《数值分析》课程实验报告

实验名称 实验二 非线性方程求根

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **班级** | 信息2202 | **姓名** | 徐梓乔 | **学号** | 220221100327 | **序号** |  |
| **教师** | 赵美玲 | **地点** | 数学实验中心 | | | **评分** |  |
| 1. 实验目的   1.学会二分法，牛顿迭代法等迭代算法，使用C++编写相关程序。  2.深入学习迭代算法的初值对迭代次数的影响，学会利用泰勒公式分析算法的收敛性等。  二、实验过程和结果  1. 求方程在1.5 附近的根.（误差限为）  （1）编程实现二分法，并求解上述非线性方程的根（有根区间自己确定）。  （2）编程实现牛顿法的计算程序，并且选择不同的初值（给出至少5个），观察初值对算法收敛性的影响，当算法收敛时，记录所需的迭代次数和迭代结果，并进行比较。  （3）分别设计单点弦截法和两点弦截法，计算原方程的根，在初值和容许误差相同的条件下比较它们的收敛速度。  （参考答案：原方程在1.5 附近的根为）  解：  （1）：运行代码1.1：    所以得到结果为1.73205  （2）写出牛顿迭代代码1.2，运行，依次输入初值8、7、6、16、2、1.8：      （3）单点弦截法：  学习了题目文档中的单点弦截法后，苯人发现似乎算法缺少对的计算，毕竟对于下述算法：，没有一个的初值是完全行不通的，所以在代码中设定了由根据牛顿迭代法得到，运行1.3：    然后是两点弦截法，也称为割线法，写出代码1.4后运行如下：    根据两次的运行结果，可以明显的发现两点弦截法的收敛速度快于单点法。  三、思考题分析解答  1. 二分法基于连续函数的零点存在性定理，鲁棒性强，只需函数在区间两端的值异号即可，不需要导数信息；在满足的条件下，一定可以找到零点，具有全局收敛性；且每次只需计算一次函数值并更新区间，算法较简单。但是二分法的收敛速度慢，是线性收敛；且只能确定一个零点，无法找到区间外的零点。  精度依赖区间长度，最终误差与初始区间长度成正比。  牛顿法基于函数的一阶泰勒展开，收敛速度快：在初值足够接近根且函数满足条件时，牛顿法的收敛速度是二次收敛，误差平方收敛；但是需要选择良好的初值，否则可能发散或收敛到错误的根，需要计算导数，增加实现复杂性，在有重根时仅线性收敛。  2.改进牛顿法：  有重根时，原函数可写成，其中且。  根据牛顿迭代法的思路，利用切线进行逼近，需要先对进行一定的变换，考虑其导函数，令，显然可以对使用常规的牛顿迭代法，写出迭代式：。  对于其收敛性，根据的性质以及牛顿迭代的二阶收敛性，可知上述算法也是二阶收敛的。  四、重点难点分析  1.需要牢牢掌握各种迭代算法的公式，熟练运用。  2.学会利用泰勒公式分析算法的收敛性，由于大一时候数学分析水平很烂，导致这方面补了好久才能学会，惭愧至极啊。  3.学习了不动点迭代的判别后发现数值计算背后强大的数学原理，令人震撼。 | | | | | | | |