策均衡是人们经济决策和行为的重要规律之一，如果忽视这种均衡或行为规律的存在，忽略人们选择风险上策均衡的可能性，就可能无法对许多决策问题进行准确的分析判断，无法对许多经济现象作出合理的解释。

2.6.2 聚点和相关均衡

多重纳什均衡还有更多的困难。如夫妻之争的3个纳什均衡中，除了混合策略纳什均衡明显较差以外，两个纯策略纳什均衡之间不存在帕累托效率意义上的优劣关系，一个对丈夫有利，另一个对妻子有利，两个博弈方如何选择很难判断。这种情况下人们往往必须超越博弈利益关系，从心理、习惯、文化、环境等方面寻找决策依据，发展出克服决策选择困难的方法。聚点均衡和相关均衡就是这样的方法。

一、聚点均衡

通过对与夫妻之争类似博弈进行的实验发现，大多数博弈方似乎知道此类博弈的选择方法，也能够相互理解对方的行为。博弈方往往会利用共同文化背景中的习惯、知识，或有特定意义的事物、特殊数量、位置关系等帮助决策。

例如，让两个博弈方同时报出一个时间，所报时间相同各奖励100元，所报时间不同没有奖励。这个时间博弈显然有无穷多个纳什均衡，双方选择任何相同的时间都是纳什均衡，而且不存在帕累托优劣关系，因此理论上两个博弈方的行为无法预测，赢得奖励的概率极其微小。但事实上，人们在这个博弈中获得奖励的概率并不低。因为两个博弈方往往都会选择类似“1点钟”、“12点”这种既是整点，又有特殊意义（一天第一个小时和上下午分界时点），容易同时想到的时间，不大可能选择类似“9点01分”、“3点46分”等难以同时想到的时间，因此赢得奖励的机会还是较大的。我们称“1点”、“12点”为这个博弈的“聚点”（focal points）。双方同时选择一个聚点构成的纳什均衡，称为“聚点均衡”（focal point equilibrium）。当然，聚点均衡首先是纳什均衡，是多重纳什均衡中比较容易被选择的纳什均衡。

聚点均衡的另一个经典例子是“城市博弈”（cities game）。我们用一个简化版本说明：要求两个博弈方各自独立将上海、南京、长春、哈尔滨4个城市分为每组2个城市的2组，若两个人分法相同则各得100元，否则没有奖金。显然这个博弈中也有多个纳什均衡，包括同将上海和南京分为一组、将上海和长春分为一组、将上海和哈尔滨分为一组，然后将余下两个城市分为一组的三种分法。如果是两个中国人参加这个博弈，通常都会将上海和南京分为一组，长春和哈尔滨分为一组。理由很简单，因为

上海和南京是南方城市，长春和哈尔滨是北方城市，根据地理位置给城市分类是具有基本地理常识的人都容易想到的，因此是一个聚点。如果有一个博弈方仅仅因为父母分别来自于哈尔滨和南京，就将这两个城市分为一组，恐怕不能指望获得奖金。

夫妻之争博弈也是适用聚点均衡的博弈问题，生日、双方的性格脾气等都可能作为聚点的根据。

从我们讨论的几个聚点均衡例子可以看出，聚点均衡确实反映了人们在多重纳什均衡选择中的某些规律性，现实中可以用聚点分析解释的博弈问题很多。当然，什么因素可以成为某个博弈的聚点，只能具体问题具体分析了。

二、相关均衡

在现实中，当人们反复遇到相似的选择难题时，很有可能会通过反复试探、培养默契等，形成特定的机制（制度安排）来摆脱困境。“相关均衡”（correlated equilibrium）就是这样一种解决多重纳什均衡选择难题的机制。相关均衡的思想可以通过下列 2×2 静态博弈说明。

在图 2.36 得益矩阵表示的博弈中，(U, L)和(D, R)是两个纯策略纳什均衡。另外有一个混合策略纳什均衡[(1/2, 1/2),(1/2, 1/2)]，即两个博弈方都以 1/2 的概率在自己两个纯策略中随机选择。虽然两个纯策略纳什均衡都能使两个博弈方得到 6 单位得益总和，但两个纳什均衡下双方的利益相差很大，双方很难自然达成一致。如果采用混合策略纳什均衡，有 1/4 可能性遇到最差的(U, R)，双方的期望得益都只有 2.5 单位，也不理想，即聚点均衡在这里也不适用。

		博弈方 2	
		L	R
博弈方 1	U	5, 1	0, 0
	D	4, 4	1, 5

图 2.36　相关均衡

因为避免(U, R)符合双方的利益，因此双方可能通过协商约定采用如“抛一硬币，出现正面博弈方 1 采用 U，博弈方 2 采用 L；出现反面博弈方 1 采用 D，博弈方 2 采用 R”的规则进行选择。这样两个纯策略纳什均衡(U, L)和(D, R)各有 1/2 出现可能，且可以保证排除(U, R)，双方期望得益都是 3，明显好于混合策略纳什均衡的期望得益，也解决了两个纯策略纳什均衡选择的僵局。同样的方法用到夫妻之争博

弈中，双方可以约定："明天天气好一起看足球赛，天气不好一起看时装表演"。

进一步发展上述思路，还可能实现更好的结果。在图 2.36 所示博弈中，有一个总得益更高的策略组合(D, L)，由于不是纳什均衡，因此除了混合策略纳什均衡包含采用它的可能性以外，在一次性博弈中无法实现它。但我们可以设计一种均衡选择机制，既能够较高概率包含选择该策略组合，又能排除(U, R)。这种选择机制的关键部分是发出"相关信号"(correlated signals)的装置：(1)该装置以相同概率(各 1/3)随机发 A、B、C 三种信号。(2)博弈方 1 只能看到信号是否 A，博弈方 2 只能看到信号是否 C。(3)博弈方 1 看到 A 采用 U，否则采用 D；博弈方 2 看到 C 采用 R，否则采用 L。

不难发现，该机制有下列重要性质：(1)保证 U 和 R 不会同时出现，即排除掉了(U, R)；(2)(U, L)、(U, D)和(D, R)各以 1/3 的概率出现，从而两博弈方的期望得益 3 + 1/3；(3)双方按照该机制的选择构成纳什均衡；(4)上述相关装置并不影响原来的均衡。即如果一个博弈方忽视信号，另一个博弈方也可以忽视信号，并不影响原来能实现的利益。我们称双方根据上述相关装置选择策略构成的纳什均衡为"相关均衡"。上述相关均衡至少部分实现了(D, L)，对提高博弈效率是有意义的。

2.6.3 共谋和防共谋均衡

在多人博弈中，存在部分博弈方联合追求小团体利益的可能性。这种情况会导致纳什均衡，以及帕累托上策均衡等的不稳定性。对这种可能性的考虑，导出了"防共谋均衡"(coalition-proof equilibrium)。

一、多人博弈中的共谋问题

在多人博弈中，如果部分博弈方通过串通合谋行动能得到更大利益，这些博弈方就有很强的串通合谋动机。如果不能排除这种隐患，纳什均衡分析的可靠性必然会有问题。我们通过下面两个得益矩阵表示的三人博弈加以说明。

在图 2.37 的两个得益矩阵表示的三人博弈中，博弈方 1 选择行策略 U、D，博弈方 2 选择列策略 L、R，博弈方 3 选择矩阵 A、B。该博弈有两个纯策略纳什均衡(U, L, A)和(D, R, B)，前者帕累托优于后者，前者

也在风险上策的意义上优于后者。如果博弈方各自独立决策和采取行动，该博弈的结果应该是(U, L, A)。

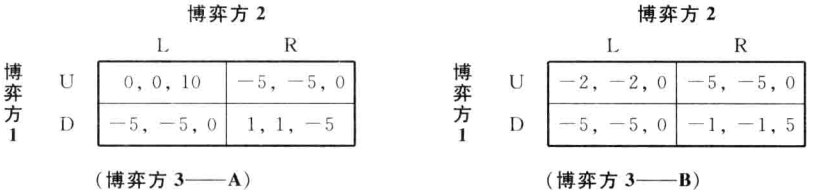


图 2.37　多人博弈中的共谋问题

但是如果考虑博弈方之间存在串通共谋的可能性，(U, L, A)就不一定是博弈结果。因为如果博弈方 3 选择 A，只要博弈方 1 和博弈方 2 形成默契一致行动，分别采用 D 和 R，他们就都可以获得 1 单位得益，大于(U, L, A)时的得益 0。纳什均衡分析不能解决这个问题，帕累托上策均衡和风险上策均衡同样不能解决这个问题，必须引进新的分析概念。

二、防共谋均衡

上述共谋问题引出了“防共谋均衡”的思想。防共谋均衡可以通过对共谋(串通)范围的归纳过程定义。

定义　如果一个博弈的某个策略组合满足下列要求：(1)没有任何单个博弈方的“串通”会改变博弈结果，即单独改变策略无利可图(纳什均衡)；(2)给定选择偏离的博弈方有再次偏离的自由时，没有任何两个博弈方的串通会改变博弈结果；(3)以次类推，直到所有博弈方都参加的串通都不会改变博弈结果。满足上述要求的均衡策略组合称为“防共谋均衡”。

很显然，防共谋均衡就是要排除多人博弈中可能存在的部分博弈方共谋行动给博弈结果带来的不稳定性。在串通勾结有利可图的多人博弈情况下，防共谋均衡比纳什均衡、帕累托上策均衡等更加可靠，解释社会经济现象和预测结果的能力更强。

不难根据上述定义验证图 2.37 中三人博弈的(U, L, A)不是防共谋均衡，因此它是不稳定的。相反，虽然(D, R, B)从帕累托效率的意义上明显不如(U, L, A)，但却是防共谋均衡。因为给定偏离者还能继续偏离的约束，无论是个人偏离(D, R, B)，还是任何两个人，或者所有 3 个人的联合偏离，都不能增加他们的利益。因此，当不能排除串通可能性

的时候，(D, R, B)比(U, L, A)有更大的稳定性，更可能是博弈的结果。由于(D, R, B)在帕累托效率意义上比(U, L, A)差，因此也可以说上述分析揭示了一种多人博弈的更复杂的“囚徒的困境”。

本章内容提要

本章对完全信息静态博弈理论进行了比较详细的讨论，介绍了上策均衡、严格下策反复消去法、划线法、箭头法和反应函数法等博弈分析方法，引进了非合作博弈理论的核心均衡概念——纳什均衡，介绍了纳什均衡的一致预测性质，引进了混合策略和混合策略纳什均衡概念，探讨了上述博弈分析方法和概念之间的关系。在上述基础上，本章还介绍了纳什均衡的存在性定理，对纳什均衡分析的问题，包括多重纳什均衡的选择问题等进行了讨论，介绍了帕累托上策均衡、风险上策均衡、相关均衡和聚点均衡等均衡精练或选择概念，还讨论了多人博弈中的共谋问题和介绍了防共谋均衡概念。在介绍理论、概念和分析方法时，还对经济活动和现实生活中一些问题和现象背后的内在根源和规律等进行了讨论。

本章基本概念

上策均衡　严格下策反复消去法　划线法　箭头法　纳什均衡　纯策略　混合策略　混合策略纳什均衡　反应函数　一致预测　纳什定理　帕累托上策均衡　风险上策均衡　聚点均衡　相关均衡　防共谋均衡

思考练习题

1. 上策均衡、严格下策反复消去法和纳什均衡相互之间的关系是什么？

2. 为什么说纳什均衡是博弈分析中最重要的概念？

3. 找出现实经济或生活中可以用帕累托上策均衡、风险上策均衡分析的例子。

4. 多重纳什均衡是否会影响纳什均衡的一致预测性质，对博弈分析有什么不利影响？

5. 下面的得益矩阵表示两博弈方之间的一个静态博弈。该博弈有

没有纯策略纳什均衡？博弈的结果是什么？

		博弈方 2		
		L	C	R
博弈方 1	T	2, 0	1, 1	4, 2
	M	3, 4	1, 2	2, 3
	B	1, 3	0, 2	3, 0

6. 求出下图中得益矩阵所表示的博弈中的混合策略纳什均衡。

		博弈方 2	
		L	R
博弈方 1	T	2, 1	0, 2
	B	1, 2	3; 0

7. 博弈方 1 和博弈方 2 就如何分 10 000 万进行讨价还价。假设确定了以下规则：双方同时提出自己要求的数额 s_1 和 s_2，$0 \leqslant s_1, s_2 \leqslant 10\,000$。如果 $s_1+s_2 \leqslant 10\,000$，则两博弈方的要求都得到满足，即分别得 s_1 和 s_2，但如果 $s_1+s_2 > 10\,000$，则该笔钱就被没收。问该博弈的纯策略纳什均衡是什么？如果你是其中一个博弈方，你会选择什么数额，为什么？

8. 设古诺模型中有 n 家厂商。q_i 为厂商 i 的产量，$Q=q_1+\cdots+q_n$ 为市场总产量。P 为市场出清价格，且已知 $P=P(Q)=a-Q$（当 $Q<a$ 时，否则 $P=0$）。假设厂商 i 生产 q_i 产量的总成本为 $C_i=C_i(q_i)=cq_i$，也就是说没有固定成本且各厂商的边际成本都相同，为常数 $c(c<a)$。假设各厂商同时选择产量，该模型的纳什均衡是什么？当 n 趋向于无穷大时，博弈分析是否仍然有效？

9. 两寡头古诺模型，$P(Q)=a-Q$ 等与上题相同，但两个厂商的边际成本不同，分别为 c_1 和 c_2。如果 $0<c_i<a/2$，问纳什均衡产量各无多少？如果 $c_1<c_2<a$，但 $2c_2>a+c_1$，则纳什均衡产量又为多少？

10. 甲、乙两公司分属两个国家，在开发某种新产品方面有下面得益矩阵表示的博弈关系（单位：百万美元）。该博弈的纳什均衡有哪些？如果乙公司所在国政府想保护本国公司利益，有什么好的方法？

		乙公司	
		开 发	不开发
甲公司	开 发	−10, −10	100, 0
	不开发	0, 100	0, 0

11. 设一个地区选民的观点标准分布于[0, 1]上，竞选一个公职的每个候选人同时宣布他们的竞选立场，即选择 0 到 1 之间的一个点。选民将观察候选人们的立场，然后将选票投给立场与自己的观点最接近的候选人。例如有两个候选人，宣布的立场分别为 $x_1=0.4$ 和 $x_2=0.8$，那么观点在 $x=0.6$ 左边的所有选民都会投候选人 1 的票，而观点在 $x=0.6$ 右边的选民都会投候选人 2 的票，候选人 1 将以 60% 的选票获胜。再设如果有候选人的立场相同，那么立场相同的候选人将平分该立场所获得的选票，得票领先的候选人票数相同时，则用抛硬币决定哪个候选人当选。我们假设候选人唯一关心的只是当选(即不考虑自己对观点的真正偏好)，如果有两个候选人，问纯策略纳什均衡是什么？如果有 3 个候选人，请作出一个纯策略纳什均衡。

12. 运用本章的均衡概念和思想讨论下列得益矩阵表示的静态博弈。

		博弈方 2	
		L	R
博弈方 1	U	6, 6	2, 7
	D	7, 2	0, 0

(a)

		博弈方 2	
		L	R
博弈方 1	U	9, 9	0, 8
	D	8, 0	7, 7

(b)

第三章　完全且完美信息动态博弈

本章讨论完全且完美信息动态博弈，简称“动态博弈”。动态博弈在表示方法、分析方法和均衡概念等方面都与静态博弈有很大差异。本章对动态博弈的特征、可信性问题，以子博弈完美纳什均衡和逆推归纳法为核心的动态博弈分析方法等进行深入介绍，应用这些分析方法讨论经典动态博弈问题，并进一步讨论逆推归纳法的问题，介绍颤抖手均衡和顺推归纳法等。

3.1　动态博弈的表示法和特点

现实中，许多多人策略较量往往是依次而不是同时选择行为的，而且后选择行为者能够看到先选择行为者的选择内容。例如商业活动中的议价，拍卖活动中的轮流竞价，资本市场上收购兼并和反收购兼并都是这样。这种依次选择的博弈称为“动态博弈”(dynamic games)，也称为“序列博弈”(sequential games)。动态博弈中，各博弈方先后选择行为，使得动态博弈在表示方法和博弈方策略方面与静态博弈有较大差别，也使得这种博弈的分析方法与静态博弈分析有很大差别。本节先对动态博弈表示方法、策略等方面的特点作一些讨论，为后面的分析提供基础。

3.1.1　动态博弈的阶段和扩展形表示

动态博弈中，博弈方的选择有先后次序，通常将一个博弈方的一次选择称为一个“阶段”(stage)。动态博弈中也可能存在几个博弈方同时选择的情况，这时这些博弈方的同时选择构成一个阶段。一个动态博弈至

少有两个阶段，但常常有多个甚至很多阶段，如象棋博弈。因此动态博弈也被称为“多阶段博弈”(multistage games)。

导论中的“先来后到”就是一个有两个阶段的动态博弈。导论中的迷宫博弈也可以理解为动态博弈，虽然只有一个博弈方，但该博弈方在 A、B 两处的选择可以看作博弈的两个阶段。导论中介绍这两个博弈时，采用了一种通过选择节点、从选择节点出发代表可能选择的线段，以及终端处得益数组的表示法。这种表示动态博弈的方法称为“扩展形”。因为扩展形可以反映动态博弈中博弈方的选择次序和博弈阶段，是表示动态博弈的最佳方法。动态博弈因此也被称为“扩展形博弈”(extensive form game)。

设有一家企业的产品被另一家企业仿冒，如果被仿冒企业采取措施制止，仿冒企业会停止仿冒；如果被仿冒企业不制止，仿冒企业会继续仿冒。对被仿冒企业来说，被仿冒会造成经济损失，但制止仿冒也是有成本的，因此遭仿冒时是否制止需要斟酌。对仿冒企业来说，仿冒不被制止能获得很大利益，被制止会偷鸡不着蚀把米，是否仿冒也要推敲。两个企业在仿冒和制止仿冒方面存在行为和利益相互依存的博弈关系。由于只有在已经遭到仿冒的情况下被仿冒企业才需要考虑是否制止，因此这必然是一个动态博弈问题。

为了简单起见，假设仿冒最多进行两次。再假设第一次不仿冒、仿冒被制止，以及在第一次仿冒没制止情况下第二次不仿冒、仿冒被制止和不被制止几种情况下，仿冒和被仿冒企业的得益分别为 0 和 10、−2 和 5、5 和 5、2 和 2、10 和 4，并用 A 表示仿冒企业、B 表示被仿冒企业，该动态博弈可以用图 3.1 所示的扩展形表示。图中，得益数组第一个数字是仿冒企业的得益，第二个数字为被仿冒企业的得益。

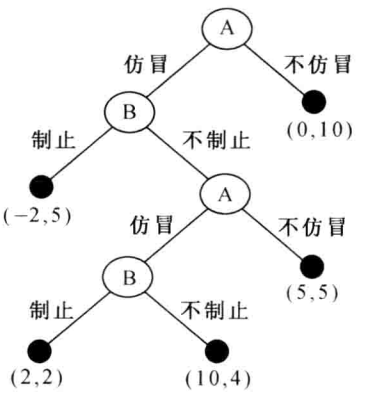


图 3.1 仿冒和反仿冒博弈扩展形

如果进一步考虑仿冒更多次数的可能性，考虑仿冒有规模和程度的不同，制止仿冒有不同力度等，表示该博弈的扩展形会更复杂，如有些选择节点会有 3

个甚至更多选择等。不过，如果动态博弈的阶段很多，或者有些阶段的选择方向很多，扩展形表示动态博弈会比较困难。典型例子是象棋博弈，不仅博弈阶段很多，每个阶段的选择也很多，就难以用扩展形表示。两个生产寡头先后决定产量的定产博弈也是动态博弈，但每个寡头可以选择的产量有无穷多种，也无法用扩展形表示。这些动态博弈通常可以直接用文字描述和函数式表示。

3.1.2　动态博弈的基本特点

动态博弈在许多方面有不同于静态博弈的特点，对动态博弈分析有相当重要的影响。这里先对动态博弈的策略和结果，以及博弈方之间的不对称性等作一些讨论，其余特点在分析具体动态博弈模型时再讨论。

一、动态博弈的策略和结果

在静态博弈中，博弈方的策略是一次性同时选择的行为，各个策略组合和对应的得益数组是博弈的结果。在动态博弈中，各个博弈方的选择和行为不仅有先后之分，还可能有多次，而且多次行为之间有内在联系。动态博弈中博弈方选择的不是博弈方在单个阶段的行为，而是在整个博弈中轮到选择的每个阶段，针对前面阶段的各种情况作相应选择的完整计划。动态博弈中博弈方的“策略”就是指这种计划。

例如，三国演义中刘备过江招亲时，诸葛亮给刘备的 3 个锦囊，甚至还要加上让刘备过江招亲本身，加起来才构成诸葛亮与周瑜“博弈”时采用的一个“策略”。在仿冒和反仿冒博弈中，仿冒企业 A“在第一阶段仿冒，如果第二阶段 B 制止，第三阶段就不仿冒，否则第三阶段继续仿冒”，被仿冒企业 B“第一阶段 A 仿冒时第二阶段不制止，第三阶段 A 继续仿冒时第四阶段制止”，分别是该动态博弈两个博弈方各自的一个策略。

把动态博弈理解成各博弈方以这样的策略对抗时，形式上与静态博弈就一致了，也可以用得益矩阵表示，称为动态博弈的“得益矩阵形”或“策略形”。得益矩阵表示动态博弈的缺点是无法反映动态博弈的次序关系，以及不同阶段之间的内在影响和联系。

在仿冒和反仿冒博弈中，双方实施上述策略组合会形成一条联结各个阶段的“路径”(path)，即“第一阶段 A 仿冒，第二阶段 B 不制止，第三阶段 A 仿冒，第四阶段 B 制止”。最终两个博弈方 A 和 B 各得到 2 单位

得益,对应上述路径终端处得益数组。动态博弈的结果包括双方(或多方)采用的策略组合,实现的博弈路径和各博弈方的得益。

二、动态博弈的非对称性

动态博弈中,博弈方的选择行为有先后次序,且后行为者能观察到先行为博弈方的行为。先行为博弈方可能拥有先行的主动权,这是一种先行优势。后行为博弈方则可以相机作针对性的选择,而且有更多信息帮助选择行为,可能有后发制人的优势。动态博弈中究竟是先行有利还是后行有利并不确定,要根据具体博弈环境、利益关系决定。可以肯定的是,动态博弈的博弈方之间通常存在形势利益的某种不对称性,并由此引发下一节要讨论的可信性问题等。

3.2 可信性和纳什均衡的问题

动态博弈分析遇到的第一个挑战,就是静态博弈的纳什均衡分析方法是否符合动态博弈分析的需要。这个问题的结论是,因为动态博弈存在相机选择问题,会导致博弈方策略的"可信性"疑问,造成纳什均衡不稳定,因此静态博弈的纳什均衡分析不能满足动态博弈分析的需要,动态博弈分析需要新的均衡概念。

3.2.1 相机选择和策略的可信性问题

动态博弈中,博弈方的策略是事先设定的、在博弈相应阶段实施的计划。但这些策略并没有强制力,无法阻止博弈方在博弈过程中改变计划,这就是动态博弈中的"相机选择"(contingent play)问题。相机选择会使博弈方策略设定的行为缺乏"可信性"(credibility)。

这里以"开金矿博弈"为例,解释相机选择导致可信性问题的原因。开金矿博弈基本模型如下:甲开采一价值四千万元的金矿时缺一千万资金,而乙正好有一千万闲置资金。甲想说服乙将资金借给自己开矿,许诺采到金子后双方对半分成。乙是否该同意借钱?假设金矿价值经过权威部门探测确认且开采技术和销路都有保障,乙需要担心的只是甲采到金子后是否会履行诺言跟自己平分,还是会卷款潜逃。可以用图 3.2 所示

的扩展形表示这个博弈问题。

在图 3.2 中，最上方的圆圈表示乙的选择信息集，乙在此处有“借”和“不借”两种选择。乙选择“不借”博弈结束，他能保住 1 千万元本钱而甲得不到开矿利润，乙选择“借”则到达甲的选择信息集，轮到甲进行选择。甲可以选择“分”或“不分”。“分”则皆大欢喜，甲得两千万元开矿利润，乙的一千万元本钱增值成两千万元。若甲选择“不分”可以独吞四千万元，乙则血本无归。图 3.2 中 3 个终端黑点处的数组，表示两博弈方依次选择到达这些终端的“路径”实现的双方得益，其中第一个数字是乙的得益、第二个数字是甲的得益。

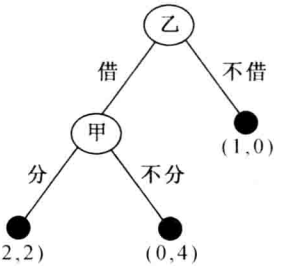


图 3.2　开金矿博弈

乙决策的关键是判断甲的许诺是否可信。一般假设博弈方都以自身利益最大化为目标，不会考虑道德因素。在这样的假设下，甲的选择必然是“不分”得最大利益四千万。乙应该清楚甲的这种“人品”，知道甲采到金子后决不会跟自己平分，因此理性选择是“不借”而不是“借”，保住本钱为上。对乙来说，利益关系决定了本博弈中甲的许诺是不可信的。

不可信的许诺使得甲、乙的合作成为不可能，这当然不是最佳结局。因为开金矿的三千万元净利益（金的价值减去开采成本，甲的两千万元开矿利润加乙的一千万元资本增殖）没有实现。那么，有没有办法使甲的许诺变成可信的，从而让乙愿意选择“借”，然后甲遵守诺言选择“分”，最终增加双方的利益呢？事实上这是可能的，关键是必须增加对甲行为的制约机制。

在图 3.2 所示的开金矿博弈中，甲选择“不分”独吞四千万元金子时，乙缺乏保护自己权益的手段，正是造成该博弈中乙面对甲的不可信诺言，只能消极拒绝合作以免被骗的根本原因。如果乙在甲违约时可以用法律武器保护自己的利益，双方的选择都会发生变化，博弈的结果会很不同。

因为法律是支持正义的，因此可以假设双方打官司乙能够获胜。但打官司通常要消耗人力物力，并且不能充分保障胜诉当事人的全部权益，因此假设打官司结果是乙收回本钱一千万元，而甲失去全部采金收入。

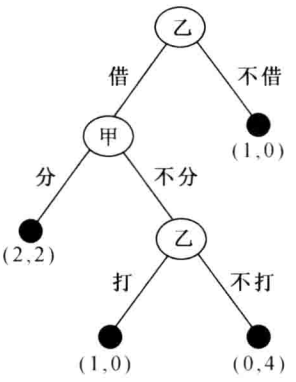


图 3.3 有法律保障的开金矿博弈

这样，博弈成为如图 3.3 所示的三阶段动态博弈，其中第三阶段是乙选择是否打官司。

在这个新版本博弈中，当博弈进行到第三阶段，即甲已经选择“不分”时，乙可以选择是否“打”官司讨回公道。如果乙选“不打”官司，则甲独吞四千万元，乙血本无归；如果他选择“打”官司，则能收回一千万元本钱。因此，“打”官司得益比“不打”官司得益大，即使不考虑惩罚见利忘义之徒的心理快慰，乙的唯一选择也是“打”官司。

甲完全清楚乙的思想，知道乙“打”官司的威胁是可信的，知道自己第二阶段选择“不分”，等着他的必是一场官司和失去所有收入，因此甲的理性选择是“分”而不是“不分”，双方共享利益，各得两千万元。也就是说，这时甲“分”的许诺就可信了。

这样，乙第一阶段选择“借”就是理性选择。最终结果是乙第一阶段选择“借”，甲第二阶段选择“分”，双方各得两千万皆大欢喜。此时，乙的完整策略是“第一阶段选择‘借’，若第二阶段甲选择‘不分’，第三阶段选择‘打’，即打官司”；甲的完整策略是“第二阶段选择‘分’”。这就是这个三阶段动态博弈的解。

上述分析告诉我们，在一个由都有私心的成员组成的社会中，完善公正的法律制度不但能保障社会的公平，还能提高社会经济活动的效率，是实现分工合作的重要保障。法制不健全或保护惩处力度不足，都会对社会分工合作和经济效率造成损害。上述博弈第三阶段乙打官司后的双方得益若改成图 3.4 所示，可以进一步支持这个结论。

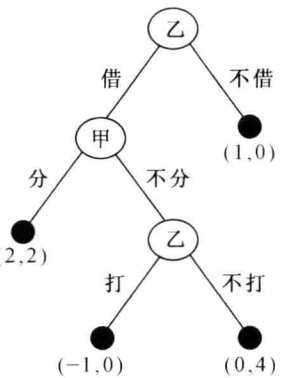


图 3.4 法律保障力度不足的开金矿博弈

图 3.4 中所示的得益意味着第三阶段乙选择“打”官司不仅不能收回本钱，还要进一步承受一千万元的损失。当法制建设不完善，司法机构执法能力有问题，存在司法腐败

和“执行难”问题时，非常可能出现这种赢了官司却反而输钱的情况。如果确实遇到这种情况，理性的乙不可能选择“打”官司，乙“打”官司变成不可信的“空头威胁”(empty threats)。甲清楚乙的处境，知道乙“打”官司的威胁并不可信，不会害怕乙的“打”官司威胁，可以有恃无恐地选择“不分”，意味着他第二阶段的“分”钱许诺是不可信的。回到第一阶段，乙明白如果借钱给甲，等甲“分”钱根本没有指望，法律也不会真正保护自己，因此只有“不借”才是理智的选择。

对几个版本开金矿博弈的分析，揭示了动态博弈中博弈方的选择和结果与博弈方策略内容的可信程度有很大关系。虽然有些博弈方很想或声称要采取特定的行动，但任何缺乏利益关系保证的行动，不管是信誓旦旦的承诺，还是玉石俱焚的威胁，都是不可信的。因此，策略的可信性是动态博弈分析的核心问题之一。

3.2.2　纳什均衡的问题

相机选择引出的策略可信性问题最重要的意义，在于对纳什均衡在动态分析博弈中的有效性提出了挑战。仍然用图 3.4 所示的开金矿博弈加以说明。根据纳什均衡的定义不难判断，乙的策略“第一阶段‘借’，当甲第二阶段选择‘不分’时，第三阶段‘打’”，甲的策略“第二阶段无条件‘分’”，构成纳什均衡。给定对方的策略，双方的策略都是符合自己最大利益的最佳策略，单独偏离对自己都是不利的。例如，给定乙第一、第三阶段的选择，甲第二阶段“不分”会导致法律纠纷得不偿失，“分”是最好的；而给定甲第二阶段会“分”，乙第一阶段“借”，第三阶段“打”，也符合自己利益。根据第二章关于纳什均衡的讨论，这个策略组合应该有稳定性，应该判断两个博弈方会选择这个策略组合。

但前面的直接分析的结论是，在这个博弈中乙第一阶段不会选择“借”，甲第二阶段也不会选择“分”，乙第三阶段也不会选择“打”，与上述纳什均衡的结果正好完全相反。为什么会出现这样明显的矛盾呢？

上述矛盾的根源就是因为包含不可信的威胁承诺，因此上述纳什均衡在这个动态博弈中并不是真正稳定的。因为如果甲在第二阶段选择“不分”而不是“分”，乙策略中设定的第三阶段“打”不可能真正实施，因为

乙的理性不会允许他(或她)这么做。甲只要稍作分析就可以掌握乙的这个弱点,因此不可能理睬乙策略中的“打”官司威胁,第二阶段不会选择“分”。反过来,乙也不会愚蠢到想靠不可信的威胁撑腰,冒险将资金借给甲,因此他(或她)第一阶段也不可能“借”。

纳什均衡在动态博弈中可能缺乏稳定性的根源,正是在于它不能排除博弈方策略中可能包含的不可信行为设定。纳什均衡的这种缺陷,使得它在分析动态博弈时往往不能作出可靠的判断和预测,作用和价值受到很大限制,必须用更有效的概念和方法分析加以替代。有效的动态博弈分析概念,当然必须能够排除博弈方策略中各种不可信的威胁或承诺,这是上述分析给我们提供的最重要的启示。

3.2.3 逆推归纳法

在 3.2.1 中,对几种版本开金矿博弈的分析结论其实都是正确的,都排除了博弈方策略中不可信的承诺或威胁,对博弈方的选择和博弈结果作出了正确判断。3.2.1 中分析做到这一点的根本原因是采用了一种分析动态博弈的有效方法,即从动态博弈最后一阶段向前倒推分析的“逆推归纳法”(backwards induction)。

逆推归纳法就是从动态博弈的最后一个阶段开始分析,确定所分析阶段博弈方的选择和路径,然后再确定前一个阶段博弈方的选择和路径。逆推归纳法的逻辑基础是:先行为的理性博弈方决策时,必然会考虑后行为博弈方后面阶段的行为选择,只有当后面阶段博弈方的选择确定后,前一阶段博弈方的行为才有可能确定。

逆推归纳到某个阶段,该阶段及以后的博弈结果可以确定时,该阶段选择节点等于一个终端。利用这一点,就可以用较简单的等价博弈来代替原来的博弈。例如,对图 3.4 所示的法律保障力度不足的开金矿博弈用逆推归纳法,第一步先分析第三阶段乙是否打官司的选择,由于“打”比“不打”损失更大,他会选择“不打”。一旦博弈进行到这里,必然是乙“不打”,双方得益(0, 4)。所以在分析前两个阶段时,上述三阶段博弈与图 3.5 所示的两阶段博弈等价。

对上述两阶段博弈继续运用逆推归纳法,可知甲在第二阶段必然“不分”,该博弈可进一步化为如图 3.6 所示的等价博弈。

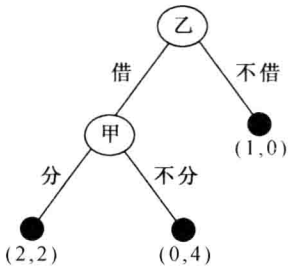


图 3.5　法律保障不足开金矿博弈的等价博弈(一)

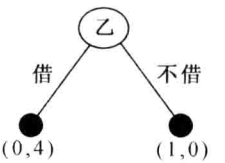


图 3.6　法律保障不足开金矿博弈的等价博弈(二)

在图 3.6 中,等价博弈是一个单人博弈,分析这个博弈非常简单,乙"不借"的选择是很显然的。

逆推归纳法等于把多阶段动态博弈化为一系列的单人博弈,通过对这些单人博弈的分析,确定各博弈方在各自决策阶段的选择,最终对动态博弈结果,包括博弈路径和各博弈方得益作出判断。归纳各个博弈方各阶段的选择,便可得到各博弈方在整个动态博弈中的策略。

由于逆推归纳法确定的各个博弈方在各阶段的选择,都是建立在后续阶段各个博弈方理性选择基础上的,自然排除了包含不可信威胁或承诺的可能性,因此确定的各博弈方策略组合具有稳定性。逆推归纳法在动态博弈分析中非常有用。

3.3　子博弈和子博弈完美纳什均衡

由于纳什均衡在动态博弈中不能排除不可信的行为选择,不是真正具有稳定性的均衡概念,因此需要发展新的均衡概念以满足动态博弈分析的需要。塞尔顿(1965)提出的"子博弈完美纳什均衡"(subgame perfect Nash equilibrium)正是满足动态博弈分析需要的博弈均衡概念。本节介绍这个均衡概念和以它为核心的动态博弈分析。

3.3.1　子博弈

介绍子博弈完美纳什均衡必须先引进"子博弈"(subgame)概念,即

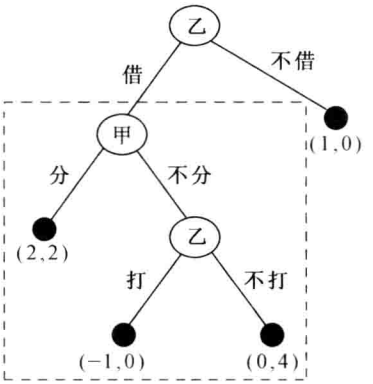


图 3.7 有不可信的威胁和诺言开金矿博弈的子博弈

动态博弈中满足一定要求的局部构成的次级博弈。仍以图 3.4 的三阶段开金矿博弈为例加以说明。在图 3.4 的开金矿博弈中，如果乙第一个阶段选择“借”，意味着这个动态博弈进行到了甲选择的第二阶段。此时，甲面临一个在乙已经借钱给他的前提下，自己选择是否分成，然后再由乙选择是否打官司的两阶段博弈，这个两阶段博弈显然也是一个动态博弈。我们称这个两阶段动态博弈为原三阶段博弈的一个“子博弈”，如图 3.7 的虚线框中的部分。

因为子博弈是动态博弈分析中非常关键的概念，应该对它有准确的理解。这里再给出一个较正式的定义。

定义 *由一个动态博弈第一阶段以外的某阶段开始的后续博弈阶段构成，有初始信息集和进行博弈所需要的全部信息，能够自成一个博弈的原博弈组成部分，称为原动态博弈的一个“子博弈”。*

由于子博弈常常还是动态博弈，还有多个阶段，因此可以进一步定义子博弈的子博弈。按照子博弈的定义，上面开金矿博弈的子博弈中，当甲选择不分，轮到乙选择“打”还是“不打”的第三阶段，就是这个子博弈的子博弈，可以称为原博弈的“二级子博弈”。图 3.8 中外、内两层虚线框分别表示图 3.4 开金矿博弈的两级子博弈。本例的二级子博弈是一个单人博弈，不可能再有子博弈。如果动态博弈的阶段数更多，还可能有更多级的子博弈。

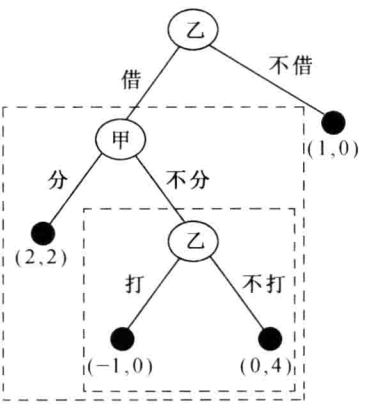


图 3.8 有不可信威胁和诺言的开金矿博弈的两级子博弈

完美信息多阶段动态博弈基本上都有一级或多级子博弈。例如，图 3.2 的开金矿博弈中，乙选择借以后，甲选择的第二阶段构成一个子博弈；图 3.1

所示的仿冒和反仿冒博弈中，A 第一阶段选择仿冒以后，B 选择是否制止，以及双方的后续反应，也构成一个子博弈。这个子博弈是一个三阶段动态博弈，它还有子博弈，分别是 B 选择不制止后 A 选择是否继续仿冒及 B 是否终于制止的二级子博弈，以及第三阶段 A 选择继续仿冒以后 B 选择是否制止的三级子博弈。子博弈在无法用扩展形表示的无限多种策略动态博弈中也存在。例如，议价博弈的博弈方的报价可以有无限多种，因此不能用扩展形表示。但这种动态博弈中，当一个博弈方提出一个报价以后，第二阶段开始另一博弈方选择是否接受报价，或者提出什么反报价等后续博弈，就构成原博弈的子博弈。

并不是动态博弈的任何部分都能构成子博弈，也不是所有动态博弈都有子博弈。首先子博弈不能包括原博弈的第一个阶段，这也意味着动态博弈本身不是自己的子博弈。其次子博弈必须有一个明确的初始信息集，意味着子博弈不能分割任何信息集，有多节点信息集的不完美信息博弈可能不存在子博弈。对此将在讨论不完美信息动态博弈的章节作进一步说明。

3.3.2　子博弈完美纳什均衡

有了子博弈概念就可以引进“子博弈完美纳什均衡”概念，这里用比较直观简单的方法给出“子博弈完美纳什均衡”的定义。

定义　*如果一个完美信息动态博弈的一个策略组合满足在整个动态博弈及它的所有子博弈中都构成纳什均衡，那么称为该动态博弈的一个“子博弈完美纳什均衡”。*

子博弈完美纳什均衡与纳什均衡的根本不同之处，也是这个概念的价值所在，就在于它能够排除均衡策略中不可信的威胁或承诺，因此是真正稳定的。子博弈完美纳什均衡能排除不可信行为选择的原因是，虽然包含不可信行为选择的策略组合可以构成整个博弈的纳什均衡，但不可信行为至少在某些子博弈中无法构成纳什均衡，因此会被排除出去。

以图 3.4 开金矿博弈为例，若双方策略组合“乙第一阶段选择‘借’，第三阶段选择‘打’；甲第二阶段选择‘分’”，虽然是整个博弈的纳什均衡，但其中乙的策略要求乙在第三阶段单人博弈构成的子博弈中选择“打”就

不是该子博弈的纳什均衡。根据子博弈完美纳什均衡的定义，这个策略组合确实不是子博弈完美纳什均衡，这正是这个纳什均衡策略组合不稳定的根源。

相反，双方策略组合“乙第一阶段选择‘不借’，如果有第三阶段则选‘不打’；甲如果有第二阶段选择选‘不分’”，是图 3.4 开金矿博弈的子博弈完美纳什均衡。因为该策略组合的双方策略不仅在整个博弈中构成纳什均衡，而且在两级子博弈中也都构成纳什均衡，不存在不可信的威胁或承诺。这个动态博弈只有这一个子博弈完美纳什均衡。双方按照该均衡策略行为，博弈路径是乙第一个阶段选“不借”，结束博弈，双方得益分别为 1 和 0，也就是合作不可能实现。

若图 3.4 开金矿博弈中的两博弈方按照上述子博弈完美纳什均衡策略行为时，实际上不会进行到博弈的第二、第三阶段，此时称第二阶段甲的选择节点和第三阶段乙的选择节点为“不在均衡路径上”的，两博弈方策略中在这两个节点的选择为“不在均衡路径上的选择”。不在均衡路径上的选择是很重要的。子博弈完美纳什均衡必须对博弈方在所有选择节点处的选择都作出规定，而且都必须在相应子博弈中构成纳什均衡，否则不能保证策略组合是子博弈完美纳什均衡。

子博弈完美纳什均衡也是纳什均衡，是比纳什均衡更强的均衡概念，且是动态博弈分析最核心的概念。动态博弈分析必须先找出它们的子博弈完美纳什均衡，求动态博弈子博弈完美纳什均衡的基本方法正是逆推归纳法。逆推归纳法从动态博弈的最后一级子博弈开始，逐步找博弈方在各级子博弈中的最优选择。逆推归纳法确定的各博弈方策略不可能包含不可信的行为选择，找出的均衡策略组合一定是子博弈完美纳什均衡。

3.4 几个经典动态博弈模型

子博弈完美纳什均衡和逆推归纳法是分析完全且完美信息动态博弈的基本工具。本节将用这两种工具讨论几个从现实经济问题中抽象出来的经典动态博弈模型。

3.4.1　寡占的斯塔克博格模型

动态的寡头市场产量博弈，称为斯塔克博格(Stackelberg)模型。仍然假设寡头市场两个厂商进行产量博弈。但这两个厂商中一方较强、一方较弱，较强的一方先选择产量，较弱的一方后选择产量，且后选择厂商在选择时知道前者的选择，因此是一个动态博弈问题。假设博弈结构的策略空间、得益函数等与两寡头连续产量静态博弈的古诺模型都一样。

斯塔克博格模型中，两博弈方的决策内容是产量(q_1, q_2)，可以选择的产量水平理论上可以无限多，因此是有无限多种可选策略的无限策略动态博弈。设两个寡头为厂商 1 和厂商 2，厂商 1 先选择，厂商 2 后选择；策略空间都是$[0, Q_{max})$中的所有实数，其中Q_{max}可看作不至于使价格降到亏本的最大限度产量，或者厂商生产能力限度；价格函数为$P=P(Q)=8-Q$(其中$Q=q_1+q_2$)，两个厂商的边际生产成本为$c_1=c_2=2$，且没有固定成本。

根据上述假设，容易得出两个厂商的得益函数分别为

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(q_1, q_2) = q_1 P(Q) - c_1 q_1 = q_1[8-(q_1+q_2)] - 2q_1 \\ &= 6q_1 - q_1 q_2 - q_1^2 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} u_2 &= u_2(q_1, q_2) = q_2 P(Q) - c_2 q_2 = q_2[8-(q_1+q_2)] - 2q_2 \\ &= 6q_2 - q_1 q_2 - q_2^2 \end{aligned}$$

它们和古诺模型的得益函数完全相同。

直接用逆推归纳法求子博弈完美纳什均衡。先分析第二阶段厂商 2 的决策，此时厂商 1 的q_1已经决定且厂商 2 知道，因此对厂商 2 来说是在给定q_1的情况下求使u_2最大的q_2。q_2必须满足一阶条件，即

$$6-2q_2-q_1=0$$

求得

$$q_2 = \frac{1}{2}(6-q_1) = 3-\frac{q_1}{2} \tag{3.1}$$

这就是厂商 2 对厂商 1 产量的反应函数。

厂商 1 知道厂商 2 的决策思路，在选择 q_1 时就知道厂商 2 的产量 q_2^* 会根据(3.1)式确定，所以可以直接将(3.1)式代入自己的得益函数，这样厂商 1 的得益函数转化成自己产量的一元函数，即

$$u_1(q_1, q_2^*) = 6q_1 - q_1 q_2^* - q_1^2 = 6q_1 - q_1\left(3 - \frac{q_1}{2}\right) - q_1^2$$

$$= 3q_1 - \frac{1}{2}q_1^2 = u_1(q_1) \tag{3.2}$$

(3.2)式表明当把厂商 2 的反应方式考虑进来以后，厂商 1 的得益完全是由自己控制的。厂商 1 可以根据(3.2)式直接求出使自己得益最大的 q_1^*。令 $q_1 = q_1^*$ 时(3.2)式对 q_1 的导数等于 0，得

$$3 - q_1^* = 0$$

$$q_1^* = 3$$

即厂商 1 的最佳产量是生产 3 单位。代入(3.1)式，得厂商 2 的最佳产量 $q_2^* = 3 - 1.5 = 1.5$ 单位。此时市场价格为 3.5，双方的得益(利润)分别为 4.5 和 2.25 单位。

厂商 1 第一阶段选择 3 单位产量，厂商 2 第二阶段选择 1.5 单位产量，是运用逆推归纳法分析得出的策略组合，是这个斯塔克博格动态产量博弈唯一的子博弈完美纳什均衡。

将上述结果与两寡头同时选择产量的古诺模型进行比较，不难发现斯塔克博格模型的产量大于古诺模型，价格低于古诺模型，总利润(两厂商得益之和)小于古诺模型，但厂商 1 的得益大于古诺模型两个厂商的得益。这反映了两个厂商之间地位不对称性的影响。

3.4.2 劳资博弈

里昂惕夫(Leontief)1946 年提出了一个工会和厂商之间的劳资博弈模型。模型假设工资完全由工会决定，厂商决定雇佣工人的数量，博弈过程是先由工会决定工资率，然后厂商决定雇佣多少工人。

工会不只追求较高的工资，还会希望较多的工人得到雇佣，高工资加高失业率不符合工会利益，低工资实现的高就业也不符合工会利益。因此，工会的效用是工资率和雇佣工人数两者的函数 $u = u(W, L)$。其中

W 和 L 分别表示工资率和厂商雇佣工人数。为了简便起见，假设工资率和雇佣数都连续可分。

可以假设厂商只关心利润。利润是收益和成本之差，假设收益是工人数的函数 $R(L)$，再假设只有劳动成本，总成本等于工资率乘工人数 $W \times L$，这样厂商的利润函数为 $\pi = \pi(W, L) = R(L) - W \times L$，也是工资率和工人数的函数。

用逆推归纳法分析这个博弈。第一步先分析第二阶段厂商的选择，也就是厂商对工会选择的工资率 W 的反应函数 $L(W)$。厂商实现自己最大得益(利润)的雇佣工人数 L 是最大值问题

$$\max_{L \geqslant 0} \pi(W, L) = \max_{L \geqslant 0} [R(L) - WL]$$

的解。对于通常满足连续性和边际收益递减的利润函数，能使 π 对 L 的导数 $\pi'(W, L) = R'(L) - W = 0$ 的 L 就是实现最大利润的雇佣数。从 $R'(L) - W = 0$ 中解出 L，就是给定工会选择的工资率 W 时厂商的最优雇佣数量。

$R'(L) - W = 0$ 的经济意义是厂商增加雇佣的边际收益，也就是雇佣最后一单位劳动增加的收益，等于雇佣一单位劳动的边际成本，本模型中也是平均成本，即工资率。这在图 3.9 中反映出来，就是厂商最大利润雇佣数 $L^*(W)$ 对应的收益函数 $R(L)$ 曲线上一点处的切线斜率等于工资率 W。在图中作厂商的成本线 WL，则 WL 与上述切线平行。对应 $L^*(W)$ 的 $R(L)$ 与 WL 之间距离 $R(L) - WL$ (厂商的利润)最大。

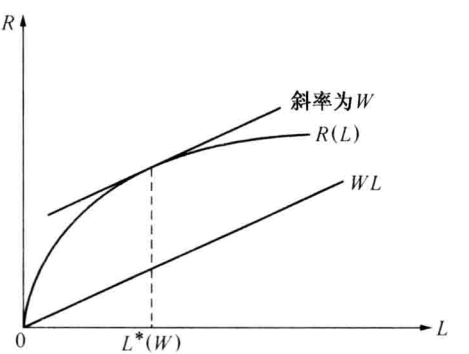


图 3.9　厂商的反应函数

第二步回到第一阶段工会的选择。工会了解厂商的决策方法，完全清楚对应自己选择的每种工资率 W，厂商将会根据上述方式决定雇佣数 $L^*(W)$。因此，工会的决策问题是选择 W^*，使它是下列最大值问题

$$\max_{W\geqslant 0} u[W, L^*(W)]$$

的解。

假设厂商收益函数 $R(L)=5L-L^2$，则从 $\pi'(W, L)=R'(L)-W=5-2L-W=0$ 可以解得 $L^*(W)=(5-W)/2$。再假设 $u(W, L)=W^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$，并代入 $L^*(W)=(5-W)/2$ 可以得到 $u[W, L^*(W)]=\left(\frac{5W-W^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$。求解最大值问题得 $W^*=2.5$，进一步得 $L^*(W)=(5-W)/2=1.25$。此时(2.5, 1.25)就是该博弈的子博弈完美纳什均衡。

3.4.3 议价博弈

议价(bargaining)是市场经济中最常见的事情，也是博弈论最早研究的问题。这里介绍一种议价的动态博弈模型。

一、三回合议价博弈

首先介绍一种三回合议价博弈模型。甲乙两人谈判分 1 万元现金，定下了如此规则：先由甲提出分配方案，乙接受则议价结束，拒绝则由乙提方案；后一种情况如果甲接受乙的方案议价结束，拒绝则由甲提新方案，此时乙不再有拒绝权，必须接受。再设由于谈判费用和利息损失等，议价每多进行一个回合，双方分得现金都有一个消耗系数 $\delta(0<\delta<1)$。这个议价博弈可更清楚地描述为：

第一回合甲提方案自己得 S_1，乙得 $10\,000-S_1$，乙接受则甲和乙得益分别为 S_1 和 $10\,000-S_1$，乙拒绝则进入第二回合；

第二回合乙提方案甲得 S_2，自己得 $10\,000-S_2$，甲接受则甲和乙得益现值分别为 δS_2 和 $\delta(10\,000-S_2)$，甲拒绝则进行第三回合；

第三回合甲提方案自己得 S，乙得 $10\,000-S$，乙必须接受，甲和乙得益现值分别为 $\delta^2 S$ 和 $\delta^2(10\,000-S)$。

根据逆推归纳法，先分析博弈的第三个回合。在第三回合，因为乙不能拒绝甲的方案，甲完全可以选择 $S=10\,000$，也就是自己独得这笔钱。为了后面分析无限回合议价博弈的需要，形式上仍然用 S 作为甲该回合的出价。因此，如果博弈进行到第三回合，双方得益分别为 $\delta^2 S$ 和 $\delta^2(10\,000-S)$。

现在回到第二回合乙的选择。乙知道一旦博弈进行到第三回合，甲将提出 S，自己将得 $\delta^2(10\,000-S)$ 而甲得 $\delta^2 S$。如果乙在第二回合提出的 S_2 带给甲的得益小于其第三回合得益，肯定会被拒绝，意味着要进入第三回合，自己得到 $\delta^2(10\,000-S)$。乙最好的策略是提出的方案让甲得益不小于第三回合，从而甲愿意接受，同时自己得到比进入第三回合尽可能大的得益。这意味着，S_2 满足 $\delta S_2=\delta^2 S$，即 $S_2=\delta S$。此时，乙得益 $\delta(10\,000-\delta S)=10\,000\delta-\delta^2 S$，显然大于进入第三回合的得益 $\delta^2(10\,000-S)$。

最后回到第一回合甲的考虑。甲知道乙将在第二回合提出 $S_2=\delta S$，因此进入第二回合自己得益也是 $\delta^2 S$，乙则会满足于得到 $10\,000\delta-\delta^2 S$。甲最好的策略是第一回合就给乙 $10\,000\delta-\delta^2 S$，同时自己得到比 $\delta^2 S$ 更大的利益。这要求 S_1 满足 $10\,000-S_1=10\,000\delta-\delta^2 S$，即 $S_1=10\,000-10\,000\delta+\delta^2 S$。此时，乙得益还是 $10\,000\delta-\delta^2 S$，而甲得益 $10\,000-10\,000\delta+\delta^2 S$ 比进入第二第三回合的 $\delta^2 S$ 更大。该博弈的子博弈完美纳什均衡是甲第一回合方案 $S_1=10\,000-10\,000\delta+\delta^2 S$，乙接受。双方得益分别为 $10\,000-10\,000\delta+\delta^2 S$ 和 $10\,000\delta-\delta^2 S$。

因为甲第三回合的方案乙必须接受，因此可以认为 $S=10\,000$，那么均衡解是甲第一回合方案 $S_1=10\,000(1-\delta+\delta^2)$，乙接受，双方得益 $[10\,000(1-\delta+\delta^2),\ 10\,000(\delta-\delta^2)]$。

上述结果显示，双方分配比例取决于消耗系数 δ。δ 越接近 1，代表甲越不怕旷日持久谈判，甲越接近能得到全部利益。δ 越接近 0，代表乙的争夺越接近会毁掉全部价值，甲也越接近得到全部利益。乙分得的利益与 $\delta-\delta^2$ 正相关，当 $\delta=0.5$ 时，$\delta-\delta^2$ 有最大值 0.25，此时乙可以分得最多的 2 500 元。因此消耗系数 δ 是乙议价的关键筹码，$\delta=0.5$，也就是多进行一个回合会折损一半价值的折损率，给乙带来的议价能力最大。

现实中有许多问题符合上述议价博弈模型的设定。经济活动中的利润分配、债务纠纷或遗产争夺等，都是这个博弈模型的原型。该模型的第一第二回合相当于纠纷或争执各方以不同形式的调解过程，而第三回合则相当于提交司法仲裁。如果议价标的本来就是甲的合法权益，司法仲裁结果当然应该是甲获得全部利益，这是第三回合甲出价有强制力的现实根据。模型中的消耗系数反映相关各方谈判和诉讼的时间成本和金钱

代价。该博弈的分析结论可以给我们不少有益的启示。

二、无限回合议价博弈

在三回合议价博弈的基础上，进一步介绍无限回合的议价博弈。无限回合议价博弈假设议价过程不会在第三回合被强制结束，只要双方互不接受对方的出价方案，议价就不断进行下去，奇数回合由甲出价乙选择是否接受，偶数回合由乙出价甲选择接受与否。这可理解成缺乏有强制效力司法仲裁的情况。

无限回合议价博弈没有可作为逆推归纳分析起始点的最后回合，按常规思路无法运用逆推归纳法。夏克德(Shaked)和萨顿(Sutton)1984年巧妙地利用从第三回合开始的无限回合议价博弈和从第一回合开始的相同这一点，解决了这个难题。

先假设该博弈有一个逆推归纳解，其中甲和乙得益分别为 S 和 $10\,000-S$。即甲第一回合提出 S，乙接受。根据夏克德和萨顿，从第三回合开始这个无限回合博弈的结果与从第一回合开始一样，即甲第三回合提出 S，乙接受，双方得益 S 和 $10\,000-S$。

由于甲在第三回合的出价是最终出价，因此这个无限回合博弈相当于一个前面讨论的，甲的第三回合出价有强制力的三回合议价博弈。根据三回合议价博弈的逆推归纳法结论可知，该博弈的解是甲在第一回合出价 $S_1=10\,000-10\,000\delta+\delta^2 S$，乙方接受，双方得益 $10\,000-10\,000\delta+\delta^2 S$ 和 $10\,000\delta-\delta^2 S$。

由于这个三回合博弈等于从第一回合开始的无限回合议价博弈，因此 $S=S_1=10\,000-10\,000\delta+\delta^2 S$，从中可解得 $S=\dfrac{10\,000}{1+\delta}$。即在这个无限回合议价博弈中，均衡结果是甲在第一回合出价 $S^*=\dfrac{10\,000}{1+\delta}$，乙接受并获得 $10\,000-S^*=\dfrac{10\,000\delta}{1+\delta}$。很显然，甲的得益是 δ 的减函数，乙的得益是 δ 的增函数，当 $\delta=0$ 时甲独占所有利益，当 $\delta=1$ 时双方平分利益。后者是对乙最有利的一种情况。

3.4.4 委托人—代理人理论

委托人(principle)和代理人(agents)之间的关系是现代经济学研究

的重要内容，通常称为“委托人—代理人理论”。委托人—代理人关系的核心内容是两人动态博弈。这里作为动态博弈分析的应用，对委托人—代理人理论作一些介绍。

一、委托人—代理人关系

经济社会中的活动，有大量一方委托另一方完成特定工作的情况。例如，企业雇佣工人进行生产，店主雇佣店员销售商品，企业主聘请经理管理企业，业主请物业公司管理物业，人们聘请律师为他们辩护等。这些关系的关键特征是委托方的利益与被委托方的行为有密切关系，但委托方不能控制被委托方的行为。除了有书面合同、协议或至少有口头委托的明显委托关系以外，还有许多虽然没有明显的委托行为，却也有类似性质的经济社会关系，如市民与市政府官员、基金购买者与基金管理者、人民与军队的关系等就属于这种情况。上述所有关系，在经济学中都称为“委托人—代理人关系”。其中，明显或隐蔽的委托方称为“委托人”，明显或隐蔽的被委托方称为“代理人”。

委托人—代理人关系有多种不同的情况，包括委托内容、松散程度等都可能有很大差异，但最关键的差异是监督难易问题。流水线装配工的工作比较容易监督，但外派采购员、保险推销员的工作就很难监督。在存在监督困难的情况下，如何让代理人行为符合自己的利益，正是委托人的主要目标任务。因此委托人—代理人关系也称为激励机制问题。委托人的主要手段是委托合同的设计，委托合同的核心条款主要是工资、奖金或股权等薪酬制度内容，委托人—代理人关系常常就是工资制度选择的博弈。

委托人—代理人关系的另一个关键问题是代理人工作成果的确定性问题，即代理人的工作成果是否完全由其工作情况所确定。比较确定的例子是加工零件工人的工作强度和产量，有较大不确定性的例子是律师努力工作并不保证打赢官司、商店销售额不光取决于店员的工作态度。工作成果不确定意味着代理人或委托人的收益风险，必然会影响他们的判断和决策。代理人工作成果的确定性，也与监督难易密切相关。如果工作成果完全取决于努力程度，也就是一分耕耘一分收获，代理人的工作情况会在成果中完全反映出来，就不存在监督困难。工作成果有不确定性就可能存在监督困难，委托人—代理人问题会更复杂。

二、无不确定性的委托人—代理人模型

先假设代理人的工作成果没有不确定性，代理人的产出是努力程度的确定性函数，委托人可以根据成果掌握代理人的工作情况。此外，假设委托关系基于一种标准合同，委托人的选择是提供或不提供这份合同，而不是支付给代理人的报酬或报酬函数。代理人的选择有两层，首先是是否接受合同，其次是努力工作还是偷懒。这是一个两个博弈方之间的三阶段动态博弈，如图 3.10 中的扩展形所示。

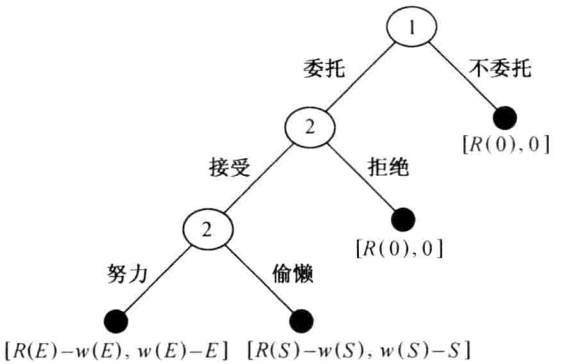


图 3.10 无不确定性的委托人—代理人模型

博弈方 1 是委托人，博弈方 2 是代理人。第一个阶段委托人选择是否委托。委托人选择不委托，自己的利益 $R(0)$ 可能是 0 甚至负值（代理人的服务至关紧要），也可以是正值（代理人的服务并不关键）。选择不委托代理人的利益为 0（也可考虑代理人有其他机会和利益）。委托人选择委托，则轮到代理人选择。

代理人先在第二阶段选择是否接受委托。若选择不接受委托，结果与委托人不委托没有区别，双方得益与第一阶段委托人不委托相同。如果选择接受委托，还需要在第三阶段选择是否努力。

代理人在第三阶段选择努力（高努力水平），还是偷懒（低努力水平）。如果代理人选择努力，那么委托人得到较高产出 $R(E)$，但要支付较高报酬 $w(E)$ 给代理人，代理人得到较高报酬 $w(E)$，但有较高负效用 $-E$，委托人和代理人得益分别是 $R(E)-w(E)$ 和 $w(E)-E$。如果代理人选择偷懒，委托人得到较低产出 $R(S)$，给代理人支付较低报酬 $w(S)$，代

理人得到较低报酬 $w(S)$，但只有较低负效用 $-S$，此时双方得益为 $R(S)-w(S)$ 和 $w(S)-S$。

因为这个博弈中，两博弈方都清楚自己和对方的得益情况，也都能观察到对方的选择（即使委托人无法观察代理人第三阶段的选择，因为委托人能观察代理人的工作成果，工作成果与努力程度有确定性对应，因此委托人仍然完全清楚代理人的选择），因此本博弈是一个完全且完美信息的动态博弈，适合用逆推归纳法进行分析。

首先分析代理人第三阶段对是否努力的选择。根据理性博弈方的决策原则不难知道，如果

$$w(E)-E>w(S)-S$$

也就是

$$w(E)>w(S)+E-S$$

时，代理人会选择努力。上述不等式也称为代理人努力的“激励相容约束”（incentive compatibility constraint），也就是委托人在提出委托和代理人接受委托的前提下，促使代理人努力工作必须满足的条件。第二个不等式的经济意义是，只有当努力工作的代理人得到的报酬达到，在偷懒代理人得到的报酬以上有一个不低于能补偿努力比偷懒更大负效用的增加额时，代理人才可能自觉选择努力工作。

反过来，如果

$$w(S)-S>w(E)-E$$

代理人肯定会选择偷懒，则该不等式是代理人偷懒的“激励相容约束”。注意：这里只考虑两种选择利益严格不等而忽视相等的情况，因为利益相同时很难判断预测博弈方的选择，下同。

从代理人偷懒的激励相容约束可以得到的一个直接推论是，由于偷懒的负效用肯定小于努力的负效用，因此如果偷懒和努力的报酬相同，即 $w(S)=w(E)$，偷懒的激励相容约束自动满足，代理人必然选择偷懒。

现在回到第二阶段代理人是否接受委托的选择。由于对应不同的得益情况，第三阶段代理人有选择努力和偷懒两种可能，因此第二阶段的选择必须分两种情况讨论。图 3.11(a)反映代理人第三阶段选择努力的情

况，图 3.11(b)反映代理人第三阶段选择偷懒的情况。

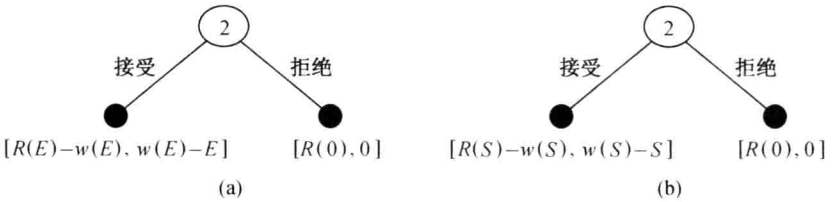


图 3.11 第二阶段代理人的选择

根据图 3.11 不难看出，对应两种情况的代理人选择接受而不是拒绝的条件分别是 $w(E)-E>0$ 和 $w(S)-S>0$。这两个不等式分别称为两种情况下的“参与约束”(participation constraint)，也就是代理人愿意接受委托人委托的基本条件。

最后回到第一阶段委托人的选择。如果代理人在第二阶段选择的是拒绝，委托人委托不委托结果都一样。如果代理人第二阶段会选择接受，仍然要考虑他第三阶段选择努力和偷懒两种情况。由于委托人清楚代理人的选择，因此可以分别针对两种情况作选择。委托人面临的两种选择情况，如图 3.12 所示。其中图(a)对应第三阶段代理人选择努力，图(b)对应第三阶段代理人选择偷懒。

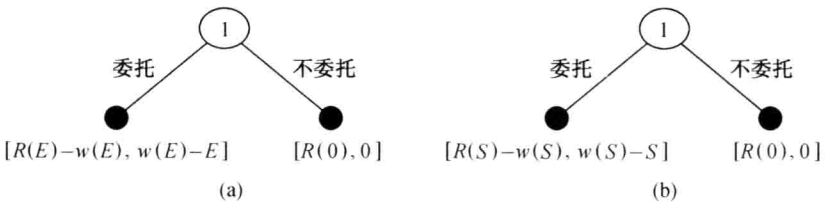


图 3.12 第一阶段委托人的选择

在前一种情况下，如果 $R(E)-w(E)>R(0)$ 委托人选择委托，如果 $R(E)-w(E)<R(0)$ 委托人选择不委托。在第二种情况下，$R(S)-w(S)>R(0)$ 时委托人选择委托，$w(S)-S<R(0)$ 时委托人选择不委托。归纳两博弈方在三个阶段的选择，就可以得到本博弈的子博弈完美纳什均衡。

用一个数值例子进一步说明。假设努力的投入产出函数为 $R(e)=10e-e^2$，代理人努力即努力水平 2 单位，偷懒即努力水平 1 单位，而且努

力和偷懒的负效用等于努力水平数值，也就是 $E=2$，$S=1$。因此，$R(0)=0$，$R(E)=16$，$R(S)=9$。再假设 $w(E)=4$，$w(S)=2$。这样，该博弈的得益结构如图 3.13 所示。

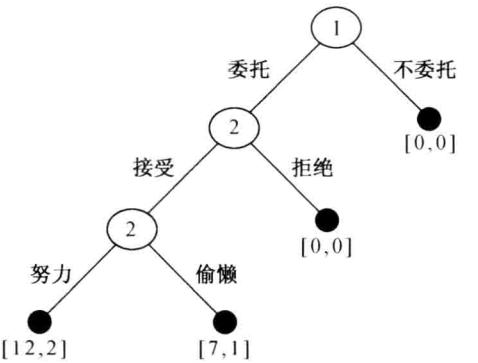


图 3.13　无不确定性的委托人—代理人模型(数值例子)

根据前面的分析和结论不难看出，在这个数值例子中，因为 $w(E)-E=2>w(S)-S=1$ 满足促使代理人努力的激励相容约束，$w(E)-E=2>0$ 满足代理人接受委托的参与约束，$R(E)-w(E)=12>R(0)=0$ 满足委托人提出委托的条件，因此这个数值例子的子博弈完美纳什均衡是委托人选择委托，代理人接受委托并努力工作。由于这是逆推归纳法得到的结果，也是本博弈唯一的子博弈完美纳什均衡，因此是该博弈可以预测的结果。

三、有不确定性但可监督的委托人—代理人博弈

再讨论虽然代理人的努力成果有不确定性，但委托人对代理人有完全监督的委托人—代理人模型。

由于代理人的努力和成果之间不再完全一致，因此有根据工作情况还是成果支付报酬的选择问题。在委托人可以完全监督代理人工作的情况下，通常是根据代理人的工作情况，而不是工作成果支付报酬。这意味着产出不确定性的风险完全由委托人承担，理由是风险主要来源于环境或随机因素，与代理人的行为无关。

简单起见，假设模型中不确定性表现为：有 20 和 10 单位两种可能的产出，代理人努力时产出 20 的概率 0.9，产出 10 的概率 0.1；代理人偷懒时产出 20 的概率 0.1，产出 10 的概率 0.9。再假设 $R(0)=0$，其他与前面的模型一样。像导论的商人运输路线博弈一样引进一个“自然”博弈方 0 反映不确定性，该博弈可以用图 3.14 中的扩展形表示。

在引进根据概率分布选择的自然博弈方以后，该博弈仍然是完全且完美信息动态博弈，仍然可以用逆推归纳法进行分析。博弈方 0“自然”是按照概率分布随机选择，不需要分析它的选择，分析从代理人第三阶段

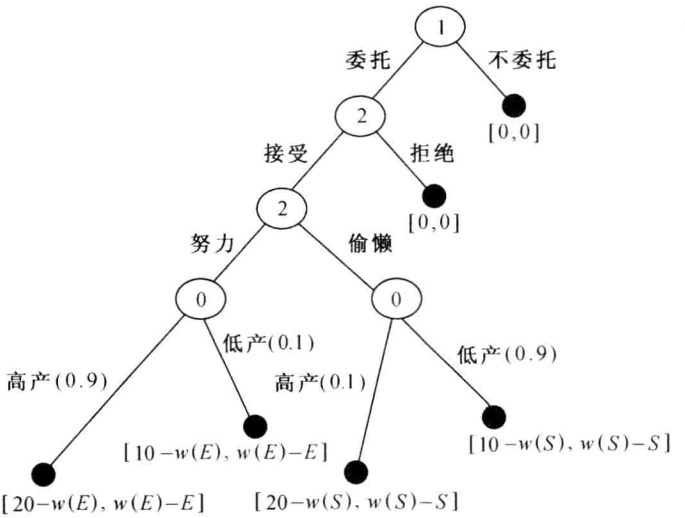


图 3.14 努力成果不确定但可监督的委托人—代理人模型

的选择开始。

其实对于代理人来说,这个博弈与前一个模型并没有差别。因为代理人的报酬和努力的负效用都与工作成果没有关系,"自然"对高产低产的选择并不直接影响他的利益。因此,代理人努力或偷懒的激励相容约束和参与约束与前一个模型完全相同。也就是说,当 $w(E)-E>w(S)-S$ 时选择努力,当 $w(S)-S>w(E)-E$ 时选择偷懒,两种情况下分别满足 $w(E)-E>0$ 和 $w(S)-S>0$ 接受委托;否则,不接受委托。

本模型与前一个模型的主要不同之处是委托人第一阶段的选择。由于本模型中委托人可以完全监督代理人的工作,也完全清楚代理人的选择,因此仍然是根据两种不同的情况分别选择。

假设代理人选择的是接受委托并努力工作,那么委托人 0.9 的概率获得对应高产出的得益,0.1 的概率得到对应低产出的得益。因此对于风险中性的委托人来说,如果委托的期望得益大于不委托,即

$$0.9\times[20-w(E)]+0.1\times[10-w(E)]>0$$

应该选择委托;如果委托的期望得益小于不委托,即

$$0.9\times[20-w(E)]+0.1\times[10-w(E)]<0$$

应该选择不委托。

在代理人选择的是接受委托并偷懒的情况下，则委托人 0.1 的概率获得对应高产出的得益，0.9 的概率得到对应低产出的得益。如果委托的期望得益大于不委托，即

$$0.1\times[20-w(S)]+0.9\times[10-w(S)]>0$$

应该选择委托；如果委托的期望得益小于不委托，即

$$0.1\times[20-w(S)]+0.9\times[10-w(S)]<0$$

则应该选择不委托。

上述双方选择是对应两种不同情况的子博弈完美纳什均衡。给出上述模型中 E、S、$w(E)$、$w(S)$ 的数值，则可以得出具体的结论。读者不妨自己作一些练习。

四、有不确定性且不可监督的委托人—代理人博弈

现在讨论更重要的情况，也就是代理人的工作成果有不确定性，而且委托人无法监督代理人工作的委托人—代理人模型。首先能够肯定的是，现在委托人不可能根据代理人的工作情况支付报酬，只能根据代理人的工作成果支付报酬，除非支付固定的报酬。

如果除了委托人对代理人从可以监督改为无法监督，以及根据代理人的工作成果而不是工作情况支付报酬以外，其他方面与前一个模型都相同，那么可以用图 3.15 的扩展形表示该博弈。

图 3.15 与图 3.14 主要有两方面差异。第一是“自然”最后一阶段不是分别针对代理人的两种选择进行选择，这会影响委托人对高产或低产究竟是代理人努力或偷懒的结果，还是随机因素影响结果的判断；第二是双方得益函数中的报酬项，现在是工作成果的函数，而不是努力程度的函数。

这个模型的双方选择和均衡与前面的模型都有较大区别，因为现在代理人的利益也直接受不确定性的影响。在这种情况下，委托人—代理人模型的主要问题是如何激励代理人努力工作，因此我们主要分析促使代理人选择努力的激励相容约束、参与约束，以及委托人选择委托的条件。

其实在假设代理人是风险中性的情况下，只要他选择努力的期望得

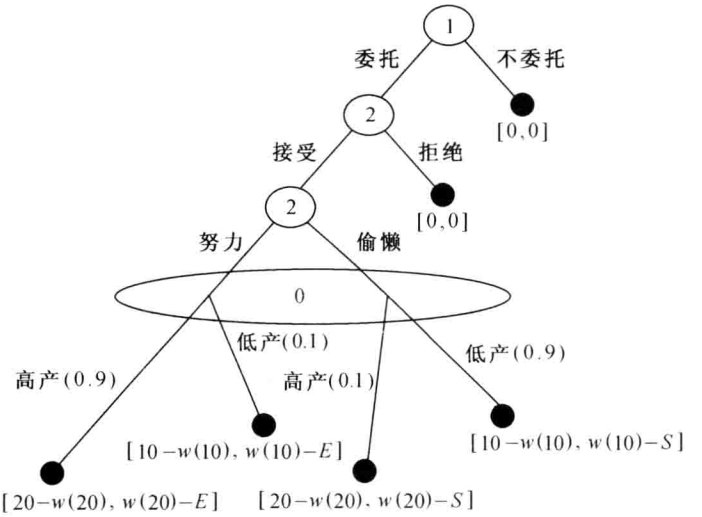


图 3.15 努力成果不确定且不可监督的委托人—代理人模型

益大于选择偷懒的期望得益，即

$$0.9\times[w(20)-E]+0.1\times[w(10)-E]$$
$$>0.1\times[w(20)-S]+0.9\times[w(10)-S]$$

就会选择努力工作。这就是该模型的激励相容约束。

在第三阶段代理人选择努力的情况下，倒推回第二阶段，只要他接受的期望得益大于不接受的得益 0，即

$$0.9\times[w(20)-E]+0.1\times[w(10)-E]>0$$

就会选择接受委托。这就是当前模型的参与约束。

再讨论委托人第一阶段的选择。虽然委托人无法看到代理人第三阶段的选择，但对代理人的决策思路是清楚的。给定模型中的 E、S、$w(20)$、$w(10)$的数值或公式，委托人完全清楚代理人是否会选择努力。假设委托人判断代理人会选择努力，那么根据模型设定，委托人的期望得益为 $0.9\times[20-w(20)]+0.1\times[10-w(10)]$。因此，对风险中性的委托人来说，当

$$0.9\times[20-w(20)]+0.1\times[10-w(10)]>0$$

时会选择委托。这就是委托人选择委托的基本条件。

在上述几个约束条件满足的情况下，双方的上述选择构成该模型的子博弈完美纳什均衡。如果该模型主要是解决委托人如何激励代理人努力工作的激励机制设计问题，那么委托人应该根据上述激励相容约束和参与约束条件，以及 E 和 S 的数值，确定 $w(20)$ 和 $w(10)$ 的数值。读者可以自行讨论一些数值例子。

五、选择报酬和连续努力水平的委托人—代理人模型

讨论一个不仅努力成果不确定和不可监督，而且委托人可以选择报酬函数（也就是薪酬制度），代理人在连续区间中选择努力水平 e 的委托人—代理人模型。同时考虑代理人有正值的机会成本，不接受该委托有利益（其他工作的报酬或闲暇的效用）$\bar{U}$，并假设努力的负效用是努力水平的单调递增凸函数 $C=C(e)$。

设代理人可以选择的努力水平 e 分布在某个连续区间，产出 R 是 e 的随机函数，仍用 $R=R(e)$ 表示。由于不可监督，委托人不知道 e，只能根据 R 支付报酬，即 $w=w(R)$。这意味着，w 中至少部分是计件工资或利润提成。由于 R 与 e 有关，w 与 e 也有关，$w=w(R)=w[R(e)]$ 也是随机函数关系。委托人得益函数为 $R-w=R(e)-w[R(e)]$，代理人得益函数为 $w-C=w[R(e)]-C(e)$。

简单起见，可以利用前几个模型的相关结论，直接从参与约束和激励相容约束角度讨论本模型的激励机制设计问题。

首先讨论参与约束。代理人只有在接受委托的利益不小于机会成本 $\bar{U}$，也就是

$$w[R(e)]-C(e)\geqslant\bar{U}$$

时，才可能接受委托。这个不等式就是该模型的参与约束。在代理人接受委托的前提下，委托人当然希望付出报酬越小越好，因此实际的参与约束是 $w[R(e)]=C(e)+\bar{U}$。这样，委托人的得益函数是 $R(e)-w[R(e)]=R(e)-C(e)-\bar{U}$。

根据上述得益函数，委托人可以求出最符合自身利益的代理人努力水平 e^*。如果 $R(e)$ 是通常的凹函数，如图 3.16 所示，而 $C(e)$ 是单调递增的凸函数，e^* 就是图中使 $R(e)$ 的切线与 $C(e)+\bar{U}$ 的切线平行的努力水平。

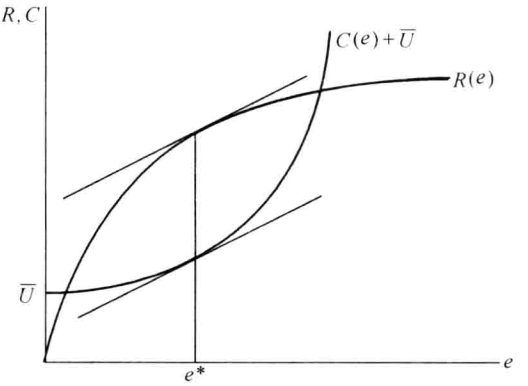


图 3.16 委托人希望的代理人努力水平(满足参与约束)

在满足参与约束的条件下,代理人愿意接受工作,但努力水平不一定是 e^*。因为代理人考虑的是自身利益最大化,与委托人的意愿不一定一致。要代理人自觉选择 e^*,e^* 必须符合代理人的最大利益,即对其他任何努力水平 e,都有

$$w[R(e^*)]-C(e^*)\geqslant w[R(e)]-C(e)$$

这是该模型的激励相容约束。满足激励相容约束意味着代理人利益与委托人利益完全一致,代理人的行为会符合委托人的最大利益。

委托人按照上述参与约束和激励相容约束设计报酬函数,正是使代理人的行为符合自己的利益、要求的基本原则。

这里以一个店主和店员的委托人—代理人关系为例,演示上述委托人—代理人理论的激励机制设计思想。

假设店主雇佣了一个店员,R 是商店的利润,e 是店员的努力。由于利润不仅取决于店员的努力,还取决于市场情况,因此 R 是 e 的随机函数,假设是线性随机函数 $R=R(e)=4e+\eta$,其中 η 是均值为 0 的随机扰动项。再假设店员的负效用函数为 $C=C(e)=e^2$,店员接受该工作的机会成本 $\overline{U}=1$。

由于店主无法掌握店员的实际努力,因此只能根据利润水平付报酬。设店主采用报酬计算公式 $S=A+B[R(e)]=A+B[4e+\eta]$,其中 A 和 B 是常参数。该报酬公式意味着店员的工资由固定工资 A 和利润提成

$B[4e+\eta]$两部分组成，就是常见的基本工资加提成奖金的工资制度。这样，店主的得益(纯利润)函数为$4e+\eta-A-B[4e+\eta]=4(1-B)e+(1-B)\eta-A$，因为$\eta$是均值为0的随机变量，因此期望得益为$4(1-B)e-A$。店员的得益函数为$A+B[4e+\eta]-e^2$，期望得益为$A+4Be-e^2$。店主面临的问题是确定$A$和$B$的数值，使这种工资制度成为一种有效激励。

在上述假设下，参与约束条件为

$$A+B[4e+\eta]-e^2\geqslant 1$$

或

$$A+B[4e+\eta]\geqslant e^2+1$$

如果店员是风险中性的，只要期望净利益

$$A+4Be-e^2\geqslant 1$$

或

$$A+4Be\geqslant e^2+1$$

店员就愿意接受该工作。假设店员已经接受工作，那么由于店员得益为$A+B[4e+\eta]-e^2$，期望得益为$A+4Be-e^2$，因此对风险中性的店员，$e^*=2B$符合其最大利益。这意味着，店员的最佳努力水平取决于利润提成比例B。当$B=0$时$e^*=0$，即店员没有努力愿望；当B较大时，店员的努力愿望e^*随之增大；当$B=0.5$，即提成比例为50%时，店员愿意付出的努力$e^*=2\times 0.5=1$。

现在看店主的选择问题，也就是店主对A和B的选择。店主的选择首先必须满足店员参与约束条件的下限，即

$$A+B[4e+\eta]=e^2+1 \tag{3.3}$$

这样店主得益公式为$4e+\eta-e^2-1$，期望得益为$4e-e^2-1$。容易求出当$e^{**}=2$时，店主的期望得益最大(等于3)，即$e^{**}=2$是符合店主最大利益的店员努力水平。将$e^*=e^{**}=2$代入店员的最优选择公式$e^*=2B$，可得

$$B=1 \tag{3.4}$$

再将 $e=e^{**}=2$ 代入参与约束(3.3)式,得 $A+B(8+\eta)=5$。两边求数学期望,得

$$A+8B=5 \tag{3.5}$$

将 $B=1$ 代入(3.5)式得到 $A=-3$。这意味着,店主的最优激励工资计算公式是 $w=A+B(R)=-3+R$。这个公式的意义是,商店100%的营业利润都给店员作为提成,店主不给店员发固定工资,还向店员收取3单位的承包费或租金,实质是一种承包或租赁经营制。

双方的上述策略构成本博弈唯一的子博弈完美纳什均衡。在该均衡下,所有的不确定性风险都由店员而不是由店主承担的。如果代理人属于风险厌恶的类型,就无法采用这种承包经营或租赁经营制。事实上当店员风险厌恶时,带风险的期望得益在决策选择中的分量会下降,均衡情况会有所变化,会变成某种带分成的制度安排。

3.5 有同时选择的动态博弈模型

本节介绍的是,至少某个阶段存在两个或多个博弈方同时选择的动态博弈模型。这种类型的博弈问题在现实经济中是很多的,如伯特兰德寡头竞争模型中有两个或更多追随厂商,而且追随厂商同时决定产量的情况。由于存在博弈方的同时选择,因此这种动态博弈与静态博弈有内在联系。本节主要讨论有同时选择的两阶段博弈模型。

3.5.1 标准模型

为了使分析思路比较清楚,先给出一种有同时选择的两阶段博弈的标准模型。该模型包括4个假设:

(1) 博弈有4个博弈方,分别称为博弈方1、博弈方2、博弈方3和博弈方4(也可以假设某阶段只有一个博弈方或两阶段博弈方相同,这些差异对博弈分析影响不大);

(2) 第一阶段是博弈方1和博弈方2的选择,他们同时在各自可选

策略(行为)集合 A_1 和 A_2 中分别选择 a_1 和 a_2；

(3) 第二阶段是博弈方 3 和博弈方 4 的选择，他们在看到博弈方 1 和博弈方 2 选择的 a_1 和 a_2 以后，同时在各自可选策略(行为)集合 A_3 和 A_4 中分别选择 a_3 和 a_4；

(4) 各博弈方的得益都取决于所有博弈方的策略 a_1、a_2、a_3 和 a_4，即博弈方 i 的得益是各个博弈方所选择策略的多元函数 $u_i=u_i(a_1, a_2, a_3, a_4)$。

现实经济中不少博弈问题与上述标准模型基本一致。例如后面将介绍的国际竞争和最优关税博弈问题中，两个制定关税的国家是标准模型中的博弈方 1 和博弈方 2，两国各自一个相互进行产量竞争的企业是模型中的博弈方 3 和博弈方 4。

有同时选择的两阶段博弈仍然是动态博弈，因此基本分析方法仍然是逆推归纳法，核心均衡概念仍然是子博弈完美纳什均衡。当然因为存在同时选择，至少部分阶段不是单人最优化，而是静态博弈。这种模型的子博弈是第二阶段两博弈方的同时选择，本身也是一个静态博弈。

3.5.2　间接融资和挤兑风险

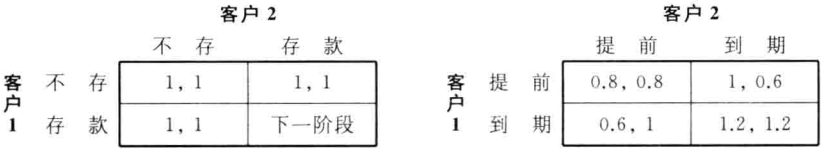
银行信贷对经济发展的作用无可估量，但同时也蕴含着巨大的风险。要很好地防范这种金融风险，必须对引发风险的内在机制有深入了解。这里用一个有同时选择的两阶段博弈模型，对银行信贷业务的本质特征和潜在风险作一些讨论。

设一家银行为了给一个企业贷放一笔 20 000 元的贷款，以 20%的年利率吸引客户存款。两个客户各有 10 000 元资金，如果他们愿意在该银行存 1 年期定期存款，该银行就可以向企业贷款。如果两个客户都不愿存款或只有一个客户存款，该银行无法给企业贷款，这时候客户都能保住自己的本金。

在两个客户都存款，银行给企业提供贷款的情况下，如果银行满 1 年收回贷款，企业能完成投资和回笼资金，银行可收回贷款本息支付存款客户的存款本息。但如果在没有满 1 年的时候，一个客户单独或两个客户同时要求提前取出存款，银行不得不提前收回贷款，企业的投资无法完成。假设这时候企业只能收回 80%的本钱，并全部偿还给银行。再假设

若有一个客户要求提前取款，则银行会偿还其全部本金，余款属于另一客户；若两个客户同时要求提前取款，则平分收回的资金。简单起见，假设银行不收佣金、手续费。

根据上述假设，该间接融资问题可以用一个两个客户之间的，第一阶段同时选择是否存款，第二阶段同时选择是否提前取款的两阶段博弈表示，如图 3.17 中的两个得益矩阵所示。



(a) 第一阶段　　(b) 第二阶段

图 3.17　间接融资——客户的博弈

首先分析两个客户第二阶段的选择。容易看出该博弈有两个纯策略纳什均衡(提前，提前)和(到期，到期)，分别对应得益(0.8, 0.8)和(1.2, 1.2)，后一个明显帕累托优于前一个。通常情况下，应该判断博弈结果是(到期，到期)，双方得益(1.2, 1.2)，也就是两个客户都等存款到期收回本金并获得利息。但根据上一章有关风险上策均衡的分析，并不保证能实现这种理想结果。因为只要有一个客户认为另一客户有提前取款的可能性，那么双方的合理选择就不再是到期取款，而是提前取款，实现低效率的前一个均衡。

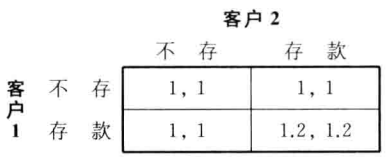


图 3.18　间接融资博弈第一阶段等价博弈(一)

回到第一阶段两个客户对是否存款的选择。如果第二阶段的博弈结果是比较理想的(到期，到期)纳什均衡，第一阶段的博弈相当于图 3.18 中的得益矩阵所示情况。

在这种情况下，第一阶段也有两个纯策略纳什均衡(不存，不存)和(存款，存款)。这两个均衡中，后一个帕累托优于前一个，而且后一个也是上策均衡和风险上策均衡，因此两个客户都会倾向于选择后一个均衡，也就是都存款给银行。这是银行间接融资制度很好起作用的情况。

如果第二阶段的博弈结果是不理想的(提前，提前)，第一阶段的博弈

相当于图 3.19 中的得益矩阵所示。

		客户 2	
		不　存	存　款
客户 1	不　存	1, 1	1, 1
	存　款	1, 1	0.8, 0.8

图 3.19　间接融资博弈第一阶段等价博弈(二)

此时(不存,不存)是两个客户的纳什均衡,也是上策均衡,因此两个客户都会选择“不存”。这相当于客户不再信任银行,银行系统崩溃的情况。但这种情况本身不会引起银行挤兑风潮和金融危机,因为客户根本没有把资金存入银行。

导致银行挤兑风潮和金融危机的内在机制是:两个客户第一阶段选择时可能以第二阶段(到期,到期)纳什均衡为基础,因此选择了(存款,存款),但由于某种谣传引起的恐慌等原因,第二阶段最终出现的是(提前,提前)的均衡,客户挤提存款。这正是现实中引起银行倒闭的许多“银行挤兑”风潮的制度性根源。

上述间接融资博弈揭示了经济决策中一类低效率均衡存在的原因。该博弈与囚徒的困境还是有差异的,因为它本身存在有效率的均衡结果,只要引进某种存款保险制度就能避免低效率均衡,避免银行挤兑风潮的发生。这就是政府为什么要建立信贷保险制度的原因。

3.5.3　国际竞争和最优关税

最优关税模型是博弈理论在国际经济学中的经典应用之一。模型中有两个国家,分别称为国家 1 和国家 2,它们决定本国进口商品的关税率。两国各有一个企业生产同一种既内销又相互出口的商品,称这两个企业为企业 1 和企业 2。两国的消费者既可以购买国货,也可以购买进口货,国货和进口货之间可完全替代。

用 Q_i 记国家 i 市场上的商品总量,市场出清价格设为 $P_i=P_i(Q_i)=a-Q_i$, $i=1, 2$。设企业 i 生产 h_i 供内销和 e_i 供出口,因此 $Q_i=h_i+e_j$, $i, j=1, 2$。当 $i=1$ 时,$j=2$;当 $i=2$ 时,$j=1$。再假设两个企业边际生产成本同为常数 c,且都无固定成本,则企业 i 生产成本为 $c(h_i+e_i)$。当企业出口时,进口国关税也是它的成本,如果国家 j 的关税率为 t_j,则企业 i 的出口产品成本为 $ce_i+t_je_i$,国内销售产品成本为 ch_i。

假设两国政府先同时制定关税率 t_1 和 t_2,然后两个企业根据 t_1 和 t_2 同时决定各自的内销和出口产量 h_1、e_1 和 h_2、e_2。这就是一个标准

的两阶段都有同时选择的动态博弈。两个国家相当于标准模型中的博弈方 1 和 2,两国企业相当于标准模型中的博弈方 3 和 4。

在这个博弈中,企业的得益是它们唯一关心的利润,即

$$\begin{aligned}\pi_i &= \pi_i(t_i, t_j, h_i, h_j, e_i, e_j) = P_i h_i + P_j e_i - c(h_i + e_i) - t_j e_i \\ &= [a - (h_i + e_j)]h_i + [a - (e_i + h_j)]e_i - c(h_i + e_i) - t_j e_i\end{aligned}$$

国家的得益是社会总福利,包括消费者剩余、本国企业利润和国家关税收入三部分,即

$$\begin{aligned}w_i &= w_i(t_i, t_j, h_i, h_j, e_i, e_j) \\ &= \frac{1}{2}(h_i + e_j)^2 + \pi_i + t_i e_j\end{aligned}$$

式中 $i=1, 2$;$\frac{1}{2}(h_i + e_j)^2$ 是国家 i 的消费者剩余,根据市场出清价格对应的需求函数求得。

用逆推归纳法分析这个博弈,先从第二阶段企业的选择开始。假设两国已选择关税率 t_1 和 t_2,如果 $(h^*_1, e^*_1, h^*_2, e^*_2)$ 是纳什均衡,(h_i, e_i)必须是下列最大值问题的解,即

$$\max_{h_i, e_i \geqslant 0} \pi_i(t_i, t_j, h_i, h^*_j, e_i, e^*_j)$$

的解。由于本模型中,企业生产无固定成本,边际成本是常数,供给国内外市场数量对两市场平均成本无影响。因此,利润 π_i 可以分成国内市场和国外市场两部分,国内市场利润取决于 h_i 和 e^*_j,国外市场利润取决于 e_i 和 h^*_j,上述最大值问题可分解为两个最大值问题,即

$$\max_{h_i \geqslant 0}\{h_i[a - (h_i + e^*_j) - c]\} \tag{3.6}$$

和

$$\max_{e_i \geqslant 0}\{e_i[a - (e_i + h^*_j) - c] - t_j e_i\} \tag{3.7}$$

假设 $e^*_j \leqslant a - c$,可从(3.6)式解得

$$h^*_i = \frac{1}{2}(a - e^*_j - c) \tag{3.8}$$

假设 $h_j^* \leqslant a-c-t_j$，可从(3.7)式解得

$$e_i^* = \frac{1}{2}(a - h_j^* - c - t_j) \tag{3.9}$$

求出的 h_i^* 和 e_i^* 都是满足各自假设的。

由于(3.8)式和(3.9)式都是对 $i=1, 2$ 和 $j=2, 1$ 成立的，因此可得到 4 个方程的联立方程组，解之可得

$$h_i^* = \frac{a-c+t_i}{3} \qquad e_i^* = \frac{a-c-2t_j}{3} \tag{3.10}$$

式中 $i=1, 2$ 和 $j=2, 1$。这就是两个企业第二阶段静态博弈的纳什均衡。

分析第一阶段博弈之前先对上述结果作一些讨论。如果没有关税，也就是 t_1 和 t_2 都等于 0，本博弈相当于国内、国外两个市场的古诺模型，两个企业在两个市场的均衡产量都为 $(a-c)/3$，与古诺模型完全一样。关税使得两个企业供给两个市场上的边际成本发生了变化。在 i 国市场，企业 i 的边际成本为 c，而企业 j 的边际成本为 $c+t_i$，企业 j 的边际成本高于古诺模型，它必然少生产一些；而企业 j 少生产会使市场出清价格有上升趋势，从而使企业 i 多生产。因此，h_i^* 是 t_i 的增函数，而 e_j^* 则是 t_i 的减函数。也就是说，关税确实具有保护本国企业，提高本国企业国内市场占有率，打击外国企业的作用。这也是世界各国普遍设置关税，倾向于提高进口关税的主要原因。

现在回到第一阶段两个国家同时选择 t_1 和 t_2 的博弈。因为国家 1 和国家 2 都清楚两国企业的决策思路和方式，即知道当两国政府确定 t_1 和 t_2 以后，两国企业会根据(3.10)式决定均衡产量 $(h_1^*, e_1^*, h_2^*, e_2^*)$，两国得益将为 $w_i = w_i(t_1, t_2, h_1^*, e_1^*, h_2^*, e_2^*)$，$i=1, 2$。其中，$h_1^*$、$e_1^*$、$h_2^*$、$e_2^*$ 都是 t_1 和 t_2 的函数。为了简便起见，下面用 $w_i(t_1, t_2)$ 表示上述两国得益。

对国家 i 来说，现在是要选择 t_i^*，满足

$$\max_{t_i \geqslant 0} w_i(t_i, t_j^*)$$

把(3.10)式决定的均衡产量 $(h_1^*, e_1^*, h_2^*, e_2^*)$ 代入国家 i 的福利函数，

可得

$$w_i(t_i, t_j^*) = \frac{[2(a-c)-t_i]^2}{18} + \frac{(a-c+t_i)^2}{9} + \frac{(a-c-2t_j^*)^2}{9} + \frac{t_i(a-c-2t_j^*)}{3}$$

令上式对 t_i 的导数在 $t_i = t_i^*$ 时为 0，可得两方程联立的方程组。解之得

$$t_i^* = \frac{a-c}{3},\ i = 1, 2$$

这就是两国的最佳关税。将它们代入(3.10)式，得

$$h_i^* = \frac{4(a-c)}{9},\ e_i^* = \frac{a-c}{9},\ i = 1, 2$$

就是两个企业的最佳内销和出口产量选择。两个企业的总产量都是 $h_i^* + e_i^* = 5(a-c)/9$。因为两个阶段的选择都是纳什均衡，因此肯定不存在不可信的承诺或威胁，这是一个子博弈完美纳什均衡解。

3.5.4 有同时选择的委托人—代理人关系

上一节介绍的委托人—代理人模型有一个共同特点，就是代理人是唯一和不可替代的。但现实中，可以承担同样工作的代理人往往不是唯一的，而且会相互竞争。考虑这样的因素，工作激励的思路可以有所变化。拉齐尔(Lazear)和罗森(Rosen)1981 年提出的模型，就是雇主通过让雇员竞赛的方法实现更有效的激励。该博弈模型的基本假设是：

(1) 一个雇主有两个雇员。雇员 $i(i = 1, 2)$ 的产出函数为 $y_i = e_i + \varepsilon_i$。其中，$e_i$ 为雇员 i 的努力水平；ε_i 是随机扰动，服从分布密度为 $f(\varepsilon)$、期望为 0 的概率分布。雇员的努力水平由雇员自己选择。根据一般的心理效用规律，可以假设雇员付出努力的负效用是 e 的函数 $g(e)$。$g(e)$ 是上升的凸曲线，满足 $g'(e) > 0$ 和 $g''(e) > 0$，即负效用随努力程度提高而增大且增大速度不断加快。

(2) 雇员的产出能观察到，而努力水平无法观察到，因此不能根据雇员的努力程度支付报酬，只能根据产量支付报酬。为了激励雇员努力工作，雇主宣布产量高(或业绩好)的雇员(竞赛获胜者)将得到较高工资

w_h，产量低的工人得到较低工资 w_l。换一个说法，就是雇员基本工资 w_l，产量较高的另有奖金 $w_h - w_l$。

(3) 两雇员在雇主宣布工资奖金方案后，同时独立选择各自的工作努力程度 $e_i \geqslant 0$。

很显然，这是一个两阶段有同时选择的动态博弈模型。雇主决定 w_h 和 w_l 是博弈第一阶段，两雇员同时选择努力程度 e_i 是第二阶段。雇主的得益是产出减去工资成本 $y_1 + y_2 - w_h - w_l$，雇员的得益是工资减去努力的负效用 $u(w, e) = w - g(e)$，其中 $g(e) > 0$。

用逆推归纳法分析这个博弈。首先分析雇主决定 w_h 和 w_l 后，两个雇员都愿意参加竞赛而不是寻找其他工作，同时对自己努力程度的选择。两个雇员面临的是通过选择努力程度相互竞争的一个静态博弈问题。假设两个雇员都是风险中性的，那么每个雇员的纳什均衡策略，也就是给定对方的选择，使自己的期望得益最大化的努力程度 e_i^*，是下列最大值问题

$$\begin{aligned}&\max_{e_i \geqslant 0}[w_h \cdot P\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} + w_l \cdot P\{y_i(e_i) \leqslant y_j(e_j^*)\} - g(e_i)]\\ =\ &\max_{e_i \geqslant 0}[(w_h - w_l) \cdot P\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} + w_l - g(e_i)]\end{aligned}$$

的解。式中，$y_i = e_i + \varepsilon_i$，$i = 1, 2$，$P\{\cdot\}$ 表示括号中不等式成立的概率。根据最大化的一阶条件，可得

$$(w_h - w_l)\frac{\partial P\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\}}{\partial e_i} = g'(e_i) \tag{3.11}$$

这是雇员的努力程度必须满足的基本条件，经济意义是努力的边际收入等于边际负效用。

再把模型假设的产出函数及随机扰动概率分布代入上述公式，利用条件概率的贝叶斯法则得

$$\begin{aligned}P\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} &= P\{\varepsilon_i > e_j^* + \varepsilon_j - e_i\}\\ &= \int_{\varepsilon_j} P\{\varepsilon_i > e_j^* + \varepsilon_j - e_i \mid \varepsilon_j\} \cdot f(\varepsilon_j)d\varepsilon_j\\ &= \int_{\varepsilon_j} [1 - F(e_j^* - e_i + \varepsilon_j)]f(\varepsilon_j)d\varepsilon_j\end{aligned}$$

把该概率公式代入(3.11)式,得

$$(w_h - w_l)\int_{\varepsilon_j} f(e_j^* - e_i + \varepsilon_j) f(\varepsilon_j) d\varepsilon_j = g'(e_i)$$

本博弈中两个雇员的情况一样,他们的选择也应该相同,即 $e_1^* = e_2^* = e^*$,这样就得到

$$(w_h - w_l)\int_{\varepsilon_j} f^2(\varepsilon_j) d\varepsilon_j = g'(e^*) \tag{3.12}$$

如果进一步给出产出函数随机项的具体分布,以及雇员努力负效用函数 $g(e)$ 的具体形式,可以从(3.12)式解出两个雇员的具体选择。

因为 $g(e)$ 是增函数,(3.12)式说明奖金额 $w_h - w_l$ 越大,雇员的努力程度 e^* 也越大。如果奖励 $w_h - w_l$ 固定,产出扰动因素的影响扩大,也就是竞赛结果更多取决于运气而不是雇员努力,雇员会选择较小的 e^*,也就是会觉得努力是不值得的。

如果工资、奖金水平太低,付出努力的负效用很大,或者能找到更好工作,雇员选择的努力也可能是角解 $e_1 = e_2 = 0$,即不接受工作。雇主在第一阶段选择时,必须考虑这一点。

现在回头分析第一阶段。因为雇员参与是雇主激励机制有效的起码条件,如果无法保证雇员接受工作、参与竞赛,雇主设计的工资奖金制度必然是无效的,因此必须先分析保证两个雇员愿意接受工作机会和参加上述竞赛的条件。

由于上述雇员之间博弈的均衡是对称均衡,双方的策略选择相同,因此双方赢得竞赛的机会都是 1/2。这样,雇员愿意接受该工作参与竞赛的条件是该工作提供的期望得益至少不低于替代工作机会的得益。如果假设两个雇员其他工作机会的得益是 U_a,保证雇员接受工作参与竞赛的条件是

$$\frac{1}{2}w_h + \frac{1}{2}w_l - g(e^*) \geqslant U_a$$

这就是参与约束。由于在能保证雇员接受工作和参加竞赛的前提下,雇主会尽可能压低工资奖金,因此参与约束条件可进一步改为

$$\frac{1}{2}w_h+\frac{1}{2}w_l-g(e^*)=U_a$$

整理得到

$$w_h+w_l=2g(e^*)+2U_a \tag{3.13}$$

$$w_l=2U_a+2g(e^*)-w_h$$

设上述参与约束条件已经满足，因此两个雇员都愿意参加竞赛。根据对第二阶段两个雇员静态博弈的分析已知，在工资水平为 w_h 和 w_l 时，两个雇员选择的努力程度是满足(3.12)式的相同的 e^*。因此，雇主的利润函数为

$$y_1+y_2-w_h-w_l=2e^*+\varepsilon_1+\varepsilon_2-w_h-w_l$$

由于 ε_1 和 ε_2 是均值为 0 的随机变量，因此雇主的期望利润为 $2e^*-w_h-w_l$。雇主选择的工资水平 w_h 和 w_l 必须使得期望利润最大化，即

$$\max_{w_h\geqslant w_l>0}\{2e^*-w_h-w_l\}$$

根据(3.13)式，上述优化问题可以转化为促使雇员的努力程度满足

$$\max_{e^*>0}\{2e^*-2U_a-2g(e^*)\}$$

由于 U_a 是外生确定的常数，因此雇主利润最大化要求的雇员努力程度要满足一阶条件，即

$$1-g'(e^*)=0 \tag{3.14}$$

给出 $g(e)$的具体形式可以解出满足雇主利润最大化要求的 e^*，代入参与约束等式和两个雇员的均衡方程(3.12)式，求出最优工资水平 w_h^*和 w_l^*。

不求出最优工资的具体数值，也可以得到一些有用的结论。把(3.14)式代入(3.12)式，得到

$$(w_h-w_l)\int_{\varepsilon_j}f^2(\varepsilon_j)d\varepsilon_j=1$$

因此

$$(w_h - w_l) = 1 / \int_{\varepsilon_j} f^2(\varepsilon_j) d\varepsilon_j$$

该式含义是具有有效激励作用，且符合雇主利益的奖金水平 $(w_h - w_l)$，只与工作成绩的不确定性有关，与产出函数随机因素概率分布的方差正相关。

3.6 动态博弈分析的问题和扩展讨论

子博弈完美纳什均衡和逆推归纳法有效分析了多种动态博弈，但并不保证它们可以解决所有的动态博弈问题。事实上，这两个工具在动态博弈分析中常会遇到难以克服的困难。本节将对这些困难作一些讨论，并简单介绍颤抖手均衡和顺推归纳法的思想。

3.6.1 逆推归纳法的问题

动态博弈分析的关键是子博弈完美纳什均衡，子博弈完美纳什均衡分析的核心方法则是逆推归纳法。逆推归纳法思路清楚，并能得出强烈的结论，是一种很高效的工具。但有突出优点的事物往往也有严重的弱点。

首先是逆推归纳法只能分析明确设定的博弈问题。它要求博弈的结构，包括次序、规则和得益情况等都非常清楚，并且各个博弈方了解博弈结构，相互知道对方了解博弈结构等。但现实的博弈问题常常没有很明确的设定，要求博弈方都完全清楚问题背景且相互完全信任更不容易，在这些情况下逆推归纳法的适用性就很成问题。

其次是逆推归纳法也不能分析太复杂的动态博弈。它是从动态博弈的最后阶段开始对每种可能路径进行比较，选择路径数量超出人们比较判断的能力范围就会遇到困难。例如，虽然象棋博弈是完全且完美信息的动态博弈，理论上路径数量是有限的，但可能的路径数量太大，事实上无法用逆推归纳法分析这种博弈。

此外，两条路径利益相同也会导致逆推归纳法遭遇选择困难，从而无法运用。这其实也是多重均衡导致的分析预测困难。

逆推归纳法更大的问题是对博弈方的理性要求太高，不仅要求所有博弈方都有高度的理性，不允许博弈方犯任何错误，而且要求所有博弈方相互了解和信任对方的理性，对理性（个体理性、集体理性、风险偏好等）有相同的理解，或进一步有“理性的共同知识”（common knowledge of rationality，CKR）①。但在现实中，决策者通常有相当大的理性局限，也必然会犯错误，对理性的相同理解和理性的共同知识更难满足，因此很难保证逆推归纳的结论与他们的行为一致，导致基于逆推归纳法的预测可靠性受到很大影响。

博弈方的理性局限和犯错误可能性还提出了新的问题：对于理性的博弈方来说，如果其他博弈方偏离子博弈完美纳什均衡路径时，应该怎样进行后面的博弈呢？通过下面的例子可以更好地理解这个问题。

图 3.20 是一个并不复杂的三阶段动态博弈，逆推归纳法很容易找出这个博弈的子博弈完美纳什均衡。子博弈完美纳什均衡是“博弈方 1 在第一阶段选择 L，第三阶段选择 T；博弈方 2 在第二阶段选择 N”，相应博弈路径是博弈方 1 第一阶段选择 L，博弈结束。这应该是两个完全理性的博弈方之间进行博弈的结果。但如果博弈方可能有理性局限，就不能排除博弈方 1 第一阶段采用 R 而不是 L 的可能性。这时候如果博弈方 2 是理性的，应该怎样选择呢？

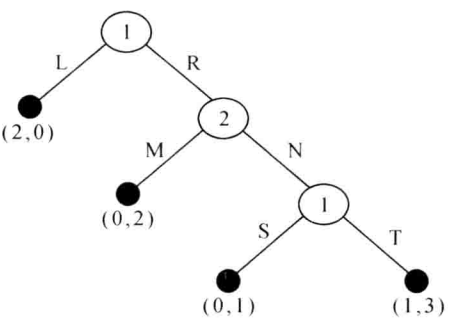


图 3.20　博弈方“犯错误”导致的问题

按照子博弈完美纳什均衡的策略，博弈方 2 应该选择 N，从而把进一步选择的权利交给博弈方 1，因为理性的博弈方 1 在第三阶段会选择 T，这样博弈方 2 可以得到 3 单位得益，比第二阶段自己直接选 M 得到 2 单位得益更多。但问题是看到博弈方 1 第一阶段选 R 而不是 L 后，博弈方 2 还能相信博弈方 1 的理性吗？因为如果博弈方 1 确实是理性的，不可能放弃第一阶段选 L 获得本博弈中最高得益的机会，放弃这个机会说明

① 参见文献(6)。

他有明显的理性局限，博弈方 2 第二阶段仍然以博弈方 1 的理性为基础选择 N 显然很冒险。

这种问题给博弈方 2 的分析和决策造成了困难。博弈方 2 首先必须确定的是博弈方 1 在第一阶段错误的性质，也就是说要确定博弈方 1 第一阶段所犯只是偶然的错误，并不意味着下一阶段会继续犯错误，还是应该认为博弈方 1 的理性层次很低，下一阶段继续犯错误可能性非常大。此外，在有些博弈问题中，还要考虑其他博弈方的“错误”是否隐含其他意思，是不是故意犯错误发出某种信号等。很显然，对“犯错误”行为的判断不同，有效的对策也不同。对犯错误性质的判断是解决犯错误引出问题的基础。

3.6.2 颤抖手均衡和顺推归纳法

应该怎样理解博弈方的错误，或者说博弈方相互之间怎样理解对方的错误？如果不能相信在前面阶段犯错误博弈方的理性，那么在后面阶段行为的博弈方该如何判断和行为，包括犯错误博弈方在后面阶段博弈中该怎样判断和行为，以及怎样判断对方对自己判断的判断呢？这样的问题可以不断递推下去。在遇到博弈方犯错误的情况下，这些关于理性及其判断的推理对博弈进程和结果有重要的，甚至决定性的影响。这里简单介绍理解博弈方“犯错误”性质的两种主要方法。

一、颤抖手均衡

第一种方法是塞尔顿提出的“颤抖手均衡”思想。颤抖手均衡是理解有限理性的博弈方在动态博弈中偏离子博弈完美纳什均衡行为最重要的思想之一，也是精炼子博弈完美纳什均衡的一种均衡概念。

扩展形表示的简单动态博弈可以转化成策略形，用得益矩阵表示。这里先用得益矩阵表示的博弈介绍颤抖手均衡的思想，以图 3.21 中的博弈为例。在这个博弈中，(D, L)和(U, R)都是纳什均衡，其中(D, L)对博弈方 1 较有利，(U, R)对博弈方 2 较有利。在不考虑博弈方选择和行为偏差的情况下，这两个纳什均衡都是稳定的，都是该博弈可能的结果。

		博弈方 2	
		L	R
博弈方 1	U	10, 0	6, 2
	D	10, 1	2, 0

图 3.21 一个 2×2 博弈的颤抖手均衡

如果考虑到博弈方的选择和行为

偏差，情况就会发生变化。因为如果博弈方 2 可能采用 R，不管可能性多么小，博弈方 1 的最佳选择就是 U 而不是 D，而博弈方 2 考虑到博弈方 1 的这种思路就会选择 R 而不是 L。因此，(D, L)不再是一个具有稳定性的均衡。反过来，(U, R)的情况就不同。因为从这个策略组合出发，不管博弈方 2 是否有偏离 R 的可能，博弈方 1 都没有必要偏离 U；对博弈方 2 来说，虽然博弈方 1 从 U 偏到 D 对他的利益有不利影响，但只要偏离可能性不超过 2/3，自己改变策略就不合理。因此，(U, R)对于概率较小的偶然偏差来说具有稳定性，称为“颤抖手均衡”①，(D, L)就不是颤抖手均衡。

如果把这个博弈中博弈方 1 的得益作少量改变，颤抖手均衡的情况就会发生变化。图 3.22 的博弈与图 3.21 的博弈中，唯一区别是策略组合(U, L)的博弈方 1 得益少 1 单位。正是这一点差异，使得前一个博弈的非颤抖手均衡(D, L)变成后一个博弈的颤抖手均衡。因为现在即使博弈方 1 仍然会考虑博弈方 2 偏离 L 错误选择 R 的可能性，但只要可能性确实很小(如不超过 20%)，那么博弈方 1 坚持选择 D 而不是转向 U 就是最佳策略。因此，这个博弈中(D, L)也是颤抖手均衡，该博弈有两个颤抖手均衡。

		博弈方 2	
		L	R
博弈方 1	U	9, 0	6, 2
	D	10, 1	2, 0

图 3.22　一个 2×2 博弈的颤抖手均衡

对比这两个例子不难看出，一个策略组合是一个颤抖手均衡，首先必须是一个纳什均衡，其次是不能包含任何“弱劣策略”，也就是偏离对偏离者没有损失的策略。包含弱劣策略的纳什均衡不可能是颤抖手均衡，因为它们经不起任何非理性的“扰动”，缺乏在有限理性条件下的稳定性。

现在再回到扩展形表示的动态博弈，先看图 3.23 中的博弈。这个博弈有两条子博弈完美纳什均衡路径，一条是博弈方 1 在第一阶段选择 L

① 颤抖手均衡较严格的定义：如果有限策略博弈的一个纳什均衡 $(\sigma_1, \cdots, \sigma_n)$ 满足对每个博弈方 i 都存在一严格混合策略序列 $\{\sigma_i^m\}$，使得(1) $\lim_{m\to+\infty}\sigma_i^m = \sigma_i$；(2)对于任意正整数 m，$(\sigma_1^m, \cdots, \sigma_n^m)$ 都是纳什均衡，那么 $(\sigma_1, \cdots, \sigma_n)$ 称为一个“颤抖手均衡”。注意上述定义中的混合策略序列必须是严格混合策略，即每个纯策略都有取到的可能性。此外这种混合策略序列只要存在一个即可。

结束博弈，另一条是 R—N—T—V。第二条不是颤抖手均衡路径，因为只要博弈方 1 考虑博弈方 2 第二阶段有偏离 N 的可能性，就不可能在第一阶段坚持 R 策略，因此第二条路径的子博弈完美纳什均衡是不稳定的。

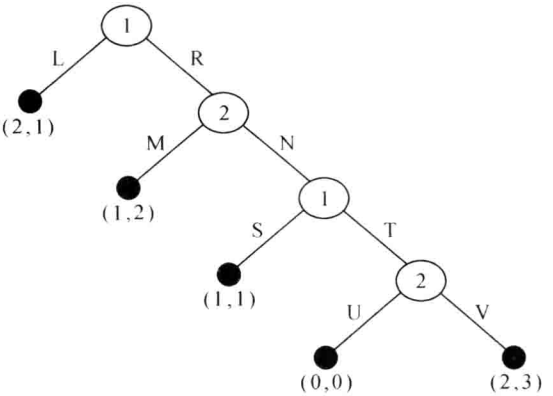


图 3.23 扩展形动态博弈的颤抖手均衡

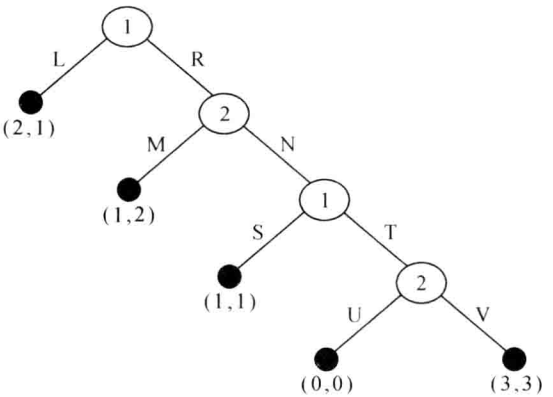


图 3.24 扩展形动态博弈的颤抖手均衡

如果把上述博弈改成如图 3.24 所示，情况也会发生变化。这时候 R—N—T—V 既是唯一的子博弈完美纳什均衡路径，同时也是颤抖手均衡。因为只要每个博弈方偏离该路径的概率比较小，博弈方都有坚持它的愿望。

根据上述分析可以看出，颤抖手均衡是一种精练子博弈完美纳什均

衡的概念。能够通过颤抖手均衡检验的子博弈完美纳什均衡的稳定性必然更强，预测也更加可靠。当然，颤抖手均衡本身不能解决博弈方犯错误的问题，因此也不能保证它的预测一定是博弈的实际结果，即使动态博弈有唯一的颤抖手均衡。

最后回到图 3.20 中的动态博弈问题。根据颤抖手均衡思想，不难发现博弈方 1 在第一阶段选择 L 结束博弈是该博弈唯一的子博弈完美纳什均衡路径，也是该博弈唯一的颤抖手均衡。如果博弈方 1 在第一阶段选择了 R 而不是 L，博弈方 2 根据颤抖手均衡的思想，第二阶段还是会选择 N 而不是 M。在从第二阶段博弈方 2 的选择开始的子博弈中，N—T 既是子博弈完美纳什均衡路径，也是颤抖手均衡路径。颤抖手均衡思想把博弈方各阶段的错误看作互不相关的小概率事件，博弈方 1 第一阶段的错误不会导致博弈方 2 不敢选择 N。

二、顺推归纳法

颤抖手均衡只是理解博弈方错误和精炼均衡的方法之一，并不保证一定与现实中博弈方的思想方法一致，现实中博弈方很可能有其他的理解和处理方法，“顺推归纳法”(forwards induction)就是其中之一。

在图 3.25 中 van Damme 1989 提出的博弈就是说明顺推归纳法思想的最好例子。这个博弈第一阶段是博弈方 1 在 D 和 R 之间选择。如果他选 D，博弈结束，双方各得 2；如果他选 R，双方进行第二阶段的静态博弈。第二阶段的静态博弈有 3 个纳什均衡，即纯策略均衡(s, w)和(w, s)，以及双方都以 3/4 和 1/4 的概率分别选择 s 和 w 的混合策略均衡。上述 3 个纳什均衡带给双方的平均得益都小于 2。

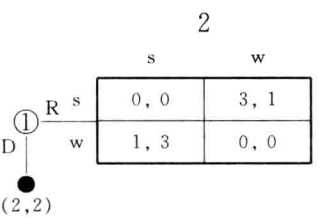


图 3.25　van Damme 博弈

这个两阶段博弈的子博弈完美均衡之一，是博弈方 1 在第一阶段选择 D，而如果达到第二阶段，双方采用纳什均衡(w, s)。当然第二阶段的子博弈不在均衡路径上，到达这个子博弈只能被认为是博弈方 1 在选择时出现了某种差错，设定这个子博弈中双方的策略就是设定非均衡路径上的选择。容易验证，(Dw, s)既是子博弈完美纳什均衡，也是颤抖手均衡。

但(Dw, s)是否真有稳定性仍然是有疑问的。因为如果博弈方 1 第一阶段选择了 R,也许解释成博弈方 1 有意识这么选择比出了差错更有说服力。只要把这个博弈表示成图 3.26 所示中的策略形式,就不难理解这一点。根据该策略形容易明白,理性的博弈方是不会选择严格下策 Rw 的,在第一阶段选 R 不选 D,唯一的可能性是准备在第二阶段选 s。在这样的判断下,博弈方 2 第二阶段的最佳选择只有 w。如果博弈方 1 相信博弈方 2 的分析能力,就可预知博弈方 2 的推理和选择,可以知道自己第一阶段选 R 后,第二阶段一定可以实现比第一阶段直接选 D 更有利的均衡(s, w),因此第一阶段选 R 是博弈方 1 高度理性的选择。这意味着,既是子博弈完美纳什均衡,又是颤抖手均衡的(Dw, s)其实是不稳定的,这个博弈真正有稳定性的均衡是另一个子博弈完美纳什均衡和颤抖手均衡(Rs, w)。

博弈方 1 \ 博弈方 2	s	w
D	2, 2	2, 2
Rs	0, 0	3, 1
Rw	1, 3	0, 0

图 3.26 van Damme 博弈策略形

这个例子说明了,颤抖手均衡的思想方法确实不能完全解决动态博弈均衡的精炼问题。上述根据博弈方前面阶段的行为,包括偏离特定均衡路径的行为,推断他们的思路并为后面阶段博弈提供依据的分析方法,称为“顺推归纳法”。顺推归纳法考虑的是,博弈方有意识偏离子博弈完美纳什均衡和颤抖手均衡路径的可能性。顺推归纳法是精炼纳什均衡的另一种重要方法。

3.6.3 蜈蚣博弈

即使决策者不存在理性局限,逆推归纳法和子博弈完美纳什均衡分析仍然可能存在问题,“蜈蚣博弈”(centipede game)就是典型的例子。

“蜈蚣博弈”是 Rosenthal(1981)提出的一个动态博弈问题。之所以称为“蜈蚣博弈”,是因为它的扩展形象一条蜈蚣。蜈蚣博弈可以有不同的版本,图 3.27 所示是比较常见的一种。这是一个由博弈方 1 和 2 轮流选择的多阶段动态博弈,共有 198 个阶段,所有得益数组第一个数字是博弈方 1 的得益,第二个数字是博弈方 2 的得益。

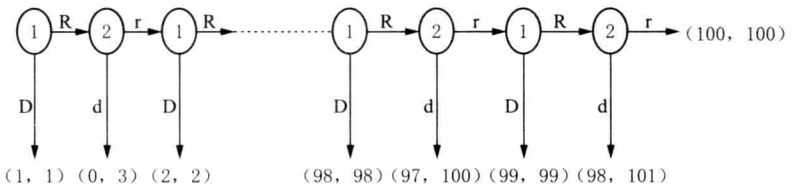


图 3.27　蜈蚣博弈

用逆推归纳法进行分析，博弈方 2 最后一个阶段的最佳选择显然是 d，博弈方 1 和 2 分别得到 98 和 101。逆推回倒数第二个阶段，博弈方 1 的选择肯定是 D，双方得益都是 99。再逆推回倒数第三个阶段，博弈方 2 还是会选择 d。依次类推，博弈方 1 在第一阶段就会选择 D，直接结束博弈，双方得益都是 1。这就是本博弈唯一的子博弈完美纳什均衡路径。

在这个博弈中，从个体理性出发的最优选择导致极差结果的问题发展到了极致。蜈蚣博弈受到重视更主要的原因，在于上述逆推归纳法分析结果与人们的直觉很不一致。实验结果证实了人们的直觉，让绝大多数随意挑选的两个博弈方进行该博弈，通常不会出现上述逆推归纳法预测的结果。

这种理论与实际矛盾的根源在哪里呢？答案可以从参加实验者对为什么第一次选择时选 R 将主动权交给对方问题的典型回答中找到，“如果对方选 d，自己损失 1 元没什么了不起，自己第一次选 D 虽然能得 1 元，但与选 R 保留得 100 元的可能相比，前者不是好的选择”。所以，至少在该博弈的初始阶段，选择把主动权交给对方，让博弈延续下去，是有很大潜在利益的投机，因此出现不符合理论预测结果的可能性很大。其实，对第一个选择的博弈方来说，只要感觉博弈方 2 可能有一些合作精神，第一阶段选 R 而不是 D 就是真正理性的选择，而采用 R 也是他了解博弈方 2 是否有合作精神的唯一办法。

如果博弈方 1 第一阶段确实选了 R，博弈方 2 第二阶段会如何选择？很显然，如果博弈方 2 能理解博弈方 1 的选择中隐含的信息，他也会选择 r 让博弈延续到下一个阶段。这种试探合作的互动，对相互合作的信心显然有强化作用，因此一旦出现合作的良好开端，就越有可能出现持续的合作，从而进一步否定逆推归纳分析的结论。

但是，我们也不能期望合作会一直持续到最后一个阶段。因为随着

动态博弈越来越临近结束阶段，双方进一步合作的潜在利益越来越小，如果博弈双方都是真正的经济人，逆推归纳法的逻辑肯定会在某个时刻起作用，合作持续到最后一刻的可能性很小。当然，如果没有进一步的假设或信息，要预测逆推归纳法的逻辑究竟在什么时候起作用，双方的合作究竟什么时候停止也很困难。

根据上述分析可以引出这样的推论：如果蜈蚣博弈的阶段数大大减少，譬如只有3个或者5个阶段，开始时合作的可能性要小得多。因为选择合作的潜在利益减少了许多，而承担的初始风险却是同样的，逆推归纳法的逻辑随时可能起作用；反过来，蜈蚣博弈的长度进一步加长，那么合作的可能性将比原来的蜈蚣博弈更大，合作的阶段数也会大大增加。

本章内容提要

本章介绍了完全且完美信息动态博弈的基本分析方法，并分析了不少经典动态博弈模型，包括有同时选择的两阶段动态博弈模型。本章第一节对完全且完美信息动态博弈的概念、特点和表示方法作了讨论。第二节对动态博弈特有的相机选择和可信性问题，以及纳什均衡分析的问题进行了讨论，并介绍了动态博弈分析的核心方法逆推归纳法。第三节进一步引进了动态博弈分析的核心均衡概念，即子博弈完美纳什均衡。第四节运用逆推归纳法和子博弈完美纳什均衡概念分析了斯塔克博格模型、劳资博弈模型、讨价还价博弈和委托人—代理人理论等经典动态博弈。第五节讨论了间接融资、最优关税决定和工资制度选择等有同时选择的两阶段博弈模型。本章最后一节揭示了逆推归纳法和子博弈完美纳什均衡分析的问题，并引进了颤抖手均衡、顺推归纳法的概念，通过蜈蚣博弈对动态博弈分析的问题作了进一步讨论。

本章基本概念

相机选择　可信性　子博弈　子博弈完美纳什均衡　逆推归纳法　斯塔克博格模型　委托人—代理人理论　激励机制设计　激励相容约束　参与约束　有同时选择的动态博弈　颤抖手均衡　顺推归纳法　蜈蚣博弈

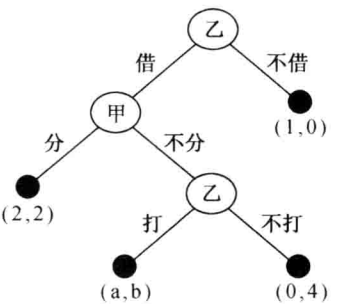
思考练习题

1. 动态博弈分析中为什么要引进子博弈完美纳什均衡，它与纳什均衡是什么关系？

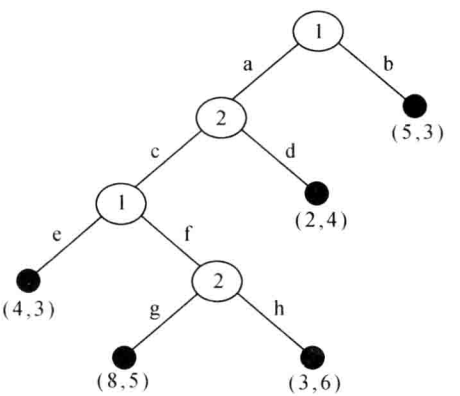
2. 导论中图 1.9 的先来后到博弈有几个纳什均衡？子博弈完美纳什均衡是什么？

3. 博弈方的理性局限对动态博弈分析有什么影响？为什么？

4. 如果开金矿博弈中第三阶段乙选择打官司后的结果尚不能肯定，即下图中 a、b 的数值不确定。试讨论本博弈中有哪几种可能的结果。如果要本博弈中的“威胁”和“承诺”是可信的，a 或 b 应满足什么条件？



5. 设一四阶段两博弈方之间的动态博弈如下图所示。试找出全部子博弈，讨论该博弈中的可信性问题，求子博弈完美纳什均衡策略组合和博弈的结果。



6. 三寡头市场有倒转的需求函数 $P=100-Q$，其中 Q 是 3 个厂商

的产量之和，并且已知3个厂商都有常数边际成本2而无固定成本。如果厂商1和2先同时决定产量，厂商3根据厂商1和2的产量决策，求它们的子博弈完美纳什均衡产量和相应的利润。

7. 求下列得益矩阵表示的对称博弈的颤抖手均衡。

博弈方1 \ 博弈方2	A	B	C
A	0，0	0，0	0，0
B	0，0	1，1	2，0
C	0，0	0，2	2，2

8. 若有人拍卖价值100元的金币，拍卖规则如下：无底价，竞拍者可无限制地轮流叫价，每次加价幅度为1元以上，最后出价最高者获得金币，但出价次高者也要交自己所报的金额且什么都得不到[这种拍卖规则是苏必克(Subik)设计的]。如果你参加了这样的拍卖，你会怎样叫价。这种拍卖问题有什么理论意义和现实意义。

9. 根据3.4.4中对店主和店员之间委托人—代理人关系的分析，讨论在信息不完全的情况下，“基本工资＋提成奖金”式的工资制度和租赁、承包制相比，哪种方式更能使雇员或承租、承包人的利益与雇主或出租、发包人的利益一致？工资加奖金制度与租赁、承包制度各有什么优缺点？

第四章　重 复 博 弈

本章介绍重复博弈理论。重复博弈是基本博弈的重复进行，主要包括有限次重复博弈和无限次重复博弈。因为存在未来利益、长期总利益的影响约束，重复博弈的博弈方决策行为和博弈结果往往与一次性博弈有差异。本章介绍重复博弈的理论和应用分析方法，以及一些经典重复博弈模型。

4.1　重复博弈引论

4.1.1　重复博弈定义和意义

一、定义

重复博弈(repeated games)指基本博弈重复进行构成的博弈，即是静态或动态博弈的重复进行。重复博弈可以用如下方式定义。

定义　给定一个基本博弈 G(静态博弈或动态博弈)，重复进行 T 次 G，每次重复 G 时博弈方都能观察到之前博弈的结果，这样的博弈过程称为“G 的 T 次重复博弈”，记为 $G(T)$。而 G 则称为 $G(T)$ 的“原博弈”。$G(T)$ 中的每次重复称为 $G(T)$ 的一个“阶段”。

如果重复博弈是由基本博弈的有限次重复构成的，也就是预先知道重复次数，有明确结束时间的重复博弈，称为“有限次重复博弈”。如果重复博弈理论上可以无限制重复进行下去，没有结束时间，则称为“无限次重复博弈”，记为 $G(\infty)$。当然，因为人的生命和人类存在的时间都是有限的，因此谁都无法验证无限次重复博弈确实会一直进行下去。但只要博弈方主观认为博弈会不断重复进行下去，没有可以预见的结束时间，就

可以看作无限次重复博弈。因为这种情况下，博弈方的决策思路具有无限次重复博弈的特征。

除了有明确重复次数或结束时间的有限次重复博弈，以及无结束时间的无限次重复博弈以外，还有一种重复博弈问题，虽然重复次数是有限的，但重复次数或结束时间不确定，这种重复博弈称为“随机结束的重复博弈”。随机结束的重复博弈中，博弈方的行为与确定结束时间的有限次重复博弈差异很大，与无限次重复博弈反而更相似，可以通过某种方式与无限次重复博弈统一起来。

二、意义

虽然重复博弈形式上只是基本博弈的重复进行，但博弈方的行为和博弈结果往往不是基本博弈的简单重复。因为重复博弈会迫使博弈方考虑未来、长期的利益，对博弈方的行为造成约束，影响博弈方的策略选择和博弈结果。

如果说，静态博弈和动态博弈模型对应社会经济的短期一次性关系，重复博弈就对应社会经济中的许多持续存在或反复出现的长期关系。例如，两家企业在一个市场上的长期竞争、两个企业在遵守一份为期 10 年协议方面的默契、商业中的回头客问题等，就是具有长期中反复出现和持续存在的合作和竞争关系的例子。这些长期关系与短期关系的差别不只是时间跨度长短问题，而是有重要的性质差异。在短期一次性关系中，人们之间缺乏形成更多默契或合作关系，或者通过报复、制裁的威胁相互约束行为的机会；而在长期重复关系中，人们有机会、有条件形成合作和相互制约，必须在考虑当前利益的同时兼顾未来利益，因此行为选择和博弈结果必然更加复杂。

虽然重复博弈也是有多个阶段的博弈过程，但重复博弈与一般的动态博弈也有很大的差别。因为重复博弈各个阶段有独立的选择和利益，表面上后面阶段选择的内容和利益不受前面阶段影响，不同阶段之间通过信誉和默契信任等联系在一起。例如，商业活动中的回头客问题，商店和顾客的每次交易都是一个独立博弈关系，都有愿买愿卖或公平诚信的选择，都有利益和盈亏，把每次独立交易维系成回头客问题的，只是可能间接影响双方未来选择和利益的信誉、信任。因此，虽然重复博弈分析也用子博弈完美纳什均衡概念，但是博弈结果和博弈分析方法等与一般动

态博弈有很大差别。

重复博弈的主要理论和经典模型可以解释一般静态博弈和动态博弈模型无法解释的问题，对于理解社会经济中的许多问题和现象有非常重要的价值。重复博弈是现代博弈论的重要组成部分。

4.1.2　重复博弈基本概念

许多重复博弈是静态博弈的重复，重复博弈又必然包含多个阶段。因此，重复博弈与静态博弈和动态博弈都有关系，重复博弈的分析方法与静态博弈和动态博弈分析都有关系，但又有区别。

一、重复博弈的策略、子博弈和均衡路径

重复博弈有类似于动态博弈的多个阶段，重复博弈的策略与动态博弈相似，也有子博弈和均衡路径等概念。

在动态博弈中，博弈方的策略是每次轮到行为时，针对每种可能情况如何选择的完整计划。重复博弈中，每个博弈方在每个阶段（每次重复）都必须行为，因此博弈方的策略是在每个阶段针对每种情况如何行为的完整计划。

重复博弈也有子博弈概念。重复博弈的子博弈就是从某个阶段（不包括第一次的某次重复）开始，包括此后所有的重复博弈阶段。重复博弈的子博弈要么仍然是重复博弈，要么就是原博弈。有了重复博弈的子博弈概念，就可以把动态博弈的子博弈完美纳什均衡概念推广到重复博弈。

动态博弈中，各博弈方的策略组合对应一条路径，均衡策略组合对应一条均衡路径，这些路径由各个阶段轮到行为的博弈方行为依次连接而成。重复博弈也有路径概念。重复博弈的所有博弈方在每个阶段都必须行为，因此重复博弈的路径是由每个阶段博弈方的行为组合串联而成的。因为，对应前一阶段的每种结果，后一阶段都有原博弈全部策略组合数那么多种可能结果。因此，如果原博弈有 m 种策略组合，那么重复两次就有 m^2 条博弈路径，重复 T 次就有 m^T 条博弈路径。当 T 或 m 较大时，重复博弈的路径数很大。这一方面会导致分析比较困难，但也使得博弈结果有了更多可能，包括更有效率结果的可能。

二、重复博弈的得益

重复博弈的得益与一次性博弈有所不同，因为重复博弈的每个阶段本身是一个博弈，各个博弈方都有得益，而不是只有整个重复博弈结束后有一个总得益。这是重复博弈与一般动态博弈的主要区别之一。

虽然重复博弈的每次重复都有得益，但理性的博弈方不能仅仅根据当前阶段得益进行决策。因为重复博弈各个阶段的利益存在相关性，博弈方在前面阶段的行为选择必须兼顾后续阶段的得益，必须会考虑整个重复博弈过程得益的总体情况。事实上，如果博弈方只是根据当前阶段得益选择，等于把重复博弈割裂成一个个基本博弈，重复博弈也就失去了意义。

考虑重复博弈总体得益情况的方法之一是计算“总得益”，即博弈方各次重复得益的总和。另一种方法是计算各阶段的“平均得益”，即总得益除以重复次数。从研究重复博弈效率的角度，平均得益比总得益更有意义。需要注意的是，上述意义的总得益和平均得益只有在有限次重复博弈中才保证是能够作为决策依据的有限数，在无限次重复博弈中不仅计算总得益和平均得益困难，而且总得益常常是无穷大，因此无法作为判断和选择的依据。

此外，因为重复博弈的每次重复有时间上的先后次序，这意味着每次得益有时间上的先后之分。这在重复次数较少，且每次重复间隔时间不长的情况下并不重要，但对重复次数很多，每次重复间隔时间较长的有限次重复博弈，或者无限次重复博弈，就不能不考虑得益的时间问题。因为心理作用和资金时间价值的原因，不同时间获得的同样大小利益的价值有差别，对人们决策行为的影响也有差异。如果忽略这一点，可能导致分析结论严重偏差。

解决这个问题的方法是引进贴现系数折算现在值。贴现系数可以根据利率计算，$\delta = 1/(1+\gamma)$，其中 γ 是以一阶段为期限的市场利率。如果一个博弈方 T 次重复博弈的各阶段得益分别为 π_1，…，π_T，则考虑时间价值的重复博弈总得益现在值为

$$\pi = \pi_1 + \delta\pi_2 + \delta^2\pi_3 + \cdots + \delta^{T-1}\pi_T = \sum_{t=1}^{T}\delta^{t-1}\pi_t$$

当然如果重复次数较少，每次重复时间间隔不大，仍然可以用算术和表示有限次重复博弈的总得益。

给定贴现系数 δ 以后，若无限次重复博弈的一路径下，某博弈方各阶段得益为 π_1，π_2，……，则该博弈方总得益的现在值是

$$\pi=\pi_1+\delta\pi_2+\delta^2\pi_3+\cdots=\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

贴现系数 δ 和折算现在值的方法，对无限次重复博弈来说是必须的。因此无限次重复博弈也写成 $G(\infty,\delta)$。

在考虑贴现因素的情况下，重复博弈的平均得益与不考虑贴现因素时的平均得益也有所不同。通常，可以用下列方式定义平均得益。

定义　*如果一常数 $\bar{\pi}$ 作为重复博弈（有限次重复或无限次重复）各个阶段的得益，能产生与得益序列 π_1，π_2，……相同的现在值，则称 $\bar{\pi}$ 为 π_1，π_2，……的“平均得益”。*

很显然，无论是有限次重复博弈，还是无限次重复博弈，如果一个重复博弈中某博弈方的得益本身始终是常数，那这个常数就是平均得益。这与不考虑贴现因素的情况相同。

如果把不考虑贴现因素理解为贴现率 $\delta=1$，上述平均得益定义与算术平均意义上的平均得益一致。

有限次重复博弈不一定考虑贴现因素，不一定需要用上述平均得益概念。无限次重复博弈必然要考虑贴现问题，上述平均得益概念对无限次重复博弈比较重要。由于无限次重复博弈每阶段得益都是 $\bar{\pi}$ 时，现在值为 $\bar{\pi}/(1-\delta)$；而每阶段得益为 π_1，π_2，……时，无限次重复博弈的得益现在值是 $\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$。因此令

$$\bar{\pi}/(1-\delta)=\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

整理得计算无限次重复博弈平均得益的公式为

$$\bar{\pi}=(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

如果对贴现率 δ 的含义作一些扩展，可以把随机结束的重复博弈与

无限次重复博弈统一起来。典型的随机结束重复博弈可以理解成在进行重复博弈时，每次都通过抽签决定是否停止重复，如果抽到停止重复的概率为 p，则抽到继续重复的概率为 $1-p$。设某博弈方在此博弈中的阶段得益为 π_t，利率为 γ，因为在第一次博弈以后能继续下一次重复的可能性是 $1-p$，因此第二阶段的期望得益为 $\pi_2(1-p)/(1+\gamma)$，同样的方法可得到第三阶段的期望得益为 $\pi_3(1-p)^2/(1+\gamma)^2$，……所以，该博弈方在该重复博弈中期望得益的现在值为

$$\pi=\pi_1+\pi_2(1-p)/(1+\gamma)+\pi_3(1-p)^2/(1+\gamma)^2+\cdots$$

$$=\sum_{t=1}^{\infty}\pi_t\frac{(1-p)^{t-1}}{(1+\gamma)^{t-1}}=\sum_{t=1}^{\infty}\pi_t\left(\frac{1-p}{1+\gamma}\right)^{t-1}=\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

式中，最后一个等式是通过令 $(1-p)/(1+\gamma)=\delta$ 得到的。把这个 δ 与前面纯粹考虑时间价值的贴现率统一起来，就把已知概率的随机停止重复博弈与无限次重复博弈统一起来了。因此，随机停止重复博弈问题可以当作无限次重复博弈来进行分析，不需要单独的分析方法。

4.2 有限次重复博弈

本节介绍有限次重复博弈。有限次重复博弈更加常见，无限次重复博弈分析常以有限次重复博弈为基础。本节讨论的大多数有限次重复博弈重复次数较少，为了简单起见，本节的讨论都不考虑贴现因素。如果不作特别说明，本节中重复博弈都指有限次重复博弈。

4.2.1 两人零和博弈的有限次重复博弈

重复零和博弈不会创造出新的利益。例如，重复进行猜硬币博弈，不管两个博弈方如何选择，每次重复的结果都是一方赢、一方输，得益相加为 0。因此，在零和博弈中不存在双方合作的可能性，即使双方知道原博弈要重复进行多次，也不会让他们的行为变得更合作。在猜硬币博弈的重复博弈中，每个博弈方的正确策略是每次重复时都采用一次性博弈的纳什均衡策略，即各以 0.5 的概率随机选正面和反面。重复博弈的结果，

是双方的平均期望得益和期望总得益都为0。

所有零和博弈的有限次重复博弈都与重复猜硬币博弈一样，博弈方的策略都是重复一次性博弈的纳什均衡策略。例如，在齐威王与田忌赛马的重复博弈中，齐威王与田忌双方的正确策略是每次都采用混合策略，以1/6的相同概率随机选用6种出场次序。齐威王的平均期望得益为1，而田忌的平均期望得益为-1。如果重复T次，则齐威王的期望总得益为T，田忌的期望总得益为$-T$。

可以用逆推归纳法论证上述结论。有限次重复博弈有最后一次重复，而最后一次重复就是原零和博弈本身。此时不再有后续博弈，博弈方之间既没有合作的机会，也没有合作的必要，采用原博弈的混合策略纳什均衡策略是唯一选择。逆推到倒数第二个阶段，有预见能力的理性博弈方该知道最后一个阶段的结果，因此在该阶段也不存在合作的可能性。依次类推可以得出结论，在零和博弈的有限次重复博弈中，所有博弈方的唯一选择是始终采用原博弈的混合策略纳什均衡策略。

上述结论也可以推广到非零和或多个博弈方，但博弈方利益严格对立，且没有纯策略纳什均衡的其他严格竞争博弈中。在以这些博弈为原博弈构成的有限次重复博弈中，唯一的子博弈完美纳什均衡就是所有博弈方都始终采用原博弈的混合策略纳什均衡策略。

4.2.2　唯一纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈

零和博弈和严格竞争博弈的有限次重复博弈无法改变博弈方行为的原因，是博弈方之间利益关系严格对立，矛盾不可调和。有唯一纯策略纳什均衡的博弈中，博弈方之间利益关系不再始终对立，而是有很大一致性，甚至完全一致。在有限次重复博弈中，博弈方行为和结果会不会发生本质变化呢？

首先容易理解的是，如果原博弈唯一的纯策略纳什均衡本身是帕累托效率意义上的最佳策略组合，能够实现所有博弈方的最大利益，重复博弈显然不会改变博弈方的行为方式。值得关心的是原博弈唯一的纳什均衡没有达到帕累托效率，存在通过合作提高效率可能性的囚徒困境式博弈，是否能通过重复博弈实现合作结果。

一、有限次重复囚徒的困境博弈

首先以囚徒的困境博弈为例进行分析。这里仍然采用以前的假设，如图 4.1 所示。

		囚徒 2	
		坦　白	不坦白
囚徒 1	坦　白	−5，−5	0，−8
	不坦白	−8，0	−1，−1

图 4.1　囚徒的困境博弈

先考虑该博弈的两次重复博弈，双方看到第一次博弈的结果以后再进行第二次博弈。可以理解成警方给这两个囚徒两次交代机会，两个囚徒的最后得益是两次得益之和。

根据逆推归纳法，先分析第二阶段两博弈方的选择。第二阶段就是一个囚徒的困境博弈，此时前一阶段结果已既成事实，又不再有后续阶段，实现当前最大利益是两个博弈方该阶段决策的唯一原则。因此，不管前一阶段博弈结果如何，该阶段唯一结果是原博弈唯一的纳什均衡(坦白，坦白)，双方得益 (−5，−5)。

回到第一阶段，理性的博弈方必然知道不管这个阶段博弈结果是什么，第二个阶段结果肯定是(坦白，坦白)，双方得益 (−5，−5)，双方在整个重复博弈中的得益都是第一阶段得益加“−5”。因此在第一阶段选择时，两个博弈方就知道，这个重复博弈与图 4.2 中的得益矩阵表示的一次性博弈是等价的。

		囚徒 2	
		坦　白	不坦白
囚徒 1	坦　白	−10，−10	−5，−13
	不坦白	−13，−5	−6，−6

图 4.2　逆推归纳法和等价博弈

由于图 4.2 中所示的得益不过是图 4.1 所示原博弈的所有得益上普遍加−5，不可能改变博弈的均衡，因此该等价博弈仍然有唯一的纯策略纳什均衡(坦白，坦白)，双方得益为(−10，−10)。这意味着，两次重复囚徒的困境博弈的第一阶段结果与一次性博弈也一样，两次重复囚徒的困境相当于一次性囚徒的困境博弈的简单重复。

根据上述方法，可以进一步证明 3 次、4 次或 n 次重复囚徒的困境博弈的结果都一样，每次重复都采用原博弈唯一的纯策略纳什均衡，这构成该重复博弈唯一的子博弈完美纳什均衡。

二、一般结论

上述结论具有一般意义。如果原博弈有唯一的纯策略纳什均衡，则

有限次重复博弈唯一的子博弈完美纳什均衡，即各博弈方每次重复时都采用原博弈的纳什均衡策略。虽然此类原博弈可能存在潜在的合作利益，但因为有限次重复博弈的合作有确定的结束期限，因此效率较高的合作结果还是不会出现。这个结论可以归结为下面的定理。

定理　*设原博弈 G 有唯一的纯策略纳什均衡，则对任意正整数 T，重复博弈 $G(T)$ 有唯一的子博弈完美纳什均衡，即各博弈方每个阶段都采用 G 的纳什均衡策略。各博弈方在 $G(T)$ 中的总得益为 G 中得益的 T 倍，平均得益等于 G 中的得益。*

这个定理也可以用逆推归纳法证明。证明用到这样的结论：在每个博弈方的所有得益上都各自加上相同的值，不会改变博弈均衡。该结论的根据是，不同策略组合的同一个博弈方得益加相同数值不改变策略组合相互之间的优劣关系。

根据逆推归纳法，先分析最后一个阶段，即第 T 次重复。由于第 T 次重复就是原博弈 G，并且该阶段之后不再重复，因此不管以前 $T-1$ 阶段的博弈结果如何，该阶段各博弈方必然采用 G 唯一的纳什均衡。再推回到前一阶段，即第 $T-1$ 次重复。由于各博弈方知道下一阶段博弈的结果，因此对每个博弈方来说，从该阶段开始的子博弈（最后两阶段）中各种策略组合的得益就是本阶段的得益加下一阶段的均衡得益。因为这个均衡得益是一个确定的值，根据前述结论，各博弈方在该阶段仍将采用 G 唯一的纳什均衡。依此类推，直至博弈的第一阶段。最终可得到结论，在原博弈 G 有唯一纯策略纳什均衡时，各博弈方每次重复都采用 G 的纳什均衡，是有限次重复 G 唯一的子博弈完美纳什均衡。

三、有限次重复削价竞争博弈

有了上述一般结论，有唯一纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈就都得到了解决。以寡头市场削价竞争博弈的有限次重复博弈为例，寡头市场削价竞争是市场经济中的常见博弈问题，可以用图 4.3 的得益矩阵表示。

根据上述得益矩阵不难看出，这个寡头市场削价竞争博弈是囚徒的困境型博弈，一次性博弈的结果是双方采用低价策略，各得 70 单位利益。这

		寡头 2	
		高　价	低　价
寡头 1	高　价	100, 100	20, 150
	低　价	150, 20	70, 70

图 4.3　削价竞争博弈

相当于某种程度的价格战，对两个寡头来说都不合算。如果两寡头形成合作，都采用高价，双方都能得到更高的利益 100。假设这个市场不可能有其他竞争者进入，但 5 年后会拆除，而且两个寡头都知道这一点，那么两个寡头的竞争可以看成一个 5 次重复博弈。这种情况下，两个寡头会不断打价格战，还是会出现共同维持高价的合作局面呢？

理论上的答案是比较悲观的。因为上述寡头市场削价竞争是有唯一纯策略纳什均衡的博弈，根据前面得到的一般结论，有限次重复博弈唯一的子博弈完美纳什均衡是两个博弈方重复 5 次原博弈的纳什均衡策略，两个寡头会不断打价格战。重复次数 6 次、7 次结果也一样。

上述一般结论也可以用到古诺模型的重复博弈上。古诺模型也有唯一的纯策略纳什均衡，因此各个博弈方每次都会采用一次性博弈的古诺产量，这是有限次重复古诺模型的唯一子博弈完美纳什均衡。

四、理论和现实的悖论

虽然理论上论证了有唯一纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈无法摆脱囚徒的困境式低效率均衡，但该结论却与人们的直觉经验有矛盾。因为现实中寡头的价格战没有那么普遍，其他经济竞争也并不总是那么激烈。此外，重复囚徒的困境博弈实验中合作也是相当普遍的现象，与上述理论结论也有明显的矛盾。

塞尔顿 1978 年提出的“连锁店悖论”也揭示了同样的问题。一个连锁企业在 n 个市场开设有连锁店，如果在其中某个市场遭遇竞争者，该企业是应该坚决排挤打击，还是宽容忍让呢？由于在一个市场的竞争者也会再进入其他市场，因此该连锁企业相当于面对导论中图 1.9“先来后到”博弈的 n 次重复博弈。用第三章的方法分析，竞争者选择进入，先占领市场的连锁企业选择不打击，是这个先来后到博弈唯一的子博弈完美纳什均衡。根据本节的定理可知，这个博弈有限次重复博弈唯一的子博弈完美纳什均衡是重复原博弈的均衡，也就是竞争者进入每个市场，连锁企业都不加打击。

这个理论结论显然也有问题。首先，该理论结论与现实中的直觉经验明显不符。其次，如果连锁企业对最早的竞争者不计代价排挤打击，示范效应通常能阻止竞争者进入其余市场，让连锁企业能独享其余市场，肯定是合算的。这也说明了，上述有关有唯一均衡博弈的有限次重复博弈

的结论存在明显的疑问。

其实，有限次重复囚徒的困境博弈和连锁店悖论的问题，与上一章讨论的蜈蚣博弈问题也是相似的，问题的症结都在于在较多阶段的动态博弈中逆推归纳法的适用性。上述一般结论是根据逆推归纳法得到的，否定一般结论的结论则是根据顺推归纳法得到的，顺推归纳法和逆推归纳法的逻辑不同，正是导致矛盾悖论的关键。正确分析判断博弈方的行为和博弈结果的前提是弄清博弈方决策依据的逻辑是什么，否则就难以判断或免不了犯错误。

4.2.3　多个纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈

原博弈不存在纯策略纳什均衡和存在唯一纯策略纳什均衡时，有限次重复博弈的子博弈完美纳什均衡都是重复采用原博弈的纳什均衡，并不能得到比一次性博弈更好的结果。但是，如果原博弈有多个纯策略纳什均衡，情况就可能发生变化。下面的例子都能说明这一点。

一、三价博弈的重复博弈

一市场有两个生产同质产品的厂商，它们的产品定价同有高、中、低三种可能。设高价时市场总利润为 10 单位，中价时市场总利润 6 单位，低价时市场总利润 2 单位。再假设两个厂商同时决定价格，价格不同时价低者独享利润，价格相同时双方平分利润。两个厂商对价格的选择构成了一个静态博弈问题，称为“三价博弈”，如图 4.4 所示。

厂商 1 \ 厂商 2	H	M	L
H	5, 5	0, 6	0, 2
M	6, 0	3, 3	0, 2
L	2, 0	2, 0	1, 1

图 4.4　三价博弈

很容易看出，这个博弈有两个纯策略纳什均衡(M, M)和(L, L)，对应的双方得益分别是(3, 3)和(1, 1)。但这个博弈中两博弈方的总利益最大，也符合个体利益的策略组合(H, H)并不是纳什均衡。一次性博弈的结果不可能是效率最高的，那么两次重复这个博弈的结局会有改善吗？

首先可以肯定的是，重复博弈使得博弈结果出现了很多可能性，两次重复博弈的纯策略路径有 $9\times9=81$ 种之多，加上带混合策略的路径可能结果数量就更大。其中，两个阶段都采用原博弈同一个纯策略纳什均衡，

轮流采用不同纯策略纳什均衡，两次都采用混合策略纳什均衡，或者混合策略均衡和纯策略均衡轮流采用，都是重复博弈的子博弈完美纳什均衡路径。但最重要的是，两次重复博弈确实存在第一阶段采用(H, H)的子博弈完美纳什均衡，双方策略是这样的：

博弈方 1：第一次选 H。如第一次结果为(H, H)，则第二次选 M；如第一次结果为任何其他策略组合，则第二次选 L。

博弈方 2：同博弈方 1。

在上述双方策略组合下，两次重复博弈的路径一定为第一阶段(H, H)，第二阶段(M, M)。可以证明，这是一个子博弈完美纳什均衡路径：首先，第二阶段是原博弈的一个纳什均衡，不可能有哪一方会单独偏离；其次，第一阶段的(H, H)虽然不是原博弈的纳什均衡，一方单独偏离(采用 M)能增加 1 单位得益，但这样做的后果是第二阶段要受到对方的报复，至少损失 2 单位得益，因此单独偏离也是不可取的。这就证明了，上述策略组合确实是这个两次重复博弈的子博弈完美纳什均衡。

上述子博弈完美纳什均衡策略中，包含先试探合作，一旦发觉对方不合作就用不合作报复的策略，称为“触发策略”(trigger strategy)。触发策略是重复博弈中实现合作和提高均衡效率的关键机制，是重复博弈分析的重要“构件”之一。

在上述两次重复博弈中，当两个博弈方都采用上述触发策略时，第二阶段是一种条件选择。当第一阶段结果为(H, H)，第二阶段必为(M, M)，得益为(3, 3)；当第一阶段结果为其他 8 种结果时，第二阶段必为(L, L)，得益为(1, 1)。如果把(3, 3)加到第一阶段(H, H)的得益上，把(1, 1)加到第一阶段其他策略组合的得益上，就把两次重复博弈化成一个等价的一次性博弈，得益矩阵如图 4.5 所示。根据图 4.5 容易看出，(H, H)是一个纳什均衡，并且得益是两个博弈方的最佳得益。

		厂商 2		
		H	M	L
厂商 1	H	8, 8	1, 7	1, 3
	M	7, 1	4, 4	1, 3
	L	3, 1	3, 1	2, 2

图 4.5 两次重复三价博弈的等价博弈

如果上面重复博弈的重复次数不是两次，而是 3 次或者更多，结论也是相似的。仍然可以运用触发策略实现比较好的结果，子博弈完美纳什均衡路径为，除了最后一次重复以外，每次都采用(H, H)，最后一次采

用原博弈的纳什均衡(M, M)。当重复次数较多时,平均得益接近一次性博弈的(H, H)得益(5, 5)。

二、触发策略的进一步讨论

触发策略在理论上有很重要的意义,也不难找到这种策略的现实证据,在重复博弈分析中有非常重要的作用。但仔细分析还是可以发现触发策略也有需要推敲的问题,就是报复机制的可信性问题。在上述两次重复三价博弈中,如果第一阶段结果确实是(H, H),也就是在子博弈完美纳什均衡路径上,第二阶段的(M, M)符合双方利益,当然不会存在问题。但是,如果第一阶段有一方偏离均衡路径那就会产生疑问。因为根据构成子博弈完美纳什均衡的触发策略,另一方将在第二阶段采用报复性的 L 策略,这样偏离一方也只能采用 L,双方策略虽然仍然是纳什均衡,但都只能得到较差的得益。因此,触发策略在报复偏离均衡博弈方的同时,报复者自己也会受到损失。如果未偏离一方不计前嫌,仍然与对方共同采用 M,对他自己也是有利的。这必然引起触发策略是否真正可信的问题。

如果认为触发策略不可信,且博弈方不可能真正采用触发策略,就相当于不管第一阶段结果如何,第二阶段都是(M, M),双方得益(3, 3)。在第一阶段所有得益上加(3, 3),得到这种情况下的两次重复博弈的等价一次性博弈,如图 4.6 所示。不难发现,这时第一阶段的最佳选择不是(H, H),而是(M, M)。这意味着均衡路径是两次重复(M, M),即原博弈两个纯策略纳什均衡中效率较高的一个。

厂商 1 \ 厂商 2	H	M	L
H	8, 8	3, 9	3, 5
M	9, 3	6, 6	3, 5
L	5, 3	5, 3	4, 4

图 4.6　重复三价博弈的等价博弈:不可信报复

实际上,触发策略中报复机制的可信性是一个很复杂的问题,会受到相互预期等因素的影响。例如,如果未偏离的一方并不想报复偏离的一方,而偏离一方却因为害怕报复而采用 L,结果是心慈手软的未偏离一方再次受到伤害,这种可能性的存在又会使报复机制的实施可能性增加。此外,还可以考虑策略制定者和执行者相互分离,执行者严格按照决策者指令执行的情况,这也会提高报复机制的可信度。

当然,并不是每个重复博弈的触发策略都有可信性问题,触发策略在不少情况下是非常可信的,以图 4.7 中静态博弈的两次重复博弈为例。

博弈方 1 \ 博弈方 2	H	M	L	P	Q
H	5, 5	0, 6	0, 2	0, 0	0, 0
M	6, 0	3, 3	0, 2	0, 0	0, 0
L	2, 0	2, 0	1, 1	0, 0	0, 0
P	0, 0	0, 0	0, 0	4, 1/2	0, 0
Q	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0	1/2, 4

图 4.7 重复博弈时触发策略可信性较强的博弈

这个博弈与前面三价博弈的差别是,两个博弈方都增加了两个可选策略 P 和 Q,它有 4 个纯策略纳什均衡(M, M)、(L, L)、(P, P)和(Q, Q),得益分别是(3, 3)、(1, 1)、(4, 1/2)和(1/2, 4),效率较高的(H, H)同样不是纳什均衡。由于这个博弈多了两个纯策略纳什均衡,重复博弈中设计触发策略的方法增加了,可能构成更可信的触发策略报复机制。例如在两次重复中,两博弈方可以分别采用如下触发策略:

博弈方 1:在第一阶段采用 H,如果第一阶段的结果是(H, H),第二阶段采用 M,否则采用 P;

博弈方 2:在第一阶段采用 H,如果第一阶段的结果是(H, H),第二阶段采用 M,否则采用 Q。

不难证明,上述双方的触发策略组合构成该重复博弈的一个子博弈完美纳什均衡,而且双方触发策略中的报复机制都是可信的。因为双方的报复策略不仅构成纳什均衡,而且对报复者是有利的。读者可自己加以讨论。

三、两市场博弈的重复博弈

触发策略只是有多个纯策略纳什均衡博弈重复博弈的有效策略之一,而且不是普遍适用的,有些情况下其他策略更有效。下面这个两市场博弈的重复博弈就是这方面的例子。

假设厂商 1 和厂商 2 同时发现 A 和 B 两个市场机会,每个厂商只具有选择一个市场发展的能力。再假设对应两个厂商的不同选择,得益如

图 4.8 所示。这种得益情况的现实意义是，A 市场较大但开发难度大，单独一家厂商难以很好地开发这个市场，单独一家选 A 得益只有 1，两家共同开发能更好地发掘这个市场的潜力，两家都选 A 双方都能得益 3，总得益 6；与 A 市场相反，B 市场较小但较容易开发，只有一家选 B 可得可观的 4，两家挤在这个市场则都无利可图，都只能得 0。

		厂商 2	
		A	B
厂商 1	A	3, 3	1, 4
	B	4, 1	0, 0

图 4.8　两市场博弈

该博弈有两个纯策略纳什均衡(A, B)和(B, A)，得益分别为(1, 4)和(4, 1)。该博弈还有一个混合策略纳什均衡，厂商 1 和厂商 2 都以相同概率在 A、B 之间随机选择，双方期望得益 $0.25\times(3+4+1+0)=2$。在一次性博弈中，总得益 6，各得 3 的结果(A, A)无法实现，在次佳的纳什均衡(A, B)和(B, A)上达成共识也不容易。因为两个厂商都既希望自己独占 B 市场得高利润，又担心在 B 市场撞车两败俱伤的风险，也不甘心单独在 A 市场啃难啃的骨头。相对安全的方法是采用混合策略，但所实现的期望得益并不理想。

这个博弈的两次重复博弈中，博弈方没有运用触发策略的条件，因此无法全部或者部分实现最佳结果(A, A)。

两次重复博弈有许多均衡路径。例如，两次采用原博弈同一个纯策略纳什均衡，连续两次(A, B)或连续两次(B, A)都是子博弈完美纳什均衡；连续两次混合策略均衡也是子博弈完美纳什均衡；轮流去两个市场，第一阶段(A, B)、第二阶段(B, A)，或者第一阶段(B, A)、第二阶段(A, B)，通常称为“轮换策略”，也是子博弈完美纳什均衡；一次纯策略均衡(A, B)或(B, A)，另一次混合策略纳什均衡，也构成子博弈完美纳什均衡。

连续两次采用同一个纯策略纳什均衡，则双方平均得益分别是(1, 4)和(4, 1)；两次采用混合策略纳什均衡，则双方平均期望得益为 2；采用轮换策略，则双方平均得益都是 2.5；若采用一次纯策略、一次混合策略，则双方平均得益分别是(1.5, 3)和(3, 1.5)。第一类均衡总得益比较高，但双方得益很不平衡；混合策略因为包含出现最差的(B, B)策略组合的可能性，平均期望得益也较低；双方采用轮换策略的双方得益比采用混合策略的期望得益高，比两阶段同一纯策略纳什均衡的要公平。为了

更直观比较不同子博弈完美纳什均衡的效率，可以把它们的平均得益和原博弈纳什均衡的得益都在平面坐标图中表示出来，如图 4.9 所示。

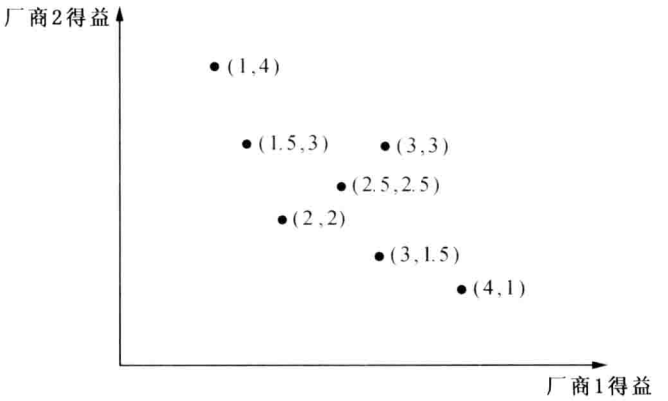


图 4.9 两市场博弈及重复博弈各均衡的平均得益

图 4.9 反映了两市场博弈的重复博弈确实使博弈结果出现更多可能性，包括平均得益和公平性都优于一次性博弈的均衡，这是令人很受鼓舞的结论。但是，两次重复博弈能够实现的均衡结果与该博弈潜在的最佳结果，得益为(3，3)的(A，A)还有差距。

上述分析启发我们，如果两市场博弈重复博弈的次数进一步增加，如增加到 3 次或更多次，可能使博弈结果进一步改善。事实上，如果重复博弈 3 次以上，博弈结果确实可以进一步改善，因为两次重复时没有条件运用的触发策略，在 3 次以上重复博弈中有了运用条件。厂商 1 和厂商 2 可以分别采用如下触发策略：

厂商 1：第一阶段选 A；如果第一阶段结果是(A，A)，第二阶段选 A，如果第一阶段结果是(A，B)，第二阶段选 B；第三阶段无条件选 B。

厂商 2：第一阶段选 A；第二阶段无条件选 B；如果第一阶段结果是(A，A)，第三阶段选 A，如果第一阶段结果是(B，A)，第三阶段选 B。

根据上述策略，3 次重复博弈的均衡路径是(A，A)到(A，B)再到(B，A)。其中，第二、第三阶段本身就是原博弈的纳什均衡，因此哪一方都不会单独偏离。第一阶段的策略组合则并不是原博弈的纳什均衡，单独偏离能得到较好得益。但厂商 1 第一阶段偏离会引起厂商 2 第三阶段

的报复，将蒙受更大损失，偏离是不可取的。厂商 2 第一阶段偏离会引起厂商 1 第二阶段的报复，也是得不偿失的，最好也不要偏离。因此，虽然(A, A)不是原博弈的纳什均衡，但作为 3 次重复博弈第一次博弈的策略组合是有稳定性的，上述双方策略确实是子博弈完美纳什均衡。此外，上述触发策略中的报复机制有很强的可信性，因为既对偏离者有惩罚作用，还对报复者有利。

上述子博弈完美纳什均衡实现的双方每阶段平均得益为 $(3+1+4)/3=2.67$，该平均得益大于其他任何公平的子博弈完美纳什均衡的平均得益或平均期望得益。从总体效率的意义上，该子博弈完美纳什均衡是 3 次重复博弈众多子博弈完美纳什均衡中效率最高的。

可以进一步增加两个市场博弈的重复次数，如重复 101 次。如果厂商 1 采用触发策略“在前 99 次中都选 A，但从其中的第二次开始，一旦发现哪次的结果是(A, B)而不是(A, A)，则改为 B 并坚持到底，最后两次重复与 3 次重复博弈后两次重复的策略相同”；厂商 2 采用触发策略“前 99 次选 A，但从其中的第二次开始，一旦发现哪次的结果是(B, A)而不是(A, A)，则改为 B 并坚持到底，最后两次重复与 3 次重复博弈后两次重复的策略相同”。不难证明，双方的触发策略构成子博弈完美纳什均衡，双方每阶段平均得益是 $(99\times3+1+4)/101=2.99$，非常接近原博弈效率最高的非均衡策略组合(A, A)的得益(3, 3)。如果重复博弈次数进一步增加，则接近程度还能进一步提高。

4.2.4　有限次重复博弈的民间定理

通过三价博弈和两市场博弈的重复博弈分析可以看出，当原博弈有多个纯策略纳什均衡时，有限次重复博弈有许多效率差异很大的子博弈完美纳什均衡，可以通过设计带报复机制的触发策略实现效率较高的均衡，充分发掘一次性博弈中无法实现的潜在合作利益。提高效率和发掘潜在利益的可能性和程度，主要与原博弈结构和重复博弈次数有关。

上述直觉是正确的，还有一个“民间定理”(folk theorem)可以进一步强化、扩展上述结论。介绍民间定理要先引进几个得益概念。首先，用 w_i 记博弈方 i 在一次性博弈中最差的均衡得益，用 w 记各博弈方的 w_i

构成的得益数组。其次,不管其他博弈方的行为如何,博弈方自身能保证获得得益的上限称为“个体理性得益”(individual rationality payoff)或“保留得益”(reservation payoff)。第三,博弈中所有纯策略组合得益的加权平均数组,称为“可实现得益”(feasible payoff)。有了这几个概念,就可以给出有限次重复博弈的“民间定理”。

有限次重复博弈民间定理 设原博弈的一次性博弈有均衡得益数组优于 w,那么在该博弈的多次重复中,所有不小于个体理性得益的可实现得益,都至少有一个子博弈完美纳什均衡的极限的平均得益来实现它们。

这个定理之所以称为“民间定理”,是因为在有人正式证明并发表之前,就已经是博弈理论界众所周知并当作当然成立的了。

以两市场博弈的重复博弈为例。原博弈两个博弈方最差的均衡得益都是 1,构成得益数组 $w=(1, 1)$;只要采取 A 策略,两个博弈方都至少能得到 1 单位得益,1 是这两个博弈方的个体理性得益;该博弈的可实现得益,是图 4.10 所示中由(0, 0)、(1, 4)、(3, 3)和(4, 1)4 个点连成边界线围起来的阴影部分面积点的坐标。该博弈的一次性博弈存在均衡得益数组优于 w,满足民间定理的条件,因此所有不小于个体理性得益的可实现得益,也就是图 4.10 中的(1, 1)、(1, 4)、(3, 3)和(4, 1)4 个点连成的边界线(图中深色线条)所围阴影部分面积中点对应的双方得益,都可

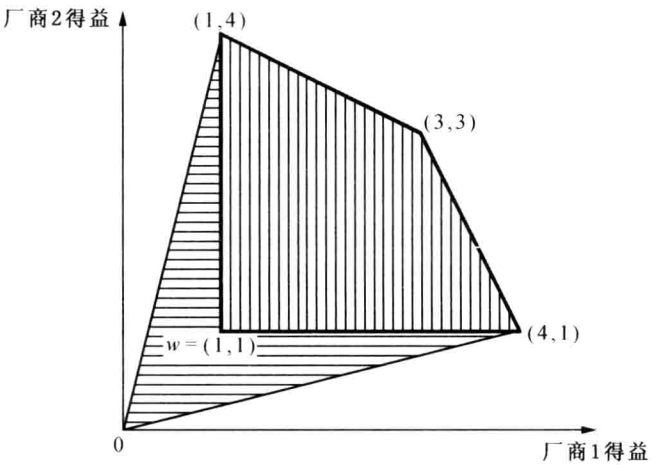


图 4.10 两市场博弈有限次重复的民间定理

以由子博弈完美纳什均衡或这种均衡的极限实现。例如，(4，1)和(1，4)可用每次采用原博弈同一个纳什均衡的子博弈完美纳什均衡实现，这两点连线上的点可用这两个纳什均衡的某种组合实现；(3，3)可用重复次数不断增加时，前述触发策略构成的子博弈完美纳什均衡的极限实现等。

事实上，在所有可实现得益或优于 $w=(1，1)$ 的可实现得益中，只有处于(1，4)与(3，3)和(3，3)与(4，1)两条连线上，包括这 3 个点本身的可实现得益有较重要的意义，因为它们是可实现得益的帕累托边界。民间定理保证这些平均得益水平可以通过一定次数的重复博弈的子博弈完美纳什均衡实现或逼近。这对于我们更好地理解重复博弈的意义，在重复博弈中设计运用更高效率的策略，争取实现更好的博弈结果，都有相当重要的意义。

当然，正如很难确定有多重纳什均衡的一次性博弈结果是哪个均衡一样，在重复博弈中往往也不容易确定博弈结果究竟是哪个子博弈完美纳什均衡。现实博弈的结果很大程度上取决于博弈方对重复博弈结构和性质的了解，以及博弈方的分析能力和相互信任等因素，特别是博弈方是否具有设计和实行轮换策略、触发策略的能力和默契。

4.3　无限次重复博弈

本节进一步讨论无限次重复博弈，它与有限次重复博弈的最关键区别是没有结束重复的确定时间，也就是没有最后一次重复。这使得破坏博弈方行为的制约关系，使重复博弈无法实现更高效率均衡的关键问题消失了，因此无限次重复博弈有可能实现更高效率的均衡。无限次重复博弈与有限次重复博弈另一个关键差异，是无法忽视得益的时间价值和贴现问题，因此无限次重复博弈分析必须以平均得益或总得益的现在值为根据。

4.3.1　两人零和博弈的无限次重复博弈

仍然先从两人零和博弈开始讨论。两人零和博弈的有限次重复博弈

与一次性博弈并没有本质差异，重复博弈不会改变原博弈的利益对立关系，不会出现任何更好的结果。两人零和博弈的无限次重复与有限次重复博弈结果也不会有什么不同。因为重复次数的无限增加不能改变博弈方之间在利益上的对立关系，也不会创造出潜在的合作利益，因此这种博弈的无限次重复博弈中，博弈方仍然会每次重复都采用原博弈的混合策略纳什均衡。

无限次重复博弈没有最后一个阶段，因此无法用通常的逆推归纳法证明上述结论，但可以用类似的方法进行分析。先讨论无限次重复的第 t 阶段。第 t 阶段博弈方面对的仍然是一个无限次重复两人零和博弈，博弈方的利益关系不会因为前 $t-1$ 阶段、第 $t-1$ 阶段的结果有任何改变，仍然是严格对立的，因此博弈方在第 $t-1$ 阶段不会合作。同样道理，第 $t-2$ 阶段、第 $t-3$ 阶段也都不会合作。依此类推，从重复博弈的第一个阶段开始就不可能合作。这证明了两人零和博弈无限次重复的所有阶段都不可能发生合作，博弈方会一直重复原博弈的混合策略纳什均衡。

与有限次重复博弈一样，上述结论也可以推广到更多博弈方、非零和的其他严格竞争博弈的无限次重复博弈。

4.3.2 唯一纯策略纳什均衡博弈的无限次重复博弈

如果有唯一纯策略纳什均衡博弈的纳什均衡本身是有帕累托效率的，采用原博弈的纯策略纳什均衡本身符合所有博弈方的利益，因此不管有限次重复还是无限次重复，都不会与一次性博弈有什么区别。我们主要关心唯一的纳什均衡效率并不是最高的，存在潜在合作利益的囚徒困境式博弈的无限次重复博弈。后一种类型博弈的有限次重复博弈结果不理想，虽然有连锁店悖论等疑问，理论上仍然是无法实现比一次性博弈更好的均衡，在无限次重复博弈中是否会有不同，正是我们最关心的问题。下面通过具体模型进行讨论。

一、囚徒困境型博弈的无限次重复

下面的分析将会表明，在囚徒困境类型博弈的无限次重复博弈中，对双方有利的合作在子博弈完美纳什均衡中有可能存在，博弈可能实现较理想的结果。为了容易理解，直接用图 4.11 中寡头削价竞争博弈

的无限次重复加以说明。其中，H 和 L 分别表示高价（不削价）和低价（削价）策略。

博弈方1 \ 博弈方2	H	L
H	4，4	0，5
L	5，0	1，1

图 4.11　两寡头削价竞争博弈

该博弈的一次性博弈有唯一的纯策略纳什均衡（L，L），双方得益为（1，1）。这个纳什均衡并不是帕累托效率最佳的策略组合，因为策略组合（H，H）的得益（4，4）比（1，1）要高得多。但（H，H）不是纳什均衡，在一次性博弈中不会被采用，这是典型的囚徒困境型博弈。根据上一节的分析，理论上该博弈的有限次重复博弈不能实现潜在的合作利益，在每次重复中两博弈方都不会采用效率较高的（H，H）。

在这个博弈的无限次重复博弈中，假设两个博弈方都采用如下触发策略：第一阶段采用 H，在第 t 阶段，如果前 $t-1$ 阶段的结果都是（H，H），则继续采用 H；否则，采用 L。也就是说，双方都是先试图合作，第一次无条件选 H，如果发现对方也合作，下一次坚持 H；一旦发现对方不合作（选 L），则用以后永远选 L 报复。不难证明，在不同期得益贴现因子 δ 较大时，双方采用上述策略构成无限次重复博弈的子博弈完美纳什均衡。

首先说明双方采用上述触发策略是纳什均衡。方法是先假设博弈方 1 已采用这种策略，然后证明 δ 达到一定水平时，同样的触发策略是博弈方 2 的最佳反应策略。因为博弈方 1 与博弈方 2 对称，因此只要这个结论成立，就可以确定双方采用该触发策略是纳什均衡。由于在某个阶段出现与（H，H）不同的结果后，博弈方 1 将永远采用 L，博弈方 2 也只有一直选择 L。因此，博弈方 2 对博弈方 1 触发策略的最佳反应策略的后半部分与触发策略的后半部分相同。现在的关键是确定博弈方 2 在第一阶段的最优选择。

如果博弈方 2 采用 L，第一阶段能得到 5，但以后引起博弈方 1 一直采用 L 的报复，自己也只能一直采用 L，得益将永远为 1，总得益现在值为

$$\pi = 5 + 1 \cdot \delta + 1 \cdot \delta^2 + \cdots = 5 + \frac{\delta}{1-\delta}$$

如果博弈方 2 采用 H，第一阶段将得 4，下一阶段又面临同样的选择。若

记 V 为博弈方 2 在该重复博弈中每阶段都采用最佳选择的总得益现在值，从第二阶段开始的无限次重复博弈与从第一阶段开始的只差一阶段，在无限次重复中可看作相同的，其总得益的现在值折算成第一阶段的得益为 $\delta \cdot V$。因此，当第一阶段的最佳选择是 H 时，整个无限次重复博弈总得益的现在值为

$$V = 4 + \delta \cdot V$$

或

$$V = \frac{4}{1-\delta}$$

因此，当

$$\frac{4}{1-\delta} > 5 + \frac{\delta}{1-\delta}$$

即 $\delta > 1/4$ 时，博弈方 2 会采用 H 策，否则会采用 L 策。即当 $\delta > 1/4$ 时，博弈方 2 对博弈方 1 触发策略的最佳反应是第一阶段采用 H。由于从第二阶段开始的无限次重复博弈，与从第一阶段开始的无限次重复博弈是完全相同的，因此博弈方第二阶段的选择必然也是 H，第三阶段也同样。依次类推，只要博弈方 1 采用前述触发策略，博弈方 2 的最优选择始终是 H。当然，如果博弈方 1 偏离 H，博弈方 2 也必须用 L 报复。因此，博弈方 2 对博弈方 1 触发策略的完整反应策略是同样的触发策略。这就证明了双方都采取上述触发策略是一个纳什均衡。

因为重复博弈的子博弈就是重复一定次数之后的重复博弈过程，因此无限次重复博弈的子博弈还是无限次重复博弈。前述两博弈方的触发策略在所有子博弈中都仍然构成相同的触发策略，因此必然也是所有子博弈的纳什均衡。从而上述触发策略组合构成整个无限次重复博弈的子博弈完美纳什均衡，其均衡路径为两博弈方每阶段都选择 H。当然，上述结论的前提是 $\delta > 1/4$。

其实，在该囚徒困境型博弈构成的无限次重复博弈中，子博弈完美纳什均衡路径也不止上述一条，如两博弈方始终都选原博弈的纳什均衡 (L, L) 就是其中之一。但后者的得益要差得多，因此双方合理的选择是

触发策略，而不是坚持原博弈的纳什均衡。

二、无限次重复博弈的民间定理

通过对两寡头削价竞争的无限次重复博弈分析看到，在一次性博弈和有限次重复博弈中都无法实现的囚徒困境型博弈的潜在合作利益，在无限次重复博弈中是可能实现的。或者可以理解为，在有限次重复博弈中只有原博弈有多个纯策略纳什均衡时会存在的合作，在无限次重复博弈中只要原博弈有一个纳什均衡就可能存在。

进一步还有如下结论：在有限次重复博弈中对有多个纯策略纳什均衡的博弈成立的民间定理，在无限次重复博弈中对有唯一纯策略纳什均衡的博弈也成立。无限次重复博弈的民间定理如下。

无限次重复博弈民间定理　设 G 是一个完全信息的静态博弈。用 $(e_1, \cdots, e_n)$ 记 G 的纳什均衡的得益，用 $(x_1, \cdots, x_n)$ 表示 G 的任意可实现得益。如果 $x_i > e_i$ 对任意博弈方 i 都成立，而 δ 足够接近 1，那么无限次重复博弈 $G(\infty, \delta)$ 中一定存在一个子博弈完美纳什均衡，各博弈方的平均得益是 $(x_1, \cdots, x_n)$。

这个民间定理是弗里德曼(Friedman)1971 年提出的。这个定理被称为“民间定理”的原因，是关于有限次重复博弈的那个类似定理称为“民间定理”。

在上述两寡头削价竞争模型的无限次重复博弈中，纳什均衡的得益数组为(1, 1)，所有可实现得益构成图 4.12 中由(1, 1)、(0, 5)、(4, 4)

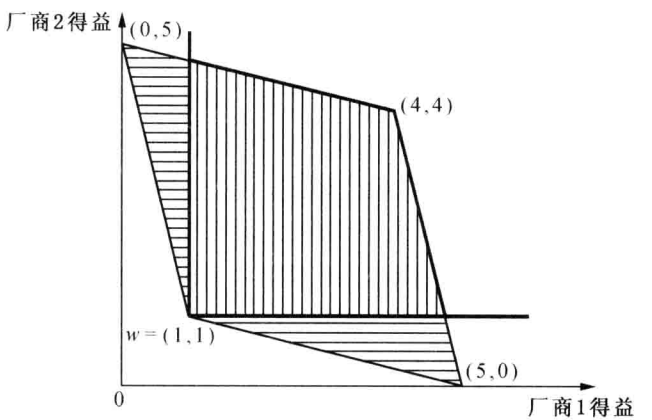


图 4.12　两寡头削价竞争无限次重复博弈的民间定理

和(5, 0)4 点连成边界线围成的整个阴影部分面积中点的坐标。无限次重复博弈的民间定理应用到该博弈中,意味着由图 4.12 中深色线条围成的阴影部分中点的坐标对应的数组。在该博弈的无限次重复博弈中,都有子博弈完美纳什均衡来实现相应的平均得益。

4.3.3 无限次重复古诺模型

对两寡头削价竞争的无限次重复博弈分析证明在无限次重复博弈中,原博弈只有唯一的纯策略纳什均衡也可能用触发策略构造出效率较高的均衡,实现一次性博弈和有限次重复博弈都无法实现的潜在合作利益。条件是博弈方对未来利益有基本的重视,反映在两寡头削价竞争模型中,就是未来利益折算现在值的贴现率 $\delta \geqslant 1/4$ 必须成立。

前述两寡头削价竞争是各博弈方只有两种可选策略的离散策略博弈,囚徒困境型博弈也可以是有无限多种策略的连续策略博弈。博弈方的行为选择越多,重复博弈的路径也越多,在无限次重复博弈中,实现较高效率均衡的机会也越多。对此,可以通过产量竞争古诺模型的无限次重复博弈加以说明。

一、古诺模型的无限次重复博弈和支持垄断产量的条件

仍然假设市场出清价格 $P=P(Q)=8-Q(Q<8$;若 $Q \geqslant 8$,则 $P=0)$,其中 $Q=q_1+q_2$ 是市场总产量,q_1、q_2 分别为厂商 1 和 2 的产量。再设两家厂商都无固定成本,边际成本都为 2。该博弈的一次性博弈存在唯一的纳什均衡(2, 2),即古诺产量 $q_c=2$。如果该市场是一家厂商垄断,最佳垄断产量为 $q_m=3$,纳什均衡总产量 4 大于垄断产量 3。如果两家厂商各生产垄断产量的一半 1.5,则两家厂商的得益都会增加,但在一次性静态博弈中不可能实现,在有限次重复博弈中也不可能实现。

现实经济中寡占市场往往相当稳定,只要各寡头以为市场格局会持续下去,都没有对变化的明确预期,寡头之间每年产量竞争完全可以看作无限次重复博弈。在无限次重复古诺模型中,博弈方的行为和博弈均衡又会怎样呢?

首先可以证明在无限次重复古诺模型中,当贴现率 δ 满足一定条件时,两家厂商都采用下列触发策略构成一个子博弈完美纳什均衡:

第一阶段生产垄断产量的一半 1.5;在第 t 阶段,如果前 $t-1$ 阶段结

果都是(1.5, 1.5),则继续生产 1.5;否则,生产古诺产量 $q_c=2$。

这种触发策略的实质同样是先试图合作,选择符合双方利益的产量,一旦发现对方不合作,偏离对双方有利的产量,则以选择纳什均衡产量进行报复。双方都采用上述触发策略的博弈路径为每阶段产量都是(1.5, 1.5),双方每阶段得益都是 $\pi^*=4.5$。

设厂商 1 已采用该触发策略,如果厂商 2 也采用该触发策略,则每期得益 4.5,无限次重复博弈总得益的现在值为

$$4.5(1+\delta+\delta^2+\cdots)=\frac{4.5}{1-\delta}$$

如果厂商 2 偏离上述触发策略,则他在第一阶段(在其他阶段偏离也一样,只要将前面没有偏离的阶段去掉即可)所选产量应该是给定厂商 1 产量为 1.5 时自己的最大利润产量,满足

$$\begin{aligned}&\max_{q_2}[(8-1.5-q_2)q_2-2q_2]\\=&\max_{q_2}(4.5-q_2)q_2\end{aligned}$$

解之得 $q_2=2.25$。此时,他的利润为 $2.25^2=5.0625$,高于不偏离触发策略时第一阶段的得益 4.5。但是从第二阶段开始,厂商 1 将报复性地永远采用古诺产量 2,这样厂商 2 也被迫永远采用古诺产量,从此得利润 4。第一阶段偏离情况下,无限次重复博弈总得益的现在值是

$$5.0625+4(\delta+\delta^2+\cdots)=5.0625+\frac{4\delta}{1-\delta}$$

当

$$\frac{4.5}{1-\delta}\geqslant 5.0625+\frac{4\delta}{1-\delta}$$

即 $\delta\geqslant 0.5625/1.0625=9/17$ 时,上述触发策略是厂商 2 对厂商 1 的触发策略的最佳反应;否则,偏离是他的最佳反应。

在上述情况下,古诺模型实际上已化为在两种策略(垄断产量一半 1.5 和偏离产量 2.25)之间的囚徒困境博弈。根据以前的结论,在 $\delta\geqslant 9/17$ 时,双方都采用上述触发策略是子博弈完美纳什均衡;当 $\delta<9/17$

时，偏离是厂商 2 对厂商 1 的触发策略的最佳反应。后一种情况的关键是未来得益折算成现在值的贴现系数太小，博弈方就会只顾捞取更多眼前利益，不会害怕对方的报复，这种情况下无限次重复博弈也不能提高原博弈的效率。前一种情况则刚好相反，由于贴现系数 δ 较大，未来利益对厂商 2 来说足够重要，他不会为了眼前利益激怒对方，导致自己的长期利益受到损失。

由于无限次重复博弈的子博弈仍然是相同的无限次重复博弈，上述触发策略在整个博弈中构成纳什均衡，意味着在每个子博弈中都构成纳什均衡，因此是子博弈完美纳什均衡。

二、低水平的合作

$\delta < 9/17$ 时，上述触发策略不是无限次重复博弈的纳什均衡，更不是子博弈完美纳什均衡。但并不是 $\delta < 9/17$ 时，两家厂商一定只能每阶段都采用古诺产量，实现低效率的均衡。其实，虽然 $\delta < 9/17$ 时无限次重复博弈不能让两家厂商把产量都控制在 $q_m/2 = 1.5$ 的低水平，但还是有可能让他们把产量都控制在低于古诺产量 q_c 的某个水平 q^*。

先以 q^* 为基础构造一种双方共同采用的触发策略：第一阶段生产 q^*（$q_m/2 < q^* < q_c$）；在第 t 阶段，如果前 $t-1$ 阶段结果都是 (q^*, q^*)，则继续生产 q^*，否则生产古诺产量 $q_c = 2$。

双方都采用该触发策略时，均衡路径为每阶段都是 (q^*, q^*)，两家厂商的得益都为 $\pi^* = (8-2q^*)q^* - 2q^* = (6-2q^*)q^*$。

假设厂商 1 已采用上述触发策略。如果厂商 2 也采用该策略，每期得益 $\pi^* = (6-2q^*)q^*$，无限次重复博弈得益的现在值为 $\pi^*/(1-\delta) = (6-2q^*)q^*/(1-\delta)$。如果厂商 2 第一阶段偏离（在其他阶段偏离也是一样的，只要把未偏离的前几阶段去掉，从偏离阶段开始比较即可），并根据厂商 1 的产量 q^* 决定自己该阶段的最大利润产量，则该产量满足

$$\max_{q_2}(8-q_2-q^*-2)q_2$$

解之得 $q_2 = (6-q^*)/2$，相应的得益为 $\pi_d = (6-q^*)^2/4$。但是从第二阶段开始，厂商 1 会用古诺产量 $q_c = 2$ 报复，厂商 2 也只能采用古诺产量 2，从此得益永远为 $\pi_c = 4$。无限次重复博弈得益的现在值为

$$\pi_d + \frac{\delta}{1-\delta}\pi_c = (6-q^*)^2/4 + \frac{4\delta}{1-\delta}$$

只有当

$$(6-2q^*)q^*/(1-\delta) \geqslant (6-q^*)^2/4 + \frac{4\delta}{1-\delta}$$

即

$$(3q^*-6)[3(9-\delta)q^* - 6(9-5\delta)] \leqslant 0$$

时，厂商 2 才愿意采用上述触发策略，否则肯定会偏离。由于 $q^* < 2$，因此只有

$$q^* \geqslant \frac{2(9-5\delta)}{9-\delta}$$

时，触发策略才是稳定的。也就是说，对于给定的 δ 水平，它能够支持的具有稳定性的最低“合作”产量 q^* 应满足

$$q^* = \frac{2(9-5\delta)}{9-\delta}$$

δ 越大，将来利益越重要，就能支持越低的子博弈完美纳什均衡产量 q^*。当 δ 接近 0，即将来的得益对博弈方来说几乎无意义时，q^* 接近古诺产量 2；当 $0 < \delta < 9/17$ 时，$q_m/2 < q^* < q_c$，即 $1.5 < q^* < 2$，δ 越接近 $9/17$，q^* 越接近 $q_m/2$；当 δ 达到或超过 $9/17$ 时，能支持最大效率的垄断低产量 $q_m/2$。

上述分析也揭示了，为什么通货膨胀严重国家的企业在经济活动中短期行为更为严重的一种理论根源。因为通货膨胀率越高，未来利益折算成现在值的贴现系数就越低，企业就越重视当前利益而不重视长期利益，它们的行为就有更强烈的急功近利特征。这种急功近利的短期行为对经济效率害处很大。因此严重的通货膨胀不仅对宏观经济的稳定运行很大危害，而且对经济运行的微观基础也有很大危害，加强对通货膨胀的控制非常重要。

三、加大惩罚力度和提高合作水平

在无限次重复古诺模型中，除了上面这种能构成子博弈完美纳什均

衡的触发策略以外，还可以构造其他也能实现高效率的子博弈完美纳什均衡，并且要求条件更宽松（δ 较小）的触发策略。例如下面这种策略：

第一阶段生产垄断产量的一半 $q_m/2$。在第 t 阶段，如果第 $t-1$ 阶段的结果为 $(q_m/2, q_m/2)$，则生产 $q_m/2$；如果第 t 阶段的结果为 (x, x)，也生产 $q_m/2$，否则生产 x。

上述策略中，x 为高于古诺产量 q_c 的待定惩罚性产量。因为在本策略中惩罚是非永久性的，采用 q_c 不足以约束对方的行为。

这种策略实际上就是胡萝卜加大棒。如果两家厂商之一偏离合作性产量 $q_m/2$，另一方就会惩罚，两家厂商之一偏离惩罚，也要受另一方采用 x 的惩罚；而如果两家厂商在同一阶段都采用惩罚产量，则下阶段重新试图合作。也就是说，采用该策略的博弈方在另一方与自己步调不一致时，下一阶段用 x 加以惩罚；步调一致，则在下一阶段用合作的态度“奖赏”对方，同时为自己争取更高的可能利益。

现在分析双方采用该策略在什么条件下是子博弈完美纳什均衡。设厂商 1 已采用该策略，如果厂商 2 也采用该策略，则博弈路径是每阶段 $(q_m/2, q_m/2)$，双方每阶段的得益也就是平均得益，是垄断利润的一半 $\pi_m/2$，无限次重复博弈得益的现在值为 $\pi_m/[2(1-\delta)]$。但如果第一阶段厂商 1 采用该策略，而厂商 2 选择偏离，最佳偏离产量 q_d 满足

$$\max_{q_d}\left(6-\frac{q_m}{2}-q_d\right)q_d$$

将 $q_m=3$ 代入解得 $q_d=2.25$，本阶段得益为 $\pi_d=2.25^2=5.062\,5$。第二阶段厂商 1 将采用 x 加以惩罚，厂商 2 必须也采用 x 才能避免第三阶段继续受惩罚。这样厂商 2 第二阶段得益为 $\pi_x=(6-2x)x=6x-2x^2$。假设此后双方都不再偏离合作产量 $(q_m/2, q_m/2)$，则后面所有阶段的得益与双方一开始就合作的得益相同。

因此，第一阶段厂商 2 选择是否偏离的依据，是偏离得到的好处与第二阶段受惩罚损失的现在值的大小关系。即当

$$\delta\left(\frac{\pi_m}{2}-\pi_x\right)=\delta(4.5-6x+2x^2)$$

$$\geqslant \pi_d-\frac{\pi_m}{2}=5.062\,5-4.5=0.562\,5$$

也即 $\delta \geqslant 0.5625/(4.5-6x+2x^2)$ 时，厂商 2 不会选择偏离；反之，则会偏离。

从该不等式看，厂商 2 是否偏离不仅取决于未来得益折算成当前得益的贴现系数 δ，还取决于厂商 1 用于惩罚的产量 x。如果 x 的数值太小，惩罚力度不够，可能不足以保证厂商 2 老老实实与厂商 1 合作。例如若选 $x=q_c=2$，即用古诺产量作为惩罚性产量，则 δ 必须大于 1.125 才能让厂商 2 自觉合作，但贴现系数大于 1 是不现实的，因此厂商 2 必然偏离合作。如果要在 $\delta=1/2$ 时让厂商 2 乖乖合作，x 至少不小于 2.25（上述不等式还可解出当 $x \leqslant 0.75$ 时不等式右边也小于等于 1/2，但小于 $q_m/2$ 的产量不是惩罚而是奖赏，不用考虑）。

因为无论从哪个阶段开始都是无限次重复博弈，对方的策略也与从第一个阶段开始的重复博弈相同，因此后面任何一个阶段的情况都与第一阶段完全一样。在惩罚性产量 x 和贴现系数 δ 满足一定条件，如 $x \geqslant 2.25$，$\delta=1/2$ 的情况下，如果厂商 2 第一阶段选择不偏离，则以后任何阶段的选择必然都是不偏离。

厂商 1 的选择与厂商 2 完全一样。因此，当 $x \geqslant 2.25$，$\delta=1/2$ 时，双方采用前述策略是子博弈完美纳什均衡。这证明了古诺模型的无限次重复博弈中，即使未来得益贴现系数较小（如 $\delta=1/2<9/17$）也能实现比一次性博弈或有限次重复博弈更高效率的子博弈完美纳什均衡。如果选择更大的惩罚性产量 x，则对 δ 的要求还能进一步放宽。

四、石油输出国组织的例子

第二章介绍古诺模型时提到石油输出国组织（OPEC）的例子，这里再用这个例子检验上述关于古诺模型重复博弈的结论。

第二章已经说明 OPEC 成员国遵守产量限额问题的实质，是一个寡头产量竞争的古诺模型，一次性博弈是典型的囚徒困境，结论是每个成员国都会突破限额。这在很大程度上解释了，OPEC 的限产计划为什么常常不成功。

OPEC 成员国的生产和出口显然是年年有的，OPEC 成员国显然也完全清楚这一点。因此把 OPEC 成员国的限产问题看成重复博弈更加符合实际情况。而且由于该问题没有可以预见的结束期限，因此是一个无限次重复博弈问题。

根据上面对无限次重复古诺模型的分析可知，OPEC 成员国之间是有可能合作的，也就是说限产计划有可能会成功，OPEC 有能力把产量控制在较低的水平上，把世界石油价格维持在较高水平，甚至接近垄断产量和价格水平。

现实中 OPEC 成员国的实践结果究竟是否支持上述结论呢？实际情况是，OPEC 在长期中既有很成功的时候，也有很不成功的时候。一段时间内能自觉限产成功地把油价推高到新高水平，但另一段时间各个国家又都会争相突破限额，导致油价跌到阶段新低，此后又能在各种因素的推动下再把油价推高到高位，维持一段时间后又开始回落。

分析一下问题背景，就不难理解出现这种结果的原因。从成功的时期看，除了无限次重复博弈提供了形成合作的必要条件以外，OPEC 的协调作用、最大成员国的带头作用、战争影响和世界石油需求上升等因素都有重要作用。从不成功的时期看，则是 OPEC 成员国自身理性和决策能力的问题，部分成员国石油资源趋于枯竭导致长期利益的制约作用减弱，非 OPEC 成员国家的竞争压力，成员国之间利益不平衡导致部分国家不愿合作，一些国家财政紧张以致杀鸡取卵无暇顾及长期利益等因素在起作用。因此，OPEC 在限产和维持油价问题上有时比较成功，有时又不断遭到挫折并不奇怪，与无限次重复博弈理论的结论并不矛盾。

4.3.4 有效工资率

本书对劳动激励问题已经作了不少讨论，这一方面说明了劳动激励问题在现代经济学中的重要意义，另一方面说明博弈论在劳动经济学中大有用武之地。这里再用重复博弈模型讨论劳动激励问题。

对于现代厂商来说，尽可能压低雇员的工资不一定是真精明，根据投入产出总体利益决定工资水平才是科学管理。在发展中国家，较高的工资意味着雇员有较好的营养和生活质量，劳动力质量和劳动效率较高，从而厂商的收益也会增加。在发达国家，较高的工资意味着吸引能力较强的工作人员，或促使工人更加努力工作，也有利于提高厂商的收益。因此厂商既要考虑降低劳动力成本，也要用适当的高薪激励员工努力，必须在考虑到工人对工资率反应的情况下，确定效率最高的工资水平，这就是现

代经济学的“有效工资率”(efficiency wages)问题。

我们用下列一个厂商和一个工人的简单动态博弈模型的重复博弈，来说明这种关于工资率的博弈。模型假设：首先由厂商选择工资率 w，然后工人选择接受或拒绝。如果工人拒绝，只能做个体户，得到收入 w_0 小于 w；如果工人接受 w，还要选择是努力工作(负效用为 e)，还是偷懒(无负效用)。假设厂商无法看出工人工作是否努力，只能看到产量高低。为了简单起见，设产量有高低两种情况，分别为 $y>0$ 和 0。再假设当工人努力工作时一定是高产量 y，当工人不努力时获高产量 y 的概率为 p，低产量 0 的概率为 $1-p$。因此，低产量毫无疑问说明工人偷懒，高产量却不能肯定工人努力。

如果厂商用工资率 w 雇佣工人，则在该工人努力工作时，厂商得益 $y-w$(假设单位产品价格为 1)，工人得益 $w-e$。当工人偷懒时，厂商期望得益 $py-w$，工人得益 w。

一次性博弈结果肯定不理想。因为厂商通常要预付工资给工人，或者即使发觉工人不努力也必须支付工资，因此工人没有努力工作的动力，必然会偷懒。厂商了解工人的这种思路，一般不愿意冒险雇佣肯定不会努力工作的工人(当 p 较小时，期望利润 $py-w$ 常常是负数)，必然选择 $w=0$，工人只能做个体户。如果假设 $w-e>w_0$，做个体户对工人也是不利的。

在无限次重复博弈(相当于长期雇佣而非临时工)中，厂商可以通过支付高于 w_0 的工资，并威胁产量低会解雇工人的方法促使工人努力工作。假设厂商已经找到了足以使工人努力工作的最低的工资率 w^*(后面确定它)，则可以在此基础上构成厂商和工人的下列触发策略：厂商第一阶段给工资率 w^*，在第 t 阶段，如果前面 $t-1$ 阶段结果都是(w^*，y)，则继续给 w^*，否则从此永远是 $w=0$。工人的策略是如果 $w>w_0$ 则接受，否则宁愿做个体户，得 w_0，并在以前各期结果都是(w^*，y)和当前工资率为 w^* 时努力工作，否则偷懒。

设厂商已采用上述触发策略。由于 $w^*>w_0$，因此工人接受工作是最佳反应。假设工人努力工作，则一定能生产高产量，下一阶段厂商给的工资还是 w^*，工人又面临同样的是否努力工作的选择。因此，如果努力工作是工人的最佳选择，用 V_e 记工人努力工作时无限次重复博弈得益

的现在值，则

$$V_e = (w^* - e) + \delta V_e$$

或

$$V_e = (w^* - e)/(1-\delta)$$

假如工人偷懒，则高产量概率为 p，低产量概率为 $1-p$。高产量厂商仍给工资 w^*，低产量厂商将永远解雇工人，工人得收入 w_0。如果用 V_s 记工人选偷懒时无限重复博弈得益的现在值，则

$$V_s = w^* + \delta\left[pV_s + (1-p)\frac{w_0}{1-\delta}\right]$$

或

$$V_s = [(1-\delta)w^* + \delta(1-p)w_0]/(1-\delta p)(1-\delta)$$

当

$$V_e \geqslant V_s$$

即

$$w^* \geqslant w_0 + \left(\frac{1-p\delta}{\delta(1-p)}\right)e = w_0 + \left(1+\frac{1-\delta}{\delta(1-p)}\right)e$$

$$= w_0 + e + \frac{1-\delta}{\delta(1-p)}e \tag{4.1}$$

时，努力工作是工人的最佳选择。

也就是说，要促使工人努力工作，厂商的工资 w^* 不仅要包括 $w_0 + e$，补偿工人的工作机会成本和努力工作的负效用，还必须在此基础上升水 $\frac{1-\delta}{\delta(1-p)}e$，要求的升水幅度既取决于努力工作的负效用，也取决于未来得益的贴现系数和偷懒可能高产量的概率 p。负效用越大，则必须更多的工资补偿才愿努力工作。贴现系数 δ 越小说明未来利益越不重要，让工人当前努力工作要求的工资也较高。偷懒得高产的概率越高，也就是冒险的风险越小，除非工资更高，否则还是宁愿偷懒。

如果工人已采用前述触发策略。厂商在怎样的条件下采用触发策略是最佳选择呢？根据工人的策略，如果厂商给的工资率 w^* 满足(4.1)式

要求，并且威胁一旦产量低就解雇工人，则各阶段得益为 $y-w^*$，无限次重复博弈得益的现在值为 $(y-w^*)/(1-\delta)$。如果不愿给 w^*，则应该干脆解雇工人，因为工资低于 w^* 不可能使工人努力工作，从解雇时起厂商的得益为 0。因此只要 $y-w^* \geqslant 0$，厂商选择前述触发策略就是对工人触发策略的最佳反应。

综上所述，在满足 $y-w^* \geqslant 0$ 和(4.1)式的条件下，双方的触发策略构成一个纳什均衡。而 $y-w^* \geqslant 0$ 和(4.1)式的结合实际上意味着

$$y-e \geqslant w_0+\frac{1-\delta}{\delta(1-p)}e$$

即工人努力工作的产出 y 扣除其努力工作的负效用后的剩余，必须不小于工人做个体户的收入(机会成本)，加上一定比例的取决于努力负效用、贴现系数和偷懒可能得高产量概率的附加部分。该不等式正是存在有效工资率，工资激励有效的基本条件。

本例的原博弈是动态博弈，除了从两次重复博弈之间开始的子博弈以外，还有从工人的选择开始的子博弈。从两次重复之间开始的子博弈，也即厂商选定工资率开始的子博弈，其实都是与原重复博弈完全相似的无限次重复博弈，双方的触发策略在整个重复博弈中是纳什均衡，在这些子博弈中必然也是纳什均衡。从工人的选择开始的子博弈中，如果前面各阶段都是纳什均衡，因而本阶段厂商还选 w^*，则工人的最佳选择是努力工作；工人努力工作，厂商下一阶段仍会选择 w^* 坚持触发策略。因此在这些子博弈中，双方的触发策略也是纳什均衡。这就证明了双方前述触发策略是子博弈完美纳什均衡。

当然将这种模型应用到实际问题中去时，必须考虑影响各方行为的其他各种因素。例如，现实中厂商不可能在无可替代的情况下因为一次偷懒永远解雇工人；厂商雇佣许多工人时，可能需要杀一儆百，严惩单个工人的可信度又会增强；如果还有其他厂商，则其他厂商雇佣被解雇的员工的可能性又会增加新的变数等。

本章内容提要

本章介绍了重复博弈的基本概念，对不同类型原博弈的有限次重复

博弈和无限次重复博弈问题进行理论分析。通过理论分析和一些经典典型重复博弈模型的分析，介绍了触发策略和轮换策略等构造重复博弈的子博弈完美纳什均衡策略组合的方法。本章得到的主要理论结论包括，无纯策略纳什均衡的原博弈的有限次和无限次重复博弈，都只能重复原博弈的结果；有唯一纯策略纳什均衡博弈的有限次重复博弈，也只能重复原博弈的结果；但有唯一纯策略纳什均衡博弈的无限次重复博弈中，如果存在潜在合作利益且未来利益相当重要，那么一定存在能实现这种利益的子博弈完美纳什均衡；有多重纳什均衡博弈的有限和无限次重复博弈，则都可能实现一次性博弈无法实现的合作性均衡。两个民间定理进一步阐明了重复博弈可能促进博弈方合作和提高博弈效率的结论。本章也介绍了重复囚徒困境博弈和连锁店悖论等对上述重复博弈理论结论的挑战质疑等。

本章基本概念

重复博弈　有限次重复博弈　无限次重复博弈　平均得益　总得益　零和博弈的重复博弈　有唯一纯策略纳什均衡博弈的重复博弈　有限次重复博弈民间定理　个体理性得益　可实现得益　有多个纯策略纳什均衡博弈的重复博弈　无限次重复博弈民间定理　有限次重复囚徒的困境　连锁店悖论　触发策略　轮换策略　有效工资率

思考练习题

1. 如果 T 次重复齐威王田忌赛马，双方在该重复博弈中的策略是什么？博弈结果如何？

2. 举出现实生活中的一个重复博弈与一次性博弈效率不同的例子。

3. 有限次重复博弈和无限次重复博弈有什么区别？这些区别对我们有什么启发？

4. 若 3 次重复 2.3.1 的古诺模型，子博弈完美纳什均衡是什么？

5. 分析两次重复 2.4.2 中制式问题时双方的均衡策略。

6. 两次重复下面的得益矩阵表示的静态博弈。如果你是博弈方 1，你会采用怎样的策略？

		博弈方2		
		L	R	S
博弈方1	T	3，1	1，0	1，1
	M	2，1	8，7	12，0
	B	1，1	0，11	10，10

7. 两次重复下面这个得益矩阵表示的两人静态博弈。问能否有一个子博弈完美纳什均衡策略组合，实现第一阶段的得益是(4，4)？如能，给出双方的策略，如不能，证明为什么不能。如果策略组合(下，左)的得益改为(1，5)会发生什么变化？至少能在部分阶段实现得益(4，4)的条件是什么？

		博弈方2		
		左	中	右
博弈方1	上	3，1	0，0	5，0
	中	2，1	1，2	3，1
	下	1，2	0，1	4，4

8. 求出下列得益矩阵表示的静态博弈的纳什均衡，并说明有限次和无限次重复该博弈时两博弈方的均衡策略。

		博弈方2	
		L	R
博弈方1	T	8，6	4，10
	M	4，8	6，4
	D	2，0	0，2

第五章　完全但不完美信息动态博弈

本章介绍完全但不完美信息动态博弈。主要内容包括此类博弈的含义、表示方法和子博弈，完美贝叶斯均衡概念及其分析方法。除了少数阐述基本概念的例子外，本章主要以单一价格、双价、有退款保证等几种二手车模型为例进行分析。

5.1　不完美信息动态博弈

前三章讨论的博弈模型基本上都是完全和完美信息的，即使有博弈方不完全了解得益情况或无法观察其他博弈方的行为，如有效工资率和委托人—代理人模型，也是所有博弈方处境相同或只是事后监督方面的困难，引进描述不确定性的概率分布，根据数学期望决策就可以解决。但人们在现实决策活动中拥有的信息常常没有这么充分和对称，人们购买商品时常常缺乏对商品质量的了解，人事经理雇佣员工时很难了解应聘者的真实素质，保险公司销售人寿保险时常苦于缺乏投保人健康情况的关键信息。信息不充分和不对称通常会增加判断和决策难度，对博弈结果产生很大影响，讨论这些问题是博弈论发展的必然要求。此外，对信息不充分、不对称情况下博弈问题的研究，也是研究信息在社会经济活动中作用、价值的有效方法，是“信息经济学”的重要内容。

博弈信息局限分不完全信息和不完美信息两个方面，前者指博弈方在得益信息方面的不对称，后者则是博弈方在博弈进程信息方面的不对称性。静态博弈和动态博弈都可能有不完全信息问题，不完美信息则是动态博弈的问题。本章讨论完全但不完美信息的动态博弈，后面两章将

分别讨论不完全信息静态博弈和不完全信息动态博弈。

5.1.1　概念和例子

动态博弈的基本特征是博弈方的行为有先后次序。如果后行为的博弈方在自己行为之前，可以观察到先前行为博弈方的行为，有关于前面阶段博弈进程的充分信息，称为有“完美信息”(perfect information)。如果动态博弈的所有博弈方都有完美信息，就是“完美信息动态博弈”。

由于客观条件或有些博弈方故意保密隐瞒等原因，动态博弈也可能存在后行为博弈方无法看到之前部分或全部博弈过程的情况。如果各博弈方都只有一次性行为选择，且所有后行为博弈方都无法看到自己选择之前其他博弈方的行为选择，可以当作静态博弈处理。因为在这种博弈中，各博弈方在信息方面是平等的，与同时选择的静态博弈没有本质区别。可是如果只有部分博弈方无法看到之前的博弈过程，各博弈方对博弈进程掌握有差异，再或者博弈方不只一次选择却无法观察到前面的博弈进程，就无法将此看作静态博弈，只能是“不完美信息动态博弈”，相应博弈方称为“有不完美信息的博弈方”。本章讨论的不完美信息动态博弈中，各博弈方对得益情况是有“完全信息”(complete information)的，因此称为“完全但不完美信息动态博弈”，简称“不完美信息动态博弈”。

不完美信息动态博弈的基本特征是博弈方在信息方面不对称。以二手车交易的博弈问题为例，买辆二手车，过后常会发觉合算、不合算，赚了大便宜、吃了大亏，买新车这种感觉相对较少。原因是二手车的价值很大程度上取决于平时的使用保养情况，而使用保养情况通常卖方清楚，但买方很难了解。

二手车交易可以抽象成这样的博弈问题：先是卖方(即原车主)选择如何使用车子，假设有好、差两种方式，分别对应内在质量好、差两种二手车；第二阶段是卖方决定是否要卖，卖价可以是只有一种、有高低两种或更多，价格越多问题就越复杂；最后是买方决定是否买下，假设买方要么接受卖方价格，要么不买，但不能讨价还价。在这个动态博弈中，买方对第一阶段卖方的行为不了解，因此买方具有不完美信息。

把第三章有关银行存款的博弈改编一下也是一个类似例子。设许多储户在同一银行有存款，在银行经营良好的情况下，储户存款到期取款能

得到利息，提前取款得不到利息，也不会受损失；在银行经营不善的情况下，如果所有储户都到期取款则大家受平均损失，但如果部分储户提前取款，这部分储户能避免损失，其他到期取款的储户要受更大损失。如果部分储户有内部消息，大概了解银行的经营状况，这部分储户在发觉银行有经营不善迹象时就会闻风先动。

上述问题可以抽象成这样一个博弈：首先，银行决定经营情况“好”、“差”；然后，是有消息来源的储户选择是否提前取款；最后，是没有消息来源的一般储户选择是否提前取款。注意银行对经营情况好差的选择其实不是完全主动的，只是为了反映其他博弈方的信息不完美性引进的，我们并不关心这个选择本身，也不关心银行的得益。由于整个博弈结束时，各博弈方的得益情况是大家了解的，因此这也是一个完全但不完美信息的动态博弈。

上面两个例子都有一个特殊的博弈方，该博弈方要么实际上早就决定了它的选择，要么对所讨论的博弈来说并不是主动的选择。这种特殊的博弈方，并不是构成完全但不完美信息动态博弈的必要条件。不过，如果所有博弈方都是主动选择且理性行为的，那么所有博弈方的行为都能够推断出来，与完全且完美信息动态博弈没有本质区别。因此用包含上述类型特殊博弈方的模型，常常更能说明不完美信息博弈的本质问题。

5.1.2 不完美信息动态博弈的表示

首先讨论不完美信息动态博弈的表示方法，也就是如何反映动态博弈中博弈方信息不完美的问题。第一章介绍的单人博弈运输路线问题中，只有商人一个博弈方，严格来说并不是动态博弈。但由于商人在决策时面临天气条件方面的不确定性，因此我们虚设了选择天气的博弈方0——自然。商人决策时当然无法看到自然的选择，这样这个单人博弈就转变成了有两个博弈方的不完美信息动态博弈。第一章中，是用图5.1(即图1.7)的扩展形表示该博弈的。

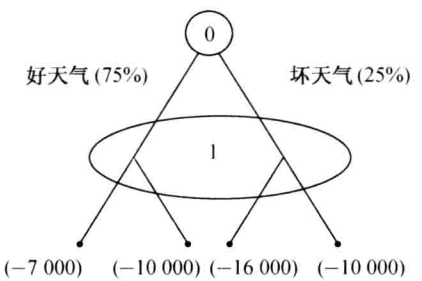


图 5.1 运输路线扩展形

在图 5.1 中，最上方的节点是博弈方 0，也就是自然的选择信息集，它的选择有好天气、坏天气两种，选择的方法是按一定的概率分布随机选择；图中的好天气、坏天气两个方向后面括号中的 75% 和 25%，是它们各自被选到的概率；下面较大的椭圆形代表商人博弈方 1 的选择信息集，包含分别对应自然两种选择的两个节点。这种信息集称为“多节点信息集”。两个节点在同一个信息集中表明商人决策时无法知道究竟到了哪个节点，无法针对性地选择。商人在这里无论选择什么都有两种可能结果，事先无法知道是哪一种。

这种多节点信息集可以推广为表示不完美信息动态博弈的一般方法。以二手车交易为例，暂时不管买卖双方各种情况下的得益，可用图 5.2 表示这个博弈。

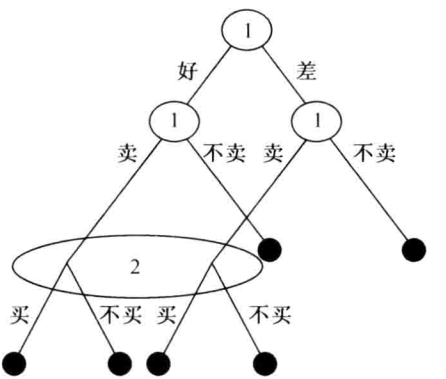


图 5.2　二手车交易扩展形

在图 5.2 中，最上面节点表示第一阶段卖方（博弈方 1）使用汽车“好”和“差”的选择。卖方对自己的选择当然清楚，因此第二阶段进一步选择“卖”还是“不卖”时，是根据两种情况的针对性选择。如果他选择“不卖”，不管第一阶段是“好”、是“差”博弈都结束，双方既无损失也无得利。如果他选择“卖”，轮到买方选择。因为买方无法知道卖方第一阶段的选择，轮到买方选择时无法知道前两阶段的路径究竟是“好——卖”还是“差——卖”，买方的这种信息不完美用代表两条路径的两个节点放在同一个信息集中表示。买方有“买”、“不买”两种选择，可能的结果有四种，包括“买”到好车、“买”到差车，“不买”好车、“不买”差车。

假设车况好对买方值 3 千，车况差值一千，卖方要价两千。再设车况

差时卖方需花一千伪装车子，卖不出去就会白白损失一千元。用净收益（收益减成本）作为卖方得益，用消费者剩余（价值减价格）作为买方得益。该博弈双方得益如图 5.3 所示，其中得益数组第一个数字为卖方（博弈方 1）的得益。

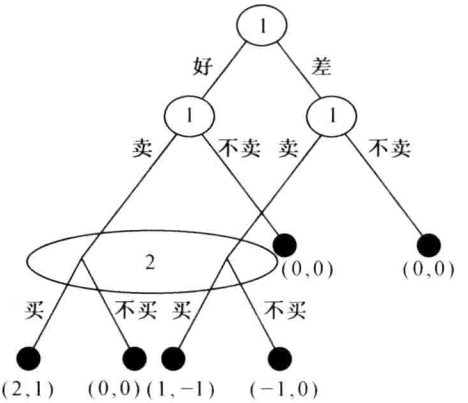


图 5.3 二手车交易（数值例子）

当卖方在第二阶段选择卖而买方在第三阶段选择不买时，车况好、差对买方利益毫无影响，都是既无得也无失。但买方在卖方选择卖的前提下选择买既有赚的可能（车况好），也有亏的可能（车况差），选择不买不会吃亏，也失去了获利机会，因此没有一个选择绝对比另一个好。要让买方下决心决定是否买必须有进一步的信息，即判断在卖方选卖的情况下车况好、差的概率。

对卖方来说，车况好时卖不卖得出去都无损失，只有得益可能，因此卖总是比不卖好。但当车况差时卖得出去有所得利，卖不出去却要亏损，因此是否该卖也不那么容易判断。要让卖方在后一种情况下下决心决定是否卖也必须有进一步的信息，即形成对买方买下概率的判断。

如果双方各自有了需要的信息，形成了相关判断，就能对获利机会、损失风险的大小程度心中有数，可以根据自身风险偏好进行理性决策。但双方决策需要的信息、判断都与双方的选择有关，因此在两个博弈方的选择、信息和判断之间有复杂的交互决定关系。事实上，这种交互决定关系正是不完美信息动态博弈的关键和主要研究对象。

5.1.3　不完美信息动态博弈的子博弈

不完美信息动态博弈肯定是动态博弈，想到利用逆推归纳法和子博弈纳什均衡进行分析是很自然的事情。但不完美信息动态博弈中的多节点信息集，会对逆推归纳法和子博弈纳什均衡分析方法的应用造成问题。

第三章是这样定义子博弈的："由一个动态博弈第一阶段以外的某阶段开始的后续博弈阶段构成的，有初始信息集和进行博弈所需要的全部信息，能够自成一个博弈的原博弈的一部分"。这个定义隐含几方面的含义：

(1) 因为原博弈本身不会成为原博弈的后续阶段，因此子博弈不能从原博弈的第一个节点开始，即原博弈不是自己的一个子博弈。

(2) 包含所有在初始节点之后的选择节点和终点，但不包含不跟在此初始节点之后的节点。

(3) 不分割任何的信息集。即如果一选择节点包含在一子博弈中，则包含该节点的信息集中的所有节点都必须包含在该子博弈中。这一条是专对有多节点信息集的不完美信息动态博弈而言的。

(1)和(2)对不完美信息动态博弈和完美信息动态博弈并没有什么两样，在第三章早就讨论过了。(3)是专门针对不完美信息动态博弈的，它实际上就是将类似图 5.4 中虚线框出的部分排除在子博弈范畴之外。因为虚线框出的部分中，包含了博弈方 3 的两节点信息集中的一个节点，而没有包括另一个。

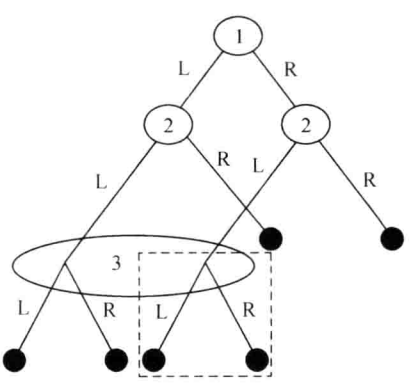


图 5.4　多节点信息集和子博弈(1)

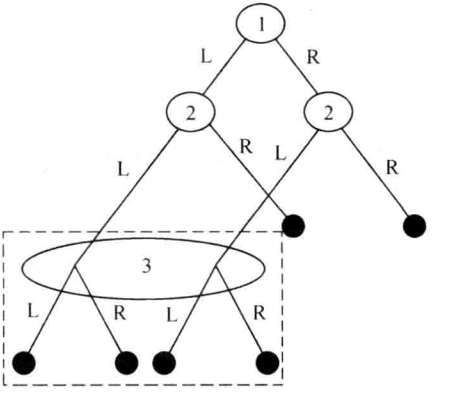


图 5.5　多节点信息集和子博弈(2)

把图 5.4 中虚线框出的部分排除在子博弈范畴之外的根本原因，在于博弈方 3 并不能在肯定该节点已达到的前提下进行选择，轮到他选择时并不知道博弈方 1 选择的是 R 还是 L，只知道博弈方 2 选择的是 L，因此前两阶段存在两种可能的路径 L—L 和 R—L，博弈方 3 的选择必须在权衡两种可能性的基础上作出，而不能针对两个节点分别作出。如果把图 5.5 中虚线框出的部分作为原博弈的子博弈，只会增加不必要的混乱和麻烦。

上述子博弈定义还表明子博弈必须从一个单节点信息集开始，即图 5.5 中虚线框出的部分不算子博弈。不过这部分虽然不算子博弈，但该阶段博弈方 3 的选择却是有意义和非常重要的，在不完美信息动态博弈分析中非常重要。

5.2 完美贝叶斯均衡

均衡对任何种类的博弈分析都是关键，对不完美信息动态博弈也不例外。对于一个动态博弈来讲，可信性则始终是均衡的中心问题，理想的均衡必须排除任何不可信的威胁或承诺。在完全且完美信息动态博弈中，通过要求均衡策略组合满足子博弈完美性，以保证均衡策略中没有不可信的威胁或承诺。但在完全但不完美信息的动态博弈中，因为存在多节点信息集，一些重要的选择及其后续阶段不构成子博弈，因此子博弈完美性要求无法完全排除不可信的威胁或承诺，必须引进新的均衡概念——完美贝叶斯均衡。

5.2.1 完美贝叶斯均衡的定义

根据前面对不完美信息动态博弈的基本讨论，借鉴子博弈完美纳什均衡的思想，适合完全不完美信息动态博弈分析需要的均衡概念必须满足如下要求。

要求 1：在各个信息集，轮到选择的博弈方必须有关于博弈达到该信息集中每个节点可能性的“判断”(belief)。对非单节点信息集，“判断”是博弈达到该信息集中各个节点可能性的概率分布；对单节点信息集，可

“判断”达到该节点的概率为1。

要求2:给定各博弈方的“判断”,他们的策略必须是序列理性的。即在各个信息集,给定选择博弈方的判断和其他博弈方的“后续策略”,该博弈方的行为及以后阶段的“后续策略”,必须使自己的得益或期望得益最大。“后续策略”即为相应博弈方在该信息集以后的阶段中,针对所有可能情况如何行为的完整计划。

要求3:在均衡路径上的信息集处,“判断”由贝叶斯法则和各博弈方的均衡策略决定。

要求4:在不处于均衡路径上的信息集处,“判断”由贝叶斯法则和各博弈方在此处可能有的均衡策略决定。

当一个策略组合及相应的判断满足以上4个要求时,称为一个“完美贝叶斯均衡”。之所以称这种均衡为完美贝叶斯均衡,首先是因为第二个要求“序列理性”与子博弈完美纳什均衡中的子博弈完美性要求相似,其次是因为要求3和要求4中规定“判断”的形成必须符合贝叶斯法则。

根据上述定义不难看出,子博弈完美纳什均衡是完美贝叶斯均衡在完全且完美信息动态博弈中的特例。序列理性在子博弈中就是子博弈完美性,在整个博弈中就是纳什均衡。完全且完美信息动态博弈的所有信息集都是单节点的,博弈方对博弈达到所有节点的“判断”都是概率等于1,满足贝叶斯法则和以其他博弈方的后续策略为基础。更进一步,完美贝叶斯均衡在静态博弈中就是纳什均衡。

关于完美贝叶斯均衡的可能疑问是,这个均衡概念为什么要求那么多条件?为此我们对4个条件逐一作一些分析。

要求1实际上就是前面提到的解决不完美信息动态博弈的基本前提,在多节点信息集处轮到选择的博弈方,必须对其中每个节点达到的可能性大小有基本判断,否则决策会失去根据,也不可能存在策略的稳定性,更谈不上均衡。

要求2的序列理性在子博弈中就是子博弈完美性,在多节点信息集开始的不构成子博弈的部分中,通过要求各博弈方遵守最大利益原则排除策略中不可信的威胁或诺言。当然,序列理性首先要求策略组合在给定的各方判断下是纳什均衡。从这几点可以看出,序列理性要求对保证完美贝叶斯均衡的真正稳定性是很重要的。

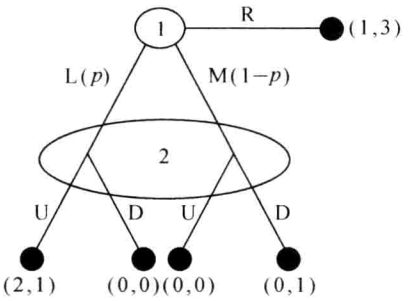


图 5.6 完全但不完美信息动态博弈

再以图 5.6 中的博弈为例，进一步说明上述两个条件的重要性。图 5.6 是两博弈方各一次选择的动态博弈。在博弈方 1 第一阶段选择不是 R 的情况下，博弈方 2 无法看到博弈方 1 究竟选择的是 L 还是 M，博弈方 2 具有不完美信息。从得益情况容易看出，如果轮到博弈方 2 选择时，对博弈方 1 选了 L 还是 M 完全不知道，连可能性大小都不清楚，就完全不知道自己该选 U 还是 D。因为，如果博弈方 1 的选择是 L，博弈方 2 选 U 得益较大；如果博弈方 1 的选择是 M，博弈方 2 选 D 得益较大。因此，博弈方 2 在这个多节点信息集处对两条路径的“判断”是决策的必要基础，从而也是均衡策略的基础。这就说明了要求 1 的必要性。

要求 2 也是非常必要的。本例中如果没有这个要求，只要求满足纳什均衡和子博弈完美性，博弈方 2 有一个可为自己争取到最大利益 3，但包含不可信威胁的均衡策略，那就是博弈方 2 威胁在轮到自己选择时将唯一地只选 D。如果博弈方 2 采取这个策略，博弈方 1 的最佳对策是第一阶段直接选择 R 结束博弈，双方得益是(1, 3)。上述策略组合显然是一个纳什均衡，由于本博弈没有子博弈，子博弈完美性要求自动满足，它也是子博弈完美纳什均衡。但是博弈方 2 在博弈方 1 不选 R 的情况下只选 D，在博弈方 1 选 L 的概率很大时明显是不可信的威胁，因为博弈方 2 选 D 的期望得益比选 U 小得多，不符合最大利益原则。要求 2 确保博弈方 2 在第二阶段的多节点信息集处，“判断”博弈方 1 选 L 概率 p 大于选 M 概率 $1-p$ 时，必须选择 U 而非 D。这样博弈方 1 第一阶段的选择应该是 L 而非 M，也非 R。博弈方 1 第一阶段选 L，博弈方 2 在博弈方 1 第一阶段未选 R 的情况下选择 U，加上博弈方 2 对博弈方 1 选 L、M 的概率判断 p 和 $1-p(p \geqslant 1-p)$，有可能构成真正具有稳定性的策略组合。

要求 3 和要求 4 中有“均衡路径上”和“非均衡路径上”一对概念。在完全且完美信息动态博弈中，在均衡路径上的信息集指如果博弈按照均

衡策略进行一定会达到的信息集，不在均衡路径上的信息集则肯定不会达到。不完美信息博弈中存在多节点信息集，博弈过程中至少部分博弈方在部分信息集无法确定前面的博弈路径。“在均衡路径上”的信息集，意味着如果博弈按照均衡策略进行，该信息集会以正概率达到；“不在均衡路径上”的信息集，意味着博弈按均衡策略进行时，达到的概率为 0。在图 5.6 所示的博弈中，当博弈方 1 第一阶段的均衡策略选择是 R 时，博弈方 2 的信息集不在均衡路径上；而当不是 R 时，该信息集就在均衡路径上。

清楚了“在”和“不在”均衡路径上的信息集以后，用图 5.6 中博弈分析要求 3 和要求 4。先假设均衡策略组合是上面提到的“博弈方 1 在第一阶段选择 L，博弈方 2 在第二阶段选择 U”。

首先，该博弈只有博弈方 2 有一个两节点信息集，要求 3 针对的就是博弈方 2 在该信息集处的“判断”。其次，本博弈两博弈方的选择都是主动选择，不需要额外信息（外生的不确定性等）帮助“判断”。第三，博弈方 2 的“判断”直接针对博弈方 1 的上阶段选择，不存在条件概率问题，贝叶斯法则自动满足。第四，要求 3 要求博弈方 2 的“判断”符合各博弈方的均衡策略，就是符合博弈方 1 第一阶段选择和博弈方 2 本阶段选择。博弈方 1 的均衡策略在第一阶段选择 L，因此只有博弈方 2“判断”“博弈方 1 选择 L 的概率 $p=1$”才与均衡策略相符，该“判断”也与博弈方 2 自己本阶段的选择 U 相符，正是博弈方 2 决策和双方策略均衡的稳定基础。

如果博弈方 2“判断”$p=0.75$，首先与博弈方 1 的选择不完全符合，而且对博弈方 2 选 U 的信心有不良影响，均衡就有不稳定性。如果博弈方 2“判断”$p=0.25$，则与均衡策略组合“博弈方 1 选 L，博弈方 2 选 U”完全矛盾，因为该“判断”下博弈方 2 的最佳选择不是 U 而是 D，博弈方 1 也就不会选 L 而会选 R，“判断”与策略的矛盾会完全破坏策略稳定性，上述策略组合不可能是真正的均衡。

上述分析充分说明了在不完全信息博弈中，“判断”和均衡策略之间的相互依存关系，两者一致、协调才可能是真正的均衡。这正是要求 3 的真实意义。

现在讨论要求 4。首先如果均衡策略组合是“博弈方 1 在第一阶段选择 L，博弈方 2 在第二阶段选择 U”，博弈方 2 的多节点信息集在均衡

路径上,不存在不在均衡路径上需要“判断”的信息集,要求 4 自动满足。

为此假设均衡策略组合是“博弈方 1 第一阶段选择 R,博弈方 2 第二阶段选择 D”。在该策略组合下,博弈方 2 的两节点信息集是不在均衡路径上的信息集。要求 4 要求博弈方 2 在这个信息集的“判断”满足贝叶斯法则和双方均衡策略。同要求 3,贝叶斯法则仍然自动满足,只需要讨论博弈方 2 的“判断”与双方均衡策略的一致性。

但是很显然,万一博弈方 1 第一阶段偏离均衡策略 R,博弈方 2“判断”“博弈方 1 选择 L 的概率 $p=1$” 就不符合要求 4,因为这与博弈方 2 自己的均衡策略 D 不符。为了让博弈方 2 的“判断”与自己的策略一致,博弈方 2 的“判断”只能是博弈方 1 选 M 的概率 $1-p=1$。但博弈方 2 “判断” $1-p=1$,肯定选择 M,显然是有问题的。因为对博弈方 1 来说,M 相对于 R 和 L 都是下策,即使不选 R,也只会选 L 不会选 M。这意味着“判断” $1-p=1$ 也不满足要求 4。事实上,该博弈不可能存在与均衡策略组合“博弈方 1 第一阶段选择 R,博弈方 2 第二阶段选择 D”相符的不在均衡路径上的“判断”,意味着该策略组合不可能是有真正稳定性的完美贝叶斯均衡。

5.2.2 关于判断形成的进一步理解

为了进一步理解完美贝叶斯均衡及其 4 个要求,特别是其中对判断形成的两个要求,再讨论两个例子。

第一个例子是图 5.2 所示的二手车交易模型。在二手车交易博弈中,需要“判断”的是卖方(博弈方 1)决定卖以后买方(博弈方 2)的选择信息集,判断内容是车况好还是差,或者好、差的概率大小,可以分别用条件概率 $p(g|s)$、$p(b|s)$表示。其中 $p(g|s)+p(b|s)=1$。

买方进行判断首先要知道的是车况好、差本身的概率,同卖方使用车子情况好、差的概率,分别用 $p(g)$和 $p(b)$表示,一般只能由经验调查、实证研究得到。仅有这两个概率当然不够。因为在车况好、差两种情况下,卖方对卖和不卖的选择很可能不同,因此车况本身好、差的概率不等于所卖车子好、差的概率。

如果已知卖方好、差时选择卖或不卖的概率,即 $p(s|g)$、$1-p(s|g)$和 $p(s|b)$、$1-p(s|b)$。可以根据贝叶斯法则计算条件概率 $p(g|s)$和

$p(b|s)$，也就是买方需要的“判断”。

$$p(g \mid s)=\frac{p(g)\cdot p(s \mid g)}{p(s)}$$
$$=\frac{p(g)\cdot p(s \mid g)}{p(g)\cdot p(s \mid g)+p(b)\cdot p(s \mid b)}$$

而 $p(b \mid s)=1-p(g \mid s)$。因此，关键任务是确定在车况好、差两种情况下，卖方分别选择卖的概率 $p(s|g)$、$p(s|b)$。由于卖方是主动选择和理性行为的，这两个概率取决于卖方的均衡策略。

再用图 5.3 所示的数值例子进一步说明。因为车况好时，卖掉有正得益，卖不掉与不卖没区别，因此卖方肯定选择卖，即 $p(s \mid g)=1$。车况差时，选择卖而卖不出去有损失，选择需要更多斟酌。卖方选择卖还是不卖，或者选择混合策略，需要考虑卖出去的概率，即买方选择买的概率大小。假设买方买的概率 0.5，卖方选择卖的期望得益为 $0.5\times 1+0.5\times(-1)=0$，与不卖得益相等，风险中性的卖方可采用概率分布(0.5, 0.5)选择卖或不卖的混合策略。这时候买方“判断” $p(s \mid b)=0.5$ 符合卖方的均衡策略，也符合自己的均衡策略。

根据 $p(s \mid g)=1$ 和 $p(s \mid b)=0.5$，以及总体车况好、差的概率 $p(g)=p(b)=0.5$，按照贝叶斯法则，不难算出

$$p(g \mid s)=\frac{p(g)\cdot p(s \mid g)}{p(g)\cdot p(s \mid g)+p(b)\cdot p(s \mid b)}$$
$$=\frac{0.5\times 1}{0.5\times 1+0.5\times 0.5}=\frac{0.5}{0.75}=\frac{2}{3}$$

这就是买方对卖方所卖车是好车概率的“判断”。差车概率为 $p(b \mid s)=1-p(g \mid s)=1-2/3=1/3$。

由于在卖方的上述策略下，买方选择的信息集有相当大概率会达到，因此是在均衡路径上的信息集。这就是说，上述“判断”是满足要求 3 的判断。

为了进一步理解 4 个要求的意义，再分析一个简单的例子。图 5.7 是有 3 个博弈方的三阶段不完美信息动态博弈。第一阶段博弈方 1 有 F 和 B 两种选择，他的选择博弈方 2 和博弈方 3 都能看见。如果博弈方 1

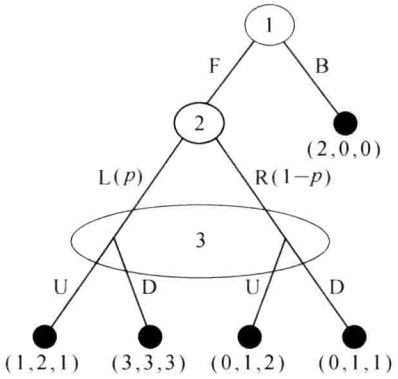


图 5.7 三方三阶段不完全信息动态博弈

第一阶段选 B 博弈结束;如果博弈方 1 第一阶段选 F,则博弈继续下去。第二阶段博弈方 2 有 L 和 R 两种选择,后面的博弈方 3 却看不见他的选择,因此博弈方 3 第三阶段的信息集是两节点信息集。第三阶段博弈方 3 有 U、D 两种选择,博弈方的得益依次对应终点处得益数组中的 3 个数字。

根据逆推归纳的思路,先考察博弈方 3 的选择。假设博弈方 3“判断”博弈方 2 选 L 和 R 的概率分别是 p、$1-p$,则他选 U 期望得益 $p\cdot 1+(1-p)\cdot 2=2-p$,选 D 期望得益 $p\cdot 3+(1-p)\cdot 1=1+2p$。当 $p<1/3$ 时该选 U,当 $p>1/3$ 时该选 D,$p=1/3$ 时选 U、D 或混合策略都可以。先假设他“判断” $p>1/3$,那么合理选择是 D。

再看博弈方 2 的选择。本博弈中博弈方 2 的选择其实只有 L 一种,因为 L 是他相对于 R 的严格上策,他无需考虑博弈方 3 第三阶段的选择。

回头看博弈方 3 的“判断”。$p>1/3$ 显然符合博弈方 2 的策略,但更准确地讲,完全符合博弈方 2 均衡策略的“判断”是 $p=1$。

最后看博弈方 1 的选择。因为他知道从博弈方 2 选择开始的子博弈的均衡必然为(L, D),意味着自己选择 F 可以获得 3 单位得益,比选 B 得益 2 要好,因此 F 是他的均衡策略。

因此,策略组合(F, L, D)是均衡的,相应的博弈方 3“判断”是博弈方 2 选 L 的概率 $p=1$。由于在该策略组合下不存在不在均衡路径上的信息集,因此要求 4 自动满足,可以肯定这是一个完美贝叶斯均衡。

为了说明要求 4 的必要性,可以考察策略组合(B, L, U),以及相关的博弈方 3“判断” $p=0$。这个策略组合显然比完美贝叶斯均衡(F, L, D)差得多,但没有要求 4 就无法排除这种不理想的结果。

首先,该策略组合是一个纳什均衡。事实上当博弈方 1 选择 B 后,其他两博弈方根本没有选择机会。而对博弈方 1 来说,如果其他两博

弈方的策略是(L, U),当然选 B 最合算。其次,当博弈方 3 对博弈方 2 选择的"判断" $p = 0$ 时,(B, L, U)是序列理性的。第三,因为均衡路径上没有需要判断的信息集,要求 3 自动满足。也就是说,策略组合(B, L, U)和博弈方 3 的"判断" $p = 0$ 满足完美贝叶斯均衡的要求 1—3。

这时候,要求 4 就起作用了。要求 4 要求不在均衡路径上的信息集处的"判断"也必须符合各方均衡策略。但均衡策略组合是(B, L, U)时,博弈方 3 的信息集就不在均衡路径上,博弈方 3 此处的"判断" $p = 0$ 与博弈方 2 的策略 L 显然不符,因此该策略组合和该"判断"不能构成完美贝叶斯均衡。这就把(B, L, U)排除出了完美贝叶斯均衡的范畴,支持了完美贝叶斯均衡的价值。

完美贝叶斯均衡的 4 个要求是判断完全但不完美信息动态博弈中,各博弈方策略组合和相应"判断"是否具有真正稳定性的关键标准。完美贝叶斯均衡的均衡不再仅仅由博弈方的策略组合而成,还必须包括合理的"判断"。完美贝叶斯均衡必须包含的"判断"及其与均衡策略的相互依存关系,对逆推归纳法在不完美信息动态博弈的完美贝叶斯均衡分析中的运用会造成困难。但完美贝叶斯均衡的 4 个要求本身也提供了寻找它们的思路和方法。

5.3　单一价格二手车交易

二手车交易正是不完美信息动态博弈问题的典型代表,搞清二手车交易中的博弈关系及其各种均衡,可以对此类博弈问题有更深刻的理解,为此类问题的建摸和分析提供更多思路。本章后面部分主要以二手车交易作为例子进行分析。二手车交易有多种不同的情况,如价格是否有选择性、是否允许讨价还价、买方发觉受骗时是否可以向卖方追究责任索取赔偿等,不同情况的博弈模型肯定是有差异的。本节讨论已多次提到的单一价格模型,后面两节进一步讨论价格有高低的双价模型,以及有退款保证的模型。

5.3.1 单一价格二手车交易模型

为了讨论单一价格二手车交易可能出现的各种均衡情况，先给出比较一般的模型。假设二手车有好、差两种情况，对买方价值分别为 V 和 W，$V>W$。再假设买方想买好车，不想买差车，因此卖方若想卖出车子，不管车况好、差都只能当好车卖，因此只有一种价格 P。这也意味着，车况差时卖方必须花成本伪装欺骗买方，伪装成本为 C。这样，二手车交易可用图 5.8 的扩展形表示，其中 V、W、P 和 C 可以有各种不同情况。

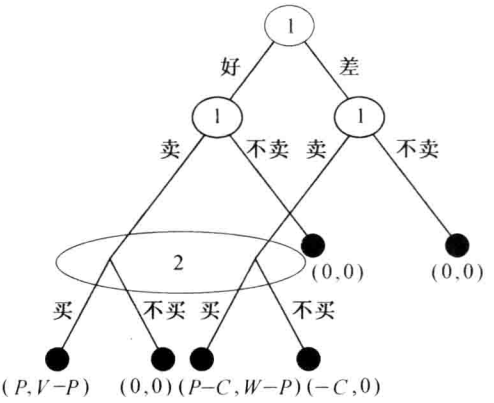


图 5.8 单一价格二手车交易

如果 $P>C$，$V>P>W$，即车价大于伪装费用，车况好对买方价值大于价格，车况差价值小于价格。那么车况好时成交对双方都有利；车况差时成交卖方得利、买方损失；车况好时未成交双方虽没损失，但丧失了得益机会；车况差时卖方想卖没卖出去会白白损失伪装成本，买方可以庆幸没有上当受骗。

在价值、价格和伪装成本满足上述条件时，买卖双方的积极选择(一方卖、一方买)对自己都有一些风险性，保守选择则可能丧失潜在的交易利益。因此，当买方无法确定车况的情况下，买方的任何选择都不是绝对的上策，卖方也因为有花钱伪装(车况差时)卖不出去受损的危险，也没有绝对的优势策略，双方的决策和博弈结果有许多种可能性。还可以考虑 $P>C$ 或 $V>P>W$ 不成立，或不能同时成立的情况，这些情况也有现实意义。

5.3.2 均衡的类型

二手车交易博弈(或其他交易博弈)可能有多种不同的均衡结果，因此需要一些判断标准，帮助我们分析判断哪些结果比较理想，哪些是比较差和不满意的。

一、市场类型

可以根据效率差异将市场均衡分为下面四种不同的类型。这种分类适用于单一价格二手车交易博弈，也适用于双价模型和其他市场交易问题。

(1) 市场完全失败。如果市场上所有的卖方，甚至好商品的卖方，都因为担心卖不出去而不敢将商品投放市场，市场就完全不能运作。如果潜在贸易利益确实存在，称这种情形为“市场完全失败”。

(2) 市场完全成功。如果只有好商品的卖方将商品投放市场，差商品的卖方不敢将商品投放市场。此时市场上商品都是好的，买方会买下市场上所有商品，实现最大的贸易利益，称这种情况为“市场完全成功”。

(3) 市场部分成功。如果所有卖方，包括有好商品的和有差商品的，都将商品投放市场，买方不管商品好差都买进。这样的情况称为“市场部分成功”。因为这种情况下能够进行交易，潜在的贸易利益能够实现，但会存在部分“不良交易”，买方买进差的商品要蒙受损失。

(4) 市场接近失败。如果所有好商品的卖方都将商品投放市场，只有部分“差”商品的卖方将商品投放市场，同时买方不是买下市场上全部商品，而是以一定概率随机决定是否买进，即双方都采用混合策略。这样的市场称为“市场接近失败”。这种市场的总体效率低于市场完全成功和市场部分成功，但比市场完全失败要强。这种市场均衡意味着市场上差商品的总体比重或危害更大，很容易变成市场完全失败类型。

在市场交易问题中出现上述哪一种情况，或者说能够实现哪种均衡，取决于模型中买卖双方利益与风险的对比，而买卖双方的利益和风险又取决于不同商品价值 V 和 W、交易价格 P、伪装费用 C，以及商品好、差的概率 p_g 和 p_b(买方以实际情况为基础的主观判断)。

二、合并均衡和分开均衡

市场均衡还有一些有意义的特征。有些市场均衡中所有的卖方，也就是有完美信息的博弈方，不管商品是好还是差都采用相同的策略。例如，市场完全失败中所有卖方都不卖，市场部分成功中所有卖方都卖。这种市场均衡称为“合并均衡”(pooling equilibrium)。合并均衡中，完美信息博弈方的行为不会透露任何有用的信息，不完美信息博弈方形成“判断”时，可以忽略完美信息博弈方的行为，只能直接从市场基本情况中寻

找依据。

在另一些市场均衡中，拥有商品质量不同的卖方会采取完全不同的策略。例如，在市场完全成功类型的均衡中，商品质量好的卖方投放市场，商品质量差的卖方不敢投入市场。这种市场均衡称为“分开均衡”(separating equilibrium)。这种均衡中，卖方的行为完全反映他商品的质量，能给不完美信息博弈方的“判断”提供充分的依据。

市场接近失败均衡，既不属于合并均衡，也不属于分开均衡。因为不同情况卖方的行为既不全部相同，也非全然不同，因此与分开均衡和合并均衡的定义都不符合。在这种均衡中，卖方的行为会给买方提供一定的信息，但又不足以让买方得出肯定的“判断”，只能得到一个概率分布的“判断”。

引进四种市场类型和合并均衡、分开均衡两个概念的目的，是为了让分析完全但不完美信息动态博弈时的思路和表述更为清晰方便，因为可以按照不同的市场类型和均衡类型分别进行讨论。在分析一个不完美信息的市场交易博弈时，如果能先判断出市场和均衡的类型，分析就会比较容易。当然，要搞清市场和均衡的类型，需要根据具体情况认真分析，掌握一些判断识别法则。

5.3.3 模型的纯策略完美贝叶斯均衡

现在对单一价格二手车交易博弈模型作一些分析。如果再作一些假设，可用逆推归纳法导出或证明该模型各种类型的市场均衡。

一、市场部分成功的合并均衡

假设质量差车出现的概率 p_b 很小，即买方相信好车占绝大多数，并且卖方伪装差车的费用 C 相对于价格 P 很小，则下列策略组合和判断构成市场部分成功的完美贝叶斯均衡。

(1) 卖方选择卖，不管车子好、差；

(2) 买方选择买，只要卖方卖；

(3) 买方的判断是 $p(g \mid s)=p_g$，$p(b \mid s)=p_b$。

用逆推归纳法证明这是完美贝叶斯均衡。买方选择买的期望得益 $p_g(V-P)+p_b(W-P)$，根据先前的假设 $V>P>W$ 和这里假设的 p_b 很小，可以认为该期望得益为正值。买方选择不买的得益为 0。因此，只

要卖方选择卖，买方肯定应该选择买。

倒推回卖方的决策。卖方清楚买方的判断和决策思路，因此知道选择卖一定能卖出去。如果车子是好的，选择卖得益为 P，大于选择不卖的得益 0，当然会选择卖；如果车子是差的，则选择卖得益为 $P-C$，根据刚才的假设，$P-C$ 也大于 0，还是选择卖。也就是说，不管卖方的商品是好是差，卖都是唯一合理的选择。

卖方的均衡策略与买方的判断 $p(g \mid s)=p_g$ 和 $p(b \mid s)=p_b$ 相符合。

因此，前述策略组合和判断满足完美贝叶斯均衡的要求 1—3。由于上述均衡策略下不存在不在均衡路径上需要判断的信息集，要求 4 自动满足。这就证明了前述策略组合及判断是完美贝叶斯均衡。根据上述逆推归纳分析过程可以看出，这也是该博弈在前述假定条件下唯一的完美贝叶斯均衡。由于两博弈方在该均衡中采用的都是纯策略而不是混合策略，因此也称为“纯策略完美贝叶斯均衡”。

根据市场类型的分类方法，上述均衡属于市场部分成功的均衡类型，也是一个合并均衡，卖方的行为不能传递商品质量的信息。在这样的市场中，虽然大多数情况下商品是好的，买卖双方能分享到贸易利益，但也有少数时候买方受骗上当蒙受损失。

上述纯策略完美贝叶斯均衡有两个关键条件，$P>C$ 使得拥有差车的卖方有出售意愿，$p_g(V-P)+p_b(W-P)>0$ 使得买方在信息不完美情况下有勇气购买。这两个条件使得信息不完美的市场得以运作，虽然还有些问题，但总的来说还是有效率的。

二、市场完全成功的分开均衡

将上述模型假设改为差车伪装成好车很费钱，即 $P<C$，而且这一点买方也清楚，这时均衡结果会发生很大变化。因为当 $P<C$ 时，若车况差，即使卖方费力、费钱卖掉车子也要亏损，想卖卖不出去更要净亏 C，因此唯一选择是不卖。假设其他条件不变，则车况好的卖方仍会选择卖。这样，下列策略组合和判断构成有市场完全成功的分开均衡特征的完美贝叶斯均衡。

(1) 卖方车况好选卖，车况差选不卖；

(2) 买方选买，只要卖方卖；

(3) 买方的判断为 $p(g \mid s)=1$, $p(b \mid s)=0$。

因为买方对卖方伪装差车成本很高的信息是了解的,知道卖方选卖车况必定好,选不卖意味着车况差。卖方行为会给买方提供准确信息,即判断 $p(g \mid s)=1$ 和 $p(b \mid s)=0$。

有了该判断后,可用逆推归纳法论证上述策略组合和判断是完美贝叶斯均衡。买方轮到选择时,选买期望得益为 $1\times(V-P)+0\times(W-P)=V-P>0$, 选不买得益为 0,买是唯一选择。

推回到卖方的选择。给定买方的策略,车况好卖的得益为 $P>0$, 不卖得益为 0,该选卖;车况差卖得益 $P-C<0$, 不卖得益 0,只有选不卖。

因此,双方策略都满足序列理性的要求。也不难看出,在均衡路径上信息集的买方判断符合双方的均衡策略和贝叶斯法则,同时不存在不在均衡路径上需要判断的信息集。这就证明了上述策略组合和判断构成了完美贝叶斯均衡。

根据市场类型分类方法,这是市场完全成功类型的分开均衡。

三、市场完全失败的合并均衡

上述两种均衡的判断都是根据得益,根据与得益有关的数据(C 和 P 等)直接得到的。但许多情况下,判断并不能从得益情况直接得到,很可能需要买方根据以往经验或其他信息推算。如果出现最悲观的情况,即买方根据以往经验,判断卖方选择卖时一定车况差,即 $p(g \mid s)=0$, $p(b \mid s)=1$, 则下列策略组合和该判断构成市场完全失败类型的完美贝叶斯均衡。

(1) 卖方选择不卖;

(2) 买方选择不买;

(3) $p(g \mid s)=0$, $p(b \mid s)=1$。

该策略组合下,买方的信息集实际上不会达到。因此,买方的判断是不在均衡路径上的信息集处的判断,符合双方的均衡策略和贝叶斯法则,满足完美贝叶斯均衡的要求 4。

在这个判断下,买方买的期望得益 $0\times(V-P)+1\times(W-P)=W-P<0$, 不买得益为 0,买方肯定不买。

给定买方不买,卖方选卖对应车况好、差分别得益 0、$-C$, 都不比不卖好,因此不卖是他的明智选择。

这说明了，上述策略组合满足序列理性要求，而且判断满足完美贝叶斯均衡的要求 4，因此构成一个市场完全失败类型的完美贝叶斯均衡，这也是一个合并均衡。

5.3.4　模型的混合策略完美贝叶斯均衡

一、市场接近失败的条件

前面几个完美贝叶斯均衡包括了四种市场类型中的三种，尚未包括的是市场接近失败的均衡市场类型。

根据市场接近失败类型均衡的基本特征，这种市场类型的完美贝叶斯均衡必须满足两个条件：第一是 $P > C$，即价格大于差车伪装成本，因为这样有差车的卖方才会有卖车意愿；第二是 $p(g)(V-P)+p(b)(W-P)<0$，即如果好车差车都拿来卖，买方买车的期望得益小于 0。这种情况下，如果双方策略都限于纯策略，买方只能不买，卖方也只好不卖，市场完全失败，只有采用混合策略才能避免这样的结果。

这里的混合策略，即差车的卖方以一定概率随机选择卖还是不卖，好车的卖方选择卖，而买方也以一定的概率随机选择买还是不买。如果它是一个均衡，则正是市场接近失败类型的均衡。

二、市场接近失败的混合策略均衡

为了使讨论比较简便，我们用数值例子来说明。设 $V=3\,000$，$W=0$，$P=2\,000$，$C=1\,000$，并设总体车况好差概率 $p_g=p_b=0.5$。这样

$$P=2\,000>C=1\,000$$

差车的卖方有卖的愿望。如果买方不管车况好差全买，从而卖方肯定选择卖时，买方的期望得益为

$$p_g(V-P)+p_b(W-P)=0.5\times 1\,000+0.5\times(-2\,000)=-500<0$$

因此，买方不顾好坏全部买进不是好策略，限于纯策略，结果必然是市场完全失败。该博弈符合构成市场接近失败类型均衡的两个基本条件。

如果允许使用混合策略，该博弈有可能避免市场完全失败的结果。下述策略组合和判断就构成一个市场接近失败，而非市场完全失败类型的完美贝叶斯均衡。

(1) 卖方车况好时卖，车况差时以 0.5 的概率随机选择卖或不卖；

(2) 买方以 0.5 的概率随机选择买或不买;

(3) 买方的判断为 $p(g \mid s)=2/3$, $p(b \mid s)=1/3$。

首先检查买方的判断是否符合卖方策略和贝叶斯法则。前面已设 $p_g=p_b=0.5$,根据卖方策略可知 $p(s \mid g)=1$, $p(s \mid b)=0.5$。根据贝叶斯法则,卖方选择卖的情况下车况好的概率为

$$p(g \mid s)=\frac{p_g \cdot p(s \mid g)}{p_g \cdot p(s \mid g)+p_b \cdot p(s \mid b)}$$
$$=\frac{0.5 \times 1}{0.5 \times 1+0.5 \times 0.5}=\frac{0.5}{0.75}=\frac{2}{3}$$

这与买方的判断完全一致。

其次再来看双方的策略是否序列理性。给定卖方的策略和自己的判断,买方选买的期望得益为

$$p(g \mid s)(V-P)+p(b \mid s)(W-P)$$
$$=\frac{2}{3} \times 1\,000+\frac{1}{3} \times (-2\,000)=0$$

与选不买的得益相同,因此买方选混合策略可以通过序列理性要求的检验。

接着看车况好卖方的选择。在买方以 0.5 的概率随机选择买和不买的策略下,车况好的卖方选择卖的期望得益为

$$0.5 \times 2\,000+0.5 \times 0=1\,000>0$$

比不卖的期望得益大得多,卖是唯一选择。

最后分析车况差卖方的选择。在买方的策略下,车况差卖方伪装后卖车的期望得益为

$$0.5 \times 1\,000+0.5 \times (-1\,000)=0$$

与不卖的得益相同,因此他的混合策略也可以通过序列理性检验。

根据以上分析可以得出结论,双方上述策略组合和买方的判断构成完美贝叶斯均衡。根据市场均衡类型的分类法,这是一种市场接近失败类型的均衡。这种均衡当然不是很理想,因为差车的卖方和所有买方参与市场的平均结果是不盈也不亏,好车的卖方只有一半机会能卖掉车子。但是这至少避免了市场完全失败的更差均衡。

三、市场类型归纳

归纳上面的讨论，可以得到单一价格二手车交易博弈模型的重要分析结论，如图 5.9 所示。

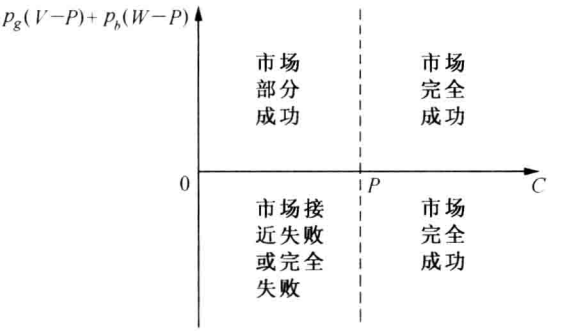


图 5.9　单一价格二手车交易的解

在图 5.9 中，横轴表示差车伪装好车的成本 C，纵轴表示所有卖方都卖时买方买车的期望得益 $p_g(V-P)+p_b(W-P)$。在 $C=P$ 处画一条虚线把坐标平面分成几个区域，右边 $C>P$ 区域，都可以实现市场完全成功均衡，只有好车才会出售，买方可以放心买车。在左上方区域，即参数满足 $P>C$ 且 $p_g(V-P)+p_b(W-P)>0$，可实现市场部分成功的均衡，不管车好车差都出售并被买走。在左下方区域，即 $P>C$ 但 $p_g(V-P)+p_b(W-P)<0$，可以通过混合策略实现市场接近失败的均衡，不采取混合策略只能实现市场完全失败的最差均衡。

给模型中博弈方、博弈内容或数值以新的意义或作一些修改，上述模型及相关分析就能用于讨论多种具有类似特征的不完美信息博弈问题。对单一价格二手车交易模型的上述分析，对于研究存在假冒伪劣问题市场的秩序和效率，找到促进市场健康有序发展的有效政策措施等，都能够提供不少启示。

5.4　双价二手车交易

上一节讨论的单一价格二手车交易博弈的价格是固定的，买方无法

从商品价格方面得到任何信息。其实多数市场不是单一价格的，而是根据商品质量档次有多种价格。商品价格的不同和变化往往也能透露商品质量方面的信息，可以帮助买方判断和决策。本节讨论有高、低两种价格的二手车交易模型。

5.4.1 双价二手车交易模型

仍然设车况有好、差两种情况，但卖方的选择不是卖或不卖，而是卖高价 P_h 还是低价 P_l。设卖方不仅车况差时可选择卖高价或低价，车况好时也可以选高、低两种价格。再假设只有车况差而卖方想卖高价时，才需要伪装有费用 C，其他方面与单一价格模型相同。这个双价二手车交易模型如图 5.10 所示。其中得益数组第一个数字为卖方得益，即其纯收益；第二个数字为买方得益，即消费者剩余，价值与价格之差。根据模型的基本意义，可以肯定 $V > W$ 和 $P_h > P_l$。

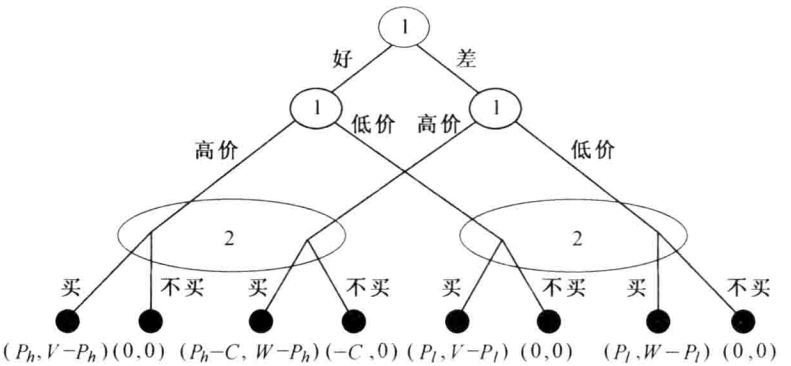


图 5.10 双价二手车模型

为了简化分析，可进一步假设下列不等式成立，即

$$V - P_h > W - P_l > 0 > W - P_h$$

这意味着，高价买好车比低价买差车合算，低价买差车不至于亏本，高价买到差车则要吃亏，该假设符合通常的实际情况。对买方来说有一种更理想的情况，即低价买到好车，得益比高价买到好车还要大 $V-P_l > V-P_h$。但这种好运不是总能碰到的。

从图 5.10 双价模型的一般情况看，由于卖方车况好、差两种情况都

有选高、低价的可能性，因此买方不能简单地根据价格高低判断车况的好、差。也就是说，买方的“判断”必须根据对方策略、经验及利用贝叶斯法则作出。

值得注意的是，如果 C 接近 0，即卖方车况差时伪装好车成本很小，则所有卖方都会要高价。因此，如果想让价格透露（至少部分）车况信息，必须假设 C 不等于 0。这也意味着卖方必须有一定的鉴别力，不是太容易上当受骗的。

5.4.2　模型的均衡

首先证明当 $C > P_h - P_l$ 时可以实现市场完全成功的完美贝叶斯均衡。该完美贝叶斯均衡的双方策略组合和相应的判断如下：

(1) 卖方在车况好时要高价，车况差时要低价；

(2) 买方买下卖方出售的车子；

(3) 买方判断 $p(g \mid h) = 1$，$p(b \mid h) = 0$，$p(g \mid l) = 0$，$p(b \mid l) = 1$。

其中 4 个条件概率依次为卖方要高价时车况好、要高价时车况差、要低价时车况好、要低价时车况差的概率。

用逆推归纳法论证上述策略组合和判断构成完美贝叶斯均衡。对买方来说，给定上述判断，如果卖方要高价，买的期望得益为

$$p(g \mid h)(V - P_h) + p(b \mid h)(W - P_h) = V - P_h > 0$$

如果卖方要低价，选买的期望得益为

$$p(g \mid l)(V - P_l) + p(b \mid l)(W - P_l) = W - P_l > 0$$

两种情况下不买的得益都是 0，因此买是相对于不买的绝对上策。

接着看卖方的选择。给定买方的策略，车况好时，$P_h > P_l$，当然要高价；车况差时，$P_l > 0 > P_h - C$，要低价才是合理的。车况好卖高价、车况差卖低价，确实是唯一的序列理性策略。

再回头分析买方的判断。当卖方采取上述策略时，买方的判断显然是完全合理的。这样，上述策略组合和判断通过了完美贝叶斯均衡各个要求的检验。事实上这是上述假设下本博弈唯一的完美贝叶斯均衡，也是市场完全成功类型的分开均衡。

并不总是能实现上述理想的均衡。在其他情况下，特别是 C 较小的不利情况下，常常会导致较差的市场均衡，包括市场完全失败的情况。

极端情况是 $C=0$，即以次充好完全不需要成本。在这种情况下，似乎只有傻瓜才会卖低价，因此价格完全不能反映车况好差。如果这时再满足

$$p_g(V-P_h)+p_b(W-P_h)<0$$

即买方选买期望得益小于 0，则买方的必然选择是不买，而卖方当然就卖不出去。这样市场就完全瘫痪了，卖方只好全部退出市场，质量好的商品也没有人相信购买。这种在信息不完美的情况下，劣质品赶走优质品，搞垮整个市场的机制，最先由乔治·阿克罗夫(George Akerlof)在讨论柠檬市场交易问题时提出，称为“柠檬原理”。

值得说明的是，在价格可变的情况下，不完美信息对市场的破坏作用有不同的表现形式。假设市场中优质品和劣质品各占一半，消费者无法识别产品优劣。如果商品价格是可变的，消费者可以讨价还价，厂商为了出清商品会降价，理性的消费者愿付的最高价格不会高于所购商品的“期望价值”，也就是优质品价值和劣质品价值的平均值。消费者压价会使优质产品逐渐退出市场，因为此时价格低于优质品价值，甚至生产成本。优质品退出市场将使市场上优质品的比例进一步下降，消费者的期望价值会进一步降低，愿意付的价格也进一步降低，这又会使质量相对较高的产品退出市场。这种恶性循环机制作用的结果，使得市场上最后只剩下价值和生产成本最低的劣质品，不会有任何优质品。此时，除非消费者愿意消费低价劣质品，否则市场将完全崩溃。这种由于消费者的信息不完美，不能识别商品质量，最终导致优质品全部被劣质品挤出市场的机制，称为“逆向选择”，或劣币驱逐良币。

5.5 有退款保证的双价二手车交易

根据前两节对两种二手车交易模型的分析可以看出，在信息不完美的市场中，不同的条件会导致不同性质和效率的市场均衡。其中只有市

场完全成功比较有效率。部分成功或接近失败的均衡意味着有部分倒霉的买方要受骗上当，或部分优质商品销不出去，也意味着部分资源用于搞假冒伪劣、防伪打假或法律诉讼等，这些都不利于提高社会经济效率和经济发展。即使部分人能够获利，也是以其他人的损失为代价，不仅对社会总体福利没有贡献，还有道德方面的不良副作用。市场完全失败类型的均衡更是意味着市场完全瘫痪，严重影响经济效率和经济发展。减少三种低效率均衡，防止“柠檬原理”和“逆向选择”效应，对提高经济效率和社会福利，促进社会道德风气的改善等都有重要意义，符合全社会的根本利益。

实现上述目标有多种方法，但能够从根本上解决问题的是消除信息不完美性。消费者通过调查学习等，提高识别产品优劣、真伪的能力，就是重要途径。这也可以理解为提高假冒伪劣厂商伪装成本的方法。因为消费者识别能力较高，欺骗他们的难度就更大，伪装成本必然更高。但提高消费者的识别能力并不容易，即使能做到，往往也必须花费大量时间、金钱，相对于交易商品的价值来说，这种成本常常非常高。因此，虽然消除信息不完美性能解决问题，却不一定实用。

实用的方法当然是有的。从前面两种二手车交易模型中看到，实现较理想均衡有两个关键条件。一是将劣质商品伪装成优质商品的成本 C 要高。如果 C 高到以次充好无利可图，卖方就会自动放弃以次充好的打算，退出市场或定与价值相符的低价，从而实现完全成功类型的均衡。

如果第一个条件无法满足，但能满足第二个条件，即劣质品比例不是很大，买到劣质品损失不至于太惨重，平均来说消费者剩余大于上当受骗的损失，买方仍然会参与市场，实现市场部分成功的均衡。其实这个条件与第一个条件密切相关。因为伪装成本很低时，销售伪劣商品比销售优质品更赚钱，市场上优质商品的比例不可能高，第二个条件就很难满足。因此两个条件中第一个是决定市场类型最关键的因素。

如果只是将 C 理解为狭义的伪装成本，即卖方装饰包装劣质商品的费用，那么 C 的大小主要受客观因素影响，又因为只有前面所说的买方提高识别能力这种局限性很大的手段，因此我们很难主动用它影响市场均衡类型和改善经济效率。但是，如果把伪装成本 C 广义理解为既包括交易之前清洁、整修等费用，也包括事后被追究责任或索赔的代价，那么

就掌握了调控 C 的更多手段。例如可以加大对伪劣行为的惩罚力度，从而提高 C 的水平；也可以通过诚实经营厂商向消费者提供质量承诺，实行包退、包换、包赔等制度实现同样的目的。

加大对伪劣行为的惩罚力度，意味着搞伪劣的厂商一旦被查获要付出更大的代价，C 的平均(期望)水平就会提高，从而可改善市场均衡的类型和提高市场效率。因为改善市场秩序、提高经济效率和保护消费者利益既符合全社会的利益，也是国家政府的责任，因此政府有采取这方面措施的义务。

不过，加大对伪劣行为惩罚力度起作用是有条件的，第二章小偷和守卫博弈问题中提出的“激励的悖论”可以很好地说明这一点。小偷和守卫博弈问题提出了关于抑制偷窃行为的“激励的悖论”，论证了在守卫可以选择偷懒还是尽职的情况下，加大对小偷的惩罚力度只能在短期中抑制偷窃，长期中只会增加守卫偷懒的机会而不会减少偷窃概率，长期中真正能抑制偷窃率的是加强对失职守卫的处罚。如果把小偷和守卫博弈中的小偷理解成搞伪劣的厂商，把守卫理解成对市场秩序负管理职责的政府管理部门，那么上述“激励的悖论”的意义是，如果政府管理部门有松懈失职的可能性，那么加大惩罚搞伪劣厂商的力度只能在短期中抑制假冒伪劣，长期效果要靠加强对相关管理部门的监督和失职行为查处来保证。

诚实经营的厂商也是伪劣行为的主要受害者，因为伪劣行为把市场搞垮，造成的柠檬原理和逆向选择效应，会给诚实经营厂商带来很大的损害，因此诚实经营的厂商对于抑制伪劣行为也有很迫切的愿望。诚实经营的厂商没有查处伪劣者的权力，也没有处罚政府管理部门的权力，只能通过其他途径起作用，主要手段是对消费者提供各种质量承诺，包括对销售的商品实行包退、包换、包赔制度，承诺双倍赔偿等。这意味着一旦销售的商品有质量问题，卖方要付出昂贵的代价，因此称为“昂贵的承诺”。昂贵的承诺起抑制伪劣产品作用的原因，在于它给造假者制造了两难困境：如果不敢向消费者提供同样的质量承诺，就暴露了伪劣商品的本来面目，消费者信息不完美的困难就克服了；如果提供同样的承诺，将面临很高的赔偿成本，制假总成本 C 会大大提高。两种情况都能抑制伪劣现象的发生和危害，改善市场均衡类型和提高市场效率。

以下面这个有退款保证的二手车交易模型为例，进一步讨论昂贵的承诺的作用。假设在双价二手车交易模型中出现 $C=0$ 这种最不利的情况。这种情况下不管车况好还是差，卖方都会要高价，市场决不会出现完全成功类型的均衡。如果差车比例较高，市场很可能会完全失败或接近失败。

现在假设引进退款保证制度，即要求卖方在买方买到不符合价格的低质量车子时，必须赔偿买方的损失 $V-W$。对买方来说，退款保证制度保证他买高价车时能得到 $V-P_h$ 的得益，不用担心高价买到差车而吃亏，从而可以放心买车。如果卖方的车况好则不用担心卖不出去，也不用担心买方索赔。对车况差的卖方来说，这时候卖高价不一定合算，因为虽然能收益 P_h，却必须赔偿 $V-W$，很可能得不偿失，不如老老实实卖低价合算。图 5.11 就表示这个有退款保证的博弈。

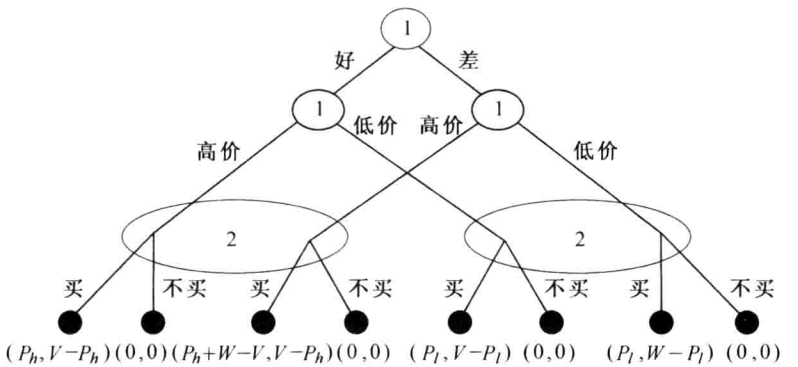


图 5.11　有退款保证的双价二手车交易

如果 $P_h+W-V<0$ 或 $P_h+W-V<P_l$，即差车冒充好车卖出去以后遭索赔的结果是会亏损，或者还不如卖低价合算，那么这时候即使伪装成本仍然为 0，差车的卖方也不会选择以次充好试图非法得利。如果其他方面仍然与上一节的二手车交易模型相同，那么这时候下列策略组合和判断就构成一个市场完全成功类型的完美贝叶斯均衡。

(1) 卖方在车况好时卖高价，车况差时卖低价；

(2) 买方在卖方要高价、要低价时，都选择买；

(3) 买方判断 $p(g\mid h)=1$，$p(b\mid h)=0$，$p(g\mid l)=0$，$p(b\mid l)$

$=1$。

根据前述假设，不难证明上述策略组合和判断是一个完美贝叶斯均衡，并且是一个市场完全成功类型的合并均衡。读者可自行作一些分析。

本章内容提要

本章讨论了完全但不完美信息动态博弈。本章首先对讨论信息不充分、不对称情况下博弈问题的必要性和意义作了简单阐述。第一节介绍了这种博弈的基本概念、表示方法，讨论了这种博弈的子博弈问题。第二节在第一节的基础上，说明了子博弈完美纳什均衡在分析这种博弈时遇到的困难，进而引出了完美贝叶斯均衡的概念，并对这种均衡概念作了比较仔细的讨论。第三到第五节分别用三种不同的二手车交易模型作为例子，对不完美信息动态博弈的完美贝叶斯均衡分析的方法和步骤作了认真的介绍，并讨论了这些博弈模型及其分析的现实经济意义和政策含义等。为了使分析思路比较清晰和容易理解，以及有利于比较不同均衡的效率意义和提高应用价值，把市场均衡分为市场完全成功、市场部分成功、市场接近失败和市场完全失败等四种类型，又根据博弈方的希望特征引进了合并均衡和分开均衡两个概念。本章的分析揭示了不完美信息博弈中影响均衡类型和效率的关键因素及其作用机制，介绍了柠檬原理和逆向选择效应，也提出了有利于提高均衡效率的主要方法和途径。这些分析对于加深我们对市场经济的秩序和效率问题的理解，制定有利于改善市场均衡类型的有效政策和管理措施，推动市场秩序的改善和经济效率的提高等，都有非常重要的参考意义。

本章基本概念

完全但不完美信息动态博弈　完美贝叶斯均衡　判断　市场完全成功　市场完全失败　市场部分成功　市场接近失败　合并均衡　分开均衡　单一价格二手车交易模型　双价二手车交易模型　有退款保证的二手车交易模型　伪装成本　昂贵的承诺　逆向选择

思考练习题

1. 举出现实生活和经济中完全但不完美信息动态博弈的例子，并用

扩展形加以表示。

2. 举出现实中昂贵的承诺的例子。

3. 用柠檬原理和逆向选择的思想解释老年人投保困难的原因？

4. 用完全但不完美信息动态博弈的思想，讨论我国治理假冒伪劣现象很困难的原因？

5. 与一价模型相比，双价模型实现较好市场均衡的可能性是否要大一些？答案对我们有什么启发？

6. 假设买到劣质品的消费者中只有一半事后会发现商品的低质量并索赔，那么有退款承诺的二手车交易模型的均衡会发生怎样的变化？

7. 若你正在考虑收购一家公司的一万股股票，卖方的开价是 2 元/股。根据经营情况的好坏，该公司股票的价值对于你来说有 1 元/股和 5 元/股两种可能，但只有卖方知道经营的真实情况，你所知的只是两种情况各占 50%的可能性。如果在公司经营情况不好时，卖方让你无法识别真实情况的“包装”费用是五万元，问你是否会接受卖方的价格买下这家公司？如果上述“包装”费用只有五千元，你会怎样选择？

8. 在现实中常常是既有部分卖假冒伪劣产品的厂商会打出“质量三保”、“假一罚十”等旗号，也有一些卖假冒伪劣产品的厂商则声明“售出商品概不退换”。问这两类厂商有什么不同，他们各自策略的根据是什么？

9. 证明本章最后一节最后一部分给出的策略组合在给定条件下构成一个市场成功类型的完美贝叶斯均衡。并讨论 $0 < P_h + W - V < P_l$ 时可能出现的变化。

第六章　不完全信息静态博弈

本章讨论不完全信息静态博弈。本章将介绍不完全信息博弈的一般概念、表示方法、海萨尼转换和贝叶斯纳什均衡及其分析方法，并运用不完全信息博弈原理和分析方法分析几种拍卖模型。

6.1　不完全信息静态博弈和贝叶斯纳什均衡

6.1.1　问题和例子

不完全信息静态博弈，即为至少一个博弈方不完全清楚其他某些博弈方得益情况的静态博弈。不完全信息不是完全没有信息，而是不完全信息博弈方只知道其他博弈方得益相关概率分布的知识。这类博弈也被称为“贝叶斯博弈”。

现实社会经济中，许多静态博弈关系都有不完全信息的特征。研究不完全信息静态博弈，既是完善博弈理论本身的需要，也有重要的实践意义。为了让读者对不完全信息静态博弈及其实践意义有更直观的认识，这里举两个简单例子。

一、暗标拍卖

拍卖和招投标是重要的经济交易工具，可以抽象为多种静态或动态博弈模型。拍卖或招投标博弈模型的共同特征是不完全信息，暗标拍卖是典型的不完全信息静态博弈问题。

暗标拍卖通常有这样几个基本特征：(1)密封递交标书；(2)统一时间公证开标；(3)标价最高者以所报标价中标。为了简单起见，可以假设拍卖是无底价的，参与拍卖本身没有成本。

这种暗标拍卖是投标人之间的博弈。博弈方就是所有投标人，数量至少两个以上；博弈方的策略是各自的标价；中标博弈方得益是其对拍卖标的的估价与成交价格（也是自己标价）之差，未中标博弈方得益为0；由于博弈方的标书密封递交和同时开标，各博弈方在选择策略之前都无法知道其他博弈方策略，而且是一次性选择，因此这是静态博弈问题。

暗标拍卖博弈的关键问题是，中标博弈方的得益除了取决于标价以外，还取决于他对拍卖标的物带很大主观性的估价。由于人们在认识、立场和判断能力方面有差距，对同一个标的物的估价也往往有差距，而且每个人的估价通常是各博弈方的私人信息，因此各博弈方无法确知其他博弈方拍得标的物的得益，最多能根据一般情况或以往经验作大致判断。这意味着，暗标拍卖博弈是不完全信息博弈，且是不完全信息静态博弈。

由于主观性估价的问题在大多数拍卖或招投标问题中都存在，这类博弈通常都是不完全信息博弈。事实上，正是因为拍卖和招投标问题有信息不完全性，比完全信息博弈更复杂，因此也更值得研究，才成为现代博弈论和经济学最热门的研究领域之一。

二、不完全信息的古诺模型

不完全信息的古诺模型也是不完全信息静态博弈的典型例子。前面几章讨论的古诺模型假设厂商相互了解对方的产量和成本，而市场价格又是统一的，因此博弈方的得益情况是共同知识。但其实现实经济中，竞争厂商往往会保密自己的生产销售情况，其他厂商很难了解真实情况。在两个厂商模型中，只要其中一个厂商不清楚对方的生产成本，则该厂商就是不完全信息的。这时候古诺模型就是不完全信息的古诺模型。

这里给出一个不完全信息古诺模型的具体例子。两寡头同时作产量决策，市场需求为 $P(Q)=a-Q$，$Q=q_1+q_2$ 为市场总产量，q_1、q_2 分别是两个厂商产量。厂商1成本函数 $C_1=C_1(q_1)=c_1q_1$，即无固定成本，边际成本为 c_1，这是两个厂商都知道的。厂商2的成本有两种可能情况，一种 $C_2=C_2(q_2)=c_Hq_2$，另一种 $C_2=C_2(q_2)=c_Lq_2$，而 $c_H>c_L$，究竟是哪种成本厂商2自己知道，厂商1只知道前一种的概率 θ，后一种的概率 $1-\theta$。可以理解为，厂商2是一个新企业，或者刚发明或采用一种新技术、新设备，因此厂商1无法完全了解其生产成本。而厂商1已经营

多年，也没有技术变化，因此成本情况没有秘密可言。最后假设，两个厂商清楚他们在信息方面的上述差异。

对这个静态贝叶斯博弈作简单分析。通常来说，厂商 2 在边际成本是较高的 c_H 时会选较低的产量，在边际成本为较低的 c_L 时会选较高的产量。厂商 1 在作决策时，也会考虑厂商 2 的这种行为特点。设厂商 1 的最佳产量为 q_1^*，厂商 2 边际成本 c_H 时的最佳产量选择为 $q_2^*(c_H)$，边际成本 c_L 时的最佳产量选择为 $q_2^*(c_L)$。根据上面的假设，$q_2^*(c_H)$ 应满足

$$\max_{q_2}[(a-q_1^*-q_2)-c_H]q_2$$

$q_2^*(c_L)$ 应满足

$$\max_{q_2}[(a-q_1^*-q_2)-c_L]q_2$$

q_1^* 应满足

$$\max_{q_1}\{\theta[a-q_1-q_2^*(c_H)-c_1]q_1+(1-\theta)[a-q_1-q_2^*(c_L)-c_1]q_1\}$$

即厂商 2 是在不同的边际成本下，分别根据 q_1^* 求最大得益产量。而厂商 1 则根据 $q_2^*(c_H)$ 和 $q_2^*(c_L)$ 及它们出现的概率，求最大期望得益产量。

上述 3 个最大值问题的一阶条件为

$$q_2^*(c_H)=\frac{a-q_1^*-c_H}{2}$$

$$q_2^*(c_L)=\frac{a-q_1^*-c_L}{2}$$

和

$$q_1^*=\frac{1}{2}\{\theta[a-q_2^*(c_H)-c_1]+(1-\theta)[a-q_2^*(c_L)-c_1]\}$$

解这 3 个方程构成的方程组，得

$$q_2^*(c_H)=\frac{a-2c_H+c_1}{3}+\frac{1-\theta}{6}(c_H-c_L)$$

$$q_2^*(c_L)=\frac{a-2c_L+c_1}{3}+\frac{\theta}{6}(c_H-c_L)$$

和

$$q_1^*=\frac{a-2c_1+\theta c_H+(1-\theta)c_L}{3}$$

将 q_1^*、$q_2^*(c_H)$和 $q_2^*(c_L)$与完全信息古诺模型的均衡产量 $(a-2c_1+c_2)/3$ 和$(a-2c_2+c_1)/3$ 相比较，不难发现，当 $c_2=c_H$ 时 $q_2^*(c_H)$大于 q_2^*，当 $c_2=c_L$ 时 $q_2^*(c_L)$ 小于 q_2^*。厂商 1 的均衡产量 q_1^*比完全信息时的均衡产量更大还是更小，取决于厂商 2 期望成本的大小，也就是厂商 2 高低两种成本和各自出现概率的大小，变化方向不能简单确定。

厂商 2 的均衡产量与完全信息时的均衡产量上述差异的原因，在于厂商 2 决定产量时，必须考虑对方不知道自己的真实成本，无法根据自己的真实成本决策的因素。例如，当厂商 2 实际高成本时他本应生产较少，但他考虑到对方不知道自己高成本，所以对方选择的产量会小于知道自己高成本时的最佳产量，因此自己可以适当多生产一些，产量高于完全信息古诺模型高成本时的均衡产量是合理的。

6.1.2　不完全信息静态博弈的一般表示

完全信息静态博弈的一般表达式是 $G=\{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$，其中 S_i 是博弈方 i 的策略空间，即全部可选策略的集合，u_i 是其得益函数 $u_i=u_i(s_1, \cdots, s_n)$。完全信息静态博弈的一个策略就是一个行为，用 a_i 表示博弈方 i 的一个行为，A_i 表示其行为空间(全部可能的 a_i 的集合)，则完全信息静态博弈也可表示为 $G=\{A_1, \cdots, A_n; u_1, \cdots, u_n\}$，其中 $u_i=u_i(a_1, \cdots, a_n)$ 各博弈方都相互了解。但本章讨论的不完全信息静态博弈中，至少部分博弈方的得益是私人信息。应该怎样反映这种特征呢？

表示不完全信息静态博弈的关键，应是博弈方自己清楚而他人无法完全清楚的某些“类型”特征，如拍卖问题中的估价或不完全信息古诺模型的成本等私人内部信息或数据。如果用 t_i 表示博弈方 i 的类型，T_i 表示博弈方 i 的类型空间 $t_i \in T_i$，$u_i(a_1, \cdots, a_n, t_i)$ 表示博弈方 i 在策略组合$(a_1, \cdots, a_n)$下的得益。信息不完全可以通过 t_i 的取值博弈方 i 知道而其他博弈方不清楚反映。

不完全信息古诺模型中，两个厂商的行为即产量决策 q_1、q_2。q_1 的所有可能取值构成厂商 1 的行为空间 $A_1=\{q_1\}$，q_2 的所有可能取值构成厂商 2 的行为空间 $A_2=\{q_2\}$。厂商 1 的边际成本是双方都清楚的确定值 c_1，将该成本看作他的类型 t_1，类型空间 T_1 只有 $t_1=c_1$ 一个元素 $T_1=\{c_1\}$。厂商 2 的边际成本有高成本 c_H 和低成本 c_L 两种可能，厂商 2 知道属于哪一种但厂商 1 不知道。将厂商 2 的边际成本解释成厂商 2 的“类型”，用 t_2 表示，类型空间 $T_2=\{c_H, c_L\}$。两个厂商的得益即利润，都是双方产量 q_1、q_2 和自己成本的函数，即 $u_1=\pi_1\{q_1, q_2, t_1\}$，$u_2=\pi_2\{q_1, q_2, t_2\}$。

某些博弈方对其他博弈方的“类型”一无所知就完全没有决策依据。博弈方至少需要知道其他博弈方各种“类型”出现机会大小，即每种“类型”的概率分布，才可能推算出其他博弈方各种选择的概率，从而估计自己每种选择的期望得益，才能进行决策。如果用博弈方 i 在自己类型为 t_i 的前提下，对其他博弈方类型（或类型组合）$t_{-i}=(t_1, \cdots, t_{i-1}, t_{i+1}, \cdots, t_n)$ 的条件概率 $p_i=p_i\{t_{-i}\mid t_i\}$，作为反映不完全信息的概率判断，则可用 $G=\{A_1, \cdots, A_n; T_1, \cdots, T_n; p_1, \cdots, p_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 表示不完全信息静态博弈问题。

不完全信息静态博弈的一般表示方法可以帮助我们根据现实问题抽象不完全信息静态博弈模型，只要根据上述不完全信息静态博弈表达式逐个确定其中的几个方面，就可以建立一个不完全信息静态博弈模型。不完全信息静态博弈与完全信息静态博弈有明显差别，分析方法也有不同的特点。

6.1.3 海萨尼转换

不完全信息博弈与博弈进程信息不充分的不完美信息博弈是不同的博弈，但也有很强的内在联系。海萨尼（Harsanyi）1967 年提出了一种将不完全信息静态博弈转化为完全但不完美信息动态博弈的思路，被称为“海萨尼转换”。

海萨尼转换的方法是：(1)引进虚拟的“自然”博弈方，也称为“博弈方 0”，在实际博弈方选择之前为每个实际博弈方随机选择类型 $t=(t_1, \cdots, t_n)$，其中 $t_i \in T_i$，$i=1, \cdots, n$；(2)“自然”博弈方让每个实际博弈方知

道自己的类型，但其他部分或全部博弈方只知道自然选择其他博弈方类型的概率分布；(3)再进行原来的静态博弈，即各个实际博弈方同时从各自行为空间选择行动方案 $a_1, \cdots, a_n$；(4)除了“自然”博弈方 0 以外，其余博弈方各自得益 $u_i = u_i(a_1, \cdots, a_n, t_i)$，$i = 1, \cdots, n$。

经过转换的博弈有两个阶段，第一阶段为虚拟博弈方“自然”的选择阶段，第二阶段是实际博弈方 $1, \cdots, n$ 的同时选择阶段，因此这个博弈是动态博弈。因为至少部分博弈方对“自然”的选择不完全清楚，因此这是一个不完美信息的动态博弈。当“自然”选择实际博弈方的类型以后，包括“自然”选择路径的各博弈方策略组合 $(a_1, \cdots, a_n, t_i)$ 下的得益 $u_i = u_i(a_1, \cdots, a_n, t_i)$ 是大家都知道的，因此这是一个完全信息的博弈，是一个完全但不完美信息的动态博弈。

但(1)—(4)描述的博弈，本质上仍然是原来的不完全信息静态博弈 $G = \{A_1, \cdots, A_n; T_1, \cdots, T_n; u_1, \cdots, u_n\}$。因此，海萨尼转换只是在形式上把不完全信息静态博弈转化成完全但不完美信息的动态博弈，并没有改变博弈的本质。

在作了海萨尼转换之后，仍然有对“类型”的判断问题。但这时对类型的判断形式上变成了对博弈进程，即“自然”对实际博弈方类型选择的判断，其概率分布与类型的概率分布相同，即“自然”以概率分布 $p_1, \cdots, p_n$ 分别选择 $t_1, \cdots, t_n$。

6.1.4　贝叶斯纳什均衡

虽然海萨尼转换可以把不完全信息静态博弈转化为完全但不完美信息动态博弈，理论上可以用上一章的完美贝叶斯均衡分析不完全信息静态博弈。但是，不完全信息静态博弈转化成的不完美信息动态博弈都是两阶段有同时选择的，分析方法和均衡概念必须作一些调整。

因为动态博弈中，博弈方的一个策略是在每个可能轮到选择处如何选择的计划；而不完全信息静态博弈，则可以看作先由“自然”选择各博弈方的类型，再由各实际博弈方同时选择的动态博弈。因此不完全信息静态博弈中实际博弈方的一个策略，就是针对自己各种可能类型如何选择的完整方案，可以用如下方式定义。

定义　在不完全信息静态博弈 $G = \{A_1, \cdots, A_n; T_1, \cdots, T_n;$

$p_1, \cdots, p_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 中，博弈方 i 的一个策略就是自己各种可能类型 $t_i(t_i \in T_i)$ 的一个函数 $S_i(t_i)$。$S_i(t_i)$ 设定对于“自然”可能为博弈方 i 抽取的各种类型 t_i，博弈方 i 将从行为空间 A_i 中选择的行动 a_i。

因此不完全信息静态博弈中博弈方的策略是从类型空间到行为空间的函数，所有这种函数构成博弈方的策略空间。由于集合之间的函数关系是很多的，如果不加限制，不完全信息静态博弈中博弈方的策略空间往往很大，有许多甚至有无限多元素。

对不完全信息静态博弈策略定义可能有的疑问是，既然博弈方 i 对自己的实际类型 t_i 是清楚的，似乎博弈方 i 只要根据自己的实际类型选择行动即可，没有必要对每种可能类型 $t_i \in T_i$ 都设定行动。对这个疑问的答案是，因为不完全信息的博弈方不知道“自然”为其他博弈方抽取的实际类型，只知道其他博弈方类型空间中每种类型都可能被抽到，只能对“平均”行为反应，因此其他博弈方对应所有类型的选择都会影响他们的决策，进而对其他博弈方的决策产生影响。因此在不完全信息静态博弈中，即使明知道除了实际类型外的其他类型都没有出现，但每个博弈方都设定针对自己每种可能类型的行动方案非常必要，否则会给博弈分析造成困难。

在前述不完全信息古诺模型中，厂商 2 有两种类型 c_H 和 c_L。厂商 2 清楚自己的实际类型是 c_H 还是 c_L，不妨假设就是 c_H。从表面上看，厂商 2 只要求出对应成本 c_H 的最优产量 $q_2^*(c_H)$，不必考虑对应成本 c_L 的最优产量 $q_2^*(c_L)$。但是如果不确定厂商 2 成本为 c_L 的最优产量 $q_2^*(c_L)$，厂商 1 就无法作自己的最优产量选择 $q_1^* = q_1^*(c_1)$。因为厂商 1 不知道厂商 2 的实际类型是 c_H，只能根据 $q_2^*(c_H)$ 和 $q_2^*(c_L)$ 及它们出现的概率进行选择。而厂商 1 确定不了 $q_1^*(c_1)$ 又会影响厂商 2 确定 $q_2^*(c_H)$。因此，即使厂商 2 明知道自己的实际成本不是 c_L 也必须算出 $q_1^*(c_1)$，否则无法得出分析结论。

上述论证可以用下列函数关系表示出来：

$$q_2^*(c_H) = q_2^*(c_H, q_1^*) = q_2^*\{c_H, q_1^*[c_1, q_2^*(c_H), q_2^*(c_L)]\}$$

该函数关系式清楚地表明，在上述不完全信息古诺模型中，$q_2^*(c_H)$ 也取决于 $q_2^*(c_L)$，不考虑厂商 2 对 $q_2^*(c_L)$ 的设定，就无法对博弈进行分析。

有了策略的定义，就可以将纳什均衡推广到不完全信息静态博弈中。基本思想与完全信息静态博弈的纳什均衡是一样的，各博弈方的策略必须是对其他博弈方策略(或策略组合)的最佳反应。不同的是，这里的策略比完全信息静态博弈复杂一些，不是简单的行为选择，而是由类型决定行为选择的函数。这种策略有新含义的纳什均衡，称为“贝叶斯纳什均衡”。

定义　在不完全信息静态博弈 $G=\{A_1, \cdots, A_n; T_1, \cdots, T_n; p_1, \cdots, p_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 中，如果对任意博弈方 i 和他的每一种可能的类型 $t_i \in T_i$，$S_i^*(t_i)$ 所选择的行动 a_i 都能满足

$$\max_{a_i \in A_i} \sum_{t_{-i}} \{u_i[S_1^*(t_1), \cdots, S_{i-1}^*, a_i, s_{i+1}^*(t_{i+1}), \cdots, S_n^*(t_n), t_i] p(t_{-i} \mid t_i)\}$$

则称策略组合 $S^*=(S_1^*, \cdots, S_n^*)$ 为 G 的一个(纯策略)贝叶斯纳什均衡。

定义中求最大值的和式是对 t_{-i} 求和，即对其他博弈方各种可能的类型组合求和。其中“纯策略”的意义与完全信息博弈中同。根据上述定义容易明白，当不完全信息静态博弈中博弈方的一个策略组合是贝叶斯纳什均衡时，意味着不会有任何一个博弈方想要改变自己的策略，包括策略中对应所有类型的所有行动。

贝叶斯纳什均衡是分析不完全信息静态博弈的核心概念。理论上对一般的有限不完全信息静态博弈[n 为有限数，$(A_1, \cdots, A_n)$和$(T_1, \cdots, T_n)$为有限集]，在允许采用混合策略的情况下，贝叶斯纳什均衡总是存在的。在一个具体的有限不完全信息静态博弈中，找出一个贝叶斯纳什均衡并不难，下面要讨论的问题都能说明这一点。

6.2　暗标拍卖

本节用贝叶斯纳什均衡的思想讨论暗标拍卖问题。暗标拍卖的基本规则是各投标人密封标书投标，统一时间开标，标价最高者中标。万一出现标价相同的情况，则用抛硬币或类似方法决定由谁中标。为了简便起见，假设只有两个投标者，称为博弈方 1 和博弈方 2。假设两博弈方对拍

品的估价分别是 v_1 和 v_2，博弈方 $i(i=1, 2)$ 以价格 P 中标的得益为 $v_i - P$。再假设 v_1 和 v_2 相互独立，各博弈方知道自己的确切估价，知道另一方估价是[0, 1]上的标准分布，取[0, 1]中任何数值的机会均等。另外，设两个博弈方都是风险中性的，即一单位期望得益和一单位确定性得益价值相同。上述情况和假设两个博弈方都清楚。

把上述问题表示为标准的不完全信息静态博弈，需要找出两个博弈方的行为空间、类型空间、判断和得益函数。首先，博弈方 i 的行为就是自己的标价 b_i。因为博弈方的标价不可能高于自己的估价，因此行为空间是[0, 1]。其次，博弈方 i 的类型即自己的估价 v_i，类型空间 T_i 就是估价可能取值区间[0, 1]。第三，博弈方知道对方的类型是[0, 1]上的标准分布，这就是他们对对方类型的判断。最后，根据上述信息可以得到博弈方 i 的得益函数为

$$u_i = u_i(b_1, b_2, v_1, v_2) = \begin{cases} v_i - b_i & \text{当 } b_i > b_j \text{ 时} \\ (v_i - b_i)/2 & \text{当 } b_i = b_j \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } b_i < b_j \text{ 时} \end{cases}$$

式中 $i=1$ 时 $j=2$，$i=2$ 时 $j=1$。其中第一种情况是博弈方 i 标价高于另一方中标的得益；第二种情况是双方标价相同，博弈方 i 中标机会一半，期望得益 $(1/2)\times(v_i - b_i) = (v_i - b_i)/2$；第三种情况是博弈方 i 标价低于另一方，对方中标，博弈方 i 既无得也无失，得益为 0。

分析不完全信息静态博弈先要找贝叶斯纳什均衡，而要找贝叶斯纳什均衡必须先构筑两博弈方的策略空间。不完全信息静态博弈中，博弈方的策略是根据类型决定行为的函数关系。本博弈中，博弈方 i 的策略是符合要求的函数关系 $b_i(v_i)$，所有这种函数关系 $b_i(v_i)$ 的集合构成博弈方 i 的策略空间。策略组合 $[b_1(v_1), b_2(v_2)]$ 是一个贝叶斯纳什均衡，意味着博弈方 1 的策略 $b_1(v_1)$ 与博弈方 2 的策略 $b_2(v_2)$ 相互是对对方的最佳反应，对每个博弈方 i 的每个类型 $v_i \in [0, 1]$，$b_i(v_i)$ 都满足

$$\max_{b_i}[(v_i - b_i)P\{b_i > b_j\} + \frac{1}{2}(v_i - b_i)P\{b_i = b_j\}]$$

式中 $b_i = b_i(v_i)$，$b_j = b_j(v_j)$，$i, j = 1, 2$。

可以构成策略的函数关系多种多样，包括函数形式、种类的不同和参

数水平的差异，因此博弈方策略空间中的策略非常多，找出上述博弈的全部贝叶斯纳什均衡是很难的，甚至是不可能的。我们把博弈方的策略限制在线性函数范围之内，或者说由线性函数构成的部分策略空间中。假设 $b_1(v_1)=a_1+c_1v_1$，$b_2(v_2)=a_2+c_2v_2$，其中 $a_1<1$、$a_2<1$、$c_1\geqslant 0$、$c_2\geqslant 0$。这种线性函数策略的含义是，博弈方的标价由基价和自己估价的一个固定比例两部分组成。这种策略显然有现实合理性。

博弈方 j 的策略为 $b_j(v_j)=a_j+c_jv_j$，则对任意给定的 v_i，博弈方 i 的最佳反应 b_i 应满足

$$\max_{b_i}[(v_i-b_i)P\{b_i>a_j+c_jv_j\}+\frac{1}{2}(v_i-b_i)P\{b_i=b_j\}]$$

注意：由于 v_j 服从标准分布，$b_j=b_j(v_j)=a_j+c_jv_j$ 也服从标准分布，因此 $P\{b_i=b_j\}=0$。这样上式变为

$$\begin{aligned}&\max_{b_i}(v_i-b_i)P\{b_i>a_j+c_jv_j\}\\=&\max_{b_i}(v_i-b_i)P\left\{v_j<\frac{b_i-a_j}{c_j}\right\}\\=&\max_{b_i}(v_i-b_i)\frac{b_i-a_j}{c_j}\end{aligned}$$

其一阶条件为

$$b_i=\frac{v_i+a_j}{2}$$

这就是博弈方 i 对博弈方 j 策略 $b_j(v_j)=a_j+c_jv_j$ 的最佳反应策略。如果 $v_i<a_j$，则 $b_i=\frac{v_i+a_j}{2}<a_j$，博弈方 i 采用上述线性策略不可能中标，不妨令 $b_i=a_j$。综上，博弈方 i 对博弈方 j 策略的最佳反应是

$$b_i(v_i)=\begin{cases}\dfrac{v_i+a_j}{2} & \text{当 } v_i\geqslant a_j\\ a_j & \text{当 } v_i<a_j\end{cases}$$

该反应函数在 $v_i<a_j$ 时是一条水平直线，$v_i\geqslant a_j$ 是以 1/2 正斜率上升的直线，因此可能是分段线性函数，分段函数只有在 $0<a_j<1$ 的情况下

出现。若要求双方策略是严格的线性函数，可以要求 $a_j \leqslant 0$。后面这种情况下，博弈方 i 的最佳反应是

$$b_i(v_i)=\frac{v_i+a_j}{2}=\frac{a_j}{2}+\frac{v_i}{2}$$

将此式与 $b_i(v_i)=a_i+c_iv_i$ 相比较，可得 $a_i=a_j/2$，$c_i=1/2$。

同样分析，可得在 $a_i \leqslant 0$ 情况下，$a_j=a_i/2$，$c_j=1/2$ 是博弈方 j 的最佳反应。将该结果与博弈方 i 的最佳反应联立，可解得 $a_i=a_j=0$，$c_i=c_j=1/2$。即 $b_i(v_i)=v_i/2$。这就是说，每个博弈方的最佳策略是把报价定在自己对拍品估价的一半。这种投标法则反映了博弈方在投标活动中面临的一个基本矛盾，那就是标价越高中标机会越大，但中标得益越小；而标价越低虽然中标机会也低，但一旦中标得益较大。兼顾中标机会和得益大小的折衷报价，正是博弈方的最佳选择。

上述贝叶斯纳什均衡是在上述暗标拍卖博弈中，双方采用线性策略时唯一的贝叶斯纳什均衡。如果没有限定采用线性策略，贝叶斯纳什均衡会发生改变。如果博弈方估价的概率分布不是上述标准分布，暗标拍卖博弈的贝叶斯纳什均衡也会发生变化。此外，参与投标人数更多时情况也要更复杂一些，但分析思路是相同的。

6.3 双方报价拍卖

为了进一步加深读者对不完全信息静态博弈及其贝叶斯纳什均衡分析的理解，本节再讨论一种与暗标拍卖有较大不同的拍卖问题，称为“双方报价拍卖”。

一、模型和贝叶斯纳什均衡条件

双方报价拍卖是比较特殊的交易方式，包含的基本内容是，一个买方和一个卖方就某货物进行交易，交易规则如下：买方和卖方同时各报一个价格，设买方的报价为 P_b、卖方的报价为 P_s，如果 $P_b \geqslant P_s$，则以价格 $P=(P_b+P_s)/2$ 成交；否则不成交。这种交易规则与证券交易运用的电子自动成交撮合系统的交易规则相似，差别是证券交易有成千上万个买

方和卖方，一个买方或一个卖方的报价不能与某一个卖方或买方成交时，还能与另外的卖方或买方成交。

本例也是不完全信息静态博弈问题，因为买卖双方对货物的估价是各自的私人信息，相互对对方的估价都不能完全清楚。假设买方对货物的估价为 v_b、买方的估价为 v_s，并设相互知道对方的估价标准分布于[0，1]区间。

如果双方以价格 P 成交，则买方得益为 $v_b - P$、卖方得益为 $P - v_s$。如果因价格不合适没有成交，则双方得益都为 0。

在这个博弈中，买方的一个策略即 v_b 的一个价格函数 $P_b(v_b)$，是设定买方对自己每一种可能估价的出价。卖方的一个策略是设定他在自己每种估价下要价的一个函数 $P_s(v_s)$。如果[$P_b(v_b)$，$P_s(v_s)$]是贝叶斯纳什均衡，则对任意 $v_b \in [0, 1]$，$P_b(v_b)$ 必须满足

$$\max_{P_b}\left[v_b - \frac{P_b + E[P_s(v_s) \mid P_b \geqslant P_s(v_s)]}{2}\right] P\{P_b \geqslant P_s(v_s)\} \tag{6.1}$$

式中，$E[P_s(v_s) \mid P_b \geqslant P_s(v_s)]$ 是在符合买方出价大于卖方要价的前提下，买方期望卖方的要价。同时，对任意的 $v_s \in [0, 1]$，$P_s(v_s)$ 必须满足

$$\max_{P_s}\left[\frac{P_s + E[P_b(v_b) \mid P_b(v_b) \geqslant P_s]}{2} - v_s\right] P\{P_b(v_b) \geqslant P_s\} \tag{6.2}$$

式中，$E[P_b(v_b) \mid P_b(v_b) \geqslant P_s]$ 是在买方出价高于卖方的前提下，卖方期望买方的出价。

这个不完全信息静态博弈同样有许多贝叶斯纳什均衡，只要 P_b、P_s 的函数形式，v_b、v_s 的值及它们的概率分布同时满足上述两个最大化问题，就构成一个贝叶斯纳什均衡。不加限制地讨论该博弈的贝叶斯纳什均衡，或者想找出全部贝叶斯纳什均衡都是无意义的，合理的思路仍然是在适当限制条件下对特定类型的贝叶斯纳什均衡进行分析。

二、一价均衡

首先考虑一种特殊情况，即在给定价格水平上的均衡，也称为“一价

均衡”。这种均衡的核心特征是，给定[0，1]中的任意一个值 x（可理解为市场流行价格、政府指导性价格，或者根据物价指数等计算的理论价格等），买方的策略为当 $v_b \geqslant x$ 时，$P_b = x$，否则 $P_b = 0$，即不买；卖方的策略为 $v_s \leqslant x$ 时，$P_s = x$，否则 $P_s = 1$，即不卖。

给定买方的策略，在有可能成交的情况下，即 $v_s \leqslant x \leqslant v_b$ 时，$P_s = x$ 是卖方能实现的最高要价，任何 $P_s > x$ 都不可能成交。因为成交的得益 $P - v_s = x - v_s \geqslant 0$，因此要价 $P_s = x$ 以求成交是最佳反应。而在 $v_s > x$ 的情况下，以价格 $P = x$ 成交的得益 $P - v_s = x - v_s < 0$，因此干脆要价 $P_s = 1$，不成交至少能避免损失。因此，卖方的上述策略确实是对买方策略的最佳反应策略。

也容易证明，买方上述策略也是对卖方策略的最佳反应。因此，双方的上述策略是双方报价拍卖的贝叶斯纳什均衡。

在这个一价均衡中，符合某些条件会发生有效率的交易，不符合这些条件交易就不会发生，因为勉强交易至少对一方不利。图 6.1 说明了该一价均衡发生有效率交易的条件。

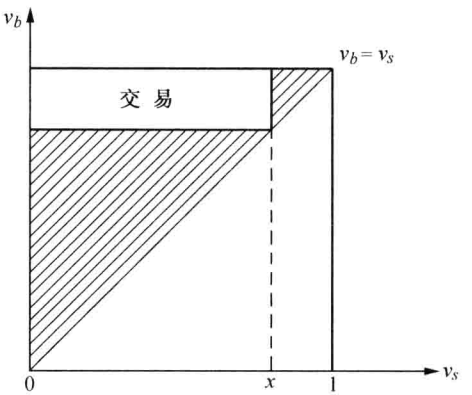


图 6.1 双方报价拍卖一价均衡的交易区域

在该一价均衡中，只有满足 $v_s \leqslant x \leqslant v_b$ 才会发生交易。在图 6.1 中，注明“交易”的长方形区域中的点 (v_b, v_s) 代表的双方类型可能发生交易。但其实凡是 $v_b = v_s$ 直线上方的点都满足 $v_b \geqslant v_s$，如果价格可变，总能找到满足 $v_s \leqslant P \leqslant v_b$ 的价格 P，双方以此价格成交都能获得一定利益。一价均衡中双方都“宁为玉碎，不为瓦全”，导致双方类型（v_b，

v_s)在图中两块阴影部分时无法成交，失去许多双方获益的机会，而且其中许多机会双方利益很可观(对应两块阴影中靠近左上角的点)。这说明一价均衡并不是效率很高的贝叶斯纳什均衡。

三、线性策略均衡

现在如暗标拍卖中一样，把双方报价拍卖中博弈方的策略限定为线性函数策略，分析其贝叶斯纳什均衡。设买方策略为 $P_b(v_b)=a_b+c_bv_b$，卖方策略为 $P_s(v_s)=a_s+c_sv_s$。因为 v_b 和 v_s 都标准分布于[0，1]，因此 $P_b(v_b)$和 $P_s(v_s)$分别标准分布于 $[a_b,\ a_b+c_bv_b]$ 和$[a_s,\ a_s+c_sv_s]$。

如果$[P_b(v_b),\ P_s(v_s)]$是贝叶斯纳什均衡，则 $P_b(v_b)$必须满足

$$\max_{P_b}\left[v_b-\frac{1}{2}\left(P_b+\frac{a_s+P_b}{2}\right)\right]\frac{P_b-a_s}{c_s}$$

其一阶条件为

$$P_b=\frac{2}{3}v_b+\frac{1}{3}a_s$$

同时，$P_s(v_s)$必须满足

$$\max_{P_s}\left[\frac{1}{2}\left(P_s+\frac{P_s+a_b+c_b}{2}\right)-v_s\right]\frac{a_b+c_b-P_s}{c_b}$$

其一阶条件为

$$P_s=\frac{2}{3}v_s+\frac{1}{3}(a_b+c_b)$$

上述两个最大值是将线性函数形式和概率分布代入(6.1)式和(6.2)式得来的。根据两个一阶条件代表的双方选择看，双方对对方线性策略的最佳反应也是线性策略。将这两个一阶条件与假设的双方线性策略函数相对照，可得 $a_b=a_s/3$，$c_b=2/3$，$a_s=(a_b+c_b)/3$，$c_s=2/3$。结合这4个等式，可解得

$$\begin{cases}P_b=\dfrac{2}{3}v_b+\dfrac{1}{12}\\[2ex] P_s=\dfrac{2}{3}v_s+\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

这就是本博弈的线性策略贝叶斯纳什均衡，或可简称“线性策略均衡”。

由于这种双方报价拍卖中只有 $P_b \geqslant P_s$ 时才会成交，因此成交必须满足

$$\frac{2}{3}v_b + \frac{1}{12} \geqslant \frac{2}{3}v_s + \frac{1}{4}$$

即 $v_b \geqslant v_s + (1/4)$。不满足这个条件双方不可能成交，得益都为 0。图 6.2 表示在上述线性策略均衡下会发生交易的情况。

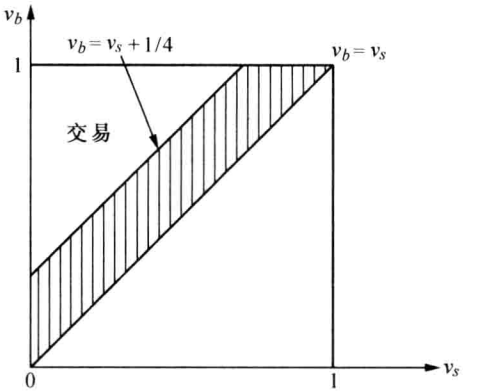


图 6.2 双方报价拍卖线性策略均衡的交易区域

从图 6.2 中可以看出，在该博弈的线性策略均衡中，直线 $v_b = v_s + (1/4)$ 上方的点(v_b, v_s)对应的双方类型会发生交易，其中阴影部分点代表的双方类型虽然满足 $v_b \geqslant v_s$，即买方估价高于卖方估价，但交易不会发生。这也意味着线性策略均衡不能达到最高效率状态。

四、两种均衡的比较和讨论

对比图 6.1 和图 6.2 可以发现，线性策略贝叶斯纳什均衡中双方进行交易的机会，大于一价策略贝叶斯纳什均衡的交易机会。两者都包含最有效率的交易，即当 $v_s = 0$，$v_b = 1$，卖方认为毫无价值的东西，买方却认为有最大价值时的交易。一价均衡排除了许多很有价值的交易，如当 v_s 等于或接近于 0 而 v_b 却小于但接近于 x 时，在一价均衡中无法成交，而在线性策略均衡中这种情况是能够成交的，并且双方能够获得相当可观的利益(都接近 $x/2$)。在一价均衡中，某些无多大价值的交易却能够成交，如 v_b 略大于 x、v_s 略小于 x，即在图 6.1 的交易区域中接近(x, x)的

双方类型组合对应的交易。在线性策略均衡中是不包括这种交易的。总体上线性策略均衡的效率比一价均衡更高一些。

梅尔森(Myerson)和塞特舒卫德(Satterthwaite)1983 年进一步证明了在估价为标准分布的前提下,在这个双方报价拍卖博弈中,线性策略均衡能够产生比其他任何贝叶斯纳什均衡更高的期望得益。这也意味着,这个博弈不存在当且仅当有效率($v_b \geqslant v_s$)就成交的贝叶斯纳什均衡。这种效率方面的损失或不理想,正是信息不完全对经济效率负面影响的反映。

本章内容提要

本章讨论了不完全信息静态博弈。信息不完全性指:(1)各博弈方都有关于自己得益的完全信息;(2)至少一个博弈方不完全清楚其他某些博弈方的得益;(3)不完全信息博弈方至少有其他博弈方得益分布范围和概率的知识。本章第一节首先介绍了不完全信息静态博弈的例子、表示方法、海萨尼转换,以及不完全信息静态博弈的策略和贝叶斯纳什均衡概念。贝叶斯纳什均衡是完全信息静态博弈的纳什均衡概念在不完全信息静态博弈中的扩展,是不完全信息静态博弈分析的核心均衡概念。本章第二、三节用贝叶斯纳什均衡分别分析了暗标拍卖和双方报价拍卖两种拍卖模型,引进了"一价均衡"和"线性策略均衡",还对它们的效率差异等作了比较研究,给出了线性策略均衡有最高交易效率的结论,并进一步讨论了信息不完全性对交易效率的影响。

本章基本概念

不完全信息博弈　不完全信息静态博弈　类型和类型空间　海萨尼转换　贝叶斯纳什均衡　暗标拍卖　不完全信息的古诺模型　双方报价拍卖　一价均衡　线性策略均衡

思考练习题

1. 不完全信息静态博弈中,博弈方的策略有什么特点?为什么?

2. 贝叶斯纳什均衡与完美贝叶斯均衡是什么关系?不完全信息静态博弈分析中,为什么要引进贝叶斯纳什均衡概念?

3. 双寡头古诺模型，倒转的需求函数为 $P(Q)=a-Q$，其中 $Q=q_1+q_2$ 为市场总需求，但 a 有 a_h 和 a_l 两种可能的情况，并且厂商 1 知道 a 究竟是 a_h 还是 a_l，而厂商 2 只知道 $a=a_h$ 的概率是 θ，$a=a_l$ 的概率是 $1-\theta$，这种信息不对称双方都了解。双方的总成本仍然是 $c_iq_i=cq_i$。如果两个厂商同时选择产量，双方的策略空间是什么？本博弈的贝叶斯纳什均衡是什么？

4. 在 6.2 节的暗标拍卖博弈中，假设仍然是最高价中标，投标者的估价独立分布于[0，1]，但投标者有 n 人，问该博弈的线性策略贝叶斯纳什均衡是什么？

5. 如果 6.2 节暗标拍卖模型的规则改为标价最高者以次高价中标，问该博弈的线性策略均衡是什么？

6. 若(a)“自然”以均等的概率决定得益是下述得益矩阵 1 的情况，还是得益矩阵 2 的情况，并让博弈方 1 知道而不让博弈方 2 知道；(b)博弈方 1 在 T 和 B 中选择，同时博弈方 2 在 L 和 R 中进行选择。找出该不完全信息静态博弈的所有纯策略贝叶斯纳什均衡。

	L	R
T	1，1	0，0
B	0，0	0，0

得益矩阵 1

	L	R
T	0，0	0，0
B	0，0	2，2

得益矩阵 2

第七章　不完全信息动态博弈

本章介绍不完全信息动态博弈理论。不完全信息动态博弈也称为“动态贝叶斯博弈”，在商品市场、劳动力市场、资本市场和其他社会经济领域普遍存在。本章将通过一些经典问题介绍这种博弈的基本概念和特征，通过声明博弈、信号博弈，以及资本和劳动市场应用模型等介绍其原理和分析方法，同时讨论相关的信息传递机制和效率等。

7.1　不完全信息动态博弈及其转换

7.1.1　不完全信息动态博弈问题

不完全信息动态博弈是不完全信息静态博弈的自然延伸。本节先通过一些现实中典型的不完全信息动态博弈问题，帮助读者更深入地了解不完全信息动态博弈的特征。

第一个例子是古玩市场的议价问题。古玩市场给人们最深的感受，肯定是古玩价格太玄乎。古玩市场每成交一笔买卖，都可能给双方带来疑问。买方可能会想“付的钱是不是太多了，是否还有杀价余地?”卖方也会想“是否卖便宜了，坚持一下也许还能多赚一点?”当然，有些交易者可能会满意做成的交易，因为天性乐观容易满足，或者是真正的行家确信自己捡了便宜发了横财。但总体上古玩买卖容易让人疑惑这一点肯定是错不了的。

古玩交易容易造成疑惑的根本原因之一，是古玩鉴定估值的困难。鉴定古玩的真伪品质需要丰富的知识和经验，打眼买仿冒品的比比皆是，把珍品当赝品贱卖也时有发生。古玩的价值很大程度受主观评价

和市场价值影响，估值非常困难。古玩交易引发疑惑的原因之二，是难以了解对方的估值、意愿。古玩交易利益大小更取决于对手接受什么价格，而不是自己想要什么价格，而对手接受什么价格，则取决于对方的估值和交易迫切性。但古玩买方主要根据心理效用和预期转卖价格估价，卖方主要依据进价和销路估价，买卖双方估值常常差别巨大，而且双方都有相互欺瞒、误导的动机，因此掌握对手的真实估值往往很困难。结果是怎么交易都无法让买方确信合算，卖方也总会怀疑是否还能榨更多油水。

如果交易者严重缺乏估价能力，无法形成自己的合理估值，交易行为就缺乏可靠的规律，就很难研究和研究价值较小。因此，假设我们所研究的古玩交易问题中，交易双方有自己明确的价值判断，但双方或至少一方无法知道对方的估价。这意味着，双方都清楚自己的得益，但双方或至少一方不完全清楚对方的得益，因此是不完全信息博弈问题。古玩交易一般是卖方先开价，买方再还价，直至达成双方接受的价格或放弃交易，因此这是动态博弈问题，是不完全信息的动态博弈。

其实，一般的交易活动都在一定程度上有不完全信息博弈的特征。因为许多情况下交易双方并不熟悉，对对方的估值和相关心理活动很难完全清楚。这就是为什么在许多经济交易中，买卖双方总是从“漫天要价，着地还钱”开始议价的原因，因为双方都想从议价过程中获得更多关于对方估价和成交得益的信息。

寡头市场产量博弈的古诺模型，也可以转变成不完全信息动态博弈。上一章假设古诺模型中至少一个厂商不知道其他厂商的成本，把古诺模型转变成不完全信息的静态博弈。如果再把模型中的同时进行产量决策改成先后决策，就可以进一步变成不完全信息动态博弈。依次类推，以往讨论的许多静态和动态博弈都有不完全信息动态博弈的版本。

在社会生活中也有许多此类博弈问题，如求婚问题也可能是不完全信息动态博弈。一个小伙子向一个姑娘求婚，姑娘本人愿意嫁给这个小伙子，姑娘的父母也满意这门亲事，但他们想尽可能多地从小伙子那里得到彩礼。如果姑娘的父母既不希望彩礼要求过高吓走小伙子，破坏女儿的幸福，但又想多得彩礼，那么小伙子究竟最多愿为娶他们的女儿付多少

彩礼，就是非常关键的问题。但姑娘的父母往往很难完全了解小伙子的真实想法，因此这是一个不完全信息的博弈问题。由于姑娘父母的选择、行为，与小伙子的行为有先后次序，因此这又是一个不完全信息的动态博弈。

如果你觉得把上述求婚与彩礼的问题描述得类似一种交易关系不大好接受，完全可以把彩礼改成姑娘对小伙子的考验，因为爱情考验超过一定限度，与彩礼要价超过一定限度结果是一样的。

7.1.2　类型和海萨尼转换

不完全信息静态博弈分析中处理不完全信息的方法，是博弈方的不同得益情况理解为博弈方的不同类型，并引进一个为博弈方选择类型的虚拟博弈方，从而把不完全信息静态博弈转化成完全但不完美信息动态博弈，这种处理方法称为海萨尼转换。这种处理方法同样适用于不完全信息动态博弈。因为不完全信息动态博弈本身就是动态博弈，一般不存在同时选择问题，因此海萨尼转换而成的完全但不完美信息动态博弈，与第五章讨论的一般不完美信息动态博弈没有多大差别。事实上换个角度，不完美信息动态博弈往往本身就可以解释成不完全信息动态博弈，如第五章的二手车交易博弈就可以理解为不完全信息动态博弈。

既然通过海萨尼转换可以将不完全信息动态博弈转化为完全但不完美信息动态博弈，不完全信息动态博弈分析就可以利用第五章发展的完美贝叶斯均衡、合并均衡和分开均衡等概念和相应分析方法。因此，本章可以看作第五章的一个延续。

7.2　声明博弈

7.2.1　声明和信息传递

本节介绍一类特殊的不完全信息动态博弈——声明博弈。发布声明是社会经济中的常见行为，小到消费者表明偏好，大到企业发布业绩预告，或者宣称发现油气资源，以及国家公布贸易政策等，都可以看作某种

形式的声明。声明本身不会对各方利益产生直接影响,但往往能够影响听受者的行为,并通过听受者的行为选择对各方利益产生间接影响。当然,声明究竟能否产生影响和能产生怎样的影响,既取决于声明的内容,也取决于听受者对声明的理解和反应。因此,声明和对声明的反应构成一种动态博弈关系。声明的内容通常是与双方最终利益有关的发布方自身情况,发布声明本身证明了声明博弈必然有不完全信息的特征,是不完全信息的动态博弈。

声明博弈与一般不完美信息动态博弈的差别只是发布方的行为比较特殊,是几乎没有成本和直接利益影响的某种口头或书面声明,而不是一般不完美信息动态博弈中通常有直接成本和利益的实质性行为。但这并不妨碍用完美贝叶斯均衡分析声明博弈问题。

发布方发布声明的直接动机显然是传递相关信息,背后则肯定有利益或者效用动机。例如,消费者声明自己喜欢的商品颜色、尺寸就是要把这些偏好信息传递给卖方,从而让卖方提供更合适的商品。上市公司把漂亮的业绩公告出去则是希望投资者了解这些信息后踊跃购买股票,从而筹集到更多资金。听受方关心发布方的声明则是想从声明中获得需要的信息,帮助自己作更正确的决策,获得更大利益或效用。例如,企业关心消费者的声明是为了了解消费者的需求,从而提供更合适的商品做成生意赚更多钱;投资者关心企业的业绩公告是为了把握企业的经营状况买到更有升值空间的公司股票,最终得到更多投资回报。

但是,由于发布方的根本目标是利益而不是诚实的名声,而且撒谎没有直接成本,声明博弈通常缺乏惩罚欺骗的机制,因此发布方声明内容的真实性并没有保证。而声明的真实性缺乏保障,又意味着听受者无法轻易相信发布方的任何声明。因此发布方是否会诚实声明,听受者是否会相信发布方的声明,声明能否有效地传递信息,显然是存在很大疑问的问题。

事实上,声明的信息传递作用正是研究声明博弈的重要目标之一。声明博弈正是研究信息传递机制,研究声明能有效传递信息的条件,研究发布方如何通过声明传递信息,影响对方的行为和获得更大利益的重要模型之一。因为信息传递机制正是信息经济学研究的主要问题,因此声

明博弈也是信息经济学的重要模型。

通常情况下，当发布方和听受者的利益比较一致时，听受者比较容易相信声明内容。例如，房客声明不喜欢暖气太足房东肯定会相信，因为少供暖气本身符合房东的利益；工人提出自己有恐高症不适合高空作业雇主通常也会相信，因为一旦出事雇主要负很大的责任；顾客喜欢甜或咸的声明饭店厨师也会相信，因为加糖加盐的成本差异极小，你的口味偏好与他的利益也没什么冲突。但许多情况下，声明者和听受者的利益是不一致的，口头声明就不容易让对方相信。例如，多数求职者都会声称自己素质高、能力强，希望被雇佣和得到高工资，但雇主不会轻易相信这些声明，因为盲目相信这种声明可能导致劳动力成本上升而工作效率下降，与自己的利益不一致。这些简单的定性讨论，揭示了声明博弈传递信息的基本条件，但并不足以充分揭示声明博弈的信息传递机制作用。充分揭示声明博弈的信息传递作用，需要通过对更加具体的模型进行更深入的分析。

7.2.2　离散型声明博弈

为了简单起见，后面统一把声明博弈的声明内容称为发布方的“类型”。只有少数类型和行为的“离散型声明博弈”比较容易理解和分析。这里先以几种只有两种类型和两种行为的 2×2 声明博弈为例，说明声明博弈的分析方法和能够有效传递信息的条件。

下面称发布声明的博弈方为“声明方”，听受声明的博弈方为“行为方”。假设声明方有两种可能类型 t_1、t_2，行为方有两种可能行为 a_1、a_2。再假设对于两种不同类型的声明方，行为方采取两种不同行为时，双方的得益如图 7.1 所示。其中得益数组第一个数字为声明方得益，第二个数字为行为方得益。

		行为方行为 a_1	行为方行为 a_2
声明方类型 t_1		2，1	1，0
声明方类型 t_2		1，0	2，1

图 7.1　能传递信息的 2 × 2 声明博弈

根据双方得益可以看出，不同类型的声明方偏好的行为方行为不同，t_1 类型偏好 a_1，t_2 类型偏好 a_2，行为方在声明方是 t_1 类型和 t_2 类型时也分别偏好 a_1 和 a_2，因此两个博弈方的偏好完全一致。这种偏好一致

性非常重要，使得声明方愿意让行为方了解自己的真实类型，因此声明能充分反映声明方的真实类型，而行为方则可以相信声明方的声明。这种情况下口头声明是有效的信息传递机制。

在此基础上我们很容易构造出双方的均衡策略：给定声明方的类型是 t_i，声明方将声明 $t_j=t_i$。行为方听到声明方的声明 $t_j=t_i$，判断声明方声明真实性的条件概率 $p(t_i \mid t_j=t_i)=p(t_i \mid t_i)=1$，并因此采取行为 $a_k=a_i$。双方上述策略构成的策略组合，以及行为方对声明方类型的判断，构成一个分开均衡的纯策略完美贝叶斯均衡。

		行为方行为 a_1	a_2
声明方类型	t_1	2，1	1，0
	t_2	1，0	1，1

图 7.2 不能传递信息（不同类型声明方偏好相同）

如果模型中得益变成图 7.2 所示的情况，声明的信息传递功能就会完全消失。因为在图 7.2 的得益情况下，两种类型的声明方都希望行为方采用 a_1，而行为方只有在声明方类型是 t_1 时才偏好 a_1，t_2 时会偏好 a_2。所以，为了使行为方采取有利于自己的行为，两种类型的声明方都会声明自己类型是 t_1，即使事实并非如此。因此在这种情况下，行为方不可能相信声明方的声明。换句话说，在不同类型声明方的偏好相同，而行为方的偏好随着声明方类型变化的博弈中，口头声明是不可能有效传递信息的。

声明方的策略是不管真实类型是否是声明，都声明 $t_j=t_1$，行为方的判断为 $p(t_1 \mid t_j=t_1)=p(t_1)$，当 $p(t_1)>1-p(t_1)$，也就是 $p(t_1)>1/2$ 时采用 a_1，否则采用 a_2。不难证明双方策略和行为方判断也构成合并的完美贝叶斯均衡。

如果得益如图 7.3 所示情况，那么不管声明方是哪种类型，行为方选择 a_1 都对自己更有利，声明方的类型声明对行为方来说无关紧要，这时候声明的信息传递作用也不会存在。这个声明博弈的合并完美贝叶斯均衡是，声明方声明自己的真实类型，即给定类型是 t_i 时声明 $t_j=t_i$；但行为方没有兴趣作判断，行为方采用 a_1。

		行为方行为 a_1	a_2
声明方类型	t_1	2，1	1，0
	t_2	1，1	2，0

图 7.3 不能传递信息（行为方对声明方类型无差异）

最后一种情况如图 7.4 的得益矩阵所示。这种情况下虽然对声明方的不同类型，声明方与行为方都有对行为方行为的不同偏好，但双方的偏好正好相反。这时候声明方说实话对自己不利，肯定不愿意实话实说。当然因为行为方知道声明方有欺骗动机，因此即使声明方说了实话，行为方也不敢轻易相信他。总之这时候声明的信息传递机制作用也不可能存在。

		行为方行为 a_1	行为方行为 a_2
声明方类型	t_1	2, 0	1, 1
声明方类型	t_2	1, 1	2, 0

图 7.4　不能传递信息(声明方与行为方偏好相反)

通过上面几个例子的分析，可以总结出 2×2 声明博弈中声明有效传递信息的几个条件：(1)不同类型的声明方必须偏好行为方的不同行为。如果所有类型的声明方偏好行为方同样的行为，所有类型的声明方都会作相同的声明，声明当然不可能传递信息。(2)对应声明方的不同类型，行为方必须偏好不同的行为。否则行为方会忽视声明方的声明，声明也不能传递信息。(3)行为方的偏好必须与声明方的偏好有一致性。因为这一点不成立时，不管声明方作什么声明，行为方都会怀疑其真实性，声明同样不可能有效传递信息。

一般的离散型声明博弈可以假设声明方有 I 种可能类型，行为方有 K 种可选行为。这种声明博弈模型可以用如下方式描述：

(1) 自然抽取声明方的类型 t_i，抽取的方法是从类型集合 $T=\{t_1, \cdots, t_I\}$ 中以概率分布 $p(t_1), \cdots, p(t_I)$ 随机抽取，其中 $\sum_{i=1}^{I} p(t_i)=1$。

(2) 声明方了解到自己的 t_i 以后，从 T 中选择 t_j 作为自己声明的类型。t_j 可以与 t_i 相同(说真话)，也可以与 t_i 不同(说假话)。

(3) 行为方在听到声明方的声明 t_j 后，在可选择的行为集合 $A=\{a_1, \cdots, a_K\}$ 中选择行为 a_k。

(4) 声明方的得益为 $u_S(t_i, a_k)$，行为方的得益为 $u_R(t_i, a_k)$。

这种离散型声明博弈模型的声明方和行为方在偏好和利益上并不只有完全一致、完全相反和无关三种情况，还可能有一定程度一致性的情况，此时声明可以有不同程度的信息传递作用，信息传递的程度和效率取

决于双方偏好和利益一致程度的高低。这种博弈与后面要讨论的信号博弈模型类似，可以看作信号博弈的特例，这里不作进一步讨论。

7.2.3 连续型声明博弈

博弈方的类型可以是连续分布的。特别是类型代表的是成本、价格等经济指标时，连续分布更是比较符合客观现实。从不完全信息博弈的角度，类型连续分布意味着信息不完全的情况更复杂，推断决策更加困难。从信息传递的角度，类型连续分布意味着类型无限多，准确传递信息的难度肯定会大得多。

下面讨论类型空间和行为空间都是连续区间的“连续型声明博弈”。连续型声明博弈模型可以更精确反映声明方和行为方偏好的一致程度，更有利于分析偏好一致程度对于信息传递的影响。

为了简单起见，设声明方的类型标准分布于区间[0, 1]上，即 $T=[0, 1]$，行为方的行为空间也是 $A=[0, 1]$，即都是区间[0, 1]中的任何实数①。再设声明方的得益函数为 $U_S(t, a)=-[a-(t+b)]^2$，行为方的得益函数为 $U_R(t, a)=-(a-t)^2$。根据双方的得益函数容易看出，当声明方类型为 t 时，声明方最希望的行为方行为是 $a=t+b$，而此时对行为方最有利的行为却是 $a=t$，声明方得益函数中的参数 b 正好反映了双方偏好的差距。如果双方的得益函数上都加一个较大正值，可以保证双方得益都非负值。

双方最希望的行为都是声明方类型 t 的函数，不同类型的声明方偏好行为方的不同行为，同时对声明方的不同类型，行为方自己也偏好不同的行为。双方的偏好既不是完全对立的，也不是完全一致的，双方偏好的差异为 b。设 $b>0$，b 越小双方偏好越接近，b 越大双方偏好差距越大，b 接近 0 双方偏好倾向于一致。b 越接近 0 声明的信息传递作用越强，声明方基本上会说真话，行为方基本上会相信声明方的声明。当然，比较值得讨论的是双方偏好存在相当差距的情况。

克劳馥(Crawford)和索贝尔(Sobel)证明，当 b 不等于 0 时，该模型

① 用更一般的类型空间、行为空间和类型的概率分布，对分析方法和均衡特征不会有本质的影响。

存在一种部分合并均衡的完美贝叶斯均衡。该均衡的基本特征是把类型空间[0, 1]分成 n 个区间 $[0, x_1)$, $[x_1, x_2)$, …, $[x_{n-1}, 1]$, 属于同一区间类型的声明方作同样的声明,在不同区间中类型的声明方作不同的声明。声明方采用这种分组合并均衡策略构成的完美贝叶斯均衡,可称为"部分合并完美贝叶斯均衡"。部分合并均衡中分的区间数越大,意味着声明对声明方真实类型的反映越精确,即声明的信息传递作用越强,n 趋向于无穷大意味着信息接近充分传递。

现在证明给定反映双方偏好一致性程度的参数 b,存在一个取决于 b 的最大限度区间数量 $n^*(b)$,对任意不大于 $n^*(b)$ 的 n,总可以按某种方式将类型空间[0, 1]分成 n 个区间,在这 n 个区间上构成部分合并完美贝叶斯均衡。b 越小,则 $n^*(b)$ 越大,信息传递越充分。当 b 趋向于 0,意味着双方偏好的差距几乎不存在时,$n^*(b)$ 倾向于无穷大,信息接近充分传递,也就是声明方愿意把自己的真实类型告诉行为方。

先对 $n=2$ 的最低数量区间分割,论证部分合并均衡的存在和成立。设可以将类型空间 $T=[0, 1]$ 分为 $[0, x_1)$ 和 $[x_1, 1]$ 两个区间,使得属于 $[0, x_1)$ 中类型的声明方都作同样的声明,而属于 $[x_1, 1]$ 中类型的声明方作另一个同样的声明。行为方听到前一种声明判断声明方类型标准分布于 $[0, x_1)$,听到后一种声明判断声明方类型标准分布于 $[x_1, 1]$。听到前一种声明的行为方根据期望利益最大化分析方法,不难确定最佳行为是 $x_1/2$,听到后一种声明的行为方不难确定最佳行为是 $(x_1+1)/2$。

声明方对行为方的判断、决策思路完全清楚,知道自己的声明类型分别属于 $[0, x_1)$ 和 $[x_1, 1]$ 两个区间时,行为方的行为分别是 $x_1/2$ 和 $(x_1+1)/2$。因此,要让声明方作属于 $[0, x_1)$ 的声明,必须满足他(或她)在行为方的两个行为 $x_1/2$ 和 $(x_1+1)/2$ 中偏好前者的条件,这意味着前者得益要大于后者得益。同样的,要让声明方作属于 $[x_1, 1]$ 的声明,必须满足他(或她)在行为方的两个行为 $x_1/2$ 和 $(x_1+1)/2$ 之间偏好后者的条件,这要求后者给他(或她)带来更大利益。

根据声明方的得益函数,实现声明方最大得益的行为方行为是 $a=t+b$,行为方的行为离 $t+b$ 越近,声明方的得益就越大,反则反是。因此声明方对行为方行为的偏好两边对称于 $t+b$ 点。所以对 t 类型声明

方来说，当 $x_1/2$ 和 $(x_1+1)/2$ 的中点大于 $t+b$ 时会偏好前者，而该中点小于 $t+b$ 时会偏好后者。要上述两部分合并均衡存在，两区间分界点 x_1 必须满足：小于 x_1 类型的声明方都偏好 $x_1/2$，大于 x_1 类型的声明方都偏好 $(x_1+1)/2$，x_1 类型声明方最喜欢的行为方行为 x_1+b 正好处于 $x_1/2$ 和 $(x_1+1)/2$ 的中点。即

$$x_1+b=\left(\frac{x_1}{2}+\frac{x_1+1}{2}\right)\Big/2$$

整理得

$$x_1=0.5-2b$$

根据该临界类型公式和模型的基本假设，可以对部分合并均衡作进一步讨论。首先，因为类型空间为[0，1]，x_1 必须是正数，$0.5-2b>0$ 必须成立，因此 $b<0.25$。也就是说，只有当 $b<0.25$ 时，才可能存在两部分合并均衡。如果 $b\geqslant 0.25$，则双方偏好相差太大，这种最低限度的信息传递也不可能存在，博弈只存在完全没有信息交流、声明完全无意义的合并完美贝叶斯均衡。上述讨论可以通过图 7.5 来说明。

在图 7.5 中，$x_1/2$ 和 $(x_1+1)/2$ 的中点 $x_1/2+0.25$ 等于 x_1+b。此时，类型在[0，x_1)中的声明方不会偏好 $(x_1+1)/2$，因为其偏好的行为小于 x_1+b，$x_1/2$ 离偏好的行为肯定较近；类型在[x_1，1]中的声明方不会偏好 $x_1/2$，因为其偏好的行为大于 x_1+b，$(x_1+1)/2$ 离最偏好的行为较近。这时候，属于两个区间类型声明方的最佳选择都是声明自己的

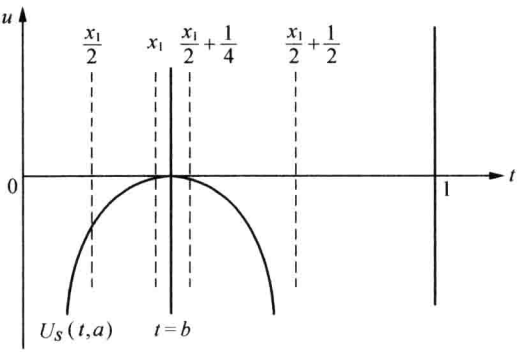


图 7.5 连续型声明博弈的部分合并均衡

真实类型区间。

为了完善上述两部分合并完美贝叶斯均衡的讨论，再考虑一下不在均衡路径上声明方声明的问题。克劳馥和索贝尔设计的一种声明方混合策略能排除存在不在均衡路径上声明的可能：所有小于 x_1 类型的声明方在$[0, x_1)$上以标准分布概率随机选择一个类型作为“声明类型”，大于 x_1 类型的声明方在$[x_1, 1]$中以标准分布概率随机选择一个“声明类型”。这样就排除了不在均衡路径上的声明，行为方的判断只需要满足完美贝叶斯均衡的要求 3。因为行为方在听到声明方声明属于$[0, x_1)$时判断声明方类型标准分布于$[0, x_1)$，听到声明方声明属于$[x_1, 1]$时判断声明方类型标准分布于$[x_1, 1]$，符合声明方的策略和贝叶斯法则，也就是满足要求 3。

除了上述混合策略以外，声明方也可以采用纯策略。这时候存在无数不在均衡策略路径上的声明，如声明方纯策略“小于 x_1 的类型则声明 0，大于等于 x_1 的类型则声明 x_1”。这时候除了这两种声明的类型以外，其他所有类型都不在均衡路径上。因为不在均衡路径上决不意味着不是声明方的真实类型，因此行为方必须对不在均衡路径上的声明也作出判断。如行为方听到落在$(0, x_1)$中声明时判断声明方真实类型标准分布于$[0, x_1)$，听到落在$(x_1, 1]$声明时判断声明方真实类型标准分布于$[x_1, 1]$，就能满足完美贝叶斯均衡的要求 4。加上其他几个条件也可保证完美贝叶斯均衡的成立。

上述分两部分合并均衡的声明虽然可以传递一些信息，但还是非常有限的，行为方只能了解到声明方的真实类型属于两个区间之一，在区间内的位置范围仍然不清楚。如果可以将声明方的类型空间分成更多区间，并在这些区间上构造分更多部分的部分合并完美贝叶斯均衡，声明方就能把自己的真实类型表达得更清楚，信息传递更充分。这种设想能否实现的关键，其实就在于 b 的大小。

在分两个区间的部分合并均衡中，以 x_1 为分界点划分的两个区间并不是等长的。$x_1=0.5-2b$，前一个区间长度 $x_1-0=0.5-2b$，后一个区间长度 $1-x_1=0.5+2b$，后一个区间比前一个区间长 $4b$。这个结论对分更多区间的部分合并均衡也成立。例如，划分 n 个小区间，$[x_{k-1}, x_k)$是小区间之一，长度为 c，那么行为方对该小区间类型的最优行为 $(x_{k-1}$

$+x_k)/2$，对后一个小区间 $[x_k, x_{k+1})$ 类型的最佳行为 $(x_k+x_{k+1})/2$。与分两个区间时同样的道理，这两个小区间交界处的 x_k 类型声明方偏好的行为方行为，必须在 $(x_{k-1}+x_k)/2$ 和 $(x_k+x_{k+1})/2$ 之间无差异，即

$$x_k+b=\frac{1}{2}\left(\frac{x_{k-1}+x_k}{2}+\frac{x_k+x_{k+1}}{2}\right)$$

因为 $(x_{k-1}+x_k)/2=x_k-c/2$，代入上式得

$$x_k+b=\frac{1}{2}\left(x_k-\frac{c}{2}+\frac{x_k+x_{k+1}}{2}\right)$$

化简得 $x_{k+1}-x_k=c+4b$。这正说明了，后一个区间的长度正好比前一个区间长 $4b$。

现在设类型区间[0, 1]分 n 个小区间时第一个小区间的长度为 d，则第二个区间长度必须为 $d+4b$，第三个小区间长度必须是 $d+8b$，……此外，n 个小区间的总长度必须为 1。因此

$$d+(d+4b)+\cdots+[d+(n-1)(4b)]=nd+n(n-1)(2b)=1$$

根据等式，只要 n 满足 $n(n-1)(2b)<1$，一定存在满足上述等式的 d。因此，存在分 n 个区间部分合并均衡的必要条件是 $n(n-1)(2b)<1$。从这个不等式中可解得，部分合并均衡可以分成的最大区间个数 $n^*(b)$ 必须小于 $\left[1+\sqrt{1+2/b}\right]/2$。

综合上面的讨论可以得到结论：(1)b 越小，则信息交流越充分；b 越大，则信息交流越困难。(2)当 $b\geqslant 0.25$ 时，$n^*(b)=1$，即信息交流完全不可能发生，因为双方的偏好差距太大。(3)当 b 趋向于 0 时，$n^*(b)$ 趋向于无穷大，也即信息接近充分交流，声明方接近能声明自己的真实类型。(4)只要 b 不等于 0，即双方偏好不完全一致，信息交流不可能真正完全。

最后作几个说明，一是分多个区间的部分合并完美贝叶斯均衡，同样也可以讨论不在均衡路径上声明的问题，以及声明方可采用的纯策略或混合策略；二是可以讨论 $b<0$ 的情形，也即声明方偏好的行为小于自己真实类型和行为方偏好行为的情况，甚至更一般的得益函数和偏好情况；三是对本模型中的类型空间、行为空间、类型的概率分布，也可设其他更

复杂的情况。这些方面改变以后，讨论当然会困难一些，特别是概率分布的改变会使期望得益和最优行为的计算较为困难，但基本原理仍然是相同的。

7.3 信号博弈

本节进一步讨论有信息传递机制作用的更一般博弈模型——信号博弈。信号博弈的基本特征是博弈方分为信号发出方和信号接收方两类，先行为的信号发出方的行为具有传递信息的作用。信号博弈其实是一类具有信息传递作用的动态贝叶斯博弈的总称，许多博弈或信息经济学问题可以归结为此类博弈。

很显然，声明博弈可以看作信号博弈的特例，声明博弈中的声明方相当于信号发出方，行为方相当于信号接收方。不过，声明博弈中信号发出方的行为是既没有直接成本，也不会直接影响各方利益的空口声明，而一般信号博弈模型中信号发出方的行为通常既有成本代价，对各方利益也有直接影响。例如，工人受教育或通过职业资格考试的行为，能向雇主传递工人素质能力方面的信息，但受教育和通过考试都有成本代价，对劳动生产率和双方利益也有直接影响，这与工人只是声称自己能力强的口头声明有明显差异。

7.3.1 行为传递的信息和信号机制

一、行为传递的信息

信息不对称往往对双方都有不利影响。拥有私人信息的一方虽然许多时候保守秘密对自己有利，但也有希望将私人信息传递给他人的情况。例如二手车交易中，拥有优质二手车的卖方就希望将质量信息传递给买方，希望买方了解真实情况。又如有真才实学的求职者，也非常想让招工单位了解自己的真实水平。缺乏信息的一方更是希望尽可能多地获得信息，克服自己的信息不完全性。但信息的真实性是没有保障的，拥有私人信息者往往有欺骗动机，缺乏信息者又很难判断信息的真伪，传递信息和克服信息不完全的困难并不是简单的事情。

根据上一节的分析知道，在发送和接受信息的双方偏好和利益完全一致的情况下，即使没有成本的空口声明也能有效传递信息。但当双方偏好和利益不一致时，空口声明就不能有效传递信息。因为后面这种情况下，信息发送方有欺骗对方的动机，会破坏信息传递机制。因此，在双方利益不完全一致的情况下，有效传递信息的行为必须满足一定的性质和条件。我们先看一些有趣的例子。

第一个例子是萨摩亚岛居民对纹身的看法。萨摩亚岛上武士有很高的地位，但要成为一名武士的首要条件是有一身好的纹身。纹身之所以成为该岛选择武士的标准，显然不是因为纹身可以吓死敌人，而是因为该岛居民相信，只有能够忍受纹身巨大痛苦的青年才是有巨大勇气的，而足够的勇气正是成为好武士的必要条件。因此，纹身成为该岛挑选武士标准的根本原因是，纹身是反映青年人的品质，传递部落想了解信息的手段。

类似的例子是波纳佩岛上的一种奇异风俗。在该岛上，谁能种出特别大的山药，谁的社会地位就高，谁就能担任公共职务。形成这种传统的原因也不是因为种出大山药会拥有什么魔法，而是因为该岛居民相信，能种出比别人更大山药的人，一定比别人更有智慧，更能管理好岛上的重大事务。因此，种出大山药是因为能够反映出种植者的过人智慧才受到特别重视，也是一种传递人们无法直接了解信息的机制。

除了人类社会以外，动物世界其实也有类似的情况。例如根据生物学的研究，开屏的孔雀都是雄孔雀，而雄孔雀开屏除了吸引雌孔雀以外，并没有其他实际的意义，反而可能会给自己增加危险，并且也是浪费能量的行为。那么雄孔雀开屏为什么能够吸引雌孔雀呢？理由是雄孔雀能长出长长的漂亮羽毛和长时间优雅地开屏，意味着其基因和身体素质优秀，能养育优秀的后代，雄孔雀开屏正是向雌孔雀传递自身基因和体质信息的方法。类似的例子在动物世界中有许许多多。

二、信号机制及其作用

为了方便起见，今后将上述各种具有信息传递作用的行为都称为“信号”(signals)，通过信号传递信息的过程称为“信号机制”(signaling mechanism)，通过行为传递信息的一方称为“信号发出方”或“发出方”，获得信息的一方则称为“信号接收方”或“接收方”。

前述例子告诉我们，一种行为要成为能够传递信息的信号，能够形成信号机制，关键不是它是否有实际意义，而在于必须是有成本代价的行为，而且对不同“品质”（勇气大小、聪明程度、健康强壮度）的发信号方，成本代价要有差异。如果一种行为没有成本，或者不同“品质”采用这种行为的成本代价没有差异，那么“品质”差的发出方会发与“品质”好的发出方同样的信号，以伪装成“品质”好，从而使信号机制失去作用。例如，若纹身和种出大山药很容易，不管勇气大小或聪明愚笨都可以做到的话，它们就决不会得到如此重视和成为获得社会地位的手段。

二手车模型中讨论过的“昂贵的承诺”，也是商业活动中利用信号机制的典型例子。因为消费者对商品的知识通常很有限，常常无法识别商品质量，是否假冒伪劣商品，因此商品市场是典型的信息不完全、不对称市场。信息不对称往往会导致劣质产品赶走优质产品的逆向选择，导致市场完全失灵的低效率均衡。如果生产经营优质商品的厂商无法将商品质量的信息传递给消费者，很难避免被伪劣产品赶出市场。声称自己的产品优质是没有用的，因为假冒伪劣厂商也可以这么做。优质产品厂商只有通过某种有成本，而且产品越差成本越高的方法，才能有效传递自己产品质量的信息，如“质量三包”、“假一罚十”等“昂贵的承诺”。

“质量三包”、“假一罚十”能够有效传递产品质量信息的关键是有成本代价。优质产品厂商的产品质量高，退货、返修或索赔比例较低，上述承诺的成本在可承受范围内。而且这些承诺可以让消费者放心消费，产品销售和利润会上升，对优质产品厂商肯定是有利的。如果劣质产品厂商也承诺“质量三包”、“假一罚十”，退货、返修或索赔比例肯定大大高于优质产品厂商，肯定要亏本，因此一般不敢承诺“质量三包”或“假一罚十”，或者会耍赖不兑现。这样，优质品厂商就成功地将商品质量信息传递给了消费者，消费者可以买到货真价实的商品，诚实经营厂商的利益可以得到保护，并迫使原来搞假冒伪劣的厂商转向诚实经营。这种“信号机制”对提高社会经济效率有很大的积极作用。

7.3.2　信号博弈模型和完美贝叶斯均衡

一、信号博弈模型

信号博弈（signaling game）正是研究有信息传递作用的信号机制的

博弈模型。信号博弈的基本特征是两个(或两类)博弈方,分别称为信号发出方和信号接收方,他们先后各选择一次行为。其中,信号接收方具有不完全信息,信号发出方的行为有反映有关信息的作用。第六章讨论过的二手车问题,也可以理解为一种信号博弈。

信号博弈是不完全信息动态博弈,可以通过转换直接表达成完全但不完美信息动态博弈。首先,由博弈方 0(自然)按一定概率从信号发出方的类型空间中为发出方随机选择一个类型,并将该类型告诉发出方;然后,发出方在自己的行为空间中选择一个行为;最后,接收方根据发出方的行为选择自己的行为。如果用 S 表示信号发出方,用 R 表示信号接收方,用 $T=\{t_1, \cdots, t_I\}$ 表示 S 的类型空间,用 $M=\{m_1, \cdots, m_J\}$ 表示 S 的行为空间,或者称信号空间,用 $A=\{a_1, \cdots, a_K\}$ 表示 R 的行为空间,用 u_S 和 u_R 分别表示 S 和 R 的得益,并且设博弈方 0 为 S 选择类型的概率分布为 $\{p(t_1), \cdots, p(t_I)\}$。则一个信号博弈可表示为:

(1) 博弈方 0 以概率 $p(t_i)$ 为 S 选择类型 t_i,并让 S 知道;

(2) S 选择行为 m_j;

(3) R 看到 m_j 后选择行为 a_k;

(4) S 和 R 的得益 u_S 和 u_R 都取决于 t_i、m_j 和 a_k。

注意:①博弈方 0 选择各类型的概率都大于 0,且总和等于 1;②R 虽然不知道 S 的类型就是 t_i,但却知道 $p(t_i)$;③S 所选择的 m_j 是 t_i 的函数,当然也是得益和 a_k 的函数;④T、M 和 A 既可以是离散空间,也可以是连续空间。

只要给上述信号博弈模型中的类型 t_i、信号 m_j 和行为 a_k 赋予不同意义,就可以代表不同领域的博弈问题。

二、信号博弈完美贝叶斯均衡

既然已经把信号博弈表示为完全但不完美信息动态博弈,当然可以利用完美贝叶斯均衡进行分析,包括纯策略和混合策略完美贝叶斯均衡,合并均衡和分开均衡等。根据信号博弈的特点,其完美贝叶斯均衡的条件是:

(1) 信号接收方 R 在观察到信号发出方 S 的信号 m_j 之后,必须有关于 S 类型的判断。即 S 选择 m_j 时,S 是每种类型 t_i 的概率分布

$p(t_i \mid m_j)$。其中，$p(t_i \mid m_j) \geqslant 0$，$\sum_{t_i} p(t_i \mid m_j) = 1$。

(2) 给定 R 的判断 $p(t_i \mid m_j)$ 和 S 的信号 m_j，R 的行为 $a^*(m_j)$ 必须使 R 的期望得益最大，即 $a^*(m_j)$ 是最大化问题

$$\max_{a_k} \sum_{t_i} p(t_i \mid m_j) u_R(t_i, m_j, a_k)$$

的解。

(3) 给定 R 的策略 $a^*(m_j)$ 时，S 的选择 $m^*(t_i)$ 必须使 S 的得益最大，即 $m^*(t_i)$ 是最大化问题

$$\max_{m_j} u_S[t_i, m_j, a^*(m_j)]$$

的解。

(4) 对每个 $m_j \in M$，如果存在 $t_i \in T$ 使得 $m^*(t_i) = m_j$，则 R 在对应于 m_j 的信息集处的判断必须符合 S 的策略和贝叶斯法则。即使不存在 $t_i \in T$ 使 $m^*(t_i) = m_j$，R 在 m_j 对应的信息集处的判断也要符合 S 的策略和贝叶斯法则。

上述第一点即完美贝叶斯均衡的要求 1；第二三点相当于完美贝叶斯均衡的要求 2，即序列理性要求；第四点即完美贝叶斯均衡的要求 3 和 4。因此，满足上述几点要求的双方策略和接收方判断构成信号博弈的完美贝叶斯均衡。因为上述双方策略都是纯策略，因此是纯策略完美贝叶斯均衡。

另外，如果在一个信号博弈的纯策略完美贝叶斯均衡中，不同类型的 S 发出的信号 m_j 相同，则称为合并均衡；如果发出信号不同，就是分开均衡。

7.3.3　股权换投资

某企业需要吸引一笔投资上一个新的项目。该企业的盈利能力只有自己知道，潜在投资者不完全清楚。如果该企业向投资者提议用股份换投资，在怎样的情况下会有人投资，企业放弃多少股份合理？这个问题的实质，就是股份公司的股票发行定价和投资者的投资决策。

为了简单起见，假设企业利润有高低两种可能性，$\pi = H$ 或 $\pi = L$，

$H > L > 0$。再设新项目所需投资 I,收益为 R。因为只有收益大于其他投资的项目才有意义,因此 I 和 R 必须满足 $R > I(1+r)$,其中 r 是其他投资的收益率。该博弈可表达成如下的信号博弈模型:

(1) 自然随机决定该企业原有利润 π 高还是低,已知 $p(\pi=H)=p$,$p(\pi=L)=1-p$。

(2) 企业自己了解 π,愿出让 S 比例股权换取这笔投资。

(3) 投资人看到 S,只知道 π 是高低两种可能性的概率,然后选择是接受还是拒绝企业的提议。

(4) 如投资人拒绝,则投资人得益为 $I(1+r)$,企业得益为 π;如投资人接受,则投资人得益 $S(\pi+R)$,企业得益为 $(1-S)(\pi+R)$。

这个信号博弈中,信号发出方的类型只有两种,信号接收方的行为也只有两种,但信号发出方的信号空间是连续区间 $0 < S < 1$。在实际问题中,考虑到企业是否合算及不可能被接受的范围,S 的实际范围要小得多。例如,投资人看到 S 后判断 $\pi=H$ 的概率为 q,即 $p(H \mid S)=q$,则只有在 $S[qH+(1-q)L+R] \geqslant I(1+r)$,即 $S \geqslant I(1+r)/[qH+(1-q)L+R]$ 时,才会接受 S。对企业来说,只有当 $(1-S)(\pi+R) \geqslant \pi$,即 $S \leqslant R/(\pi+R)$ 时,才愿意出价 S。

现在讨论这个信号博弈中存在合并完美贝叶斯均衡的条件,即"企业不管实际的 π 是 H 还是 L,都出 S,而投资方接受"是一个合并完美贝叶斯均衡的条件。

首先,对企业来说,S 是均衡策略必须满足 $S \leqslant R/(\pi+R)$。因为 $R/(H+R) \leqslant R/(L+R)$,如果 S 满足 $S \leqslant R/(H+R)$,就一定满足 $S \leqslant R/(L+R)$。其次,只有当 $S \geqslant I(1+r)/[qH+(1-q)L+R]$ 时,接受才是投资方的均衡策略。因此"企业出 S,投资方接受"及相应判断构成合并贝叶斯均衡的前提条件是

$$\frac{I(1+r)}{qH+(1-q)L+R} \leqslant \frac{R}{H+R} \tag{7.1}$$

在这个条件成立的情况下,取大于左边小于右边的 S 数值,就能以 S 为基础构成合并完美贝叶斯均衡。

注意:当 q 趋向于 1 时,因为 $R > I(1+r)$,所以(7.1)式自然成立,

意味着必然存在合并完美贝叶斯均衡。而当 q 趋向于 0 时，则只有当 $R-I(1+r)\geqslant[I(1+r)/R]\cdot H-L$ 时，合并完美贝叶斯均衡才有可能。因为 q 的意义是投资方判断企业高利润的概率，因此上述结论意味着：当投资方相信企业盈利能力强时，会接受较低股权比例，也就是较高股价；而当投资人不大相信企业高盈利能力时，必然会要求较高股权比例，也就是只愿接受较低股价。因此在合并完美贝叶斯均衡中，企业要为无法使投资人相信高盈利能力付出代价，即使企业实际盈利能力确实是高的。这个代价甚至可能超过企业从新项目获得的利润，从而使上述合并均衡无法实现，企业只能放弃项目。这说明了，对经营良好的企业来说，提高经营情况的透明度和保持良好的公众形象也非常重要。

不过，在 $R\geqslant I(1+r)$ 的情况下，分开均衡还是存在的。其中低利润类型企业出价 $S=I(1+r)/(L+R)$，因为 $L+R\leqslant qH+(1-q)L+R$，因此投资方会接受；而高利润类型企业出价 $S=I(1+r)/(H+R)$，因为 $H+R\geqslant qH+(1-q)L+R$，因此投资方不会接受。这个分开均衡显然是低效率的，因为高盈利能力的企业只能放弃项目，低盈利类型企业反而能上马项目，资金向效率比较差的企业流动，从社会效率的角度来说是很不理想的。换句话说，这种分开均衡是一种失败的信号机制，高盈利企业无法突出自己，这也是信息不完全对市场经济效率影响的体现。现实中出现这种情况时，优秀企业要么像低盈利企业一样用优惠条件吸引投资，意味着更大的代价成本；要么只能转向高成本的借贷筹资或内部集资。这种失败类型的信号机制，也能解释“垃圾股票”反而常常成为热门股票的内在原因。

7.3.4　劳动市场信号博弈

劳动市场在市场经济中有十分重要的地位。我们已经讨论过好几种关于劳动市场的博弈模型，这里再讨论一下劳动力素质的信号机制问题，并用信号博弈模型对劳动力素质和劳动雇佣问题进行一些分析。

一、教育和劳动力素质

企业希望招聘到素质比较高的工人，但识别工人的素质并不容易。企业人事经理、人力资源部门会设计各种方法对应聘者进行筛选。不同行业、工种、企业、人事经理的筛选方法、标准当然会有差异，但也有共同

的方法或标准，如身体素质、心理健康、相关工作经验、教育背景等方面要求。其中教育背景包括受教育年限、学历、学位、毕业学校、所学专业、成绩等，招聘考试也是考察教育背景的方法。教育背景要求不仅普遍被采用，而且常常是最首要的门槛，甚至只是纯粹体力活的岗位也会优先录用教育背景更好的员工。

为什么企业招聘员工都要把教育背景作为招聘员工的基本门槛？企业提学历要求是不是有道理？是不是有歧视低学历者的嫌疑？这些问题的实质是质疑教育，特别是非专业的普通教育，与劳动生产率、企业经营效率等究竟有多大关系。

教育可以增加知识，提高人们学习、沟通、判断决策的能力，帮助人们更好地掌握专业知识和工作技能，对提高工作效率有积极作用，胜任更复杂、更挑战的工作。但教育也可能导致员工眼高手低、不安心工作、不满足待遇，进而导致团队合作受到影响，负面作用也不小。而且即使学历与劳动力素质和生产率存在相关性，也不能证明劳动力素质、生产率是靠教育提高的。因为更高学历通常意味着更多收入，名校毕业、成绩好的学生总能找到更好工作和得到较高工资，因此无法排除素质高的员工倾向多上学的可能性。斯潘塞(Spence)在 1973、1974 年两篇论文的结论是：①即使学习年限对生产率毫无影响，工资也会随着学习年限增加而增加；②工资随学习年限增加的幅度超过增加的学习年限对生产率的实际贡献。因此，很可能不是教育提高了人们的素质，而是高素质的人选择或竞争到更多教育。

不过，即使无法证明教育对劳动力素质、劳动生产率确实有积极作用，也不能说企业招聘员工的教育门槛是不合理的。因为教育除了可能提高劳动者的素质能力以外，还是传递劳动力素质信息的信号机制。教育起信号机制作用的原理是不同素质的人获同样学历或成绩的成本是不同的。能力强的人进名校、获更高学位和取得更好成绩花费的精力、学费比能力差的学生低，因此会倾向于受更多教育、进名校和争取更好成绩以表明自己的能力。因此，员工教育背景确实可以帮助企业识别人们的素质，招到更合适的员工。

先看一个简单例子，设工人按素质标准分布于[0，1]区间上，假设工人素质与劳动生产率的关系如图 7.6 所示，PP′线代表不同素质工人对应

劳动生产率的线性函数关系。如果企业随机录用报名的工人，所招工人的平均期望素质是 0.5，平均期望劳动生产率为 b。

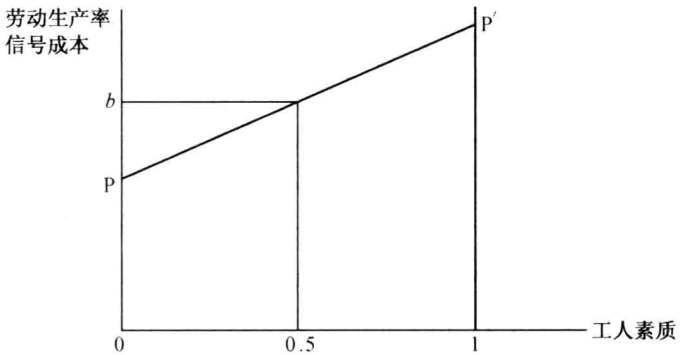


图 7.6　工人的素质与劳动生产率

为了筛选应聘者，企业可以提学历要求或进行招工考试。假设工人满足学历要求或通过考试的成本是素质的线性减函数，如图 7.7 中的 CC′线。再假设获得该企业工作的利益是 d（该企业工资超过无学历要求企业工资幅度），那么发教育信号的成本低于 d，对应素质高于 e 的工人，发信号是合算的，有发信号的愿望，而素质低于 e 的工人发信号的成本高于发信号的利益，因此没有发信号的意愿。这样，企业可以将素质低于 e 的工人拒绝掉，录用工人的平均期望素质达到 $(e+1)/2$，平均期望劳动生产率为 $a > b$。因此，即使教育本身对提高人们的素质和生产率没有作用，企业招聘员工时把教育背景作为基本要求也是有意义的。

注意企业在利用教育的信号机制作用筛选工人时，不仅要考虑招到高素质的工人，也要兼顾成本和招到足够数量的工人。这意味着，必须重视下列两方面的平衡：

(1) 学历要求和考试难度等必须既有一定的难度，保证不同素质工人发信号有相当大的成本差别，也要避免难度过高，造成对大多数人难度过大或成本过高而不愿意应聘，企业无法找到足够数量的工人。

(2) 必须提供较高的工资待遇，超额工资必须大于目标素质工人满足教育要求的成本，否则这些工人没有发信号的动力，企业也无法找到足够的工人。但工资也不能太高，因为工资太高，d 高于所有工人发信号成本（图中 CC′线全部在 d 之下）时，低素质工人也会发同样信号，教育要求

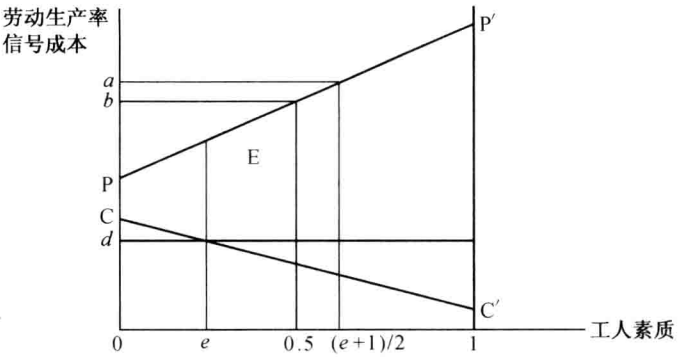


图 7.7 信号机制的存在和作用

的信号机制作用也会丧失。

在工人劳动生产率(PP′线)和发信号成本(CC′线)既定的情况下,发信号收益 d 决定发信号工人的素质下限 e,也决定所招工人劳动生产率的平均水平。d 越小,发信号合算的工人越少,平均素质越高。当然,雇佣的工人数量太少可能无法满足生产需要,并且劳动力市场通常竞争性很强,压低工资会使工人转向其他企业,过分压低 d 也是不可取的。

对作为劳动力市场竞争性买方的企业来说,d 常常是既定的。在 d 既定的情况下,企业可以根据需要的工人数、对工人的合理素质要求、能够支付的工资,决定对应聘者的学历、成绩要求,从而筛选出合适素质和数量的工人。

二、斯潘塞劳动市场博弈模型

在对劳动市场信号机制一般讨论的基础上,进一步介绍斯潘塞在1973年提出的劳动市场博弈模型,它是信号博弈的典型代表。按照信号博弈的表达方法,该博弈可表述如下:

(1) 自然随机决定一个员工的生产能力 η,η 有高、低两种可能,分别记为 H 和 L,并且自然选择生产能力高低的概率 $p(\eta=H)$ 和 $p(\eta=L)$ 是员工和厂商的共同知识。

(2) 员工清楚自己的生产能力属于高还是低,然后选择受教育水平 $e \geqslant 0$。

(3) 有两个厂商同时观察到员工的受教育水平,再同时提出愿支付给员工的工资率。

(4) 员工接受工资较高的一份工作。若两个厂商的工资相同,则(抛硬币)随机决定为谁工作,并且用 w 表示员工接受工作时的工资率。

模型中,受教育水平变量 e 可以是小学、中学、专科、本科、研究生,或者学士、硕士、博士等学历学位等级,也可以是学习年限、修读课程数量和成绩绩点等,甚至可以考虑所读学校质量优劣的权重系数。为了方便分析,这里把教育水平 e 当作连续变量处理。

模型引进两个厂商的目的是为了体现厂商间竞争对厂商行为和市场均衡的影响。由于未雇到员工的厂商得益为 0,两个厂商的竞争会使厂商的期望得益趋向于 0,这意味着厂商的均衡策略是让工资接近生产率。

在这个博弈中,员工得益为 $w-c(\eta, e)$,其中 $c(\eta, e)$是能力 η 教育 e 员工供给劳动的成本;雇到该员工的厂商得益 $y(\eta, e)-w$,其中 $y(\eta, e)$为该员工的生产率;没雇到该员工的厂商得益 0。该博弈中,员工选择的教育是员工生产能力高低的信号,这是一个信号博弈。这个信号博弈的信号接收方是两个而不是一个,这是一个 3 个博弈方之间有同时选择的两阶段不完全信息信号博弈。

不完全信息给低素质能力员工提供了伪装成高素质能力的机会,伪装方法是接受较多教育。是否伪装取决于伪装的代价,也就是受更多教育的成本,与获得较高工资相比是否合算。当 $w^*(L)-c[L, e^*(L)]<w^*(H)-c[L, e^*(H)]$ 时,低能力员工会选择接受较多教育,伪装成高能力;当 $w^*(L)-c[L, e^*(L)]>w^*(H)-c[L, e^*(H)]$ 时,低素质员工最好还是老实承认低能力,不应该盲目追求高教育、高学历。

这个博弈同样存在合并均衡、分开均衡和混合均衡。首先讨论合并完美贝叶斯均衡。合并均衡指不同素质能力的员工选择相同教育水平的均衡,记这个教育水平为 e_p,可以理解为企业提出的高中学历、本科学历、211 大学毕业、成绩前 20%等教育水平的要求。这时候教育水平不能反映素质能力,因此判断 $p(H \mid e_p)=p(H)$。即员工受教育 e_p 的情况下,高能力的概率与自然决定工人高能力的概率相同,这个判断是根据贝叶斯法则和员工策略形成的,符合完美贝叶斯均衡的要求。

根据上述判断,两个厂商选择的均衡水平应为

$$w(e_p)=p(H)y(H,e_p)+(1-p(H))y(L,e_p) \tag{7.2}$$

完美贝叶斯均衡还要求设定员工教育为非均衡的 $e\neq e_p$ 时，厂商的判断和选择 $w(e)$，以及证明两类员工对厂商策略的最佳反应都是 $e=e_p$。可以设在 $e\neq e_p$ 时，厂商判断员工肯定为低能力，即

$$p(H\mid e)=\begin{cases}0 & \text{当 } e\neq e_p \text{ 时}\\ p(H) & \text{当 } e=e_p \text{ 时}\end{cases}$$

他们的完整策略为

$$w(e)=\begin{cases}y(L,e) & \text{当 } e\neq e_p \text{ 时}\\ w(e_p) & \text{当 } e=e_p \text{ 时}\end{cases}$$

式中 $w(e_p)$的表示式为(7.2)式。

一个能力 η 员工的序列理性选择 e 应该满足

$$\max_e[w(e)-c(\eta,e)]$$

由于只有当 $e=e_p$ 时，工资 $w(e)=w(e_p)$；$e\neq e_p$ 时，工资 $w(e)=y(L,e)$，$w(e_p)>y(L,e)$。当 $w(e_p)-c(\eta,e_p)\geqslant y(L,e)-c(\eta,e)$ 时，员工选择 e_p。该不等式逆转时，员工应该选择使 $y(L,e)-c(\eta,e)$ 取最大值的教育水平。如果两种类型员工的生产率、教育成本都满足该不等式，e_p 就是员工的合并完美贝叶斯均衡策略。

现在再看本博弈什么情况下存在分开完美贝叶斯均衡。分开均衡意味着不同能力的员工选择不同的教育水平 $e^*(H)$和 $e^*(L)$，这时候员工选择的教育水平将反映出员工能力的类型。而厂商的判断是 $p[H\mid e^*(H)]=1$，$p[L\mid e^*(H)]=0$，$p[H\mid e^*(L)]=0$，$p[L\mid e^*(L)]=1$。如果考虑到教育水平不止高、低两种，则可将上述判断改为

$$p[L\mid e^*(H)]=\begin{cases}0 & \text{当 } e<e^*(H)\\ 1 & \text{当 } e\geqslant e^*(H)\end{cases}$$

厂商的序列理性策略是

$$w(e)=\begin{cases}y(L,e) & \text{当 } e<e^*(H)\\ y(H,e) & \text{当 } e\geqslant e^*(H)\end{cases}$$

因为 $e^*(H)$ 是高能力员工对工资函数 $w(e)=y(H,e)$ 的最佳反应，因此也是对厂商策略的最佳反应。对低能力的员工，$e^*(L)$ 是其对工资函数 $w(e)=y(L,e)$ 的最佳反应，当 $w^*(L)-c(L,e^*(H))\geqslant w^*(H)-c(L,e^*(H))$ 时，$e^*(L)$ 也是其对厂商策略的最佳反应。因此，在上述不等式成立的前提下，上述不同类型员工分别选择不同的教育水平，厂商给出不同的工资，以及相应的判断，构成一个分开完美贝叶斯均衡。

上述合并均衡和分开均衡都是纯策略完美贝叶斯均衡，除了这两种均衡以外，本博弈也存在混合策略的完美贝叶斯均衡，或称为“混合均衡”。混合均衡一般是高能力类型的员工选择同样的教育水平，而低能力类型的员工则在与高能力员工相同的教育水平，以及某种不同的教育水平之间随机选择。

设高能力员工都选择教育 e_H^*，而低能力的员工则分别以概率 π 和 $1-\pi$ 在 e_H^* 和 e_L^* 之间随机选择。这样，厂商的符合员工策略和贝叶斯法则的判断为

$$
\begin{aligned}
&p(H\mid e^*_H)=\frac{p(H)}{p(H)+(1-p(H))\cdot\pi}\\
&p(L\mid e^*_H)=1-p(H\mid e^*_H)\\
&p(H\mid e^*_L)=0\\
&p(L\mid e^*_L)=1
\end{aligned}
$$

上述判断反映了下列几个方面：①由于一部分低能力的员工选择 e_L^*，因此选择教育 e_H^* 的员工中高能力的比例比在所有员工中的比例要高，即 $p(H\mid e^*_H)>p(H)$；②当 $\pi\to 0$，只有很少低能力员工选择受高教育，因此 $p(H\mid e^*_H)\to 1$，即受教育程度基本能反映能力水平；③当 $\pi\to 1$，即低能力员工也都倾向于受高教育时，$p(H\mid e^*_H)\to p(H)$，受教育程度几乎与能力水平无关；④受低教育说明员工肯定是低能力的。

为了使低能力员工愿意在 e_H^* 和 e_L^* 之间随机选择，高教育员工的工资 $w^*(e_H^*)$ 和给低教育员工的工资 $w^*(e_L^*)=w^*(L)$ 必须满足

$$
w^*(L)-c(L,e^*_L)=w^*(e^*_H)-c(L,e^*_H)\tag{7.3}
$$

即低能力员工选择低教育的得益与选择高教育的得益相同。当然，其中 e_L^* 是使 $w(L)-c(L, e_L)$ 取最大值的 e_L，而 e_H^* 是使高能力工人的得益 $w(e_H)-c(H, e_H)$ 取最大值的 e_H。

在给定员工的上述混合策略和厂商的前述判断的情况下，厂商的均衡策略为：当员工受教育为 e_L^* 时，支付工资为 $w^*(L)=y(L, e_L^*)$；而当员工受教育为 e_H^* 时，厂商支付工资为

$$w^*(e_H^*)=\frac{p(H)}{p(H)+(1-p(H))\cdot\pi}\cdot y(H, e_H^*)$$
$$=\frac{(1-p(H))\pi}{p(H)+(1-p(H))\pi}\cdot y(L, e_H^*)$$

因为不管员工选择的教育是 e_H^* 还是 e_L^*，在厂商的策略和其相应的判断下，上述工资率都等于生产率或期望生产率，因此是均衡的。对员工来说，在满足(7.3)式的前提下，给定厂商的策略，前述混合策略也是他的最佳反应。这就证明了，双方策略在前述判断下都是序列理性的，而且反过来判断的形成又符合均衡策略和贝叶斯法则，因此这是一个混合策略的完美贝叶斯均衡，或者说混合均衡。

7.4 不完全信息工会厂商谈判

第三章讨论过一个工会和厂商之间的完全和完美信息劳资动态博弈。实际上，工会和厂商的博弈中信息往往是不完全的，工会一般很难完全了解厂商盈利或亏损的真实情况。此外，工会和厂商之间的问题也并不总是在和平气氛中解决的，往往要到发生罢工时才能迫使厂商坐下来谈判。这里讨论一种已经发生罢工，必须限期达成结果的背景下，工会和厂商谈判的不完全信息动态博弈。为了简单起见，假设谈判内容只有一个，就是工资总额。

假设厂商支付工资前的利润 π 是厂商的内部信息，工会无法知道，但工会只知道厂商利润标准分布于区间[0, 1]上。假设工人没有其他工作机会，不被该厂商雇佣收入为 0。再假设厂商和工会之间的谈判最多进行两个回合，每个回合先由工会提出工资要求，再由厂商选择是否接

受。如果第一个回合厂商接受工会的工资要求，则博弈结束；若厂商拒绝，则开始第二个回合。如果第二个回合厂商不接受，则表示厂商不再雇佣工会的工人；协议在第二个回合达成，双方得益都要打折扣，折算成第一个回合得益的折算系数为 δ，反映时间价值、谈判成本和生产损失等。

设工会第一个回合提出工资总额要求 w_1，第二个回合提出 w_2。第一个回合厂商就接受工会要求双方得益为工会 w_1、厂商 $\pi - w_1$，第二个回合才达成协议则双方得益为工会 δw_2、厂商 $\delta(\pi - w_2)$，如果第二个回合仍达不成协议，则双方得益都是 0。

本博弈完美贝叶斯均衡的推导比较复杂。为了使读者更容易清楚分析思路，先直接给出该博弈唯一的完美贝叶斯均衡：

(1) 工会第一回合要求工资

$$w^*_1 = \frac{(2-\delta)^2}{2(4-3\delta)}$$

(2) 如果厂商的利润 π 超过

$$\pi^*_1 = \frac{2-\delta}{4-3\delta}$$

则厂商接受 w_1^*，否则拒绝 w_1^*。

(3) 如果第一回合工资要求被拒绝，工会对厂商利润的判断修改为标准分布于 $[0, \pi_1^*]$，第二回合要求工资

$$w^*_2 = \frac{1}{2}\pi^*_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2-\delta}{4-3\delta} = \frac{2-\delta}{2(4-3\delta)}$$

(4) 如果厂商利润 π 超过 w_2^*，则接受该工资要求，否则仍然拒绝。

容易证明上述策略组合和判断是完美贝叶斯均衡。在该均衡中，每个回合都是利润高于临界值时厂商会接受工会的工资，否则会拒绝。在该均衡中，低利润的厂商会忍受如一阶段的罢工损失，以迫使工会降低工资要求。但如果利润太低，则即使较低的工资要求厂商也无法接受，只能拒绝。

现在分析，为什么本博弈中厂商和工会的完美贝叶斯均衡一定是上述策略组合。仍然用类似逆推归纳法的思路，从第二个回合开始讨论双

方的序列理性策略。

先看第二个回合厂商的选择。对厂商来说，这是最后的机会，拒绝意味着得益0，因此只要 $\pi > w_2^*$，接受是他唯一的理性选择。此时，厂商的得益为 $\delta(\pi - w_2^*) > 0$。

再看第二回合工会的选择。首先，工会知道厂商在该阶段的选择方式，即厂商会以 $\pi > w_2^*$ 是否成立作为选择标准；其次，工会此时判断厂商的利润标准分布于 $[0, \pi_1]$（π_1 的值在第一回合讨论）。因此工会选择的 w_2^* 要使自己的期望得益最大化，即

$$\max_{w_2}(w_2 \cdot p_{2a} + 0 \cdot p_{2r})$$

式中 p_{2a} 和 p_{2r} 分别是厂商接受和拒绝 w_2 的概率，$p_{2a} = p\{\pi > w_2\}$ 和 $p_{2r} = \{\pi \leqslant w_2\}$。根据工会对厂商利润的判断，$p_{2a} = p\{\pi > w_2\} = (\pi_1 - w_2)/\pi_1$，而 $p_{2r} = \{\pi \leqslant w_2\} = w_2/\pi_1$。因此上述最大值问题变成

$$\max_{w_2}\left[w_2\left(\frac{\pi_1 - w_2}{\pi_1}\right)\right]$$

可解出工会的最佳选择 $w_2^* = \pi_1/2$。因而，如果博弈进行到第二回合，并且厂商接受要求，则双方的得益为：工会 $\delta\pi_1/2$，厂商 $\delta(\pi - \pi_1/2)$。

现在回到第一回合。对厂商来说，他已经知道如果谈判进行到第二回合，能够得到的最大得益是 $\delta(\pi - \pi_1/2)$。因此，第一回合厂商接受 w_1^* 的条件，是接受得益 $\pi - w_1 \geqslant \delta(\pi - \pi_1/2)$，整理可得

$$\pi \geqslant \frac{w_1^* - \delta\pi_1/2}{1 - \delta}$$

也就是说，当厂商的利润 π 满足上述不等式时，他选择接受 w_1^*，否则不接受。上述不等式的右边就是前面所设的 π_1，令

$$\pi_1 = \frac{w_1^* - \delta\pi_1/2}{1 - \delta}$$

解得

$$\pi_1 = \frac{2w_1^*}{2 - \delta}$$

工会了解厂商第一回合的上述决策方式及第二回合的结果。工会选择的工资 w_1^* 要使自己的期望得益最大，即满足

$$\max_{w_1}[w_1 \cdot p_{1a} + \delta w_2(w_1) \cdot p_{ra}]$$

式中 p_{1a} 表示第一个回合厂商接受 w_1 的概率，$p_{1a} = 1-\pi_1 = 1-2w_1/(2-\delta) = (2-\delta-2w_1)/(2-\delta)$；$p_{ra}$ 表示第一回合拒绝但第二回合接受的概率，$p_{ra} = p_{1r} \cdot p_{2a} = 2w_1/(2-\delta) \cdot (\pi_1 - w_2)/\pi_1 = 2w_1/(2-\delta) \cdot (\pi_1 - \pi_1/2)/\pi_1 = w_1/(2-\delta)$。代入上式，得

$$\max_{w_1}\left(w_1 \frac{2-\delta-2w_1}{2-\delta} + \delta \frac{w_1}{2-\delta}\frac{w_1}{2-\delta}\right)$$

$$= \max_{w_1} \frac{(2-\delta)^2 w_1 - 2(2-\delta)w_1^2 + \delta w_1^2}{(2-\delta)^2}$$

解之得 $w_1^* = (2-\delta)^2/[2(4-3\delta)]$。

把 w_1^* 代入上述各式得出 π_1^*、w_2^* 等，正好与开头给出的策略组合中数值相同。这就证明了该策略组合在相应判断下满足完美贝叶斯均衡的序列理性要求。很容易证明完美贝叶斯均衡关于判断的要求也是完全满足的。因此上述策略组合和相关判断是本博弈唯一的完美贝叶斯均衡。

本博弈中假设的[0，1]区间上标准分布的利润可以推广到更一般的情况，也可以让讨价还价进行更多的回合等。

本章内容提要

本章讨论了不完全信息动态博弈。第一节先介绍了古玩交易、求婚问题等几个例子，并对不完全信息动态博弈中的类型和海萨尼转换作了简单说明。第二节介绍了声明博弈，讨论了声明在传递信息方面的作用，声明能有效传递信息的条件等，介绍了离散型声明博弈模型和连续型声明博弈模型。声明博弈分析得出的结论是，此类博弈能否有效传递信息主要取决于声明方和行为方偏好和利益的一致程度。第三节进一步介绍通过有成本代价的各种实质行为传递信息的信号博弈问题，对行为的信息传递作用作了讨论，介绍了信号博弈模型及其完美贝叶斯均衡分析方法，进而分析了股权换投资和劳动市场信号博弈，揭示了教育的信号机制

作用等。第四节讨论了不完全信息的劳资博弈，即在工会不完全了解厂商利润情况的条件下，工会和厂商之间关于工资的议价博弈问题。

本章基本概念

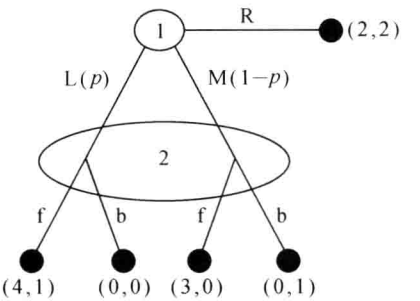
不完全信息动态博弈(动态贝叶斯博弈) 声明博弈 离散型声明博弈 连续型声明博弈 声明方和行为方 部分合并均衡 信号机制 信号发出方和信号接收方 信号博弈 完美贝叶斯均衡 股权换投资 劳动市场信号博弈 不完全信息的工会和厂商谈判

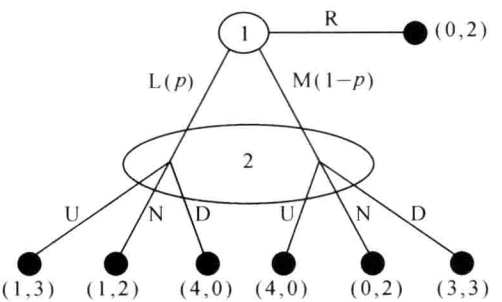
思考练习题

1. 为什么口头声明有时能有效传递信息，但另一些时候却又不能？

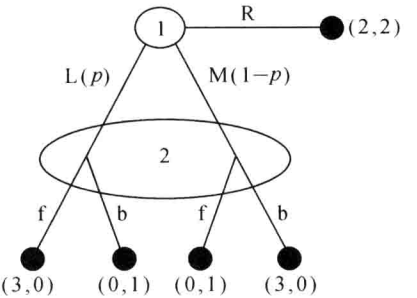
2. 能够传递信息的行为有怎样的特征？信号机制起作用的基本条件是什么？

3. 找出下列两个扩展形表示的动态贝叶斯博弈各自的全部纯策略纳什均衡、完美贝叶斯均衡。





4. 说明下图扩展形所示博弈无纯策略完美贝叶斯均衡，找出它的混合策略完美贝叶斯均衡。



5. 在一个声明博弈中，假设声明方出现三种类型的可能性相等，如果声明方的各种类型和行为方的各种行为组合时双方得益如下列得益矩阵中所示，其中每个数组的第一个数字为声明方得益，第二个数字为行为方得益。求该博弈的纯策略完美贝叶斯均衡。

		行为方		
		a_1	a_2	a_3
声明方	t_1	0, 1	1, 0	0, 0
	t_2	0, 0	1, 2	0, 0
	t_3	0, 0	1, 0	2, 1

6. 设买方和卖方对交易商品的估价分别为 v_b 和 v_s，但只有卖方有能力独立形成估价，买方没有独立形成估价的能力，买方的估价取决于卖方的估价 $v_b = k \cdot v_s$，其中 $k > 1$ 是双方的共同知识。假设卖方的估价 v_s 标准分布于[0, 1]区间，真实情况只有卖方自己知道(从而也知道 v_b)，买方既不知道 v_s，也不知道 v_b，只知道 v_s 的分布。如果由买方出一个价格 P，然后卖方选择接受或拒绝。问对于 $k < 2$ 和 $k > 2$ 的两种情况，该博弈的完美贝叶斯均衡分别是什么？

第八章　博弈学习和进化博弈论

本章介绍博弈学习理论和进化博弈论。这两种有密切联系的理论本质上都是有限理性问题引出来的，既是对完全理性假设基础上博弈分析问题的弥补，也是博弈分析和均衡选择的重要方法，对于更好地认识社会经济和自然的发展规律也有重要作用，是现代博弈论非常重要的研究领域。本章将介绍这两种理论的基本原理、方法和一些经典应用模型。

8.1　有限理性和博弈分析

8.1.1　有限理性问题

有限理性即指博弈方存在理性局限。前六章介绍的博弈理论，除了颤抖手均衡和风险上策均衡等少数地方考虑博弈方可能犯错误以外，都要求博弈方是完全理性的，符合经济学的理性人假设，即始终以个体利益或效用最大化为目标，有完美的分析判断和决策执行能力，且不会犯任何错误。博弈的策略互动性还进一步要求满足比一般理性人的个体理性更复杂的“理性共同知识”要求[①]，即要求每个博弈方不仅自己理性，还能确定对方同样理性，确定对方确定自己是理性的，确定对方确定自己确定对方是理性的，……

对博弈方的理性要求如此高的原因，不是博弈理论家有完美主义情

① 关于理性共同知识的意义和性质等可参见文献《纳什均衡论》的脏脸推理问题、无投机定理部分。

结，而是因为这些要求能给博弈分析带来方便，让博弈分析更加可靠。因为理性能力完美意味着决策者的行为逻辑清楚统一，可以用标准方式进行模拟，用数学优化方法推断；而理性程度低意味着行为逻辑方式的复杂性，模拟博弈方行为和分析预测博弈结果会很困难。如果博弈方是理性人但不满足理性共同知识要求，则可能因为博弈方之间缺乏理性的互信，担心对方犯错误或担心对方担心自己犯错误等，导致判断和决策困难，博弈过程难以预料，博弈分析也会非常麻烦。

第二章的猎鹿(stag-hunting)博弈，如图 8.1(同图 2.35)，是体现上述观点的典型例子。该博弈有两个纳什均衡(鹿，鹿)和(兔，兔)，前者更是帕累托上策均衡。如果两个博弈方都完全理性，而且相互信任对方的理性，结果应该是(鹿，鹿)。但如果至少一方有理性局限，如缺乏价值判断能力，就无法保证双方都选择鹿。即使双方都是理性的，但相互对对方的理性程度不了解，结果也很难说。因为两博弈方可能相互怀疑对方的理性，或担心对方怀疑自己的理性，担心对方担心自己怀疑对方的理性等，从而害怕双方步调不一致而放弃抓鹿。事实上，只要对方有一半可能性选抓兔，自己抓鹿的期望得益 2.5 就小于抓兔的安全利益 3，抓鹿就不是好的选择。而且上述疑忌会越琢磨越强化，最终导致双方都越来越害怕被对方坑，只能选择抓兔的安全策略，只能实现效率较低的风险上策均衡。

		博弈方 2	
		鹿	兔　子
博弈方 1	鹿	5，5	0，3
	兔	3，0	3，3

图 8.1　猎鹿博弈

当然，两个博弈方有理性局限时也可能抓鹿。但这可能是博弈方风险意识淡薄、盲目信任对方的表现，而不是理性决策的确定性结果，可靠性肯定没有保障。除非双方都完全理性，而且这是双方的共同知识，帕累托上策均衡(鹿，鹿)的预测能力才有保障。这正是博弈模型通常把理性人作为基本假设，把理性共同知识作为潜规则的根本原因。

但坚持对博弈方理性的高要求也会带来问题，因为这对现实的决策行为者来说太苛刻了。如果一个人做错过数学题，必须花一些时间才能学会一个新游戏，记不住经历过的全部事情，或失手打碎过杯盘，就是有理性局限性的。许多博弈模型研究的社会经济问题和决策环境非常复杂，博弈关系包含复杂的依存关系，假设博弈方面对这些问题时总能通过

理性分析找到和实施最优策略，也不会因为遗忘、失误、任性等偏离最佳选择，而且总有足够的相互信任和默契，显然是不切实际的。承认博弈方普遍存在理性局限，才是博弈分析者自身比较理性的态度。

因此，尽管完全理性假设能给分析带来很大便利，但要保证博弈分析的理论和应用价值，必须突破完全理性假设，考虑博弈方有限理性的情况。博弈方存在理性局限的情况称为“有限理性”(bounded rationality)。存在有限理性博弈方的博弈称“有限理性博弈”。博弈方都有完全理性则称“完全理性博弈”。

有限理性意味着至少部分博弈方会偏离完全理性博弈的均衡策略，静态博弈的纳什均衡分析、动态博弈的子博弈完美均衡分析、不完全不完美信息博弈的贝叶斯纳什均衡或完美贝叶斯均衡分析等都可能失效，必须调整和发展博弈分析的思路和方法。

考虑有限理性，其实不仅可能克服完全理性博弈理论的现实性缺陷，也可以开拓更广阔的博弈论研究领域。有限理性博弈和相关研究已经成为博弈论和现代经济学的重要组成部分。

8.1.2 有限理性博弈分析方法

有限理性博弈显然比完全理性博弈更加复杂。因为理性局限包含许多方面，局限程度也有差异，这意味着有限理性博弈方的行为方式非常复杂。从20世纪上半叶起，经济学家开始用实验方法研究决策行为，发展出实验经济学、行为经济学等新兴学科。但此类研究有很大局限性，很难把握复杂现实环境中人们决策行为的全部特征。博弈论只能根据理性局限的不同层次角度和不同的分析处理方法，选择一些典型类型构建模型，发展相应的有限理性博弈分析方法。

例如，现实中许多博弈方的决策分析能力其实相当强，只是会犯偶然性的错误。这种情况下，完全理性假设博弈分析的主要问题是纳什均衡是否具有稳健性，或者博弈均衡对偶然错误是否敏感，如第三章介绍的颤抖手均衡就是针对这种问题的。另一种典型情况是部分或者全部博弈方本身理性程度较高，但其他博弈方可能非理性或相互缺乏关于理性的信任。在这种情况下，理性程度高的博弈方会采用第二章介绍的风险上策均衡。风险上策均衡可以理解成理性博弈方考虑对方有限理性，或者双

方缺乏理性互信情况下的安全策略。这种策略也是有限理性问题引起的，但本质上是处理风险的超级理性博弈均衡。

有限理性也可以通过决策和寻找最优策略的成本反映。理性局限程度对应决策成本的高低，决策成本高低则影响决策方式和策略选择。有限理性的博弈方可能放弃高成本的最优决策方法，采用低成本的经验法则决策，或者采用次优策略、满意策略。考虑决策成本，引进满意策略、经验法则决策方式等也是有限理性博弈模型的组成部分。当然，决策者主动承认理性局限，理性选择成本较低的决策方法，从自我认知的角度也是一种较高的理性境界。

有些博弈方缺乏博弈分析和预见能力，不能在准确预期环境变化的基础上决策，但有事后分析总结能力，可以利用前期博弈结果、经验帮助后期决策行为。这种博弈方虽然不能一开始就找到均衡策略，但能通过试错不断寻找更好的策略。分析此类有限理性博弈方的博弈，必须引入通过试错学习调整策略的机制。有这种学习机制的博弈模型，称为“博弈学习模型”。

博弈学习模型有很强的现实依据，也是研究应用较多的有限理性博弈模型。根据策略调整方式的不同等可以构造很多博弈学习模型，对于更好地理解社会经济中的互动关系和博弈均衡也有重要启发。

博弈学习模型考虑的博弈方理性程度仍然是比较高的，常常超过现实决策者的实际理性层次。很多现实决策者不仅没有预见能力，也没有一般的优化分析能力，主要通过模仿选择策略，还容易盲目行为。这种低理性博弈方的决策行为，并不适合用博弈学习模型分析。分析这类博弈方行为的模型必须包含某种策略模仿机制，进化博弈论的复制动态（模仿者动态）就是包含这种策略模仿机制的模型。

因为模仿行为需要模仿对象，因此讨论模仿行为需要以群体行为作为基础。而且低理性使得个体行为是否存在可靠规律性本身存在疑问，只有在群体尺度上考察群体成员的平均策略才更有意义。这与研究水分子运动有意义的方法，不是追踪单个分子的运动轨迹，而是测量包含大量水分子的水体温度是同样道理。因此，复制动态模拟的并非单个博弈方的策略复制，而是相似博弈方构成的群体成员相互模仿导致特定策略采用比例变化的动态机制。

纳什早就用群体成员采用各种策略的比例解释过纳什均衡。在考虑理性局限导致个体行为缺乏稳定规律情况下纳什均衡的意义时，纳什提出了纳什均衡的群体行为解释。该解释强调可以放弃对博弈方理性能力的大部分要求，只要求博弈方能积累各种策略被采用时相对优势的信息，并采用其中表现最优的纯策略。纳什虽然没有提出复制动态概念，但上述解释明显隐含了复制动态的思想。

进化博弈论超越以往个体行为推理意义上的有限理性博弈分析，从群体行为特征动态变化和稳定性角度研究有限理性博弈规律。这是有限理性博弈论的方法论创新。进化博弈分析的核心是模仿导致优势策略比重增长的复制动态动力学机制，关键是复制机制的定态(steady state)，以及定态的收敛性和稳定性问题。具有收敛性和稳定性的复制动态定态称为“进化稳定策略”。复制动态和进化稳定策略是进化博弈论的两大核心概念。

有限理性情况和研究角度的差异性，决定了有限理性博弈分析方法的多样性。每种有限理性博弈模型有各自的适用情况，也有各自的局限性。本章主要介绍两种最重要的有限理性博弈模型，一是少数有快速学习能力的有限理性博弈方之间的博弈学习模型，包括最优反应动态模型和虚拟行动模型；二是对博弈方的理性要求很低的进化博弈模型。

8.2 博弈学习模型

本节介绍最优反应动态(best response dynamics)和虚拟行动(fictitious play)两种博弈学习模型。前者模拟的是博弈方对自身情况比较清楚，但缺乏预测对手行为的能力，只能根据对手的当前策略反应的情况。后者考虑的博弈方同样缺乏准确预见能力，但能根据历史行为形成某种判断对手策略的主观概率分布的情况。

博弈学习模型引进学习机制，意味着必须反复进行类似的博弈。这里的反复博弈与第四章讨论的重复博弈有很大差别。因为后者博弈方有完全理性甚至超级理性，不仅有一次性博弈要求的最优决策能力，而且能把重复博弈作为整体通盘考虑，构造复杂的子博弈完美纳什均衡策略；而

前者博弈方不仅没有通盘考虑和构造子博弈完美纳什均衡策略的能力，甚至无法推理出一次性博弈的最优策略，博弈过程和结果都有很大差别。

8.2.1　最优反应动态

最优反应动态是讨论最多的博弈学习模型。最优反应动态假设由于博弈方不了解对方得益函数或缺乏博弈意识等原因，无法在正确预期对方行为的前提下找到均衡策略，初始决策有盲目性，但博弈方了解自身得益函数，可以事后看到对手策略(组合)，并采用最优对策。

最优反应动态中，博弈方调整策略可以同时或者先后进行，也可能根据对方的策略变化再次调整。如果最优反应动态能收敛到某个双方最优的策略组合，可以用该策略组合预测长期中博弈的结果。如果并不收敛到任何策略组合，而是不断循环反复或者越来越发散，则长期中双方策略和博弈结果不稳定，预测比较困难。因此，最优反应动态是否收敛和收敛的条件，均衡是否唯一和收敛速度快慢，正是这类有限理性模型的关键问题。影响模型收敛性的主要因素：一是模型本身的设定和性质，包括博弈模型本身是否存在均衡和均衡是否唯一等；二是博弈学习过程的初始出发点，因为初始出发点不同，收敛到的稳态均衡可能也不同，初始步调不一致甚至可能导致最终无法收敛到稳态。

有限理性决定了博弈方可能犯各种错误，难以始终坚持同样的策略调整方式。因此，很难排除最优反应动态的策略调整过程偏离预期动态路径的可能性，也无法排除达到均衡后再次偏离的可能性。所以，最优反应动态必须考虑收敛过程、均衡的稳健性，也就是博弈方偏离收敛路径、均衡后能否恢复的问题，否则也会影响这种博弈模型分析的预测作用和价值。

为了比较容易理解最优反应动态的原理、方法和作用，下面以一些具体模型为基础进行介绍分析。

一、古诺调整过程

古诺(Cournot)1838 年提出其产量决策的古诺模型时，讨论过如果寡头无法一开始就找到古诺均衡产量，往往会根据对手的(上期)产量调整自己的产量，在满足一定条件下会逐步收敛到均衡产量。这种产量调整过程被称为“古诺调整”。古诺调整是典型的最优反应动态，古诺调整

的思想某种意义上正是最优反应动态分析方法的起点。

这里以第二章的古诺模型为例说明古诺调整及其收敛性。该模型设两寡头厂商供应同样的产品，厂商 1 产量 q_1，厂商 2 产量 q_2，市场总产量 $Q=q_1+q_2$。市场出清价格 $P=P(Q)=8-Q$。两个厂商生产都无固定成本，边际成本 $c_1=c_2=2$。两个厂商同时决策，两博弈方得益函数分别为 $u_1=q_1P(Q)-c_1q_1=6q_1-q_1q_2-q_1^2$ 和 $u_2=q_2P(Q)-c_2q_2=6q_2-q_1q_2-q_2^2$，双方反应函数分别为 $q_1=R_1(q_2)=3-\frac{q_2}{2}$ 和 $q_2=R_2(q_1)=3-\frac{q_1}{2}$。如果双方都是有预见能力的完全理性博弈方，双方都将选择古诺均衡产量 2 单位。

如果两个博弈方都有理性局限，如知道自己的利润函数和反应函数，但不知道对方的利润和反应函数，甚至没有预见能力，一次博弈时就很难作出正确的产量选择。例如，厂商 1 可能盲目猜测对方生产 1 单位，因此选择生产 2.5 单位；厂商 2 根本没有意识到存在竞争对手，因此选择生产 3 单位。但第一次博弈结果出来后，两寡头就可能根据对方产量和自己的反应函数调整产量。

把厂商 2 的 3 单位和厂商 1 的 2.5 单位分别代入厂商 1 和厂商 2 的反应函数，很容易得到两个厂商第二期将分别选择 1.5 和 1.75 单位产量；然后再把这两个产量代入厂商 1 和厂商 2 的反应函数，可以得到第三期双方的产量为 2.125 和 2.25；依次类推，可得第四期双方产量为 1.875 和 1.937 5；……不难看出，上述动态调整过程趋向于向两个厂商各生产 2 单位产量，也就是完全理性博弈的古诺产量，唯一的纯策略纳什均衡收敛。一旦双方产量达到(2, 2)，最优反应动态将不会改变产量，因此这个产量组合是该模型古诺调整过程的“定态”。

如果改变上述古诺调整过程的初始状态，或者试探两个厂商在上述调整过程中犯各种错误情况的调整过程，可以发现不同初始出发点的古诺调整都会收敛到该稳定状态。调整过程受到干扰也不影响收敛趋势，发生任何偏离后都会再调整回来。因此，这个定态具有对各种扰动的稳健性，可以称为“稳定的定态”(stable steady state)。读者可以自行试验。

如果把古诺模型改成动态博弈，也就是两博弈方依次而不是同时选

择，古诺调整也会收敛到两寡头各生产 2 单位的古诺产量。这与完全理性的动态博弈(斯塔克博格模型)有明显不同，完全理性动态博弈中先决策厂商有先行优势，两个厂商的均衡产量差别很大。读者不妨自己分析一下这是为什么。

需要注意的一个问题是，上述古诺调整过程的收敛性其实是有条件的，不管两寡头是否同时反应，上述动态调整过程收敛的充分条件为两寡头的反应函数满足 $\left|\frac{dR_1}{dq_2}\right|\left|\frac{dR_2}{dq_1}\right|<1$。其中，两个导数为两个寡头反应函数的斜率。

另一个需要注意的问题是，古诺调整过程的逻辑基础是两个寡头始终假设对方当前产量不变，但这个逻辑基础是值得推敲的。因为在连续几次发觉对方产量变化的情况下，仍然假设下期对方当前产量保持不变很难令人信服。反复出错通常会促使两个寡头开始预测对手今后的产量，从而提升他们的理性程度，形成真正的博弈意识等。

二、西瓜甜瓜博弈

对于博弈意识和能力存在局限的博弈方来说，即使只有很少几种策略选择，也不一定能预测对手的行为，找出博弈均衡策略。因此最优反应动态的逻辑也适用于只有少数离散策略的博弈。我们通过例子介绍这种博弈的最优反应动态。

比较典型的例子是农业生产中的种植品种选择博弈。假设某地区有两个农场在种植西瓜和甜瓜之间进行选择。由于市场需求有限，如果两个农场种植品种相同，则相互竞争会导致价格下跌，双方都无法盈利。如果双方种植品种不同，则独家种植西瓜利润为 8，独家种植甜瓜利润为 5。两个农场的产品选择博弈，如图 8.2 所示。

		农场 2	
		西瓜	甜瓜
农场 1	西瓜	0，0	8，5
	甜瓜	5，8	0，0

图 8.2　西瓜甜瓜博弈

容易看出，该博弈有两个纯策略纳什均衡(西瓜，甜瓜)和(甜瓜，西瓜)，对应双方利润为(8，5)和(5，8)。如果两个博弈方不能预先达成协议或默契，很难保证实现两个均衡之一。即使博弈方都是完全理性的，协调默契也是一个难题。如果两个博弈方有理性局限，如根本不知道存在

竞争对手,或者不知道对方选择会影响自己的利润,两个博弈方在选择时就不会考虑对方的选择,更难保证实现均衡结果。

现在假设这两个农场之间的博弈不是一次性的,而是每年都要进行的长期反复博弈。假设两个博弈方都有理性局限,没有能力直接找到博弈均衡,但是能根据当年市场情况调整来年的种植品种。这正是符合最优反应动态假设的有限理性博弈问题。

假设第一年双方都在追求更高利润意愿的驱动下种了西瓜,结果是都白辛苦一年,没有得到任何利润。白辛苦一年的惨痛教训迫使两个农场放弃倒霉的西瓜,来年改种上年双方都没有种的甜瓜,因为种甜瓜正是对于对方种西瓜的最优对策。但这种调整并不能改善他们的命运,因为双方第二年又会在甜瓜上撞车,仍然会白辛苦一年。如果第三年两个农场仍然按最优反应动态确定种植品种,悲剧将继续,又会在西瓜上撞车,如此将形成循环撞车的死结。这种悲催结果的背后是离散策略动态反应的跳跃性,影响了最优反应动态的收敛性,最终导致双方策略的循环错配。

上述最优反应动态揭示的循环错配问题,具有非常重要的现实意义。现实中,农民对竞争对手和市场发展变化缺乏预见性的情况很普遍,选择种养品种时的盲目性有很强的事实根据。如果把两个博弈方理解成两个非相邻的地区而不是两个相邻农场,则盲目决策导致产品撞车的可能性更大。事实上,我国农业生产方面的奶牛、母猪养养杀杀,蒜你狠、豆你玩等农产品价格剧烈波动现象的背后,就有这种最优反应动态造成的循环撞车在起作用。

当然,现实中完全按照最优反应动态刻板行为的农场也许不会很多,在遭遇循环撞车的悲剧时,人们机械坚持陷入死循环的最优反应动态的韧性更值得质疑。通常连续遭遇几次撞车悲剧后,再迟钝的农场也会吸取教训改变决策方式,类似悲剧不可能在同一产品选择博弈中长期持续。

上述最优反应动态撞车悲剧其实与初始选择有很大关系。例如,若第一年两个农场之一由于预见性或其他原因选择了甜瓜而不是西瓜,那么双方一开始的选择就是两个纳什均衡之一。此后最优反应动态会将两个农场的选择固化在该均衡上,除非种甜瓜农场因为妒嫉等突然改种西瓜跟对方非理性竞争,否则完全不会发生撞车的情况。非理性竞争的作

死情况对有限理性博弈方来说当然也是有可能的，但并不符合最优反应动态的逻辑。

此外，即使两个农场一开始确实撞了车，长期中也有摆脱悲剧命运的可能。因为两个农场不一定始终按照最优反应动态调整策略，而是可能受到干扰，或者双方策略调整不同步。例如，第一年双方在（西瓜，西瓜）上撞车，但第二年一户转产甜瓜而另一户因为迟钝（或精明）坚持生产西瓜，就正好实现两个纳什均衡之一，而且后续的最优反应动态会将双方策略固化在该均衡上。这可以理解成双方的理性差异帮助避免了悲剧，实现了有效的均衡。

三、复杂博弈关系的最优反应动态

多数最优反应动态讨论一个博弈方对另一个博弈方反应，或者在多个博弈方的情况下，每个博弈方对其他所有博弈方的策略组合反应。但现实中，博弈关系和反应动态可以更复杂。例如，可能存在多个博弈方，每个博弈方难以观察全部博弈方的策略，只能对部分博弈方策略反应的情况。下面这个每个博弈方对相邻两个博弈方策略反应的 5 博弈方最优反应动态模型，就是典型的例子。

首先假设博弈方之间进行的是图 8.3 中的对称两人静态博弈。这个静态博弈有两个纯策略纳什均衡（A，A）和（B，B），其中后者帕累托优于前者，但前者是风险上策均衡。完全理性博弈方之间进行这个博弈，根据帕累托上策均衡的预测是（B，B），根据风险上策均衡的预测是（A，A），很难对一次性博弈的结果作绝对可靠的预测。如果两博弈方能形成默契、相互协调，就能保证实现帕累托效率均衡（B，B），双方都得到最好的结果。因此这种博弈也被称为“协调博弈”（coordination game）。

		博弈方 2	
		A	B
博弈方 1	A	50，50	49，0
	B	0，49	60，60

图 8.3　协调博弈

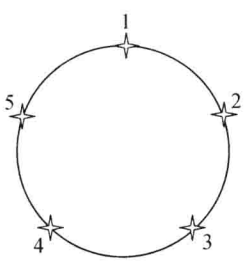


图 8.4　博弈方的分布

假设共有 5 个博弈方分布在图 8.4 中圆周上的 5 个位置（可理解为 5 户居民环山而居），每个博弈方选择策略 A 还是 B，同时与两边邻居进行上述博弈。再假设博弈方都是有限理性的，缺乏

分析交互动态关系和预见的能力，初次博弈时都既可能采用 A，也可能采用 B。最后再假设博弈方能够根据上一期博弈结果，按照最优反应动态进行策略调整。

该反应动态理论上总共有 $2^5=32$ 种可能的初始情况，但其中不少实质上是相同的，旋转圆周或对称反射能完全重合。根据采用 A 博弈方的数量和分布，有实质差异的情况只有无 A、1A、有相邻 2A、有不相邻 2A、有 3 连 A、有非 3 连 A、4A、5A 共 8 种。现在的问题是从这些初始情况出发，5 个博弈方的最优反应动态是否会趋向于一个唯一的稳态？收敛性和稳态是否与初始情况有关？

先分析博弈方最优反应动态的策略调整规则。假设 $x_i(t)$ 为在 t 时期博弈方 i 采用 A 策略邻居的数量，有“0、1、2”3 个可能值。采用 B 策略邻居数量为 $2-x_i(t)$，也有“0、1、2”3 个可能值。针对第 t 期的 $x_i(t)$，博弈方 i 下一期采用 A 得益 $x_i(t)\cdot 50+[2-x_i(t)]\cdot 49$，采用 B 得益 $x_i(t)\cdot 0+[2-x_i(t)]\cdot 60$。当

$$x_i(t)\cdot 50+[2-x_i(t)]\cdot 49>x_i(t)\cdot 0+[2-x_i(t)]\cdot 60$$

即 $x_i(t)>22/61$ 时，博弈方 i 在 $t+1$ 时期会采用 A；而当

$$x_i(t)\cdot 50+[2-x_i(t)]\cdot 49<x_i(t)\cdot 0+[2-x_i(t)]\cdot 60$$

即 $x_i(t)<22/61$ 时，博弈方 i 在 $t+1$ 时期采用 B。由于 $x_i(t)$ 只取“0、1、2”3 个整数，因此上述反应规则即为：t 时期博弈方 i 的两个邻居中只要有一个采用 A，博弈方 i 在 $t+1$ 时期采用 A；如果没有邻居采用 A，博弈方 i 在 $t+1$ 时期采用 B。该规则对 5 个博弈方都适用。

根据上述规则，所有博弈方都采用 A 策略和所有博弈方都采用 B 策略两种情况在最优反应动态下都不会变化，都是该协调博弈最优反应动态的稳态。

初次博弈只有一个博弈方采用 A 的最优反应动态全过程，如图 8.5 所示。其中，5 个博弈方经过 4 个时期的反复策略调整，最终收敛到了所有博弈方都采用 A 的稳态。而且图 8.5 的最优反应动态调整过程中，包含了有两个不相邻博弈方采用 A、3 个非相连博弈方采用 A、4 个博弈方采用 A 几种情况的最优反应动态过程，它们分别需要 3、2 和 1 个时期的调整就可以收敛到都采用 A 的稳态。

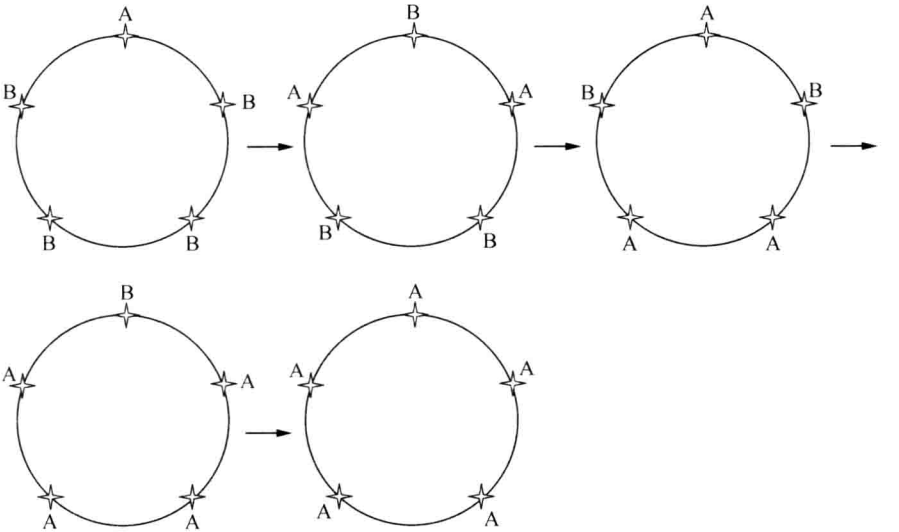


图 8.5　初次博弈为 1A 的最优反应动态

两个相邻博弈方采用 A 的最优反应动态策略调整过程，如图 8.6 所示，只需要两个时期的动态调整就能收敛到 5 个博弈方都采用 A 的稳态。

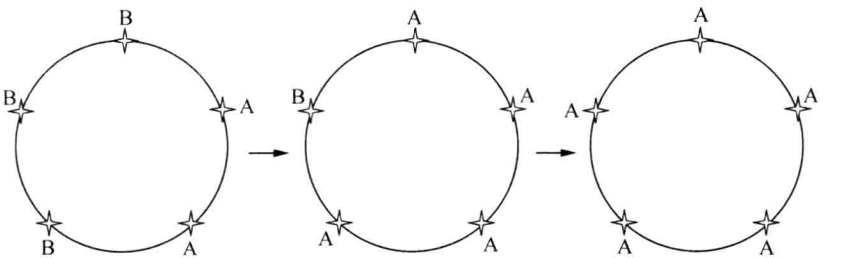


图 8.6　初次博弈为相邻 2A 的最优反应动态

图 8.7 所示给出了初次博弈 3 个相连博弈方采用 A 的最优反应动态调整过程，结论是只需要一个时期的调整就会收敛到所有博弈方都采用 A 的稳态。

因此，除了一开始就是所有博弈方采用 B 的情况下，所有博弈方都会坚持 B 的稳态以外，其余 31 种情况都会收敛到所有博弈方采用 A 的稳态。这意味着，所有博弈方采用 A 的机会大大高于采用 B 的机会。

根据上述结论进一步分析容易清楚，如果在所有博弈方采用 A 的稳

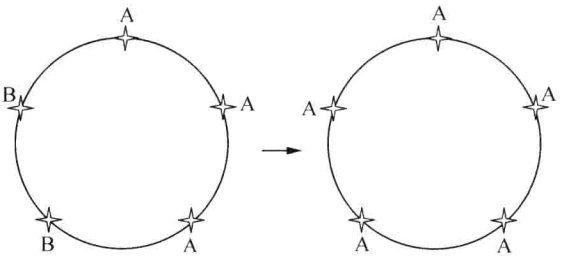


图 8.7 初次博弈为相连 3A 的最优反应动态

态出现少数博弈方偏离 A 的情况，最优反应动态最终会调整回都采用 A 的状态，因此所有博弈方采用 A 的稳态具有稳健性。但是，如果一开始就是所有博弈方都采用 B 的稳态，只要某个博弈方偏离 B，那么最优反应动态调整会离该稳态越来越远，因此该稳态并不是稳健的。

8.2.2 虚拟行动

虚拟行动是另一种重要的博弈学习模型。最优反应动态是根据对手的当前策略进行反应，而虚拟行动则追踪对手以前采用各个策略的频率，并据此调整策略。与最优反应动态的博弈方完全没有记忆能力，且只考虑当前策略的假设相比，虚拟行动的理性、博弈意识要求高一些，但也许更符合现实。在早期文献中，虚拟行动被看作博弈方在实际博弈前推演博弈均衡的方法，这正是这种模型被称为“虚拟行动”的原因。

一、原理

虚拟行动的核心是判断对手采用各个策略可能性大小的权重函数，该函数赋予对手的所有策略一个非负实值。博弈方根据权重函数计算其他博弈方策略选择的概率分布，并计算自己各个策略的期望得益，然后根据期望得益决策选择。在较简单的情况下，也可以直接比较各个策略的得益并决策。

权重函数的初始值是外生的，可以理解为博弈方以某种方式形成的初始猜测。当博弈方的对手采用某个策略时，该策略的权重值加 1。然后，在新权重函数值的基础上计算概率分布、期望得益后进行决策。如此不断重复该过程，直至收敛或者形成非收敛的循环。

二、西瓜甜瓜博弈虚拟行动

这里以上一节的西瓜甜瓜博弈问题为例，介绍虚拟行动的权重函数

值和双方策略的调整过程，以及博弈发展趋势。

先假设两个农场判断对方策略的权重函数初始值都是(2，1)，也就是双方都认为对方种植西瓜和甜瓜的可能性比例是 2∶1。由于两个农场的情况对称且权重函数初始值相同，因此双方的虚拟行动策略和权重函数值调整必然也相同，可以一起分析。

根据上述初始权重可以计算出双方对对方策略选择的主观概率分布是(2/3，1/3)，因此两个农场种植西瓜和甜瓜的主观期望得益分别是 8/3 和 10/3，虚拟行动会选择双方下一期都种植甜瓜。

双方种植甜瓜，意味着双方的权重函数值将改为 (2，1 + 1) = (2，2)。双方的主观概率分布为(1/2，1/2)，种植西瓜和甜瓜的主观期望得益分别为 4 和 5/2，虚拟行动将选择下期都种西瓜。

双方种植西瓜，意味着双方的权重函数值将改为 (2 + 1，2) = (3，2)。双方的主观概率分布为(3/5，2/5)，种植西瓜和甜瓜的主观期望得益分别为 16/5 和 3，虚拟行动选择的是下期仍然都种西瓜。

依此类推，不难得出双方权重函数值进一步变为(4，2)，双方将改种甜瓜，然后双方权重值将变为(4，3)，双方又改种西瓜……上述虚拟行动动态反应的结果是，两个农场在西瓜、甜瓜中以变化的节奏(逐步拉长)反复切换，但每次都会撞车。撞车原因当然是两个农场判断行为的一致同步性。

与最优反应动态一样，不断撞车的虚拟行动的持续性存在疑问。长期中反复撞车的情况下，两个农场始终坚持虚拟行动的逻辑并不现实，但这类调整悲剧在一定阶段是可能存在的。

上述虚拟行动导致循环撞车的原因之一，是权重函数初始值的设定。西瓜甜瓜博弈是对称博弈，如果双方采用相同的虚拟行动规则，权重函数初始值也相同，双方的判断决策必然一致，策略一直撞车当然不可避免。如果设定不同的双方权重函数初始值，双方采用的初始策略不同，结果就可能不同。

例如，假设双方权重函数的初始值分别为(2，1)和(1，1)。此时，双方判断对方选择西瓜和甜瓜的主观概率分布分别为(2/3，1/3)和(1/2，1/2)，自己种植西瓜和甜瓜的主观期望得益分别为(8/3，10/3)和(4，5/2)。因此，双方的虚拟行动会选择策略组合(甜瓜，西瓜)，也就是农场

1 会种甜瓜，农场 2 会种西瓜。

双方的策略选择会让双方的权重函数值分别调整为(3，1)和(1，2)，双方的主观概率分布变为(3/4，1/4)和(1/3，2/3)，自己种植西瓜和甜瓜的主观期望得益分别为(2，15/4)和(16/3，5/3)。因此，双方的虚拟行动调整仍然会选择(甜瓜，西瓜)。

双方的策略选择让双方的权重函数值进一步调整为(4，1)和(1，3)，显然这会让双方继续坚持原来的品种。……

很容易看出，上述虚拟行动调整过程的不断进行，将会使得双方的策略固定在农场 1 种植甜瓜、农场 2 种植西瓜的分工。而且，这种虚拟行动趋势具有一般性。因为理论上被采用策略的权重会由于被采用而得到强化，虚拟行动会被锁定在该策略组合上。

在现实中，双方的分工固定不仅可以使得市场更加稳定，避免恶性竞争对双方的伤害，而且长期分工还会带来生产技术进步、生产经营效率提高等好处，形成良性发展的分工。唯一的不完美之处是种植甜瓜的农场 1 利益小于农场 2，这种落差可能导致农场 1 的不满，并成为引发不稳定行为的隐患。

比较上述两种虚拟行动过程和结果，很容易得到一些有意义的结论，那就是在西瓜甜瓜博弈问题中，既可能实现总体效率比较高的均衡结果，也可能循环撞车，关键是权重函数的初始值要有足够差异，才能确保双方一开始的选择就不同。现实中，如果双方可以给出某种信号让对方相信自己的选择倾向，影响对方的初始判断，就可能实现对双方有利的结果。如果刚形成循环撞车的不利局面，只要某一方改变策略调整方式或权重函数值，也可能改变不利局面，实现双赢的稳定分工。

如果上述第二种权重函数初始值情况下农场 1 不满意对自己不利的分工，想自己种植利益更大的西瓜而让对方种植甜瓜，理论上也有可能性。方法是不管对方如何选择，自己坚持种西瓜，并用装傻等方式表示自己的决心。如果对方比较理性，不愿意恶性竞争两败俱伤，农场 1 的策略就可能成功。当然，如果对方坚持不让步，结果就会演变成非理性的博弈结果，最终双方都遭遇重大损失。

虚拟行动模型可以帮助决策分析，包括找出一些市场困境。例如，产量大年小年、价格周期变化，姜你军、蒜你狠、豆你玩、杀奶牛、烂香蕉等许

多问题的根源。虚拟行动模型也可以模拟、发现对手的行为逻辑，预测对手行动，寻找摆脱困局的方法，甚至操控对手的行为等。在理论上，可以通过改变初始值考察虚拟行动的收敛性，寻找有稳定性的均衡等。

虚拟行动可以扩展到更多博弈方的多人博弈中，也可以用来研究两个群体之间的关系，从而解释更加复杂的社会经济问题。

但是，虚拟行动模型也存在现实性方面的局限性。因为虚拟行动模型的权重调整方法与现实中人们的理性、推理决策方法不一定相符，长期中出现不利于一方或者双方的结果时，博弈方的判断和行为方式是否会发生变化，什么时候变化，都是不容易确定的问题。但这些问题的存在，并不否定这种模型的理论和应用价值。

8.2.3　博弈学习模型小结

最优反应动态和虚拟行动都是通过试错调整策略的博弈学习模型，也可以分析同样的社会经济现象。两者的主要区别是策略调整的依据或方式不同，前者对当前策略反应，后者对累积经验反应；前者规则相对简单，对应头脑比较“简单”的博弈者，后者规则较复杂，对应比较“精明”的博弈者；前者没有任何“成见”——初始判断，后者带有某种“成见”——初始权重。

最优反应动态选择的策略都是对对手纯策略的最优对策，虚拟行动则可能选择相对于混合策略的最优对策。两者策略调整方式的差异可能导致收敛过程和结果的差异，影响它们对博弈关系和社会经济问题的解释能力。但是，两种模型解释能力的大小更多取决于哪种模型更符合现实，更好地模拟了现实决策者分析思考和策略调整的模式。

最优反应动态和虚拟行动模型都可以产生各种变形。例如，最优反应动态可以考虑非同时调整策略的情况，虚拟行动的权重函数可以有更多调整方式，两类模型都可以考虑博弈方之间非对称的学习、模仿、判断调整方式等。现实中人们在具有学习能力的理性程度范围内，学习博弈和调整策略的方式很多，意味着可以构造更多博弈学习模型。此外，人们思维、决策的习惯常常受各种因素干扰，始终按照同一规则行为并不容易，因此往往有必要在学习模型中引入干扰因素等。这也是该领域进一步发展的重要方向。

最优反应动态和虚拟行动都假设博弈方有一般优化决策和快速调整能力，只是信息和预见能力方面有一些理性局限。但现实中，很多人只有简单模仿能力，决策主要是跟风从众，行为常常受习惯控制，根本没有优化分析的决策能力。对于这样的博弈方，不仅完全理性博弈的均衡分析不适用，博弈学习模型也不适用，比较有效的是下面介绍的进化博弈分析方法。

8.3 进化博弈论

本节介绍进化博弈论。进化博弈论与生物进化理论有很强的渊源，有生物学进化博弈论和经济学进化博弈论之分，应用领域非常广泛。进化博弈论对于理解和认识社会经济，以及自然界的许多问题和现象，有非常重要的作用。

8.3.1 生物进化博弈论

一、渊源和原理

进化博弈论针对只有简单模仿能力，决策方式以从众模仿为主，受随机因素很大影响的低理性博弈方。这决定了，进化博弈论只能研究群体行为特征，即群体成员采用各种策略比例的发展变化和稳定性问题。

纳什的纳什均衡群体行为解释包含了进化博弈论的基本要点，即群体中策略采用频率及其稳定性。但纳什没有提出实现群体策略均衡的动态调整机制，而且纳什均衡的群体行为解释长期被忽视，从学术史角度不能算进化博弈思想的起源。从学术史角度，进化博弈论的原理主要来源于“生物学中的进化博弈论”(evolutionary game theory in biology)。生物学的进化博弈论讨论生物基因性状遗传竞争的适应度决定基因特征的发展演变和稳定性，是进化生物学(evolutionary biology)和博弈论思想结合的产物。

1859 年，达尔文在《物种起源》中提出生物个体的可遗传随机突变，是通过环境适应性选择持续进化的自然选择进化理论。20 世纪

初，孟德尔理论的重新发现和摩根等的研究创立了基因遗传学说，给达尔文进化论提供了科学的遗传学基础。基因遗传理论认为，生物性状由主要来源于生物代际遗传的染色体基因物质决定，但基因会因为各种原因发生突变。基因变异(mutation)带来的生物性状变化，会改变生物在环境和种群(population)内外生存和增殖竞争的能力，影响生物个体携带的遗传和变异基因的选择淘汰，决定生物基因和生物性状的发展变化。这给达尔文的适者生存进化理论提供了完美诠释。达尔文进化论与基因遗传和突变理论结合，发展成以基因遗传、变异和适应度选择淘汰机制结合为核心的生物进化现代综合论，科学解释了生物进化的根本内在规律。

基因遗传、变异和适应性竞争的生物进化机制，决定了生物进化是以生物种群而不是个体为单位，生物进化只能表现为有竞争优势的基因数量或比重增长，竞争劣势的基因数量或比重下降。生物进化的基因适应度竞争，意味着生物进化既与种群内部的竞争有关，也与种群间或物种间的竞争关系有关，必须从环境约束下的种群内、种群间或物种间的竞争关系角度才能解释清楚。

生物进化中存在适应度为核心的竞争，生物性状或背后的基因特征就是进化竞争的“策略”。这些“策略”并非生物个体的主动选择，而是被动的遗传继承，也不存在主动的改进而只有随机的变异。前者也可理解为父代通过配偶选择和求爱竞争为子代选择“策略”，后者可看作自然为个体作“策略”选择。生物或者相应基因的生存生殖竞争力，在生物进化中的适应度，是这些策略的直接结果，种群、物种发展或消亡是这些策略的长远结果。

基因策略在种群内、种群间或物种间的竞争关系，决定了基因策略之间存在很强的利益依存性。一种基因的适应度不仅取决于自身的情况及环境适应力，也取决于其他基因的情况和环境适应力，因此基因策略之间存在很强的博弈性。把博弈论的思想方法引进生物进化中竞争关系的研究，把进化过程中的遗传、变异看成是主动的策略博弈，把生物特征的稳定和演变看成博弈均衡及其变化，等于把隐蔽无意识的生物进化机制公开化和有意识化，用快进方式演绎生物演化的漫长过程，使得生物进化机制变得比较生动形象，不仅能延伸我们的历史视野，对于科学认识生物进

化现象及其发展趋势也有非常重要的帮助。

其实,把博弈论思想引进生物进化问题研究已经有很长的历史。进化博弈论的核心概念"进化稳定策略"可以追溯到20世纪30年代费希尔(Fisher, 1930)的生物性别选择研究。Hamilton(1967)提出"不可战胜策略"概念也可以描述为一个对称博弈的一种对称均衡,Trivers(1971)引进"交互利他主义"(reciprocal altruism)概念时借鉴了"超级博弈"(supergame)的思想方法。但是,这些先驱者们的研究只是提供了一些零星孤立的文献。20世纪70年代斯密斯(Maynard Smith)和普瑞斯(Price)(1973)引进进化博弈论、进化稳定策略概念,并引起大量研究和应用,才是进化博弈理论的真正起点。

		个体2	
		策略1	策略2
个体1	策略1	2, 2	1, 3
	策略2	3, 1	0, 0

图8.8 争配偶博弈得益矩阵

将博弈模型引进生物进化问题研究非常自然。这里考虑一种以雄性之间争夺配偶形式进行的,遗传策略和变异策略之间的进化竞争博弈。设策略1是上代遗传的基因特征,表现为温和行为;策略2是变异来的基因特征,表现为强悍行为。这些特征会影响它们竞争配偶的能力,从而决定它们各自后代期望数增量表示的达尔文适应度(fitness)。假设:两个个体都是策略1,则双方都有2单位适应度;双方都为策略2,则两败俱伤都有0单位适应度;一方策略1、另一方策略2,则前者1单位后者3单位适应度。那么,该博弈的得益矩阵如图8.8所示。

虽然该博弈可用静态博弈的得益矩阵表示,但它与一般静态策略博弈是有本质差别的。首先,生物个体只是形式上的博弈方,博弈的实质主体其实是两种基因而非个体,博弈得益本质上是生物基因的适应度,而不是生物个体的适应度。其次,作为博弈方的生物个体不能主动选择策略,它们的基因策略是遗传继承或变异来的。第三,虽然作为策略博弈有两个纯策略纳什均衡和一个混合策略纳什均衡,但一次性静态博弈无意义,纳什均衡不能预测博弈结果。

事实上,上述生物进化博弈只是借静态博弈的形式讨论基因策略相遇的结果。适应度得益高低意味着后代数量多少,相应的是基因数量增长速度和种群比重升降。基因比重变化又会使得各种基因策略相遇的概

率变化，从而导致各种基因策略期望得益（适应度）变化。期望得益变化又会进一步引发基因数量和种群比例变化，从而形成基因种群比例动态演进的机制。

设基因策略 1 的群体比例为 $x_1(0 \leqslant x_1 \leqslant 1)$，则策略 2 的种群比例为 $x_2=1-x_1$。这里，只需要讨论 x_1 的动态变化趋势即可。设时刻 t 种群总规模为 $P(t)$，种群中采用策略 1 的个体数为 $P_1(t)$，则采用策略 1 个体的比例为 $x_1(t)=\dfrac{P_1(t)}{P(t)}$。假设雄性个体两两随机相遇竞争，那么策略 1 基因个体期望得益 $u_1=2x_1+x_2=x_1+1$，策略 2 基因个体期望得益 $u_2=3x_1$，种群平均期望得益为 $\bar{u}=x_1u_1+x_2u_2=x_1\times(x_1+1)+(1-x_1)\times 3x_1=4x_1-2x_1^2$。

假设，另外存在与策略无关，只有与环境因素等有关的自然适应度 β 和自然死亡率 δ。因此，种群中所有策略 1 个体的总和适应度，也就是下一时刻带基因策略 1 的个体增量总和为

$$\frac{\mathrm{d}P_1(t)}{\mathrm{d}t}=(\beta+u_1-\delta)P_1(t)$$

包括两种基因策略所有个体的种群总和适应度，即下一时刻整个种群所有个体增量总和为

$$\frac{\mathrm{d}P(t)}{\mathrm{d}t}=(\beta+\bar{u}-\delta)P(t)$$

对等式 $P_1(t)=P(t)x_1(t)$ 两边求时间导数，得到

$$\frac{\mathrm{d}P_1(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}P(t)}{\mathrm{d}t}x_1(t)+P(t)\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}$$

因此

$$\begin{aligned}P(t)\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}&=\frac{\mathrm{d}P_1(t)}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}P(t)}{\mathrm{d}t}x_1(t)\\&=(\beta+u_1-\delta)P_1(t)-(\beta+\bar{u}-\delta)P(t)x_1(t)\end{aligned}$$

整理并两边除以 $P(t)$，得到

$$\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}=(u_1-\bar{u})x_1(t)$$

该一阶常微分方程，即长期中策略 1 在种群中比例的动态变化规律，称为策略 1 的“复制动态”。该方程正是生物进化发展的根本内在机制，也是生物进化博弈分析的核心内容。

该复制动态一方面取决于当时该策略的种群占比 $x_1(t)$，另一方面取决于该策略得益与种群平均得益之差 $u_1-\bar{u}$，与自然适应度 β 和自然死亡率 δ 无关。将该复制动态方程写成

$$\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}\Big/x_1(t)=u_1-\bar{u}$$

该方程表示的意义是，策略 1 种群比例的增长率等于该策略得益与种群平均得益之差。差值大于 0 该策略占比趋向于增长，小于 0 趋向于衰减。这种复制动态反映了特定生物基因种群比例发展变化的基本规律。生物的产生、发展和灭绝，以及生物多样性等背后都有这种内在机制在起作用。只要正确建立基因策略博弈的适应度得益函数，就可以根据上述复制动态方程计算特定基因的增长率，判断种群频数变化趋势。

把争配偶博弈的 $u_1=x_1+1$ 和 $\bar{u}=4x_1-2x_1^2$ 代入 x_1 的复制动态方程，得到

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}&=(u_1-\bar{u})x_1(t)=(x_1+1-4x_1+2x_1^2)x_1\\&=(1-3x_1+2x_1^2)x_1=(1-2x_1)(1-x_1)x_1\end{aligned}$$

该复制动态微分方程非线性，可以通过等式右边函数的正负性分析变化趋势。右边函数等于 0 意味着 x_1 不变，也称为动态系统“不动点”或“稳态”，记为 x_1^*。基因种群比例达到稳态或初始处于稳态，均会维持不变。如果稳态为 $x_1^*=0$ 意味着策略 1 基因消失，如果稳态为 $x_1^*=1$ 表示该基因统治整个种群，如果 $0<x_1^*<1$ 则表示两种基因共存。如果初始状态不在稳态，x_1 将随着时间变化。右边函数值大于 0 时 x_1 将增加，小于 0 时 x_1 减小，直到 x_1 收敛到某个稳态 x_1^* 才会停止变化。复制动态的变化方向、收敛性和稳定性决定了生物种群基因特征进化的发展趋势，正

是进化生物学最关心的问题。

令争配偶博弈的复制动态方程等式右边等于0，可解得复制动态的3个不动点 $x_1^*=0$，$x_1^*=1$ 和 $x_1^*=1/2$。这3个稳态对应着个体两两对抗策略博弈的两个纯策略均衡和一个混合策略纳什均衡。当基因策略1的种群比重达到或一开始就处于这3个不动点之一，对应种群中完全没有这种基因、全部是这种基因和两种基因各占一半三种情况之一，此时基因比例就处于相对稳定的状态，没有发生变化的内在动力和趋势。

根据争配偶博弈复制动态方程右边函数容易看出，当基因策略1的初始种群比例处于 $0<x_1<1/2$ 水平时，$\dfrac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}>0$，意味着 x_1 会不断增大，向稳态 $x_1^*=1/2$ 收敛；当 $1/2<x_1<1$ 时，$\dfrac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}<0$，意味着 x_1 会不断减小，同样向稳态 $x_1^*=1/2$ 收敛。因此，如果一开始并非完全不存在基因策略1，也不是所有个体都是策略1，而是两种策略都存在，那么上述复制动态系统最终都会向两种策略各占半壁江山的均衡状态发展。虽然理论上在连续时间情况下这种复制动态无法在有限时间内收敛到稳态，但可以无限逼近稳态。

$\dfrac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}$ 随 x_1 变化的相位图，可以形象反映 x_1 的变化趋势和向稳态收敛的情况。如图8.9即为争配偶博弈的稳态和向稳态收敛情况的相位图。

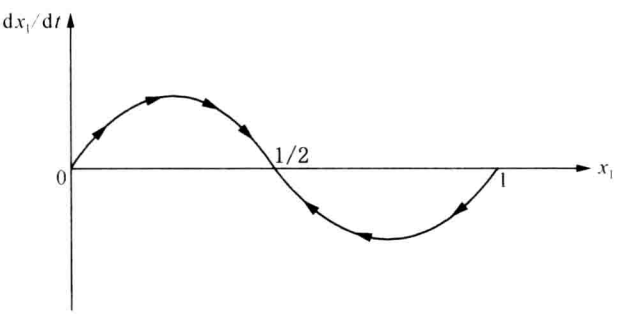


图8.9　争配偶博弈复制动态相位图

因为生物进化的增殖过程可能受到各种因素干扰，同时基因也可能会继续变异，因此即使种群基因本来已处于某个稳态，如争配偶博弈的复制动态在 $x_1^*=0$，$x_1^*=1$ 或 $x_1^*=1/2$ 之一时，也可能因为各种干扰和变异等重新偏离稳态。但是偏离不同稳态的结果是不同的。偏离前两个稳态后，复制动态将会导致 x_1 离它们越来越远，最终会向 $x_1^*=1/2$ 收敛；但偏离稳态 $x_1^*=1/2$ 时，复制动态仍然会向这个稳态收敛。从对抗干扰的角度，$x_1^*=1/2$ 是真正稳健的稳态，也就是真正稳定的；而 $x_1^*=0$，$x_1^*=1$ 则都是不稳健的，并不是真正稳定的。

上述能抗干扰的真正稳定的稳态，被斯密斯和普瑞斯称为“进化稳定策略”(evolutionary stable strategy, ESS)。进化稳定策略就是复制动态过程会向它们收敛，偏离后复制动态仍然会收敛到它们的稳态。争配偶博弈的 3 个稳态中，只有 $x_1^*=1/2$ 是进化稳定策略，$x_1^*=0$ 和 $x_1^*=1$ 显然不是进化稳定策略。在一般的生物进化博弈问题中，可以通过对复制动态方程右边函数或者其相位图的分析等，检验稳定状态是否进化稳定策略。

只有在进化稳定策略时，才是生物进化过程中决定生物进化最终方向的。而那些不属于进化稳定策略的稳态，则因为并不稳定，对生物进化的方向缺乏决定性的作用。通过对生物进化博弈复制动态和进化稳定策略的研究，可以对生物特征的进化发展方向、生物种群形态等进行很好的推演预测。

二、蛙鸣博弈的进化博弈分析

蛙鸣问题是说明生物进化博弈复制动态和进化稳定策略分析作用的最好例子。最早的青蛙既无耳朵也不会发声，经过长期进化，多数种类的现代青蛙，雄蛙能响亮鸣叫，而雌蛙则有相当好的听力。雄蛙进化出鸣叫能力的原因是吸引雌蛙，获得更多交配机会。而雌蛙的听力，也是同样原因推动发展的。这里集中讨论雄蛙鸣叫问题，雌蛙的听力仅理解为环境条件。

当然，鸣叫对雄蛙来说并不总是有利的，因为鸣叫会引来天敌蛇，增加丧命的危险。蛙鸣还会消耗宝贵的能量，在寒冷地区和季节也是致命代价。此外，雄蛙鸣叫也有搭便车现象，因为鸣叫雄蛙吸引来雌蛙也会增加不叫雄蛙的交配机会，不叫还不需要承担鸣叫的代价。

可以用如下的策略博弈理解上述蛙鸣问题：某一区域有两只雄蛙，如果它们都不叫，没有雌蛙会来，它们都没有交配机会；一只雄蛙鸣叫可吸引来一只雌蛙，鸣叫雄蛙获交配机会为 m，$0.5 < m < 1$，但鸣叫青蛙有成本 z；两只雄蛙都鸣叫，则各能吸引 P 只雌蛙，各获得交配机会 P，$m < P < 1$，此时各有成本 z。这样构成的蛙鸣博弈得益矩阵，如图 8.10 所示。

		雄蛙 2	
		鸣　叫	不　鸣
雄蛙 1	鸣叫	$P-z$，$P-z$	$m-z$，$1-m$
	不鸣	$1-m$，$m-z$	0，0

图 8.10　蛙鸣博弈

该博弈均衡取决于其中的 P、m、z 的水平，或者说相对水平。首先，可以认为 $P-z > m-z$。如果 $m-z < 0$，那么因为 $P < 1$，必然有 $P-z < 1-m$，这时候两只雄蛙都不叫是唯一的纳什均衡，即这种情况下不叫是双方的上策。如果 $m-z > 0$，但 $P-z < 1-m$ 仍然成立，则 $P-1+m < z < m$。此时，存在两个纯策略纳什均衡，分别为两只雄蛙都叫和都不叫，还存在一个混合策略纳什均衡，即两只蛙都以一定概率随机决定是否鸣叫。如果 $m-z > 0$ 时 $P-z > 1-m$，那么两只雄蛙都叫是唯一的纯策略纳什均衡，鸣叫是两只青蛙的上策。上述结论可归结为图 8.11 中 m 和 z 坐标平面的几个区域。

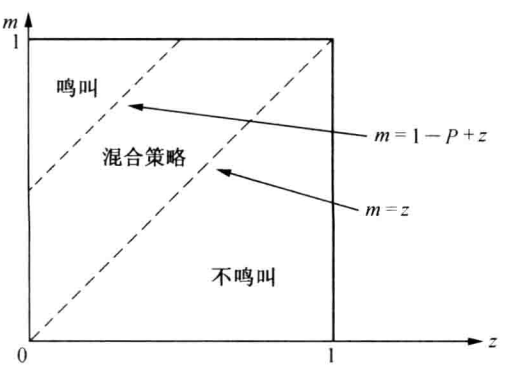


图 8.11　蛙鸣博弈不同均衡的条件

当然，青蛙不可能有复杂推理和优化选择能力，只能根据本能行为。青蛙也不可能短时间内长出发声器官，只能通过遗传特征变异形成。如

果部分雄蛙变异开始发声，同时部分雌蛙有了一定听力，它们交配的机会较大，后代数量在种群中比例就会增加。设鸣叫雄蛙占雄蛙比例为 x，根据图 8.10 中的得益矩阵可以计算出 x 的复制动态方程为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=(u_x-\bar{u})x=x(1-x)[x(P-z-1+m)+(1-x)(m-z)]$$

该复制动态有 3 个可能的不动点，也就是稳定状态，分别为 $x^*=0$，$x^*=1$，$x^*=(m-z)/(1-P)$。当 $0<(m-z)/(1-P)<1$，也就是 $m>z$ 和 $P-z<1-m$ 同时成立或 $P-1+m<z<m$ 时，3 个稳定状态都是合理的，都处于 $0\leqslant x\leqslant 1$ 的有效范围。这时候复制动态方程的相位图，如图 8.12 所示。

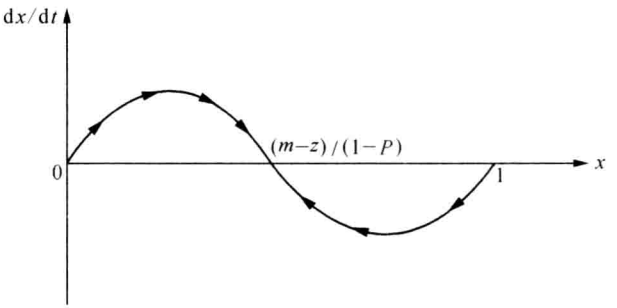


图 8.12 蛙鸣博弈复制动态相位图 $(0<(m-z)/(1-P)<1)$

其中，只有 $x^*=(m-z)/(1-P)$ 是进化稳定策略。这意味着，一旦少数雄蛙发生从不叫到鸣叫的变异，变异雄蛙的数量会不断增加，直到占雄蛙比重 $x^*=(m-z)/(1-P)$。如果鸣叫雄蛙比重超过这个水平，不叫雄蛙搭便车的机会和利益特别大，不叫的又会增长，最终仍然会回到 $x^*=(m-z)/(1-P)$ 的均衡比例。此种青蛙将发展成雄蛙部分鸣叫、部分不叫的“多态”种群。

当 $(m-z)/(1-P)<0$，也就是 $m<z$ 时，复制动态方程的不动点只有 $x^*=0$ 和 $x^*=1$ 两点符合要求。此时复制动态方程的相位图，如图 8.13 所示。

根据上述相位图不难看出，这时候复制动态的进化稳定策略为 $x^*=0$，也就是所有雄蛙都不叫。如果一开始所有雄蛙都不鸣叫，即使有少量

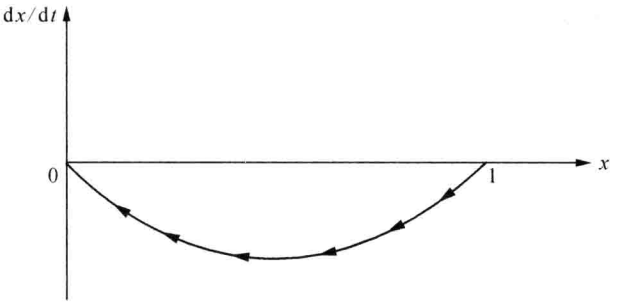


图 8.13　蛙鸣博弈复制动态相位图 ($(m-z)/(1-P)<0$)

鸣叫的变异出现，也会很快就消失掉。如果一开始所有雄蛙都鸣叫，一旦出现哑巴的基因变异，变异就会不断扩散，最终也会趋向所有雄蛙都不叫的均衡。这种青蛙的发展趋势是所有雄蛙都哑巴的“单态”种群。

最后一种情况是 $(m-z)/(1-P)>1$，也就是 $m-z>1-P$。此时，复制动态 3 个不动点也只有 $x^*=0$ 和 $x^*=1$ 符合要求。复制动态方程的相位图，如图 8.14 所示。

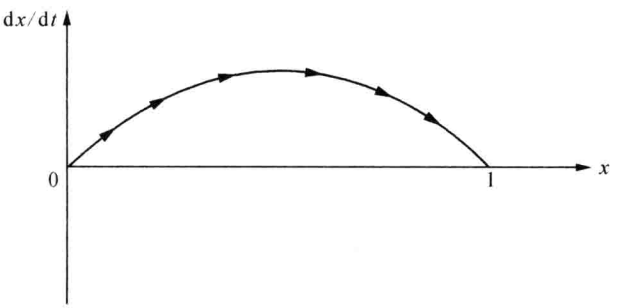


图 8.14　蛙鸣博弈复制动态相位图 [$(m-z)/(1-P)>1$]

根据该相位图可以看出，进化稳定策略是 $x^*=1$，也就是所有雄蛙都叫。这种情况在天敌较少、气候不是很寒冷、鸣叫好处大大超过成本代价时，才是合理的。这种青蛙种群的发展方向是“单态”鸣叫的。

上述蛙鸣博弈的复制动态和进化稳定策略分析，揭示了蛙鸣进化发展的内在规律，可以解释为什么有些地方有些种类的雄蛙会鸣叫，有些地方和种类的雄蛙不叫，或者有些地方有些种类的青蛙一半雄蛙叫、一半不叫的原因等。

8.3.2 经济学进化博弈论

一、从生物进化博弈到经济进化博弈

生物学进化博弈论出人意料的作用之一，就是在经济学中得到应用发展。因为人类拥有其他生物通常不具备的分析、学习和预见等理性决策能力，因此通常认为自己比其他生物都高明，甚至觉得自己有资格统治所有其他生物。因此，把针对完全不要求理性决策能力，只需要继承遗传父辈基因的生理和本能，被动接受自然选择淘汰的生物特征研究的进化博弈分析方法，移植到人类主动策略选择的经济行为研究中，似乎不仅挑战了传统经济理论的权威，也打击了人类的自尊心。

但是，人类的现实理性其实远没有我们想象希望的那么好。人类面对复杂选择时，更多凭本能而不是根据优化分析行为，模仿从众比理性决策普遍得多。人类经常缺乏预见，经营者会犯愚蠢的错误弄垮企业，人们会被同一种骗术反复坑害，人类社会频繁发生冲突甚至战争，都是人类理性局限严重的有力证据。

如果把人们的行为方式和企业的竞争策略看作个体、企业等经济生物的性状，把行为和策略背后的思想意识、经营理念等看作经济生物的基因，把行为和策略模仿和创新看作基因遗传和变异，人类决策行为的发展演变与生物性状进化就非常相似。因此，进化博弈论完全适用于分析人类的决策行为和由人类行为推动的各种社会经济现象规律。

事实上，包括非合作博弈理论在内的主流经济理论，高估人类的理性能力，把经济分析建立在理性人或更高的理性要求之上，正是导致经济学理论与现实脱节，难以有效解释许多社会经济现象的根本内在原因。进化博弈方法正是克服这些问题，对经济行为和相关现象作更科学解释的重要方法。此外，进化稳定策略不怕非理性行为的干扰冲击，是比纳什均衡更稳健的均衡概念，也是筛选博弈均衡的重要方法之一，对提升博弈分析的可靠性有重要作用。因此，引进进化博弈论不是对经济学的挑战打击，而是对经济学价值的有力维护。这正是经济学中的进化博弈论吸引众多经济学家的注意，20 世纪 70 年代以来迅速发展的根本原因。

二、协调博弈的进化博弈分析

先用进化博弈方法分析最优反应动态分析过的协调博弈。用两种有限理性博弈模型分析这个博弈，既可以体现两种有限理性模型的差别，也

能对有限理性本身有更深刻的认识。这里再给出协调博弈的得益矩阵，如图 8.15 所示。

博弈方 1 \ 博弈方 2	策略 1	策略 2
策略 1	50, 50	49, 0
策略 2	0, 49	60, 60

图 8.15　协调博弈

同样，设两种策略个体占群体的比重分别为 x_1 和 $x_2=1-x_1$，则个体采用两种策略的期望得益分别为

$$u_1=50x_1+49x_2=50x_1+49(1-x_1)=x_1+49$$
$$u_2=60x_2=60-60x_1$$

种群平均期望得益为

$$\bar{u}=x_1u_1+x_2u_2=x_1\times(x_1+49)+(1-x_1)\times(60-60x_1)$$
$$=60-71x_1+61x_1^2$$

把策略 1 的期望得益和种群平均期望得益代入 x_1 的复制动态方程中，可得到

$$\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}=(u_1-\bar{u})x_1=(72x_1-11-61x_1^2)x_1$$
$$=(61x_1-11)(1-x_1)x_1$$

令复制动态函数等于 0，解出 3 个稳定状态 $x_1^*=0$，$x_1^*=1$ 和 $x_1^*=11/61$。并且不难验证，$F'(0)<0$，$F'(1)<0$，而 $F'(11/61)>0$。因此，$x_1^*=0$，$x_1^*=1$ 是该博弈的进化稳定策略，而 $x_1^*=11/61$ 不是本博弈的进化稳定策略。上述复制动态方程的相位图，如图 8.16 所示。从图中也可以看出，$x_1^*=0$ 和 $x_1^*=1$ 是该博弈的 ESS，$x_1^*=11/61$ 不是该博弈的 ESS。

根据上述复制动态相位图可以得出结论，当初始 x_1 落在区间 (0, 11/61)时，复制动态会趋向于稳定状态 $x_1^*=0$；当初始 x_1 落在区间 (11/61, 1)时，复制动态会趋向于 $x_1^*=1$。由于所有博弈方都采用策略 2 时每个博弈方能得 60 单位得益，而所有博弈方都采用策略 1 每个博弈方只能得到 50 单位，因此前一种情况更理想。如果初始阶段采用两种策略的比例落在[0, 1]区间任一点的概率相同，那么复制动态实现更高效率进化稳定策略均衡的机会是 11/61，实现较差进化稳定策略均衡的机

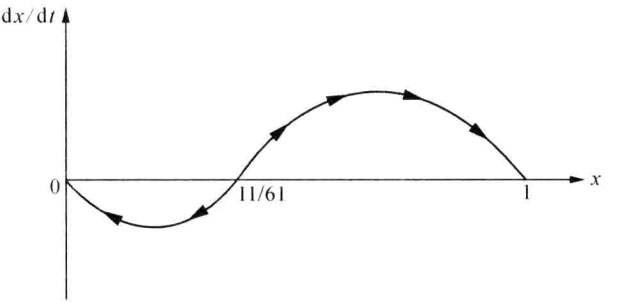


图 8.16 协调博弈复制动态方程相位图

会却有 50/61，复制动态并不一定能实现最理想的结果，结果好坏常取决于带有很大偶然性的初始状态。

协调博弈的进化博弈分析结果与最优反应动态分析结果既有相似的地方，也有差别。相似之处是：两者都在大部分情况下趋向于所有博弈方都采用策略 1 的较低效率均衡，趋向所有博弈方采用策略 2 的较高效率情况都较少。复制动态趋向于效率较高均衡的机会是 11/61，比最优反应动态趋向较高效率均衡的机会 1/36 要更高一些。因为复制动态模拟的是学习速度很慢、理性层次非常低的博弈方，而最优反应动态模拟的则是相对来说学习速度较快，因此上述差异又一次说明，当理性达不到完美性要求时，理性程度稍高的博弈方并不一定能得到比理性程度稍差博弈方更好的结果。

三、一般两人对称博弈的复制动态和进化稳定策略

对协调博弈的进化博弈分析可以推广到一般 2×2 对称博弈，如图 8.17 所示。如果不给出具体得益数值，无法判断该博弈有哪些纳什均衡。但对于进化博弈来说，博弈方是否知道纳什均衡其实并不重要，因为基本假设是博弈方没有能力通过理性分析找到和采用均衡策略，任何策略都可能被博弈方采用。

		博弈方 2	
		策略 1	策略 2
博弈方 1	策略 1	a, a	b, c
	策略 2	c, b	d, d

图 8.17 一般 2 × 2 对称博弈

现在考虑一个大群体成员随机配对进行该博弈。假设群体中采用策略 1 的博弈方比例为 x，采用策略 2 的博弈方比例 $1-x$。那么，采用两种策略的期望得益和群体平均期望得益分别为

$$u_1 = x \cdot a + (1-x) \cdot b$$
$$u_2 = x \cdot c + (1-x) \cdot d$$
$$\bar{u} = x \cdot u_1 + (1-x) \cdot u_2$$

进化博弈的复制动态方程为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= x(u_1 - \bar{u}) \\ &= x[u_1 - xu_1 - (1-x) \cdot u_2] \\ &= x(1-x)(u_1 - u_2) \\ &= x(1-x)[x(a-c) + (1-x)(b-d)]\end{aligned}$$

给定 a、b、c、d 数值时，$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ 为 x 的一元函数。因此，可以把上述复制动态方程简记为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = F(x)$$

令复制动态方程中 $F(x)=x(1-x)[x(a-c)+(1-x)(b-d)]=0$，可解得该复制动态的 3 个可能的稳定状态 $x^* = 0$，$x^* = 1$ 和 $x^* = (b-d)/(a-b-c+d)$。其中，第三个稳定状态可能与前两个之一相同或不在[0, 1]区间内，这些情况就只有两个稳定状态。

这些稳定状态中只有进化稳定策略，也就是具有邻域稳定性，对少量偏离扰动具有稳健性的才是真正稳定的。因此，必须对这些稳定状态进行进化稳定策略检验。检验方法是必须满足在 x^* 的领域内，$x < x^*$ 时 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = F(x) > 0$，$x > x^*$ 时 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = F(x) < 0$，或者在稳定状态处 $F(x)$ 的导数，也就是切线的斜率 $F'(x^*) < 0$ 必须成立。

四、鹰鸽博弈的复制动态和进化稳定策略

现在分析“鹰鸽博弈”的复制动态和进化稳定策略。其实鹰鸽博弈研究的不是两种动物鹰和鸽间的博弈，而是同一物种、种群内部竞争和冲突中的策略和均衡问题，其中，“鹰”和“鸽”分别指“攻击型”和“和平型”两种策略类型。鹰鸽博弈是研究动物世界和人类社会普遍存在的竞争冲突现象的经典博弈，鹰鸽博弈的进化博弈分析可以揭示人类社会或动物世界发生战争或激烈冲突的可能性及其频率，国际关系中霸道和软弱、侵略和

反抗、威胁和妥协共存的原因等。鹰鸽博弈的得益矩阵，如图 8.18 所示。

博弈方1 \ 博弈方2	鹰	鸽
鹰	$\frac{v-c}{2}, \frac{v-c}{2}$	$v, 0$
鸽	$0, v$	$\frac{v}{2}, \frac{v}{2}$

图 8.18 鹰鸽博弈

上述得益矩阵中各符号的意义如下：v 代表双方争夺的利益（可以是军事利益、经济利益或政治利益，也可以是动物领地和增殖机会），c 是争夺中失败一方的损失。如果双方都采用攻击策略，那么双方获胜和失败的概率都是 1/2，因此各自的期望利益都是 $(v-c)/2$。如果双方都采用和平策略，那么双方能够分享目标利益，各得 $v/2$ 单位利益。如果和平策略遇到攻击策略，采用攻击策略者获得 v，采用和平策略者得不到任何利益，但也没有损失。该博弈的纳什均衡取决于 v 和 c 的具体数值。

这是一个 2×2 对称博弈，可以直接运用一般 2×2 对称博弈复制动态的公式。用 x 表示采用“鹰”策略博弈方的比例，把 $a=(v-c)/2$，$b=v$，$c=0$，$d=v/2$ 代入公式，可得采用“鹰”策略博弈方比例的复制动态方程为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=F(x)=x(1-x)\left[\frac{x(v-c)}{2}-\frac{(1-x)v}{2}\right]$$

为了直观起见，这里给出 v 和 c 的具体数值，如 $v=2$，$c=12$（通过战争、激烈冲突争夺利益常常是得不偿失的，特别是对失败方），那么复制动态方程就为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=F(x)=x(1-x)(1-6x)$$

令复制动态方程右边等于 0，解出复制动态的 3 个稳定状态 $x^*=0$，$x^*=1$ 和 $x^*=1/6$。因为 $F'(0)>0$，$F'(1)>0$，而 $F'(1/6)<0$，因此在 3 个稳定状态中只有 $x^*=1/6$ 是进化稳定策略。根据图 8.19 中的复制动态方程的相位图，也可看出只有 $x^*=1/6$ 是真正稳定的进化稳定策略。

上述进化博弈分析结论的现实意义是，当战争和冲突的结果不确定，失败方损失大大超过所争夺利益时，长期进化会使大多数国家或其他冲

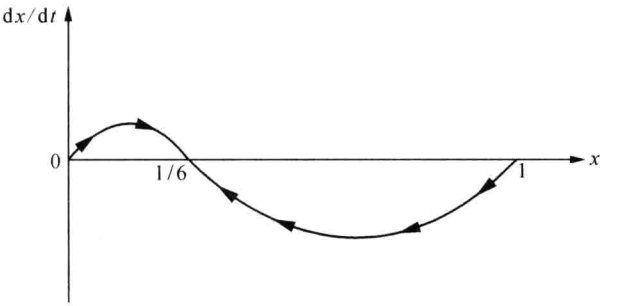


图 8.19　鹰鸽博弈复制动态相位图

突主体放弃攻击型策略，和平主义会成为主流。和平共处将成为常态，但仍然存在发生战争、冲突的少量风险。和平主义者会经常受霸权主义者欺负。这与当前国际政治、军事、经济、外交的现实格局很相似。

五、市场阻入博弈的复制动态和进化稳定策略

两人对称博弈的进化博弈分析模拟的是，相似个体组成的大群体成员间随机配对反复博弈的策略互动关系。这种进化博弈模型中，竞争对手、天敌等相关群体只是环境因素，起比较间接的作用。但在现实的自然和社会经济中，竞争对手、天敌之间的互动常常对群体行为的进化演变有直接影响，甚至起决定性作用。对于后面这种情况，无法用两人对称博弈的进化博弈分析很好地模拟分析，必须考虑非对称博弈为基础的进化博弈分析。

这里以市场阻入博弈为例，说明这种非对称博弈的进化博弈分析方法。为了简单起见，采用如图 8.20 所示的具体数字为例子。其中，博弈方 1 位置是想要进入市场的潜在竞争者，博弈方 2 位置是先占领市场的阻止进入一方。

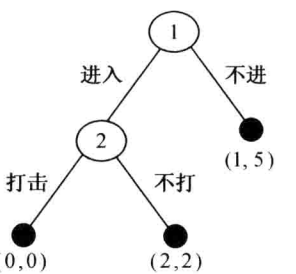


图 8.20　市场阻入博弈

首先可以肯定的是，这个博弈的两个博弈方不是同时选择，策略选择和得益情况都不对称，因此是非对称博弈。容易看出，这个博弈有两个纳什均衡(进，不打击)和(不进，打击)，前者是子博弈完美纳什均衡，后者不是。如果在两个完全理性的博弈方之间进行这个博弈，双方的选择应该是前者，各得 2 单

位利益。但这里假设博弈方理性程度很低，缺乏优化分析能力，只能被动接受市场选择淘汰，因此只能用进化博弈方法分析长期中群体行为特征的变化趋势。

非对称博弈进化博弈分析的关键假设是，设有一个是在博弈方 1 位置博弈的潜在进入者群体，另一个在博弈方 2 位置博弈的阻入方群体，反复在两个群体中各随机抽取一个成员配对进行上述市场阻入博弈。可以分别对两个群体博弈方的策略选择进行复制动态和进化稳定策略分析。

假设在博弈方 1 位置博弈的群体中采用“进”策略的比例为 x，采用“不进”策略的比例则为 $1-x$；假设在博弈方 2 位置博弈的群体中采用“打击”策略的比例为 y，采用“不打击”策略的比例为 $1-y$。这样，在博弈方 1 位置博弈的“进”、“不进”两类博弈方的期望得益 u_{1e}、u_{1n} 和群体平均得益 $\bar{u}_1$ 分别为

$$
\begin{aligned}
u_{1e} &= y \cdot 0 + (1-y) \cdot 2 = 2 \cdot (1-y) \\
u_{1n} &= y \cdot 1 + (1-y) \cdot 1 = 1 \\
\bar{u}_1 &= x u_{1e} + (1-x) u_{1n} = 2x(1-y) + (1-x)
\end{aligned}
$$

在博弈方 2 位置博弈的“打击”、“不打击”两类博弈方的期望得益 u_{2s}、u_{2n} 和群体平均得益 $\bar{u}_2$ 分别为

$$
\begin{aligned}
u_{2s} &= x \cdot 0 + (1-x) \cdot 5 = 5 - 5x \\
u_{2n} &= x \cdot 2 + (1-x) \cdot 5 = 5 - 3x \\
\bar{u}_2 &= y u_{2s} + (1-y) u_{2n} = 5 - 2xy - 3x
\end{aligned}
$$

分别把两人对称博弈的复制动态分析，用于两个位置的博弈方群体，得到博弈方 1 位置的博弈方类型比例复制动态方程为

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= x[u_{1e} - \bar{u}_1] \\
&= x[2(1-y) - 2x(1-y) - (1-x)] \\
&= x[2(1-y)(1-x) - (1-x)] \\
&= x(1-x)(1-2y)
\end{aligned}
$$

博弈方 2 位置的博弈方类型比例复制动态方程为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} &= y[u_{2s} - \bar{u}_2] \\ &= y(5 - 5y - 5 + 2xy - 3x) \\ &= x(2xy - 2x) \\ &= y(1 - y)(-2x)\end{aligned}$$

先对博弈方 1 位置博弈群体的复制动态方程作一些分析。根据该动态方程，如果 $y = 1/2$，那么 $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ 始终为 0，意味着所有 x 水平都是稳

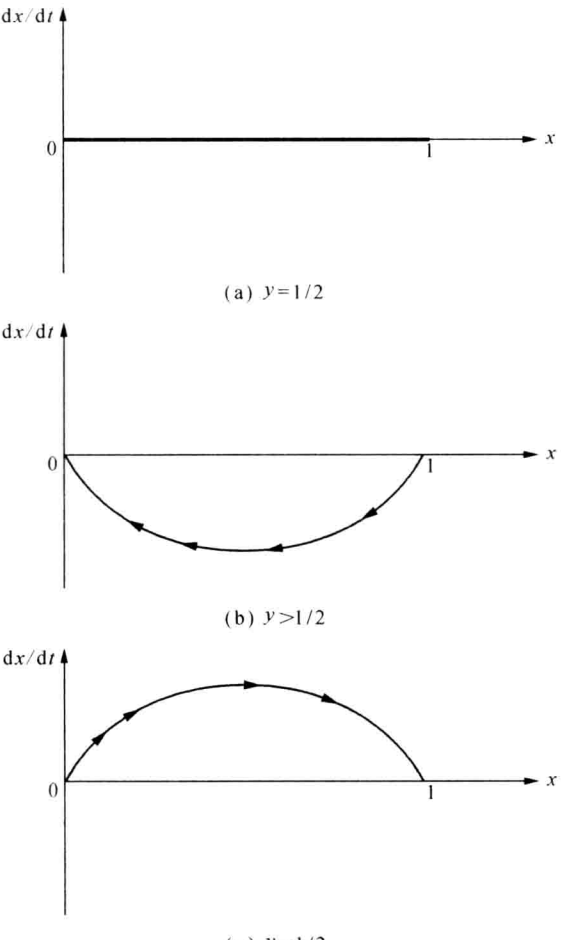
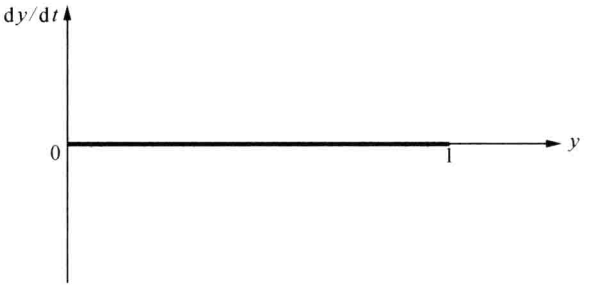
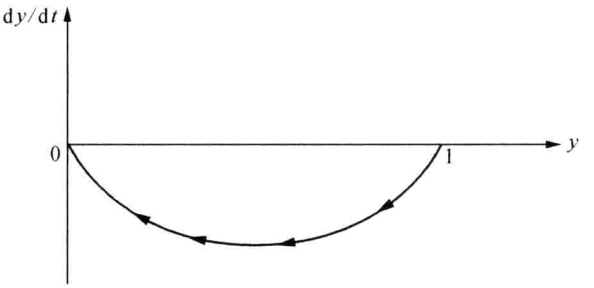


图 8.21　博弈方 1 位置群体复制动态相位图

定状态;如果 $y \neq 1/2$,则 $x^* = 0$ 和 $x^* = 1$ 是两个稳定状态,其中 $y > 1/2$ 时 $x^* = 0$ 是 ESS,$y < 1/2$ 时 $x^* = 1$ 是 ESS。图 8.21 中的 3 个相位图,分别给出了上述三种情况下 x 的动态趋势及稳定性。



(a) $x=0$



(b) $x \neq 0$

图 8.22 博弈方 2 位置博弈群体复制动态相位图

再分析博弈方 2 位置博弈群体的复制动态方程。根据该动态方程,当 $x = 0$ 时 dy/dt 始终为 0,即所有 y 都是稳定状态;当 $x \neq 0$ 时(此时必然 $x > 0$),$y^* = 0$ 和 $y^* = 1$ 是两个稳定状态,其中 $y^* = 0$ 是 ESS。图 8.22 中的两个相位图,给出了 y 的动态趋势及稳定性。

进一步可以把上述两个群体类型比例复制动态的关系,用两个比例坐标平面图加以表示,如图 8.23 所示。

根据图 8.23 中反映的复制动态和稳定性,不难看出本博弈的进化稳定策略只有 $x^* = 1$ 和 $y^* = 0$ 一点,其他所有点都不是复制动态收敛和抗扰动的稳定状态。这意味着,通过长期反复学习和调整策略的结果是,潜在进入者最终都会进入市场竞争,先占领市场的阻入一方会放弃不理智

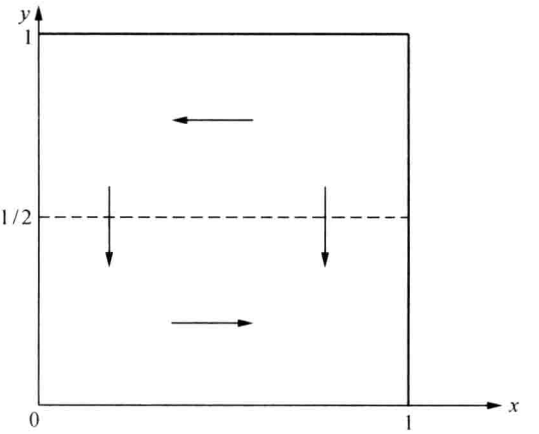


图 8.23　非对称博弈两群体复制动态的关系和稳定性

的报复措施。这与完全理性条件下博弈的子博弈完美纳什均衡完全一致，说明在这个问题上通过长期学习，低理性程度的博弈方也能够掌握子博弈完美纳什均衡策略。

六、非对称鹰鸽博弈的进化博弈分析

鹰鸽博弈也可以是非对称的，因为争夺目标的价值和冲突的成本代价对双方可能都不相同。例如，一个国家试图侵略另一个国家，另一个国家考虑是否抗击入侵者时，双方争夺的领土对前者来说是一块殖民地，后者则是祖国，对后者的价值显然远远高于前者。假设所争夺目标对博弈方 1 位置博弈方价值为 v_1，对博弈方 2 位置博弈方价值为 v_2，并设 $v_1 > v_2 > 0$，其余方面与对称鹰鸽博弈相同，那么这个非对称鹰鸽博弈的得益矩阵如图 8.24 所示。

博弈方 1 \ 博弈方 2	鹰	鸽
鹰	$\frac{v_1-c}{2}, \frac{v_2-c}{2}$	$v_1, 0$
鸽	$0, v_2$	$\frac{v_1}{2}, \frac{v_2}{2}$

图 8.24　非对称鹰鸽博弈

不妨进一步假设 $v_1 = 10$，$v_2 = 2$，$c = 12$，得益矩阵即图 8.25 所示中的情况。

博弈方 1 \ 博弈方 2	鹰	鸽
鹰	$-1, -5$	$10, 0$
鸽	$0, 2$	$5, 1$

图 8.25　非对称鹰鸽博弈数值例子

对图 8.25 中非对称鹰鸽博弈两个位置博弈群体进行进化博弈分析。假

设博弈方1位置群体采用“鹰”策略比例 x，采用“鸽”策略比例 $1-x$；假设博弈方2位置群体采用“鹰”策略比例 y，采用“鸽”策略比例 $1-y$。这样，博弈方1位置“鹰”、“鸽”两类博弈方的期望得益 u_{1e}、u_{1d} 和群体平均期望得益 $\bar{u}_1$ 分别为

$$u_{1e}=y\cdot(-1)+(1-y)\cdot 10=10-11y$$
$$u_{1d}=y\cdot 0+(1-y)\cdot 5=5-5y$$
$$\bar{u}_1=x\cdot u_{1e}+(1-x)\cdot u_{1d}=5+5x-5y-6xy$$

博弈方2位置“鹰”、“鸽”两类博弈方的期望得益 u_{2e}、u_{2d} 和群体平均期望得益 $\bar{u}_2$ 分别为

$$u_{2e}=x\cdot(-5)+(1-x)\cdot 2=2-7x$$
$$u_{2d}=x\cdot 0+(1-x)\cdot 1=1-1x$$
$$\bar{u}_2=y\cdot u_{2e}+(1-y)\cdot u_{2d}=1-x+y-6xy$$

分别把复制动态方程用于两个位置博弈的博弈方群体，得到博弈方1位置博弈方类型比例的复制动态方程为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=x[u_{1e}-\bar{u}_1]=x(1-x)(5-6y)$$

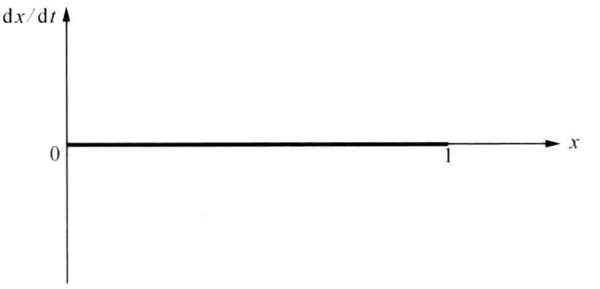
博弈方2位置博弈方类型比例的复制动态方程为

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=y[u_{2e}-\bar{u}_2]=y(1-y)(1-6x)$$

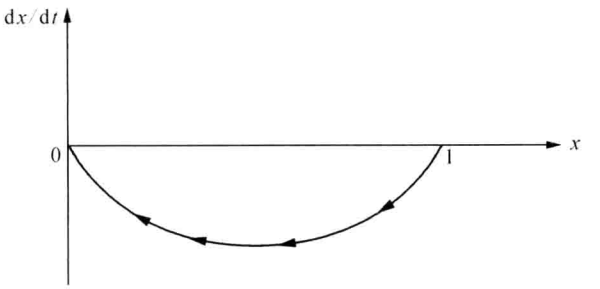
当 $y=5/6$ 时，$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ 始终为0，所有 x 都是稳定状态；当 $y>5/6$ 时，$x^*=0$ 和 $x^*=1$ 是 x 的两个稳定状态，其中 $x^*=0$ 是进化稳定策略；当 $y<5/6$ 时，$x^*=0$ 和 $x^*=1$ 是两个稳定状态，但 $x^*=1$ 是进化稳定策略。图8.26所示为上述三种情况 x 动态变化的相位图和稳定状态。

同样地，当 $x=1/6$ 时所有 y 都是稳定状态；当 $x>1/6$ 时，$y^*=0$ 和 $y^*=1$ 是 y 的两个稳定状态，其中 $y^*=0$ 是进化稳定策略；当 $x<1/6$ 时，$y^*=0$ 和 $y^*=1$ 是两个稳定状态，但 $y^*=1$ 是进化稳定策略。图8.27所示为上述三种情况的 y 动态变化的相位图和稳定状态。

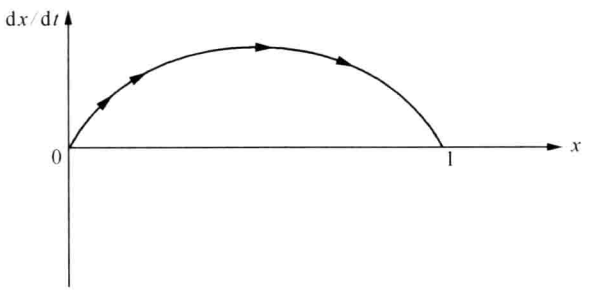
把上述两个群体类型比例复制动态关系用一个坐标平面图表示，如图8.28所示。



(a) $y=5/6$



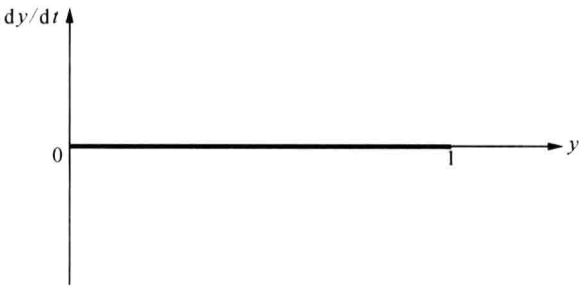
(b) $y>5/6$



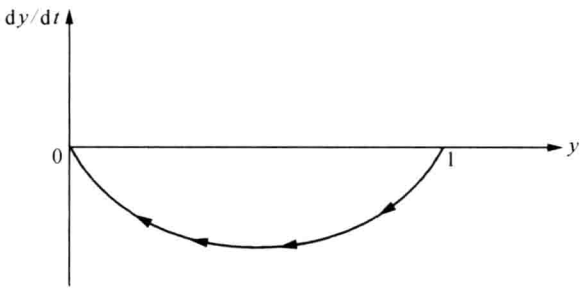
(c) $y<5/6$

图 8.26　非对称鹰鸽博弈博弈方 1 群体复制动态相位图

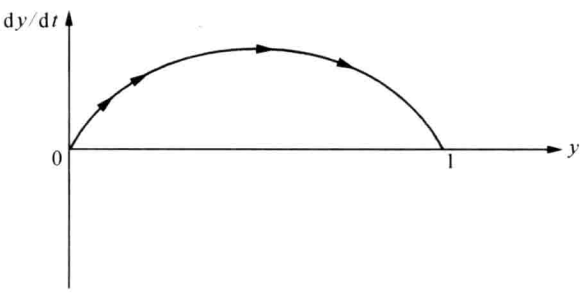
根据图 8.28 中箭头方向不难看出，在非对称鹰鸽博弈中，$x^*=1$，$y^*=0$ 和 $x^*=0$，$y^*=1$ 是这个博弈的两对进化稳定策略。在这个博弈的复制动态进化博弈中，当初始情况落在 A 区域时，会收敛到进化稳定策略 $x^*=0$，$y^*=1$，即博弈方 1 位置群体都采用“鸽”策略，博弈方 2 位置群体都采用“鹰”策略；当初始情况落在 D 区域时，会收敛到进化稳定



(a) $x=1/6$



(b) $x>1/6$



(c) $x<1/6$

图 8.27 非对称鹰鸽博弈博弈方 2 群体复制动态相位图

策略 $x^*=1$, $y^*=0$, 即博弈方 1 位置群体都采用“鹰”策略,博弈方 2 位置群体都采用“鸽”策略;当初始情况落在 B 和 C 两个区域时,大部分可能性也是最终收敛到进化稳定策略 $x^*=1$, $y^*=0$。这意味着,长期中反复的学习和策略调整,会使得类似博弈在大部分情况下最终是博弈方 1 采用强硬的“鹰”策略,博弈方 2 采用保守的“鸽”策略。但在少数情况

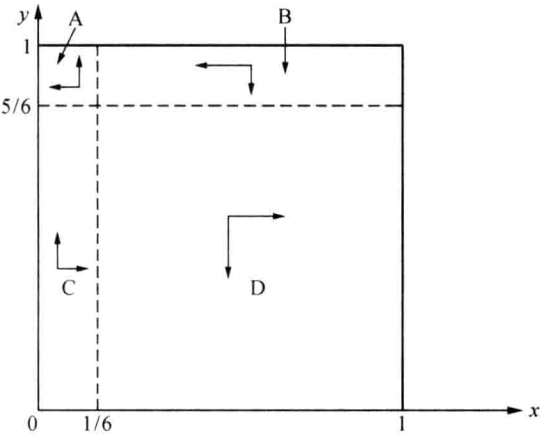


图 8.28　非对称鹰鸽博弈两博弈方群体复制动态和稳定性

下会出现相反的结果。这样的结论，比较符合这个博弈的利益结构所决定的博弈方行为取向。

本章内容提要

本章介绍了博弈学习理论和进化博弈论的基本原理和方法。第一节通过对有限理性问题的讨论，引出了发展博弈学习理论和进化博弈论的意义。第二节介绍了最优反应动态和虚拟行动两种博弈学习模型的原理，用古诺模型和西瓜甜瓜博弈等经典和现实博弈问题演示了博弈学习理论的方法和价值。第三节介绍了进化博弈论的原理、方法和应用，包括生物学中的进化博弈论及向经济学中的进化博弈论发展，以复制动态和进化稳定策略为核心的进化博弈分析方法，对称非对称博弈基础上进化博弈分析的例子和一般公式，并用蛙鸣博弈、协调博弈、市场阻入、鹰鸽博弈等经典问题演示了进化博弈分析原理的应用方法等。本章介绍的博弈学习理论和进化博弈分析方法，充分反映了有限理性博弈与完全理性博弈的差异，对于更好地理解博弈关系，特别是现实条件下的各种长期稳定关系、群体行为特征等，有非常重要的意义。

本章基本概念

有限理性博弈　博弈学习理论　最优反应动态　虚拟行动　进化博

弈论　生物进化博弈　复制动态　相位图　稳定状态　进化稳定策略　西瓜甜瓜博弈　协调博弈　古诺调整过程　争配偶博弈　鹰鸽博弈　蛙鸣博弈　市场阻入博弈　非对称鹰鸽博弈

思考练习题

1. 有限理性博弈方之间的博弈与完全理性博弈方之间的博弈有什么区别？在完全理性假设下分析有限理性博弈方之间的博弈可能导致什么问题？

2. 最优反应动态、虚拟行动和复制动态分析得到的结论有什么理论和现实意义，对预测当前的经济均衡有没有作用？

3. 在 2×2 对称博弈的复制动态进化博弈中，如果 $a=b=c=d$，该博弈是否存在进化稳定策略 ESS？

4. 是否每个 2×2 对称博弈的复制动态进化博弈都存在 ESS？是否都存在纯策略 ESS？

5. 如果把第二节古诺调整中的寡头产量博弈模型改为动态博弈，也就是两寡头的产量选择是依次的而不是同时的，其最优反应动态的分析结论与静态模型时是否相同，为什么？

6. 分析下列得益矩阵表示博弈的最优反应动态的策略稳定性。假设：(a)群体中有 4 个博弈方，沿一圆周分布，各自对相邻博弈方的前期策略作最优反应；(b)群体中有 4 个博弈方，各个博弈方对所有博弈方的上期策略作最优反应。

		博弈方 2	
		A	B
博弈方 1	A	3, 3	0, 0
	B	0, 0	2, 2

7. 分析上一题中博弈的大群体复制动态进化稳定策略(ESS)，并说明分析结果所隐含的现实意义。

8. 若图 8.18 的鹰鸽博弈中 $v=2$，$c=100$，发生剧烈冲突的机会有多大？若 $v=12$，$c=10$，发生剧烈冲突的机会有多大？这些结论对我们有什么启发？

9. 对于图 8.10 得益矩阵表示的蛙鸣博弈，如果 $m=0.6$，$P=0.8$，蛙

鸣成本 z 分别满足什么条件时，有(a)不叫是 ESS；(b)部分鸣叫部分不叫是 ESS；(c)鸣叫是 ESS。

10. 3 个矿泉水厂商产量分别为 q_1、q_2 和 q_3，市场总产量 $Q=q_1+q_2+q_3$，市场出清价格 $P=P(Q)=20-Q$，3 个厂商都无固定成本和边际成本。(a)如果 3 个厂商同时决策，初始产量分别是 4、8 和 6 单位，分析有限理性博弈的最优反应动态；(b)如果 3 个厂商初始产量都是 6，分析最优反应动态；(c)讨论上述两种最优反应动态的异同及其原因。

11. 试用博弈学习理论的最优反应动态模型，讨论我国高校招生中有些高校生源、录取分数的大小年问题。

第九章　合作博弈理论

本章介绍合作博弈(cooperative game)理论。合作博弈理论包括议价博弈理论和联盟博弈理论,是博弈理论的重要组成部分。合作博弈理论与非合作博弈(uncooperative game)理论有密切联系,但两者在思想方法、解概念、方法论基础和应用等方面都有很大差别。本章对合作博弈的基本理论和分析方法等作初步介绍。

9.1　超越非合作博弈

当代社会尊重人们自主决策的权力,自由竞争是市场经济的基本属性。同时高度分工的现代经济又存在广泛的利益依存关系。这决定了以个体独立决策为特征的非合作博弈关系在经济活动中的普遍性。第二章到第七章讨论的静态博弈、动态博弈、重复博弈、不完全或不完美信息博弈,以及第八章的博弈学习模型都是典型的非合作博弈。第八章的进化博弈模型的策略来源于继承模仿或遗传变异,但也是个体分散独立进行的,也可认为是非合作的博弈。前七章介绍的非合作博弈理论为研究经济、社会和自然界的策略行为提供了有力工具。

但显然并非所有策略依存关系都是非合作博弈,社会经济中许多问题无法依靠分散决策的非合作博弈解决。例如,第一章导论中的二手手机交易问题,如果不对议价过程和双方行为增加设定,就不能用双方独立决策的非合作博弈解决,无法用非合作博弈理论进行有效分析。类似问题在现实中非常普遍,有交易和合作利益的地方都可能存在此类问题。

更进一步,不少问题即使可以通过非合作博弈解决,非合作博弈提供

的答案也不是最好的。因为非合作博弈常常会陷入囚徒的困境，从而影响决策效率。例如产量竞争(古诺模型)、价格竞争的非合作博弈纳什均衡往往就是低效率的囚徒的困境。为了克服这种低效率均衡，现实中人们常常借助订立有形的合同协议或依靠无形的习俗惯例约束个体行为，把个体竞争转化为集体合作。要有效解释此类合作行为，必须超越非合作博弈理论，研究合作行为的博弈理论，也就是合作博弈理论。

合作博弈意味着个体立场让步妥协，接受共同方案。而如何妥协和怎样的方案能被共同接受，不仅有技术问题，还涉及到复杂的心理、性格问题，依据的逻辑和方法比非合作博弈复杂得多。

以二手手机交易为例。现实中二手手机交易可能有多种结局。例如，卖方愿以底价 500 元卖，或买方愿以底价 800 元买，这两种情况对方都可以庆幸自己运气特好。反过来，也可能卖方最后通牒少于 800 元不卖，或买方坚决不出 500 元以上，这两种情况能否成交取决于对方的理性和心理。这四种情况都不完全符合理性人原则，也不容易判断预测结果，因此理论价值都不大。如果双方都是经济学的理性人且知道对方底价，可以肯定的只是卖方将追求接近对方底线 800 元成交，买方则希望接近对方底价 500 元成交，达成共识要经过反复谈判，结果取决于双方耐心、交易迫切性、风险偏好和谈判技巧等，也受所在市场商业惯例、社会伦理、习俗文化等的影响。

理论上可以通过设定议价过程，引入议价的时间或其他成本，把反映耐心的贴现因子引入效用函数等，构建结构化的非合作议价博弈模型，把上述交易议价转化为非合作博弈问题，如第三章 3.4.3 小节的议价博弈模型就是此类例子。但是，影响议价结果的因素很多且很微妙，准确判断、分类和模型化显然不容易，结构化的非合作议价博弈模型既不能保证与现实情况相符，也不能反映理性人议价的一般规律，无法解决议价博弈的一般问题。解决议价问题的更好方法是超越非合作博弈，采用非结构化议价模型，也就是忽略议价过程，直接根据人类合作行为的基本原则确定最合理交易方案的机制。这方面的探索引出了议价博弈的理论。

纯粹的议价博弈理论一般考虑最普遍的两博弈方议价问题。3 个或以上博弈方的议价问题也广泛存在，但多人议价通常会引出串谋结成利益联盟(coalition)，从而影响博弈过程和结果的问题。例如，二手手机交

易问题中多一个估值900元的竞买丙方时，丙和乙的竞争往往会抬高甲的要价。当然，丙和乙是一味竞争还是双方联合向甲压价，或者丙和甲串通争抢乙本已谈成的生意，肯定会给各方利益带来不同的影响。

一个更明显的多人议价导致联盟问题的例子是三人分钱。3个人有机会分享300元，分配方案须由少数服从多数的民主表决通过，达不成协议则失去这个机会。这个三人议价问题少数服从多数的表决规则，显然更容易引起联盟关系。例如，博弈方1和博弈方2可以结成联盟，强行通过剥夺博弈方3利益的分配方案；博弈方3也可以通过承诺给博弈方1或2更多利益，瓦解博弈方1和2的联盟，与其中一方形成联盟加以对抗等。这些联盟行为会对博弈结果产生很大影响。

联盟的可能性使得三人以上合作博弈的核心问题从议价转变为结盟。如果不考虑出现各种联盟的可能性及其影响，对多人议价问题的所有分析预测都是不可靠的。联盟问题的来源并不局限于议价问题，政治选举、军事同盟和外交关系等方面都存在类似的结盟问题。对策略互动行为中联盟问题的研究，引出了“联盟博弈理论”。

联盟博弈理论和议价博弈理论共同构成合作博弈理论。其中，议价博弈理论主要讨论纯粹议价的两人议价博弈，联盟博弈理论则讨论多人议价或者其他政治经济等博弈中的联盟问题。议价博弈的方法和结论在不涉及联盟的多人议价问题中也是适用的。

合作博弈理论可以看作非合作博弈研究的自然延伸，是解决非合作博弈的多重纳什均衡、囚徒的困境低效率均衡等问题的出路。合作博弈的“合作”指需要博弈方相互合作才能完成博弈，并不是指研究合作问题或博弈结果是合作的。非合作博弈的“非合作”指博弈方分散独立决策就可以完成博弈。正是这种博弈方式差异，决定了合作博弈和非合作博弈在博弈过程、分析方法和分析概念等方面都有很大差别。

合作博弈与非合作博弈的根本差异之一是博弈方的选择内容。非合作博弈中博弈方选择的是自身策略。但在议价博弈中，个人策略不能直接决定结果，重要的不是各个博弈方的个人策略，而是同时包含双方利益的分配方案。以两人分100元问题为例，博弈方1或2自己想得到多少元，是50元、60元，还是80元都是无意义的，有意义的是分配(40，60)、(50，50)等。而联盟博弈中，博弈方最关键的选择则是与谁结盟、以怎

样的条件结盟，联盟内部的利益分配方案则退化为影响结盟的条件因素。

合作博弈和非合作博弈的另一个根本差异是，前者允许和需要有约束力的协议(binding agreement)，后者则不需要这种协议。因为非合作博弈的均衡是在分散决策基础上达到的，本身是所有博弈方个体最优选择的结果，不会有哪个博弈方有动力偏离，不需要外部约束力就有稳定性。而合作博弈的结果不是个体策略均衡，而是某种集体妥协达成的，从分散决策角度通常没有达到均衡，因此没有外部约束力的保障往往是不稳定的，必须借助有约束力的协议才能保证执行。允许有约束力的协议常被当作合作博弈的根本特征，甚至作为合作博弈的定义方法。

相对于非合作博弈的个体理性决策，合作博弈的利益分配和结盟的逻辑显然更加复杂，涉及到思想观念、心理因素，与社会文化伦理道德等有关，决策原则、参照标准比较模糊，分析研究比较困难。这也是为什么虽然合作博弈理论的历史同样很悠久，甚至起源早于非合作博弈理论，但长期中一直被非合作博弈理论压制的根本原因。

9.2　议价博弈理论

议价博弈理论是合作博弈的两大组成部分之一，也是博弈论的重要研究领域。在社会经济中，议价博弈问题非常丰富，最直接的是确定交易价格的谈判和关于工资的劳资谈判。市场分割、关税减让、利润奖金分配、遗产分割、资产清算、股权分配、资源开发谈判等的实质，也都是议价博弈。学好议价博弈理论，对于更好地掌握博弈理论，理解众多社会经济交易合作行为，提高经营决策和经济管理的效率，营造和谐美好的社会等，都有非常重要的意义。

9.2.1　议价博弈模型

议价博弈的博弈方可以是个体或者机构组织甚至国家，但议价模型一般也忽略议价主体的性质差异，以避免理论过于复杂。为了避免多人议价引起联盟问题的麻烦，议价博弈一般以纯粹议价的两人博弈为对象。

议价博弈的议价内容可以是多种多样的，包括商品、权益的价格，现金、实物、股权的分配比例，或者职位、权力、荣誉的归属等，实质上都是利益分配。价格谈判中，卖方对交易物品的主观评价 50 元，买方主观评价是 80 元，该交易有 80－50＝30 元交易利益，双方的交易价格议价就是决定 30 元交易利益的分配。劳资工资谈判可以认为是双方对企业利润分配的问题，关于遗产、奖金分配的议价更是明显的利益分配，关于市场、股权、资源的议价背后也无一不是对特定利益的争夺，荣誉、职位、权力常常隐含潜在利益或者能产生心理效用满足等，相关谈判可以认为是广义的利益分配。

一般用 $s=(s_1, s_2)$ 表示议价博弈的利益分配，其中 s_1 和 s_2 分别代表两个博弈方的利益，这种分配肯定要受问题条件和基本理性的约束。假设议价博弈可分配的利益为 m（可以是现金，也可以是实物），分配必须满足双方利益之和不超过可分配利益 m，且双方利益都在 0 到 m 之间，否则就不能实现或至少一方不接受。满足上述两个要求的分配称“可行分配”，$S=\{(s_1, s_2) \mid 0 \leqslant s_i \leqslant m, s_1+s_2 \leqslant m\}$ 表示“可行分配集”，其中 $i=1, 2$。可行分配和可行分配集在议价博弈分析中具有核心地位。

任何谈判都有破裂的可能。谈判破裂时，博弈方也可能得到利益和存在利益差异。例如，甲乙两个人谈判合作一个项目，如果不搞这个项目甲的资源可以获利 2 000 元，乙没有其他获利机会，则称该博弈有“谈判破裂点”为 $d=(d_1, d_2)=(2000, 0)$。谈判破裂点也包含在可行分配集中，即谈判破裂也是议价双方的可行选择之一。因为谁都不可能接受低于破裂点利益的分配（$s_i < d_i$），因此谈判破裂点也是影响议价双方态度和结果的要素之一。

议价博弈显然受议价者主观态度的影响。有些议价者态度比较强硬，宁愿谈判破裂也不愿意接受不满意的分配方案，另一些议价者比较温和，特别害怕谈判破裂一无所获，前者通常能得到比后者更好的结果。议价者的主观态度，是决定议价能力、影响议价过程发展和最终结果的主要内在因素之一。

影响议价者态度的因素之一是他们对议价财物的价值评价，许多原因会导致议价者对同样财物有不同的珍视程度，如一个读书人和一个收废品的人对同一批图书的评价显然不同。如果种粮食和水果的利润分别

为每亩 500 元和 800 元，那么一个果农和一个粮农对同一片土地的估值也不一样。价值评价差异可能会影响双方的议价态度，决定他们是否更容易或者不容易让步，对议价结果显然有重要影响。

议价者的态度还受到贪婪还是慷慨、懦弱还是胆大等个性因素的影响。人类个体或组织的个性往往有很大差异，有些比较慷慨，有些则很贪婪，有些比较大胆，而另外一些则很胆小。这些差异也会影响议价者的态度和行为，从而影响议价博弈的结果。议价结果通常更有利于贪婪胆大的议价者，不利于慷慨懦弱的议价者。

议价者的价值判断和风险态度，可以通过诺伊曼-摩根斯坦效用函数反映。诺伊曼-摩根斯坦效用函数 u_i 是分配集合 S 到实数集的实值函数 $u_i: S \to R$。大多数情况下，u_i 是博弈方自身利益的函数，因此 $u_i = u_i(s) = u_i(s_i)$。议价者风险中性时效用是分配的线性函数，当议价者风险偏好或风险规避时效用是分配的非线性函数。当议价标的是现金且博弈方风险中性时，可以认为期望效用就等于利益，即 $u_i = u_i(s) = u_i(s_i) = s_i$。

对应每个分配 $s = (s_1, s_2)$，都有相应的效用配置 $u = (u_1, u_2)$，当效用与利益一致时分配与效用配置也一致。所有可能的效用配置构成“效用配置集”，是可行分配集在效用函数下的像。议价问题的可行分配集和效用配置集一般都是凸紧集。因为效用函数代表了议价者的偏好结构、内在要求，会从主观态度方面对议价博弈的过程和结果产生影响。因此，效用函数和效用配置对于议价博弈非常重要，甚至比利益和利益分配更加重要。

因为效用一般是利益的增函数，$s_i < d_i$ 与 $u_i(s_i) < u_i(d_i)$ 一致，因此博弈方不可能接受低于谈判破裂点效用的分配。更进一步，议价博弈要有意义，至少需要存在一个给双方带来效用都大于谈判破裂点的分配 $s \in S$，即 $u_i(s) > u_i(d)$ 对 $i = 1, 2$ 都成立。否则，就没有能同时引起议价双方兴趣的分配，无法实现比个体理性博弈更好的结果，合作博弈没有意义。

上述几方面是建立一个议价博弈模型必须设定的，一般用 $B(S, d; u_1, u_2)$ 表示一个两人议价博弈。其中，S 是可行分配集，d 为破裂点，u_1 和 u_2 是两个博弈方各自的效用函数。

如果议价双方在立场地位、效用函数、破裂点等方面都无差异，则两人议价博弈是完全对称的，可用效用配置集的对称性，即若 $(u_1, u_2) \in U$ 则 $(u_2, u_1) \in U$ 来表示。不对称意味着，议价双方至少在上述某个方面存在差异。根据现实经验可以知道，对称性对议价双方的态度和结果往往有很大影响，对议价博弈分析也有重要的意义。

9.2.2 议价博弈分析思路

解决议价博弈的方法还是要从影响议价的因素找起。但影响议价的因素很多，议价双方的地位立场、替代交易机会、知识信息等客观因素，各自的效用偏好、经济理念等主观因素，所在市场、地区的伦理道德、商业惯例、文化习俗等环境因素，个体偏好性格、谈判技巧，以及双赢共赢、货卖识家理念等自身因素，都会影响议价博弈的结果。例如，个性贪婪好斗、吃不得亏的人总想得到更多利益，比较大方懦弱、随遇而安的人则更容易让步。议价标的是某方祖产爱物时议价态度往往更强硬，对议价结果也会产生影响。双方所在地区民风淳朴、邻里和睦时议价结果往往比较公平合理，而所在地区民风刁蛮、邻里交恶时议价结果更可能不公平，难实现双赢的理想结果。

因为影响议价的因素很多，议价者的个体特征千差万别，因此任何议价博弈模型都无法考虑所有因素，不可能完全还原现实环境，特别是双方的心理和性格因素。这决定了不容易找到适用于分析议价博弈的一般方法。比较现实的方法是根据人们普遍重视的因素，找出少数容易被多数议价者接受的议价原则，作为议价博弈分析的依据。

公平显然是最容易被普遍接受的议价原则之一，它是现代社会最重视的基本道德理念之一。在自愿的交易、合作活动中，公平的交易、合作方案更容易被接受。如果人们认为一个方案不公平，即使能够带来更大的利益，也常常会拒绝接受。当然，人们可能对公平的含义有不同的理解，这可能会引起一些麻烦。

第二个容易普遍接受的议价原则是效率。不浪费机会和资源，提高资源利用效率，是人类个体和整体生存发展的基本法则。在争取自身利益的同时，兼顾对方的利益，是人类的善良本性，也是人类合作和社会化生活的需要。这些行为逻辑可以归纳为效率性。效率性也是人类普遍接

受的基本原则。但是，效率包括总体效率和帕累托效率等不同含义，这些歧义也会带来一些问题。

事实上，博弈学者提出的议价博弈解法基本上都满足公平和效率两个基本原则，或者正是围绕这两个基本原则提出的。

平均主义解就是满足公平和效率两个基本原则的最简单议价博弈解法之一。平均主义解的原理就是议价双方平分议价利益，两议价者得到相同的分配，分配方案满足 $s_1=s_2$，$s_1+s_2=m$。平均主义解类似非合作博弈的聚点均衡，最容易被想到，在现实中被普遍采用。

平均主义解在分配意义上符合人人平等的公平原则，在双方地位对称且没有特殊关系的议价博弈中，公平性非常明显。$s_1+s_2=m$ 意味着，平均主义解的分配在分配可能性边界上。因为议价者的效用函数通常是分配的单调增函数，分配可能性边界对应效用可能性边界，因此平均主义解满足效用配置的帕累托效率原则。

平均主义解的局限性是议价双方存在主观效用差异时，双方的主观效用不同，从效用配置的角度并不公平。当双方效用函数有差异时，平均主义解的总效用通常也不是最高的，不满足总效率最高的效率原则。在非对称议价博弈中，特别是双方效用差异较大时，平均主义解的接受程度会下降，预测能力也较差。这方面的典型例子之一是古玩交易价格问题。

能在很大程度上弥补平均主义解，忽视双方效用函数差异问题的是平等主义解。所谓平等主义解，就是使双方效用配置相等，即满足 $u_1(s_1)=u_2(s_2)$，同时效用配置处于可能性边界的分配方案。只要知道双方的效用函数，就可以推算出平等主义解法的分配方案。平等主义解可以用如图 9.1 所示中效用象限 45 度线与效用边界交点表示。

平等主义解在效用均等而不是分配相同的意义上是公平的。平等主义解处于效用配置可能性边界，满足效用配置的帕累托效率原则。当双方效用函数相同时，平等主义解与平均主义解相同；当效用函数不同时，两者一般不同。平等主义解与平均主义解不同时，对议价标的主观效用评价较低的一方能分配到更多利益。这是一种扶弱抑强的逻辑，相当于让消化吸收能力差的孩子得到更多食物。这种解法同样是有利有弊的，有利之处是能维持双方效用的平衡，不利之处是资源被低效率使用，没有

充分发挥资源效率。

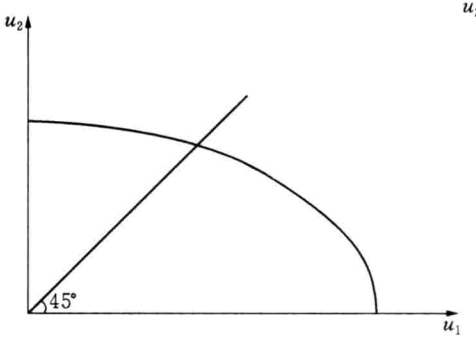


图 9.1 议价博弈的平等主义解

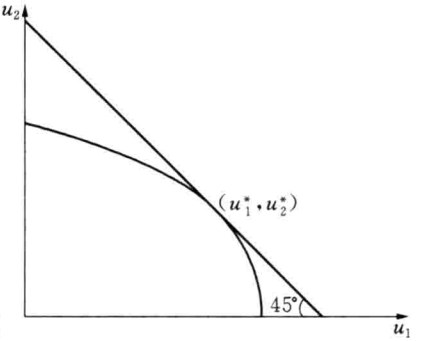


图 9.2 议价博弈的效用主义解

能够克服平等主义解法效率方面弱点的议价博弈解法是效用主义解,也称为功利主义解。效用主义解的基本原理是采用使双方效用总和最大化的分配方案。效用主义解也只需要知道效用函数就可以得到。效用主义解就是图 9.2 中效用边界切点坐标对应的双方分配方案。

效用主义解与平等主义解可能相同,也可能不同。在双方效用函数相同时,效用主义解就是平等主义解,也是平均主义解;效用不同时,三者都不同。效用主义解的优点是不仅满足帕累托效率原则,也符合总体效率最大化的效率原则,从总效用角度比较理想。但效用主义解存在公平性的疑问,因为这种解法倾向于把更多利益分配给主观效用评价较高者,不仅双方的分配可能不同,双方效用差距可能更大,无论是从分配均等还是效用均等的意义上都不公平。不符合公平原则使得效用主义解与个体理性存在矛盾,不容易被双方同时接受。因此,这种解法在双方有自由选择权力的多数情况下现实性较弱,除非一方不在乎利益,受到强制,或存在补偿机制时才可能实现。

上述几种议价博弈解法都有各自的根据,但也都有弱点,理论上没有绝对优劣高低之分。如果没有其他条件约束或者设定,现实中很难判断人们会采用上述哪种议价博弈解法,还是这几种解法都不被采用。

根据对上述几种议价解法的分析不难看出,直接依据公平和效率原则分析议价博弈会存在不少困难。首先,是对两个原则的理解往往有差异。有些认为分配相等是公平,也有些认为效用相等才公平,有些采用总

体效率原则，有些是帕累托效率原则。其次，是公平和效率都非议价双方必须服从的绝对法则。因为许多人涉及自身利益时往往不肯讲公平，而且常常更重视相对利益而非绝对利益，因此也可能采用违背效率原则的损人不利己行为。此外，仅仅考虑公平和效率两个原则也无法反映议价者风险偏好差异等因素。因此，模糊的公平和效率原则显然是无法提供解决议价博弈问题的有效方法，议价博弈分析需要更有效的分析框架。

但从复杂的议价博弈问题及其众多影响因素中找出核心机制，建立能够得出具有较强说服力结果的议价博弈一般分析框架并非易事。正是因为这个原因，天才数学家诺依曼认为，议价博弈只能给出合理范围解，即包含多种分配方案的“议价集”，不可能给出任何有说服力的唯一解。直到纳什提出了其公理化解法，才给议价博弈提供了一种在理论上更有说服力的、比较科学的基本分析范式，奠定了议价博弈理论的发展基础。

9.2.3　议价博弈的纳什解法

纳什在 1950 年提出了以纳什积最大化为核心的议价博弈解法。其中纳什积就是双方效用超过破裂点部分的乘积。纳什积同时反映了议价双方的风险偏好，以及议价双方的集体理性要求，正是纳什议价理论最关键的创造。

纳什议价博弈解也是以公平和效率两大原则为基础的。纳什议价解的效率原则和公平原则分别体现在效率公理和对称性公理两个公理中，它们是纳什议价解 4 个基础公理中的两个实质性公理。纳什议价解采用的是帕累托效率原则，体现在下列帕累托效率公理中。

帕累托效率公理　如果(s_1, s_2)和(s_1', s_2')都是一议价问题可行分配集合中的点，且$u_1(s_1) > u_1(s_1')$，$u_2(s_2) > u_2(s_2')$，那么(s_1', s_2')肯定不会是该议价博弈的结果。

帕累托效率公理可用图 9.3 表示。在图 9.3 中，灰色部分表示议价的效用配置集合，满足帕累托效率要求的效用配置是效用配置集边界上粗线条表示

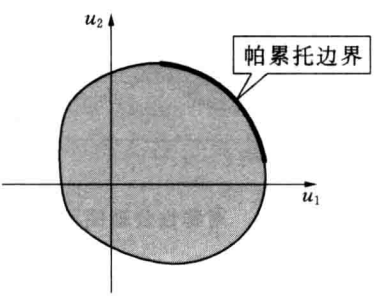


图 9.3　帕累托效率公理图示

的部分，也称为“帕累托效率边界”。帕累托效率公理也可表达为“议价博弈的解落在帕累托边界上”。帕累托效率公理表明，虽然议价结果与双方的谈判技巧等有关，但两个理性对手议价的结果必须落在该边界上，双方谈判的内容只是究竟取该边界上的哪一点而已。

虽然上述公理中的帕累托效率定义在效用上，但效用函数一般是利益的增函数，效用高低与分配大小是一致的。因此，上述帕累托效率也可以直接定义在分配上，即当 $s_1 > s_1'$ 且 $s_2 > s_2'$ 时，(s_1', s_2') 就不会是议价博弈的结果。

帕累托效率比总效用最大化的效率要求低一些，更容易满足，也更符合现实的理性要求。采用帕累托效率原则，使得纳什议价解有较广泛的适用范围。

纳什议价解的公平原则不是像其他议价博弈解法那样，简单地用等分配或等效用结果反映，而是主要体现在下列以效用配置集为基础的“对称性公理”中。

对称性公理 如果 $B(S, d; u_1, u_2)$ 是一个对称的议价博弈，满足 $(u_1, u_2) \in U$ 的条件是 $(u_2, u_1) \in U$，且 $d_1 = d_2$，则作为博弈的解 (u_1^*, u_2^*) 必须满足 $u_1^* = u_2^*$。

用图形表示对称性公理，就是如图 9.4 中对称议价博弈的解必须落在粗线条表示的对称线上。

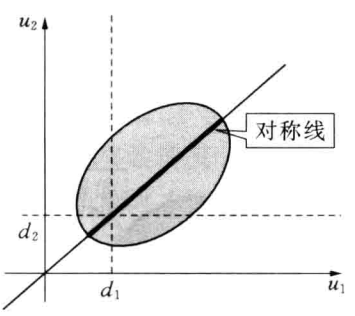


图 9.4 对称性公理图示

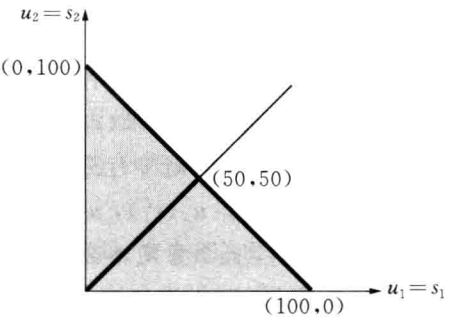


图 9.5 两人分 100 元的合作博弈解

对称性公理可以理解成是双方地位相同则结果相同的公平性。双方情况对称就得到相同待遇，显然是普遍接受的公平原则。对称性公理也

可以理解成双方议价能力的一致性，即在双方效用函数相同的情况下，双方都有能力实现相同的效用配置，不会受到欺负，也占不到对方便宜。

对称性公理的重要特点之一是只保证地位对称的博弈方得到相同的效用，但没有要求地位不同的博弈方得到相同效用或利益分配。这避免了公平性变成一种僵化约束，对议价博弈分析引入其他逻辑造成障碍，使得分析框架的包容性较大，适用范围更广。

事实上，有了帕累托效率和对称性两个公理就可以解决对称议价博弈问题了。以两博弈方效用等于分配的分 100 元现金问题为例。首先，可以确定该议价博弈是对称的，分别用横轴和纵轴代表两个博弈方的效用，效用配置集为图 9.5 中的三角形阴影部分面积，对称于图中的 45°线。根据对称性公理，该议价博弈的解应该在图中 45°线上落在配置集内的部分。

然后，根据帕累托效率公理，该议价博弈的解必须落在帕累托边界，即图 9.5 中(100, 0)和(0, 100)之间的连线上。同时满足对称性和有效性两个公理的分配，显然只有图中对称线和有效线的交点(50, 50)。这个同时满足公平和效率两方面要求的唯一分配，应该是议价双方最能接受的分配，因此是该议价博弈最“合理”的解。

事实上，所有两人对称议价都可以用对称性和帕累托效率两个公理直接求解。即使博弈方的效用不等于利益，只要双方的效用函数是相同(当 $s_i = s_j$ 时 $u_i = u_j$)的边际效用递减增函数，就都可以根据这两个公理直接求解。

当然，议价博弈并不都是对称的，现实中许多因素会造成议价双方处境不对称。非对称的议价问题无法直接运用对称性公理解决，但可以通过变换转化为对称博弈后再用对称性公理解决。因为纳什引入了线性变换不变性和独立于无关选择两个技术性要求公理，保证对称性变换过程不改变原博弈的解。先给出“线性变换不变性公理”(linear invariance)。

线性变换不变性公理　*如果* (s_1^*, s_2^*) *是一个两人议价问题的解，那么当议价问题中的效用变换为* $u_i' = a_i + b_i u_i$ *时，* (s_1^*, s_2^*) *仍然是议价的解。*

这个公理表明的议价解不变性是指实质性结果，也就是利益分配不变，效用配置结果是可以变化的，也要作与效用函数相同的线性变换。这

个公理可以通过下述几种不对称情况理解。

双方谈判破裂点的差异是议价博弈不对称性的原因之一，如图9.6(a)所示。只要考虑相对于破裂点的净效用增加 $u_i(s)-u_i(d)$，就可以把该博弈转化成对称议价博弈，如图 9.6(b)所示。这个对称议价博弈的分配解与原博弈的分配解是相同的。

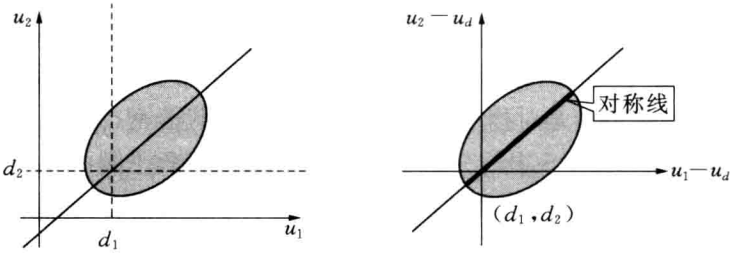


图 9.6 谈判破裂点非对称的解决

还有许多因素会引起议价问题不对称。例如，博弈方来自物价不同的地方，同样的收入有不同的购买力；一方所得利益要与其他人按比例分享或反过来能得到配套奖励，也会造成双方的效用配置不对称。上述影响都可以用效用函数的仿射变换 $u_1'=a_1+b_1u_1$，$u_2'=a_2+b_2u_2$ 表示，其中 b_1，$b_2>0$。因为这些不对称性是与双方议价无关的单方因素引起的，而且上述仿射变换不会影响偏好结构，因此也不应该影响议价博弈的分配结果。

有了线性变换不变性公理，就可以解决许多非对称议价博弈问题。例如，甲乙关于一个合作项目的谈判，项目预期利润是 10 000 元，甲单独有 2 000 元的其他获利机会。该博弈双方效用函数为 $(u_1,\ u_2)=(s_1+2\,000,\ s_2)$，其中 u_1 是甲的效用、u_2 是乙的效用，$0\leqslant s_1\leqslant 10\,000$、$0\leqslant s_2\leqslant 10\,000$ 分别是甲、乙在 10 000 元中分到的份额，$s_1+s_2\leqslant 10\,000$。该议价博弈的效用配置集显然是非对称的。但在净效用增加 $(u_1-u_{1d},\ u_2-u_{2d})=(s_1,\ s_2)$ 的意义上，这是一个对称议价博弈。根据对称性公理和效率公理可以得到解为 $(s^*_1,\ s^*_2)=(5\,000,\ 5\,000)$，双方效用配置 $(u^*_1,\ u^*_2)=(7\,000,\ 5\,000)$。

再看一个果农和粮农分 100 亩土地的例子。假设种粮食和水果利润

分别为每亩 800 元和 500 元，议价博弈的效用配置集为 $(u_1, u_2) = (800s_1, 500s_2)$，其中 $0 \leqslant s_i \leqslant 100$ 且 $s_1 + s_2 \leqslant 100$。这个议价博弈也是不对称的，效用配置集如图 9.7(a)所示。如果作变换 $u'_1 = u_1 / 800 = s_1$，$u'_2 = u_2 / 500 = s_2$，变换后博弈的效用配置集 $(u'_1, u'_2) = (s_1, s_2)$，其中 $0 \leqslant s_i \leqslant 100$ 且 $s_1 + s_2 \leqslant 100$，显然是对称的。

变换后的议价博弈可以利用对称性公理和效率公理解得 $(s^*_1, s^*_2) = (50, 50)$，如图 9.7(b)所示。根据线性变换不变性公理，这个解分配就是原议价问题的解分配，代入原议价问题的效用函数，得效用配置解为 $(u^*_1, u^*_2) = (800 \times 50, 500 \times 50) = (40\,000, 25\,000)$。

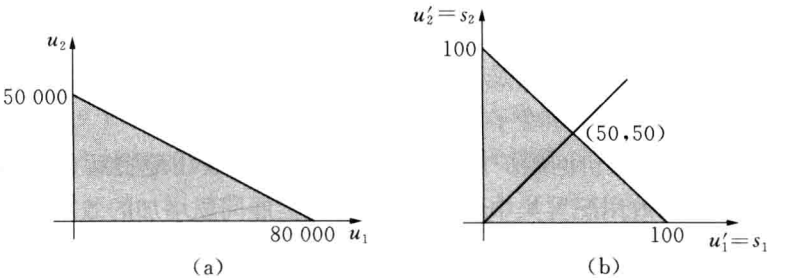


图 9.7　分土地问题的效用配置集和线性不变性公理

类似上述不影响偏好结构的博弈方自身因素引起的非对称性，都可以用线性变换不变性公理解决。但博弈方的风险态度和效用偏好差异，可能导致议价博弈的效用配置集不规则，无法用线性变换转变成对称集合。如图 9.8 中深色阴影部分的效用配置集，显然就无法用线性变换对称化。这种非对称议价问题，就不能直接靠线性变换不变性公理解决。

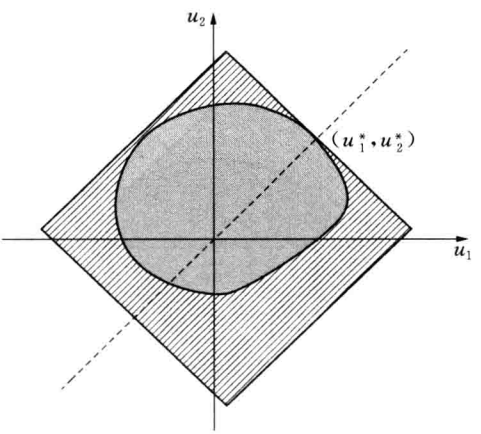


图 9.8　对称扩展问题和原问题的解

但此类无法通过线性变换对称化的议价问题，可以借助增加不可能被选择的“无关”分配方案，先把非对称效用配

置集扩展成对称效用配置集，再用对称性公理和效率公理求解。例如，把图 9.8 中的效用配置集扩展为其中的正方形面积后，这个扩展的效用配置集就是对称的，用对称性公理和帕累托效率公理解这个扩展效用配置集的议价问题，得到效用配置解(u_1^*, u_2^*)。下面的“独立于无关选择公理”保证(u_1^*, u_2^*)是原效用配置议价博弈的解。

独立于无关选择公理 如果 $B(S, d; u_1, u_2)$和 $B(S', d'; u_1, u_2)$是两个议价问题，满足 $S \supset S'$ 且 $d = d'$，那么如果 $B(S, d; u_1, u_2)$的解(s_1^*, s_2^*)(对应(u_1^*, u_2^*))落在 S' 中，则(s_1^*, s_2^*)一定也是 $B(S', d'; u_1, u_2)$的解。

这个公理的通俗含义是，如果一个有更大选择范围问题的最优解在其中一个小范围内，那么这个小范围中的最优解一定就是大范围问题的最优解。一个形象的比喻是，如果全班个子最高的是第一小组某人，那么该人肯定也是第一小组个子最高的。

图 9.8 中的议价问题扩展效用配置集之后的效用配置解(u_1^*, u_2^*)，是在原问题的效用配置集中(边界上)，因此扩展问题增加的效用配置(图中浅色阴影部分)实际上是不会被选择的无关配置。所以，扩展的对称议价问题与原问题有相同的解，即(u_1^*, u_2^*)也是原议价问题的解。

利用独立于无关选择公理解决非对称议价问题的关键，是扩展问题的解在原问题的效用配置集中。由于对称议价问题的解就是对称线与帕累托边界交点，因此只有原问题的效用配置集边界与扩展问题的效用配置集边界在该交点相切才符合要求。但是，这一点并不总是能得到满足的，如图 9.9 中的情况就不符合这种要求。

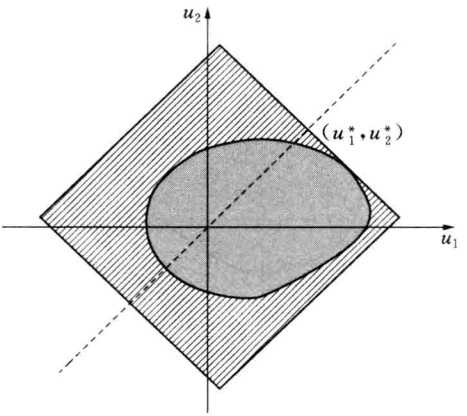


图 9.9 扩展问题的解在原问题效用配置集外

图 9.9 的情况需要结合利用线性变换不变性公理才能解决。可以先通过线性变换，使得原问题变换过的效用配置集与对称扩展问题的帕累托边界正好在解处相切，从而得到线性变换过问题的效用配置解

(u'^*_1, u'^*_2)，如图 9.10 所示。然后，再用逆线性变换得到原问题的效用配置解，并进一步得到分配解。

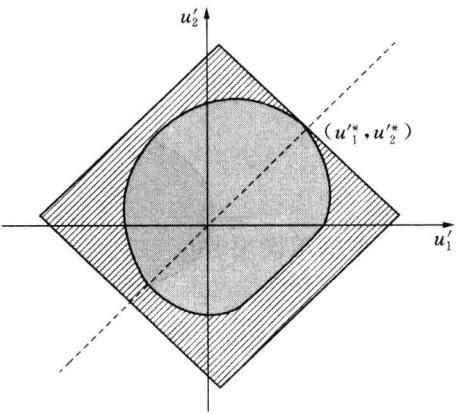


图 9.10　线性变换和无关选择公理的结合

有了上述一系列处理方法，理论上已经可以解决所有两人议价问题，不管这些问题是否对称，也不管非对称的原因和情况如何。当然，这些方法应用起来并不一定很方便。不过，在上面 4 个基本公理基础上的议价博弈解，早已被纳什总结在下面的命题中。

命题 9.1　同时满足帕累托效率、对称性、线性变换不变性、独立于无关选择 4 个公理的两人议价问题的唯一解，就是下列约束最优化问题的解

$$\max_{s_1, s_2}[(u_1(s)-u_1(d))(u_2(s)-u_2(d))]$$
$$\text{S.T.}\quad (s_1, s_2)\in S, (s_1, s_2)\geqslant(d_1, d_2)$$

这个解被称为议价问题的“纳什解”，或者“纳什议价解”。

纳什解是非线性优化问题的最优化点，该最优化问题的目标函数称为“纳什积”。纳什积不仅能够体现双方的利益诉求，体现集体理性的精神，而且具有非常理想的性质。纳什积把议价博弈解法转化为以纳什积为目标函数的数学优化问题，引入纳什积作为议价的联合效用函数正是纳什议价解成功的关键。

因为纳什积一般是凹函数，效用配置集合一般是凸紧集，因此上述纳什积优化问题通常有唯一解。分别以 $u_1(s)-u_1(d)$ 和 $u_2(s)-u_2(d)$ 为横坐标和纵坐标，令目标函数等于常数可以得到一族等轴双曲线，如图 9.11 所示。最优化问题的解就是图中的(u_1^*, u_2^*)。

只要说明这个纳什解(u_1^*, u_2^*)与前面的公理化解相同，就可以证明命题 9.1。为此只要对横坐标作乘纵坐标的仿射变换，对纵坐标作乘横坐标的仿射变换，在新坐标系下，(u_1^*, u_2^*)的像必然落在从原点出发平分第

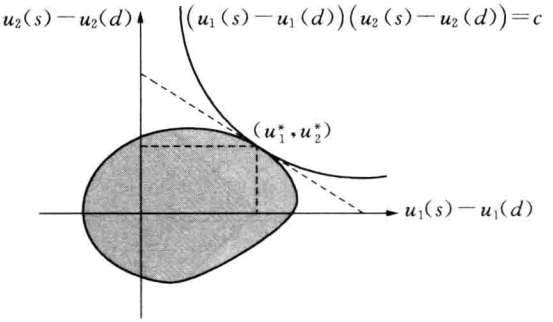


图 9.11 议价问题的纳什解

一象限的 45 度线上，且双曲线的像与效用配置集合边界在(u_1^*, u_2^*)的像处相切，切线垂直于 45 度线。而且，利用该切线可以扩展一个对称议价博弈问题。根据对称性公理和帕累托效率公理，(u_1^*, u_2^*)的像正是变换后的对称议价博弈问题的解。再根据线性变换不变性公理和独立于无关选择公理，(u_1^*, u_2^*)就是原议价博弈问题的公理化解。这样，结论就得到了证明。

这里用一个简单例子说明纳什解法的运用。两个人分 100 元现金。假设博弈方 1 风险中性，$u_1 = u_1(s_1) = s_1$，博弈方 2 风险规避，$u_2 = u_2(s_2) = s_2^b$，其中 $b < 1$。此外，假设谈判破裂点为(0, 0)。

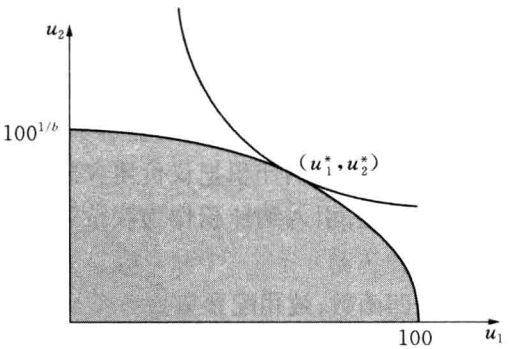


图 9.12 风险偏好差异博弈方分 100 元的效用配置集和纳什解

根据假设知道，这个议价博弈的分配必须满足约束条件 $s_1 + s_2 \leqslant 100$，代入 $s_1 = u_1$ 和 $s_2 = u_2^{1/b}$，则效用配置必须满足 $u_1 + u_2^{1/b} \leqslant 100$，因此效用配置集如图 9.12 中的阴影部分。当然，其中效用配置集边界的具体位置和形状与 b 的大小是有关的。

用纳什解法分析这个两人议价问题，就是求解下列纳什积的约束优化问题，即

$$\max_{u_1,\,u_2} u_1 u_2$$
$$\text{s.t.}\quad u_1 + u_2^{1/b} = 100$$

根据约束条件可得 $u_2 = (100 - u_1)^b$，代入纳什积转化为单变量最优化问题，即

$$\max_{u_1} u_1\,(100 - u_1)^b$$

最优化的一阶条件为

$$(100 - u^*_1)^b + u^*_1 b(100 - u^*_1)^{b-1}(-1) = 0$$

两边乘 $(100 - u^*_1)^{1-b}$，得

$$100 - u^*_1 - u^*_1 b = 0$$

可解得 $u^*_1 = s^*_1 = \dfrac{100}{1+b}$。进一步可得 $s^*_2 = 100 - s^*_1 = \dfrac{100b}{1+b}$，$u^*_2 = (s^*_2)^b = \left(\dfrac{100b}{1+b}\right)^b$。$(u^*_1,\ u^*_2)$ 就是图 9.12 中的切点。

从这个结果可以看出，议价双方风险偏好的差异对议价结果有明显影响。双方所得分配的差异取决于反映风险偏好的系数 b，b 越小，风险规避程度越严重，所得的分配就越小，所得效用更小。例如当 $b = 0.5$ 时，博弈方 2 得到的分配只有博弈方 1 的一半。这也是经济活动中“性格决定命运”的理论演绎，是一个很有启示作用的结论。

纳什解法是议价问题最重要的解法。纳什解法之所以重要，一方面是满足对称性、帕累托效率、线性变换不变、独立于无关选择 4 个公理，满足公平和效率两方面的要求。另一方面纳什解优化分析目标函数中的联合效用函数，也就是纳什积，显示了纳什解对双方的福利都很重视，不鼓励一味追求自身利益而忽略对方利益。

纳什的议价博弈解法也可以得到非合作博弈理论的支持。泽森通过引进双方提议和选择的议价过程，坚持和让步的期望利益比较，对议价过程进行非合作动态博弈分析，得到的议价解也是纳什积最优化。Binmore, Robinstein, Wolinsky(1986)证明了，轮流出价的非合作博弈

的子博弈完美均衡，等同于纳什议价解的纳什积最大化解。纳什议价博弈解法为议价博弈分析提供了一种一般有效的范式，奠定了议价博弈理论发展的基础。

9.2.4 议价博弈分析扩展——K-S 解法

虽然纳什议价博弈解法有较强的现实基础和完整的理论体系，是议价博弈理论有效的基本分析框架，可以给大多数议价博弈提供明确唯一和比较合理的公理解，但并不意味着它适用于所有议价博弈问题。如果议价双方对标的的要求权存在明显差异，如破产清算问题中债权人之间持有债权不同时，就很难直接用纳什解法给出合理的结论。

假设某公司破产清算时有剩余资产 K，有两个债权人持有债权分别为 D_1、D_2，且 $D_1+D_2>K$。两个债权人显然不可能都得到完全清偿，双方如何分割 K 的谈判就是一个议价博弈。由于清偿不可能超过所拥有的债权，因此这个议价博弈的利益分配是受到限制的，可行分配集 $S=\{(s_1, s_2) \mid s_1+s_2 \leqslant K, 0 \leqslant s_1 \leqslant D_1, 0 \leqslant s_2 \leqslant D_2\}$。设两个债权人都是风险中性的，则 $u_i=s_i$，效用配置集与可行分配集相同。

可以分两个债权人的债权相同 $D_1=D_2$ 和债权不同 $D_1>D_2$ 两种情况考虑。前一种情况简单，因为属于对称议价博弈，根据对称性公理等可以直接得到解 $s_1=s_2=K/2$，需要认真讨论的是第二种情况 $D_1>D_2$。如果用纳什解法分析第二种情况，那么当 $D_1>D_2>K/2$ 时，纳什解如图 9.13(a)中的 S^*(a)，仍然是$(K/2, K/2)$；当 $D_1>D_2$ 但 $D_2<K/2$ 时，纳什解如图 9.13(b)中的 S^*(b)，即 $(K-D_2, D_2)$。

问题是 $D_1>D_2$ 两种情况的纳什解是否合理，双方是否都愿意接受

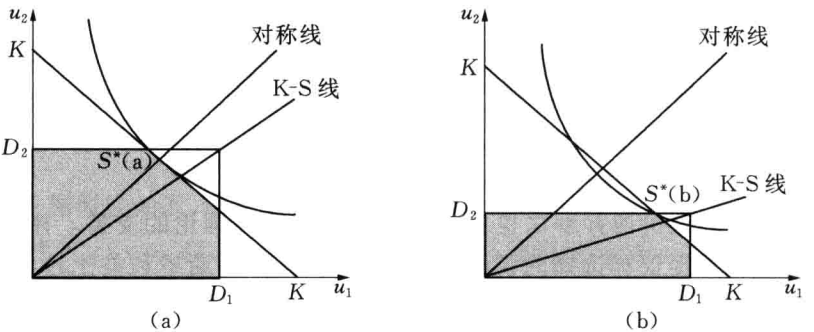


图 9.13 债权不同时破产问题的纳什解

呢？答案显然是不肯定的。因为虽然第一种情况两个人得到的清偿绝对值相同，第二种情况债权人 1 得到更多，但两种情况下债权人 2 的清偿比例 s_2/D_2 都比债权人 1 的清偿比例 s_1/D_1 高，第二种情况债权人 2 得到了完全清偿，从清偿比例角度，债权人 2 比较满意，债权人 1 应该很不满意，债权人 1 一般不愿意接受这样的分配。

对于这种双方要求权有差异的议价博弈，怎样的分配比较容易被双方接受，且是更合理的解呢？事实上，清偿比例就是构造合理解的重要思路。可以根据双方债权、要求权的大小比例，按照公式 $s_i = \dfrac{D_i}{D_1 + D_2} \times K$，等比例分配可清偿资产 K。这种解法由 Kalai 和 Smorodinsky 两位首先提出，称为“K-S 解”。上述破产问题的 K-S 解就是图 9.13 中的 K-S 线与效用配置集帕累托边界的交点。

如果议价博弈的谈判破裂点不在原点，上述解法可进一步改进为解分配与博弈方要求权减去破裂点利益成比例，K-S 线是从谈判破裂点到双方要求权决定的最大效用配置组合点的连线。

9.3　联 盟 博 弈

联盟博弈理论是合作博弈理论的另一组成部分，也是博弈论的重要内容。联盟博弈理论可以从多人议价问题引出，可看作议价博弈理论的自然延伸，也可以从政治、军事和社会等同盟问题中引出。联盟博弈理论对于更好地理解社会经济、政治、军事中的合作和竞争关系，更好地制定战略和运用策略行为，都有非常重要的意义。

9.3.1　联盟博弈问题

两人议价博弈的分析方法可以用到多人议价问题中。只要把纳什积扩展为多人联合效用函数 $u(s) = [(u_1(s_1) - u_1(d_1)) \cdots (u_n(s_n) - u_n(d_n))]$，就可以用最优化模型得到多人议价博弈的纳什解。但这种推广存在陷阱，因为多人议价博弈的联盟问题会破坏议价解的有效性。

例如，用纳什解法分析三人分 300 元的议价问题，这个对称议价博弈

的纳什解显然是(100, 100, 100)。但是,如果其中任何一人想到找人结盟,如博弈方 1 联合博弈方 2,就可以利用少数服从多数的规则,实现对两人更有利的分配,如(150, 150, 0)。这意味着纳什解缺乏稳定性。当然分配(150, 150, 0)也不稳定,因为博弈方 3 可以提议分配(0, 180, 120)拉拢博弈方 2 与自己结盟,瓦解博弈方 1 和 2 的联盟。(0, 180, 120)同样也不牢靠,因为博弈方 1 发现自己将要偷鸡不着蚀把米时,可以转而对博弈方 3 示好,提议方案(140, 0, 160)与博弈方 3 联合。这种联盟分化重组的过程理论上可以不断进行下去,最终结果很难预料,但纳什议价解将会失效这一点却是可以肯定的结论。

非议价博弈引出联盟问题的典型例子之一是垃圾博弈。某社区有 n 户居民,每户每天产 1 袋垃圾,自己处理要花 1 元钱,逃避付费的方法是把自家垃圾扔到某个邻居院子里,但邻居也会把垃圾扔给你。如果每户都随机将垃圾扔给任一邻居,每户的期望支出仍然是 1 元。如果部分人家结盟,联盟成员保证不相互扔垃圾,联盟成员的期望垃圾支出就会下降。极端情况是 $n-1$ 户家庭结成联盟,都把垃圾扔给唯一非联盟家庭,联盟成员期望支出各 $\frac{1}{n-1}$ 元,大大低于 1 元,非联盟家庭期望支出 $n-1$ 元。非联盟家庭当然可以设法反击,如许诺接受联盟中 $n-2$ 户可能收到的垃圾,动员这 $n-2$ 户都把垃圾扔给原联盟中另外一户,这样原非联盟家庭只需要接收一袋而不是 $n-1$ 袋垃圾。当然,收到 $n-2$ 袋垃圾的被出卖原联盟成员也不会善罢甘休,会设法通过利诱瓦解不利于自己的联盟,形成新的联盟。……这种联盟形成和瓦解的过程也可以不断持续下去。

联盟博弈中博弈方的地位和关系并不一定都是对称的。例如某人出售一件商品,但有两个人同时想购买。如果设卖方的估价是 20 元,买主 1 估价 80 元,买主 2 估价 100 元,而且 3 个人的估价是三方共同知识,这个商品交易问题也是一个多人合作博弈问题。用议价博弈的思想分析,卖方以 60 元的价格卖给买主 2,双方各得 40 元效用是合理结果。但如果买主 1 不甘心什么都得不到,可以提高价格竞买,如出价 70 元,竞买成功有 10 元效用,卖方当然乐意得到更高的 50 元效用。不过买主 2 也可以再竞价,如出价 80 元,竞买成功买主 2 有 20 元效用,卖方有 60 元效用。当然,一旦两个买主发现相互竞价必然两败俱伤只有卖方得利时,可

能会转而联合起来对付卖方，如都出价 30 元，同时相互承诺买到商品的给未买到的一定补偿。这种三方较量也可以继续进行下去。

上面几个例子解释了联盟在多人合作博弈中的核心意义。事实上，联盟正是多人合作博弈与两人合作博弈最根本的区别所在，多人合作博弈必须分析其中的联盟问题。

9.3.2　联盟博弈表示方法和主要概念

联盟博弈的特征和分析方法都与两人议价博弈有很大不同，因此联盟博弈的表示方法和概念也与两人议价博弈不同。

在联盟博弈中，具有关键作用的联盟可以用博弈方的集合表示。设联盟博弈有 n 个博弈方，直接用数字 $1, 2, \cdots, n$ 表示，构成集合 $N=\{1, 2, \cdots, n\}$。N 的子集 $S \subset N$，就是博弈中的联盟。N 的所有子集构成所有可能联盟的集合，记为 $P(N)$。N 共有 2^n 个子集，包括 N 本身，单元素子集 $\{i\}(i=1, \cdots, n)$，以及空集 $\varnothing$。这些子集中非空子集有 2^n-1 个，至少两个元素，因此能构成有意义联盟的 2^n-n-1 个。很显然，联盟博弈参与人数越多，可能的联盟就越多，联盟博弈就越复杂。

联盟博弈的分配概念与议价博弈是相似的。一般用向量 $x=(x_1, \cdots, x_n) \in R^n$ 表示联盟博弈的分配，其中 x_i 为博弈方 i 的期望得益。联盟博弈的分配必须符合博弈问题的基本假设，每个博弈方的得益都不少于其不参加任何联盟的得益，否则博弈方就不会参与联盟博弈。满足这些要求的分配全体构成联盟博弈的“可行分配集”，分配在联盟博弈中也有核心作用。

例如，三人分 300 元联盟博弈的可行分配集为 $\{(x_1, x_2, x_3) \mid 0 \leqslant x_i \leqslant 300, x_1+x_2+x_3 \leqslant 300\}$，垃圾博弈问题的可行分配集为 $\{(x_1, \cdots, x_n) \mid -n \leqslant x_i \leqslant 0, x_1+\cdots+x_n=-n\}$，三人商品交易联盟博弈的可行分配集为 $\{(x_1, x_2, x_3) \mid 0 \leqslant x_1, x_3 \leqslant 80, 0 \leqslant x_2 \leqslant 60, x_1+x_2+x_3 \leqslant 80\}$。

联盟博弈另一个重要概念是“特征函数”(characteristic function)。特征函数是建立在联盟基础上的，反映联盟价值和形成联盟的基础。特征函数定义如下：对于 n 人联盟博弈中的联盟 $S \in P(N)$，不管联盟外成员如何行为，联盟成员通过协调行为可保证实现的最大联盟总得益，称

为联盟的“保证水平”，记为 $v(S)$。一个联盟博弈所有可能联盟的保证水平构成 $P(N)\to R$ 的一个实值函数，称为该联盟博弈的“特征函数”。

根据特征函数的定义，一般联盟博弈特征函数值的计算方法为

$$v(S)=\max_{x\in x_S}\min_{y\in x_{N\setminus S}}\sum_{i\in S}u_i(x,y)$$

式中，x_S 表示 S 中成员全部联合混合策略的全体，$x_{N\setminus S}$ 表示 $N\setminus S$ 中成员全部联合混合策略的全体，$u_i(x,y)$ 表示博弈方 i 对应策略组合 (x,y) 的期望得益。

现实中，常常通过对博弈的直接分析得到特征函数值。例如，三人分 300 元博弈的特征函数为：$v(\phi)=0$；$v(\{i\})=0$，$i=1,2,3$；$v(\{i,j\})=300$，$i,j=1,2,3$ 且 $i\neq j$；$v(\{1,2,3\})=300$。又如，n 户居民垃圾博弈的特征函数为：$v(1)=-(n-1)$；$v(2)=-(n-2)$；$\cdots$ $v(n-1)=-1$；$v(n)=-n$。这里括号中数字为联盟中的家庭户数，或者说联盟规模。再如，三人商品交易博弈的特征函数为：$v(\phi)=0$；$v(\{i\})=0$，$i=1,2,3$；$v(\{1,2\})=60$；$v(\{1,3\})=v(\{2,3\}=v(\{1,2,3\})=80$。

特征函数是衡量联盟价值的重要基础，特别是对于可通过内部转移支付调节联盟成员利益不平衡的可转移效用博弈，特征函数对形成何种联盟和博弈结果有决定作用。正是因为这个原因，联盟博弈也称为“特征函数型博弈”，表示为 $B(N,v)$，其中 v 就是其特征函数。

特征函数还可用来对联盟博弈进行分类。例如，满足 $v(N)>\sum_{i\in N}v(\{i\})$ 的联盟博弈称为“本质博弈”，而满足 $v(N)=\sum_{i\in N}v(\{i\})$ 的联盟博弈则称为“非本质博弈”。若联盟博弈的 $v(S)$ 只取 0 和 1，且单人联盟特征函数值为 0，大联盟特征函数值为 1，则称为“简单博弈”。在简单博弈中，特征函数值为 1 的联盟称为“胜利联盟”，特征函数值为 0 的联盟称为“失败联盟”。

9.3.3 优超和核

因为从怎样结盟的角度可以把联盟博弈理解为博弈方的策略选择问题，因此类似非合作博弈的占优分析在联盟博弈中是有意义的。但是联

盟博弈最终也是利益分配问题，因此类似议价博弈纳什解法的公理化方法在联盟博弈分析中也有用。前一类方法如联盟博弈的“核”和“稳定集”分析，后一类方法则如“夏普里值”的赋值法分析。本小节先介绍联盟博弈的核分析方法，后两小节分别介绍稳定集分析和夏普里值分析。

联盟博弈第一个基本解概念是“核”。因为“核”是建立在“优超”概念基础上的，因此介绍核概念之前先介绍两个层次的优超概念。

定义（x 关于 S 优超 y） 对于联盟博弈 $B(N, v)$ 的分配 x、y，以及联盟 $S \subset N$，如果 $x_i > y_i$，$\forall i \in S$ 都成立，且 $\sum_{i \in S} x_i \leqslant v(S)$，则称“$x$ 关于 S 优超 y”，记为 $x \underset{S}{\succ} y$。

定义（x 优超 y） 对于联盟博弈 $B(N, v)$ 的分配 x、y，如果 $\exists S \subset N$，使得 $x \underset{S}{\succ} y$，则称“x 优超 y”，记为 $x \succ y$。

根据优超的定义容易判断，在三人分 300 元博弈中，分配(150, 150, 0)关于联盟{1, 2}优超(100, 100, 100)，从而(150, 150, 0)是优超(100, 100, 100)的。同样的有(0, 170, 130)关于联盟{2, 3}优超(150, 150, 0)，因此(0, 170, 130)是优超(150, 150, 0)的。

有了优超概念以后，就可以定义联盟博弈的核了。

定义（核） 对于 n 人联盟博弈 $B(N, v)$，分配集中不被任何分配优超的分配全体，称为该博弈的“核”(core)，记为 $C(N, v)$。

联盟博弈的“核”也可以定义在“瓦解”基础上。为此，先给出“瓦解”的定义。

定义（瓦解 block） 设 $x = (x_1, \cdots, x_n)$ 是联盟博弈 $B(N, v)$ 的一个可行分配。如果联盟 S 使得 $v(S) > \sum_{i \in S} x_i = x(S)$，也就是说联盟的特征函数值（保证水平）高于上述分配带给联盟成员得益的总和，就说“联盟 S 瓦解分配 x”。

定义（核） 设 $B(N, v)$ 是一个联盟博弈，在 $B(N, v)$ 的可行分配集中，所有不会被任何联盟所瓦解的分配的集合，称为这个联盟博弈的“核”。

不难看出定义在瓦解概念上的核与定义在优超概念上的核实际上是相同的。事实上，优超和瓦解之间就有对应关系。例如，根据瓦解的定义不难判断，三人分 300 元博弈中两个优超关系中的联盟{1, 2}和{2, 3}，

就是分别瓦解分配(100, 100, 100)和(150, 150, 0)的联盟。

因为核中的分配肯定不会被任何联盟推翻,因此核在联盟博弈中具有稳定性,作为联盟博弈的解自然有合理性。核是合作博弈理论最早出现的解概念,在博弈论中有非常重要的地位。核作为联盟博弈解概念的问题是,联盟博弈的核常常是空集,非空时又不一定唯一。这很大程度上影响了这个解概念的作用。

例如,前述三人分 300 元博弈的核就是空集 $C(N, v)=\phi$。因为,事实上不存在任何不被优超的分配。例如,(100, 100, 100)关于{1, 2}被(150, 150, 0)优超,而(150, 150, 0)关于联盟{2, 3}被(0, 170, 130)优超等。n 户居民垃圾博弈的核也是空集 $C(N, v)=\phi$,因为事实上该博弈的所有可行分配也都能够被优超。

如果三人分 300 元的规则改为必须全部同意,那么联盟博弈有非空的核 $C(N, v)=\{(x_1, x_2, x_3) \mid 0\leqslant x_i\leqslant 300, x_1+x_2+x_3=300\}$。因为任何非三人联盟特征函数 $v(S)=0$,因此无法瓦解任何 x;而对于三人联盟{1, 2, 3},因为 $x_1+x_2+x_3=300$,所以不可能存在同时满足 $y_1>x_1$, $y_2>x_2$, $y_3>x_3$ 和 $y_1+y_2+y_3\leqslant 300$ 的分配(y_1, y_2, y_3),因此也无法瓦解任何 x,从而证明上述集合构成该博弈的核。但这个博弈的核中显然有许多元素。

根据联盟博弈核的定义和有关博弈的性质,可以得到下列关于联盟博弈核的有用结论。

结论 1:n 人联盟博弈 $B(N, v)$的核由所有满足以下条件的 n 维向量 $x=(x_1, \cdots, x_n)$ 组成:(1)对所有可能联盟,联盟成员的总得益之和不小于该联盟的特征函数值,即 $\forall S\subset N$, $\sum_{i\in S}x_i=x(S)\geqslant v(S)$;(2)大联盟成员总得益等于联盟特征函数值,即 $\sum_{i\in N}x_i=x(N)=v(N)$。

结论 2:常和本质博弈的核是空的。

因为若常和本质博弈的核非空,存在 $x\in c(N, v)$,则 $v(N)=x(N)=\sum_{i\in N}[x(N)-x(N\backslash\{i\})]\leqslant\sum_{i\in N}[v(N)-v(N\backslash\{i\})]=\sum_{i\in N}v(\{i\})$。这与本质博弈 $v(N)>\sum_{i\in N}v(\{i\})$ 相矛盾。因此常和本质博弈的核是空集,结论 2 必然成立。

结论 3:在简单博弈中,核非空的充要条件是存在有否决权的博弈方。

9.3.4　稳定集

另一个基于占优分析的联盟博弈解概念是稳定集(stable set)。稳定集是冯·诺伊曼和摩根斯坦首先提出的,因此也称为“vN-M 解”。

定义(稳定集)　对于 n 人联盟博弈 $B(N, v)$,若分配集 w 满足:(1)内部稳定性,即不存在 $x, y \in w$,使得 $x \succ y$;(2)外部稳定性,即 $\forall x \notin w, \exists y \in w$,使得 $y \succ x$,则分配集 w 称为这个联盟博弈的一个“稳定集”。

联盟博弈的稳定集与核之间显然是有联系的。稳定集一般来说是包含核的,即若 w 是 $B(N, v)$ 的稳定集,$c(N, v)$ 是 $B(N, v)$ 的核,则 $c(N, v) \subset w$。

三人分 300 元博弈和 n 户居民垃圾博弈的稳定集为空集。因为事实上,这两个博弈所有的分配都能够被优超,因此这两个博弈的任何分配集都不可能满足稳定集的内部稳定性条件,当然不可能是稳定集。

如果三人分 300 元的规则改为必须全部同意,则稳定集非空,此时分配集 $\{(x_1, x_2, x_3) \mid 0 \leqslant x_i \leqslant 300, x_1 + x_2 + x_3 = 300\}$ 就是稳定集。因为其中的分配都在帕累托效率边界上,不可能被任何三人联盟瓦解,而所有三人以下联盟的特征函数值都是 $v(S) = 0$,也不可能瓦解这些分配。同时,该分配集以外的分配都不在帕累托效率边界上,因此肯定可以被这些分配之一优超。因此,该分配集具有内外部稳定性,根据定义可知一定是稳定集。

稳定集很容易理解,也是联盟博弈重要的解概念之一。但稳定集作为联盟博弈的解概念同样也有问题,因为稳定集同样常常是空集,而非空时又常常不唯一。

9.3.5　夏普里值

夏普里值(Shapley value)是夏普里(Shapley)1953 年提出的,从另一个角度分析联盟博弈的解概念。夏普里值与议价博弈的纳什解相似,也是一种公理化的分析方法。

夏普里首先给出了作为夏普里值基础的 3 个公理。第一个公理是对称公理,含义是博弈的夏普里值(对应分配)与博弈方的排列次序无关,或者说博弈方排列次序的改变不影响博弈得到的值。第二个公理是有效公

理，含义是全体博弈方的夏普里值之和分割完相应联盟的价值，也即特征函数值。第三个公理是加法公理，含义是两个独立的博弈合并时，合并博弈的夏普里值是两个独立博弈夏普里值之和。

夏普里证明了同时符合上述 3 个公理，描述联盟博弈 $B(N, v)$ 各个博弈方价值的唯一指标是向量 $(\varphi_1, \cdots, \varphi_n)$，$\varphi_i = \sum_{S \subset N} \frac{(n-k)!(k-1)!}{n!}[v(S) - v(S \backslash \{i\})]$。$n$ 是联盟博弈的博弈方数，$k = |S|$ 为联盟 S 的规模，即 S 包含的博弈方数量。而向量 $(\varphi_1, \cdots, \varphi_n)$ 称为联盟博弈 $B(N, v)$ 的“夏普里值”，φ_i 是博弈方 i 的夏普里值。

上述公式中，$v(S) - v(S \backslash \{i\})$ 反映博弈方 i 的参与对联盟 S 特征函数值的影响，即博弈方 i 对联盟 S 的贡献。$\frac{(k-1)!(n-k)!}{n!}$ 等于博弈方 i 参与联盟 S 的概率。因此，博弈方的夏普里值即它们参与联盟博弈的期望贡献，是衡量每个博弈方价值的最好指标。

一个博弈方是否加入某联盟可能对该联盟的总利益没有影响，即 $v(S) - v(S \backslash \{i\}) = 0$，这时候称博弈方 i 是联盟 S 的“无为博弈方”。无为博弈方的存在可以简化夏普利值的计算。

根据地位关系对称博弈方的夏普里值相同的对称性公理，以及各博弈方夏普里值之和分割完联盟价值的有效性公理，很容易通过直接分析得到对称联盟博弈的夏普里值。例如，不管规则是少数服从多数还是要全部通过，三人分 300 元博弈的夏普里值都是 (100, 100, 100)。同样道理，可以直接得到 n 户居民垃圾博弈的夏普里值为 $(-1, \cdots, -1)$。

如果三人分 300 元的规则改为只有博弈方 1、2 有均等的决定权，即他们同意即可，那么这个联盟博弈的特征函数值为 $v(\{1, 2\}) = v(\{1, 2, 3\}) = 300$，其余联盟 S 的 $v(S) = 0$，根据夏普里值的计算方法，可以得到

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{(3-2)!(2-1)!}{3!} \times 300 + \frac{(3-3)!(3-1)!}{3!} \times 300$$

$$= \frac{1}{6} \times 300 + \frac{2}{6} \times 300 = 150$$

$$\varphi_3 = 0$$

因此这个联盟博弈的夏普里值为(150, 150, 0)。

实际上,因为博弈方 3 没有表决权,因此其对所有联盟的边际贡献都是 0,夏普里值必然为 0;而博弈方 1、2 地位是对称的,因此根据对称性公理博弈方 1、2 的夏普里值必须相同;再根据有效性公理,可以直接知道这个联盟博弈的夏普里值为(150, 150, 0)。

与市场经济中按边际生产力分配的原则一样,在联盟博弈中按照各个博弈方的边际价值、贡献进行分配也比较公平和容易被接受。夏普里值反映的正是各个博弈方在联盟博弈中的贡献和价值,因此夏普里值是联盟博弈中进行公平分配、避免无休止的联盟对抗,从而解决联盟博弈问题的有效方法。当然,现实中让经济主体接受这种分配方法可能需要一个过程。

夏普里值是联盟博弈最重要的解概念之一。而且夏普里值作为一种分配原则,在资源管理、税负分担、公用事业定价等方面也有重要的应用。

夏普里值的思想在政治选举问题中也有推广应用。例如,班扎夫(1965 年)提出的政治选举中的班扎夫权力指数(Banzaf index of voting power),就是受夏普里值思想的启发构造的。该指数的思路是,投票者的权力体现在通过自己加入一个要失败的联盟可使它胜利,或者放弃一个要胜利的联盟可使其失败。换句话说,投票者的权力体现在是否联盟胜败的关键加入者(pivoting player)。根据这种思想,班扎夫把每个投票者作为关键加入者的获胜联盟的个数作为衡量投票者权力的指标,称为"权力指数"。班扎夫权力指数与夏普里值的关系是显而易见的,实际上在选举博弈中夏普里值就等于班扎夫权力指数。

假设在一次投票表决中,A 有 2 票投票权,B 和 C 各有 1 票投票权,而获 3 票可通过提案。根据投票规则很容易知道,A 是这个选举问题中 3 个联盟(自己分别与 B 和 C 的联盟和三方大联盟)的关键加入者,B 和 C 都是一个联盟(自己与 A 的联盟)的关键加入者,因此 A、B、C 的班扎夫权力指数分别为 3、1、1。

本章内容提要

本章第一节通过对非合作博弈理论的局限性,以及经济交易具体问题等的讨论,引出了合作博弈的议价博弈、联盟博弈问题,说明研究合作博弈问题的必要性,对合作博弈理论的基本范畴作了简单介绍。第二节

介绍了议价博弈理论，包括议价博弈问题和模型，议价博弈分析的思路、两个基本原则和几种简单议价解法，纳什议价解的原理和4个基础公理，并对扩展的K-S解法作了简单介绍。第三节对联盟博弈理论作了初步介绍，包括联盟博弈的概念特征，定义在优超和瓦解基础上的核和稳定集等解概念，夏普里值和班扎夫权力指数等公理化分析概念。本章的启发式介绍可以让读者初步了解合作博弈理论的核心内容。

本章基本概念

议价博弈　联盟博弈　分配　可行分配集　效用配置　效用配置集　破裂点　公平原则　效率原则　平均主义解　平等主义解　效用主义解　对称公理　有效公理　线性变换不变性公理　独立于无关选择公理　纳什解　K-S解　联盟　垃圾博弈　优超　瓦解　核　稳定集　夏普里值　班扎夫权力指数

思考练习题

1. 合作博弈从本质上说都是议价问题。这个说法对吗？

2. 纳什议价解的实质也是博弈方的策略最优化。这个说法对吗？

3. 核和稳定集之间的关系是什么？

4. 纳什议价解法4个基础公理的理论和现实意义分别是什么？

5. 如果卖方的主观价值评价是500元，买方的主观价值评价是800元，而且双方的评价都是双方的共同知识。试讨论该议价问题的结果。

6. 在两人分1万元的议价问题中，假设博弈方1风险中性，博弈方2风险规避（$u_2=s_2^b$，$b=0.8$），再假设不管谈判是否成功，这1万元中的2千元必须留给博弈方2，求这个两人议价问题的纳什解。

7. 在破产博弈中，债权人1有债权100万元，债权人2有债权500万元。若两人都是风险中性的，分别求可清偿资产为100万、300万和500万情况下的纳什议价解和K-S议价解。

8. 分别求下列不同规则下的三人分300元博弈的特征函数、核、稳定集和夏普里值：(a)必须全部同意；(b)博弈方1同意即可；(c)博弈方1、2同意即可；(d)博弈方1有两票，博弈方2、3各有一票，四分之三票数通过有效。

第十章　博弈论历史和发展简述

现代博弈论包含的丰富内容，不是本书的有限篇幅能够全部涵盖的。全面深入地掌握现代博弈论的原理和方法，需要进一步阅读相关文献，包括博弈论的各种经典原著和应用文献。为了更好地把握进一步学习研究博弈论的方向，本章对博弈论的历史、发展、内在逻辑，以及未来趋势等作简单评述。

10.1　博弈论的起源和形成

博弈论进入主流经济学的时间并不长，经济学界普遍认识和重视博弈论，最早也是20世纪80年代以后的事情。但是，博弈论的产生和发展已经有相当长的历史。

博弈本质上是人类的决策选择，特别是人们相互之间存在互动关系、策略对抗情况下的决策选择。人类作为高度智慧的生物，最重要的特征就是有很强的预见性。人们在社会经济活动中，会自觉不自觉地对事物或对手行为进行判断预测，并根据这些判断预测选择或调整策略行为。根据博弈的定义，这些判断和决策就是博弈。因此，博弈实际上是人们早就在实践中不断运用的古老智慧。当然，人们的“原始”博弈行为通常比较粗糙、简单，更没有上升到理论，但它们对博弈论的产生、发展肯定有着潜移默化的影响。博弈论正是从人类的这些实践经验中升华发展而来的，并不只是某些天才思想家灵光闪现的产物。

按照有文献记载的最早博弈思想的标准，博弈论的历史可以追溯到2 000多年前我国古代的齐威王田忌赛马，1500年前巴比伦犹太教法典

中的婚姻合同问题等，因为这些典故中含有非常明显的博弈思想。当然，那些时代的社会经济竞争程度很低，也没有现代意义上的经济学，不可能产生类似现代博弈论的博弈分析文献。

如果按照现代经济学和博弈论中经常引述的，最早包含典型博弈思想文献的标准，那么古诺1838年关于寡头之间通过产量决策进行竞争的模型，可以看作博弈论早期研究的起点。但古诺并没有使用“博弈”(game)这个词，也没有用这种分析方法去分析更多的经济问题，更没有通过对该模型的分析发展出一般的博弈理论。因此，虽然古诺模型是包含博弈思想的重要发明，对博弈论的发展有重要影响，但也只能算是对博弈问题的早期零星研究，而不能代表博弈理论的发端。

1883年，伯特兰德提出的通过价格进行博弈的寡头竞争模型与古诺模型有异曲同工之妙，也是包含博弈思想的经典文献，同样只是对博弈问题的早期零星研究。1881年，埃奇沃斯(Edgeworth)提出的“合同曲线”也是最早包含市场博弈思想的理论，是合作博弈理论的重要解概念“核”的特例。

对博弈问题比较系统密集的研究是从20世纪初期开始的。20世纪初，齐默罗(Zermelo)和波雷尔(Borel)对象棋博弈等的研究可以代表严格竞争的零和博弈研究的发端。齐默罗在1913年提出的关于象棋博弈的定理是博弈论的第一个定理，提出的“逆推归纳法”(backward induction procedure)则是博弈论的第一种有一般意义的分析方法。1921—1927年期间，波雷尔给出了混合策略的第一个现代表述，并给出了有数种策略的两人博弈的极小化极大解等。诺伊曼(von Neumann)和摩根斯坦(Morgenstern)1928年给出了扩展形博弈定义，证明了有限策略的两人零和博弈有确定的结果等。

虽然这些博弈理论的早期探索并没有形成系统的博弈理论，但它们对系统博弈理论的产生、发展有直接的推动作用，不仅现代博弈论正是从这些早期探索和文献中孕育出来，而且这些早期工作成果，直到现在都是被广泛引用的经典理论或范例，是讨论许多问题的起点。因此1910年到1930年这个阶段，也被称为博弈论的萌芽时代。

对于一个理论的真正发展来说，重要的并不是谁有过相关的天才思想闪念或零星研究，而是自从谁的工作或者文献以后，其思想方法就不再

被忘却，并且开始有越来越多的追随者。这与哥伦布虽然不是到达美洲的第一人（哥伦布到达之前美洲一直有人居住），但由于哥伦布是发现美洲的最后一个人（此后美洲再也没有“失落”过，不可能再有人“发现”），因此哥伦布可以享有新大陆发现者的荣誉是一样的道理。按照这样的思路，冯·诺伊曼和摩根斯坦1944年出版的《博弈论和经济行为》（*Theory of Games and Economic Behavior*），应该在博弈论历史上享有发现者地位，应该被看作是博弈论诞生的标志。

冯·诺伊曼和摩根斯坦在上述著作中，引进了博弈论的扩展形（extensive form）表示和正规形（normal form）或称策略形（strategy form）、矩阵形（matrix form）表示，定义了极小化极大解（minmax solution），并说明了这种解在所有两人零和博弈中都存在，提出了稳定集（stable sets）解概念等，而且正式提出了创造一种博弈论一般理论的主意。该书在总结以往博弈研究成果的基础上，给出了博弈论研究的一般框架、概念术语和表述方法，提出了较系统的博弈理论。

虽然从现代眼光看，该书并不全面，甚至与现代博弈理论在研究重心方面有不少差距，但该书对博弈理论发展起到的促进作用是巨大的。在诺伊曼和摩根斯坦以前，博弈论主要是数学家们研究的课题，该书的出版使得博弈论找到了经济学这个最好的用武之地、思想源泉和实验领域。虽然在诺伊曼和摩根斯坦这部著作出版后的相当长时期，许多人仍然认为博弈论只是一门应用数学，但很大程度上正是因为诺伊曼和摩根斯坦著作的推动，博弈论最终融入了现代经济学体系，被广大经济学家所接受，发展成现代经济学最重要的理论分析工具。这正是诺伊曼和摩根斯坦著《博弈论和经济行为》的出版，被公认为博弈论初步形成标志的主要原因。

虽然1944年冯·诺伊曼和摩根斯坦著《博弈论和经济行为》的出版表明系统的博弈理论已经初步形成，但这个时期博弈论仍然只是处于发展概念和框架体系的初期阶段，并没有形成统一的分析方法、范式和解概念，研究者主要还是少数数学家，研究内容主要是少数类型的合作博弈和零和博弈，独立的非合作博弈理论还没有形成，博弈论与经济问题的联系和在经济学中的应用依然是凤毛麟角。不过在诺伊曼和摩根斯坦的奠基性著作，以及第二次世界大战期间博弈论在军事领域的应用两方面因素

的推动下,20 世纪 40 年代末和 50 年代初出现了博弈论研究的第一个高潮。1930 到 1950 中的 20 年,也被称为博弈论诞生的时代。

纳什(John Nash)加入博弈论研究者队伍是这个阶段最重要的事件之一。纳什(1950)提出的均衡点,就是我们所说的"纳什均衡"(Nash equilibrium)的概念,是古诺模型和伯特兰德模型中均衡概念的自然一般化,现在早已成了大多数现代经济分析的出发点和关键分析概念。纳什均衡和证明纳什均衡存在性的纳什定理,将博弈论扩展到非零和博弈,最终成为非合作博弈理论奠基石的成果,对博弈论和经济学的发展都起了非常重要的推动作用。纳什(1950、1953)提出的关于两人议价博弈的公理化解法,则是合作博弈理论最重要的解概念之一,对合作博弈理论的发展有非常重要的作用。后来许多合作博弈的解概念都是在纳什解的基础上发展出来的。此外,纳什还提出了"纳什规划"(Nash program)等重要的博弈论思想。

除了纳什的这些成果以外,这个时期还涌现了其他许多重要的博弈理论家和博弈论研究成果。例如,Melvin Dresher 和 Merrill Flood 在兰德公司(美国空军建立的研究结构)首先进行了因为塔克(A.W.Tucker)的介绍而闻名于世的"囚徒的困境"(prison's dilemma)博弈实验;另一个博弈论学者(Howard Raiffa)也独立进行了这个博弈实验;1952—1953 年期间 L.S.Shapley 和 D.B.Gillies 提出"核"(core)作为合作博弈的一般解概念,Shapley 还提出了合作博弈的"夏普里值"(Shapley value)概念等。这些工作都对博弈论的发展起了非常重要的作用。因此奥曼(R.J.Aumann)认为,20 世纪 40 年代末 50 年代初是博弈论历史上令人振奋的时期,原理已经破茧而出,试飞着它们的双翅,活跃着一批理论巨人。这个时期可以看作博弈论成长之中的少年时期,是博弈论研究和发展历史上第二个极其重要的阶段。

10.2 博弈论的成长和发展

20 世纪 50 年代中后期一直到 70 年代,这也是博弈论历史上产生重要理论成果的阶段,可以看作博弈论发展的青年期。其中,1950—1960

年也被称为博弈论巨人辈出的英雄时代，1960—1970 年则是一个快速成长的时代，1970 年代以后进入博弈论发展成熟和扩展应用的时代。

20 世纪 50 年代中期，“微分博弈”(differential games)理论也得到了初步发展。奥曼则在 1959 年提出了“强均衡”(strong equilibrium)概念。“重复博弈”(repeated games)也是在 20 世纪 50 年代末开始研究的，这自然引出了关于重复博弈的“民间定理”(folk theorem)。1960 年，Thomas C.Schelling 的《冲突的策略》(*The Strategy of Conflict*)对社会、经济、军事等各方面问题的博弈分析，引进了“焦点”(focal point)的概念。博弈论在进化生物学(evolutionary biology)中的公开应用，也是在 20 世纪 60 年代初出现的。

这个时期最重要的成果还有塞尔腾(Selten)的“子博弈完美纳什均衡”和“颤抖手均衡”。塞尔腾 1965 提出在博弈方选择“相机计划”(contingent plans)的博弈中，因为可能存在“空头威胁”(empty threats)的问题，并非所有纳什均衡都合理，需要用“子博弈完美纳什均衡”(subgame perfect Nash equilibrium)对纳什均衡作完美化精炼的思想，对于动态博弈分析具有非常重要的意义。塞尔腾 1975 年提出的“颤抖手均衡”(trembling hand perfect equilibrium)概念，则提供了处理理性局限对动态博弈分析影响的一种重要方法。海萨尼(Harsanyi)1967—1968 的 3 篇后来成为信息经济学奠基石的系列论文，也是这个时期里程碑式的成果。海萨尼在这些论文中，提出了分析不完全信息博弈问题的标准方法，以及“贝叶斯纳什均衡”(Bayesian Nash equilibrium)的概念。此外，海萨尼还在 1973 年提出了关于“混合策略”的不完全信息解释，以及“严格纳什均衡”(strict Nash equilibrium)概念。

20 世纪 70 年代，博弈论发展中最重要的事件还包括“进化博弈论”(evolutionary game theory)的重要发展，主要有 John Maynard Smith 1972 年引进的“进化稳定策略”(evolutionarily stable strategy, ESS)概念等。此外，“共同知识”(common knowledge)在博弈论中的重要性，也因为奥曼 1976 年的文章而引起了广泛的重视。这个时期产生的博弈论成果还有很多。

总之，从 20 世纪 40 年代末直到 70 年代末是博弈论发展中最重要的一个阶段。虽然在这个时期博弈理论仍然没有成熟，理论体系还比较乱，

概念和分析方法很不统一，在经济学中的作用影响还比较有限，但这个时期博弈论研究的繁荣和进展是非常显著的。除了理论发展自身规律的作用以外，由于全球政治、军事、经济特定环境条件的影响，战争和冷战时期的军事对抗和威慑策略研究的需要，经济竞争、国际经济竞争的加剧，以及经济学理论发展的需要等，对这一阶段博弈论研究的迅速发展都起了重要的作用。正因为有了这个时期博弈论研究的繁荣发展，才可能有20世纪80、90年代博弈论的成熟和对经济学的博弈论革命。

因此，20世纪80、90年代是博弈论走向成熟的时期。在这个阶段博弈论的理论框架，以及与其他学科之间的关系等逐渐完整和清晰起来，博弈论在经济学中的应用领域越来越广泛，在经济学中的地位达到了最高峰。这个时期最重要的理论进展包括：Elon Kohlberg 1981年引进的“顺推归纳法”(forward induction)，克瑞泼斯(David M. kreps)和威尔孙(Robert Wilson)1982年提出的“序列均衡”(sequential equilibria)概念，斯密(John Maynard Smith)1982年出版的《进化和博弈论》(*Evolution and the theory of games*)，“可理性化性”(rationalizability)概念于1984年由伯恩海姆(B.D.Bernheim)和皮尔斯(D.G.Pearce)提出，海萨尼和塞尔腾1988年提出了在非合作和合作博弈中均衡选择的一般理论和标准，1991年弗得伯格(D.Fudenberg)和泰勒尔(J.Tirole)首先提出了“完美贝叶斯均衡”(perfect Bayesian equilibrium)的概念，等等。

正是在这个时期，博弈论开始受到经济学家真正广泛的重视，并被看作重要的经济理论和经济学的核心分析方法，开始贯穿整个微观经济学、产业组织理论，在宏观、金融、环境、劳动、福利、国际经济学等学科中也开始占有越来越重要的地位，大有“吞噬”整个现代西方经济理论的趋势。博弈论开始成为西方国家经济学专业和许多相关专业学生的必读课，有志于攻读经济学博士学位者更是必须熟练掌握博弈论的原理和方法。博弈论的思想、词汇开始在经济学专业杂志上大量出现，不懂博弈论会在阅读经济学文献方面遇到越来越大的困难和限制，几乎到了不懂博弈论就意味着不懂现代经济学的地步。

上述趋势由于20世纪90年代中期的两次诺贝尔奖而进一步得到加强。首先是1994年纳什、海萨尼(J.Harsanyi)、塞尔顿(R.Selten)三位学者，因致力于对非合作博弈理论的产生发展作出巨大贡献而共同获得经

济学诺贝尔奖，使得博弈论作为重要经济学分支学科的地位和作用得到最权威的肯定。此后是1996年的诺贝尔经济学奖，又由莫里斯(James A.Mirrlees)和维克瑞(william Vickrey)在不对称信息条件下激励机制问题(这种激励问题实际上就是一种不完全信息的博弈问题)方面的基础性研究而获得，更进一步强化了博弈论的发展趋势。

这个时期博弈论和经济学结合的程度，在经济学中的地位发展上升非常快。原因之一是现代经济活动的规模越来越大，对抗性、竞争性越来越强，在寡头垄断或垄断竞争市场，竞争和决策较量更是厂商经营活动的核心内容。这些因素使得人们越来越重视经济活动的环境条件及其变化，越来越重视竞争者或合作者的反应，经济决策的“博弈性”越来越强。而以给定环境条件下个体理性行为分析为基础的局部均衡或一般均衡理论，以及以它们为基础的经济理论，在解释现实经济问题时越来越力不从心。因此，将研究重点投注于传统经济学研究忽略掉或为了简化讨论避而不谈的，经济决策行为中各个方面的相互反应或反作用，投注于个体策略之间相互制约依存的博弈论，得出的结论却在多数情况下更符合经济现实和更加具有应用性，对各方或国家政府的决策互动有更强的指导作用。这正是博弈论日益受到重视的最根本原因。

博弈论飞速发展的另外一个原因是，随着社会经济活动中竞争不断加剧，信息技术和社会经济信息化的发展，人们认识信息作用规律的要求不断提高，促进了信息经济学的发展。而博弈论，特别是其中不完全信息、不对称信息的博弈理论，正是信息经济学最主要的理论基础。因此，信息经济学的发展也对博弈论的发展起了间接的促进作用。

此外，由于博弈论应用科学(数学和逻辑)的方法，更加全面而完整地分析决策过程，因而它的结论可信度很高，揭示社会经济事物内在规律的能力也比一般经济理论更强、更深刻。这也是博弈论受到人们重视，发展很快的原因之一。

正是在上述因素的有力促进，以及博弈论和经济学理论发展内在规律的作用下，博弈论在最近几十年中实现了飞速发展。现代博弈论已经形成了一个包含众多理论和应用分支的庞大体系，包括宏观博弈理论、微观博弈理论、金融博弈理论等，同时在整个经济学领域引发了一场影响深广的革命，对经济理论、经济政策和公司企业的微观经济活动都产生了非

常重要的影响。在西方国家，许多大公司都专门聘请博弈论专家担任顾问和决策参谋，为公司的重要的经营决策，包括定价、定产、收购、兼并、投标、拍卖等活动提供重要的参考意见。

10.3 博弈论的进一步发展

将20世纪的80、90年代看作博弈论的成熟期，并不意味着此时博弈论的发展已经达到了顶峰和此后将开始衰退。事实上，随着人们对博弈理论本身优美深刻的魅力和巨大应用价值的认识越来越充分，随着社会经济的不断发展和对经济分析要求的不断提高，必然会有越来越多的人研究和应用博弈论，博弈论必将迎来新的发展高潮。

现代经济分工的不断加深，科学技术、交通、通讯手段等的不断发展，使得生产力水平不断提高，经济活动的范围规模不断扩大，产品产业和经济形态越来越多样化，经济竞争越来越激烈。而经济全球化和地区经济一体化，政府对经济干预的加强，经济与政治、军事和外交、人口和环境资源保护的交互作用等，都使得现代经济运行的复杂程度越来越高，博弈性越来越强。这些变化都使得博弈论的作用变得越来越大，要求经济学进一步重视博弈分析方法的运用。这正是博弈论未来发展最重要的外部驱动力量。

与现实社会经济发展的要求相比，当前博弈论的发展水平仍然不足。而且博弈论各个分支的发展也很不平衡。在几大分支领域中，发展相对较快的是非合作博弈理论，合作博弈理论和进化博弈论则发展较慢。即使发展较快的非合作博弈理论，也仍然有非常大的局限性。

现代非合作博弈论研究大多建立在高度简化模型的基础上，要求博弈结构稳定、博弈关系清晰、博弈环境稳定可靠、博弈信息结构清楚，通常都是各方的共同知识等。绝大多数非合作博弈分析方法要求的是，博弈方有完美的分析判断能力和完美的心理素质，行为逻辑背后的价值判断、效用函数和偏好结构明确且稳定等。但现实中，多数博弈关系并非这么简单，博弈环境和信息结构也经常是模糊和变化的，决策主体的行为逻辑和背后的效用、价值判断也常常是复杂多变的。因此，现代非合作博弈理

论的多数模型和分析方法对现实问题的解释预测能力有很大局限性。随着博弈论在经济、金融、贸易等领域中的应用越来越广泛，博弈论的问题和不足也暴露得越来越多。这也要求博弈论必须进一步发展。

根据早期的博弈论文献不难看出，博弈论先驱学者们显然有把博弈论发展成一门可以研究所有的人类行为，能够解决所有社会经济问题的终极理论的宏大理想。事实上，人类绝大多数的社会经济活动，包括所有的交易、合作、竞争行为，都包含着相互依存制约的博弈关系，博弈论确实对于研究所有的经济问题都是有用的。但是，现代博弈论离解决所有经济问题终极理论的目标仍然有很大距离。这也是博弈论需要继续不断创新发展的重要内在动力。

根据社会经济发展对博弈论的要求，博弈论发展的现状和先驱学者对博弈论发展的期望等，可以预见博弈论未来必将有更大的发展。

首先是，非合作博弈理论及其应用领域肯定会有很大的发展。现代经济新产业和新经济形态不断出现，生产经营模式、生产组织方式也发生了许多变化，创意产业压倒传统产业，虚拟经济统治实体经济，资源和环境约束凸显，市场范围不断扩大。但是，市场竞争却越来越激烈，赢者通吃在许多领域成为基本法则，这些变化都会深刻改变经济主体之间的利益关系和人们的决策行为方式。因此，必须发展更加符合这些社会经济新特征的博弈模型和分析方法，才能更好地解释各种现实经济问题。

随着社会经济的不断发展，经济竞争的越来越激烈和复杂，信息问题的重要性也更进一步凸现出来。这必然导致推动不完全信息博弈理论和信息经济学的发展，作为现代信息经济学核心部分的拍卖理论将会得到更大的发展。由于现代经济发展速度不断加快，市场环境和管理、竞争对手和合作伙伴、产品和产业形态、商品价值等的变化速度都很快，意味着博弈问题包含很多动态变化因素，不确定性进一步加大，博弈结构和利益结构存在更多模糊因素，这将推动动态、模糊博弈分析方法的发展。互联网的发展和经济全球化使得现代经济活动 24 小时连续不间断进行，经济竞争的反应速度大大加快，金融市场的竞争更是在程序交易技术等的推动下变成了连续的策略对抗，这意味着研究连续动态反应的微分博弈理论将有越来越多的用武之地，也会得到进一步发展。

其次是，合作博弈理论必将得到进一步发展。虽然合作博弈理论的

出现并不比非合作博弈理论晚，但在过去几十年中，一方面因为传统经济学强调自由竞争，主流经济学更多把经济分析建立在经济主体独立决策行为的竞争均衡上面，因此对于研究策略依存和互动的个体理性决策行为的非合作博弈理论必然更加重视；另一方面非合作博弈理论研究的个体理性决策行为比合作博弈研究的包含集体理性的行为容易分析和标准化，因此非合作博弈理论的发展较快，成为现代博弈论的主流。合作博弈理论研究的合作行为受主流经济学的重视程度相对较低，而且合作博弈理论缺乏统一的核心解概念和分析方法，研究难度较大，导致长期中合作博弈理论的研究和应用相对受到冷落，发展成熟程度明显低于非合作博弈理论。

但20世纪末期以来，世界经济已经从自由竞争为主向自由竞争、垄断竞争、双边垄断并重方向发展，从价格竞争为主向价格竞争和双边协商并存方向发展，经济活动中竞争与合作更加并存。国际经济的经济全球化和地区经济一体化，微观经济的合作竞争、集团竞争等，使得各种联盟关系层出不穷。这些变化使得以研究个体理性决策行为为主的非合作博弈理论在经济分析中暴露出越来越大的局限性，合作博弈理论的价值开始凸现出来。人们逐渐意识到，许多时候只有更多利用研究合作行为的合作博弈理论，才能更有效地分析和理解现代经济运行的规律和各种问题。近年中，合作博弈理论已经开始受到更多重视。奥曼(Aumann)和谢林(Schelling)获得2005年诺贝尔经济学奖，其实就预示了合作博弈理论将得到更大的发展。

合作博弈理论比较自然的发展方向之一是在理论方面考虑更复杂的博弈结构，如类似于非合作博弈理论中的不完全信息、模糊设置，讨论不完全信息合作博弈、模糊合作博弈等的分析方法等。合作博弈理论比较自然的发展方向之二是在应用方面发展更多的具体应用模型，以及把这些模型应用于更多的现实经济问题，特别是现实社会经济中新出现的各种合作竞争现象、联盟同盟形式和各种相关的社会经济问题等。随着合作博弈理论和应用研究的不断深入，在这两方面应该会不断地取得进展。

但是，合作博弈理论的发展面临着明显的发展门槛或者说瓶颈，如果这个瓶颈不能成功突破，合作博弈理论的发展就必然受到很大的制约。这个瓶颈就是合作博弈理论缺乏统一的核心分析方法、解概念。

虽然非合作博弈理论也有多种分析方法和解概念，但是非合作博弈分析基本上都是以纳什均衡为核心解概念，以纳什均衡分析为核心分析方法，其他解概念和分析方法都是纳什均衡和相应分析方法的扩展。例如，动态博弈的子博弈完美纳什均衡分析方法、不完美信息博弈和不完全信息博弈的完美贝叶斯均衡和贝叶斯纳什均衡分析方法，都是纳什均衡分析方法的扩展。即使是进化博弈论的解概念进化稳定策略和复制动态分析，也被证明与纳什均衡和纳什均衡分析有很强的内在联系，有很强的一致性。因此从总体上说，非合作博弈分析有统一的分析方法和核心解概念，便于理解和应用，这也是非合作博弈理论发展比较迅速最根本的内在原因。

可是合作博弈理论这方面与非合作博弈理论有很大的差别，合作博弈分析缺乏统一的分析框架，解概念比较多，但没有一致的核心分析方法。合作博弈理论的两大组成部分议价博弈理论和联盟博弈理论的核心问题本身就有很大的差别，分析方法必然有很大不同。而且，议价博弈分析和联盟博弈分析本身也都缺乏统一的解概念和分析方法。

虽然纳什提出的公理化议价解法受到了比较普遍的支持和接受，但显然没有像非合作博弈的纳什均衡那样成为议价博弈分析唯一的核心解概念。事实上，既没有办法在理论上证明纳什议价解法比其他议价解法更合理，也无法找到它在实践中更符合人们现实议价行为的足够证据。议价博弈的其他一些解法也不是纳什解法的扩展，更是缺乏作为议价博弈分析核心分析方法的基础。

联盟博弈有核、稳定集、议价集、内核、夏普里值等解概念和分析方法，其中核和稳定集等作为解概念不能保证存在性，许多联盟博弈的核、稳定集都是空集。而且存在时也不一定唯一，往往包含许多元素。因此，这些概念难以成为联盟博弈分析预测的可靠基础。

夏普里值和稳定集、核等解概念的逻辑和分析方法都有很大差异，并不容易协调到统一的分析框架中。从都是建立在基本公理基础上的公理化解的角度，夏普里值与议价博弈的纳什议价解更相似，但内在逻辑也有很大差别。纳什议价解是从兼顾公平、效率和意愿强度的角度，根据效用、风险偏好为议价双方的利益分配提供参考依据；而夏普里值则是从贡献和影响权力的角度，给多人联盟博弈的利益平衡和理性结盟提供基础。

这两种合作博弈解概念显然也不属于同一逻辑体系。

总体上,虽然合作博弈有许多解概念和相应的分析方法,但这些解概念和分析方法都不能像非合作博弈的纳什均衡分析那样,给合作博弈提供能够作出比较明确且一致有效的分析预测结论的统一分析框架。这对合作博弈理论的成熟和发展显然有很大影响。

合作博弈解概念上述问题的背后,其实是合作博弈分析理论基础的问题。以纳什均衡为核心的非合作博弈分析方法的理论基础是以个体利益、效用最大化为核心的个体行为逻辑,其中个体利益、效用有基本的自利原则和效用理论作为基础,简单清楚而且可行。而合作博弈研究的协作行为不仅有个体利益、效用优化的个体行为逻辑,还必须包含某种协调个体行为的集体行为逻辑。这种集体行为逻辑既要考虑所有个体的利益,又必然会限制个体的利益诉求。但因为人们认识和立场的差异,找到可以完全被集体认同接受的集体行为逻辑显然很困难。即使是比较容易被普遍接受的公平和效率原则,在理解方法方面也可能存在很大差异。这意味着,决定合作博弈结果的逻辑依据本身就不明确,博弈结果当然就很难确定,分析预测当然会存在困难。这正是合作博弈理论和非合作博弈理论的关键差别,也是合作博弈分析的根本内在困难。

缺乏统一的核心解概念和分析方法,正是长期中阻碍合作博弈理论发展的关键瓶颈。不能克服这方面的困难,合作博弈理论的发展就很难有重大突破,也较难超越非合作博弈理论。如果能够在这方面获得突破,合作博弈理论必定会有非常大的发展,甚至可能引发新的经济学革命。

博弈论第三个未来将有较大发展的领域是与实验经济学的结合。实验经济学是20世纪40年代末由史密斯(Smith)开创的。因为经济学的传统信条之一是经济学不能实验,因此实验经济学很晚才得到主流经济学的承认接受。但当经济分析深入到微观层次时,必须先把握好人类的经济行为特征,而实验是准确把握人类经济行为特征最有效的方法,实验经济学对提高经济学研究的科学性非常重要。

博弈论与实验经济学有天然的联系。不仅根据博弈模型设计的博弈实验本身很多,而且另外许多经济学实验都包含不同程度的策略互动性,也可以认为属于博弈实验。博弈论本身建立在经济主体决策行为的基础上,准确判断和设定经济主体的行为特征,如效用偏好、风险态度等,对于

建立正确的博弈模型和进行有效的博弈分析有决定性的意义。现代博弈论遇到的许多理论困难，都与对博弈主体行为特征缺乏准确了解设定有关。因此，有关经济行为的实验研究对于博弈论发展意义非常重要。此外，博弈实验也是博弈论应用研究的重要方法。

由于实验经济学研究需要的条件和资源比一般经济学理论和实证研究更多，因此发展早期研究文献的数量不多，主要局限于一些简单的交易、决策行为等研究，多数是简单、低成本的课堂实验。早期博弈实验主要集中在通过对囚徒的困境、拍卖、最后通牒、公共品博弈等的实验，研究一些博弈理论问题，包括利他主义和经济竞争行为等。由于研究比较零散，受到资源条件限制，实验规模和设计都有很大局限性，因此可靠性和价值也比较有限，对博弈论和经济学发展的影响也不大。

随着从事博弈论研究的学者群体规模不断扩大，博弈实验研究有了大量智力资本投入。计算机和仿真模拟技术、经济学实验技术等的发展，则为实验博弈论发展提供了重要条件。与此同时，经济发展也给实验经济学研究带来更多的资金资源。这些条件给实验博弈论的发展提供了很大的推动力，尤其是史密斯(Smith)和卡尼曼(Kahneman)2002 年获得经济学诺贝尔奖也对实验博弈论的发展起了很大的推动作用。

当前，博弈实验研究和与博弈论密切相关的经济学实验研究文献增长很快。除了比较传统的各种决策心理效应、风险态度、利他行为等方面的研究以外，还有许多关于主观价值判断和幸福观等的研究，现代心理和认知科学的发展更是把博弈和决策行为实验从思想意识层面推进到心理本能反应的层面。借助医学生理学研究手段，与现代脑科学发展紧密结合的神经元经济学的发展，更是将把博弈实验研究从心理层面进一步推进到生理层面。

但总体上看，实验博弈论的发展仍然处于初级阶段，仍然有非常大的发展空间。随着经济学进一步向科学化、精确化和应用化的方向发展，实验博弈论必将成为未来博弈论研究的一个重要领域，并对博弈论的发展起更大的促进作用。

博弈论未来发展空间较大的第四个领域是博弈学习理论和进化博弈论。进化博弈论是博弈论和生物进化理论结合的产物，是利用生物进化模型研究有限理性情况下的人类行为及相关社会经济问题的有效方法。

现实中，完全理性只是在少数情况下成立，理性局限是普遍常态，试错学习和选择淘汰更符合人类的基本行为模式，因此对于复杂的社会经济博弈问题，考虑有限理性行为的博弈学习理论和进化博弈论分析更加现实有效，正是避免博弈论理论脱离实际，提升博弈论应用价值的重要途径。此外，博弈学习理论和进化博弈论也能给我们提供许多深刻的思想启示。

但是，一方面因为人类仍然迷信自身的理性能力，排斥将自身与众多缺乏复杂思维能力的生物行为相提并论，另一方面主流经济学仍然迷恋更加完美自洽、形式优美的完全理性假设基础上的新古典主义数理经济分析框架。因此，现代经济学对博弈学习理论和进化博弈论依然有抵触情绪，影响了博弈学习理论和进化博弈论研究和应用的发展。

发展不足意味着未来还有很大的发展空间。现实经济问题和经济学研究的需要，从需求方面拉动博弈学习理论和进化博弈论的发展。经济学和博弈论理性基础、有限理性问题的研究，现代生物科学、基因科学的发展及与行为科学和经济学的结合等，给博弈学习理论和进化博弈论的发展提供了供给端的推动力。在需求和供给两方面因素的共同作用下，博弈学习理论和进化博弈论必将成为未来博弈论发展最重要的领域之一。

未来博弈论在现实经济中的应用也必有重要发展。虽然现在已经有类似金融博弈分析、宏观经济博弈分析等应用分支，但总体上应用博弈论的发展仍然是比较薄弱的，专门的应用博弈模型和分析方法还比较少。随着经济学研究的不断深入和博弈论的发展，博弈论在各个领域的应用研究必然得到更多的发展，一些重要经济领域的专门应用博弈模型及相关分析方法肯定将得到更大发展，会形成更多的博弈论应用分支。这也是博弈论未来发展的主要方向之一。

应用博弈论的发展也意味着博弈论与计量实证研究的结合得到加强。目前，许多博弈论研究都停留在数理模型分析的层面上，或者是在假设的函数、参数和数量关系基础上的分析，得到的多数结论是定性或者模糊的。虽然这样的博弈分析也可以提供启示，揭示一些社会经济矛盾问题，提出一些政策参考意见，但毕竟有很大的局限性。在应用研究中，无法提供精确、具体解决方案的博弈分析的应用价值是很有限的。解决这方面问题的根本方法是运用实验、统计和数量实证研究方法，对相关主体

的行为特征、经济关系(生产、供给、需求等)进行深入研究,得出相关因素的精确判断描述,为更加科学、有效的博弈论应用研究提供更坚实的基础。这也是博弈论进一步向科学化、实用化方向发展的重要突破口,也是未来博弈论研究发展的重要方向之一。

上述几个方面是未来博弈论进一步发展最主要的领域、方向。当然,博弈论的未来发展并不一定局限于上述几方面。随着社会经济的发展,博弈论研究和应用的不断深入,博弈论分析方法的不断发展,博弈论研究也可能出现更多新的领域和方向。此外,博弈论在社会科学其他领域的应用也有很大发展空间。

本章内容提要

本章对博弈论的起源、博弈论几个重要的发展阶段,以及博弈论进一步发展的前景等作了简单的介绍评述。本章的分析揭示了博弈论既是一门有相当长历史的学科,也是一门充满活力的经济学前沿学科,在现代经济学中具有非常重要的地位,且有进一步发展的巨大潜力。本章的分析也揭示了推动博弈论发展的主要内在规律,并进一步揭示了博弈论在非合作博弈理论、合作博弈理论、实验经济学、进化博弈论等领域的重要发展方向。

本章基本概念

博弈论的历史　博弈论的起源　博弈论的形成　博弈论的发展　博弈论的成熟期　博弈论的进一步发展

思考题

1. 为什么说博弈论是一门历史悠久的学科,同时又是一门新兴的学科?

2. 为什么冯·诺伊曼和摩根斯坦的《博弈论和经济行为》可以被看作是博弈论历史的起点?

3. 你认为哪些是博弈论发展历史上最关键的时间、事件和人物?

4. 你认为博弈论未来最重要的发展在哪些领域?为什么?

主要参考文献

1. Robert Gibbons, *A Primer in Game Theory*, Harvester Wheatsheaf, 1992.
2. Roy Gardner, *Games for Business and Economics*, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
3. Fudenberg, D. and J.Tirole, *Game Theory*, MIT Press, 1991.
4. Kreps, D., *Game Theory and Economic Modeling*, Oxford University Press, 1990.
5. Weibull J.W., *Evolutionary Game Theory*, MIT, 1995.
6. Kuhn H. W., *Classics in Game Theory*, Princeton University Press, 1997.
7. Joseph E.Harrington, Jr., *Games, Strategies, and Decision Making*, Worth Publishers, 2009.
8. 冯·诺伊曼、摩根斯坦,(1944)《博弈论与经济行为》,三联书店 2004 中译本。
9. 谢识予,《纳什均衡论》,上海财经大学出版社,1999。
10. 张维迎,《博弈论与信息经济学》,上海三联书店、上海人民出版社,1996。
11. 朱·弗登伯格、戴维·K.莱文,《博弈学习理论》,中国人民大学出版社,2004。
12. 肯·宾莫尔,《博弈论教程》,格致出版社、上海三联书店、上海人民出版社,2010。

13. 乔尔·沃森,《策略博弈论导论》,格致出版社、上海三联书店、上海人民出版社,2010。
14. 马丁·J.奥斯本、阿里尔·鲁宾斯坦,《博弈论教程》,中国社会科学出版社,2000。

ECONOMICS SERIES

ISBN 978-7-309-12816-1

定价：40.00元