
材料力学习题册

(基础力学教学团队)

华北电力大学

2023

前 言

本习题册与多学时的《材料力学》课程配套使用，适用于我校机械类各专业学生。

《材料力学》是理工科大学学生的一门必修专业基础课程，课程的学习必须伴随大量的习题练习。本习题册在每章内容中包含内容导学、同步练习、习题练习几个模块组成。导学部分包含每章的主要知识点、学习重点和难点、以便学生在做题之前系统地回顾本章所学知识。同步练习包含填空题、选择题、判断题等题型，帮助学生加深对本章内容的基本概念、基本理论的理解，巩固所学知识。习题练习包括计算题、分析题和做图题，帮助学生利用所学知识进行分析应用。其中标注有*的习题适用于考研同学，标注有**的习题适用于参加力学竞赛同学，学生根据自己实际情况，可以选做。

目 录

第一章 绪 论	1
第二章 拉伸与压缩	5
第三章 轴向拉压变形	13
第四章 扭转	20
第五章 弯曲内力	26
第六章 弯曲应力	34
第七章 弯曲变形	41
第八章 应力应变状态分析	49
第九章 强度理论	56
第十章 组合变形	61
第十一章 压杆稳定	68
第十三章 能量法	74
第十四章 静不定问题分析	81
第十五章 动载荷	89
第十六章 疲劳	93

第一章 绪论

内容导学

主要知识点:

- (1) 构件的承载能力——强度、刚度、稳定性
- (2) 内力、应力、应变的概念

学习难点与重点:

- (1) 强度、刚度、稳定性
- (2) 内力、应力、应变
- (3) 截面法求内力

同步练习

一、判断题

- 1、在小变形条件下,进行构件受力分析时,可以用构件的原始尺寸。()
- 2、内力分量只有力。()
- 3、应力是横截面上的平均内力。()
- 4、用截面法求内力时,可以保留截开后构件的任意一部分进行平衡计算。()
- 5、横截面上各点的正应力大小不一定相等,方向不一定平行。()
- 6、切应变是变形后构件中任意两根微线段夹角角度的变化量。()
- 7、正应变是构件中单位长度的变形量。()
- 8、构件内一点处各方向正应变均相等。()

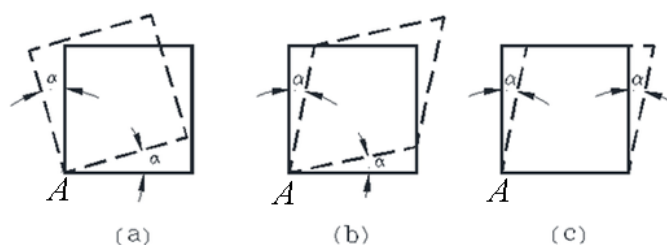
二、选择题

- 1、材料力学主要研究 ()。
A.各种材料的力学问题
B.各种材料的力学性能
C.杆件受力后变形和破坏的规律
D. 各类杆的受力与材料的关系
- 2、构件的强度是指 ()
A.在外力作用下构件抵抗应变的能力。
B.在外力作用下构件抵抗破坏的能力。
C.在外力作用下构件保持原有平衡状态的能力。
D.在外力作用下构件抵抗变形的能力。
- 3、杆件的刚度是指 ()。
A.杆件的软硬程度;
B.杆件的承载能力;
C.杆件对弯曲变形的抵抗能力;
D.杆件对弹性变形的抵抗能力。
- 4、构件的稳定性是指 ()。
A. 在外力作用下构件抵抗变形的能力
B. 在外力作用下构件保持其原有的平衡状态的能力

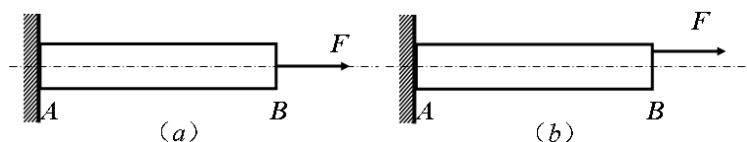
- C. 在外力作用下构件抵抗破坏的能力
 D. 材料抵抗拉、压、弯、扭、剪的能力
- 5、构件的强度、刚度和稳定性 ()。
 A. 只与材料的力学性质有关
 B. 只与构件的形状尺寸有关
 C. 与材料的力学性质和构件的形状尺寸都有关
 D. 与材料的力学性质和构件的形状尺寸都无关
- 6、材料力学主要的研究对象是 ()。
 A. 板壳 B. 杆件 C. 构件 D. 块体
- 7、根据均匀性假设, 可认为构件的 () 在各点处相同。
 A. 应力 B. 应变 C. 材料的弹性常数 D. 位移
- 8、根据小变形假设, 可以认为 ()。
 A 构件不变形 B 构件不发生破坏
 C 构件仅发生弹性变形 D 构件的变形远小于其原始尺寸
- 9、关于内力的说法中, 正确的是 ()。
 A. 内力随外力的改变而改变
 B. 内力与外力无关
 C. 内力在任意截面上都均匀分布
 D. 内力在各截面上是不变的
- 10、关于内力与应力的关系, 下列结论中正确的是 ()。
 A. 内力是应力的矢量和
 B. 内力是应力的代数和
 C. 应力是内力的分布集度
 D. 应力是内力的平均值
- 11、材料力学中研究构件内力的基本方法为 ()。
 A. 力法 B. 截面法 C. 能量法 D. 叠加法
- 12、下列材料中, 不属于各向同性材料的有 ()。
 A. 钢材 B. 塑料 C. 浇铸很好的混凝土 D. 松木

三、填空题

- 1、图示单元体虚线表示其受力后的变形情况, 对应A点的切应变 γ 分别为 ()、()、()。

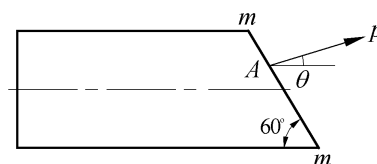


- 2、图示杆AB承受载荷F作用, 则杆AB对应的变形形式分别为 ()、()。

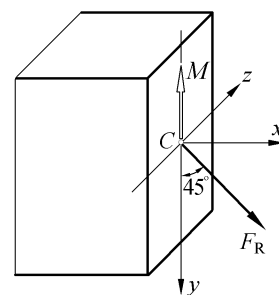


习 题

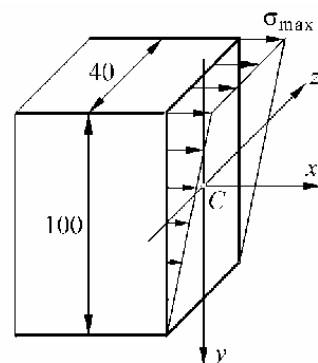
1、如图所示，在杆件的斜截面 $m-m$ 上，任一点 A 处的总应力 $p=120\text{MPa}$ ，其方位角 $\theta=20^\circ$ ，试求该点处的正应力 σ 与切应力 τ 。



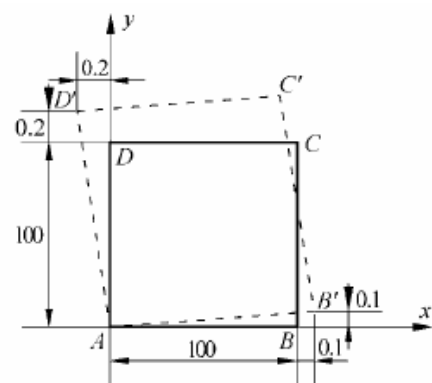
2、已知杆内横截面上的内力主矢 F_R 与主矩 M 如图所示，且均位于 $x-y$ 平面内。试问杆件横截面上存在何种内力分量，并确定其大小。图中， C 为截面形心。



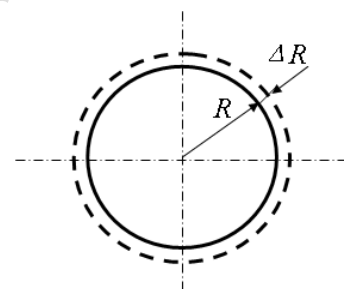
3、图示矩形截面杆，横截面上的正应力沿截面高度线性分布，截面顶边各点处的正应力均为 $\sigma_{\max}=100\text{MPa}$ 。试问杆件横截面上存在何种内力分量，并确定其大小。图中之 C 点为截面形心。



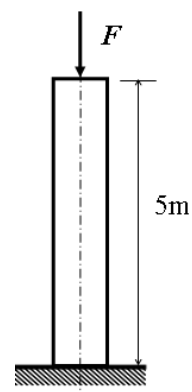
4、板件 $ABCD$ 的变形如图中虚线 $A'B'C'D'$ 所示。试求棱边 AB 与 AD 的平均正应变以及 A 点处直角 BAD 的切应变。



*5 图示圆形薄板半径为 R ，变形后 R 的增量为 ΔR 。若 $R=80\text{mm}$ ， $\Delta R=0.003\text{mm}$ 。求沿半径方向和外圆周方向的平均应变。



*6 图示混凝土立柱，横截面面积 $A=1\text{m}^2$ ，受力 $F=6000\text{kN}$ 作用，缩短了 1mm ，求：（1）立柱的平均正应变。（2）假定立柱横截面上只有正应力，且均匀分布，求立柱横截面上的正应力。（3）根据胡克定律混凝土的弹性模量时多少？



第二章 拉伸与压缩

内容导学

主要知识点:

- (1) 拉压杆的内力——轴力与轴力图
- (2) 拉压杆的横截面上的应力, 斜截面上的应力
- (3) 材料拉压的力学性能
- (4) 拉压杆的强度计算
- (5) 连接件的实用计算

学习重点与难点:

- (1) 轴力与轴力图
- (2) 拉压杆横截面上的应力计算
- (3) 拉压杆的强度计算
- (4) 常用连接件的强度计算

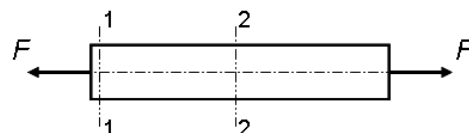
同步练习

一、判断题

- 1、拉压杆横截面上轴力的大小不但与外力大小有关, 还与材料的截面形状有关。 ()
- 2、杆件在拉伸或压缩时, 任意截面上的切应力均为零。 ()
- 3、轴向受拉杆件的最大正应力发生在横截面上。 ()
- 4、铸铁是典型的塑性材料, 试件做拉伸实验时, 其破坏现象为沿着横截面断裂。 ()
- 5、低碳钢和铸铁试件在拉断前都有“颈缩”现象。 ()
- 6、在强度计算中, 塑性材料的极限应力是指屈服极限, 而脆性材料的极限应力是指强度极限。 ()
- 7、低碳钢材料由于冷作硬化, 会使比例极限提高, 而使弹性模量降低。 ()
- 8、剪切和挤压总是同时产生, 所以剪切面和挤压面是同一个面。 ()

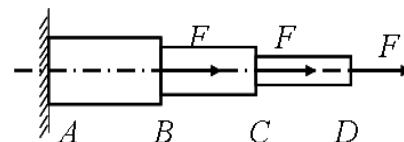
二、选择题

- 1、轴向拉伸杆件如图所示, 关于应力分布正确答案是 ()。
 - A 1-1、2-2 面上应力皆均匀分布;
 - B 1-1 面上应力非均匀分布, 2-2 面上应力均匀分布;
 - C 1-1 面上应力均匀分布, 2-2 面上应力非均匀分布;
 - D 1-1、2-2 面上应力皆非均匀分布。



- 2、图示阶梯杆 AD 受三个集中力作用, 设 AB、BC、CD 段的横截面积分别为 $3A$ 、 $2A$ 、 A , 则三段的横截面上 ()。

- A 轴力和应力都相等
- B 轴力不等, 应力相等
- C 轴力相等, 应力不等
- D 轴力和应力都不等

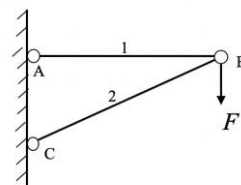


3、轴向拉伸杆，正应力最大的截面和切应力最大的截面（ ）。

- A 分别是横截面、45°斜截面； B 都是横截面；
C 分别是45°斜截面、横截面； D 都是45°斜截面。

4、现有钢、铸铁两种杆材，其直径相同。从承载能力与经济效益两个方面考虑，图示结构中两种合理选择方案是（ ）。

- A. 1杆为钢，2杆为铸铁 B. 1杆为铸铁，2杆为钢
C. 两根杆均为钢 D. 两根杆均为铸铁



5 以低碳钢为典型代表的塑性材料的塑性指标为（ ）。

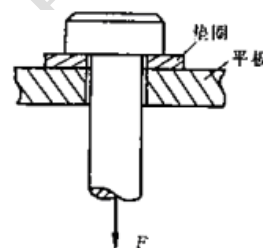
- A. 延伸率和屈服极限
B. 断面收缩率和标距
C. 延伸率和标距
D. 延伸率和断面收缩率

6、关于灰口铸铁的力学性能，以下结论错误的是（ ）。

- A. 无论拉伸和压缩都存在强度极限 B. 拉伸时存在很大的塑性变形
C. 压缩强度比拉伸强度大 D. 拉伸时延伸率很小，表现为脆性。

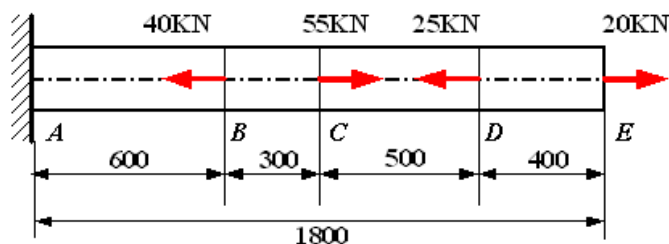
7、如图所示，在平板和受拉螺栓之间垫上一个垫圈，可以提高（ ）强度。

- A. 螺栓的拉伸 B. 螺栓的剪切
C. 螺栓的挤压 D. 平板的挤压

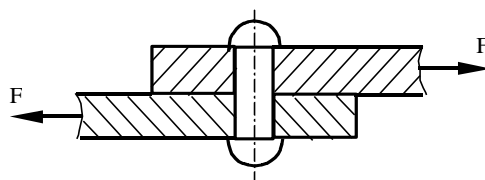


三、填空题

1、图示杆件中，AB段、BC段、CD段、DE段的轴力依次为（ ）kN、（ ）kN、（ ）kN、（ ）kN。

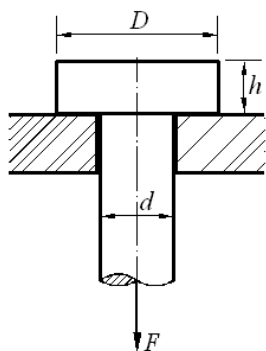


2、若板与铆钉为同一材料，且已知许用挤压应力 $[\sigma_{bs}]$ 与许用剪切应力相同。板厚为 t ，为了提高材料的利用率，则铆钉的直径 d 应该为（ ）。

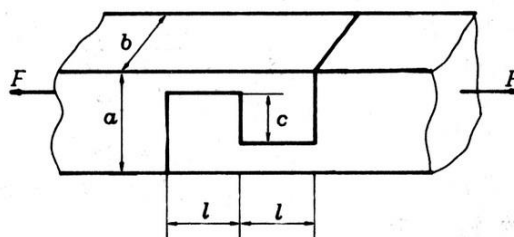


3、标距为 50mm 的标准试件，直径为 10mm，拉断后测得伸长后的标距为 67mm，颈缩处最小直径为 6.4mm，则材料的伸长率（延伸率） $\delta =$ （ ），断面收缩率 $\psi =$ （ ）。

4、图示在拉力 F 的作用下的螺栓，已知螺栓的许用切应力 $[\tau]$ 是拉伸许用应力的 0.6 倍。螺栓直径 d 和螺栓头高度 h 的合理比值为（ ）。



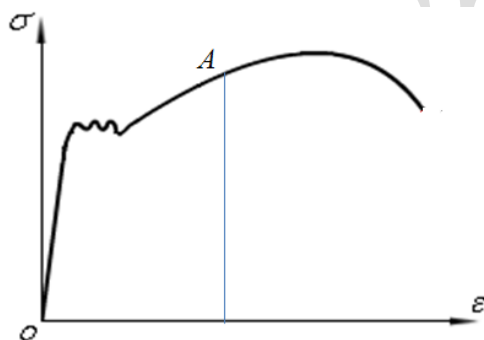
题 4 图



题 5 图

5、图示木榫接头，左右两部分形状完全一样，当 F 力作用时，接头的剪切面积等于（ ），挤压面积等于（ ）。

6、某塑性材料单向拉伸时的应力应变曲线如图。已知曲线上 A 点的应力为 σ ，应变为 ε ，材料的弹性模量为 E ，则加载到 A 点时的塑性应变为（ ）。

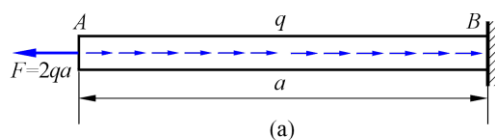


习 题

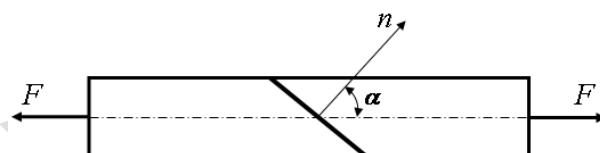
1、试画图示各杆的轴力图。



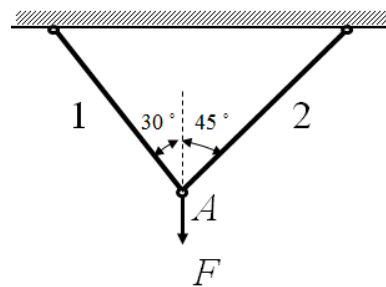
2、试画图示各杆的轴力图，并指出轴力的最大值。图 a 与 b 所示分布载荷均沿杆轴均匀分布，集度为 q 。



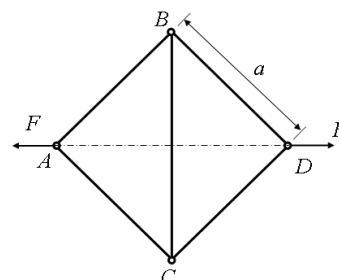
3、图示受拉等截面杆由两部分粘接而成，假设其强度取决于粘接的强度。若粘接层的许用正应力 $[\sigma]=100\text{MPa}$ ，其许用切应力 $[\tau]=50\text{MPa}$ ，且限定粘接面的倾角满足 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ，问：（1）为使杆件承受最大拉力，粘接面最合理的倾角？（2）若杆件的横截面积 $A=400\text{mm}^2$ ，确定拉杆的许可载荷 $[F]$ ？



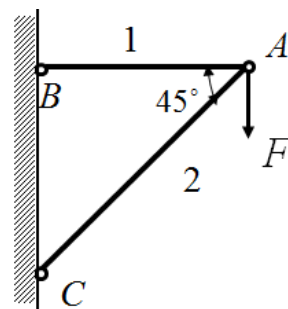
4、图示桁架，由圆截面杆 1 与杆 2 组成，并在节点 A 承受载荷 $F=80\text{kN}$ 作用。杆 1、杆 2 的直径分别为 $d_1=30\text{mm}$ 和 $d_2=20\text{mm}$ ，两杆的材料相同，屈服极限 $\sigma_s=320\text{MPa}$ ，安全因数 $n_s=2.0$ 。试校核桁架的强度。



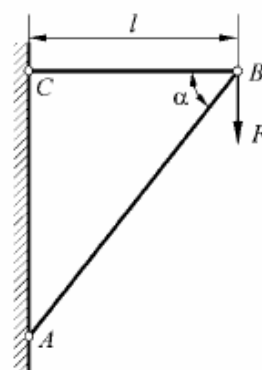
5、图示承受一对拉力 F 作用的正方形桁架，各杆材料相同，截面积均为 A ，正方形边长 a 。已知材料的许用压应力 $[\sigma]_c$ ，许用拉应力 $[\sigma]_t = 0.8 [\sigma]_c$ ，在不考虑结构稳定性的情况下，求结构的许可载荷 $[F]$ 。



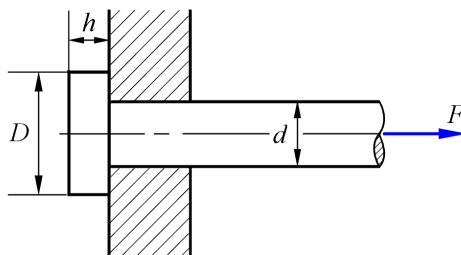
6、图示桁架，承受载荷 $F=50\text{kN}$ 作用。杆1为圆截面钢杆，材料许用应力为 $[\sigma]=160\text{MPa}$ 。杆2为方截面木杆，材料许用应力为 $[\sigma]=10\text{MPa}$ 。试设计钢杆直径 d 和方杆截面宽度 b 。



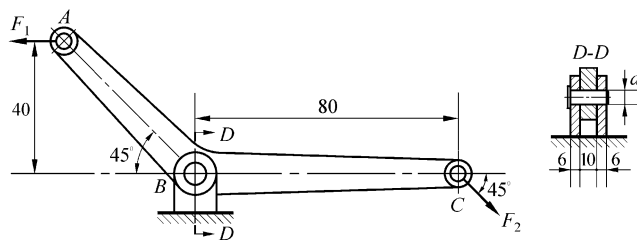
7、图示桁架， BC 和 AB 两杆的材料相同，且抗拉和抗压许用应力相等，同为 $[\sigma]$ 。若在节点 B 和 C 的位置保持不变的条件下，为使结构重量最轻，确定夹角 α 的最佳值（即确定节点 A 的最佳位置）。



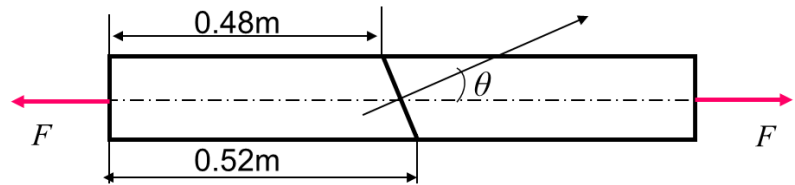
8. 如图所示, $D=2d=32\text{mm}$, $h=12\text{mm}$; 拉杆材料的许用拉应力 $[\sigma]=120\text{MPa}$; $[\tau]=70\text{MPa}$; $[\sigma_{bs}]=170\text{MPa}$ 。试计算拉杆的许可载荷 F 。



9. 图示摇臂, 承受载荷 F_1 与 F_2 作用。试确定轴销 B 的直径 d 。已知载荷 $F_1=50\text{kN}$, $F_2=35.4\text{kN}$, 许用切应力 $[\tau]=100\text{MPa}$, 许用挤压应力 $[\sigma_{bs}]=240\text{MPa}$ 。



*10、两同学在实验室作试验时需用一根长为 1m、直径为 10mm 的拉杆，但手头只有两根长为 0.52m 直径为 10mm 的圆杆和胶水（该种胶的许用拉应力为 $[\sigma]$ ，许用切应力为 $[\tau]=0.75[\sigma]$ ，圆杆材料的许用拉应力为 $[\sigma_0]$ ，满足 $[\sigma_0]=\sqrt{3}[\sigma]$ ）。问：他们应该如何粘结以获得强度最大的拉杆，并求所能承受的最大拉力是多少？



第三章 轴向拉压变形

内容导学

主要知识点:

- (1) 拉压杆的变形
- (2) 桁架节点的位移
- (3) 简单拉压静不定问题

学习难点与重点:

- (1) 拉压杆的变形——纵向和横向
- (2) 切线代圆弧——确定节点位移
- (3) 求解静不定问题的关键——变形协调条件

同步练习

一、判断题

- 1、拉杆伸长后，横向会缩短，这是因为拉杆横截面上有横向应力存在。（ ）
- 2、轴力图可显示出杆件各段内横截面上轴力的大小，但并不能反映杆件各段变形是伸长还是缩短。（ ）
- 3、一空心圆截面直杆，其内、外径之比为 0.5，两端承受拉力作用。如将杆的内、外径同时增加一倍，则其拉压刚度将是原来的 2 倍。（ ）
- 4、一圆截面直杆两端承受拉力作用。若将其直径增加一倍，则杆的拉压刚度将是原来的 4 倍。（ ）
- 5、静定杆系中不会出现装配应力和温度应力，静不定结构由于要满足变形协调条件，才可能会出现装配应力和温度应力。（ ）

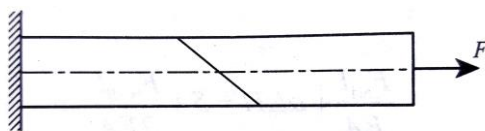
二、选择题

- 1、长度和横截面面积均相同的两杆，一杆为钢杆，一杆为铝杆，在相同的拉力作用下，下述结论正确的是（ ）。

A $\sigma_{\text{钢}} = \sigma_{\text{铜}}$, $\Delta L_{\text{钢}} < \Delta L_{\text{铜}}$	B $\sigma_{\text{钢}} = \sigma_{\text{铜}}$, $\Delta L_{\text{钢}} > \Delta L_{\text{铜}}$
C $\sigma_{\text{钢}} > \sigma_{\text{铜}}$, $\Delta L_{\text{钢}} < \Delta L_{\text{铜}}$	D $\sigma_{\text{钢}} < \sigma_{\text{铜}}$, $\Delta L_{\text{钢}} > \Delta L_{\text{铜}}$
- 2、等直空心圆截面杆受到轴向拉伸作用，材料的受力在线弹性范围内，则（ ）。

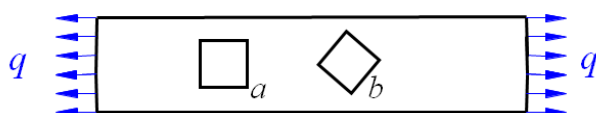
A. 外径增大，内径减小	B. 外径和内径都增大
C. 外径和内径都减小	D. 外径减小，内径增大
- 3、图示拉杆的外表面上有一斜线，当拉杆变形时，斜线将（ ）。

A 平动；	B 转动；	C 不动；	D 平动加转动。
-------	-------	-------	----------

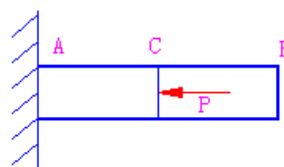


4、下图中，单向拉伸的板条，在受力前其表面上有两个正方形 a 和 b ，则受力后正方形 a 、 b 分别为（ ）。

- A 正方形、正方形； B 正方形、菱形；
C 矩形、菱形； D 矩形、正方形。



题 4 图



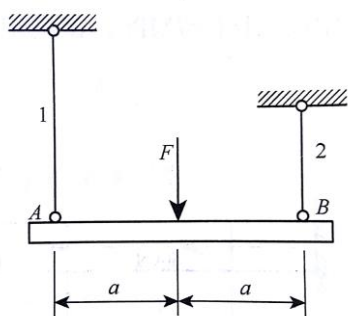
题 5 图

5、在下图中， BC 段内（ ）。

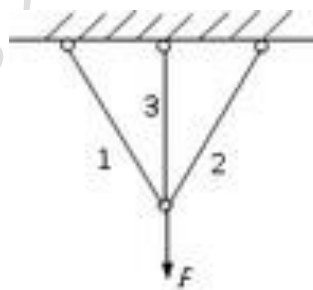
A 有位移，无变形； B 有变形，无位移；
C 有位移，有变形； D 无位移，无变形。

6、图示刚性梁 AB 由杆 1 和杆 2 支撑。已知两杆的材料相同，长度不等 ($l_1 > l_2$)，横截面面积分别为 A_1 和 A_2 。若载荷 F 使刚性梁平行下移，则其横截面面积_____。

- A. $A_1 < A_2$ B. $A_1 = A_2$ C. $A_1 > A_2$ D. A_1 、 A_2 为任意值



题 6 图



题 7 图

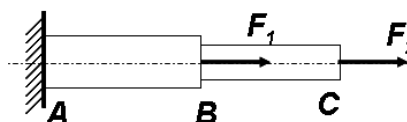
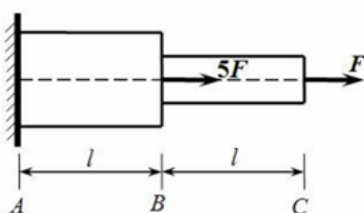
7、图示三杆结构，欲使杆 3 的内力减小，应该（ ）。

(A) 增大杆 3 的横截面积；(B) 减小杆 3 的横截面积；
(C) 减小杆 1 的横截面积；(D) 减小杆 2 的横截面积。

三、填空题

1、几何尺寸相同的两根杆件，其弹性模量分别为 $E_1 = 3E_2$ ，在弹性变形的范围内两者的轴力相同，这时产生的应变的比值 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ 应为（ ）。

2、阶梯杆受力如图所示，设 AB 和 BC 段的横截面面积分别为 $2A$ 和 A ，弹性模量为 E ，则截面 C 的位移为（ ）。

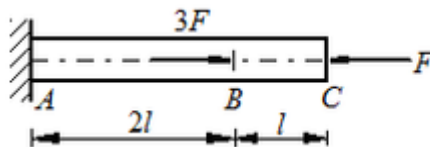


题 2 图

题 3 图

3、图示阶梯杆 ABC ，已知 $A_{AB}=2 A_{BC}$ ， $l_{AB}=l_{BC}$ 。如果使杆内各段的正应力相等，则 $F_1/F_2 = (\quad)$ ，两段变形 $\Delta l_{AB}/\Delta l_{BC} = (\quad)$ 。

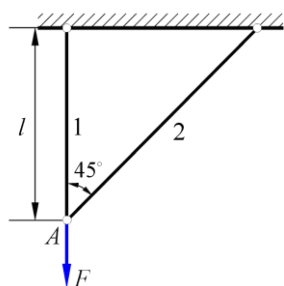
4、等截面直杆受力如图，拉压刚度为 EA ，则最大轴向正应变为 (\quad) 。



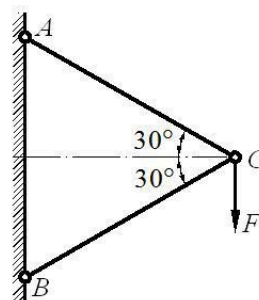
习 题

1 一外径 $D=60\text{mm}$ 、内径 $d=20\text{mm}$ 的空心圆截面杆，杆长 $l = 400\text{mm}$ ，两端承受轴向拉力 $F = 200\text{kN}$ 作用。若弹性模量 $E = 80\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu = 0.30$ 。试计算该杆外径的改变量 ΔD 及体积改变量 ΔV 。

2、图示各桁架，各杆各截面的拉压刚度均为 EA ，试计算节点的水平与铅垂位移。

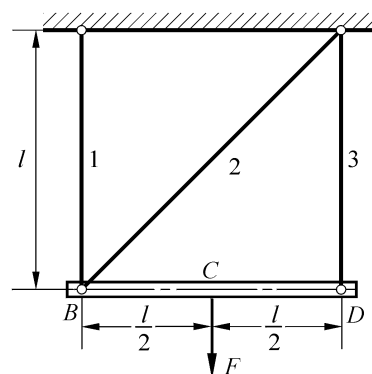


(a)

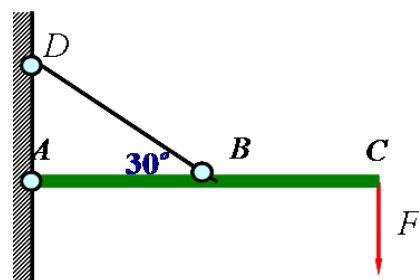


(b)

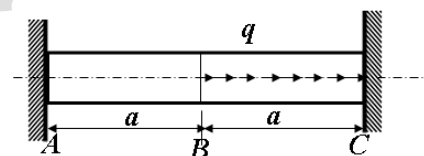
3、图示结构，梁 BD 为刚体，杆 1、杆 2 与杆 3 的横截面面积与材料均相同。在梁的中点 C 承受集中载荷 F 作用。已知载荷 $F = 20\text{kN}$ ，各杆的横截面面积均为 $A=100\text{mm}^2$ ，弹性模量 $E = 200\text{GPa}$ ，梁长 $l = 1\ 000\text{mm}$ 。试计算该点的水平与铅垂位移。



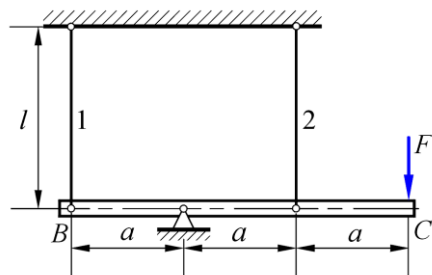
4、图示结构， ABC 刚性杆，杆 BD 直径 $d=20\text{mm}$ ，长 $l=1\text{m}$ ， $E=210\text{GPa}$ ，许用应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$ 。设计要求 C 端的竖直位移不能超过 2mm ，即 $[\Delta C]=2\text{mm}$ ，试确定结构的许可载荷 $[F]$ 。



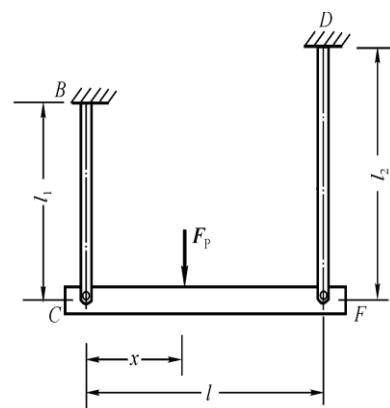
5、图示两端固定等截面杆，承受均布载荷 q 作用，拉压刚度为 EA ，确定两端的约束力。



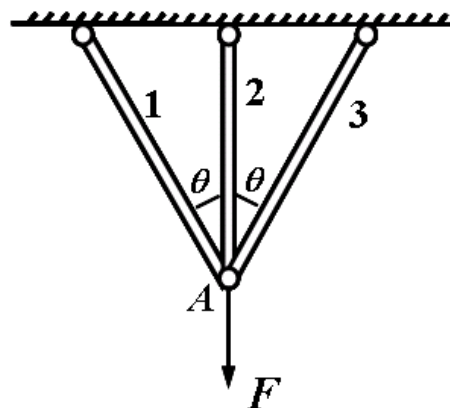
6、图示结构，杆 1 与杆 2 的横截面面积相同，弹性模量均为 E ，梁 BC 为刚体，载荷 $F=20\text{kN}$ ，许用拉应力 $[\sigma_t]=160\text{MPa}$ ，许用压应力 $[\sigma_c]=110\text{MPa}$ ，试确定杆的横截面面积。



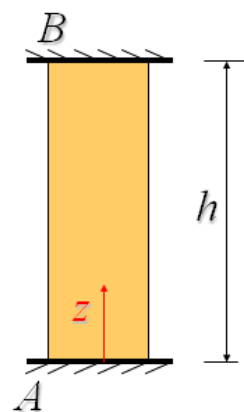
*7 图示结构， CF 为刚体， BC 杆和 DF 杆的拉压刚度满足 $E_1A_1=2E_2A_2$ ，长度满足 $l_1:l_2=2:3$ 。如果要求 CF 始终保持水平位置，试求 x 。



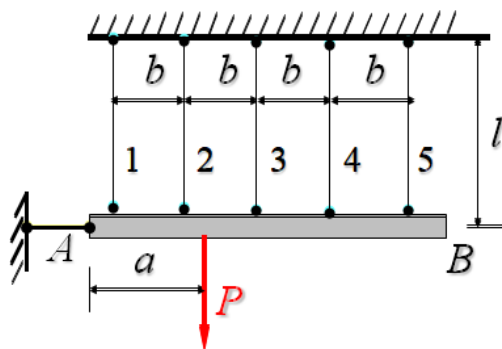
*8 图示对称桁架，在铰 A 处受荷载 F 作用。已知桁架中各杆的材料相同，横截面积也相同。探讨采用哪些方法可使各杆同时达到材料的许用应力 $[\sigma]$ ？



**9 高为 h 的直立圆柱，只受容重为 γ 的自重作用。若将其上、下端固定且保持柱的原长 h 不变，柱材料抗拉弹性模量 E_1 不等于抗压弹性模量 E_2 ，试确定当 $\sigma=0$ 时， $z=c$ 中的 c 值。



**10 图示由五根等直杆与刚性梁 AB 组成的平面结构。各杆的 E 、 A 、 l 与 b 均相同且已知。在刚性梁上距杆 l 为 a 处作用一铅垂载荷 P ，求各杆的轴力。



第四章 扭转

内容导学

主要知识点:

- (1) 轴的外力偶矩和扭矩
- (2) 圆轴扭转切应力
- (3) 圆轴扭转变形
- (4) 圆轴扭转的强度和刚度

学习难点与重点:

- (1) 扭矩与扭矩图
- (2) 圆轴扭转切应力与强度计算
- (3) 圆轴扭转切变形与刚度计算

同步练习

一、判断选择题

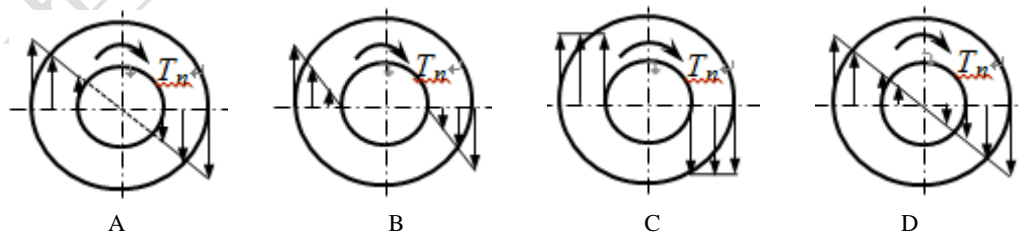
- 1、一受扭等截面圆轴，若直径减小一半，其它条件不变，则最大切应力增大一倍。（ ）
- 2、当轴传递的功率一定时，轴的转速愈小，则轴所受到的外力偶矩愈大。（ ）
- 3、受扭圆轴的扭转角仅与杆扭矩、材料性质和截面几何性质有关。（ ）

二、选择题

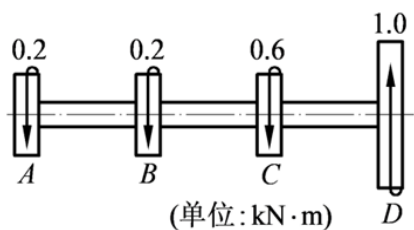
- 1、两根圆轴，材料相同，受力相同，而直径不同，当 $d_1=2d_2$ 时，则两轴的最大切应力之比 τ_1/τ_2 和单位扭转角 ϕ_1/ϕ_2 分别为（ ）。

A 1/4, 1/16 B 1/8, 1/16 C 1/8, 1/64 D 8, 16

- 2、如图所示，空心圆轴受扭转力偶作用，横截面上的扭矩为 T_n ，下列四种（横截面上）沿径向的应力分布图中（ ）是正确的。

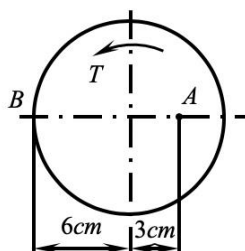


- 3、图示等截面圆轴上装有四个皮带轮，（ ）的安排比较合理。



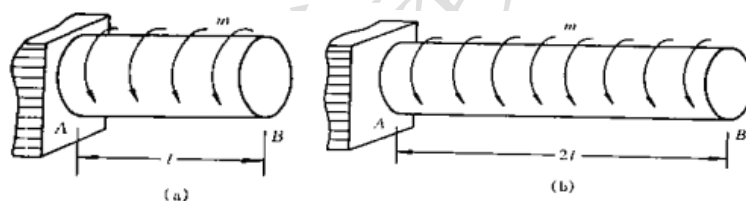
- A. 将轮 B 与轮 C 对调
- B. 将轮 B 与轮 D 对调, 然后再将轮 B 与轮 C 对调
- C. 将轮 B 与轮 D 对调
- D. 将轮 C 与轮 D 对调

4、圆轴受扭, 如图所示, 已知截面上点 B 的切应力为 30MPa, 则 A 点的切应力为 ()。



- A. 15 MPa
- B. 10 MPa
- C. 5 MPa
- D. 0 MPa

5、已知图 a、b 所示两圆轴的材料和横截面面积均相等。若图 a 所示 B 端面相对于固定端 A 的扭转角是 φ , 则图 b 所示 B 端面相对于固定端 A 的扭转角是 ()。



- A. φ
- B. 2φ
- C. 3φ
- D. 4φ

6、关于低碳钢试件扭转破坏, 正确的是 ()。

- A. 沿横截面拉断
- B. 沿横截面剪断
- C. 沿 45° 螺旋面拉断
- D. 沿 45° 螺旋面剪断

7、关于铸铁试件扭转破坏, 正确的是 ()。

- A. 沿横截面拉断
- B. 沿横截面剪断
- C. 沿 45° 螺旋面拉断
- D. 沿 45° 螺旋面剪断

8、校核一低碳钢较车主轴的扭转刚度时, 发现单位长度扭转角超过了许用值, 为了保证轴的扭转刚度, 采取 () 的措施是最有效的。

- A. 改用合金钢
- B. 增大圆轴的直径
- C. 改用铸铁
- D. 减小圆轴的长度

三、填空题

1、实心圆轴受扭, 当轴的直径 d 减小一半时, 其扭转角 φ 则为原来轴扭转角的 () 倍。

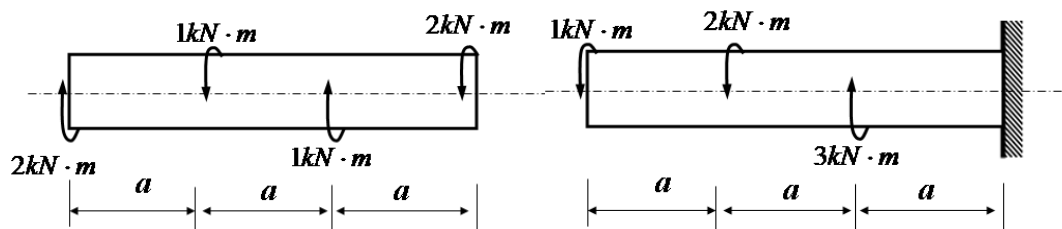
2、圆轴承受扭矩 T_0 作用时, 最大切应力正好达到屈服极限, 若将圆轴横截面积增加一倍, 则扭矩等于 () 时, 其最大切应力正好达到屈服极限。

3、承受相同扭矩的两根实心圆轴, 其最大切应力之比为 2:1, 则两根圆轴的极惯性矩之比为

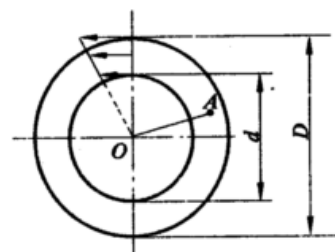
()。

习题

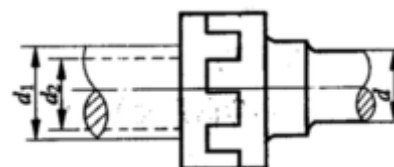
1 画出图示轴的扭矩图，并指出最大扭矩。



2 图示圆截面空心轴，外径 $D=40\text{mm}$ ，内径 $d=20\text{mm}$ ，扭矩 $T=1\text{kN}\cdot\text{m}$ 。试计算 $\rho=15\text{mm}$ 的 A 点处的扭转切应力 τ_A 及横截面上的最大和最小扭转切应力。

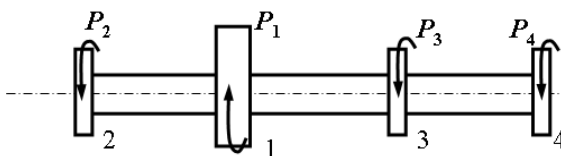


3 如图所示，实心轴与空心轴用牙嵌式离合器连接，轴的转速 $n=100\text{r}/\text{min}$ ，传递功率 $P=10\text{kW}$ ，轴材料的 $[\tau]=80\text{MPa}$ ，试确定实心轴直径 d ，空心轴的外径 d_1 和内径 d_2 。（已知内外径比值为 0.6）



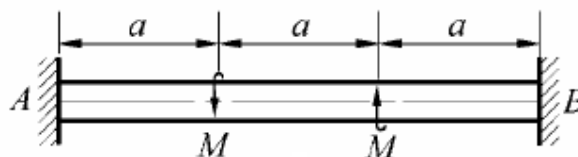
4 传动轴的转速为 $n = 300 \text{ r/min}$ ，主动轮 1 的输入功率 $P_1 = 50 \text{ kW}$ ，从动轮 2、3 和 4 分别输出功率 $P_2 = 10 \text{ kW}$ ， $P_3 = P_4 = 20 \text{ kW}$ 。已知 $[\tau] = 80 \text{ MPa}$ ， $[\varphi] = 1^\circ / \text{m}$ ， $G = 80 \text{ GPa}$ 。

- (1) 画出轴的扭矩图，并求轴最大扭矩。
- (2) 试确定轴径 d 。
- (3) 若将轮 1 与轮 3 位置对调，轴的最大扭矩变为何值，对轴的强度是否有利？

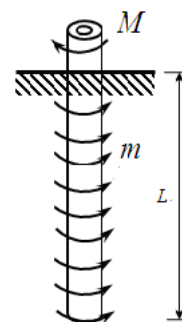


5 一圆截面钢轴，转速为 $n = 250 \text{ r/min}$ ，传递功率 $P = 60 \text{ kW}$ ，已知 $[\tau] = 40 \text{ MPa}$ ，单位长度许可扭转角 $[\theta] = 0.8^\circ / \text{m}$ ，切变模量 $G = 80 \text{ GPa}$ ，试确定轴径 d 。

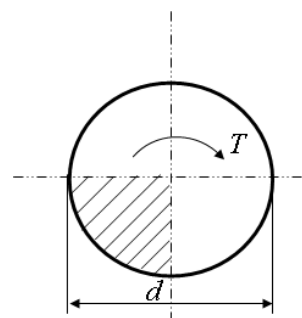
6、图示圆轴，扭转刚度为 GI_p ，求两端约束力偶。



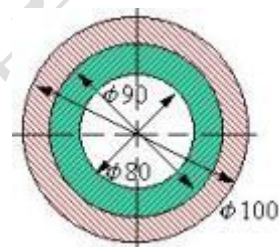
*7 如图所示，钻探机的功率 $P=7.5\text{kW}$ ，转速 $n=180\text{r/min}$ 。钻杆外径 $D=60\text{mm}$ ，内径 $d=50\text{mm}$ ，钻杆钻入土层的深度 $L=40\text{m}$ 。材料的许用应力的 $[\tau]=40\text{MPa}$ ，切变模量 $G=80\text{GPa}$ 。设土壤对钻杆的阻力可看作均匀分布力偶 m ，求：（1）绘制钻杆扭矩图。（2）校核钻杆的强度。（3）计算钻杆在土壤部分的相对扭转角。



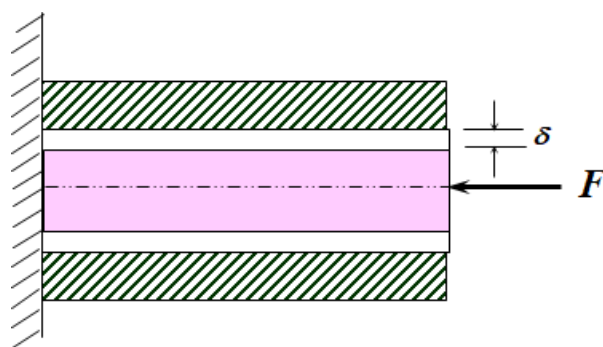
*8 如图所示，圆截面上的扭矩为 T ，试求四分之一截面上的内力系的合力大小及作用点。



**9、将截面尺寸分别为 $\phi 100\text{mm} \times 90\text{mm}$ 与 $\phi 90\text{mm} \times 80\text{mm}$ 的两钢管相套合，并在内管两端施加扭矩 $M_0=2\text{kN} \cdot \text{m}$ 后，将其两端与外管相焊接。试问在去掉扭矩 M_0 后，内、外管横截面上的最大扭转切应力。



**10、一半径为 a 、长为 l 的弹性圆轴，弹性模量为 E ，泊松比为 μ 。现将轴套在一刚性的厚管内，轴和管之间有初始间隙 δ 。设轴受集中力 F 作用，当 $F = F_1$ 时轴与刚性壁恰好接触，求 F_1 的值；当 $F > F_1$ 后，管壁和轴之间有压力，设 f 为摩擦系数，这时轴能靠摩擦力来承受扭矩，当扭矩规定为 M 时，求对应的 F 值。



第五章 弯曲内力

内容导学

主要知识点:

- (1) 梁的内力——剪力与弯矩
- (2) 剪力方程与弯矩方程、剪力图与弯矩图
- (3) 剪力、弯矩与分布载荷集度之间的微分关系

学习难点与重点:

- (1) 截面法求剪力与弯矩
- (2) 剪力方程与弯矩方程、剪力图与弯矩图
- (3) 利用微分关系作剪力图与弯矩图

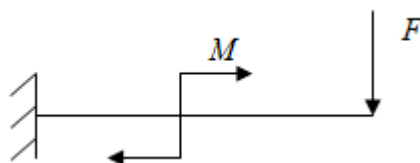
同步练习

一、判断题

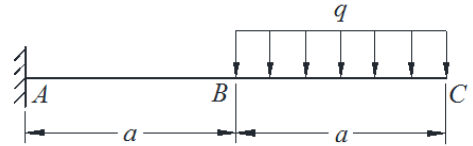
- 1、在集中力作用处, 剪力值发生突变, 其突变值等于此集中力, 而弯矩图在此处发生转折。()
- 2、在集中力偶作用处, 剪力值不变, 而弯矩图发生突变, 其突变值等于此集中力偶矩。()
- 3、最大弯矩必定发生在剪力为零的横截上。()
- 4、只要梁上有集中力偶作用, 则梁上最大弯矩一定发生在集中力偶作用处的左侧或右侧截面上。()
- 5、梁的弯矩图上某一点的弯矩值为零, 该点所对应的剪力图上的剪力值也一定为零。()

二、选择题

- 1、对剪力和弯矩的关系, 下列说法正确的是 ()。
 - A. 同一段梁上, 剪力为正, 弯矩也必为正
 - B. 同一段梁上, 剪力为正, 弯矩必为负
 - C. 同一段梁上, 弯矩的正负不能由剪力唯一确定
 - D. 剪力为零处, 弯矩也必为零
- 2、当梁上的载荷只有集中力时, 弯矩图为 ()。
 - A. 水平直线
 - B. 斜直线
 - C. 二次凸曲线
 - D. 二次凹曲线
- 3、如图所示悬臂梁上作用集中力 F 和集中力偶 M , 若将 M 在梁上移动时 ()。
 - A. 对剪力图、弯矩图的形状及大小均有影响;
 - B. 对剪力图、弯矩图的形状及大小均无影响。
 - C. 对剪力图的形状、大小均无影响;
 - D. 对弯矩图形状无影响, 只对其大小有影响;
- 4、图示悬臂梁受到均布载荷作用, 下列结论错误的是 ()。

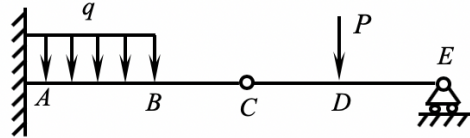


- A. 梁各横截面的剪力均大于等于零
- B. 梁在 AB 段的剪力为常数
- C. 梁各横截面的弯矩均小于等于零
- D. 梁在 AB 段的弯矩为常数



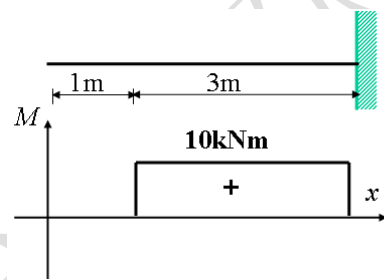
5、列出梁 *ABCDE* (如图所示) 各梁段的剪力方程和弯矩方程, 其分段要求应是分为 ()

- A. AC 和 CE 段
- B. AC、CD 和 DE 段
- C. AB、BC、CD 和 DE 段
- D. AB、BD 和 DE 段

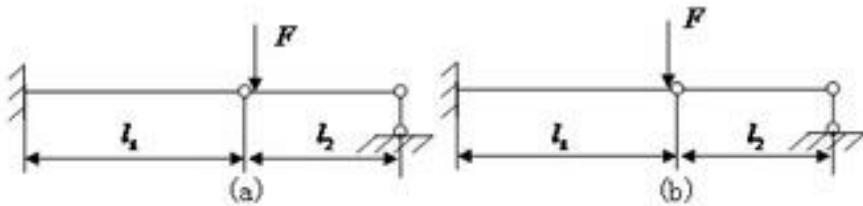


6、右端固定的悬臂梁及梁的弯矩图如图所示, 梁上的载荷情况是 ()。

- A. $x=1\text{m}$ 处, 有一顺时针方向的外力偶 $m=10\text{kNm}$ 作用
- B. $x=1\text{m}$ 处, 有一逆时针方向的外力偶 $m=10\text{kNm}$ 作用
- C. 自由端截面有一向上的集中力 $P=10\text{kN}$ 作用
- D. 全梁有均布向上的分布力 $q=10\text{kN/m}$ 作用



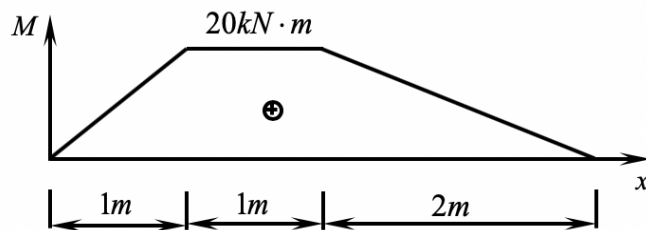
7、组合梁的两种受力情况如图所示, 力 F 均靠近铰链, 以下结论正确的是 ()。



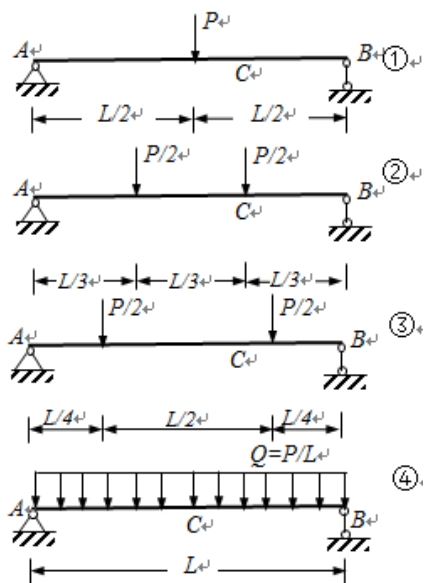
- A 两者的剪力图和弯矩图完全相同; B 两者的剪力图和弯矩图均不相同;
- C 两者的剪力图相同, 弯矩图不同; D 两者的剪力图不同, 弯矩图相同。

三、填空题

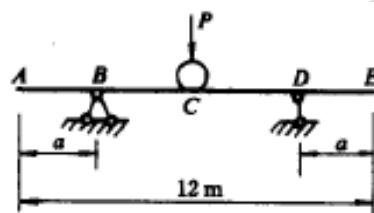
1、简支梁的弯矩图如图所示, 则梁在左、中、右三段上的剪力大小和正负依次是 ()、()、()。



2、简支梁四种受力情况如图, 设 M_1, M_2, M_3, M_4 分别表示四种情况下的最大弯矩值, 则 M_1, M_2, M_3, M_4 的大小依次是 ()、()、()、()。

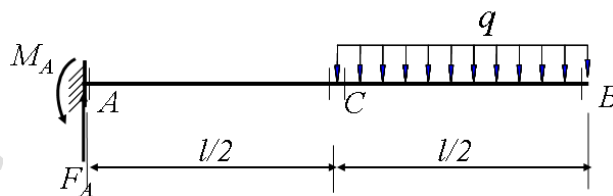


3、外伸梁承受可移动载荷 P 如图，使梁的最大弯矩值（绝对值）为最小时， $a = (\quad)$ 。

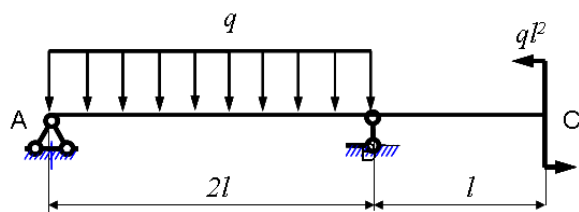
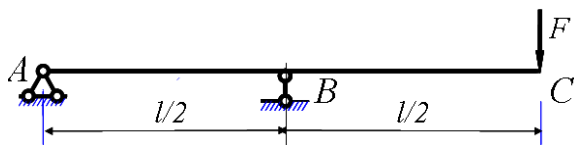


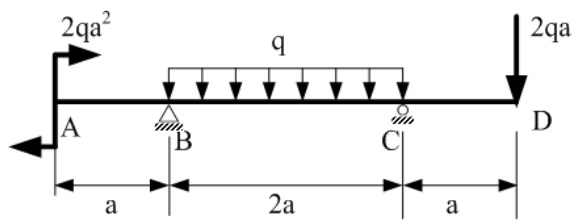
习 题

1、试用截面法求图示梁中指定截面上的剪力和弯矩。

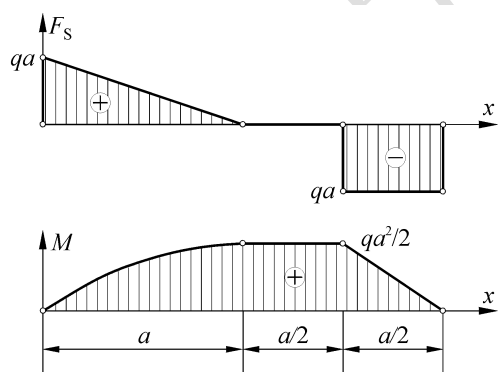


- 2、已知图示各梁的载荷 P 、 q 、 m 和尺寸 a ，（1）列出梁的剪力方程和弯矩方程；
 （2）作剪力图和弯矩图；（3）确定 $F_{S_{max}}$ 和 M_{max} 。

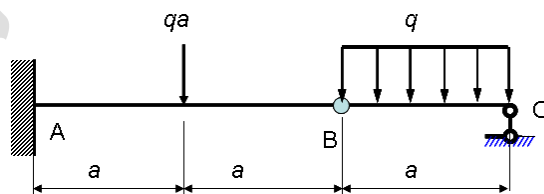
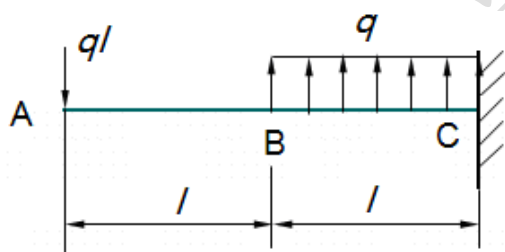
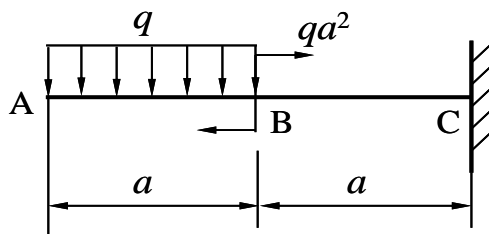
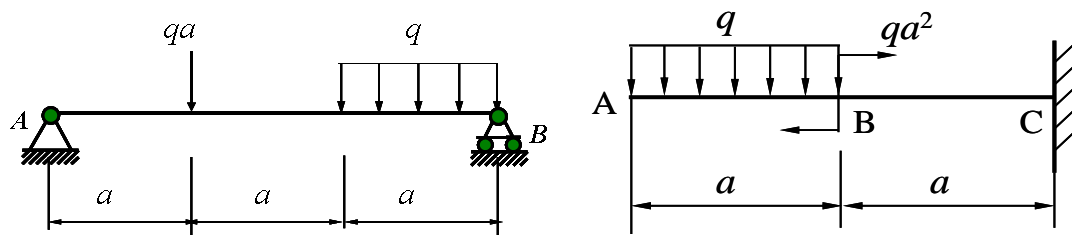




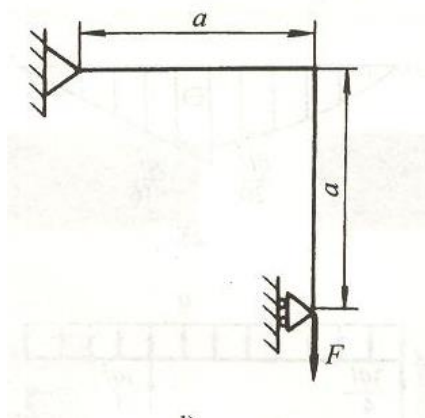
3 已知梁的剪力、弯矩图如图所示，试画梁的外力图。



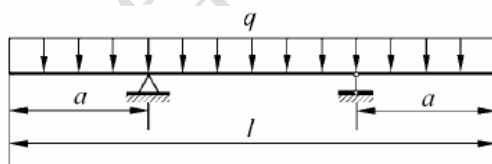
4、利用剪力、弯矩和载荷集度间的微分关系画剪力、弯矩图，确定 $F_{S_{max}}$ 和 M_{max} 。



6、 作图示刚架的 F_s 、 M_z 图 (M_z 图画在受压侧)。

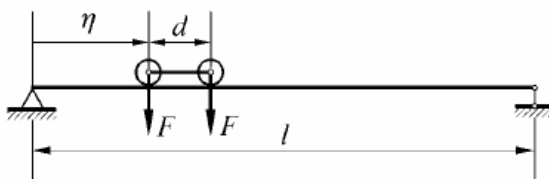


7 图示外伸梁承受均布载荷 q 作用，问当 a 为何值时，梁的最大弯矩值 $|M|_{\max}$ 最小。

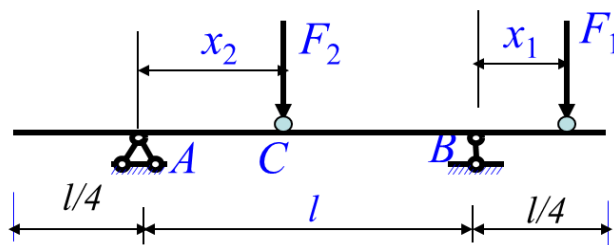


*8 图示简支梁，梁上小车可以沿着轴线移动，两轮对梁的作用力均为 F ，问：

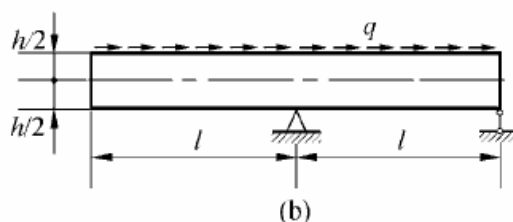
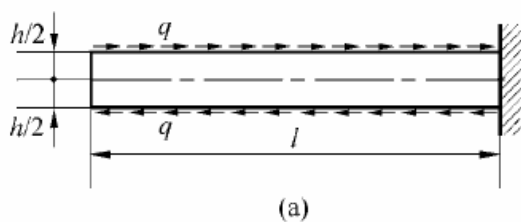
- (1) 小车位于何位置时，梁的最大弯矩值最大，确定该弯矩值。
- (2) 小车位于何位置时，梁的最大剪力值最大，确定该剪力值。



*9 图示外伸梁, 承受两个集中力 $F_1=F_2=F$, F_1 只能在外伸段 ($0 \leq x_1 \leq \frac{l}{4}$), F_2 只可以在支座 AB 之间移动 ($0 \leq x_2 \leq l$)。要使 F_2 在支座间任意位置时, 弯矩都不超过许用弯矩 $[M]$, 并使 F 取得最大值, 求 F_1 的最佳作用位置 x_1 及对应的最大 F 值。



*10 杆件承受载荷图示, 试画出杆的剪力、弯矩图, 并利用微分关系检查正确性。



第六章 弯曲应力

内容导学

主要知识点:

- (1) 梁的平面弯曲
- (2) 中性层和中性轴
- (3) 弯曲正应力
- (4) 弯曲正应力
- (5) 梁的强度条件

学习难点与重点:

- (1) 梁弯曲正应力及其强度条件
- (2) 梁弯曲切应力及其强度条件
- (3) 提高梁强度的措施

同步练习

一、判断题

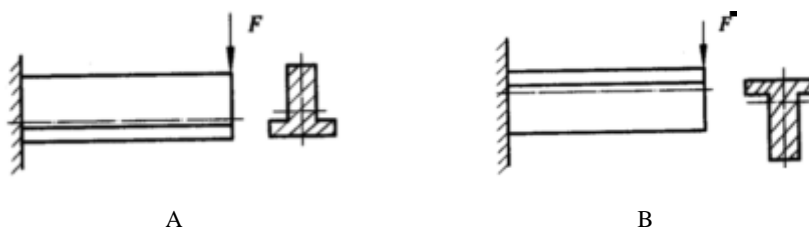
- 1、控制梁弯曲强度的主要因素是最大弯矩。()
- 2、梁发生纯弯曲时，横截面上的弯曲正应力沿截面高度是线性分布的，即离中性轴愈远，其值愈大；而沿截面宽度是均匀分布的。()
- 3、梁发生平面弯曲时，各截面绕其中性轴发生相对转动。()

二、选择题

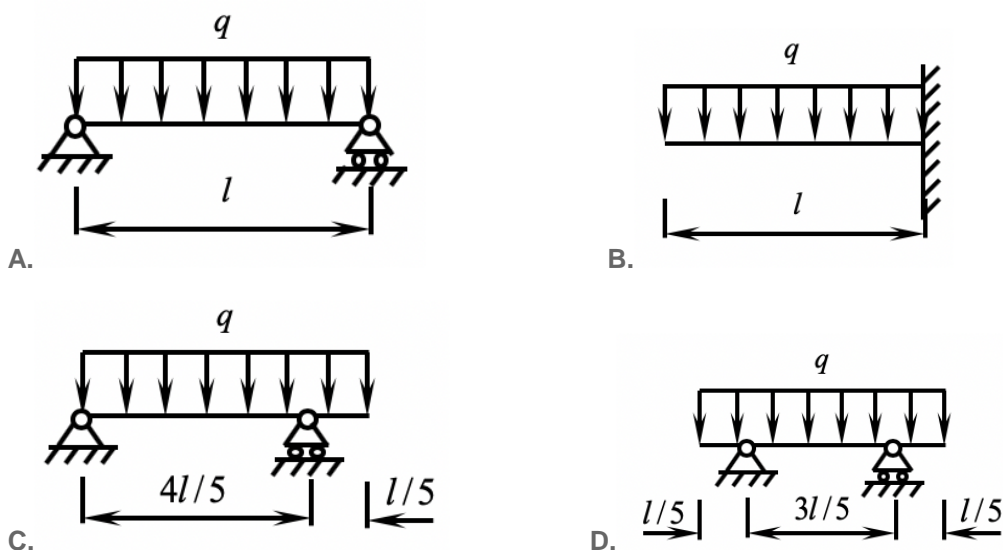
- 1、梁弯曲时横截面上的最大正应力在()。
 - A. 中性轴上
 - B. 对称轴上
 - C. 离中性轴最远处的边缘上
- 2、矩形截面梁横力弯曲时，在横截面中性轴上()。
 - A. 正应力最大，切应力为零
 - B. 切应力最大，正应力为零
 - C. 正应力和切应力均为最大
 - D. 正应力和切应力均为零
- 3、梁弯曲时，梁的中性层()。
 - A. 不会弯曲
 - B. 不弯曲但长度会改变
 - C. 会弯曲但长度不会改变
 - D. 弯曲的同时长度也改变
- 4、若矩形截面梁的高度 h 和宽度 b 分别增大一倍，其抗弯截面系数将增大()。
 - A. 2 倍
 - B. 4 倍
 - C. 8 倍
 - D. 16 倍
- 5、一圆截面悬臂梁，受力弯曲变形时，若其它条件不变，而直径增加一倍，则其最大正应力是原来的()倍。
 - A. $\frac{1}{8}$
 - B. 8
 - C. 2
 - D. $\frac{1}{2}$
- 6、等强度梁各横截面上()数值近似相等。

- A. 最大正应力 B. 弯矩 C. 面积 D. 抗弯截面系数

7、图示用 T 形截面形状的铸铁材料作悬臂梁，从提高梁的弯曲强度考虑，图（ ）的方案是合理的。

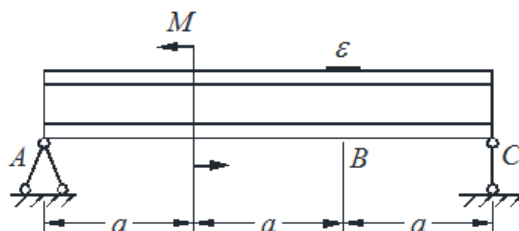


8、图示四种受均布载荷 q 作用的梁，为了提高承载能力，梁的支座应采用哪种方式安排最合理（ ）。

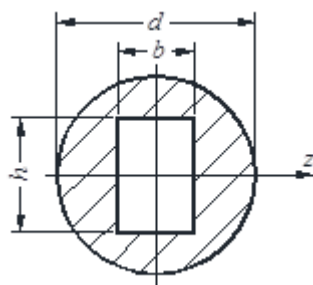


三 填空题

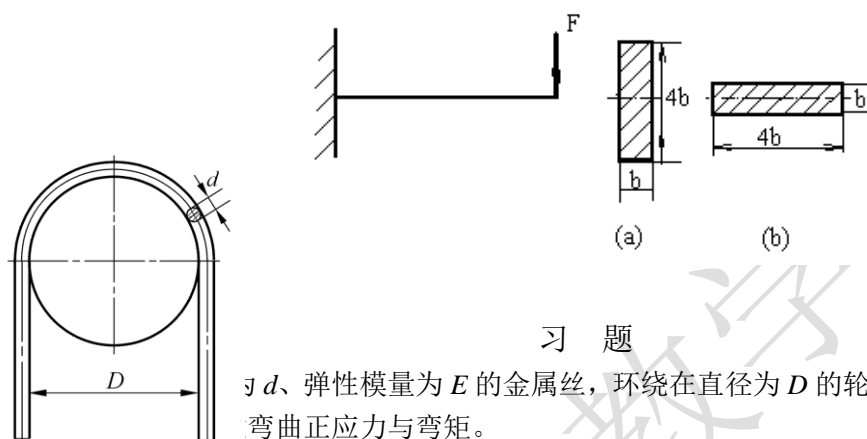
1、图示工字钢简支梁，弹性模量 $E = 200\text{GPa}$ ，在力偶 M 作用下测得横截面 B 顶面的纵向应变 $\varepsilon = 0.0003$ 。则梁内最大弯曲正应力是（ ）。



2、图示截面对 z 轴的抗弯截面模量等于（ ）。

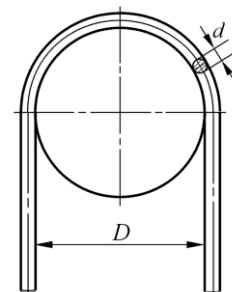


3、图示矩形截面梁，若采用两种方式放置，则两种情况下的最大应力比 $\sigma_{\max, a} / \sigma_{\max, b}$ 为 ()。

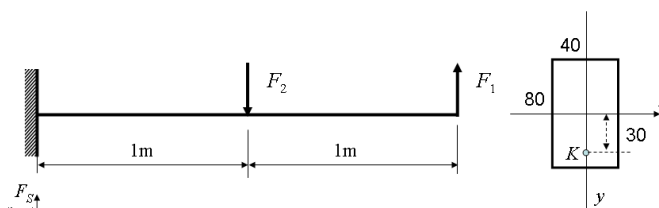


习 题

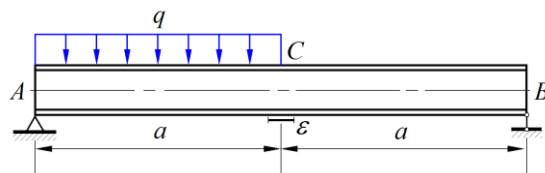
1、直径为 d 、弹性模量为 E 的金属丝，环绕在直径为 D 的轮缘上，试求金属丝内的最大弯曲正应力与弯矩。



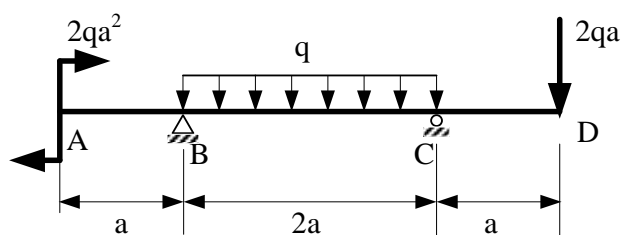
2、图示矩形截面简支梁。 $F_1=2F_2=5\text{kN}$ ，试求梁内的最大弯曲正应力，以及该截面 K 点处的弯曲正应力。



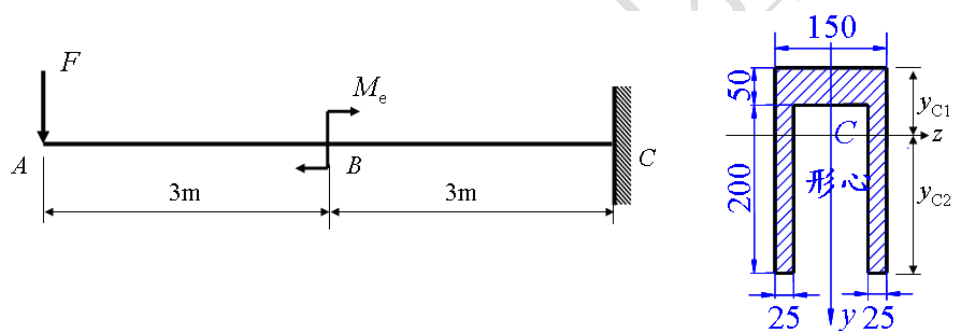
3、图示简支梁，由 No18 工字钢制成，弹性模量 $E = 200\text{GPa}$ ， $a = 1\text{m}$ 。在均布载荷作用下，测得横截面 C 底边的纵向正应变 $\varepsilon = 3.0 \times 10^{-4}$ ，试计算梁内的最大弯曲正应力。



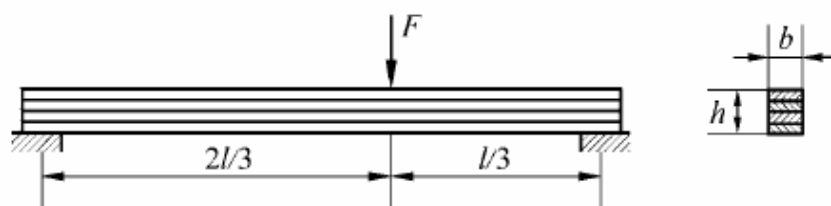
4、图示梁，受力如图，（1）绘制梁的剪力图和弯矩图，标出最大剪力、弯矩的位置和值。（2）如果梁为矩形截面钢梁，矩形高 $h = 80\text{mm}$ ，宽 $b = 60\text{mm}$ ， $a = 1\text{m}$ ， $q = 5\text{kN/m}$ ， $[\sigma] = 160\text{MPa}$ ，校核梁的强度。



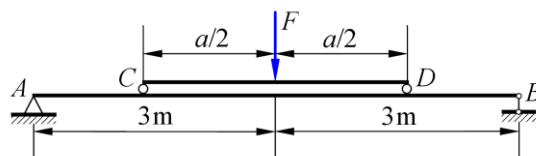
5 图示槽型截面铸铁梁， $F=10\text{kN}$ ， $M_e=70\text{kNm}$ ，铸铁的许用拉应力 $[\sigma_t]=35\text{MPa}$ ，许用压应力 $[\sigma_c]=120\text{MPa}$ 。试按正应力强度条件校核梁的强度。



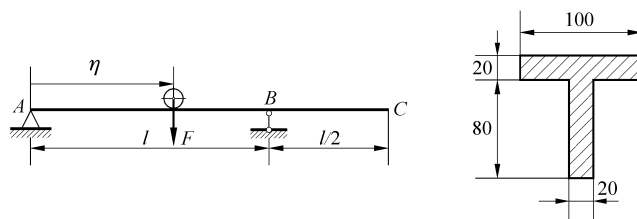
6、图示简支梁，有四块尺寸相同的木板胶接而成。已知载荷 $F=4\text{kN}$ ，梁跨度 $l=400\text{mm}$ ，截面宽度 $b=50\text{mm}$ ，高度 $h=80\text{mm}$ ，木板的许用应力 $[\sigma] = 7\text{MPa}$ ，胶缝的许用切应力 $[\tau] = 5\text{MPa}$ ，试校核梁的强度。



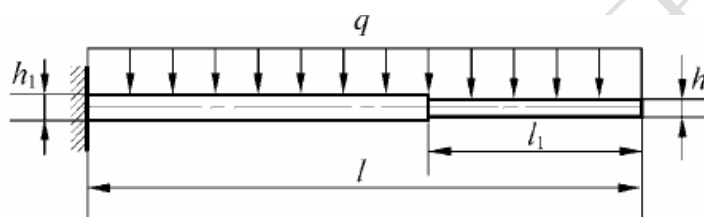
7 当载荷 F 直接作用在简支梁 AB 的跨度中点时，梁内最大弯曲正应力超过许用应力 30%。为了消除此种过载，配置一辅助梁 CD ，试求辅助梁的最小长度 a 。



*8、 图示铸铁梁，载荷 F 可沿梁 AC 水平移动，其活动范围为 $0 < \eta < 3l/2$ 。已知许用拉应力 $[\sigma_t]=35\text{MPa}$ ，许用压应力 $[\sigma_c]=140\text{MPa}$ ， $l=1\text{m}$ ，试确定载荷 F 的许用值。



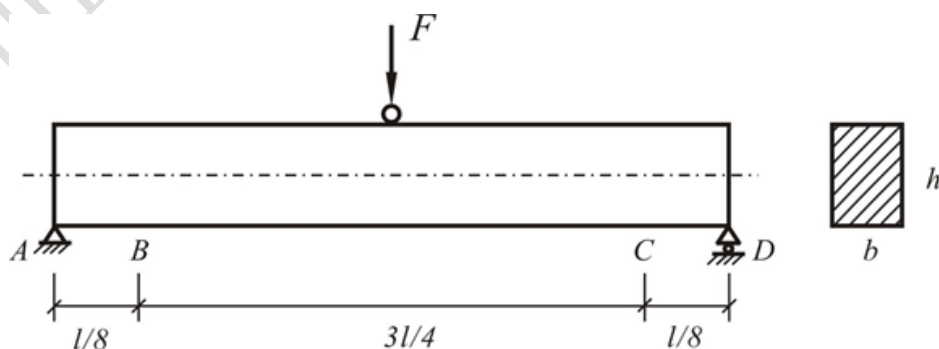
*9 图示矩形阶梯梁，承受均布载荷 q 作用，为使梁的重量最轻，确定 l_1 与梁的截面高度 h_1 与 h_2 与。已知截面高度 b ，许用应力 $[\sigma]$ 。



**10 已知矩形截面简支梁的横截面宽度为 b ，高度为 h ，材料的弹性模量为 E ，泊松比为 ν 。现有一竖直向下的载荷 F 在梁上距支座为 $l/8$ 的 BC 区间内移动，试将 4 个完全相同的电阻应变片全部粘贴在梁上，当载荷 F 在梁上 BC 区间移动时，采用最优的电桥接线方式，由应变仪的读数实现对移动载荷 F 的大小的测定。

设在测量中应变仪的读数为 ε ，试问：

- (1) 应变片应粘贴在梁上的什么位置？绘出布片图；
- (2) 绘出电桥接线图；
- (3) 写出用应变仪的读数表示移动载荷 F 大小的表达式。



第七章 弯曲变形

内容导学

主要知识点:

- (1) 挠度与转角
- (2) 挠曲轴近似微分方程
- (3) 积分法求位移
- (4) 叠加法求位移
- (5) 简单静不定梁
- (6) 梁的刚度条件

学习难点与重点:

- (1) 挠曲轴近似微分方程
- (2) 积分法求位移
- (3) 叠加法求位移
- (4) 简单静不定梁
- (5) 梁的刚度条件和提高梁刚度强度的措施

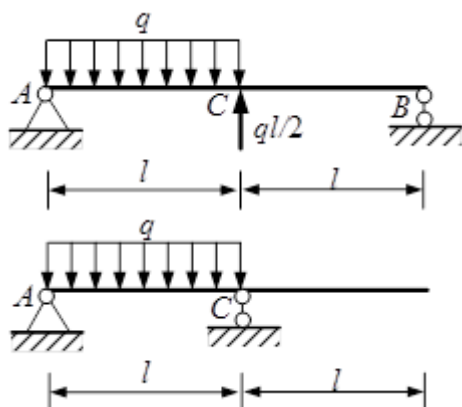
同步练习

一、判断题

- 1、梁上弯矩最大的截面，其挠度也最大，而弯矩为零的截面，其转角则为零。()
- 2、由于挠曲线的曲率与弯矩成正比，因此横截面的挠度和转角也与截面上的弯矩成正比。()
- 3、两根材质不同，截面形状尺寸及支承条件完全相同的静定梁，在承受相同载荷作用下，两梁对应截面处的位移相同。()
- 4、弯矩为零的梁截面，挠曲线将出现拐点。()

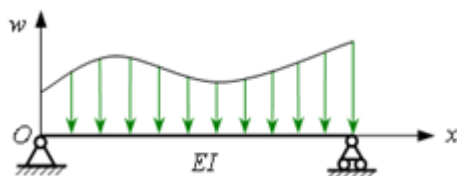
二、选择题

- 1、等截面直梁在弯曲变形时，挠曲线曲率最大发生在()处。
A. 挠度最大 B. 转角最大 C. 剪力最大 D. 弯矩最大
- 2、在下面关于梁的挠度和转角的讨论中，结论正确的是()。
A 挠度最大的截面转角为零；
B 挠度最大的截面转角最大；
C 转角为零的截面挠度最大；
D 挠度的一阶导数等于转角。
- 3、图示两梁的弯曲刚度 EI 相同，载荷 q 相同，则下列结论中正确的是()。



- A. 两梁对应点的内力和位移相同
- B. 两梁对应点的内力和位移不相同
- C. 两梁对应点的内力相同，位移不同
- D. 两梁对应点的内力不同，位移相同

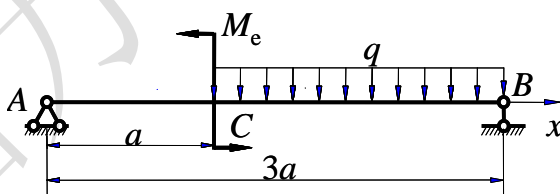
4、图示简支梁的挠曲轴方程为 $EIw = \iint M(x)dx + Cx + D$ ，则积分常数 ()。



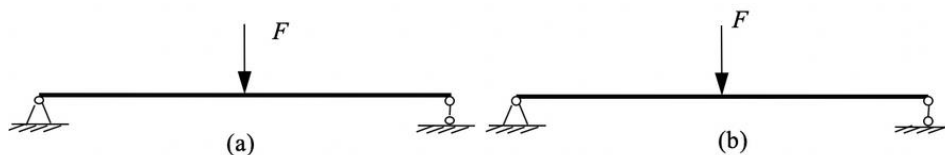
- A. $C=0, D=0$
- B. $C=0, D \neq 0$
- C. $C \neq 0, D=0$
- D. $C \neq 0, D \neq 0$

5、图示梁的边界条件为 ()。

- A. $w_A=0, \theta_A=0$
- B. $w_B=0, \theta_B=0$
- C. $w_A=0, w_B=0$
- D. $w_A=0, \theta_A=0$

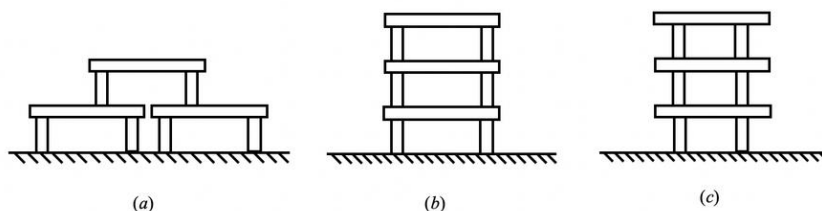


6、如图所示，受力及长度相同的两个简支梁，a 材料为低碳钢、b 为铜。已知它们的弯曲刚度相同，则二者的 () 不同。



- A 支反力；
- B 最大正应力；
- C 最大挠度；
- D 最大转角。

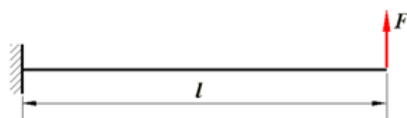
7 在实际工程中，对铸件进行人工时效时，可按照如图所示的方式堆放，从减小铸件弯曲变形的角度考虑，采用 ()。



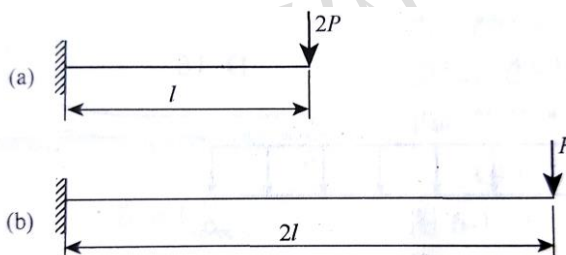
- A.图 a 方式堆放合理
- B.图 a、b、c 三种方式堆放都合理
- C.图 b 方式堆放合理
- D.图 c 方式堆放合理

三、 填空题

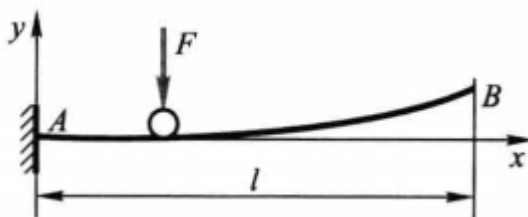
1、图示圆形截面悬臂梁，在自由端处受一集中力 F 作用。若直径 d 增大到 $2d$ ，其他条件不变，则梁的最大弯曲正应力和最大挠度分别为原来的 () 和 ()。



2、图示两梁的材料和截面相同，则两梁的最大挠度之比 $w_a : w_b = ()$ 。

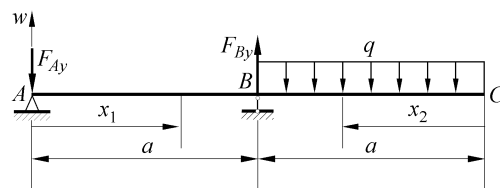


3、承受移动载荷的悬臂梁如图，弯曲刚度 EI 为常数，若保证载荷移动时总保持相同的刚度，则梁轴线预弯的轴线方程为 ()。

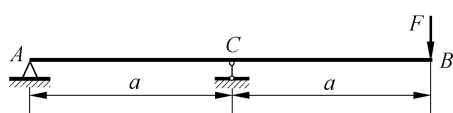


习 题

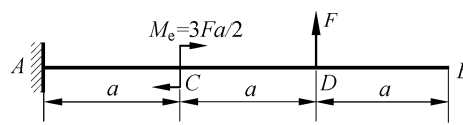
1、图示外伸梁 AC，承受均布载荷 q 作用。已知弯曲刚度 EI 为常数，试计算横截面 C 的挠度与转角。



2、图示各梁，弯曲刚度 EI 均为常数。试根据梁的弯矩图与约束条件画出挠曲轴的大致形状。

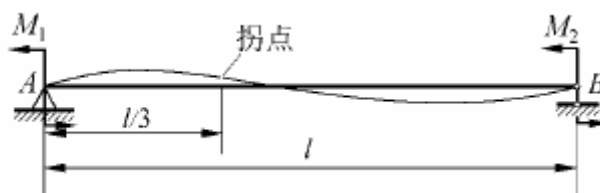


(a)

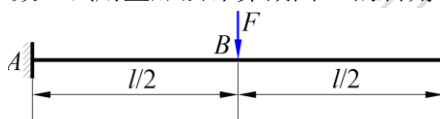


(b)

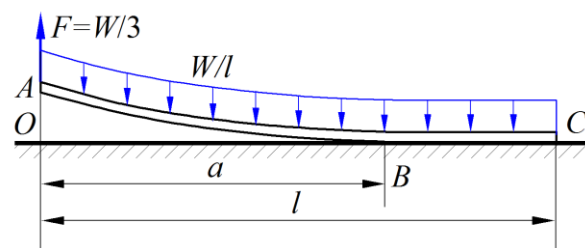
- 3、图示简支梁，左右端各作用一个力偶矩分别为 M_1 和 M_2 的力偶，欲使挠曲轴拐点位于离左端 $l/3$ 处，则 M_1 和 M_2 应保持何种关系。



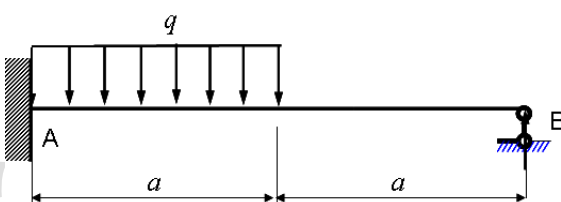
- 4、图示梁，弯曲刚度 EI 为常数。试用叠加法计算截面 B 的转角和截面 C 的挠度。



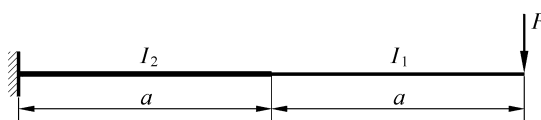
- 5、重量为 W 、长度为 l 的等截面均质直梁放置在水平刚性平面上，其抗弯刚度为 EI 。在梁端施加垂直载荷 $W/3$ ，部分梁段离开台面，试求分离段的长度 a 、梁端的挠度与梁内的最大弯矩。
(受力后未提起部分保持与平面密合)



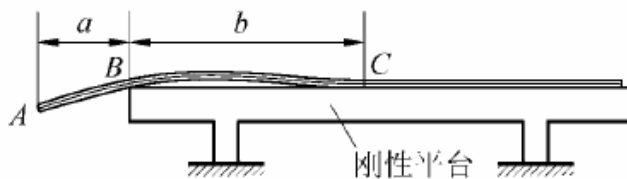
6、求图示梁的约束反力，并做剪力、弯矩图。



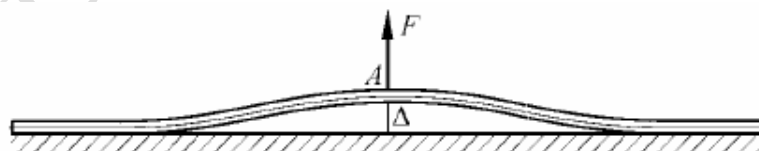
*7 试用叠加法计算图示阶梯形梁的最大挠度。设惯性矩 $I_2 = 2I_1$ 。



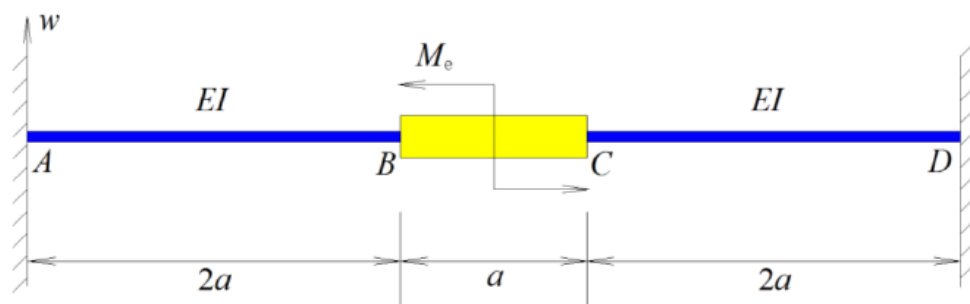
*8 图示均质梁，放置在刚性平台上，伸出部分长度为 a ，计算台上拱起部分的长度 b 。已知梁单位长度质量为 q ，弯曲刚度为 EI 。



**9 图示均质梁，放置在刚性平台上。若在 A 截面作用载荷 F ，试建立该截面的挠度与 F 的关系。已知梁单位长度质量为 q ，弯曲刚度为 EI 。

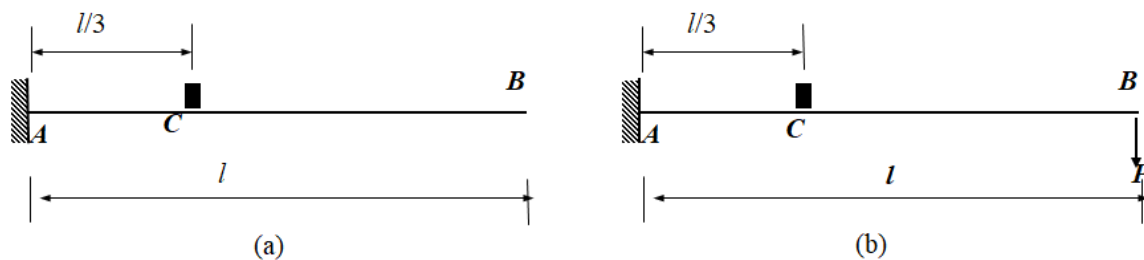


**10 梁 AB 、 CD 的长度均为 $2a$ ，弯曲刚度为 EI 。A、D 端为固定端约束，为 a 的刚性梁 BC 固结。在梁 BC 上作用一个力偶 M_e ，求：(1) B 端的挠度；(2) 力偶 M_e 在梁 BC 上移动， C 端的最大挠度？

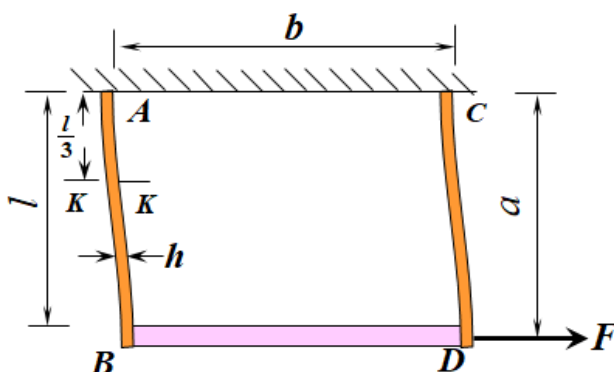


**11 重量为 G 的物块放置于等截面悬臂梁 AB 上的 C 点，物块与梁之间的摩擦因数为 μ ，此时物块处于静止状态，如图 (a)。

1. 摩擦因数应满足的条件？
2. 在梁自由端施加一大小为 P 的力，如图 (b)。假设物块很小，不考虑其转动动能。求物块开始滑动时的 P ？



**12 图示传感器， AB 和 CD 为铜片，厚度为 h ，宽为 b ，长为 l ，材料的弹性模量为 E ，它们在自由端与刚性杆 BD 固接。求截面 $K-K$ 的轴力和弯矩。



第八章 应力应变状态分析

内容导学

主要知识点：

- (1) 斜截面应力分析的解析法
- (2) 斜截面应力分析的图解法
- (3) 主应力与主应变
- (4) 广义胡克定律

学习难点与重点：

- (1) 主应力的计算
- (2) 最大应力分析
- (3) 广义胡克定律

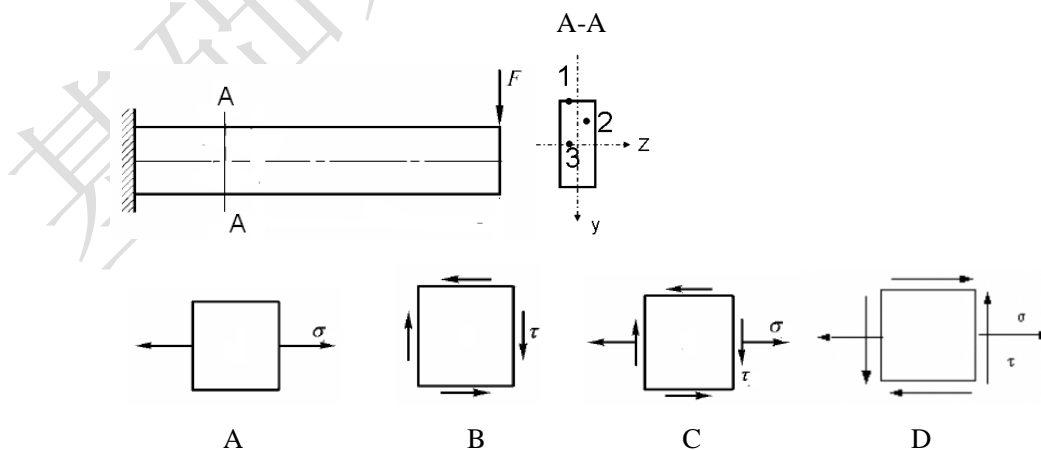
同步练习

一、判断题

- 1、过受力构件内任一点处不同斜截面上的应力一般是不同的。()
- 2、受力构件内任一点最大正应力所在的斜截面上，切应力恒等于零。()
- 3、广义胡克定律只适用于各向同性弹性体。()
- 4、对于一个应力单元体，正应力最大的面上切应力必为零。()
- 5、对于一个应力单元体，切应力最大的面上正应力必为零。()

二、选择题

- 1、图示矩形截面悬臂梁，A-A截面上的1点位于截面上边缘，3点位于中性层，则1、2、3点的应力状态单元体依次为()。

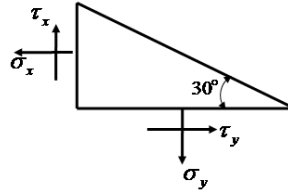


- 2 在单元体上，可以认为()。

- A、每个面上的应力是均匀分布的，一对平行面上的应力相等；
- B、每个面上的应力是均匀分布的，一对平行面上的应力不等；

- C、每个面上的应力是非均匀分布的，一对平行面上的应力相等；
 D、每个面上的应力是非均匀分布的，一对平行面上的应力不等。
 3、在下图中，已知斜截面上无应力，该应力状态的（ ）。

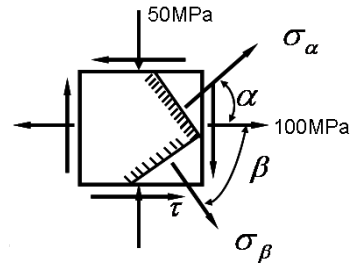
- A、一个主应力为零；
 B、二个主应力为零；
 C、三个主应力均为零；
 D、三个主应力均不为零。



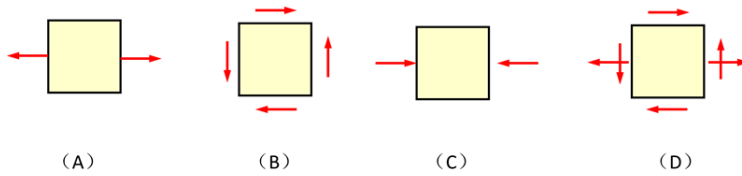
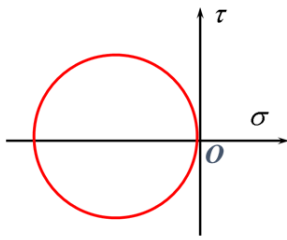
- 4、图示单元体，如果 $\sigma_\alpha = 30MPa$ ，则与 α 方位面垂直

方位面上的正应力 $\sigma_\beta = ()$

- A、100Mpa；
 B、50Mpa；
 C、20Mpa；
 D、0Mpa。

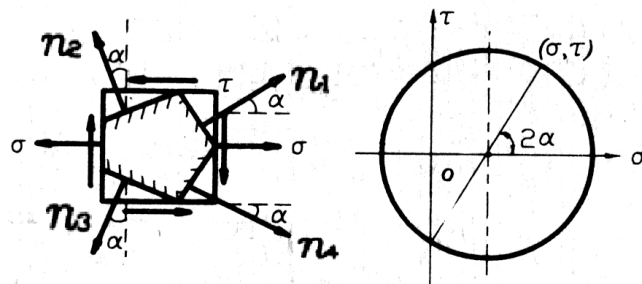


- 5、图示应力圆对应的应力状态为（ ）。



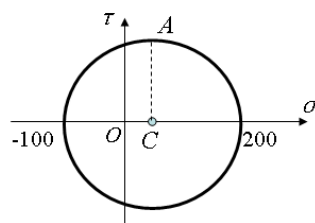
- 6、已知单元体及应力圆如图所示， σ_1 所在主平面的法线方向为()。

- A、 n_1 ； B、 n_2 ； C、 n_3 ； D、 n_4 。



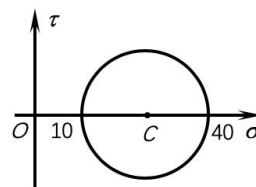
- 7、某点应力状态所对应的应力圆如图所示，C 为应力圆圆心。其上 A 点所对应截面上的正应力 σ 和切应力 τ 分别为（ ）。

- A. $\sigma=0, \tau=200\text{MPa}$
- B. $\sigma=50\text{MPa}, \tau=200\text{MPa}$
- C. $\sigma=0, \tau=150\text{MPa}$
- D. $\sigma=50\text{MPa}, \tau=150\text{MPa}$



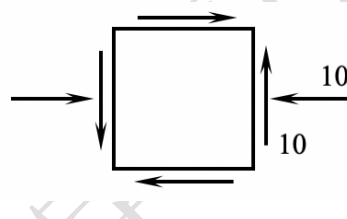
8、图示单元体的应力圆，在其所有斜截面上的最大切应力为（ ）。（应力单位是 MPa）

- A. 25
- B. 20
- C. 15
- D. 5



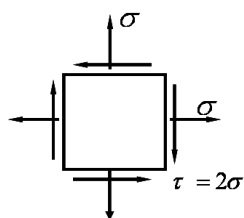
9、图示单元体中的主应力为（ ）。（应力单位是 MPa）

- A. $\sigma_1=0, \sigma_2=-5+5\sqrt{5}, \sigma_3=-5-5\sqrt{5}$
- B. $\sigma_1=-5+5\sqrt{5}, \sigma_2=0, \sigma_3=-5-5\sqrt{5}$
- C. $\sigma_1=-5+5\sqrt{5}, \sigma_2=-5-5\sqrt{5}, \sigma_3=0$
- D. $\sigma_1=-5+5\sqrt{5}, \sigma_2=-5-5\sqrt{5}, \sigma_3=10$

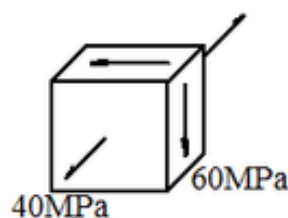


三、填空题

1、图示单元体，其主应力分别为 $\sigma_1=()$ ， $\sigma_2=()$ ， $\sigma_3=()$ 。



题三.1 图

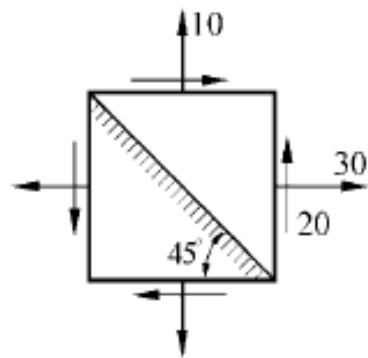


题三.2 图

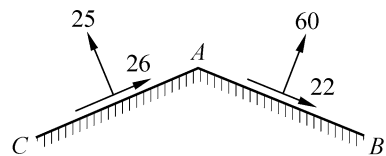
2、一点的应力状态如图，则该点的三个主应力： $\sigma_1=()$ ， $\sigma_2=()$ ， $\sigma_3=()$ 。
最大切应力： $\tau_{\max}=()$ 。

习 题

1、已知应力状态如图所示，试用解析法计算图中指定截面上的正应力和切应力。

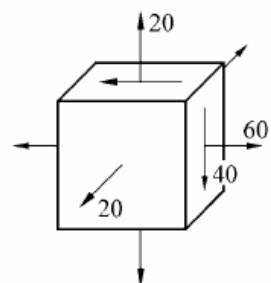


2、已知某点 A 处截面 AB 与 AC 的应力如图所示（应力单位为 MPa），试用图解法求主应力的大小及所在截面的方位。

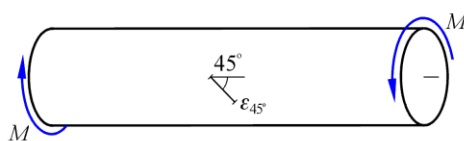


3、求题 1 中的主应力大小及方位角（解析法和图解法）。

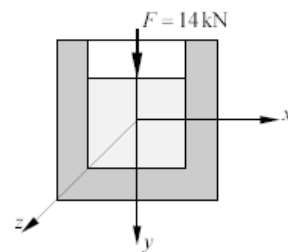
4、试画图示应力状态的三向应力圆，并求主应力、最大正应力和最大切应力。



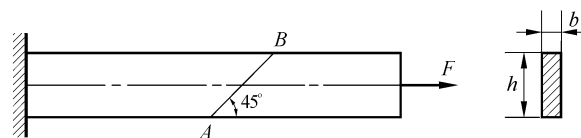
5、图示直径为 d 的圆截面轴，两端承受扭力偶矩 M 作用。设由实验测得轴表面与轴线成 45° 方位的正应变 ε_{45° ，材料的弹性模量与泊松比分别为 E 与 μ ，试求扭力偶矩 M 之值。



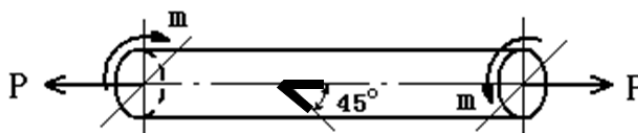
6、边长为 20mm 的钢立方块置于刚性模中，在顶面受力 $F=14\text{kN}$ 作用。已知材料的泊松比为 0.3，求立方体各个面上的正应力。



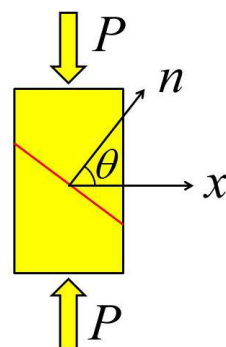
*7、图示矩形截面杆，承受轴向载荷 F 作用。设截面尺寸 b 和 h 以及弹性常数 E 和 μ 均为已知，试计算线段 AB 的正应变。



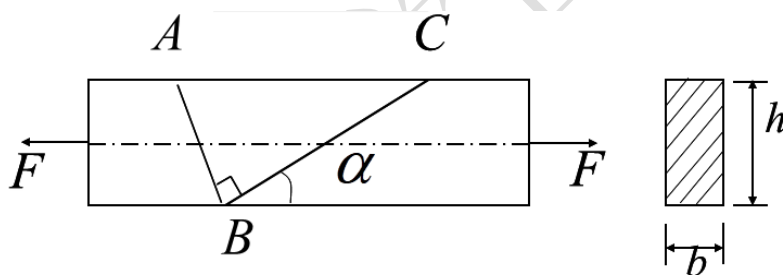
*8 直径 $d=100\text{mm}$ 的圆轴，受轴向拉力 P 和扭转力偶矩 m 的作用。材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu=0.3$ ，现测得圆轴表面轴向线应变 $\varepsilon_0 = 500 \times 10^{-6}$ ， 45° 方向线应变 $\varepsilon_{45} = 400 \times 10^{-6}$ 。求拉力 P 和力偶矩 m 的大小。



**9 铸铁试件压缩破坏实验如图，破坏面上的摩擦系数 f ，假设铸铁破坏方式是剪断，求破坏面的法线 n 与 x 轴的夹角 θ 。



**10 一矩形截面的等直杆，承受轴向拉力 F 作用，若在杆受力前，其表面画有直角 $\angle ABC$ ，且 BC 边与杆轴线的夹角 $\alpha = 30^\circ$ ，杆材料的弹性模量为 E ，泊松比为 ν ，则杆受力后，求：（1）线段 BC 的变形？（2）直角的改变量？



第九章 强度理论

内容导学

主要知识点：

- (1) 材料静载下的失效形式
- (2) 四种常用的强度理论
- (3) 薄壁圆筒的应力分析
- (4) 薄壁圆筒的强度计算

学习难点与重点：

- (1) 四种强度理论的相当应力的计算
- (2) 薄壁圆筒的应力与强度计算

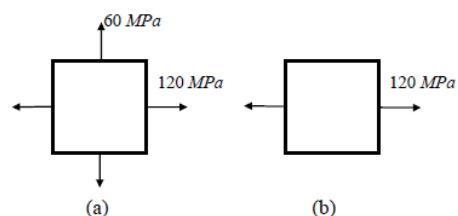
一、判断题

- 1、材料在静载作用下的失效形式主要有脆性断裂和塑性屈服两种。()
- 2、材料的破坏形式由材料的种类而定。()
- 3、强度理论只适用复杂应力状态。()

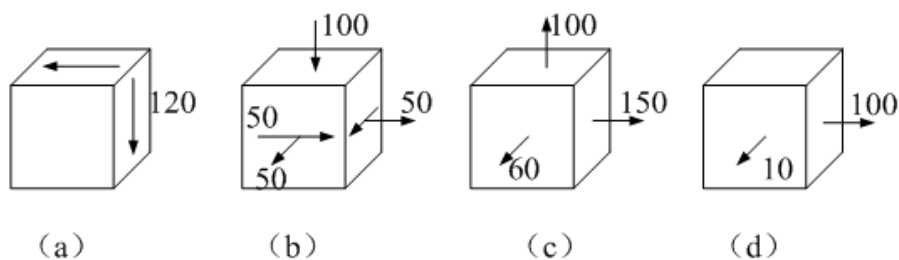
二、选择题

- 1、在冬天严寒天气下，水管中的水会受冻而结冰。根据低温下水管和冰所受力情况可知()。
A、冰先破裂而水管完好； B、水管先破裂而冰完好；
C、冰与水管同时破裂； D、不一定何者先破裂。
- 2、两危险点应力状态如图，材料相同，按第三强度理论比较危险程度，则()。

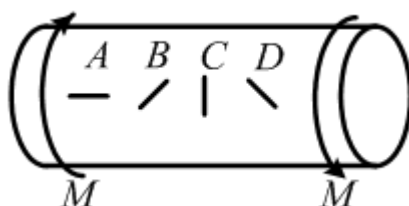
- A、a点较危险；
- B、两者危险程度相同；
- C、b点较危险；
- D、不能判断。



- 3、若某低碳钢构件危险点的应力状态近乎三向等值拉伸，则进行强度计算时宜采用()强度理论。
A、第一 B、第二 C、第三 D、第四
- 4、在三向压应力接近相等的情况下，脆性材料和塑性材料的破坏方式()。
A.都为塑性屈服
B.分别为塑性屈服、脆性断裂
C.分别为脆性断裂、塑性屈服
D.都为脆性断裂
- 5、四种应力状态分别如图所示，按第三强度理论，其相当应力最大的是()。(图中应力单位 MPa)



6、如图所示，铸铁圆轴扭转时，将沿()断面破坏。

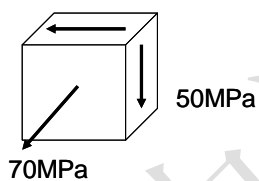


7、将一钢球放入热油中，它的()。

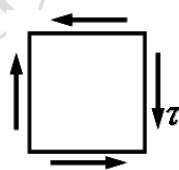
- A. 心部会因拉应力而脆裂
- B. 心部会因拉应力而屈服
- C. 表层会因拉应力而脆裂
- D. 表层会因压应力而脆裂

三、填空题

1、某构件危险点的单元体如图所示，选用最大切应力理论时，该点的相当应力 σ_{r3} 为()MPa。



题 1 图

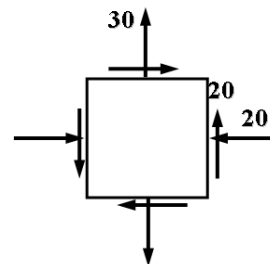


题 2 图

2、纯剪切应力状态如图，则对应于第四强度理论的相当应力 σ_{r4} 为()。

习 题

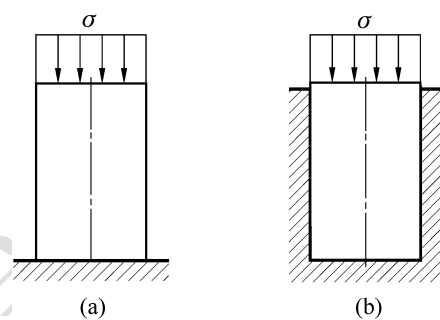
1、铸铁构件危险点的应力如图所示，已知铸铁的许用拉应力 $[\sigma]=40\text{MPa}$ ，试校核其强度。



2、 试比较图示正方形棱柱体在下列两种情况下的相当应力 σ_{r3} ，弹性常数 E 和 μ 均为已知。

(a) 棱柱体轴向受压；

(b) 棱柱体在刚性方模中轴向受压。

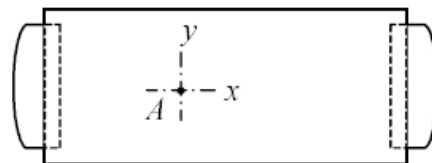


3、 一承受内压的圆柱形气瓶，内径 $D=200$ mm、壁厚 $\delta=8$ mm。材料的许用应力 $[\sigma]=200$ MPa，试按第四强度理论确定气瓶的许用内压 $[p]$ 。

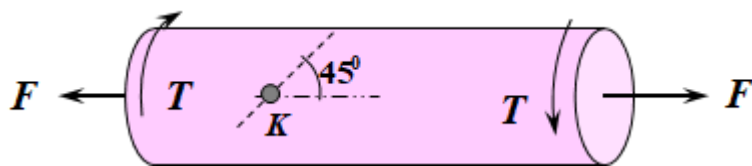
4、图示铸铁构件，中段为一内径 $D=200\text{ mm}$ 、壁厚 $\delta=10\text{ mm}$ 的圆筒，圆筒内的压力 $p=1\text{ MPa}$ ，两端的轴向压力 $F=300\text{ kN}$ ，材料的泊松比 $\mu=0.25$ ，许用拉应力 $[\sigma_t]=30\text{ MPa}$ 。试校核圆筒部分的强度。



5、受内压作用的容器，其圆筒部分任意一点 A 处的应力状态如图所示。当容器承受最大内压时，用应变片测得 $\varepsilon_x=1.88\times 10^{-4}$ ， $\varepsilon_y=7.37\times 10^{-4}$ 。已知钢材的弹性模量 $E=210\text{ GPa}$ ，泊松比 $\mu=0.3$ ，许用应力 $[\sigma]=170\text{ MPa}$ ，试按第三强度理论校核 A 点强度。

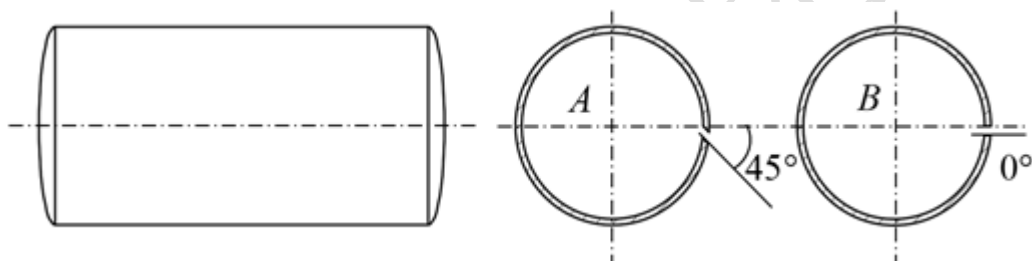


*6 有一实心圆杆受力如图示. 已知直径 $d = 200\text{mm}$, $F = 200\pi \text{ kN}$, $E = 200 \times 10^3 \text{ MPa}$, $\mu = 0.3$, $[\sigma] = 170\text{MPa}$. 已测得在杆的表面上 K 点处 $\varepsilon_{45^\circ} = -3 \times 10^{-4}$, 试用第四强度理论校核强度。

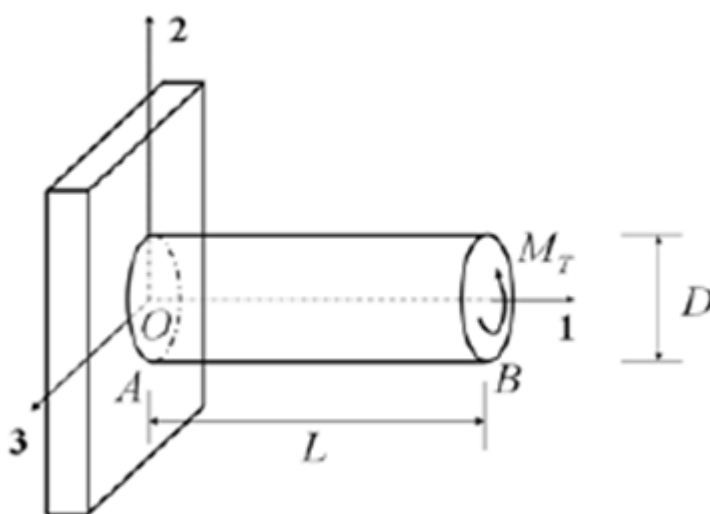


**7 有两个形状、尺寸均相同的金属薄壁圆筒如左图, 在内部充水做压力实验时, 结果发现、容器破坏截面的断口形状明显不同。

- (1) 试分析可能的原因, A 、 B 金属的特点。
- (2) 写出、容器中允许内压的表达式。



**8 图示不计自重的圆柱体 AB , 长度为 L , 直径为 D , 弹性模量为 E , 泊松比为 ν , 剪切屈服应力为 τ_s 。其中 A 端固定, B 端承受 50% 剪切屈服应力的扭矩 M_T 作用。求: (1) 作用于圆柱上的 M_T ? (2) 应用第三强度理论, 求圆柱 B 端同时施加多大的轴向拉伸应力而不产生屈服。



第十章 组合变形

内容导学

主要知识点：

- (1) 组合变形的分析方法
- (2) 斜弯曲的强度计算
- (3) 拉（压）弯变形和偏心压缩的强度计算
- (4) 弯扭组合变形的强度计算
- (5) 拉（压）弯扭组合变形的强度计算

学习难点与重点：

- (1) 拉（压）弯变形的强度计算
- (2) 弯扭组合变形的强度计算

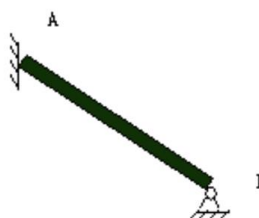
一、判断题

- 1、斜弯曲时，中性轴一定通过截面的形心。（ ）
- 2、偏心拉伸直杆的横截面上只有拉应力。（ ）
- 3、圆杆发生斜弯曲时，可以将两个平面内弯曲的弯矩进行合成，然后利用合成弯矩计算出圆杆的最大应力。（ ）

二、选择题

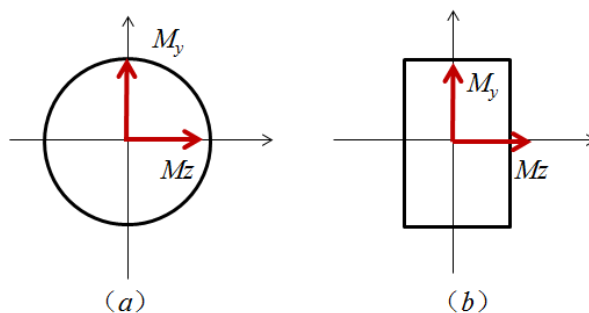
1、AB 杆的 A 处靠在光滑的墙上，B 端铰支，在自重作用下发生变形，AB 杆发生() 变形。

- A. 平面弯曲
- B. 斜弯
- C. 拉弯组合
- D. 压弯组合



2、图示矩形和圆形截面直杆，截面上的弯矩分别为 M_y 和 M_z ，在计算最大正应力时，关于公式

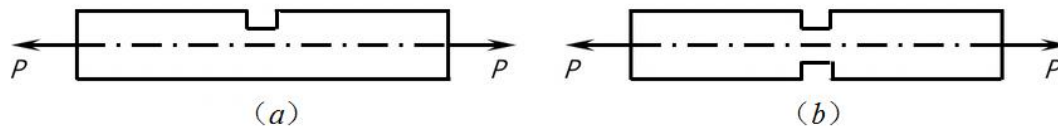
$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z}$ 的适用正确的是 ()。



- A. (a) 适用，(b) 不适用
- B. (a) 不适用，(b) 适用

- C. (a) 和 (b) 都适用 D. (a) 和 (b) 都不适用

3、带缺口（缺口深度为杆高度的 1/4）的矩形截面杆，受到轴向拉力 P 的作用（如图 a）。现将其上再切一缺口，并使上下两缺口处于对称位置（如图 b），则此时杆的承载能力将（ ）。（不考虑应力集中的影响）



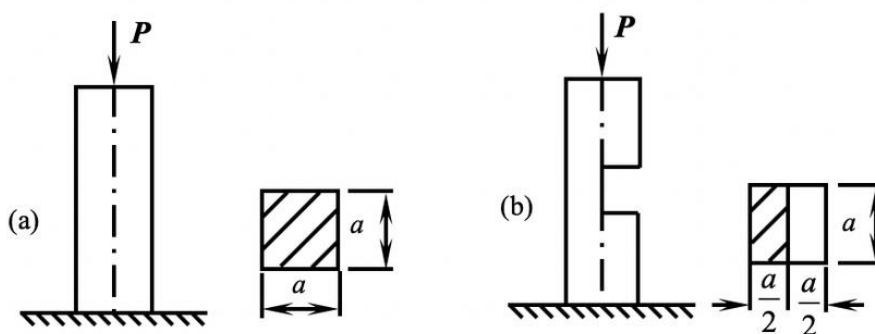
- A. 提高 B. 减小 C. 不变 D. 无法确定

4、一直径为 d 的低碳钢圆轴，在危险截面上同时有轴力 F_N 、扭矩 T 和弯矩 M ，这时按最大切应力理论写出的强度条件应为（ ）。

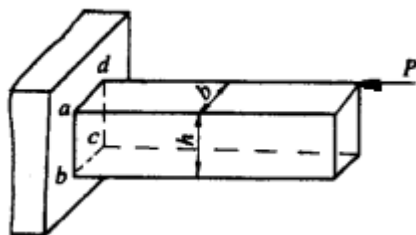
- (A) $\frac{4F_N}{\pi d^2} + \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} \leq [\sigma]$
 (B) $\frac{F_N}{\pi d^2} + \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} \leq [\sigma]$
 (C) $\sqrt{\left(\frac{4F_N}{\pi d^2} + \frac{32M}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{32T}{\pi d^3}\right)^2} \leq [\sigma]$
 (D) $\sqrt{\left(\frac{4F_N}{\pi d^2} + \frac{32M}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2} \leq [\sigma]$

三、填空题

1、图示截面正方形的短柱承受轴向载荷 P 作用（a），若在短柱中间开槽，使其最小截面面积为原面积的一半（b）。问开槽后，柱内最大压应力是原来（ ）倍。

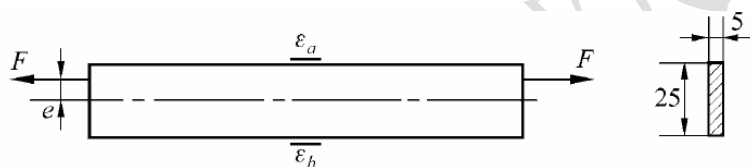


2、图示偏心受压矩形截面杆，其固定端截面的最大拉应力在（ ）点，最大压应力在（ ）点。

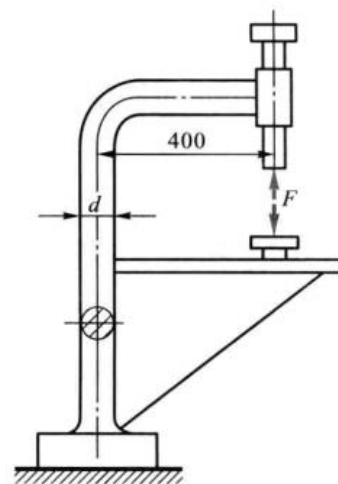


二、计算题

1、图示矩形截面钢杆，用应变片测得其上、下表面的轴向正应变分别为 $\varepsilon_a = 1.0 \times 10^{-3}$, $\varepsilon_b = 0.4 \times 10^{-3}$ ，材料的弹性模量 $E=210\text{GPa}$ 。试绘出横截面上的正应力分布图，并求拉力 F 与偏心距 e 的数值。

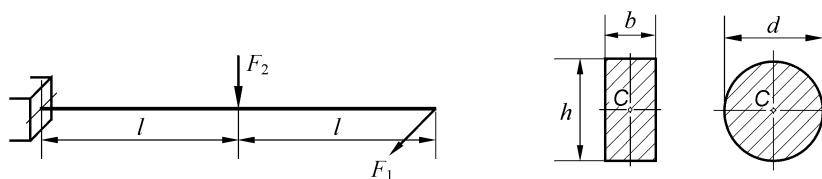


2 图示钻床，材料为铸铁， $F=15\text{kN}$ ，许用拉应力 $[\sigma_t]=35\text{MPa}$ ，确定立柱的直径 d 。

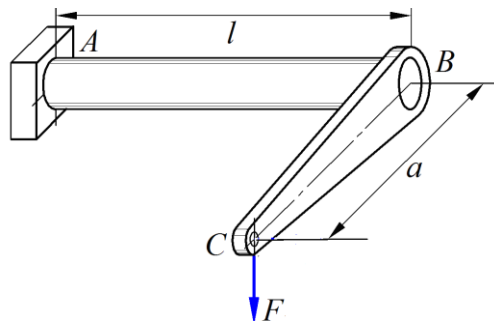


3、图示悬臂梁，承受载荷 F_1 与 F_2 作用，已知 $F_1=800\text{N}$ ， $F_2=1.6\text{kN}$ ， $l=1\text{m}$ ，许用应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$ 。试分别按下列要求确定截面尺寸：

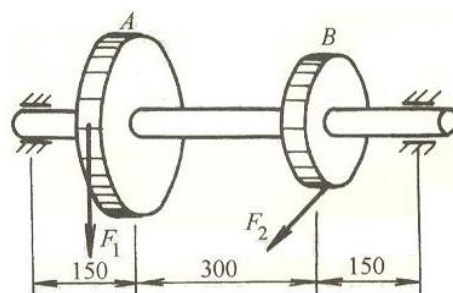
- (1) 截面为矩形， $h = 2b$ ；
- (2) 截面为圆形。



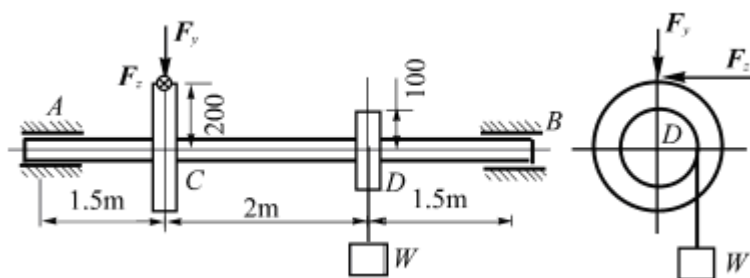
4、图示圆截面钢质拐轴AB，承受铅垂载荷 F 作用。已知 $F=1\text{kN}$ ， $l=150\text{mm}$ ， $a=140\text{mm}$ ，直径 $d=25\text{mm}$ ， $[\sigma]=160\text{MPa}$ ，试按第四强度理论校核 AB 段的强度。



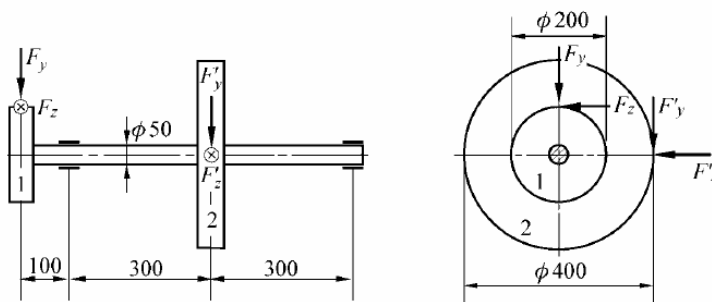
- 5、图示一齿轮传动轴，齿轮A上作用铅垂力 $F_1 = 5\text{kN}$ ，齿轮B上作用水平方向力 $F_2 = 10\text{kN}$ 。若 $[\sigma] = 100\text{MPa}$ ，齿轮A的直径为 300mm ，齿轮B的直径为 150mm ，试用第四强度理论设计轴的直径。



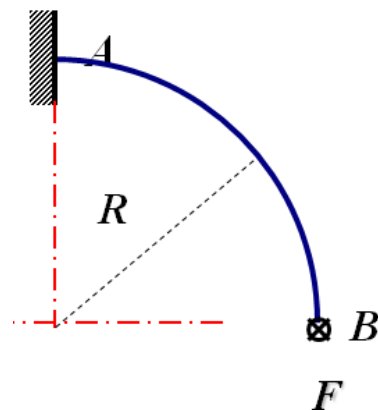
- 6、图示传动轴上安装有一个齿轮C和一个轮盘D，尺寸如图所示，轴径 $d=90\text{mm}$ 。在齿轮C上作用有径向力 $F_y = 4\text{kN}$ 、切向力 $F_z = 4\text{kN}$ ，在轮盘D上吊有重物 $W = 8\text{kN}$ ，该轴处于平衡状态。若 $[\sigma] = 160\text{MPa}$ ，试按第四强度理论校核轴的强度（要求绘制内力图，并指出危险截面位置）。



7、图示一钢制实心圆轴，齿轮1 上作用有切向力 $F_z=10\text{kN}$ ，径向力 $F_y=3.64\text{kN}$ ；齿轮 2上作用有切向力 $F'_z=5\text{kN}$ ，径向力 $F'_y=1.82\text{kN}$ 。设许用应力 $[\sigma]=100\text{MPa}$ ，试按第四强度理论求轴的直径。

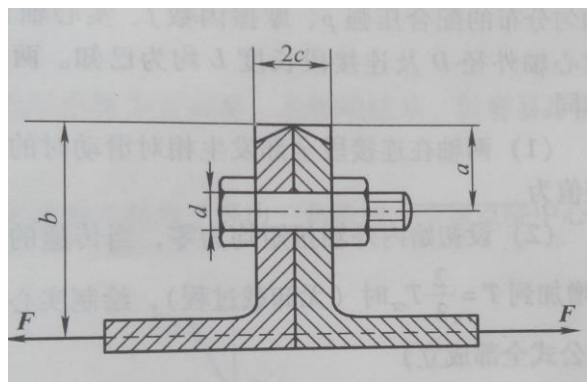


*8 如图半径为 R 的1/4曲杆，截面为直径为 d 的实心圆， A 端固定， B 端自由，并作用有垂直于轴线平面内的集中力 F 。已知弹性模量 E ，切变模量 G 与许用应力 $[\sigma]$ ，按第三强度理论求许用载荷 $[F]$ 。



**9 有两个相同的L形元件，用螺栓连接，用以传递拉力 F ，尺寸如图。L形元件为刚体，螺栓为线性弹性体，弹性模量 E ，许用应力 $[\sigma]$ 。设两个L形元件无初始间隙，也无预紧力，并在变形过程中两个螺母与L形元件始终贴合，螺栓与L形元件在孔壁间无相互作用力，求：

- (1) L形元件孔内螺栓的轴力；
- (2) L形元件孔内螺栓的弯矩；
- (3) 两个L形元件相对转角；
- (4) 结构的许用拉力 $[F]$ 。



第十一章 压杆稳定

内容导学

主要知识点：

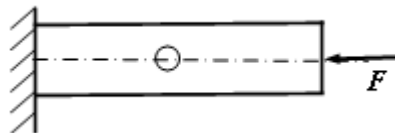
- (1) 压杆稳定性的概念
- (2) 压杆临界力的计算
- (3) 中小柔度杆的临界应力
- (4) 压杆稳定条件
- (5) 压杆稳定的合理设计

学习难点与重点：

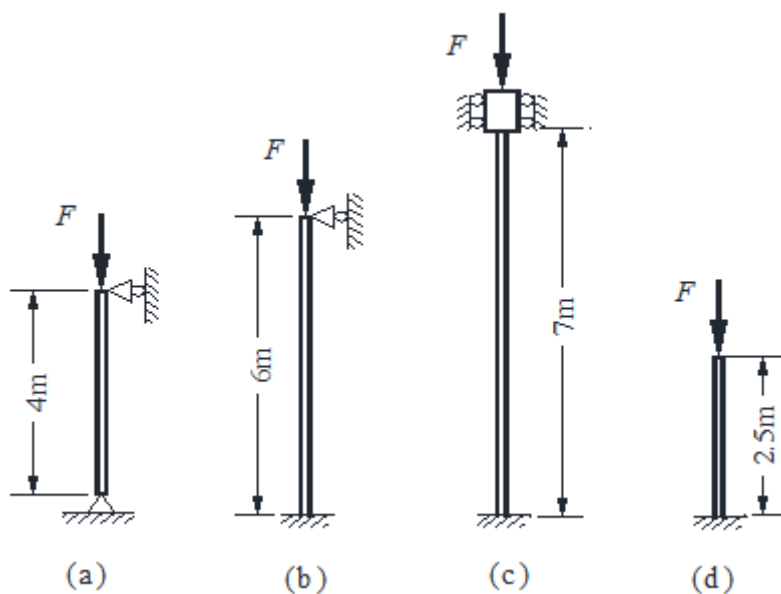
- (1) 压杆临界力的计算
- (2) 中小柔度杆的临界应力
- (3) 压杆稳定条件

一、选择题

- 1、压杆的临界载荷与下列哪个因素无关 ()。
 - A、压杆长度；
 - B、压杆截面形状和尺寸；
 - C、压杆所受载荷；
 - D、压杆约束条件
- 2、两根材料和柔度都相同的压杆，()。
 - A、临界应力一定相等，临界压力不一定相等；
 - B、临界应力不一定相等，临界压力一定相等；
 - C、临界应力和临界压力一定相等；
 - D、临界应力和临界压力不一定相等。
- 3、对于不同柔度的塑性材料压杆，其最大临界应力将不超过材料的 ()。
 - A、比例极限 σ_p ；
 - B、弹性极限 σ_e ；
 - C、屈服极限 σ_s ；
 - D、强度极限 σ_b 。
- 4、一方形横截面的压杆，若在其上钻一横向小孔（如图所示），则该杆与原来相比 ()。
 - A、稳定性降低，强度不变；
 - B、稳定性不变，强度降低；
 - C、稳定性和强度都降低；
 - D、稳定性和强度都不变。



- 5、欧拉公式适用的条件是压杆柔度满足 ()
 - A、 $\lambda \leq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$ ；
 - B、 $\lambda \leq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_s}}$ ；
 - C、 $\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$ ；
 - D、 $\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_s}}$ 。
6. 图示各杆均为大柔度杆，它们的材料和横截面均相同，临界载荷最大的杆是()。



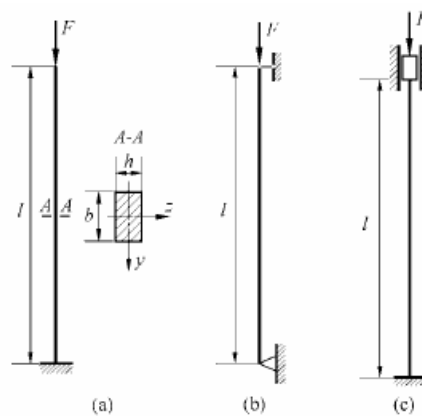
- A. (a) B. (b) C. (c) D. (d)
7. 若将圆截面细长压杆的直径缩小一半，其它条件保持不变，则压杆的临界力为原压杆的 ()。
- (A) 1/2; (B) 1/4; (C) 1/8; (D) 1/16。
8. 一端固定、一端为弹性支承的压杆如图所示，其长度系数的范围为 ()。

- A. $\mu > 2$
- B. $\mu < 0.7$
- C. 不能确定
- D. $0.7 < \mu < 2$

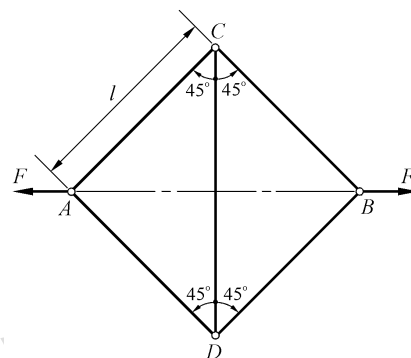


习 题

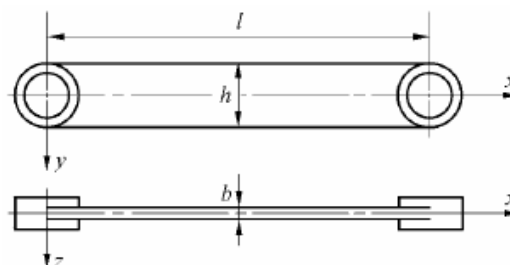
- 1、图示矩形截面压杆，有三种支持方式。杆长 $l=300\text{mm}$ ，截面宽度 $b=20\text{mm}$ ，高度 $h=12\text{mm}$ ，弹性模量： $E=70\text{GPa}$ ， $\lambda_p = 50, \lambda_0 = 0, a = 382, b = 2.18$ 。试计算上述三杆的临界载荷。



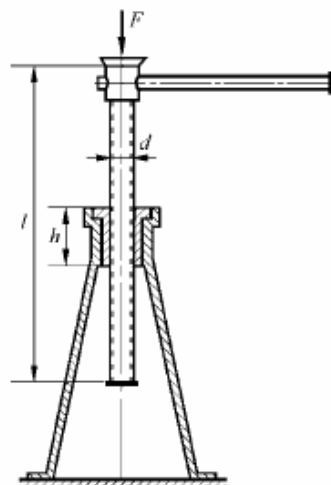
2、图示正方形桁架，各杆各截面的弯曲刚度均为 EI ，且均为细长杆。试问当载荷 F 为何值时结构中的个别杆件将失稳？如果将载荷 F 的方向改为向内，则使杆件失稳的载荷 F 又为何值？



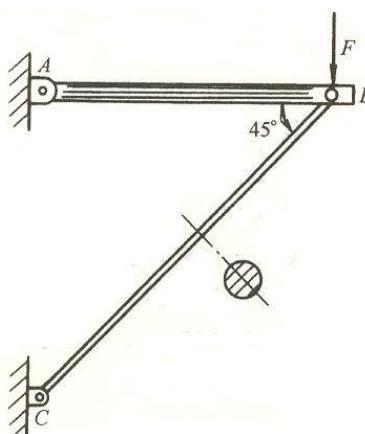
3、图示矩形截面压杆，在 $x-z$ 平面内， $\mu_y = 0.7$ ，在 $x-y$ 平面内， $\mu_z = 1$ 。试从稳定性方面考虑，确定截面高度 h 与宽度 b 的最佳比值。



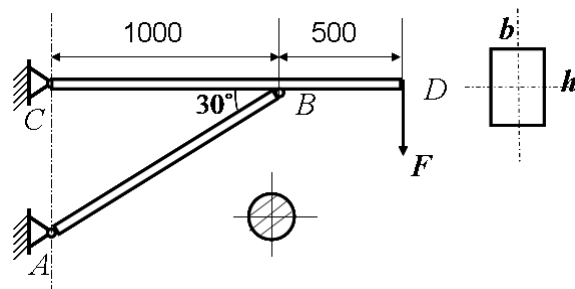
4、螺旋千斤顶如图所示。丝杠内径 $d=52\text{mm}$ ，丝杠总长 $l=0.6\text{m}$ ，衬套高度 $h=0.1\text{m}$ 。材料为 Q235 钢，千斤顶最大起重量 $F=120\text{kN}$ 。若 $[n]_{st}=4$ ，试校核丝杠的稳定性。（中柔度临界应力公式按抛物线公式 $\sigma_{cr} = 235\text{MPa} - (0.00669\text{MPa})\lambda^2 (\lambda \leq 123)$ ）



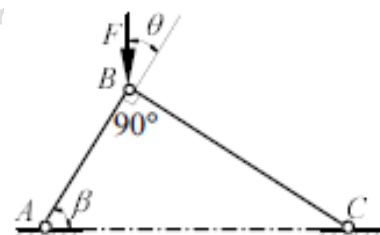
5、图示支架，斜杆 BC 为圆截面杆，直径 $d=45\text{mm}$ 、长度 $l=703\text{mm}$ ，材料为优质碳钢，材料常数： $E=210\text{GPa}$ ， $\lambda_p = 100$ ， $\lambda_0 = 60$ ， $a = 577$ ， $b = 3.74$ 。若稳定安全系数 $n_{st}=4$ ，试按 BC 杆的稳定性确定支架的许可载荷。



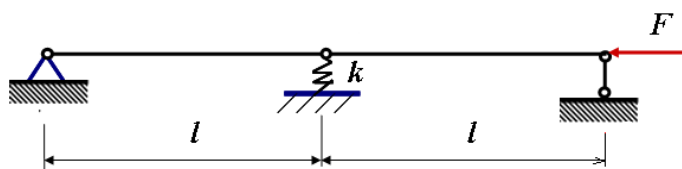
6、图示托架结构由材料相同的梁 CD 和杆 AB 组成，承受载荷 $F=20\text{kN}$ 。梁的横截面为矩形，高 $h = 100\text{ mm}$ ，宽 $b = 50\text{ mm}$ 。 CD 杆为实心圆截面杆，两端可视为球铰约束，直径 $d = 40\text{ mm}$ 。材料均为 Q235 钢，弹性模量 $E = 200\text{ GPa}$ ， $[\sigma] = 100\text{ MPa}$ ， $\lambda_p = 101$ ， $\lambda_0 = 61.4$ ， $a = 304\text{ MPa}$ ， $b = 1.12\text{ MPa}$ ，稳定安全系数 $n_{st} = 3$ 。校核托架是否安全。



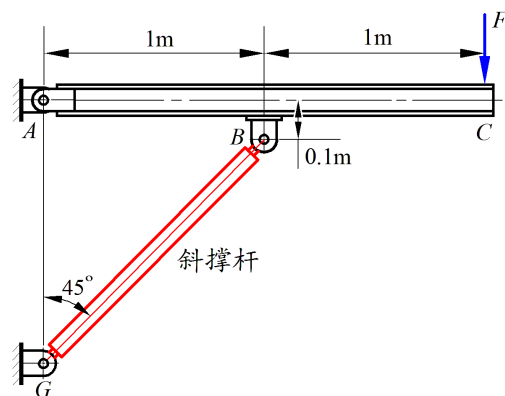
*7、图示铰接杆系 ABC 中， AB 和 BC 两杆的截面和材料完全相同，都属于细长杆，各处均为铰链约束。已知 $AC=l$ ， $\beta=30^\circ$ ，若结构因在 ABC 平面内失稳而引起破坏，确定载荷 F 为最大时的 θ 角。（假设 $0 < \theta < 90^\circ$ ）



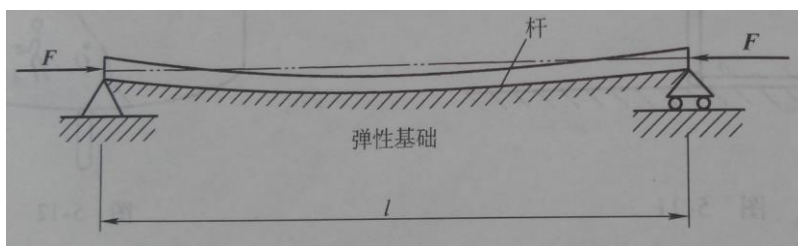
*8、图示刚杆—弹簧系统，图中的 k 为弹簧刚度系数，试求系统的临界载荷。



*9、图示支架，横梁为 No.18 工字形截面，斜杆 BG 为圆截面杆，杆外径 $D = 45 \text{ mm}$ ，杆内径 $d = 36 \text{ mm}$ 。横梁与斜杆均为低碳钢 Q235，材料常数： $E = 210 \text{ GPa}$ ， $\lambda_p = 100, \lambda_0 = 60, a = 577, b = 3.74$ ， $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$ 。若 $F = 12 \text{ kN}$ ， $[n]_{st} = 2.5$ ，试校核结构的安全性。



**10、图示两端铰支长为 l 细长杆，承受轴向压力 F ，放置在弹性基础上。设弹性基础约束力的集度与梁挠度成正比，方向与挠度方向相反，比例系数为 k ，杆的弯曲刚度为 EI ，建立临界载荷应满足的方程。



第十三章 能量法

内容导学

主要知识点：

- (1) 外力功和应变能的计算
- (2) 功的互等定理
- (3) 卡氏定理
- (4) 虚功原理
- (5) 单位载荷法

学习难点与重点：

- (1) 外力功和应变能的计算
- (2) 卡氏定理
- (3) 单位载荷法

一、选择题

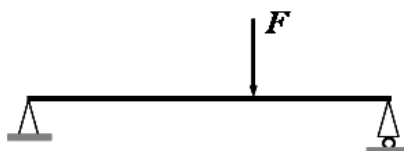
1、设一梁在 n 个广义力 F_1, F_2, \dots, F_n 共同作用下的外力功 $W = \sum_{i=1}^n \frac{F_i \Delta_i}{2}$ ，则式中

Δ_i 为（ ）。

- A、 广义力 F_i 在其作用处产生的挠度；
- B、 广义力 F_i 在其作用处产生的相应广义位移
- C、 n 个广义力在 F_i 作用处产生的挠度；
- D、 n 个广义力在 F_i 作用处产生的广义位移

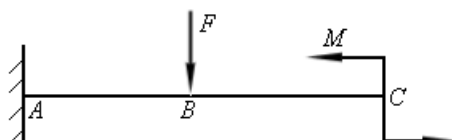
2、图示梁在集中力 F 作用下，其应变能为 V_ε 。若将力 F 改为 $2F$ ，其他条件不变，其应变能为（ ）。

- A、 $2V_\varepsilon$
- B、 $4V_\varepsilon$
- C、 $8V_\varepsilon$
- D、 $16V_\varepsilon$

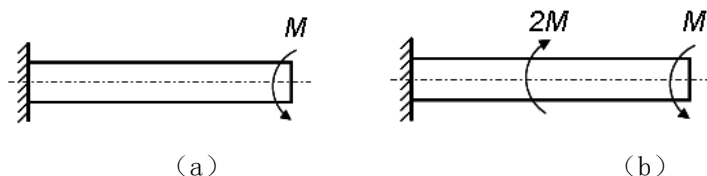


3、如图所示的线弹性悬臂梁，当力 F 单独作用时，截面 B 的转角为 θ 。若先加 M ，后加 F ，则在加 F 力的过程中，力偶 M （ ）。

- A、 做正功；
- B、 不做功；
- C、 做负功，其值为 $\frac{1}{2}M\theta$ ；
- D、 做负功，其值为 $M\theta$ 。



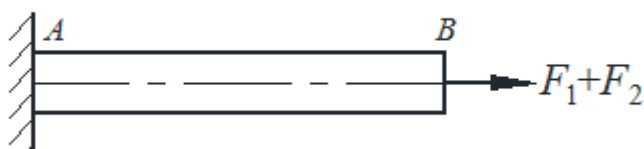
- 4、一圆轴在图示 (a)、(b) 两种受扭情况下, 其 ()。
- A、应变能相同, 自由端扭转角不同; B、应变能不同, 自由端扭转角相同
C、应变能和自由端扭转角均不同; D、应变能和自由端扭转角均相同



- 5、用莫尔积分 $\Delta = \int \frac{\overline{M(x)}M(x)}{EI} dx$, 求得的位移 Δ 是 ()。

- A、结构上的最大位移
B、单位力作用处的总位移
C、单位力作用处沿单位力方向的位移
D、单位力作用处的竖直位移

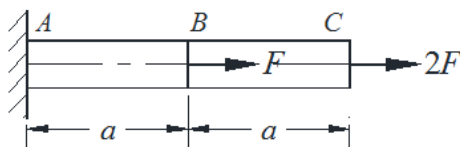
- 6、图示等直杆在自由端 **B** 受到载荷作用。当集中力 F_1 单独作用时, 杆的应变能为 V_{s1} , 伸长量为 Δl_1 ; 当集中力 F_2 单独作用时, 杆的应变能为 V_{s2} , 伸长量为 Δl_2 。若 F_1 和 F_2 同时作用, 则正确的是 ()。



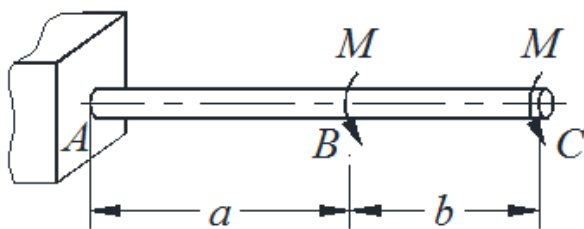
- A. $V_s \neq V_{s1} + V_{s2}, \Delta l \neq \Delta l_1 + \Delta l_2$
B. $V_s \neq V_{s1} + V_{s2}, \Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$
C. $V_s = V_{s1} + V_{s2}, \Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$
D. $V_s = V_{s1} + V_{s2}, \Delta l \neq \Delta l_1 + \Delta l_2$

二、填空题

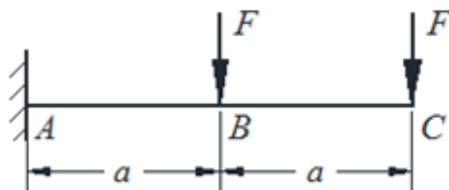
- 1、图示杆件的拉压刚度为 EA , 在载荷作用下的应变能为 ()。



- 2、图示等截面圆轴的扭转刚度为 GI_p , 则圆轴的应变能为 ()。

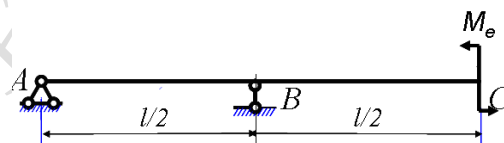


3、悬臂梁承受载荷如图，弯曲刚度为 EI ，则梁的应变能为（ ）。

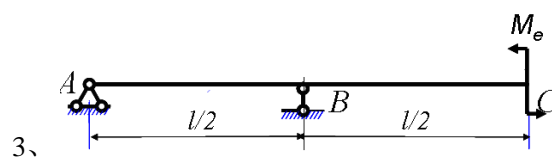


习 题

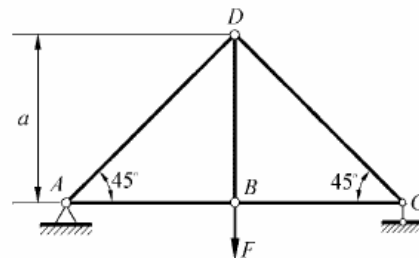
1、图示梁，弯曲刚度 EI 为常数，试计算梁的应变能，所加载荷相应的广义位移。



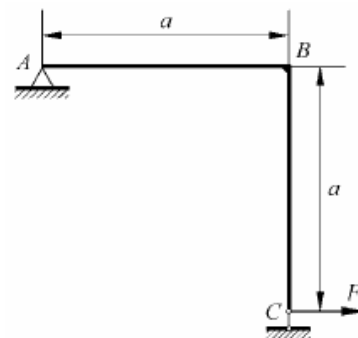
2、试用卡式定理解题 1 中的 C 截面转角。



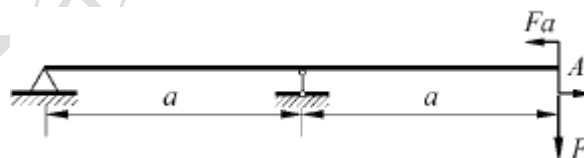
3、图示桁架，承受铅垂载荷 F 作用。设各杆拉压刚度为 EA ，用卡式定理计算节点 B 的铅垂位移 Δ_B 。



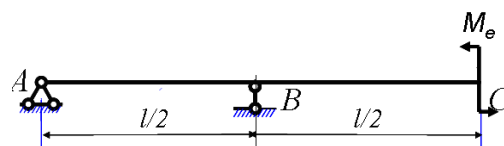
- 4、图示刚架各截面弯曲刚度为 EI ，承受载荷 F 作用。设用卡式定理计算截面 C 的转角 θ_C 。



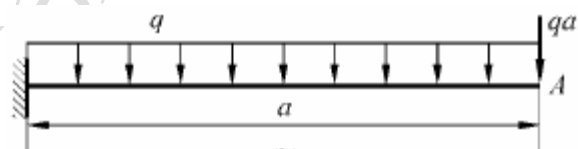
- 5、图示梁，弯曲刚度为 EI ，用卡式定理计算 A 截面的挠度 Δ_A 与转角 θ_A 。



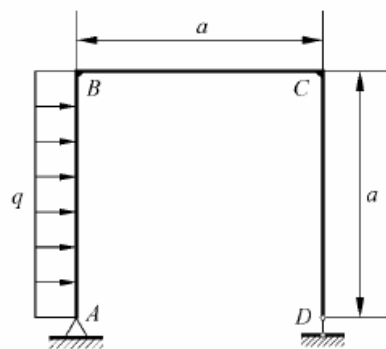
6、梁的弯曲刚度为 EI ，试用单位载荷法求 C 截面转角。



7、图示梁，弯曲刚度为 EI ，用单位载荷法计算 A 截面的挠度 Δ_A 与转角 θ_A 。



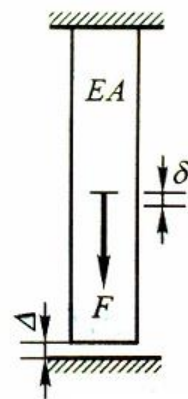
8、图示刚架，承受载荷 F 作用。设各截面弯曲刚度为 EI ，用单位载荷法截面 A 的转角 θ_A 及截面 D 的水平位移 Δ_D 。



*9 图示杆（不考虑自重）下端与固定端约束距离为 Δ 。在中点受到静力 F 作用，在线弹性范围内，力的作用点的最终位移为 δ 。

分析在以下三种情况下，杆所储存的应变能 V_ϵ 。（结果请用 c 、 δ 和 Δ 表示，其中 $c=EA/l$ ， EA 为杆的拉压刚度， l 为杆的长度）。

- (1) $\Delta=0$ 时
- (2) $\Delta \neq 0$ 且 $\delta < \Delta$ 时
- (3) $\Delta \neq 0$ 且 $\delta > \Delta$ 时



第十四章 静不定问题分析

内容导学

主要知识点：

- (1) 静不定问题分类
- (2) 力法求解静不定
- (3) 对称结构和对称载荷
- (4) 对称问题的求解
- (5) 静不定刚架空间受力分析

学习难点与重点：

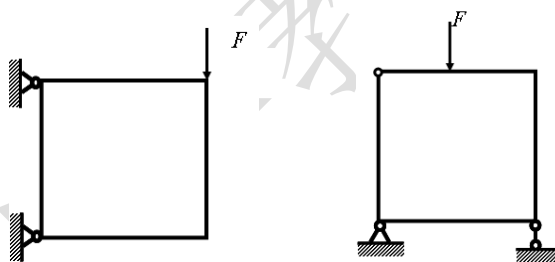
- (1) 力法求解静不定
- (2) 对称问题的求解

同步练习

一、选择与填空

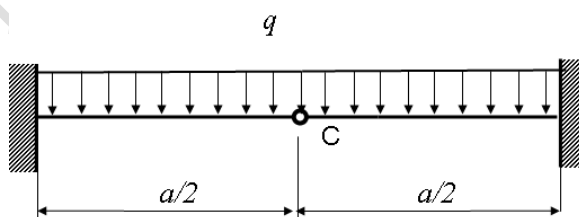
1、图示平面刚架的静不定次数为 ()。

- A、 3次和2次 B、4次和1次 C、 2次和1次 D、 4次和2次



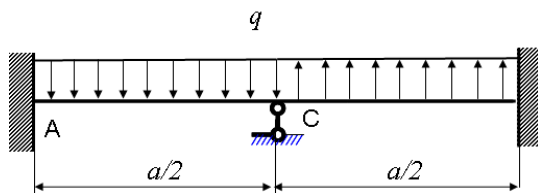
2、图示等直梁承受均布载荷 q 作用。 C 处用铰链连接，在截面 C 上 ()。

- A、有弯矩，无剪力； B、有剪力，无弯矩；
C、即有弯矩，又有剪力； D、即无弯矩，又无剪力；



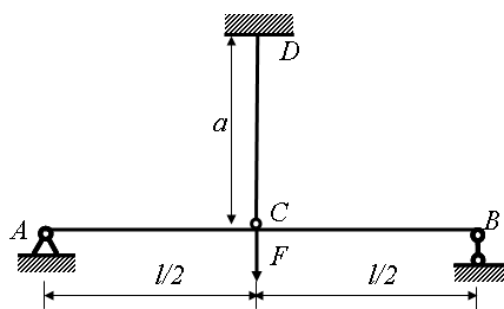
3、等直梁受力如图，若从截面 C 截开选取基本结构，则 ()。

- A、若取多余约束为截面 C 的剪力 F_{SC} ，变形协调条件为截面 C 挠度 $w_c=0$
B、若取多余约束为截面 C 的剪力 F_{SC} ，变形协调条件为截面 C 转角 $\theta_c=0$
C、若取多余约束为截面 C 的弯矩 M_C ，变形协调条件为截面 C 挠度 $w_c=0$
D、若取多余约束为截面 C 的弯矩 M_C ，变形协调条件为截面 C 转角 $\theta_c=0$



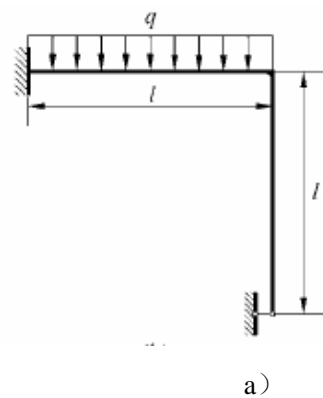
4、图示结构，梁 AB 的弯曲刚度 EI ，杆 CD 的拉压刚度 EA 。设杆 CD 于梁在 C 处的相互作用力 F_N 为多余约束力，变形协调条件为（ ）。

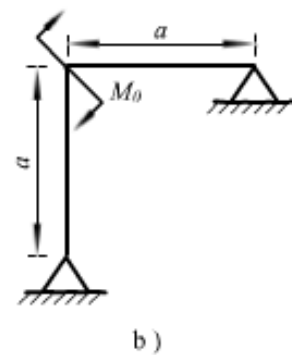
（已知简支梁在挠度中点承受集中力 F 时，力作用处的挠度为 $w = \frac{Fl^3}{48EI}$ ）。



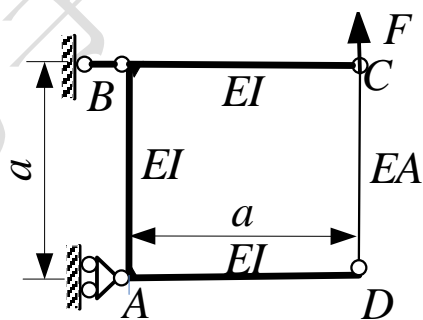
习 题

1、图示刚架，设各截面弯曲刚度为 EI ，试求支反力，并画弯矩图。

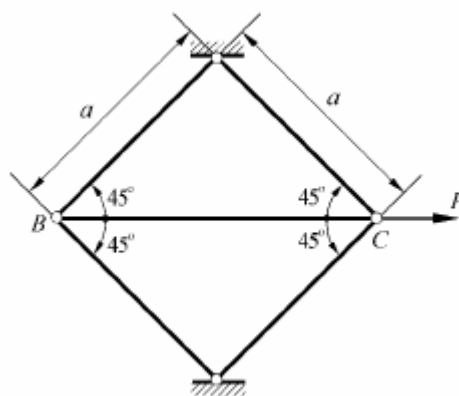




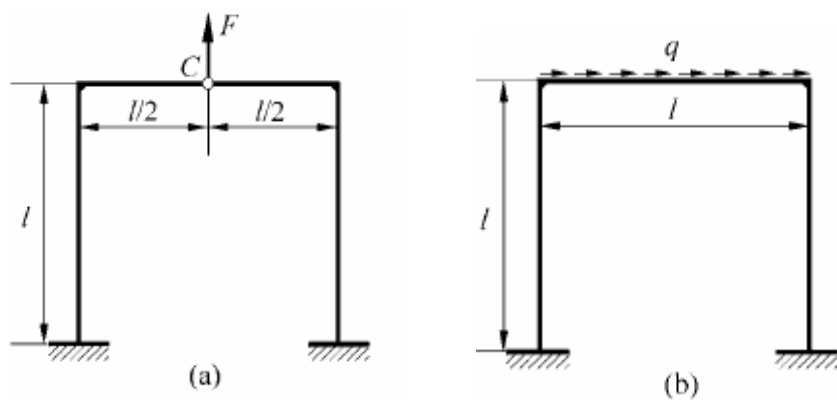
- 2、图示结构承受铅垂载荷 F 作用，已知刚架的弯曲刚度为 EI ，杆的拉压刚度为 EA ， $I=Aa^2/10$ 。试求 CD 杆的轴力。



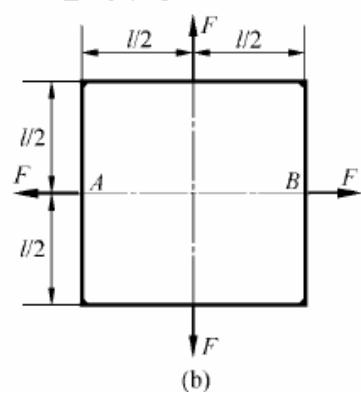
3、图示桁架，各杆的拉压刚度为 EA ，求杆 BC 的轴力。



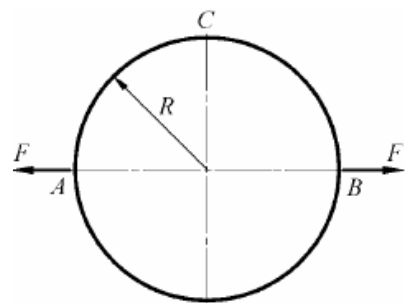
4、图示刚架，各截面弯曲刚度为 EI ，试画出刚架的弯矩图。



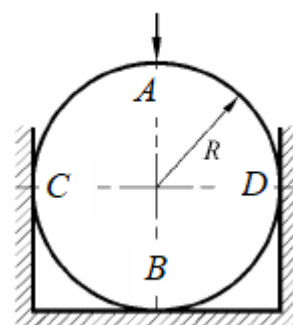
5、图示各刚架，各截面弯曲刚度为 EI ，试画出刚架的弯矩图，并计算截面 A 与 B 沿连线 AB 方向的相对线位移。



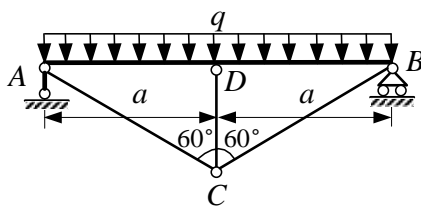
6、图示圆弧形小曲率杆，轴线半径为 R ，承受载荷 F 作用。各截面弯曲刚度为 EI ，试求横截面 A 与 C 的弯矩，以及截面 A 与 B 间相对线位移。



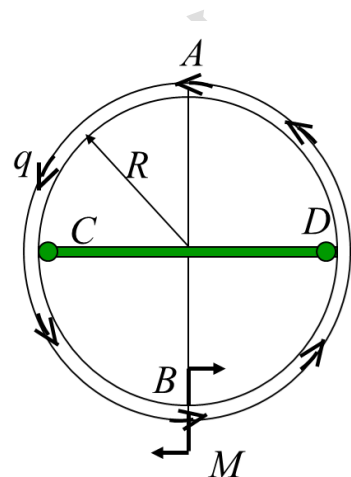
*7 图示小曲率闭合圆环，承受铅垂载荷 F 作用。设圆环的轴线半径为 R ，各截面的弯曲刚度 EI ，求侧壁 C 、 D 处的约束反力。



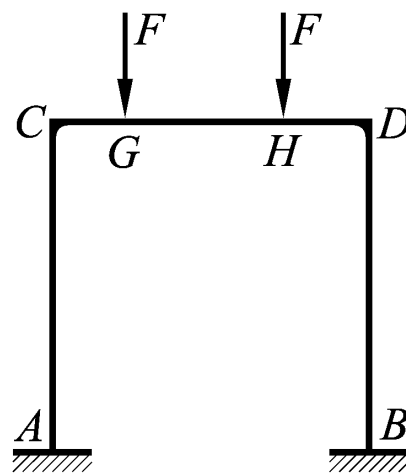
*8 图示结构，由横梁 AB ，杆 AC ， CD ， BC 组成， D 为 AB 中点，横梁承受均布载荷，载荷集度为 q ，梁的抗弯刚度为 EI ，各杆的拉压刚度为 EA ，且 $I=Aa^2/10$ 。试求 CD 杆的轴力。



*9 图示小曲率圆环，弯曲刚度 EI ， CD 杆铰接与圆环内部，拉压刚度 EA ，承受均布切向载荷 q 和力偶矩 M ，且 $M=2\pi R^2q$ ，求 CD 杆的轴力和截面 A 的内力。



**10 静不定刚架受力如图所示，各截面弯曲刚度为 EI ，结构左右对称。欲作其弯矩图与轴力图，试问应如何布置应变片并进行测量（最少给出一种布片方案，组桥测量方法，测量结果）？



第十五章 动载荷

内容导学

主要知识点:

- (1) 动载荷
- (2) 冲击问题分析

学习难点与重点:

冲击问题分析

同步练习

一、概念题

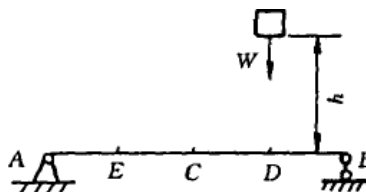
1、利用能量法在冲击应力与变形计算过程中，由于不计被冲击物的质量，所以所计算结果与实际情况相比（ ）。

- A、冲击应力偏大，冲击变形偏小
- B、冲击应力偏小，冲击变形偏小
- C、冲击应力和变形均偏小
- D、冲击应力和变形均偏大

2、 如图所示重量为 W 的物体自高度为 h 处下落至梁上 D 截面处。梁上 C 截面的动应力为

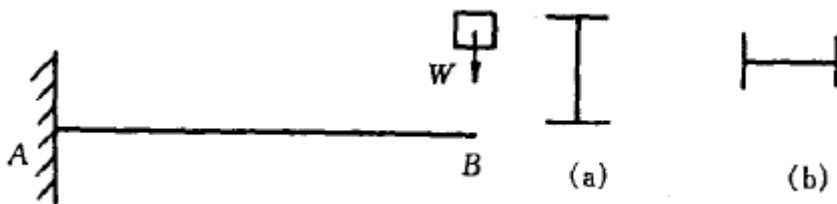
$\sigma_d = K_d \cdot \sigma_{st}$ ，其中 $K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$ ，式中 Δ_{st} 为将 W 作为静载荷作用在梁上时的（ ）。

- A、 C 点的挠度
- B、 E 点的挠度
- C、 D 点的挠度
- D、 最大挠度

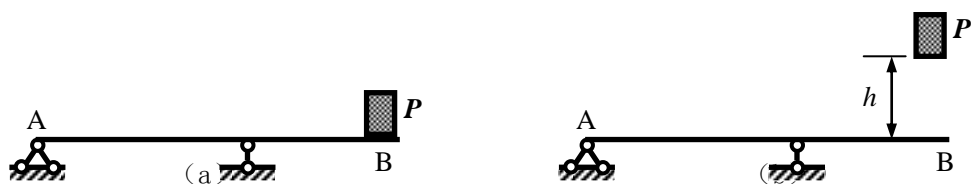


3、如图所示，重量为 W 的物体自由下落，冲击在悬臂梁 AB 的 B 点上。梁的横截面为工字形，梁可安放成图(a)或图(b)的两种形式。比较两种情况下 A 截面处的静应力和动荷系数，其正确的说法是（ ）。

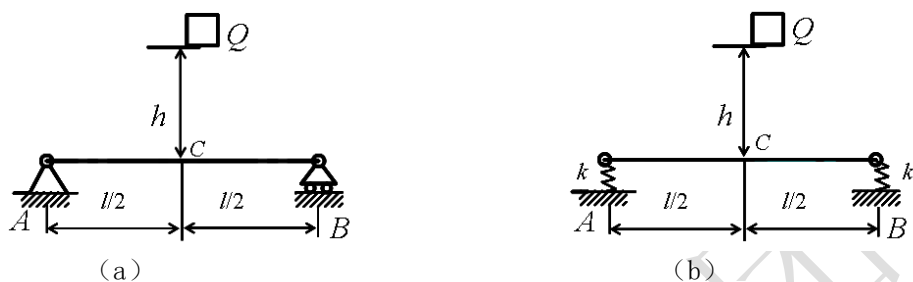
- A、 图(a)静应力小，动荷系数小
- B、 图(b)静应力小，动荷系数小
- C、 图(a)静应力小，动荷系数大
- D、 图(b)静应力大，动荷系数大



4、图(a)所示外伸梁自由端放一重物 P ，自由端的挠度 $\Delta_{st}=2\text{mm}$ ；若该重物从高度 $h=15\text{mm}$ 处自由落下如图(b)所示，冲击到梁的 B 点，则自由端最大动挠度 $\Delta_{d\max}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

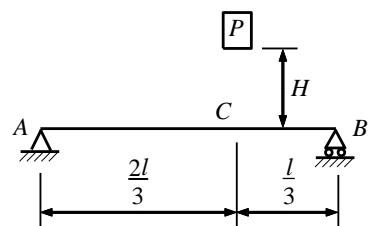


5、如图所示等截面梁 AB，弯曲刚度为 EI ，在其跨度中点横截面 C 上方，一重量为 Q 的重物自高度 h 自由下落，a) 梁两端用铰支座支撑；b) 梁两端用弹性系数为 k 的弹簧支撑。则两梁中的最大弯曲正应力关系为： $\sigma_d(a)$ _____ $\sigma_d(b)$

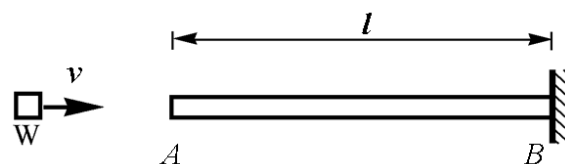


习题

1、重量为 P 的重物自高度 H 自由下落冲击在梁上的 C 点。设梁的 EI_z 和 W_z 均为已知。试求冲击时梁内的最大正应力。

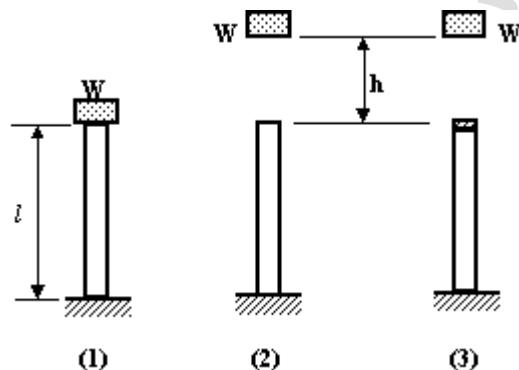


2、一重为 W 的物体，以速度 v 沿水平方向冲击杆端截面 A。已知杆的拉压刚度为 EA ，杆质量与冲击物的变形忽略不计，求截面 A 的最大水平位移与杆内最大正应力。

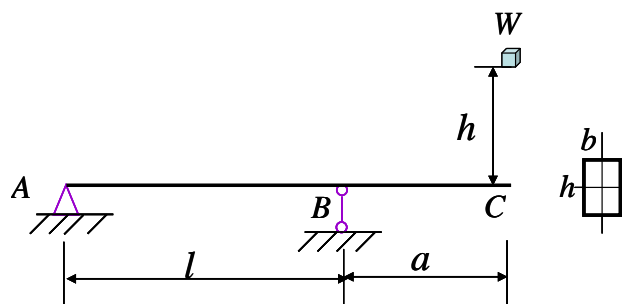


*3 圆木桩直径 $d=30\text{cm}$ ，长 $l=6\text{m}$ ，下端固定，重锤 $W=5\text{kN}$ ，木材 $E=10\text{GPa}$ 。求三种情况下，木桩内的最大应力。

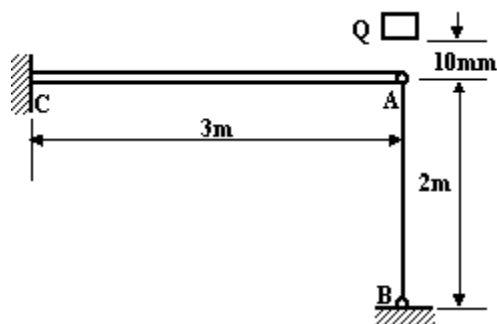
- (1) 静载方式；
- (2) 重锤离桩顶 $h=0.5\text{m}$ 自由落下；
- (3) 同 (2)，但在桩顶放一块直径 $d_1=15\text{cm}$ ，厚度 $t=40\text{mm}$ 橡皮垫，其弹性模量 $E=8\text{MPa}$ ；



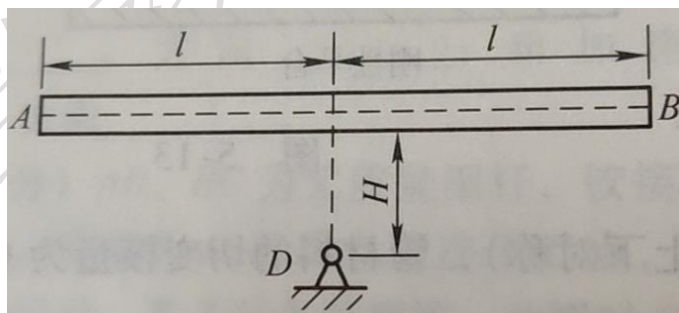
*4 图示矩形截面外伸梁，一重量为 W 的冲击物自高度 h 处自由下落，冲击梁端截面 C 。已知：材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ， $W=1\text{kN}$ ， $h=40\text{mm}$ ， $b=30\text{mm}$ ， $l=1\text{m}$ ， $a=0.5\text{m}$ 。试求冲击时最大冲击应力和 C 处的最大冲击位移。



*5 No. 10 号工字梁的 C 端固定, A 端铰支于空心钢管 AB 上。管的内径和外径分别为 30mm 和 40mm。钢管的 B 端亦为铰支座。梁及钢管同为 Q235 钢, $\lambda_1=100$, $E=200\text{GPa}$ 。当重为 300N 的重物 Q 落于梁的 A 端时, 试校核 AB 杆的稳定性, 设稳定安全系数规定为 2.5。 A B C D



**6 图示均质等截面直梁 AB , 由高度 H 处水平自由坠落在刚性支座 D 上, 设梁处于弹性变形阶段。梁长为 $2l$, 单位重量为 q , 弯曲刚度 EI 。求最大弯矩。



第十六章 疲劳

内容导学

主要知识点:

- (1) 疲劳破坏特征
- (2) 循环应力特征
- (3) 影响构件疲劳极限因素

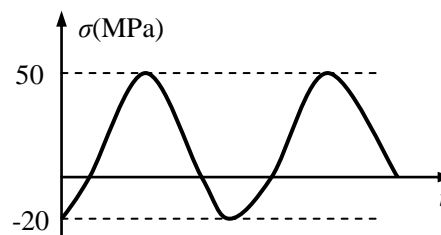
学习难点与重点:

循环应力特征

同步练习

一、概念题

- 1、齿轮传动时，齿根部某点的弯曲正应力的循环特征是（ ）。
A、 -1 B、 0 C、 1/2 D、 1
- 2、构件在交变应力作用下发生疲劳破坏，以下结论中（ ）是错误的。
A. 断裂时的最大应力小于材料的静强度极限
B. 用塑性材料制成的构件，断裂时有明显的塑性变形
C. 用脆性材料制成的构件，破坏时呈脆性断裂
D. 断口表面一般可明显地分为光滑区和粗粒状区
- 3、材料的疲劳极限与试件的（ ）无关。
A、材料 B、变形形式 C、循环特征 D、最大应力
- 4、以下措施中，（ ）将会降低构件的疲劳极限。
A、降低构件表面粗糙度 B、增强构件表面硬度
C、加大构件几何尺寸 D、减缓构件的应力集中
- 5、某点的应力循环如图所示，交变应力的应力比 $r=$ _____，平均应力 $\sigma_m=$ _____，应力幅 $\sigma_a=$ _____。



二、计算题

- 1、已知某点的循环应力幅 $\sigma_a=100\text{MPa}$ ， $r=0.2$ ，试计算最大应力 σ_{max} 、 σ_{min} ，和 σ_m 。

2、柴油发动机连杆大头螺钉在工作时受到最大拉力 $F_{max}=58.3\text{kN}$ ，最小拉力 $F_{min}=55.8\text{kN}$ 。螺纹处内径 $d=11.5\text{mm}$ 。试求其平均应力 σ_m ，应力幅 σ_a ，循环特征 r 。

*3、火车轮轴受力情况如题图所示。 $a=500\text{mm}$ ， $l=1435\text{mm}$ ，轮轴中段直径 $d=15\text{cm}$ 。若 $F=50\text{kN}$ ，试求轮轴中段截面边缘上任一点的最大应力 σ_{max} 最小应力 σ_{min} ，循环特征 r 。

