《数值分析》课程实验报告

实验名称 实验五 常微分方程初值问题的数值解法

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **班级** | 信息2202 | **姓名** | 徐梓乔 | **学号** | 220221100327 | **序号** |  |
| **教师** | 赵美玲 | **地点** | 数学实验中心 | | | **评分** |  |
| 1. 实验目的   1.熟练掌握常微分方程数值解的常用算法：通过学习常见的数值计算方法（如欧拉法、梯形法、龙格-库塔法等），全面理解其基本原理和适用范围，掌握实际问题中的求解策略和技巧。  2.培养编程能力与上机调试能力：系统地学习算法的编程实现。  二、实验过程和结果  1.求解常微分方程初值问题  a)  b)  （1）实现改进欧拉法和四阶龙格-库塔法，并求解常微分方程初值问题a)和b)，写出数值结果。  （2）分析改进的欧拉公式和四阶龙格-库塔法的求解结果，并从结果分析其收敛性。  问题a）的真解为，问题b）的真解为。  解：  （1）：原题的方程一中初值从开始，而的范围却是，应该是个小缺漏，苯人选择将其改正为  改进欧拉法：运行代码“改进欧拉法”，得到：    四阶龙格-库塔法：运行代码“四阶龙格-库塔法”，得到：    （2）由原方程的真解可知，准确结果分别应为：  根据对两种方法的比对可以明显的看出四阶龙格-库塔法的精度要高于改进的欧拉法，而这也正与一个二阶收敛，一个四阶收敛相呼应。  （写这篇报告的时候是一月四号，苯人已经考完了数值分析的期末笔试，由于水平欠佳导致最后一题十分的判断收敛阶的作业题做错，应当是全微分泰勒公式出了纰漏，真是惭愧至极；写到报告这里对收敛性的描述不禁有感而发，数学学科实乃庞大，未来希望能找到学校收留我继续基础数学的学习，然鹅现在连泰勒公式都要用错，真是诚惶诚恐诚惶诚恐。）  2、分别取步长，用显式欧拉法和隐式欧拉法求解初值问题：  。由结果分析算法的稳定性。(解析解为)  解：由于题目没有给出应有的的di迭代范围，苯人假设为  显示欧拉法：运行代码“欧拉法”，得到（因为0.001的步长，截图较长较多）：      隐式欧拉法：运行代码“隐式欧拉法”，得到：      根据运行后得到的数据，以及解析解为，  可以发现显示欧拉法在时算法不稳定，结果发散，此时虽然隐式欧拉法稳定，但是由于迭代步长较大较粗糙，结果也有很大的偏差；当时，两者算法均稳定，且结果也逐渐准确。上述稳定性的结果也与本身欧拉法以及隐式欧拉法的稳定性范围相合  欧拉法：  隐式欧拉法：  三、思考题分析解答  1.选择某常微分方程初值问题的数值方法计算的近似值，并保证有四位有效数字。  解： 可将上述问题转化为常微分方程初值问题，且选择步长为：    选择使用精度较高的四阶龙格库塔方法，运行代码“练习思考.1”，得到：    根据精确值来看，保证了四位有效数字0.9461，且拟合效果较好。  2.画出RKF方法的算法流程图，并编程实现该算法，求解上面5.4节的常微分方程初值问题。  解：  由于苯人流程图绘制水平过低，于是选择用笔画出而后截图，实在是惭愧。  图片见下页：    其中的计算比较复杂，，下面单独列出：      写成代码，而后运行“RKF”，得到：      可以看出，RKF算法的精度非常高。  四、重点难点分析  1.本章主要侧重于常微分方程数值解法的一些学习和实现利用，主要难点在于利用泰勒公式对常微分方程数值解法的收敛阶进行判断，以及余项的计算，考试时候居然把作业题给写错，真是诚惶诚恐诚惶诚恐。  2.根据苯人对书本的阅读以及课堂的听讲，发现教材在数值解法有关步长稳定性一块的内容存在一定的错误，应该是年代久远，难免有所疏忽。 | | | | | | | |