《数值分析》课程实验报告

实验名称 实验1数值计算的基本概念

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **班级** | 信息2202 | **姓名** | 徐梓乔 | **学号** | 220221100327 | **序号** |  |
| **教师** | 赵美玲 | **地点** | 数学实验中心 | | | **评分** |  |
| 1. 实验目的   1. 通过一定的编程运算了解计算机中浮点数的有效数字；  2. 理解舍入误差的来源，并明确截断误差与舍入误差的区别；  3.知晓算法“稳定性”的定义和含义;  4.理解“病态问题”的概念及其特征。  二、实验过程和结果  1.关于浮点数  （1）令  在计算机中分别将它们定义成单精度型和双精度型，输出观察结果，并对结果进行分析。  解：按照题目写下代码，运行代码1.1：    （2）设 ，在单精度的变量环境下做以下操作：  1）按以下两种算法计算a1与100个a3相加的结果。  方法一：将100个a3逐个加到a1上；  方法二：先将100个a3相加，再加到a1上；  观察所得到的结果，写出你得到的结论。  2）计算 ，观察结果，并分析原因。  3）计算a1-a2,观察有效数字的位数，从中你可以得到什么启示？  解：  1）写出代码“1.2”，运行得到：    可以发现两者得到的结果一样，但是想必这并不是老师想要的结果，  理论上最好能做到第一个输出1（因为一个一个加上去可能因为舍入误差而消失），第二个输出才是1.00001；但是考虑到计算机float的精度就是可以小数点后七位，因此输出时候才会造成两者都是1.00001。  2）3）写出代码“1.3”，运行得到：    前者是的结果，后者是a1-a2的结果，可以发现由于float的七位有效数字的原因，第一个结果个位数的部分直接被舍入误差省略了；而第二部分的a1和a2两者之间差距过小，且a1的有效位数已经到达了八位有效数字，因此计算机实际储存的a1会有偏差，也就导致了结果变成9.53674e-007。总之都是float存储以及计算过程中的舍入误差导致。  2.关于舍入误差  考虑计算一元可微函数*f*(*x*)在*x*0处导数的近似方法，  和  取，分别用（1）、（2）计算在处的一阶导数的近似值，令依次取值，观察所得结果并与精确值进行比较，结合本例叙述你对于截断误差和舍入误差的认识。  解：运行程序1.4：    易知精确值为3，由运行结果可以明显的发现前一个式子的收敛速度不如第二个式子，我们写出两式在处的极限表达式：      由两式可以明显的发现第二种收敛更快的原因。  然而到了较小的时候，发现又出现了误差，这是由于计算机的舍入误差以及分母变小后使得误差放大的原因。  3.算法的稳定性  考虑积分  易见，，且计算得到，从而可得如下递推算法：    对上述积分有估计式：，我们取，可得另一个递推算法： ；  （已知 ）  分析算法（1）和（2），哪一个算法稳定，并编程验证你的结论  解：  方法一通过递推公式，代入来计算后续数值，但是这会使得本身存在的截断误差造成后续数值误差五倍，25倍以及更多的扩大，以至于算法不收敛；而方案二通过后续数值先验估计的反代，很好的让误差通过递推算法减小，所以稳定。  运行程序1.5，得到：    可以看出结果的确如上述分析所述，方案一的结果发散，偏差非常大，而方案二的数值递推结果较好。  三、思考题分析解答  1、简述什么是数值稳定和数值不稳定？  解：数值稳定：一个算法，如果在计算机上实现的过程中舍入误差能得到有效控制（或者说舍入误差的增长不影响产生可靠的计算结果），则称该算法数值稳定；  数值不稳定：一个算法，如果在计算机上实现的过程中舍入误差不能得到有效控制（或者说舍入误差的增长会影响产生可靠的计算结果），则称该算法数值不稳定。  2、运用如下迭代公式计算，初值为的某一近似值，并且要求当满足时停止迭代，并输出结果！取不同的初值，观察迭代次数的变化，并记录。  解：按照题设公式写出代码，选择逼近，运行代码1.6：    四、重点难点分析  1.在写代码的时候发现C++已经忘得差不多了，实乃惭愧之事，遂好好复习，终于逐渐想起死去的C++编程记忆。  2.本身在C++学习时对float、double等浮点数的精度不了解，有些理论上的困难。  3.需要牢牢掌握书本第一章的内容，重点体会了舍入误差这一概念，知晓了许多数值计算时候需要遵守的一些为了提高精度的准则，受益匪浅 | | | | | | | |