《数值分析》课程实验报告

实验名称 实验三 插值与拟合

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **班级** | 信息2202 | **姓名** | 徐梓乔 | **学号** | 220221100327 | **序号** |  |
| **教师** | 赵美玲 | **地点** | 数学实验中心 | | | **评分** |  |
| 1. 实验目的   1.理解多项式插值法的基本原理和操作步骤。  2.认识整体插值的局限性（Runge现象），并掌握分段插值的核心思想。  3.熟悉最小二乘法拟合（基函数等）的基本理论和实现方法。  4.提高使用计算机模拟解决实际问题的能力。  二、实验过程和结果  1.多项式插值：  （1）：给定构造插值多项式计算。  1）编程实现拉格朗日插值，并计算结果。  2）将计算结果和查表结果进行比较。  解：1)利用VSCODE撰写python代码，运行“1.拉格朗日插值”：    2)根据运行得到的erro term可以看出逼近程度较好。  （2）区间作等距划分：，以（）为节点对函数进行插值逼近。（分别取）  用多项式插值对进行逼近，并在同一坐标系下作出函数的图形，进行比较。写出插值函数对的逼近程度与节点个数的关系，并分析原因。  试用分段插值（任意选取）对进行逼近，在同一坐标下画出图形，观察分段插值函数对的逼近程度与节点个数的关系。  解：  多项式插值：观察原题可以发现原题干的小错误，的划分应该是：。选择利用牛顿插值多项式，写出代码2.1，运行得到：      可以发现，对于全区间的多项式插值来说，会有非常恐怖的Runge现象，越靠近区间端点，离精确值差别更大，虽然根据第二张图可以看出随着用于插值的点增加，端点附近的情况还是不好。  分段多项式插值：  对原区间进行10, 20, 30, 40, 50次的分割，然后分别对划分后的小区间使用上述的多项式插值，写出代码2.2，运行得：      可以发现，经过分段插值后，插值函数对原函数的拟合变得较好，端点处的问题也得到了一定的解决；经过对图一的放大后得到一个截取的图二，可以明显的看出划分更细的分段插值拟合更好。  （3.1）已知一组数据如下，求它的线性拟合曲线。   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |  | 4 | 4.5 | 6 | 8 | 8.5 |   1）编程实现最小二乘算法，并画出其拟合曲线  2）求出其平方误差。  解：写出代码“3.最小二乘法线性”，并运行得到：    可以写出拟合的线性函数表达式为：    （3.2）已知一组数据如下，求其拟合曲线。   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |  | 2 | 3 | 4 | 7 | 8 | 10 | 11 | 14 | 16 | 18 | 19 | |  | 106.42 | 108.2 | 109.5 | 110 | 109.93 | 110.49 | 110.59 | 110.6 | 110.76 | 111 | 111.2 |   1）求以上数据形如的拟合曲线，及其平方误差。  2）求以上数据形如的拟合曲线，及其平方误差。  通过画出（1）（2）的图形，观察结果并结合其平方误差，写出你对数据拟合的认识。  解：  对于第一种的二次函数拟合，运行代码“3.最小二乘法2次”，得到下列结果：    可以写出拟合的函数表达式为：    对于第二种的指数函数拟合，需要先两边取对数，写出相对应的代码，  然后运行代码“3.最小二乘指数”得到：    可以写出拟合的函数表达式为：    可以很明显的看出拟合效果是第二种指数函数来得更好，而平方误差上也是指数函数的更小，做到了准确的相互印证。  三、思考题分析解答  1.整体插值有何局限性？如何避免？  解：整体插值在区间端点处会发生Runge现象，使得拟合偏差非常大；  可以通过分段插值的方法进行有效解决。  2.基函数的选择对拟合的结果有何影响？  解：基函数的选择对于拟合结果有一定的影响，要在拟合时结合具体的函数初始点进行初步的判断，而后通过平方误差进行拟合程度的量化。  3.简述数据拟合与插值的异同。  解：  相同：两者都旨在从已知的数据点出发，构造一个函数或模型，以便对数据进行表示、理解或预测；都以离散的已知数据点作为输入；都可用于预测未知数据点的值，应用于科学计算、工程、统计等领域。  不同：插值：严格通过所有已知数据点，即构造的函数在每个已知点上都与其值相等；常用插值方法包括多项式插值、分段线性插值、样条插值等；  拟合：不要求严格通过所有数据点，而是找到一个能够“尽量靠近”数据点的函数，允许存在误差或偏差；拟合可选择线性拟合、非线性拟合、指数拟合、对数拟合等多种模型形式。  4.试着编程实现三次样条插值（三弯矩法和三转角法任选其一），并对函数进行插值  解：写出三次样条的代码“思考题：三次样条”，运行得到：    可以看出拟合效果非常好，下面进行局部放大的查看：    可以看出三次样条插值的精度非常高，也没有端点处的Runge现象。  四、重点难点分析  1.需要了解三次样条插值公式的推导过程，推导相当繁琐，涉及到了数学分析和线性代数的知识，又是感叹大一没好好学习的一份报告。  2.最小二乘法推导时似乎运用到了一些泛函分析中Hilbert Space的内容，有一定的理解上的跨越，当然，也可以通过线性空间进行一定程度上的初步理解。  3.牛顿插值的推导过程有一定的技巧性，代码也需要和矩阵结合才可以让可读性增加，让苯人的python能力又得到了提升。 | | | | | | | |