《数值分析》课程实验报告

实验名称 实验八 矩阵特征值及特征向量计算

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **班级** | 信息2202 | **姓名** | 徐梓乔 | **学号** | 220221100327 | **序号** |  |
| **教师** | 赵美玲 | **地点** | 数学实验中心 | | | **评分** |  |
| 1. 实验目的   1.深入掌握幂法的基本原理及其算法实现过程，能够准确求解矩阵的主特征值（即按模最大的特征值）及其对应的主特征向量，理解迭代计算过程中归一化处理的必要性以及初始向量选择对结果的影响；  2.初步了解幂法加速的原理，重点掌握通过原点平移加速幂法收敛的思想，理解偏移量的选取对计算效率的提升作用，并能在实际计算中验证加速效果。  二、实验过程和结果  1.已知矩阵  用幂法计算该矩阵主特征值和相应的特征向量。（容许误差）  （其特征值为：6，3，1，对应特征向量为：）  （1）编写规范化幂法的程序，求上述矩阵的主特征值和相应特征向量，  分别选择初值：，观察所需的迭代次数和迭代结果，试说明幂法对初值的选择有什么要求。  （2）基于原点平移加速的思想，通过对矩阵（的值自己给定！）运用幂法求矩阵的主特征值和主特征向量，在相同精度要求下，和（1）的结果进行比较，分析其加速效果。  解：  （1）运用幂法写出程序“1.(1).py”，运行得到：    可以看出向量可以有效的得到模最大特征值为6的正确结果，且的收敛速度更快，猜测是它本身接近的原因；而对于，由于它本身就是矩阵的特征向量，所以迭代一次就跳出了代码的循环，且输出了对应的特征值1；所以我们可以总结处一些结论：在选择使用幂法来计算时，应当不能选取矩阵本身的特征向量，并且为了减少迭代次数，可以在一定的已知条件下选择与特征向量相对可能距离较近的初值，即尽可能小。  （2）写出代码“1.(2).py”，并运行，其中鉴于向量的特殊性（本身即为矩阵的特征向量），只选择向量：      可以看出在相同初值和精度下，位移因子的确起到了一定的加速效果，也较为明显。  2.已知矩阵  （1）用反幂法计算该矩阵按模最小的特征值和相应的特征向量。（容许误差）  将幂法的计算程序修改为反幂法的计算程序，对问题进行求解；  （2）已知矩阵某个特征值的近似值为2.5，试计算该特征值。  解：  （1）写出反幂法的代码“2.(1).py”，运行得到：    可以发现和1.(1)中非常的类似，向量可以有效的得到模最小特征值为1的正确结果，而对于，由于它本身就是矩阵的特征向量，所以迭代一次就跳出了代码的循环，就直接输出了对应的模最小特征值1，属于是运气好罢了，当然，生活中也需要这种美妙的运气；但同时，也需要如前两个向量一样为这次好运留下铺垫。  （2）写出加入了位移因子的代码“2.(2).py”，运行，输入2.5得到：    成功的得到了靠近2.5的特征值“3”。  三、思考题分析解答  1.幂法收敛速度取决于什么？为什么？  解：  对于这个问题，我们要从幂法的迭代式来看：  设特征值以及对应的特征向量为：，且按特征值的模从大到小排列  设非零的向量，而后迭代：  迭代后  所以可以看出收敛速度主要取决于，越小则收敛越快。  因此在采取使用位移因子加速时，可以进行一定的分析，使得的值尽可能小，而这里的是模次大的特征值，所以要同时考虑，显然使用我们学前班就学过的数学绝对值就可以知道应该在时取到的最小值，即此时，运行代码“1.(2).py”并与前述的第一题的第二小题对比，可以看出，确实之前的矩阵在时收敛最快。    四、重点难点分析  1. 理解幂法的基本原理，即通过反复迭代逐步放大矩阵按模最大的特征值对应的特征向量分量。  2. 对特征值之间模值接近的情况，幂法的收敛速度可能变慢，需要结合谱半径比的分析理解。  3. 理解原点平移后，矩阵的谱性质发生变化，可以通过调整位移因子来提高收敛速度。  4. 行文至此，笔落为终，到这里呢，整个数值分析的内容算是结束了，虽然说苯人以后应该会继续努力学习喜爱的基础数学，最好找个好书读，但是数值分析也不尝是一门非常充满挑战的应用数学学科，也有许多的open problem等待着人们去探索去解决，也可以为人类的更高层次工业化做出改善与贡献。21世纪的数学的世界确乎是太浩瀚了，但是陶醉遨游于其中，与大师之间产生跨时空的对话还是令人神往，诚惶诚恐诚惶诚恐。  2025.01.06，徐梓乔 | | | | | | | |