电力科技专著出版资金资助项目

Aerodynamics of Wind Turbines

风力机空气动力学

（第二版）

[丹麦] Martin O.L.Hansen 著
肖劲松 译　贺德馨 审

中国电力出版社
www.cepp.com.cn
中国电力出版社 CHINA ELECTRIC POWER PRESS

责任编辑：张　敏
联系电话：010－63416217
电子邮箱：zhang_m@cepp.com.cn

该书对风力机空气动力学进行了极好的介绍，它以一种有趣的方式，试图将叶素动量理论和结构力学的基本工具与非稳态流动、偏航运行以及计算流体动力学建模等更为先进的论题结合起来。

——David Infield教授，英国Loughborough大学

一本写得非常好的、最新式的和综合性的有关风力机空气动力学的教材，它对结构载荷和动力学进行了极好的阐述。我强烈推荐该书作为工科有关研究生的教材。

——Spyros Voutsinas副教授，希腊雅典国家科技大学

本书对现代风力机空气动力学进行了极好的概述，提出和发展了理论上的诸要点，并把它置于一个更为广阔的结构范畴，同时避免了数学上的过度苛刻。本人特向实践从业人员和理论专家强烈推荐此书。

—— Geir Moe教授，挪威科技大学土木与运输工程系

添加了重要设计要点比如非稳态叶素动量理论之后的该书第二版，为风力机设计时涉及到的原理和实践诸要点提供了比例合理的和清晰的指导，该书并强调了许多设计时遇到的实际限制。

——Lorenzo Battisti副教授，意大利Trento大学机械和结构工程系

ISBN 978-7-5083-8572-3
9 787508 385723 >
定价：28.00 元

上架建议：电力工程／新能源发电

Aerodynamics of
Wind Turbines

风力机空气动力学

（第二版）

[丹麦] Martin O.L.Hansen 著
肖劲松 译　贺德馨 审

电力科技专著出版资金资助项目

中国电力出版社
www.cepp.com.cn

图书在版编目（CIP）数据

风力机空气动力学：第2版/（丹）汉森（Hansen，M. O. L.）著；肖劲松译. —北京：中国电力出版社，2009

书名原文：Aerodynamics of Wind Turbines，2nd Edition

ISBN 978-7-5083-8572-3

Ⅰ. 风… Ⅱ. ①汉…②肖… Ⅲ. 风力发电机-空气动力学-文集 Ⅳ. TM315

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第033449号

北京市版权局著作权合同登记

图字：01-2008-2748号

Aerodynamics of wind turbines—2nd ed.

Martin O. L. Hansen

ISBN：978-1-84407-438-9

Second edition published by Earthscan in the UK and USA in 2008

First edition published by James & James（Science Publishers）Ltd in 2000

Copyright © Martin O. L. Hansen，2008

本书中文简体字翻译版由Martin O. L. Hansen授权中国电力出版社独家出版。未经出版者预先书面许可，不得以任何形式复制或抄袭本书内容。

中国电力出版社出版、发行

（北京三里河路6号 100044 http：//www. cepp. com. cn）

北京盛通印刷股份有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2009年6月第一版 2009年6月北京第一次印刷

1000毫米×1400毫米 B5开本 10.25印张 140千字

印数0001—2000册 定价**28.00**元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

序

风能是一种清洁的可再生能源，风力发电是风能利用的主要形式，也是目前可再生能源中除水能以外技术最成熟、最具有规模化开发条件和商业化发展前景的发电方式之一。

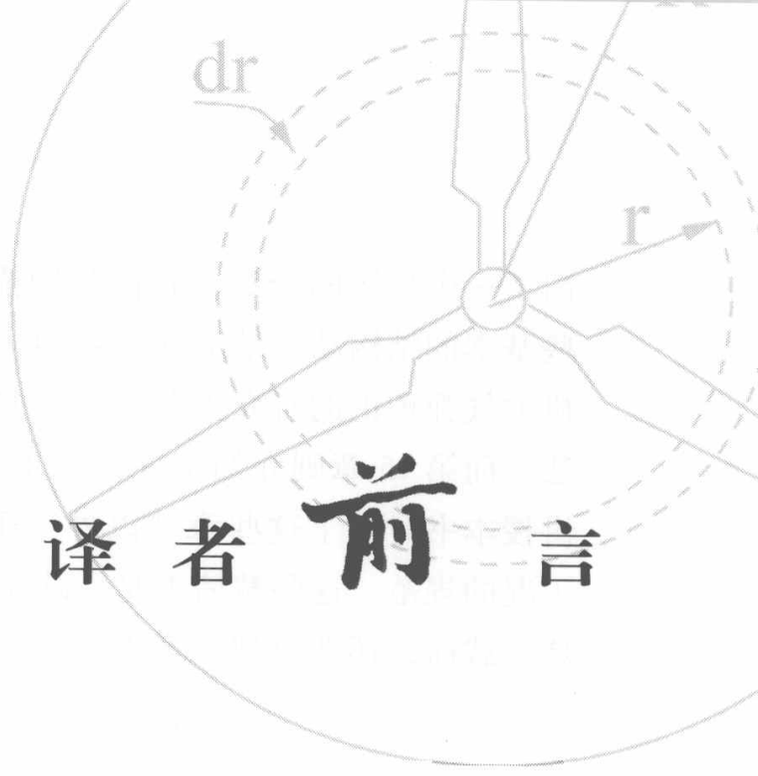
风电技术是一项多专业综合集成的高新技术，其中空气动力学是风电技术重要的理论基础。由丹麦科技大学机械工程系流体力学教研室的 Martin O L Hansen 教授撰写的《风力机空气动力学》在2000 年 2 月出了第一版。出版后，受到了读者的欢迎，总计印刷了 4 次，最近又进行了修改和完善，并于 2008 年 2 月推出第二版。

这是一本专门用于风力机空气动力设计和计算的著作，全书内容主要分为两部分：第一部分介绍风轮的基本空气动力学理论，而第二部分介绍如何提高风力机的性能和载荷计算，在极端气候条件下风力机响应特性的评估以及风力机寿命的计算，还包括风力机的特征模态和动态特性分析。

此著作思路清晰，说理透彻，是风能专业在读的学生以及从事风能教学、研究的教师和技术人员的很好的教学书或参考书。该书的中文版的出版将对我国风能技术的发展起到促进作用。

中国可再生能源学会副理事长　贺德馨

2008 年 10 月 8 日



译者前言

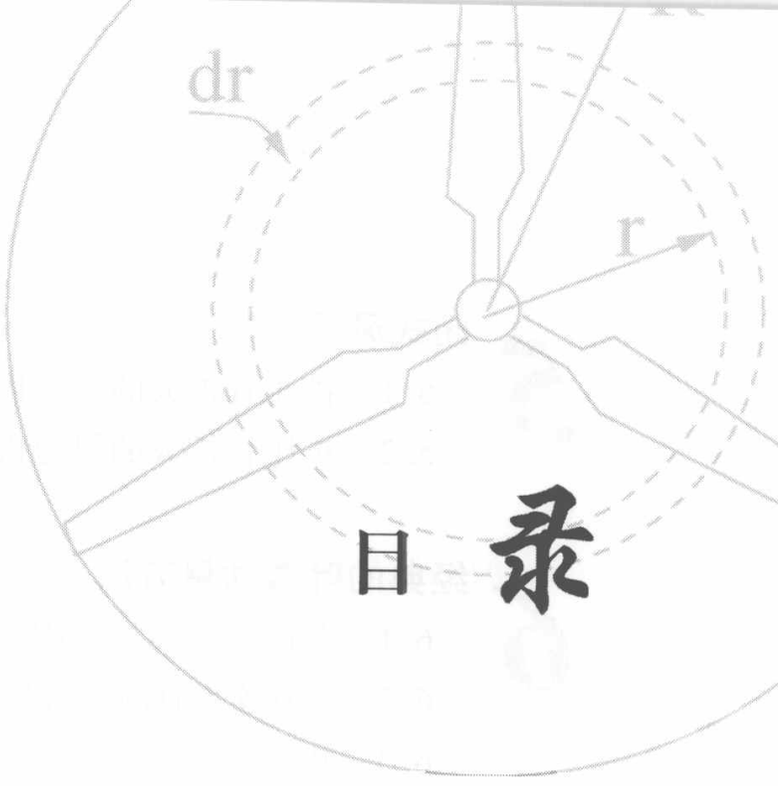
本书的初稿来源于作者 Martin O. L. Hansen 教授在丹麦科技大学讲授有关风力机的机械部分的两门课程的讲义。其中一门课程是关于风力机如何将风中的动能转换成机械轴功率的，而用这种机械轴功率来驱动发电机，最终得到电能。这包括使用不同的方法，比如调桨以及控制转动速度，来控制载荷和风力机的功率输出。本书中没有详细谈及如何实际使用电力电子学原理来改变发电机主轴上的扭矩以控制风轮转速，有兴趣的读者可以参考电动机以及电力电子学方面的教材。有些章节还描述了风力机结构的最重要的载荷。第 1 ~ 8 章、第 10 章和第 11 章一起组成了风力机技术本科生课程的基础。已知了风力机的几何参数后，利用这些章节，就可以基于所谓的叶素动量方法（BEM）来编写一个小的程序，而叶素动量方法则是针对不同的风速、桨距角以及转动速度，实际估计静态载荷以及机械功率的。在优化过程中这种程序是一个非常有价值的工具，因为优化过程中必须针对不同的设计变量多次计算载荷分布，以使一些期望的特性值最大化，比如年发电量。

建造一台在它的设计寿命期间不会损坏的风力机，需要针对不同的非稳态情况，计算材料内部载荷的时间历程，而最重要的是紊乱的内流，它不仅在时间上是变化的，在整个风轮平面上也是变化的。这需要编写一个气弹程序，它考虑了风力机结构在时变气动力、重力以及其他载荷作用下的动态响应。叶片的振动速度直接影响气动载荷，因此在空气动力学和结构动力学之间有较强的耦合。而且，在计算材料的内部载荷时，必须考虑局部加速度。在第 9 章和第 12 章给

出了一个程序的介绍，它们分别描述了非稳态叶素动量方法以及一些基本的结构动力学工具。第 14 章和第 15 章可以一起用于有关风力机的气弹理论的研究生课程。第 14 章讨论了构建一个三维内流的方法，而第 15 章则介绍了如何从不同的载荷时间历程估计疲劳损坏。讲授本书时除了这些章节以外，还需要补充一些描述所有不同载荷工况的规范。这些载荷工况是设计风力机时必须考虑的，它既涉及到疲劳载荷，还涉及到极限载荷。

肖劲松

2009 年 2 月 20 日



目 录

序

译者前言

1 风力机简介 …… 1

1.1 简要历史回顾 …… 1

1.2 为什么要使用风电 …… 2

1.3 风资源 …… 3

2 二维空气动力学 …… 7

2.1 升力系数、阻力系数和力矩系数的定义 …… 8

2.2 翼型中使用的边界层理论 …… 10

3 三维空气动力学 …… 16

3.1 流经机翼流动的描述 …… 16

3.2 传统升力线方法的背景 …… 17

3.3 风力机后的旋涡系 …… 20

4 理想风力机的动量理论 …… 23

4.1 一维动量理论 …… 23

4.2 旋转效应以及减少由于尾流旋转引起的损失 …… 30

5 闭式风轮 …… 35
5.1 扩压管扩大的风力机 …… 35
5.2 扩压管扩大的风力机的 CFD 计算 …… 36

6 经典的叶素动量方法 …… 39
6.1 普朗特叶尖损失因子 …… 45
6.2 a 值较大时的葛劳渥特修正 …… 46
6.3 年发电量 …… 47
6.4 范例 …… 49

7 控制/调节和安全系统 …… 54
7.1 失速调节 …… 54
7.2 桨距调节（定转速） …… 57
7.3 偏航控制 …… 63
7.4 变速 …… 63

8 最优化 …… 67
8.1 什么是最优设计 …… 67
8.2 传统的单点优化 …… 67

9 非定常叶素动量模型 …… 73
9.1 动态尾流模型 …… 78
9.2 动态失速 …… 80
9.3 偏航/倾斜模型 …… 82
9.4 风的确定性模型 …… 84

10 载荷和结构简介 …… 87

11 风力机叶片的梁理论 …… 91
11.1 位移和弯矩 …… 96
11.2 确定弯矩和位移的数值算法 …… 98
11.3 估算一阶挥舞、一阶摆振和二阶挥舞特征模态的一种方法 …… 99

12 风力机的动态结构模型 …… 107
12.1 虚功原理以及模态形状函数的应用 …… 107
12.2 单自由度 …… 110
12.3 气动阻尼 …… 111
12.4 虚功原理使用举例 …… 112
12.5 有限元模型 …… 118

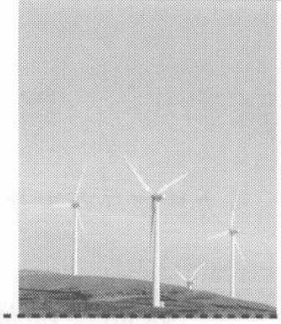
13 风力机上载荷的来源 …… 120
13.1 重力载荷 …… 120
13.2 惯性载荷 …… 121
13.3 气动载荷 …… 122

14 风的模拟 …… 127
14.1 空间某一点的风的模拟 …… 127
14.2 三维风的模拟 …… 130

15 疲劳 …… 135
15.1 应力循环及其计算 …… 135
15.2 累积损伤的 Palmgren-Miner 准则 …… 136
15.3 当量载荷 …… 137

16 结论 …… 140
16.1 更先进的空气动力模型 …… 140
16.2 促动线模型 …… 141

附录 A 流体力学中的基本方程 …… 145
附录 B 基本符号表 …… 149



1 风力机简介

在对风力机技术问题进行详细探讨之前，有必要首先对风能进行简要的介绍。介绍包含两部分内容：第一部分是非常简要的历史回顾，主要解释风电的发展历程；第二部分则是探讨风力机的经济性和设计问题。本部分并不打算对风力机的发展历程作全面的回顾，而是仅仅提及风力机发展过程中的一些重要事件，以及提供一些风电开发过程中的案例。

1.1 简要历史回顾

风力可能非常强大，这可以从飓风或者台风经过后直观地体会到。从历史的角度看，人类已经和平地利用了这种风力，而它的最重要的应用恐怕就是在没有发明蒸汽机和内燃机之前，使用风帆驱动船舶航行。风车也已经使用风力来碾磨谷粒或者灌溉抽水，例如在荷兰，使用风力以防止海水淹没地势较低的陆地。在 20 世纪初，电力得到了应用，当风轮与发电机相连能驱动发电机发电后，风车就逐渐变成了风力机。

世界上首批电网是由直流低压电缆组成，电能的损失很大。因此发电地点与电能用户之间的距离必须尽量近。在农场，小型风力机恰好满足这种要求；而世界上第一个将风车与发电机连接起来的丹麦人 Poul La Cour，则为“农业电工”开设了一门这方面的课程。La Cour 极具远见的案例是，在他所在的学校安装了世界上第一批风洞之一，以研究风轮的空气动力学问题。然而后来，内燃机和蒸汽机逐渐占据了发电的主导地位，仅仅在两次世界大战期间，由于燃料的匮乏，风电才再一次实实在在地兴旺起来。

然而，即使在第二次世界大战以后，在几个国家比如德国、美国、法国、英国和丹麦，仍在致力于开发更高效的风力机。在丹麦，Johannes Juul 承担了此项工作。Johannes Juul 是 SEAS 电网公司的雇员，并且也是 La Cour 以前的学生。在 20 世纪 50 年代中期，Johannes Juul 建造了后来称为丹麦概念的著名的 Gedser 风力机，即它具有三叶片、上风向、失速调节的风轮，恒速旋转，并且最终与交流异步发电机连接。随着 1973 年石油危机的爆发，为了减少对石油进口的依赖，许多国家对风力机突然再一次感兴趣起来，因此，启动了许多国家级的科研项目，以研究使用风能的可行性，相继建造了不少大型非商业性的原型机，以评估风电的经济性以及测量大型风力机上的载荷。自从石油危机以后，商用风力机逐渐形成了一个重要的产业，比如 20 世纪 90 年代每年的产值多于 10 亿美元。从那以后这个数字每年以大约 20% 的速度增加。

1.2 为什么要使用风电

正如前面已经提及的，一个依靠进口煤或者石油来获得能源的国家或者地区，如果能使用风电等替代能源时，则将变得更加自给自足。风力发电时不排放 CO_2，因此不会引起温室效应。相对而言风能是劳动密集型产业，因此将创造许多就业机会。在偏远地区或者电网薄弱地区，只要有风，就可以使用风能来为电池充电，或者与内燃机联合运行以节省燃料。而且，在淡水资源比较缺乏的沿海地区，风力机可以为海水淡化提供动力，比如在中东。在风能资源丰富的地区，以千瓦时来度量的风电的价格与常规发电方式（比如燃煤电厂）相比，更具有竞争力。

为了进一步降低风电成本，使风能与其他发电方式相比较更具有竞争性，风力机制造商正在集中力量降低风力机本身的造价。其他因素，比如利率、土地成本以及某地风能资源的丰富程度等，也影响风力发电的成本。发电成本的计算其实就是投资与已经折扣的维护成本之和，除以一定时期内的以千瓦时为度量单位的发电量，典型情况下是 20 年。如果知道了一台给定的风力机的功率特性，即知道了

给定风速下的输出功率以及年风速分布，那么在某一特定地点的年发电量也就可以估算出来。

这里也需要提及风能的一些不足之处。当风力机发电时，产生相当大的噪声。针对现代商用风力机，制造商们已经努力工作减少了几乎所有的机械噪声，并且正在继续努力减少来自于旋转叶片的空气动力噪声。噪声是一个影响竞争的重要因素，特别是在人口稠密的地区。有些人认为，在风景区风力机有碍观瞻，但是随着越来越大的风力机正逐渐取代老式的小型风力机，风力机的实际安装数量将减少，同时总的发电容量却在增加。如果在某一地区安装许多风力机，考虑公众的接受意愿是重要的。可以考虑通过让居住在风力机附近的那些居民参与该项目，也就是分享该项目的利润来解决。噪声和视觉影响的大小将来会逐步下降，因为越来越多的风力机将安装在近海。

有一个问题是，当自然界能提供足够的风才有风力发电。对大多数国家而言这不是问题，因为它们有大电网相连，在无风的时候仍然可以从当地电网购买电。但是，如果能提前预测最近风资源的可获得情况将是一个优势，因为据此可以调节常规电厂的发电量。可靠的天气预报是非常受欢迎的，这样火力发电厂就有一定的时间来改变它的发电量。将风能和水能联合运行更好，因为几乎不需要花费时间来打开或者关闭水轮机的进口阀，即当风力足够强的时候可以将水存储在水库中。

1.3 风 资 源

就能量转换过程来说，风力机是将风中的动能，转变成主轴中的机械能，最后在发电机中再转变成电能。即有公式 $P = 1/2\dot{m}v_0^2 = 1/2\rho A v_0^3$，此处 $\dot{m}$ 是质量流量，v_0 是风速，ρ 是空气密度，而 A 是风轮扫掠面积。如果风速能够减为零，所获得的能量从理论上讲即为最大功率 P_{max}。这个有关最大可获得功率的等式非常重要，因为它告诉我们功率随风速的立方增加，而仅仅与空气密度和面积成正比。因此，在启动一个风电场项目之前，通常需要首先测量给定地点在一定

时期内的风速。

实际上，经过风轮以后的风速不可能降为零，因此将实际可获得的功率与最大可获得的功率，即上面提到的这个等式之比定义为功率系数 C_p。C_p 的理论最大值称为贝兹极限（Betz Limit），可以表示为 $C_{pmax}=16/27=0.593$。现代大型风力机经过优化设计后，C_p 值通常接近贝兹极限，即接近甚至达到 0.5。从安装在丹麦的许多不同的风力机的统计数据已经得出，一般而言，每平方米风轮每年能发电大约 1000kWh。然而，发电量的大小与安装地点密切相关，上面的经验数据只能作为粗略评估使用，且仅仅只适用于丹麦的安装地点。

海员们很早就发现，使用升力比使用阻力作为舰船的主要推进力更为有效。升力是空气动力分力，它垂直于风向；而阻力也是空气动力分力，它平行于风向。从理论角度很容易说明，当从风中吸收功率时，使用升力比阻力更有效。因此，所有的现代风力机都由看起来像螺旋桨叶片一样的许多旋转叶片组成。如果叶片连接到一个垂直方向的轴上，这种风力机就称为垂直轴风力机（Vertical-Axis Wind Turbine，简称 VAWT）；如果轴是水平放置的，则这种风力机就称为水平轴风力机（Horizontal-Axis Wind Turbine，简称 HAWT）。对商用风力机而言，大多数主流风力机还是水平轴的，因此本教材的下面部分只关注这种类型的风力机。如图 1.1 所示的一台水平轴风力机，其组成要素包括风轮直径、叶片数、塔架高度、额定功率和控制策略。

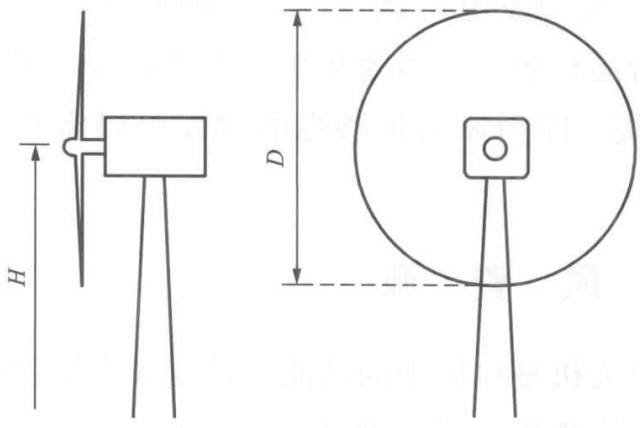


图 1.1　水平轴风力机（HAWT）

塔架的高度非常重要，因为风速随着离地面高度的增加而增加；风轮的直径也非常重要，因为它决定了可获得的功率公式中的面积 A。风轮直径 D 与塔架高度 H 的比值通常接近 1。额定功率是所安装的风力发电机组允许的最大发电功率，控制系统必须保证在高风速

时，机组发电功率不能超过额定功率。风力机的叶片数通常为2个或者3个。2叶片风力机通常更为便宜，因为它在结构上少1个叶片，由于它转得更快对人的眼睛造成闪烁效应；而3叶片风力机看起来更为安静，对当地的景观干扰少。2叶片的风力机的气动效率低于3叶片的风力机的气动效率。2叶片的风力机通常是下风向的风力机，所谓下风向风力机，就是风轮放置在塔架的下风向，即风先经过塔架，再通过风轮。而且，风轮通过铰链连接安装在主轴上，因而这种与主轴的连接不是刚性的，称之为跷跷板结构，其效果是风轮上的弯矩将不能传递到机械主轴上。这种风轮比3叶片的刚性风轮更柔软，有些部件可以建造得更轻些和更小些，因而最终降低了风力机的造价。当然，必须保证这种更柔软的风轮的稳定性。下风向风力机产生的噪声比上风向的风力机要大，因为每个叶片在塔架后面的尾迹中每旋转一圈，都能清楚地听到它产生的低频噪声。

风力机风轮的转速大致是20～50r/min，而大多数发电机主轴的转速大致是1000～3000r/min，因此在低速的风轮主轴和高速的发电机主轴之间必须配置增速齿轮箱。一台典型的风力机的布局可以参见图1.2（已经获得西门子风电公司许可），该图显示西门子公司设计的专门用于海上风电场的风力机。这种风力机的主轴有两个轴承，以方便齿轮箱的更换。

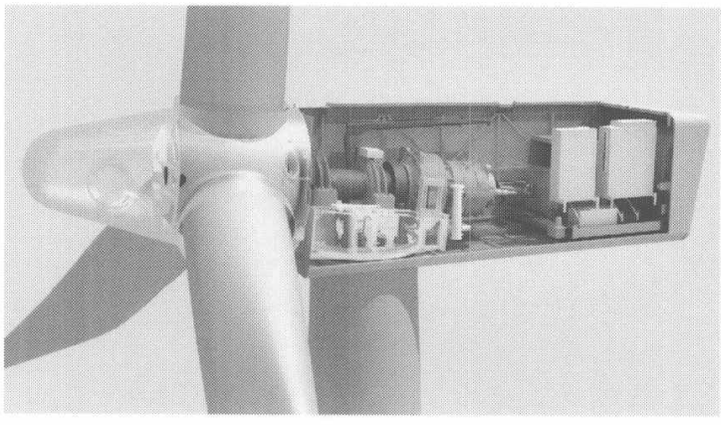


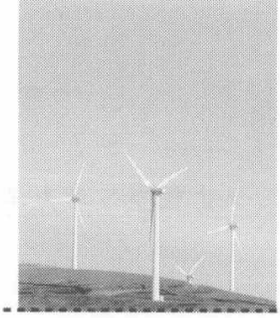
图1.2 风力机的布局

图1.2中显示的这种风力机布局绝不是唯一的，例如，有些风力机配备多极发电机，这些发电机的主轴转速很慢以至不再需要增速

齿轮箱。理想情况下，风力机的风轮总是需要与风向垂直，因此，在大多数风力机某个位置上安装了风向标，以测量风的方向。这个风向信号与总是连续不断地带动机舱迎风的偏航电动机发生联系。

风轮是近些年来风力机部件之中发生变化最大的部件。在首批现代风力机叶片上使用的翼型是为航空飞行器开发的，并没有针对风力机叶片所经常经历的较大攻角情况进行过优化。老式的翼型，例如 NACA63 -4XX，根据第一批叶片使用中获得的经验仍然很流行，叶片制造商现在已经开始使用特别为风力机优化设计的翼型。已经在必须具备足够的强度和刚度的叶片的生产过程中试着使用不同的材料，这些材料需要具备较高的疲劳极限并且尽量便宜。今天，大多数叶片使用玻璃纤维增强塑料，但同时也使用层压木材等其他材料。

本章中提及的内容包括风电发展的历史回顾，支持发展风电的要点以及风力机技术的简要介绍，希望能够激励读者研究诸如风力机的空气动力学、结构以及载荷等更为专业的内容。



2 二维空气动力学

风力机叶片是细而长的结构，相对于流动方向的速度分量，其叶展方向的速度分量通常很小，因此在许多气动模型中，通常都假定在给定径向位置处的流动是二维（2 - D）的，这样就可以使用二维翼型数据。二维流动局限在一个平面之内，并且，如果该平面如图 2.1 所示的那样由一个直角坐标系来描述的话，那么 z 方向上的速度分量就是零。

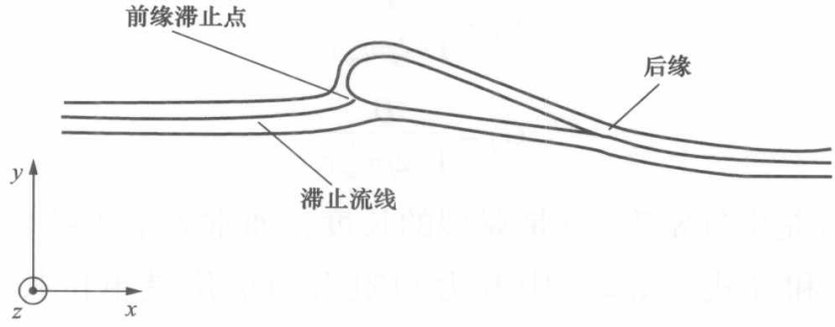


图 2.1　流经翼型的流线示意

为了实现二维流动，需要将翼型挤压成沿翼展方向长度无限的机翼。在真实的机翼中，弦长和扭转角沿翼展方向变化，而机翼从轮毂处开始，到叶尖结束。但是像现代滑翔机和风力机中使用的机翼往往细长，普朗特已经证实，如果使用机翼后的后缘涡系对攻角进行相应修正后，就可以采用局部的二维空气动力数据[3]。这些效应将在后续的有关章节探讨，现在已经清楚二维空气动力学有实际意义，虽然实现起来困难。图 2.1 显示的是出现在流经翼型的二维流动中的前缘驻点。由于流动而产生的反作用力 $\boldsymbol{F}$ 可以分解到两个方向，即垂

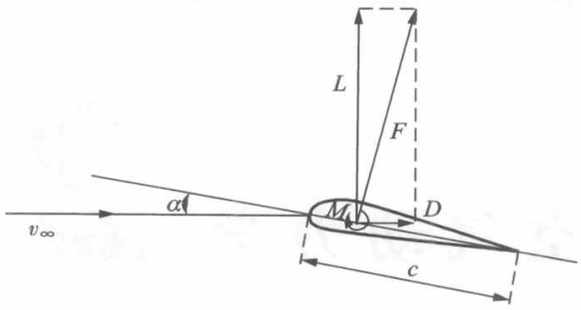


图2.2　升力和阻力的定义

直于无穷远来流速度$\boldsymbol{v}_\infty$方向和平行于无穷远来流速度$\boldsymbol{v}_\infty$方向。前一个分量表示为升力$\boldsymbol{L}$，而后一个分量表示为阻力$\boldsymbol{D}$，见图2.2。

如果翼型应用于飞行器的设计，显然比值L/D应该是越大越好。升力是用来克服重力的力，因此升力越大，能提起离开地面的质量越大。为了保持速度不变，阻力必须由发动机提供的推力来平衡。因此阻力越小，发动机所需要的功率也就越小。

2.1　升力系数、阻力系数和力矩系数的定义

升力系数C_l和阻力系数C_d分别定义为：

$$C_l = \frac{L}{1/2\rho v_\infty^2 c} \tag{2.1}$$

$$C_d = \frac{D}{1/2\rho v_\infty^2 c} \tag{2.2}$$

此处ρ是空气密度，c是翼型的长度，通常表示为弦长。注意等式（2.1）和等式（2.2）中升力和阻力的单位是单位长度的受力（以N/m表示）。弦长线可以定义为从后缘到翼型前端的直线，如图2.2所示。为了完整地描述机翼中的各种力，还需要知道围绕某一点的力矩M。这一点通常位于距离前缘$c/4$的弦长线上。如图2.2所示，如果力矩使翼型顺时针方向旋转，即使翼型抬头，则该力矩为正值。力矩系数定义为：

$$C_m = \frac{M}{1/2\rho v_\infty^2 c^2} \tag{2.3}$$

产生升力的物理解释是，翼型的形状迫使流线沿翼型几何形状弯曲，如图2.3所示。

从流体力学的基本知识得知，需要产生压力梯度$\partial p/\partial r = \rho v^2/r$来使流线弯曲。此处$r$是流线的曲率而$\boldsymbol{v}$是速度。这个压力梯度的作

用就像质点作圆周运动时产生的向心力一样。由于在翼型的无穷远处存在大气压力 P_∞，这样在翼型的上表面的压力一定小于大气压力，而在翼型的下表面的压力一定大于大气压力，这种压力之差就是翼型产生的升力。当翼型与流动方向几乎一致时，翼型表面附有边界层，而相应的阻力主要是与空气的摩擦产生的。

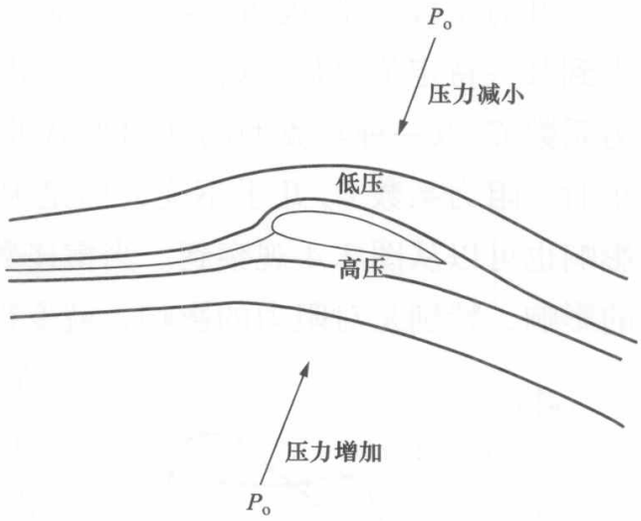


图 2.3　产生升力的解释

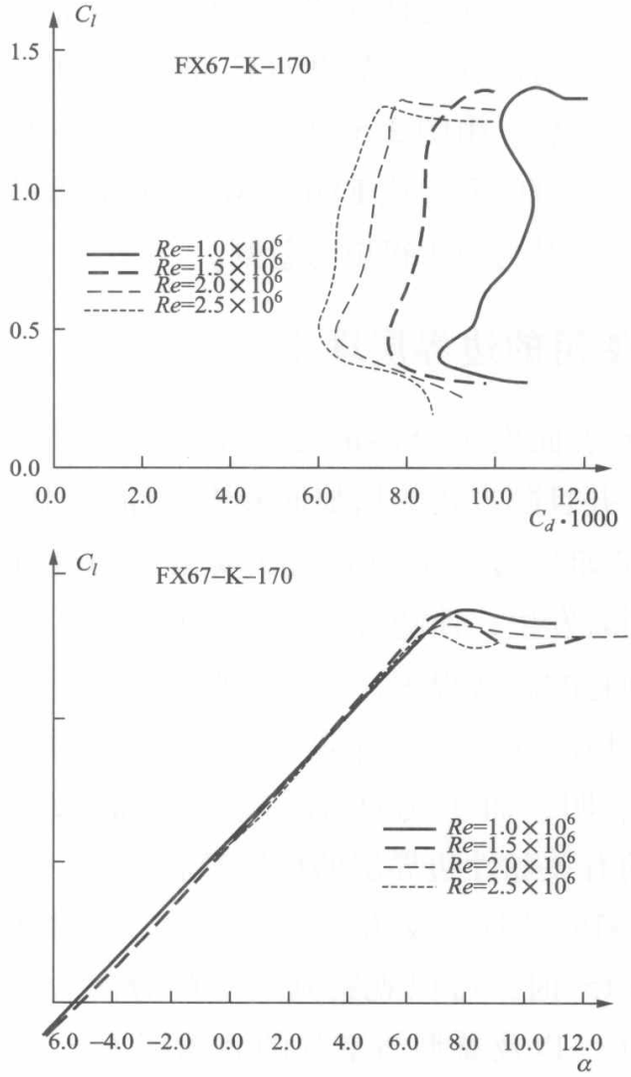


图 2.4　FX67 – K – 170 翼型的极坐标曲线

升力系数 C_l、阻力系数 C_d 和力矩系数 C_m 分别都是 α、Re 和 Ma 的函数。此处 α 是攻角，定义为弦长线和无穷远来流速度 $\boldsymbol{v}_\infty$ 的夹角；Re 是基于弦长和速度 $\boldsymbol{v}_\infty$ 的雷诺数，即 $Re = c\boldsymbol{v}_\infty/\nu$，这里 ν 是运动黏性系数；Ma 表示马赫数，也就是 $\boldsymbol{v}_\infty$ 和当地声速的比值。对风力机和低速运动的航空器而言，升力系数、阻力系数和力矩系数都分别只是 α 和 Re 的函数。针对给定的翼型，可以测量或者计算升力系数 C_l、阻力系数 C_d 和力矩系数 C_m 的特性，并且绘制它们的所谓极坐标曲线。测得 FX67 – K – 170 翼型的极坐标曲线如图 2.4 所示。

升力系数 C_l 随攻角 α 线性增加，其斜率大约是 2π/rad。当 α 增大到某一特定值之后，C_l 就达到了最大值。此后翼型开始失速，升力系数 C_l 以一种与翼型的几何形状非常相关的方式减少。当攻角较小时，阻力系数 C_d 几乎不变，但是失速以后就快速增加。雷诺数的影响也可以从图 2.4 观察到。当雷诺数达到某一特定值以后，雷诺数的影响，特别是对阻力的影响，就变得很小了。这种影响与翼型上边界层从层流过渡到湍流时的位置有关。翼型失速的方式与其几何形状非常相关。前端快速变化的薄翼型，即前缘曲率半径较大的翼型比厚的翼型失速更为急剧。不同翼型的失速特性如图 2.5 所示，此处针对两种不同翼型对 $C_l(\alpha)$ 进行了比较。由图 2.5 可知，FX38 – 153 翼型的升力比 FX67 – K – 170 翼型的升力减少得更为急剧。

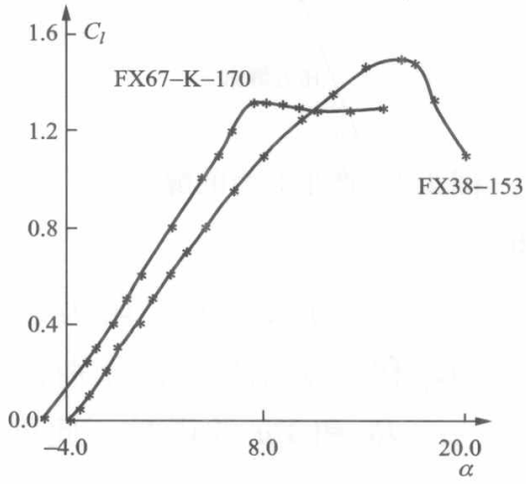


图 2.5　不同翼型的失速特性

2.2　翼型中使用的边界层理论

原因在于边界层在翼型的上表面发生分离的方式不同。如果边界层的分离在翼型的后缘开始，并且随攻角的增加而慢慢增加，则可以观察到失速的缓慢发生；但是如果边界层的分离在翼型的前缘开始，则整个边界层的分离几乎同时发生，伴随着升力的急剧下降。黏性边界层的特性非常复杂，影响它的因素很多，包括翼型的曲率、雷诺数和表面粗糙度，如果是高速情况的话，还包括马赫数。本教材已经对黏性边界层进行了一些说明，而更为详细的说明，请参考 White[5] 和 Schlichting[4] 所撰写的有关黏性边界层的标准教材。

图 2.6 显示的是 NACA63 – 415 翼型在攻角分别为 5°和 15°时通过计算得到的流线。当攻角 $\alpha = 15°$ 时，可以观察到后缘的分离。翼型上的诸多力来源于压力分布 $p(x)$ 以及翼型与空气的表面摩擦 $\tau_W = \mu(\partial u/\partial y)_{y=0}$。此处 (x, y) 是表面上的直角坐标系，如图 2.7 所示，

而μ是动力黏性系数。表面摩擦主要形成阻力，而对压力进行积分求得的力就有升力和阻力两个分量。来源于压力分布的阻力分量就是人们熟知的形状阻力，当翼型失速时其值变得很大。失速现象与边界层的分离密切相关，请参见下一自然段，因此，减少阻力的最有效的办法是避免分离。迄今为止已经广泛应用于小型航空器、风力机以及直升机上的美国国家航空咨询委员会（the National Advisory Committee for Aeronautics，简称 NACA）系列翼型的大量数据都可以在 Abbot 和 von Doenhoff 撰写的专著中找到[1]。为了满足壁面处速度的无滑移条件，在翼型附近必然存在黏性边界层，参见图 2.7。

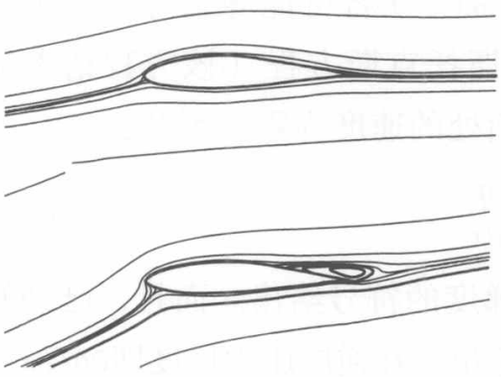


图 2.6 攻角α分别为 5°和 15°时通过计算得到的流线

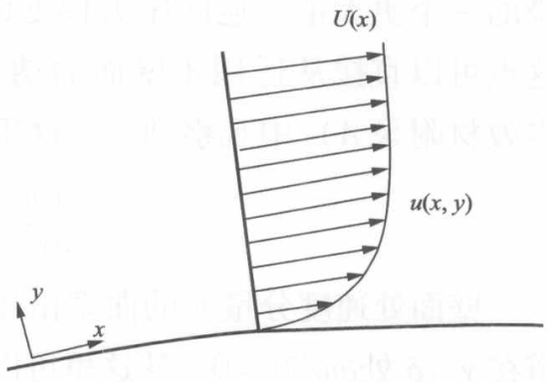


图 2.7 在翼型壁面处的黏性边界层

边界层的厚度通常定义为离壁面的垂直距离$\delta(x)$，边界层的外沿满足$u(x)/U(x)=0.99$。另外，位移厚度$\delta^*(x)$、动量厚度$\theta(x)$和形状因子$H(x)$分别定义为：

$$\delta^*(x) = \int_0^{\delta}\left(1-\frac{u}{U}\right)\mathrm{d}y \tag{2.4}$$

$$\theta(x) = \int_0^{\delta}\frac{u}{U}\left(1-\frac{u}{U}\right)\mathrm{d}y \tag{2.5}$$

$$H(x) = \frac{\delta^*}{\theta} \tag{2.6}$$

此处（x，y）坐标系统是局部坐标系，在$x=0$处就是前缘的失速点，而y是离壁面的垂直距离。当H之值位于 2 和 3 之间时，湍流边界层发生分离。失速流线（其示意请参见图 2.1）将流体分成两

股，一股流经翼型的上表面，一股流经翼型的下表面。在失速点的速度为零而边界层的厚度很小。流经翼型上表面的流体经过前缘时加速，而由于前缘接近失速点并且流体加速，边界层因此很薄。由黏性边界层理论知道[5]，从翼型表面到边界层边缘的压力近似为常数，即$\partial p/\partial y=0$。在边界层之外，伯努利方程（该方程请参见本教材附录A）适用，并且由于流动加速，压力降低，即$\partial p/\partial x<0$。而在翼型的下表面，由于壁面的曲率比前缘小，因此压力梯度非常小。在后缘，在翼型上表面和下表面的压力一定相同（库塔条件），因而此时压力必定又升高，即$\partial p/\partial x>0$，其值从翼型上表面某处的最小值变化到后缘的一个更大值。逆向压力梯度即$\partial p/\partial x>0$将可能导致分离。关于这点可以直接从适用于壁面的纳维—斯托克斯方程（该方程请参见本教材附录A）中观察到。在这里壁面处的速度为零，因此：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{2.7}$$

壁面处速度分量u的曲率由压力梯度的符号给出。而且，已经知道在$y=\delta$处$\partial u/\partial y=0$。从这里可以推论出，在逆向压力梯度即$\partial p/\partial x>0$的情况下速度u的轮廓是S形的，因此有可能发生分离；而当$\partial p/\partial x<0$并且在整个边界层内速度u的分布曲线的曲率小于零时，边界层就附着在翼型上。图2.8给出了边界层的不同形状的示意图。由于边界层发生分离时形状阻力急剧增加，因此对翼型性能而言最重要的是控制压力梯度。

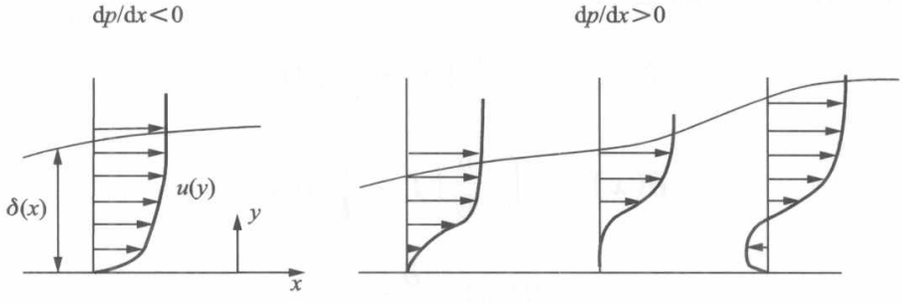


图2.8　正向和逆向压力梯度时边界层形状示意图

当x取较小值时流动是层流的，而当x达到某一特定的值x_{trans}时，层流边界层变得不稳定起来，因而发生了从层流到湍流的过渡。

在 $x = x_T$ 处流动就完全是湍流了，图 2.9 示出了这种从层流边界层到湍流边界层的过渡过程。过渡过程非常复杂，对此特性目前并不完全了解，有关这种现象的描述请参见怀特先生的著作[5]，怀特先生还给出了预测 x_{trans} 之值的一些工程工具。在翼型计算中有时用到的模型之一称为米切尔单步计算法。该方法预测过渡过程满足：

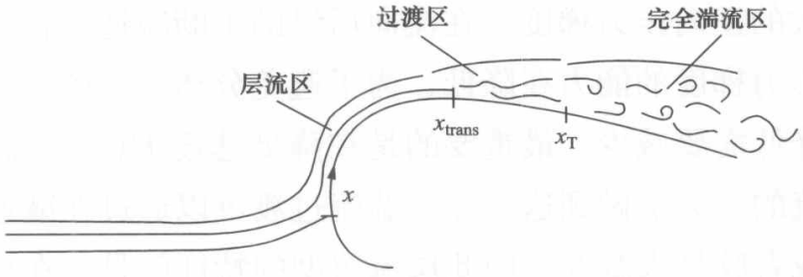


图 2.9 过渡过程示意

$$Re_\theta = 2.9 Re_x^{0.4} \tag{2.8}$$

此处 $Re_\theta = U(x)\theta(x)/\nu$ 并且 $Re_x = U(x)x/\nu$。对于层流翼型（其解释参见后文）而言，米切尔单步计算法是不够的，应该采用更为先进的方法如 e^9 法[5]。

湍流的特征，一是在逆向压力梯度即 $\partial p/\partial x > 0$ 的区域更加稳定，二是在壁面处 $\partial u/\partial y \mid_{y=0}$ 有更加陡峭的速度梯度。第一个特性因为使失速延迟因而对翼型的性能具有正面意义，但是第二个特性因为增加了表面摩擦因而也就增加了阻力。在高性能翼型即称为层流翼型的设计中这两种特性都得到了利用。所谓层流翼型就是在该翼型中边界层的绝大部分都是层流，并且层流附着在其设计的区域内。为了设计该类翼型，有必要确定最大攻角，在这里假定边界层很大程度上还是层流的。构造这种翼型以保证流动经过翼型前缘和下游的加速后，边界层边缘的速度 $U(x)$ 保持不变。从边界层理论[4,5]可以知道，压力梯度可以用边界层之外的速度来表示：

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = -\rho U(x)\frac{\mathrm{d}U(x)}{\mathrm{d}x} \tag{2.9}$$

当攻角为该角度时，压力梯度因此为零，并且不会发生边界层分

离。当攻角更小时，流动速度 $U(x)$ 增加，因此 $\mathrm{d}p/\mathrm{d}x$ 变成负值，这将再一次避免分离，层流边界层是稳定的，因而过渡过程延迟。然而，在翼型上表面的某处 x，需要将流动减速以满足库塔条件，即在后缘处的压力必须是唯一的。如果在边界层是层流处就开始了这种减速，边界层就有可能分离。就在层流和湍流的过渡区之后的边界层相对较薄，靠近壁面处的动量相对较大，因此能在不发生分离的情况下经受较大的正向压力梯度。在流向后缘的不断减速过程中，边界层经受正向压力梯度的能力在降低，为了避免分离，因此流体流向后缘时速度的降低需要减少。最重要的是在降低速度 $U(x)$ 前需要保证边界层是湍流的。为了做到这一点，湍流过渡可以通过在减速点之前放置金属丝或者胶带来激发。因此层流翼型的特征就是，在设计攻角以下时具有较大的升阻比 C_l/C_d。然而，在挑选这种类型的翼型之前，重要的是需要考虑它的失速特性以及对表面粗糙度的敏感性。对飞机而言，需要保证降落时有较大的升力，因为此时速度相对较小。如果飞行员驾驶时升力系数超过了 $C_{l,\max}$ 并且翼型失速，而升力系数 C_l 随攻角的下降如图 2.5 所示的 FX38 – 153 翼型那样急剧的话，这将给飞机带来灾难性的后果，飞机将失去升力并可能撞向地面。

如果翼型对表面粗糙度敏感，并且机翼受到诸如灰尘、雨中的微粒或者昆虫的污染，则将失去良好的性能。对于风力机而言，污染将使它的性能随时间改变，比如风力机安装在有许多昆虫出没的地区。如果风力机安装在海岸附近，而风从海洋上吹过来，则盐粒将在风力机叶片上聚集，这时叶片使用的翼型如果对粗糙度敏感，那么风力机的输出功率将取决于风的方向。Fuglsang 和 Bak 已经描述了一些努力，为风力机的使用设计专门的翼型，这时对粗糙度的不敏感是设计目标之一[2]。

为了计算风力机的输出功率，需要叶片展向上使用的各剖面处翼型的 $C_l(\alpha,Re)$ 和 $C_d(\alpha,Re)$ 数据，可以通过测量或者采用先进的数值软件计算来得到。但是，由于失速以后流动变得不稳定并且又是三维的，很难获得大攻角情况时的可靠数据。在风力机中，非常大的攻角情况确实可能局部存在，因此也有必要将这些可获得的数据外推

到大攻角状态。

参考文献

[1] Abbot, H. and von Doenhoff, A. E. (1959) *Theory of Wing Sections*, Dover Publications, New York

[2] Fuglsang, P. and Bak, C. (2003) 'Status of the Risoe Wind Turbine Aerofoils', presented at the European Wind Energy Conference, EWEA, Madrid, 16 - 19 June

[3] Prandtl, L. and Tietjens, O. G. (1957) *Applied Hydro and Aeromechanics*, Dover Publications, New York

[4] Schlichting, H. (1968) *Boundary-Layer Theory*, McGraw-Hill, New York

[5] White, F. M. (1991) *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York

3 三维空气动力学

本章定性地描述了流经三维（3－D）机翼的流动和展向升力分布是如何改变上游流动，因此也就改变局部攻角的。使用不同的教材，例如 Milne-Thomson 编写的教材中描述的基本旋涡理论[5]。由于该理论没有直接应用于随后将导出的叶素动量方法中，这里只作非常简要的介绍。对只具备有限的旋涡理论知识的读者而言，本章内容就非常抽象，但是希望能定性地理解一些基本的结论。

3.1 流经机翼流动的描述

机翼是由翼型作为其剖面组成的长度一定的梁，这样上表面和下表面之间的压力差就产生了升力。在机翼的梢部气流有泄漏，气流围绕梢部从下表面流向上表面。流过机翼上面的流线因此将向内偏斜，而流过机翼下面的流线因此将向外偏斜。这样，在后缘处的切向速度有一个阶跃，如图 3.1 和图 3.2 所示。

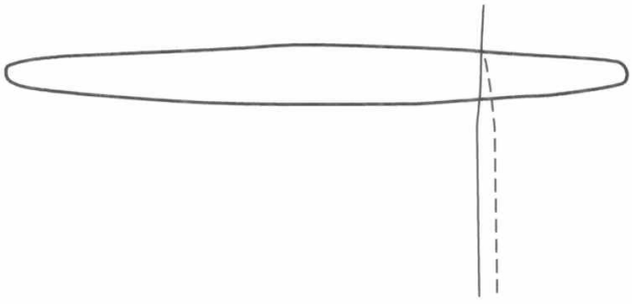


图 3.1 流经机翼上下表面的流线

注：此处是从吸力面观察机翼。流经吸力面上面的流线（实线）向内偏斜而流经下面的流线（虚线）向外偏斜。

由于这类阶跃，机翼之后的尾迹中就有连续的涡流层。这种涡流层就称为自由涡。

在传统的有关理论空气动力学的文献中，例如 Milne-Thomson 先生的著作中[5]，已经说明了针对小攻角情况，可以用强度为 Γ 的涡

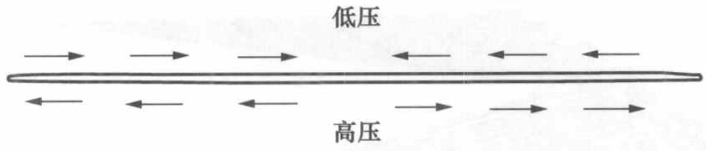


图 3.2　从机翼后观察速度向量

注：可以看到，由于梢部气流的泄漏，切向速度有一个阶跃。

流流线来模拟流经翼型的流动。这是由于小攻角时的流动主要是非黏性的，取决于线性拉普拉斯方程。而且针对这种情况可以使用解析的方法通过库塔—儒可夫斯基方程给出升力的表达式：

$$\boldsymbol{L}=\rho \boldsymbol{v}_{\infty} \times \boldsymbol{\Gamma} \tag{3.1}$$

3.2　传统升力线方法的背景

这样翼型可以使用一个强度为 $\boldsymbol{\Gamma}$ 的涡流流线来替代。因此，在小攻角情况下，由三维机翼产生的升力可以通过在机翼的展向布置的一系列涡流流线，即附体涡流来模拟。根据赫姆霍兹定理，涡流流线不能在流体内部终止，它要么终止于边界，要么形成封闭曲线[5]。一个完整的机翼可以通过一系列涡流流线 $\boldsymbol{\Gamma}_i(i=1,2,3,4,\cdots)$ 来模拟，而这些涡流流线的朝向如图 3.3 所示。

在实际流动中，后缘涡将绕更强的翼梢旋涡卷起，而旋涡系看起来更像图 3.4 所示。

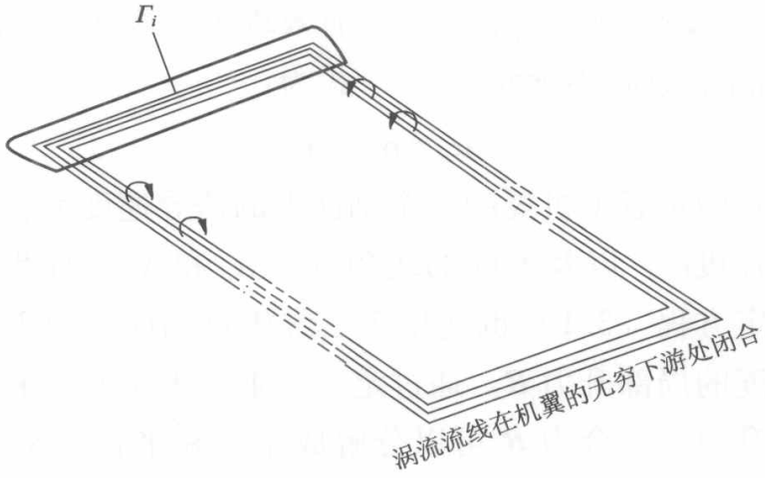


图 3.3　机翼上旋涡系的简化模型

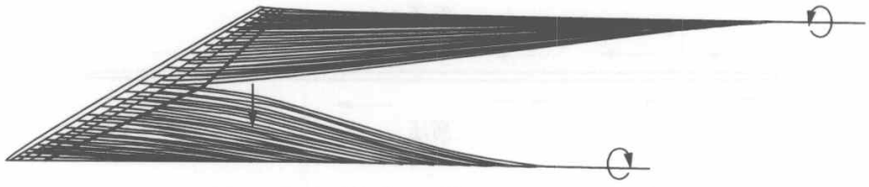


图 3.4　实际机翼上的旋涡系

如图 3.3 所示的基于离散涡的模型称为升力线理论，可以参考 Schlichting 和 Truckenbrodt 的著作中对此进行的完整描述[6]。机翼上的涡流即附体涡流模拟升力，而后缘涡流即自由涡模拟产生于机翼的三维特性的涡流层。通过比奥—萨伐尔定律，自由涡在机翼的任何展向位置导致一个向下的速度分量。对一个强度为 $\boldsymbol{\Gamma}$ 的涡流流线，在点 p 处的诱导速度为（请参考图 3.5）：

$$\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{\Gamma}}{4\pi}\oint \frac{\boldsymbol{r} \times \mathrm{d}\boldsymbol{s}}{|\boldsymbol{r}^3|} \tag{3.2}$$

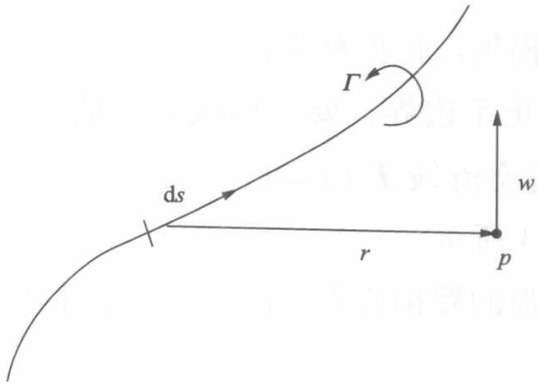


图 3.5　来自于强度为 $\boldsymbol{\Gamma}$ 的涡流流线的诱导速度

在机翼的一个剖面处的所有涡导致的整个诱导速度就是熟知的气流下洗，在此剖面处的局部攻角因此减少 α_i，因为相对速度是无穷远来流风速 $\boldsymbol{v}_\infty$ 和诱导速度 $\boldsymbol{w}$ 的向量和。此处 α_g、α_i 和 α_e 分别表示几何攻角、诱导攻角和有效攻角。这样有效攻角的表达式为：

$$\alpha_e = \alpha_g - \alpha_i \tag{3.3}$$

在图 3.6 中示意了机翼的一个剖面上的诱导速度 $\boldsymbol{w}$、无穷来流速度 $\boldsymbol{v}_\infty$ 和有效速度 $\boldsymbol{v}_e$，以及不同的攻角 α_g、α_i 和 α_e。如果使用有效速度概念，假定方程（3.1）也适用于三维机翼剖面。图 3.6 显示了垂直于相对速度的局部升力 $\boldsymbol{R}$。通过定义，垂直于无穷远来流速度 $\boldsymbol{v}_\infty$ 的力就是整体升力，而合力 $\boldsymbol{R}$ 可以分解成垂直和平行于来流 $\boldsymbol{v}_\infty$ 的两个分量。前一个分量就是升力，用 $\boldsymbol{L}$ 表示；后一个分量是阻力，用诱导阻力 $\boldsymbol{D}_i$ 表示。在机翼的梢部，诱导速度到达某一数值，刚好保证

升力为零。

这样就可以得到一个重要的结论：

在相同的几何攻角情况下，三维机翼的升力比二维机翼的升力要减少，而局部升力在来流方向有一个分量，这个分量就是熟知的诱导阻力。这两种效应都要归因于三维机翼的旋涡系所导致的气流下洗。

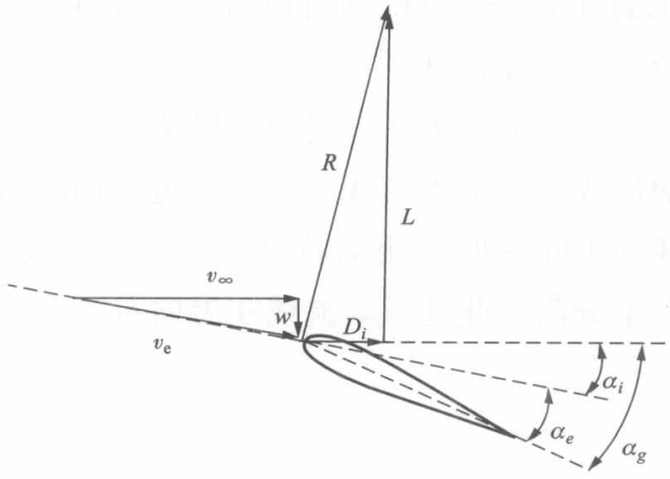


图 3.6　机翼剖面上的有效攻角，以及合力 $\boldsymbol{R}$、升力 $\boldsymbol{L}$ 和诱导阻力 $\boldsymbol{D}_i$

在升力线理论中，假定三维特性方面仅仅考虑气流下洗因素，即与翼型平面内的流动比较，叶片展向的流动速度仍然较小，这样，如果对几何攻角进行气流下洗因素修正，就可以在局部使用二维数据。这种假定对较长的流线型机翼，比如滑翔机或者风力机，是合理的。能定量地确定涡流有关值以及随后的诱导速度的一种方法是对普朗特积分方程求得 Multhopp 解。关于这种方法，比如 Schlichting 和 Truckenbrodt 在他们的著作中进行了全面的介绍[6]，这里就不再说明了，但是重要的是要理解，由三维机翼产生的旋涡系改变了机翼所遇到的局部入流条件，即虽然流动而言是局部二维的，当估计机翼上的各种力时不能使用几何攻角概念。在早期的推进器理论中就有这种误差，那时人们认为测量和计算性能之间的这种差异是由于采用错误的二维翼型数据导致的。在一个旋转的叶片上，失速以后已经分离的边界层中，科里奥利力和离心力扮演着非常重要的作用。在已经分离的边界层中，与离心力比较，速度以及动量相对较小，而这种离心力使流体沿叶片展向向叶片的梢部流动。当流体沿径向朝叶片梢部移动时，科里奥利力指向后缘，其作用是产生正向压力梯度。离心力和科里奥利力的效果是改变失速以后的二维翼型数据。需要拥有许

多工程技巧和经验构建那些失速后的数据——比如计算高风速时风力机的性能——以得到可以接受的结果（参考 Snel 和 Chaviaropoulos 以及 Hansen 的著作[1,7]）。

图 3.7 示意出在一定的高风速作用下，现代风力机叶片上的计算极限流线[2]。极限流线是非常接近表面的流型。图 3.7 还示意出，当风速为 10m/s 时，流动就是附着在这个特定叶片的外部，而在内部则发生分离，此处极限流线在展向有一个分量。

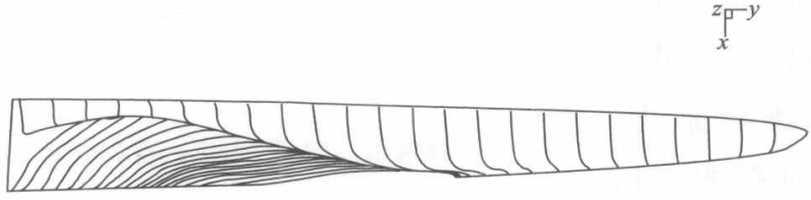


图 3.7　在一定的高风速作用下现代风力机叶片上的计算极限流线

3.3　风力机后的旋涡系

水平轴风力机的风轮是由一些其形状就像机翼那样的叶片组成。如果在距离旋转轴的径向距离为 r 作如图 3.8 所示的环形切割，就可以观察到如图 3.9 所示的一系列翼型。

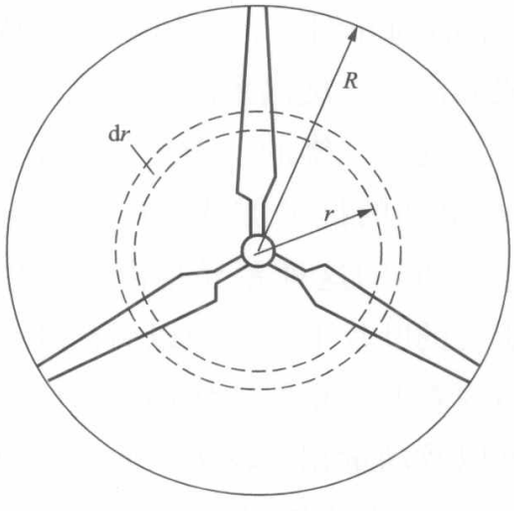


图 3.8　风轮半径为 R 的三叶片风力机的风轮

局部攻角 α 通过翼型的桨距角 θ、风轮平面处的轴向速度 v_a 以及旋转速度 v_{rot} 表示为（参见图 3.9）：

$$\alpha = \phi - \theta \qquad (3.4)$$

此处入流角 ϕ 可以通过下式求得：

$$\tan\phi = \frac{v_a}{v_{rot}} \qquad (3.5)$$

由于水平轴风力机由旋转叶片组成，因此一定存在与平

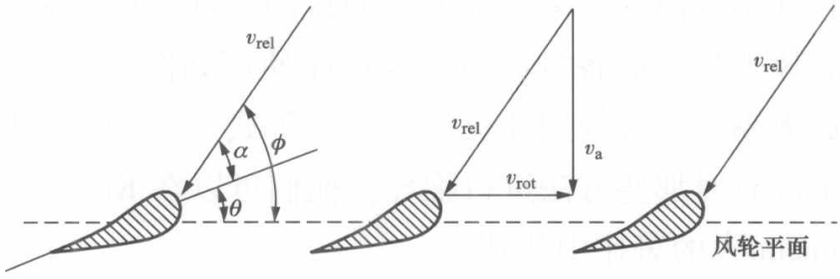


图 3.9 在风力机风轮上的径向切割，
以显示不同 r/R 位置处的翼型

动机翼类似的旋涡系。自由涡的涡流层在风轮之后呈螺旋线分布。叶尖的强涡流位于风轮尾迹的边缘，而叶根涡流主要位于风轮旋转轴的线性路径上，如图 3.10 所示（来源得到 Wilson 和 Lissaman 的允许[8]）。

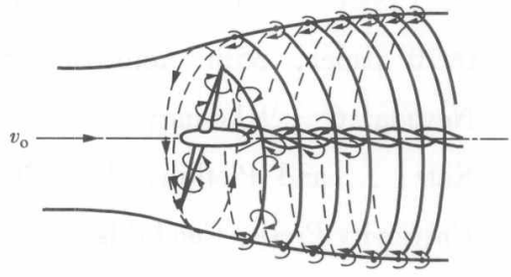


图 3.10 风力机后的旋涡系示意

风力机的旋涡系在风的反方向引起一个轴向速度分量，在风轮叶片旋转的反方向引起一个切向速度分量。轴向诱导速度可以通过表现为 av_0 的轴向诱导因子 a 来确定，此处 v_0 是未受干扰风速即来流速度。风轮尾流中的切向诱导速度可以通过表现为 $2a'\omega r$ 的切向诱导因子 a' 来确定。由于风轮上游的气流不旋转，因此，风轮平面内的切向诱导速度大致是 $a'\omega r$。此处 ω 代表风轮的转动速度，而 r 是与转动轴的径向距离。如果 a 和 a' 已知，那么可以通过方程（3.4）和方程（3.5）求得二维等效攻角，此处：

$$v_a = (1-a)v_o \tag{3.6}$$

并且：

$$v_{rot} = (1+a')\omega r \tag{3.7}$$

更进一步，如果沿叶片展向所使用的翼型的升力系数 $C_l(\alpha)$ 和阻力系数 $C_d(\alpha)$ 都已知，那么就容易计算力的分布。整体载荷，比如功率输出和叶片根部的弯矩，可以通过沿展向对这种分布进行积分求

得。随后将详细导出的叶素动量方法的目的是计算诱导因子 a 和 a'，并据此计算风力机上的各种载荷。也可能使用如图 3.10 所示的旋涡方法构建旋涡系，并且使用比奥—萨伐尔等式（3.2）来计算诱导速度。本书中没有对那些方法进行推导，他们可以在 Katz 和 Plotkin[3]，或者 Leishmann[4] 的著作中找到。

参 考 文 献

[1] Chaviaropoulos, P. K. and Hansen, M. O. L. (2000) 'Investigating Three-dimensional and Rotational Effects on Wind Turbine Blades by Means of a Quasi-3D Navier-Stokes Solver', *Journal of Fluids Engineering*, Vol 122, pp330 - 336

[2] Hansen, M. O. L, Sorensen, J. N., Michelsen, J. A. and Sorensen, N. N. (1997) 'A Global Navier-Stokes Rotor Prediction Model', AIAA 97 - 0970 paper, 35th Aerospace Sciences Meeting and Exhibition, Reno, Nevada, 6 - 9 January

[3] Katz, J. and Plotkin, A. (2001) *Low-Speed Aerodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge

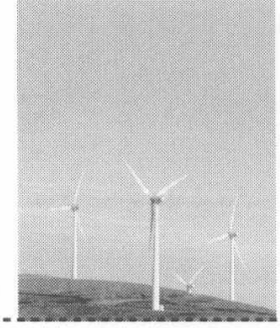
[4] Leishmann, J. G. (2006) *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge

[5] Milne-Thomson, L. M. (1952) *Theoretical Aerodynamics*, Macmillan, London

[6] Schlichting, H. and Truckenbrodt, E. (1959) *Aerodynamik des Flugzeuges*, Springer-Verlag, Berlin

[7] Snel, H., Houwink, B., Bosschers, J., Piers, W. J., van Bussel, G. J. W. and Bruining, A. (1993) 'Sectional Prediction of 3 - D Effects for Stalled Flow on Rotating Blades and Comparison with Measurements', in *Proceedings of European Community Wind Energy Conference* 1993, H. S. Stephens & Associates, Travemunde, pp 395 - 399

[8] Wilson, R. E. and Lissaman, P. B. S. (1974) *Applied Aerodynamics of Wind Power Machines*, Technical Report NSF - RA - N - 74 - 113, Oregon State University



4 理想风力机的动量理论

4.1 一维动量理论

在导出叶素动量方法之前，考察一下理想风轮的简单的一维模型是有用处的。风力机吸收风中的动能并转换成为机械能。在这种简单的一维模型中风轮是一个可穿透的轮盘。如果流动过程没有摩擦，并且尾迹中没有旋转速度分量，则认为轮盘是理想的。后一种条件可以通过运用两个反向旋转的转子，或者一个静子来获得。风轮轮盘的作用就如同一台阻力设备，它将风轮无穷远上游的风速$\boldsymbol{v}_0$，降低到风轮平面处的u，再降低到尾流中的u_1。因此，流线经过风轮时，必然如图4.1所示的那样扩散。阻力是由于风轮上的压力降产生的。紧靠风轮的上游，压力从大气压力水平p_0稍有上升，变化到p；之后在风轮上有一个不连续的压力降Δp。在风轮的下游，压力经过连续的增加恢复到大气压力水平。由于马赫数较小，这样空气密度几乎不变，因此轴向速度一定连续地从$\boldsymbol{v}_0$下降到u_1。压力和轴向速度的变化特性如图4.1所示。

使用了理想风轮的假设后，就有可能导出诸速度$\boldsymbol{v}_0$、u_1、u，以及推力T和吸收的轴功率P之间的关系式。推力是作用于风的流动方向的力，产生于风轮上的压力降，用来使风速从$\boldsymbol{v}_0$减少到u_1：

$$T = \Delta pA \tag{4.1}$$

此处$A = \pi R^2$是风轮的扫掠面积。流动过程是稳定的，并且不可压缩和无摩擦，在风轮的上游和下游也没有外力作用在流体上。因此，从无穷远来流到风轮的正前端以及从风轮的正后端到尾流后的无穷远处适用于伯努利方程（请参见附录A）：

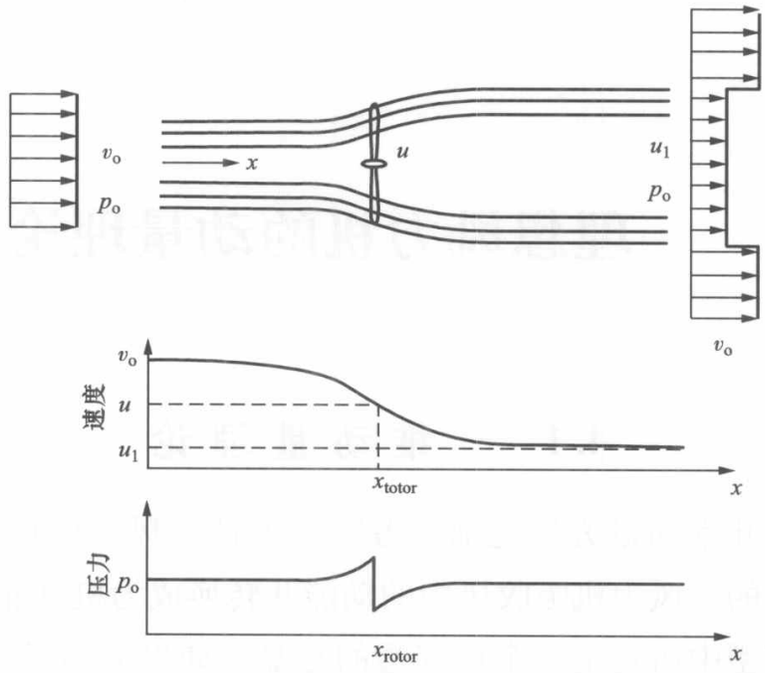


图 4.1　经过风轮后的流线以及风轮前后气流中的轴向速度和压力示意

$$p_o + \frac{1}{2}\rho v_o^2 = p + \frac{1}{2}\rho u^2 \tag{4.2}$$

$$p - \Delta p + \frac{1}{2}\rho u^2 = p_o + \frac{1}{2}\rho u_1^2 \tag{4.3}$$

联立方程（4.2）和方程（4.3）得到：

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(v_o^2 - u_1^2) \tag{4.4}$$

将积分形式的轴向动量方程（请参见附录 A）应用到横截面积为 A_{cv}，即图 4.2 中虚线所示的环形控制体积，得到：

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{cv}\rho u(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \iint_{cs}u(x,y,z)\rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{A} = F_{ext} + F_{pres} \tag{4.5}$$

$\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ 是一个向量，其方向垂直于控制体积表面的微元并向外，其长度等于该微元的面积。F_{pres} 是作用在控制体积上的压力的轴向分量。由于假定流动是稳定的，所以方程（4.5）中的第一项为零；而由于作用在风轮两端表面的均为大气压力并且面积也相同，所以方程（4.5）中的最后一项也为零。另外，在如图 4.2 所示的控制体积

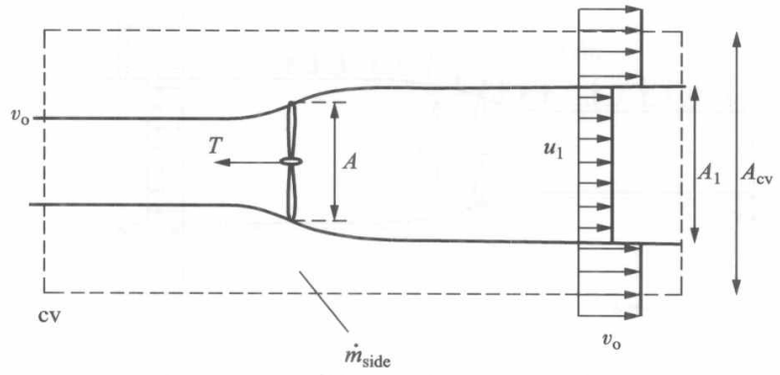


图 4.2 包含风力机的环形控制体积

的外侧边界上，由于压力而产生的力没有轴向分量。

使用理想风轮的简化假设，方程（4.5）变成：

$$\rho u_1^2 A_1 + \rho v_o^2 (A_{cv} - A_1) + \dot{m}_{side} v_o - \rho v_o^2 A_{cv} = -T \tag{4.6}$$

从质量守恒可以求得 $\dot{m}_{side}$：

$$\rho A_1 u_1 + \rho (A_{cv} - A_1) v_o + \dot{m}_{side} = \rho A_{cv} v_o \tag{4.7}$$

由此得到：

$$\dot{m}_{side} = \rho A_1 (v_o - u_1) \tag{4.8}$$

通过质量守恒也可以得到 A 和 A_1 的关系式：

$$\dot{m} = \rho u A = \rho u_1 A_1 \tag{4.9}$$

联立方程（4.8）、方程（4.9）和方程（4.6）得到：

$$T = \rho u A (v_o - u_1) = \dot{m} (v_o - u_1) \tag{4.10}$$

如果推力采用方程（4.1）形式那样以风轮上的压力降来代替，并使用方程（4.4）中的压力降，则可以得到一个有趣的结果：

$$u = \frac{1}{2}(v_o + u_1) \tag{4.11}$$

因此可以看出，风轮平面内的速度是风速 v_0 和尾流中的最终速度 u_1 的算术平均值。

图 4.2 的控制体积的替代方案已经显示在图 4.3 中。

由于沿着该控制体积外侧壁的压力分布 $F_{press,lateral}$ 而形成的力未知，因此净压力分布 F_{pres} 也未知。在这个控制体积的替代方案中，由于外侧边界与流线一致，因此没有质量流量通过外侧边界。轴向动量

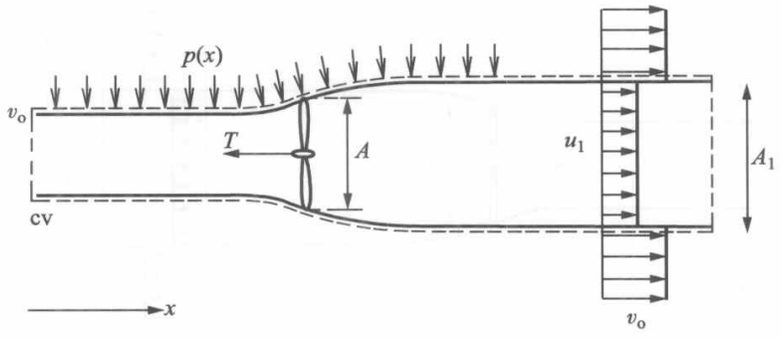


图 4.3　绕风力机控制体积的替代方案

方程（4.5）变成：

$$T=\rho uA(v_o-u_1)+F_{pres} \tag{4.12}$$

无论使用图 4.2 中的控制体积，还是使用图 4.3 中的控制体积，由于物理问题是相同的，经过比较方程（4.10）和方程（4.12）可以看出，沿流线方向的控制体积上的净压力为零。

假定流动过程不存在摩擦，因此从进口到出口内能没有变化，通过使用如图 4.3 所示的控制体积上的内能表达式可以求得轴功率 P 为：

$$P=\dot{m}\left(\frac{1}{2}v_o^2+\frac{p_o}{\rho}-\frac{1}{2}u_1^2+\frac{p_o}{\rho}\right) \tag{4.13}$$

并且，由于 $\dot{m}=\rho uA$，关于轴功率 P 的等式变为：

$$P=\frac{1}{2}\rho uA(v_o^2-u_1^2) \tag{4.14}$$

轴向诱导因子 a 定义为：

$$u=(1-a)v_o \tag{4.15}$$

将方程（4.15）和方程（4.11）联立，得到：

$$u_1=(1-2a)v_o \tag{4.16}$$

将上式代入有关功率 P 的方程（4.14）和有关推力 T 的方程（4.10），得到：

$$P=2\rho v_o^3a(1-a)^2A \tag{4.17}$$

$$T=2\rho v_o^2a(1-a)A \tag{4.18}$$

横截面积等于风轮扫掠面积 A 上可以获得的功率为：

$$P_{\text{avail}} = \frac{1}{2}\rho A v_{\text{o}}^3 \tag{4.19}$$

经常将功率 P 对功率 P_{avail} 进行无量纲化，得到功率系数 C_p：

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho v_{\text{o}}^3 A} \tag{4.20}$$

同样地，推力系数 C_T 也可以定义为：

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho v_{\text{o}}^2 A} \tag{4.21}$$

利用方程（4.17）和方程（4.18），一维理想风力机的功率系数和推力系数可以表示为：

$$C_p = 4a(1-a)^2 \tag{4.22}$$

$$C_T = 4a(1-a) \tag{4.23}$$

将 C_p 的表达式即方程（4.22）对 a 进行微分，得到：

$$\frac{\mathrm{d}C_p}{\mathrm{d}a} = 4(1-a)\times(1-3a) \tag{4.24}$$

容易看出，当 $a = 1/3$ 时，$C_{p,\max} = 16/27$。方程（4.22）和方程（4.23）如图 4.4 所示。对理想水平轴风力机而言，功率系数的理论最大值就是熟知的贝兹极限。

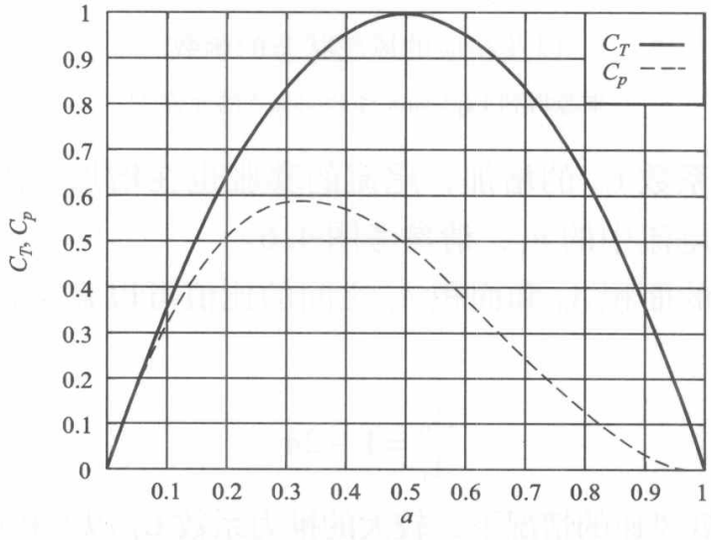


图 4.4 理想水平轴风力机的功率系数 C_p 和推力系数 C_T 是轴向诱导因子 a 的函数

诸多实验已经表明，只有当轴向诱导因子 a 之值小于 0.4 时，得到方程（4.23）的有关理想风力机的假设是适用的，这可以从图 4.5 看出。该图显示，针对不同的风轮状态，推力系数 C_T 的实验值是轴向诱导因子 a 的函数。如果动量理论适用于轴向诱导因子 a 的较大值，那么尾流中的速度将变为负值，这可以从方程（4.16）轻易地看出来。

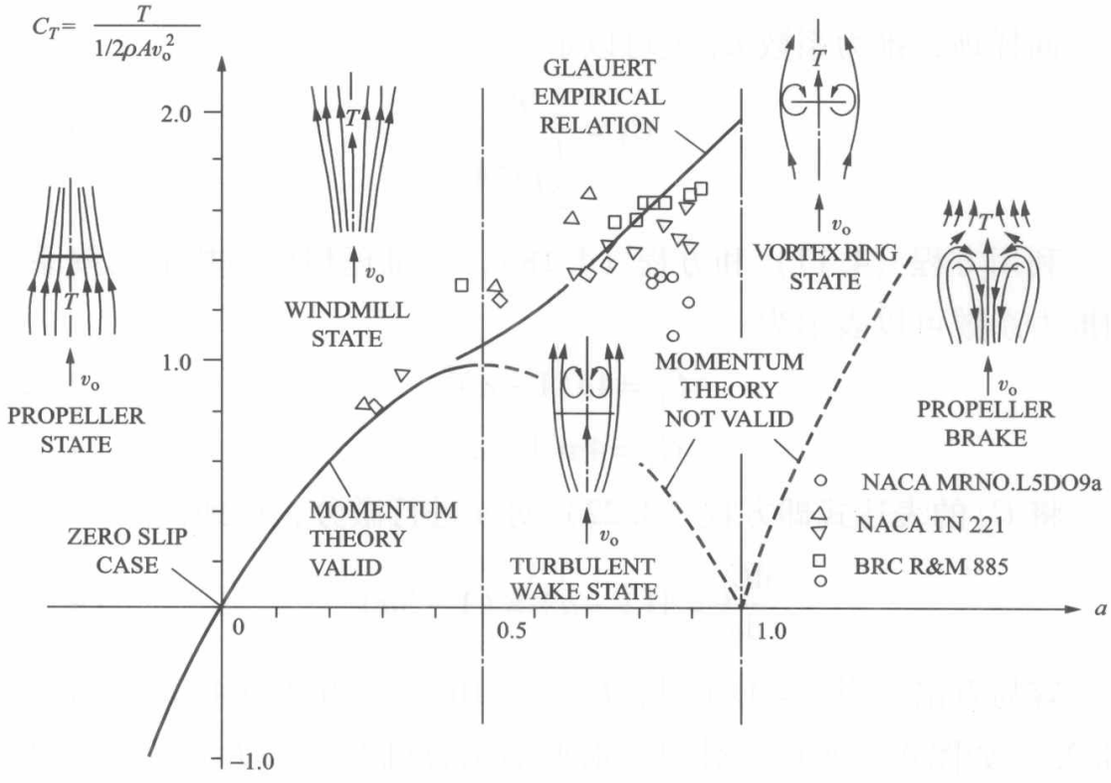


图 4.5　推力系数 C_T 的测量值是轴向诱导因子 a 以及相应的风轮状态的函数

来源得到 Eggleston 和 Stoddard 的允许[1]

随着推力系数 C_T 的增加，尾流的膨胀也在增加，因此流速将从 v_o 阶跃变化到尾流中的 u_1，请参考图 4.6。

图 4.6 中的面积 A_0 和面积 A_1 之间的比值可以直接通过连续性方程得到：

$$\frac{A_0}{A_1} = 1 - 2a \tag{4.25}$$

风力机在低风速的情况下，较大的推力系数 C_T 以及相应较大的轴向诱导因子 a 的情况可能会出现。当轴向诱导因子 a 大于大约 0.4 时简单的动量理论不适用，原因在于当速度阶跃 $v_o - u_1$ 太大并且已经形成将动

量从外层流动输送到尾流中的旋涡时，尾流边缘的自由剪切层不再稳定。这种情形称为湍流—尾流状态，如图 4.5 和图 4.7 所示。

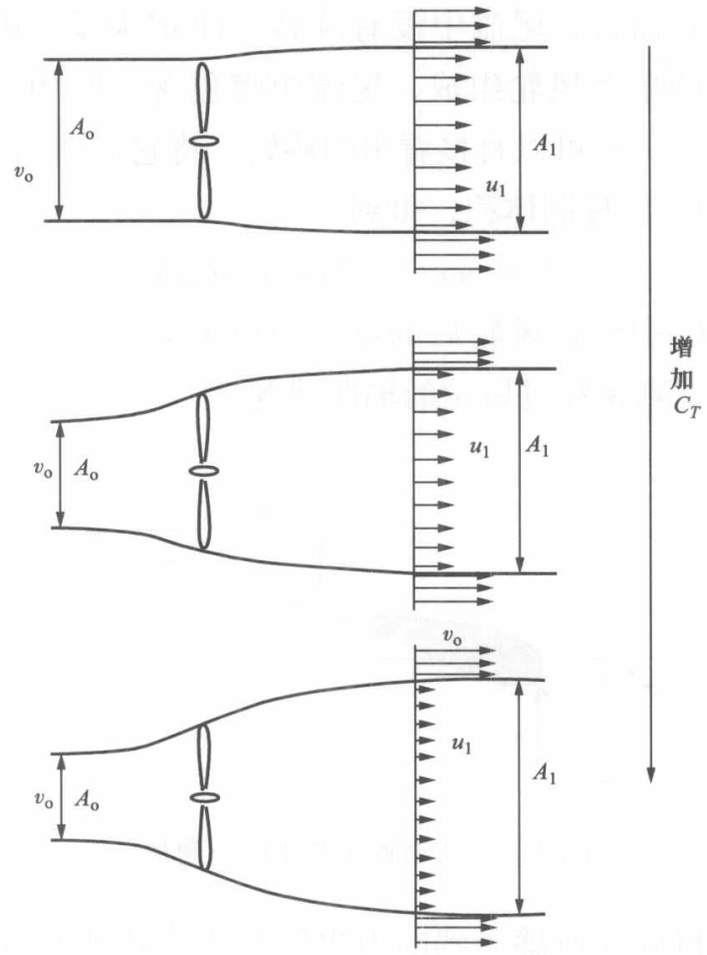


图 4.6　理想风力机的一维模型中的尾流的膨胀和尾流中速度的阶跃变化

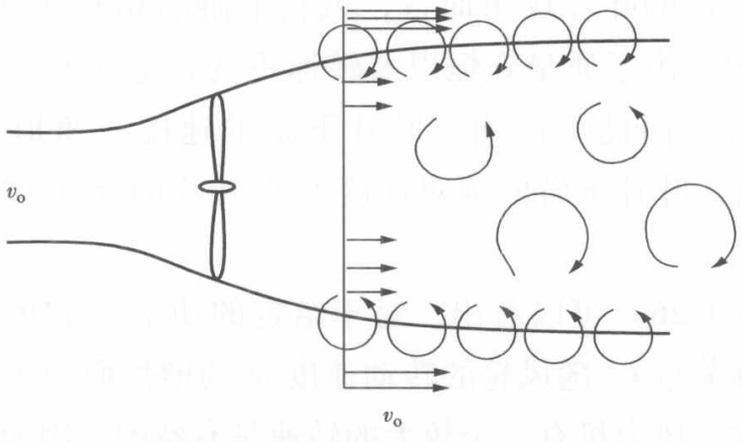


图 4.7　由于尾流边缘的不稳定剪切流动导致的湍流—尾流状态示意

4.2 旋转效应以及减少由于尾流旋转引起的损失

对理想风轮而言，尾流中没有旋转，即 a' 为零。因为现代风力机由没有静子的单个风轮组成，尾流中将包含一些如欧拉透平方程中（请参见附录 A）可以直接看出的旋转，将它运用到如图 4.8 所示的厚度为 dr 的微元控制体积，得到：

$$\mathrm{d}P = \dot{m}\omega r C_\theta = 2\pi r^2 \rho u \omega C_\theta \mathrm{d}r \tag{4.26}$$

在这里，C_θ 是经过风轮后的绝对速度 $\boldsymbol{C}$ = （C_r，C_θ，C_a）的方位角分量，而 u 则是穿过风轮的轴向速度。

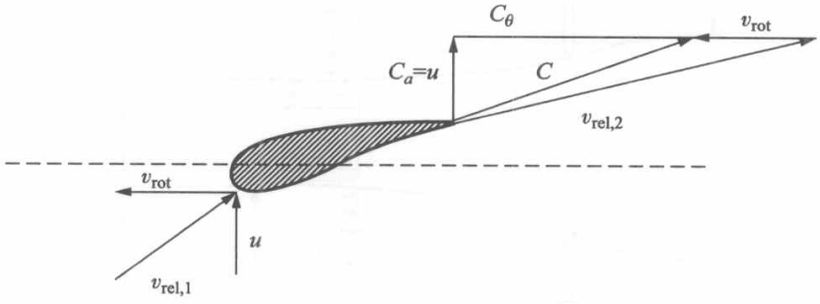


图 4.8 风轮截面的速度三角形

由于风力机叶片所感受到的力也同时为来流所感受，但是符号相反，风力机处的气流将与叶片转动的反向旋转。这也可以使用图 4.8 说明，叶片上游的相对速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel},1}$由轴向速度 u 和转动速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{rot}}$合成。对中等程度的叶片攻角而言，风轮下游的相对速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel},2}$则近似沿着后缘方向。由于质量守恒以及转速不变，绝对速度的轴向分量 C_a 等于速度 u。由此可以确定叶片下游的速度三角形，并且从图 4.8 可以看出，叶片下游的绝对速度 C 在叶片的反向有一个切向分量 C_θ。

从方程（4.26）可以看出，对于给定的功率 P 和风速，尾流中的方位角速度分量 C_θ 随风轮的转动速度 ω 的增加而减少。因此从效率的观点来看，风力机有一个较大的转速是有益的，因为这将使包含在旋转尾流中的动能损失最小。如果我们能回忆起通过风轮的轴向速度由方程（4.15）中的轴向诱导因子 a 给出，因而尾流中的转动

速度由切向诱导因子 a' 给出为：

$$C_\theta = 2a'\omega r \tag{4.27}$$

方程（4.26）可以写成：

$$\mathrm{d}P = 4\pi\rho\omega^2 v_\infty a'(1-a)r^3\mathrm{d}r \tag{4.28}$$

从 0 到 R 对 $\mathrm{d}P$ 进行积分就可以得到整个功率为：

$$P = 4\pi\rho\omega^2 v_\infty \int_0^R a'(1-a)r^3\mathrm{d}r \tag{4.29}$$

或者，其无量纲化形式为：

$$C_p = \frac{8}{\lambda^2}\int_0^\lambda a'(1-a)x^3\mathrm{d}x \tag{4.30}$$

此处 $\lambda = \omega R/v_0$ 是叶尖速比；而 $x = \omega r/v_\infty$，是在半径 r 处局部转速对风速 v_∞ 的无量纲形式。从方程（4.29）和方程（4.30）可以清楚地看出，为了优化功率，需要对下述表达式求最大值：

$$f(a,a') = a'(1-a) \tag{4.31}$$

如果局部攻角处于失速区之下，而根据势流理论，反作用力垂直于叶片所观察到的局部速度，则轴向诱导因子 a 和切向诱导因子 a' 不是相互独立的，这正如方程（3.1）所示。整个诱导速度 w 必然同力的方向相同，因此也垂直于局部速度。这样轴向诱导因子 a 和切向诱导因子 a' 之间将存在下述关系式：

$$x^2 a'(1+a') = a(1-a) \tag{4.32}$$

方程（4.32）可以直接从图 4.9 中导出，因为：

$$\tan\phi = \frac{a'\omega r}{a v_\infty} \tag{4.33}$$

并且：

$$\tan\phi = \frac{(1-a)v_\infty}{(1+a')\omega r} \tag{4.34}$$

$x = \omega r/v_\infty$ 表示局部转速与风速之间的比值。

当局部攻角处于失速区之下，轴向诱导因子 a 和切向诱导因子 a' 通过方程（4.32）发生联系，因此最优化问题就是将方程（4.31）最大化并且同时还满足方程（4.32）。由于切向诱导因子 a' 是轴向诱导因子 a 的函数，当 $\mathrm{d}f/\mathrm{d}a = 0$ 时，方程（4.31）取最大

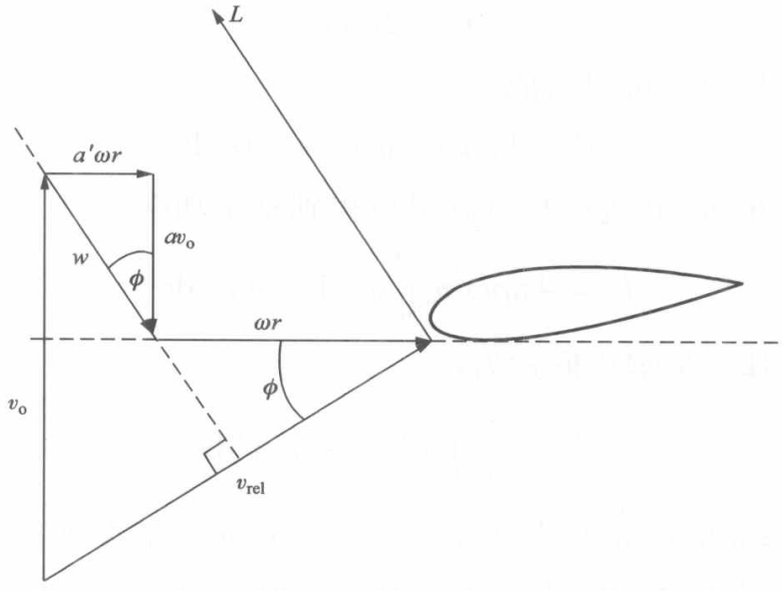


图 4.9　显示叶片截面诱导速度的速度三角形

注：在小攻角情况下，整个诱导速度 w 垂直于相对速度。

值，这样：

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}a}=(1-a)\frac{\mathrm{d}a'}{\mathrm{d}a}-a'=0 \tag{4.35}$$

方程（4.35）可以简化为：

$$(1-a)\frac{\mathrm{d}a'}{\mathrm{d}a}=a' \tag{4.36}$$

将方程（4.32）对 a 进行微分，得到：

$$(1+2a')\frac{\mathrm{d}a'}{\mathrm{d}a}x^2=1-2a \tag{4.37}$$

如果方程（4.36）和方程（4.37）与方程（4.32）联立，那么 a 和 a'之间的最优关系式变为：

$$a'=\frac{1-3a}{4a-1} \tag{4.38}$$

现在可以计算显示 a、a'和 x 之间的相互关系的表格。对于特定的 a，a'通过方程（4.38）求出，然后 x 通过方程（4.32）求出。

可以看出，当转速 ω 增加，也就是 $x=\omega r/v_0$增加时，a 的最优值趋向 1/3，这与理想风轮的简单动量理论是一致的。使用表 4.1 中的

数值，对方程（4.30）进行积分就可以求得最优功率系数 C_p。针对不同的叶尖速比 $\lambda = \omega R/v_0$，葛劳渥特已经进行了计算[1]。葛劳渥特将这个已经计算的最优功率系数与贝兹极限 16/27，也就是当尾流中的转速为零（即 $a' = 0$）时的导出结果进行了比较，请参见表 4.2。图 4.10 对表 4.2 进行了绘制，可以看出，当叶尖速比大于 6 时，由于旋转导致的损失较小。

表 4.1　　a、a'和 x 之间的数字关系

a	a'	x	a	a'	x
0.26	5.5	0.073	0.31	0.292	0.753
0.27	2.375	0.157	0.32	0.143	1.15
0.28	1.333	0.255	0.33	0.031	2.63
0.29	0.812	0.374	0.333	0.003 01	8.58
0.30	0.500	0.529			

表 4.2　考虑尾流旋转时计算的最优功率系数同贝兹极限的比较

$\lambda = \omega R/v_0$	$27C_p/16$	$\lambda = \omega R/v_0$	$27C_p/16$
0.5	0.486	2.5	0.899
1.0	0.703	5.0	0.963
1.5	0.811	7.5	0.983
2.0	0.865	10.0	0.987

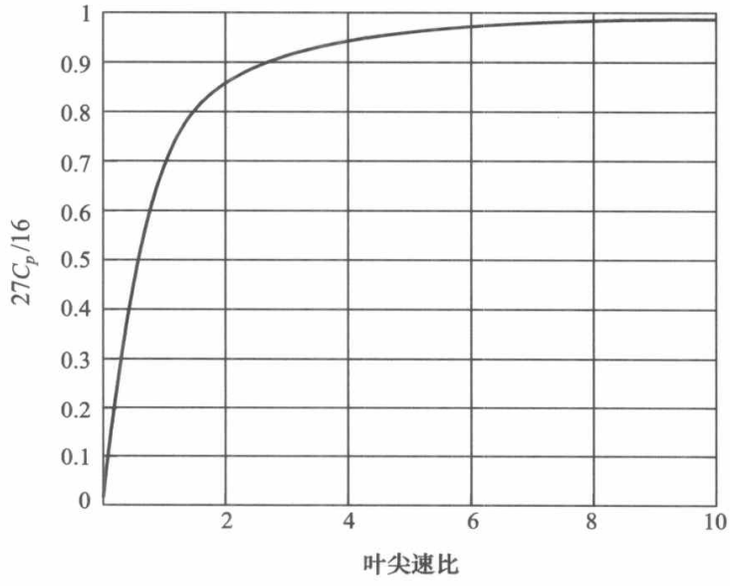


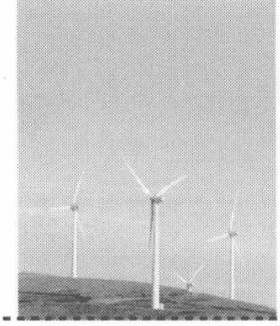
图 4.10　考虑尾流旋转时的最优风力机的效率

注：效率定义为包括尾流旋转的 C_p 与贝兹极限 $C_{p,\text{optimum}} = 16/27$ 的比值。

参考文献

[1] Eggleston and Stoddard (1987) *Wind Turbine Engineering Design*, Van Nostrand Reinhold Company.

[2] Glauert, H. (1935) Airplane Propellers from *Aerodynamic Theory*, Vol. 4, Division L edited by Durand W. F., Julius Springer, pp. 169 - 360



5 闭式风轮

5.1 扩压管扩大的风力机

如果将风力机放到扩压管之内，则其风能利用系数有可能超过贝兹极限。如果扩压管的截面积的形状像一个翼型，流体流过扩压管时就会产生升力，这正如图 5.1 所示。

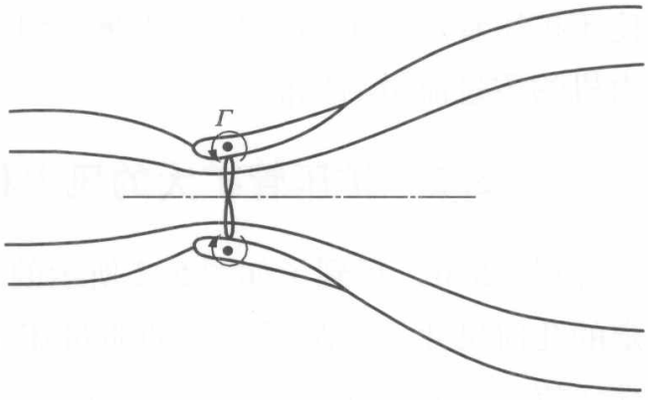


图 5.1　扩压管中的风力机内的理想流动

就像 de Vries 的有关著作中揭示的，这种升力的效果是产生环形涡[1]，该环形涡通过比奥—萨伐尔定律将产生一个速度，因而增加了通过风轮的质量流量。风轮平面内的轴向速度以 v_2 表示，而 ε 是放大系数，定义成 v_2 与风速 v_∞ 之比值，即 $\varepsilon = v_2/v_\infty$。对扩压管中的风轮的一维分析可以得到功率系数的下述表达式：

$$C_{p,d} = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^3 A} = \frac{T \cdot v_2}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 \frac{v_\infty}{v_2} v_2 A} = C_T \varepsilon \tag{5.1}$$

针对理想的独立风力机，即非闭式风力机，方程（4.22）和方程（4.23）适用，因此得到：

$$C_{p,b} = C_T(1-a) \tag{5.2}$$

将方程（5.1）和方程（5.2）联立，得到：

$$\frac{C_{p,d}}{C_{p,b}}=\frac{\varepsilon}{(1-a)} \tag{5.3}$$

而且，对于质量流量为 $\dot{m}_b$ 的独立风力机和质量流量为 $\dot{m}_d$ 的闭式风力机而言，下列方程适用：

$$\frac{\dot{m}_b}{\rho v_o A}=\frac{\rho(1-a)v_o A}{\rho v_o A}=1-a \tag{5.4}$$

$$\frac{\dot{m}_d}{\rho v_o A}=\frac{\rho v_2 A}{\rho v_o A}=\varepsilon \tag{5.5}$$

将方程（5.3）、方程（5.4）和方程（5.5）联立，得到：

$$\frac{C_{p,d}}{C_{p,b}}=\frac{\dot{m}_d}{\dot{m}_b} \tag{5.6}$$

方程（5.6）表明，对闭式风力机而言，其功率系数的相对增加正比于扩压管之中的风力机的质量流量与没有放置扩压管的相同的风力机的质量流量的比值。

5.2 扩压管扩大的风力机的 CFD 计算

方程（5.6）得到了如图 5.2 所示的 CFD 结果的验证，该图针对给定的几何尺寸，绘制了计算的质量流量比值 $\dot{m}_d/\dot{m}_b$ 随计算的功率系数比值 $C_{p,d}/C_{p,b}$ 的变化情况。该 CFD 分析是根据简单的几何形状进行的，如 Gilbert 和 Foreman 所建议的那样[2]，没有边界层泄气槽。计算中使用 266 240 个网格节点对扩压管进行模拟，其中 96 个网格节点位于扩压管翼型剖面边界上，并选择了一个对逆向压力梯度敏感的湍流模型，请参见 Hansen 等人的著作[3]。在风轮位置处确定一个等容积力对风轮进行模拟。

为了检验这种方法的有效性，在没有扩压管的情况下先进行了一些初步的计算，从说明推力系数和功率系数关系的图 5.3 中可以看出，与随后的理论表达式比较，这种方法能给出较好的结果。该理论表达式可以从方程（4.22）和方程（4.23）导出：

$$C_{p,b}=\frac{1}{2}C_T(1+\sqrt{1-C_T}) \tag{5.7}$$

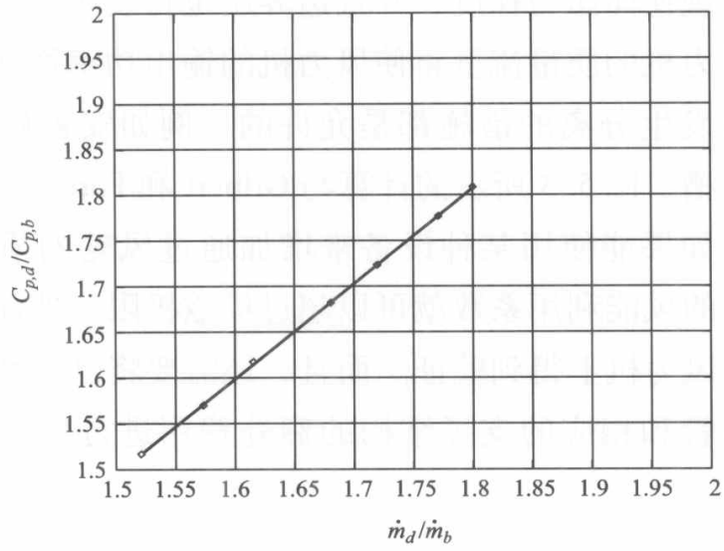


图 5.2 理想风力机和闭式风力机的计算质量流量比值 $\dot{m}_d/\dot{m}_b$ 随计算的功率系数比值 $C_{p,d}/C_{p,b}$ 的变化

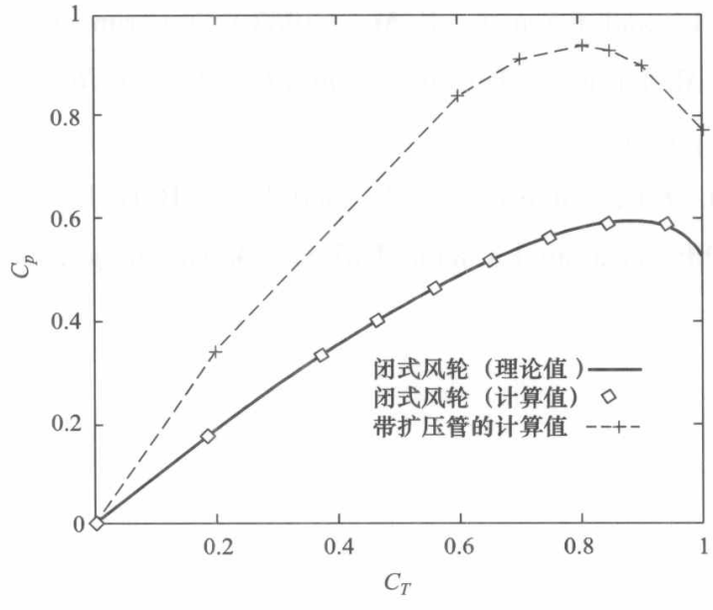


图 5.3 闭式风轮的计算功率系数是推力系数 C_T 的函数

注：此图还比较了非闭式风轮的功率系数的理论值与计算值。

从图 5.3 中还可以看到，闭式风力机的功率系数的计算值要大于非闭式风力机的贝兹极限。

计算结果取决于扩压管的实际的几何形状，即由扩压管产生的升力的大小。如果出口面积与扩压管的喉部面积的比值太大，扩压管

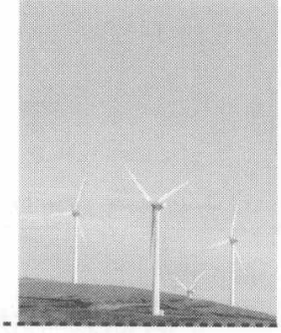
内的流动将出现逆向压力梯度，并且边界层也将发生分离。为了提高升力，增加风力机的质量流量将使风力机的输出功率增加，任何有助于防止边界层发生分离的措施都是允许的，例如安置旋涡发生器或者边界层泄气槽。图 5.3 所示的计算与 Gilbert 和 Foreman 的风洞测试结果表明[2]，如果能使用某种设备来增加通过风轮的质量流量，那么闭式风力机的风能利用系数就可以超过贝兹极限。然而，这仍将有待于在全尺寸风力机上得到验证。而且，还需要将已经增加的能量输出与建造扩压管和相应的支撑结构的额外费用进行比较，以确定这么做是否值得。

参 考 文 献

[1] de Vries, O. (1979) *Fluid Dynamic Aspects of Wind Energy Conversion*, AGARDograph No. 243

[2] Gilbert, B. L. and Foreman, K. M. (1983) 'Experiments With a Diffuser-Augmented Model Wind Turbine', *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 105, pp 46 – 53

[3] Hansen, M. O. L, Sorensen, N. N. and Flay, R. G. J. (2000) 'Effect of Placing a Diffuser around a Wind Turbine', *Wind* Energy, Vol. 3, pp 207 – 213



6 经典的叶素动量方法

为了理解叶素动量方法（Blade Element Momentum Method，简称BEM），到目前为止已经对所有的定义和必要的理论进行了介绍。本章将对葛劳渥特的经典的叶素动量模型进行说明[1]。有了这种模型之后，就可以计算在不同风速、转速和桨距角配置下的稳态载荷以及推力和功率。正如后面的一章所要显示的那样，为了计算在时变输入下的载荷的时间历程，必须增加一些工程模型。在一维动量理论中，没有考虑风轮的实际几何形状——即叶片数、叶片的扭转和截面弦长沿展向的分布以及所使用的翼型。叶素动量方法将动量理论与实际叶片上发生的局部情况结合了起来。将一维动量理论中介绍的流管离散成 N 个高度为 dr 的环形单元，如图6.1所示。这些单元的外侧边界由流线形成，即单元之间没有流动。

在叶素动量模型中，对环形单元作如下假设：

（1）径向性质相互独立，即在某个单元发生的情况不影响其他单元。

（2）每个环形单元中，叶片作用在流动上的力是定常的；该假设对应于叶片数无穷的风轮。

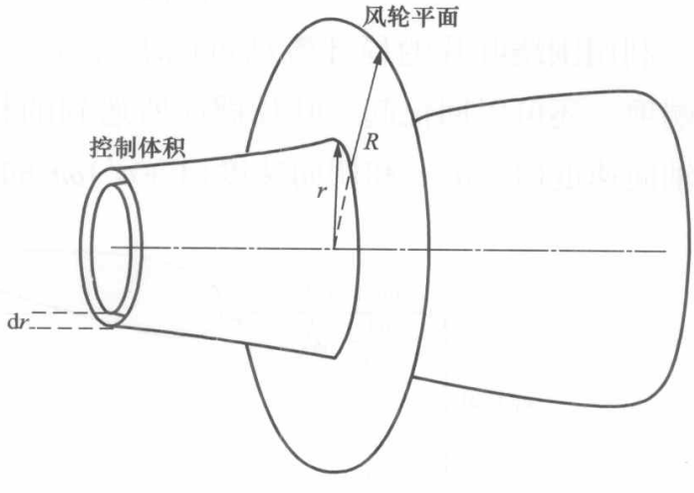


图6.1 叶素动量模型中有待使用的其形状像环形单元的控制体积

后面将引进熟知的普朗特叶尖损失因子来对假设（2）进行修正，以使进行的计算针对的是叶片数有限的风轮。

在前面涉及的有关一维动量理论的章节中已经证明，沿着包括尾流的弯曲流线的压力分布没有轴向力的分量。因此，图 6.1 中显示的环形控制体积也是这种假设情况。由于在风轮平面内的控制体积的横截面面积是 $2\pi r\mathrm{d}r$，通过积分动量方程可以求得轮盘作用在该控制体积上的推力为：

$$\mathrm{d}T = (v_0 - u_1)\,\mathrm{d}\dot{m} = 2\pi r\rho u(v_0 - u_1)\,\mathrm{d}r \tag{6.1}$$

设定风轮上游的转速为零和尾流中的转速为 C_θ，使用控制体积的动量矩积分方程（请参见附录 A）可以求得环形单元的扭矩 $\mathrm{d}M$ 为：

$$\mathrm{d}M = rC_\theta \mathrm{d}\dot{m} = 2\pi r^2 \rho u C_\theta \mathrm{d}r \tag{6.2}$$

从欧拉透平方程（4.26）中也可以直接导出该式，因为：

$$\mathrm{d}P = \omega \mathrm{d}M \tag{6.3}$$

从理想风轮可以发现，尾流中的轴向速度 u_1 可以表示成轴向诱导因子 a 和风速 v_0 的形式，即 $u_1 = (1-2a)\,v_0$，如果将该表达式代入方程（6.1）和方程（6.2），并利用方程（4.15）和方程（4.27）对 a 和 a' 的定义，推力和扭矩可以计算为：

$$\mathrm{d}T = 4\pi r\rho v_0^2 a(1-a)\,\mathrm{d}r \tag{6.4}$$

$$\mathrm{d}M = 4\pi r^3 \rho v_0 \omega (1-a)\,a'\mathrm{d}r \tag{6.5}$$

利用围绕叶片的局部流动可以求得方程（6.4）和方程（6.5）的左端项。还可以回忆起，叶片截面所遇到的相对速度 v_{rel} 是风轮平面处的轴向速度 $(1-a)v_0$ 和切向速度 $(1+a')\omega r$ 的合成（请参见图 6.2）。

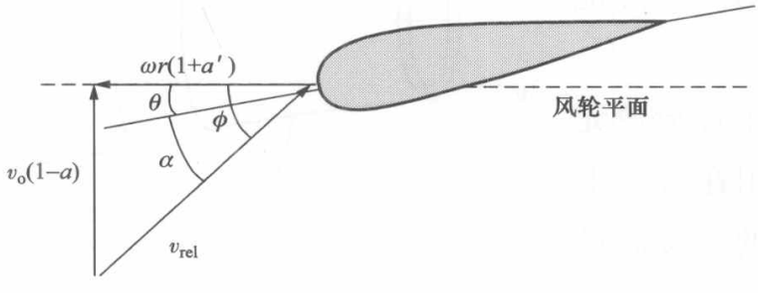


图 6.2　风轮平面内的速度

θ 是叶片的局部桨距角，即弦长和风轮旋转平面的局部夹角。局部桨距角是桨距角 θ_p 和叶片扭角 β 的组合角 $\theta=\theta_p+\beta$，此处桨距角是叶尖弦线与风轮平面的夹角，而扭角则是相对于叶尖弦线测量的。ϕ 是旋转平面和相对速度 v_{rel} 的夹角，并且从图 6.2 中可以看出局部攻角的表达式为：

$$\alpha=\phi-\theta \tag{6.6}$$

更进一步，可以看到：

$$\tan\phi=\frac{(1-a)v_{\mathrm{o}}}{(1+a')\omega r} \tag{6.7}$$

从关于二维空气动力学的章节中可知，根据定义，升力垂直于翼型经历的速度方向，而阻力平行于该速度方向。在风轮这种情况下，根据其内容是关于风力机的旋涡系的有关章节中给出的理由，这个速度就是$\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}$。更进一步，如果升力系数 C_l 和阻力系数 C_d 都已知，那么单位长度上的升力 $\boldsymbol{L}$ 和阻力 $\boldsymbol{D}$ 就可以通过方程（2.1）和方程（2.2）求得：

$$L=\frac{1}{2}\rho v_{\mathrm{rel}}^2 cC_l \tag{6.8}$$

$$D=\frac{1}{2}\rho v_{\mathrm{rel}}^2 cC_d \tag{6.9}$$

由于我们仅仅对与风轮平面垂直和相切的力感兴趣，则将升力和阻力投影到这些方向（参见图 6.3）：

$$p_{\mathrm{N}}=L\cos\phi+D\sin\phi \tag{6.10}$$

$$p_{\mathrm{T}}=L\sin\phi-D\cos\phi \tag{6.11}$$

使用表达式$\frac{1}{2}\rho v_{\mathrm{rel}}^2 c$ 对方程（6.10）和方程（6.11）进行归一化，得到：

$$C_n=C_l\cos\phi+C_d\sin\phi \tag{6.12}$$

$$C_t=C_l\sin\phi-C_d\cos\phi \tag{6.13}$$

此处：

$$C_n=\frac{p_{\mathrm{N}}}{\frac{1}{2}\rho v_{\mathrm{rel}}^2 c} \tag{6.14}$$

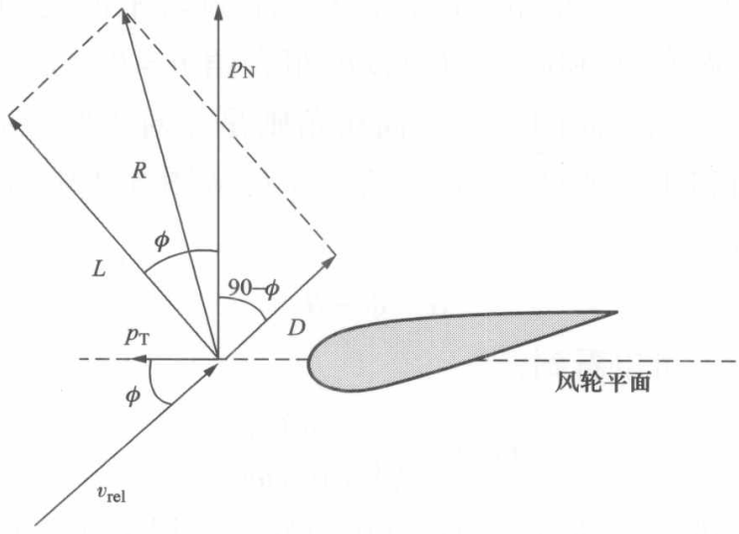


图 6.3　叶片上的局部力

注：合力 $\boldsymbol{R}$ 是升力 $\boldsymbol{L}$ 和阻力 $\boldsymbol{D}$ 的向量和；

p_N 和 p_T 则分别是合力 $\boldsymbol{R}$ 的法向和切向分量。

$$C_t = \frac{p_T}{\frac{1}{2}\rho v_{rel}^2 c} \tag{6.15}$$

从图 6.2 中的几何图形可以容易得到：

$$v_{rel}\sin\phi = v_o(1-a) \tag{6.16}$$

$$v_{rel}\cos\phi = \omega r(1+a') \tag{6.17}$$

其中，实度 σ 定义为控制体积中环形面积被诸叶片覆盖的比值：

$$\sigma(r) = \frac{c(r)B}{2\pi r} \tag{6.18}$$

B 是叶片数，$c(r)$ 是局部弦长，而 r 是控制体积的径向位置。

由于 p_N 和 p_T 是单位长度上的力，厚度为 dr 的控制体积上的法向力和扭矩是：

$$\mathrm{d}T = Bp_N\mathrm{d}r \tag{6.19}$$

$$\mathrm{d}M = rBp_T\mathrm{d}r \tag{6.20}$$

使用方程（6.14）作为 p_N 的表达式，而方程（6.16）作为 v_{rel} 的表达式，那么方程（6.19）变为：

$$\mathrm{d}T = \frac{1}{2}\rho B\frac{v_o^2(1-a)^2}{\sin^2\phi}cC_n\mathrm{d}r \tag{6.21}$$

类似地，如果使用方程（6.15）作为 p_T 的表达式，而方程（6.16）和方程（6.17）作为 v_{rel} 的表达式，那么方程（6.20）变为：

$$dM = \frac{1}{2}\rho B \frac{v_0^2(1-a)\omega r(1+a')}{\sin^2\phi\cos\phi} c C_t dr \tag{6.22}$$

如果让关于 dT 的两个方程（6.21）和（6.4）相等，并且利用实度的定义式（6.18），那么可以得到轴向诱导因子 a 的表达式为：

$$a = \frac{1}{\frac{4\sin^2\phi}{\sigma C_n} + 1} \tag{6.23}$$

如果让方程（6.22）和方程（6.5）相等，那么可以得到切向诱导因子 a' 的表达式为：

$$a' = \frac{1}{\frac{4\sin\phi\cos\phi}{\sigma C_t} - 1} \tag{6.24}$$

现在关于叶素动量方法模型的所有必要的等式都已经导出，因此可以使用以下 8 个步骤对算法进行总结。由于已经假定不同的控制体积之间是相互独立的，每一个窄长条即单元都可以单独处理，因此求解另一个半径之前可以求解某一半径处的解，即对每一控制体积可以运用下述算法：

第 1 步，对因子 a 和 a' 初始化，通常取 $a = a' = 0$。

第 2 步，使用方程（6.7）计算入流角 ϕ。

第 3 步，使用方程（6.6）计算局部攻角 $\alpha = \phi - \theta$。

第 4 步，从表格中读取 $C_l(\alpha)$ 和 $C_d(\alpha)$。

第 5 步，从方程（6.12）和方程（6.13）计算 C_n 和 C_t。

第 6 步，从方程（6.23）和方程（6.24）计算 a 和 a'。

第 7 步，这一过程中如果 a 和 a' 的变化大于某一容许偏差，则返回第 2 步，否则完成计算。

第 8 步，计算叶片上各部分的局部载荷。

这是叶素动量理论的基本计算方法，但是，为了获得好的计算结果，需要对该算法加上两项修正。第一项称为普朗特叶尖损失因子，

它修正叶片数无穷的假设。第二项称为葛劳渥特修正，它是当轴向诱导因子 a 约大于0.4时，推力系数 C_T 与 a 之间的经验关系式，此时从一维动量理论导出的经验关系不再适用。每一种修正后文中都有专门的部分介绍。

对所有的控制体积都已经应用叶素动量算法之后，就求得了法向和切向载荷分布，因此也能计算如机械功率、推力和叶根弯矩等整体参数。但是，当对切向载荷进行积分以求得轴的扭矩时必须小心。在半径 r_i 处的叶片的每一部分的单位长度上的切向力 $p_{\mathrm{T},i}$ 已知，并且假设切向力在半径 r_i 与半径 r_{i+1} 之间线性变化，参见图6.4。这样，半径 r_i 与半径 r_{i+1} 之间的载荷 p_{T} 就是：

$$p_{\mathrm{T}} = A_i r + B_i \tag{6.25}$$

此处：

$$A_i = \frac{p_{\mathrm{T},i+1} - p_{\mathrm{T},i}}{r_{i+1} - r_i} \tag{6.26}$$

$$B_i = \frac{p_{\mathrm{T},i} r_{i+1} - p_{\mathrm{T},i+1} r_1}{r_{i+1} - r_i} \tag{6.27}$$

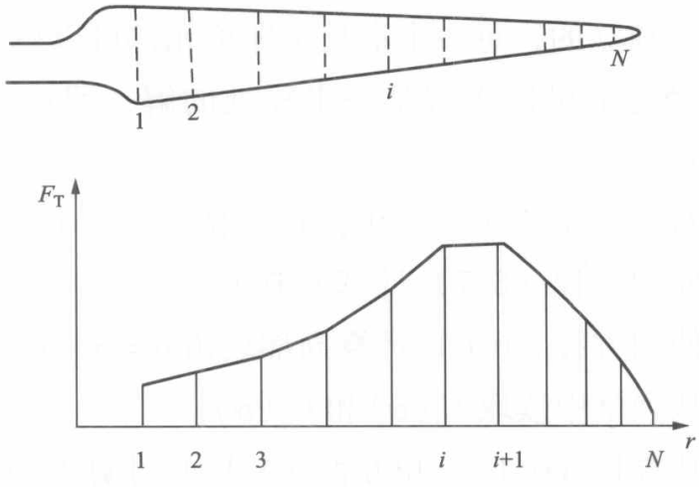


图6.4　假设在两个不同的径向位置 r_i 与 r_{i+1} 之间载荷是线性变化的

叶片长度为 $\mathrm{d}r$ 的微元部分上的扭矩 $\mathrm{d}M$ 为：

$$\mathrm{d}M = r p_{\mathrm{T}} \mathrm{d}r = (A_i r^2 + B_i r)\,\mathrm{d}r \tag{6.28}$$

这样，半径 r_i 与 r_{i+1} 之间线性变化的切向载荷对整个轴扭矩的贡献 $M_{i,i+1}$ 就是：

$$M_{i,i+1}=\left[\frac{1}{3}A_i r^3+\frac{1}{2}B_i r^2\right]_{r_i}^{r_{i+1}}=\frac{1}{3}A_i(r_{i+1}^3-r_i^3)+\frac{1}{2}B_i(r_{i+1}^2-r_i^2) \tag{6.29}$$

整个轴扭矩就是单个叶片上的所有扭矩贡献 $M_{i,i+1}$ 之和乘以风轮的叶片数：

$$M_{tot}=B\sum_{1}^{N-1}M_{i,i+1} \tag{6.30}$$

6.1 普朗特叶尖损失因子

正如前面已经提及的，普朗特叶尖损失因子是对叶片数无穷假设的修正。风轮叶片数有限的风力机尾流中的旋涡系与风轮叶片数无穷的尾流中的旋涡系是不同的。普朗特为方程（6.4）和方程（6.5）导出了一个修正因子 F：

$$\mathrm{d}T=4\pi r\rho v_0^2 a(1-a)F\mathrm{d}r \tag{6.31}$$

$$\mathrm{d}M=4\pi r^3\rho v_0\omega(1-a)a'F\mathrm{d}r \tag{6.32}$$

F 的计算式为：

$$F=\frac{2}{\pi}\cos^{-1}(e^{-f}) \tag{6.33}$$

此处：

$$f=\frac{B}{2}\frac{R-r}{r\sin\phi} \tag{6.34}$$

B 是风轮叶片数，R 是整个风轮半径，r 是局部半径而 ϕ 是入流角。使用方程（6.31）和方程（6.32）代替导出 a 和 a' 的表达式的方程（6.4）和方程（6.5），则：

$$a=\frac{1}{\frac{4F\sin^2\phi}{\sigma C_n}+1} \tag{6.35}$$

$$a'=\frac{1}{\frac{4F\sin^2\phi\cos\phi}{\sigma C_t}-1} \tag{6.36}$$

在叶素动量算法的第 6 步中需要将方程（6.35）和方程（6.36）代替方程（6.23）和方程（6.24），在第 2 步之后需要添加一步来计算

普朗特叶尖损失因子 F。导出普朗特叶尖损失因子 F 的过程非常复杂，因此此处不做说明，而对该推导过程的完整说明可以参见葛劳渥特的著作[1]。

6.2 a 值较大时的葛劳渥特修正

当轴向诱导因子约大于0.4时，简单的动量理论就不再适用，参见图4.5，该图也显示了风轮的不同工作状态。可以使用推力系数 C_T 和轴向诱导因子 a 之间存在的不同经验关系式以拟合测量的结果，例如：

$$C_T=\begin{cases}4a(1-a)F & a\leqslant\dfrac{1}{3}\\[2ex] 4a\left[1-\dfrac{1}{4}(5-3a)a\right]F & a>\dfrac{1}{3}\end{cases}\tag{6.37}$$

或者：

$$C_T=\begin{cases}4a(1-a)F & a\leqslant a_c\\[2ex] 4\left[a_c^2+(1-2a_c)a\right]F & a>a_c\end{cases}\tag{6.38}$$

最后一个表达式由 Spera 给出[2]，a_c 大约为0.2。F 是普朗特叶尖损失因子，是对叶片数无穷假设的修正。在图6.5中，绘制了当 $F=1$ 时有关 $C_T(a)$ 的两个表达式，并与简单动量理论进行了对照。

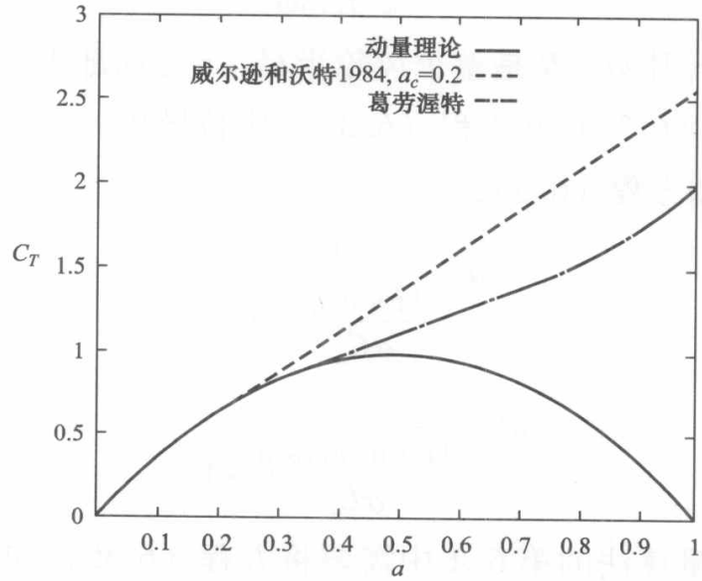


图6.5 推力系数 C_T 的不同表达式随轴向诱导因子 a 的变化

从局部空气动力学可知，环形单元上的推力 $\mathrm{d}T$ 由方程（6.21）给出。对环形控制体积而言，C_T 的定义式为：

$$C_T = \frac{\mathrm{d}T}{\frac{1}{2}\rho v_o^2 2\pi r \mathrm{d}r} \tag{6.39}$$

如果将关于 $\mathrm{d}T$ 的方程（6.21）代入，C_T 就变成了：

$$C_T = \frac{(1-a)^2 \sigma C_n}{\sin^2 \phi} \tag{6.40}$$

现在让这个 C_T 的表达式与经验表达式（6.38）相等，则得出：

如果 $a \leqslant a_c$：

$$4a(1-a)F = \frac{(1-a)^2 \sigma C_n}{\sin^2 \phi} \tag{6.41}$$

则得出：

$$a = \frac{1}{\frac{4F\sin^2 \phi}{\sigma C_n} + 1} \tag{6.42}$$

这正是方程（6.35）。

如果 $a > a_c$：

$$4[a_c^2 + (1-2a_c)a]F = \frac{(1-a)^2 \sigma C_n}{\sin^2 \phi} \tag{6.43}$$

则得出：

$$a = \frac{1}{2}[2 + K(1-2a_c) - \sqrt{[K(1-2a_c)+2]^2 + 4(Ka_c^2 - 1)}\,] \tag{6.44}$$

此处：

$$K = \frac{4F\sin^2 \phi}{\sigma C_n} \tag{6.45}$$

为了正确计算小风速时的诱导速度，必须用方程（6.44）和方程（6.42）代替从简单动量理论导出的方程（6.35）。

6.3 年 发 电 量

现在已经导出了叶素动量方法，因此有可能计算功率曲线，即轴

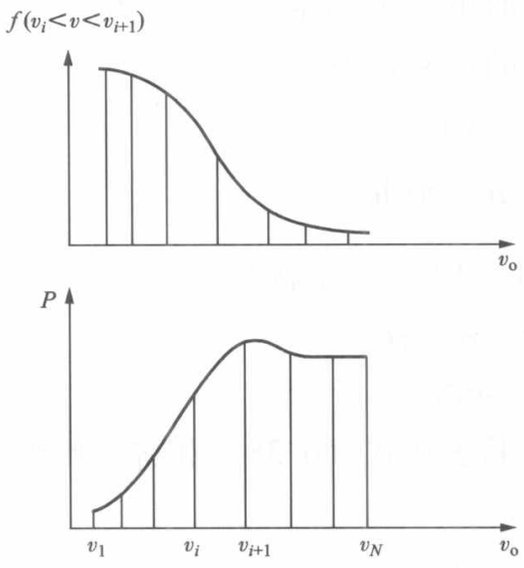


图 6.6　为了计算特定风力机在特定的安装地点的年发电量，需要风速位于 v_i 和 v_{i+1} 之间的概率 $f(v_i<v_o<v_{i+1})$ 以及功率曲线

功率是风速 v_o 的函数。为了计算年发电量，需要将机组功率曲线与风的概率密度函数结合起来。从这个概率密度函数可以计算风速位于 v_i 和 v_{i+1} 之间的概率 $f(v_i<v_o<v_{i+1})$。将该概率乘以每年的总小时数，就得到每年风速位于区间 $v_i<v_o<v_{i+1}$ 的小时数。将该小时数乘以风速位于 v_i 和 v_{i+1} 之间时风力机发出的功率（kW），就得到该区间的总发电量（kWh）。将风速离散成 N 个离散值（v_i，$i=1$，N），典型情况是在它们之间相隔 1m/s，参见图 6.6。

必须注意由于在发电机和齿轮箱上存在损失，因此必须对发电量进行修正，而这两者的组合效率大约是 0.9。典型情况下，风的概率密度函数可以由瑞利分布，或者由威布尔分布给出。仅由平均风速给出的瑞利分布的表达式为：

$$h_R(v_o)=\frac{\pi}{2}\frac{v_o}{\bar{v}}\exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{v_o}{\bar{v}}\right)^2\right] \tag{6.46}$$

在更为通用的威布尔分布中，可以通过尺度参数 A 和形状参数 k 对风力机局部安装位置的一些修正进行模拟，比如地形、植被、附近房屋和其他障碍物等：

$$h_w(v_o)=\frac{k}{A}\left(\frac{v_o}{A}\right)^{k-1}\exp\left[-\left(\frac{v_o}{A}\right)^k\right] \tag{6.47}$$

参数 A 和 k 必须由当地气象数据、附近障碍物以及地形确定。在完成该项工作时，欧洲风能图谱可以提供帮助[3]。从威布尔分布中可以求得风速位于 v_i 和 v_{i+1} 之间的概率 $f(v_i<v_o<v_{i+1})$：

$$f(v_i < v_o < v_{i+1}) = \exp\left[-\left(\frac{v_i}{A}\right)^k\right] - \exp\left[-\left(\frac{v_{i+1}}{A}\right)^k\right] \tag{6.48}$$

这样全年发电量就可以求得：

$$AEP = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{2}[P(v_{i+1}) + P(v_i)] \cdot f(v_i < v_o < v_{i+1}) \times 8760 \tag{6.49}$$

6.4 范 例

到目前为止已经导出了叶素动量方法，并且已经说明如何计算年发电量，下面给出一个简单范例，以说明针对一台实际的风力机，可以期望获得什么精度。给出的例子是 Nordtank 公司的 NTK 500/41 型风力机。该风力机是失速调节的，即定桨距。表 6.1 和表 6.2 给出了它的主要参数。

表 6.1 Nordtank 公司 NTK 500/41 型风力机的主要参数

转 速	27.1r/min	轮毂高度	35.0m
空气密度	1.225kg/m^3	切入风速	4m/s
风轮半径	20.5m	切出风速	25m/s
叶片数	3		

表 6.2 叶 片 描 述

r（m）	扭角（度）	弦长（m）
4.5	20.00	1.630
5.5	16.30	1.597
6.5	13.00	1.540
7.5	10.05	1.481
8.5	7.45	1.420
9.5	5.85	1.356
10.5	4.85	1.294
11.5	4.00	1.229

续表

r（m）	扭角（度）	弦长（m）
12.5	3.15	1.163
13.5	2.60	1.095
14.5	2.02	1.026
15.5	1.36	0.955
16.5	0.77	0.881
17.5	0.33	0.806
18.5	0.14	0.705
19.5	0.05	0.545
20.3	0.02	0.265

由于功率直接取决于空气密度ρ，按照有关标准，计算时必须取$\rho = 1.225\text{kg/m}^3$。困难的部分是找到沿叶片展向所使用的不同翼型的升力系数$C_l(\alpha)$和阻力系数$C_d(\alpha)$的可靠数据。文献中能得到的数据一般是其相对厚度不大于20%的薄翼型，并且针对的是攻角仅仅稍微大于$C_{l,\max}$的情况。出于结构方面的考虑，为了承担叶根处的较大弯矩，在叶根处的翼型最好采用相对厚度是约40%的非常厚的翼型。而且，旋转叶片上的边界层受离心力和科里奥利力的影响，这两种力改变了在风洞内测得的失速后的升力系数和阻力系数。因此非常清楚，在考虑三维效应的大攻角情况下，为了构建厚翼型的较好的翼型数据，需要丰富的工程技巧和经验。在有关文献中，给出了修正旋转效应的一些指南[1,4]。当实际风力机的功率曲线通过测量获取后，通常要对翼型数据进行标定，以使测量与计算结果更为一致。如果构建新的叶片，并且该类叶片与翼型数据已经标定的叶片差别不是太大，功率曲线有可能预测得比较准确。但是，如果新叶片的设计采用完全新的翼型，在使用计算结果时就得非常小心。这里没有给出 Nordtank 公司的 NTK500/41 型风力机上所使用的叶片的实际几何形状和翼型数据，但是采用来自于经验的预测，将这些数据外插到大攻角时的情况。为了对叶素动量方法中

的模型的精度有一个了解，Paulsen 已经测量了功率曲线[6]，图 6.7 即对计算和测量功率曲线进行了比较。

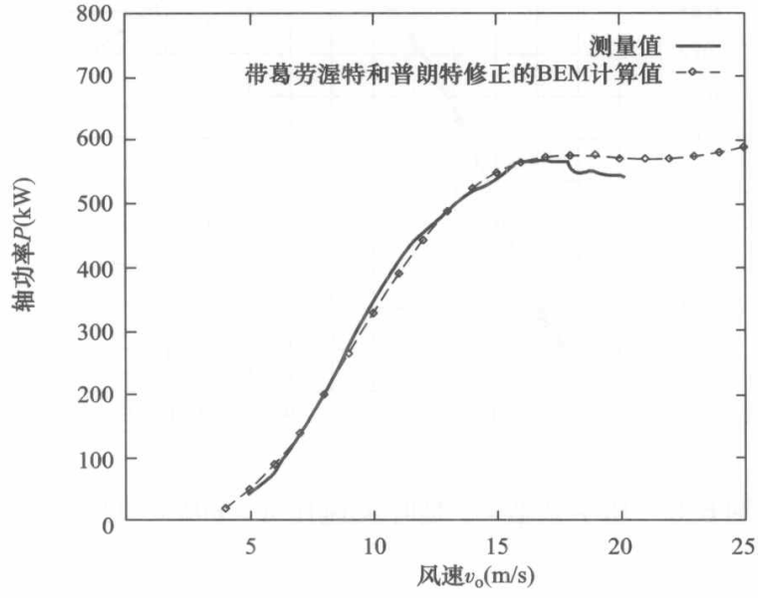


图 6.7 计算和测量功率曲线的比较，
即机械轴功率作为风速的函数

由图 6.7 可知，除了风速非常高的情况外，叶素动量方法的计算结果与测量结果非常吻合。功率曲线通常以无量纲的形式显示，如图 6.8 和图 6.9 所示。由图 6.8 可以看出，当叶尖速比 λ 位于 9 和 10 之间时，该特定风力机的最大效率大约是 $C_P = 0.5$。将功率曲线绘制成叶尖速比的倒数的优点是 λ^{-1} 随风速 v_0 线性增加。

如果风力机安装地点的威布尔参数 $k = 1.9$ 和 $A = 6.8\text{m/s}$，轴的机械轴功率的年能量输出将是 $1.09 \times 10^6\text{kWh}$，这对应于大约 250 户家庭的用能。它能提供的实际值可能要小一些，因为没有考虑发电机和齿轮箱里的损失。如前所述，不同安装地点的威布尔参数是不同的，因此每个地点的参数都需要评估。

这里给出的范例是针对失速调节的风力机，但是叶素动量方法也可用来预测桨距调节的风力机所需要的桨距角设置。当桨距角是针对整台风力机给出时，它指的是叶尖处剖面的翼型的弦长与风轮平面的夹角。桨距调节的风力机发出的功率在未达到某一额定功率时，可以以固定桨距方式运行。更高风速时，为了维持这个额定功

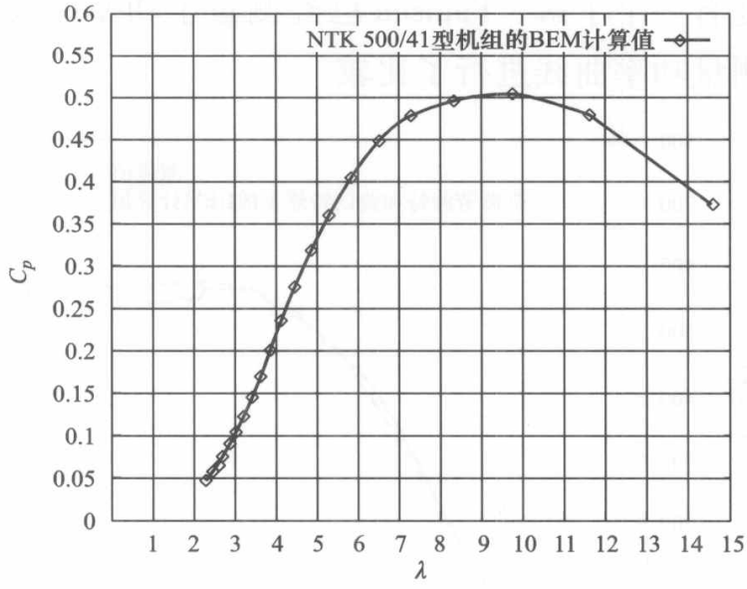


图 6.8　功率系数 C_P 是叶尖速比 $\lambda = \omega R/v_0$ 的函数

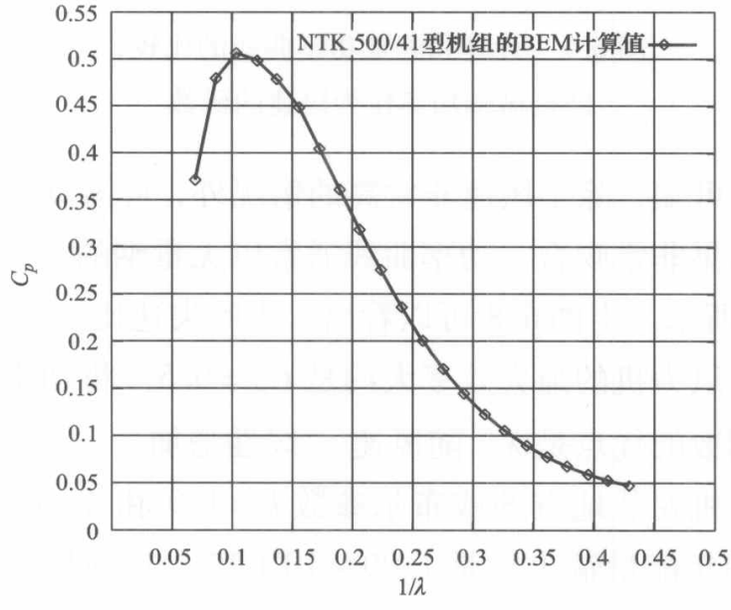


图 6.9　功率系数 C_P 是叶尖速比的倒数 $\lambda^{-1} = v_0/\omega R$ 的函数

率，通常对叶片的桨距进行调节以使前缘进入风中。因此，当已经达到额定功率以后，桨距调节的风力机的功率曲线也绝对是平坦的。还需要完成更多的试验以使叶素动量方法能更准确预测功率曲线以及进行不同风速时的桨距设置。计算桨距调节的风力机的步骤如图 6.10 所示。

在点 A 就达到了额定功率，因此需要改变桨距角。针对桨距角

θ_2 和 θ_3 进行了叶素动量方法计算。可以看到，为了获得额定功率，当风速为 $v_o(B)$ 时，桨距角必须变换成 θ_2。本章中导出的叶素动量方法是静态的，因此不能用来计算从 A 点到 B 点以及从 B 点到 C 点的过渡过程。这需要用到扩展叶素动量方法，它将在后面的章节中介绍。

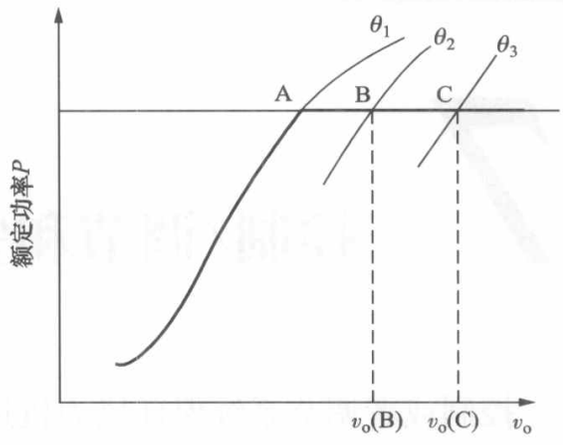


图 6.10 桨距调节型风力机的功率曲线

参 考 文 献

[1] Glauert, H. (1935) *Airplane Propellers* from Aerodynamic Theory, Vol. 4, Division L edited by Durand W. F., Julius Springer, pp. 169 – 360

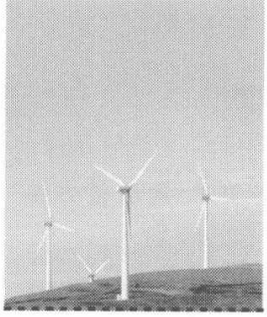
[2] Spera, D. A. (1994) *Wind Turbine Technology*, ASME Press

[3] Troen, I. and Petersen E. L. (1989), *European Wind Atlas*, Risoe National Laboratory

[4] Snel H, Houwink B, Bosschers J, Piers W J, van Bussel G J W, Bruining A (1993) 'Sectional Prediction of 3 – D Effects for Stalled Flow on Rotating Blades and Comparison with Measurements' in proceedings *ECWEC* 1993, pp 395 – 399

[5] Chaviaropoulos P K, Hansen M O L (2000) 'Investigating Three-dimensional and Rotational Effects on Wind Turbine Blades by Means of a Quasi – 3D Navier-Stokes Solver', *Journal of Fluids Engineering* Vol122, pp 330 – 336

[6] Paulsen U. S. (1995) 'Konceptundersøgelse Nordtank NTK 500/41 Strukturelle laster' (In Danish), Risø – I – 936 (DA)



7 控制/调节和安全系统

控制或者调节系统保证风力机运行在设计的范围内，也就是：

（1）风力机转速保持在某一特定范围内。

（2）风力机能偏航。

（3）功率输出保持在某一特定范围内。

（4）风力机能启动和停机。

另外，控制系统能保证功率 $P(t)$ 的平稳输出，和/或低风速时优化功率输出。为了限制高风速时的功率输出，可以采用以下三种策略，其中前两种最常用。

（1）失速调节。

（2）桨距调节。

（3）偏航控制。

7.1 失 速 调 节

从机械的角度看，失速调节是最简单的，因为叶片固定在轮毂上，并且不能调节桨距角。失速调节的风力机通常几乎在恒定速度下运行，因此叶片攻角随风速的增加而增加，请参见图 6.2。随着局部攻角的增加，叶片失速，引起升力系数减少和阻力系数增加，最终导致切向载荷按照方程（6.13）降低。功率的减少取决于桨距角（风轮平面与叶尖弦长之间的夹角）、叶片的扭转角以及弦长分布和叶片上所使用的翼型。如果现场测试表明功率的大小不能得到充分的限制，则需要卸下叶片，改变固定的桨距角设置。在失速调节的风力机中，通常采用异步发电机，其转速几乎不变并且由发电机的扭矩特性确定，即输入发电机的轴扭矩 M_G 是该轴转速 n 的函数。典型的扭矩

特性如图 7.1 所示，由此可知，异步发电机既可以作为电动机运行，也可以作为发电机运行。电动机运行模式可以用来启动风力机。当发电机在发电的情况下，选择其符号为正值。发电机的转速将位于 n_0 和 n_{nom} 之间，而扭矩等于风轮叶片在发电机轴上产生的扭矩 M_R。没有轴扭矩时异步发电机的转速 n_0 为：

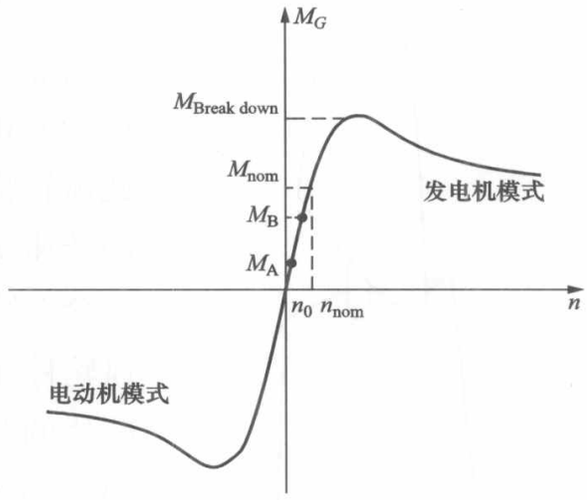


图 7.1 异步发电机的典型扭矩特性

$$n_0 = 60 f_{grid}/p \tag{7.1}$$

此处 f_{grid} 是电网频率（在欧洲是 50Hz），p 是发电机的极对数。对 4 极发电机而言，n_0 是 1500r/min，而对 6 极发电机而言，n_0 是 1000r/min。由于发电机的转速要高于风轮的转速，因此在发电机和风轮之间需要配置增速齿轮箱。风轮的转速 ω 与发电机的转速 n 之间的关系式，可以用齿轮箱的增速比 r 表示为 $\omega = n/r$。实际转速 n 和 n_0 之间的相对差，称为滑差率 $SL = (n - n_0)/n_0$，对通常的失速调节的风力机而言，滑差率之值大约为 1% ~3%。这意味着，风轮的转速几乎是不变化的，因此，使用风轮作为飞轮来储存能量，比如在阵风的情况下，其可能性非常小。比如，由于风中的湍流所引起的风轮扭矩 M_R 的变化，将几乎立即转移到发电机扭矩 M_G，然后变成电功率 $P_{EL} = M_G 2\pi n/60$。考虑风力机运行在图 7.1 所示的 A 点并且风速增加的情况。在这种情况下，风轮叶片所产生的扭矩 M_R 也增加，刚性风轮按照方程（7.2）加速：

$$I \frac{d\omega}{dt} = M_R - M_G \tag{7.2}$$

直到达到 B 点时扭矩 M_G 再次等于扭矩 M_R。此处，I 代表风轮围绕其旋转轴的转动惯量，M_R 和 M_G 分别是风轮和发电机在风轮轴处的扭矩。

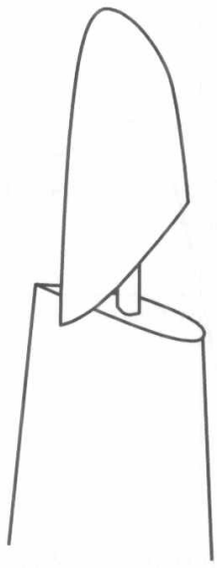


图 7.2　可转动的叶尖作为气动刹车在离心力作用下转动

如果 M_R 超过扭矩特性上的最大点 $M_{\text{Breakdown}}$，或者发电机从电网解列，方程（7.2）的右端项 $M_R - M_G$ 总是正值，因此风轮将开始加速，在这种情况下风轮的转速变得如此之高，存在崩溃的危险。安全系统必须探测到这一点并且保证将风轮停下来。在失速调节型风力机中，叶片的外侧通常在离心力作用下旋转 90°，起到气动刹车作用从而限制扭矩 M_R，参见图 7.2。

图 7.3 中给出的一个例子，是关于失速调节型风力机在高风速启动时的时间历程。该图显示的数据来自于安装在哥本哈根附近的 Elkraft 1MW 型示范用风力机上的实际测量值。该风力机既可以作为失速调节型

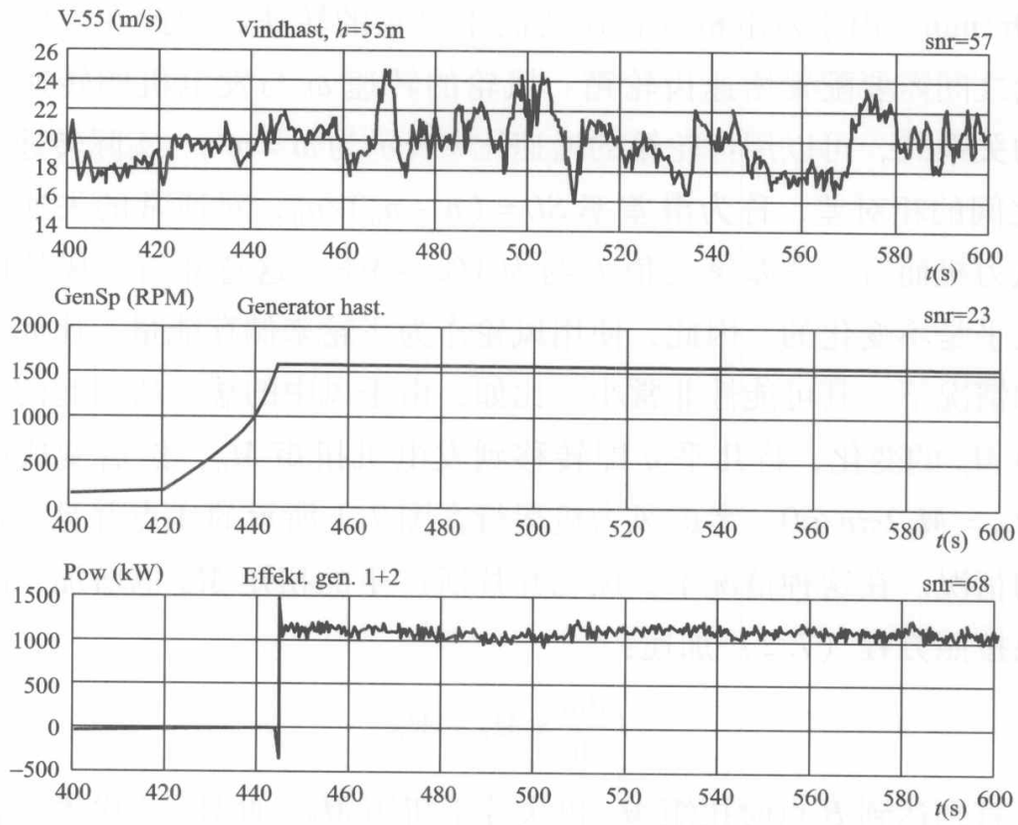


图 7.3　高风速时启动一台失速调节型风力机
（该 Elkraft 1MW 型示范用风力机安装在丹麦的 Avedφre）

风力机运行，也可以作为桨距调节型风力机运行，参见下文。图 7.3 中最上面的那条曲线显示的是轮毂高度处的风速，第二条曲线显示的是发电机的转速 n，最下面的这条曲线显示的是相应的功率随时间的变化情况。当风力机在 $t=420\text{s}$ 启动时，发电机断开，即 M_G 为零，随后风轮开始加速直到在 $t=445\text{s}$ 时 $n=n_0$。然后，发电机立即并网，在功率输出中产生一个尖峰，这从图 7.3 的最下面的那条功率时间历程曲线可以观察到。

7.2 桨距调节（定转速）

对桨距调节型风力机而言，有可能主动调节整个叶片的桨距，从而同时改变整个叶片上的攻角。一种控制桨距角的方法如图 7.4 所示，在此处桨距角通过放置在主轴里的活塞来改变。活塞的位置由使用的液体压力确定。如果失去液体压力，弹簧将释放活塞，这样叶片前缘扭转向上逆风。这里应该提及的是，调节叶片桨距的方法不只是仅有这一种。每一个叶片都可以配置一个小的电动机，这样每一个叶片的桨距都可以单独调节。

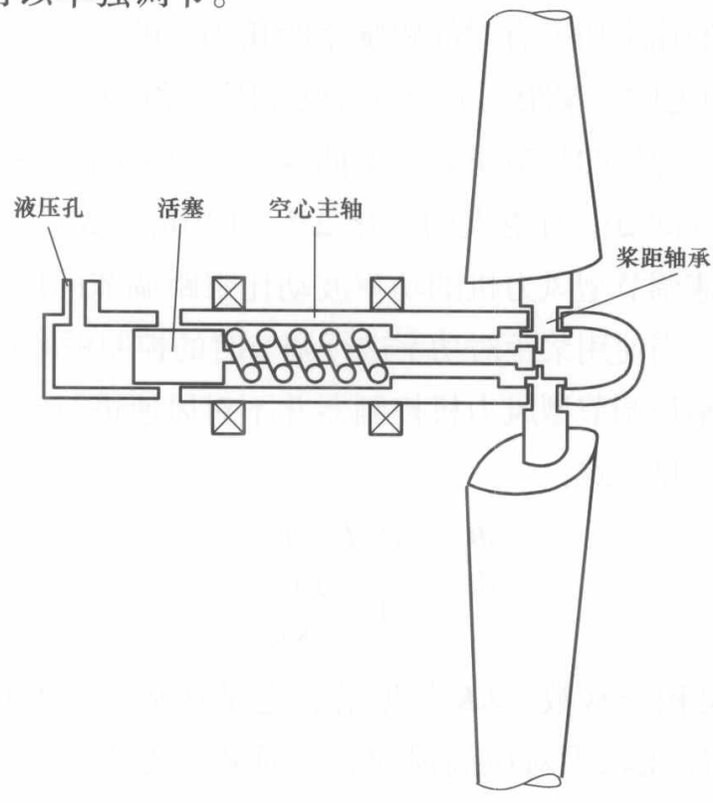


图 7.4 通过放置在主轴里的活塞来改变叶片桨距的机理示意

桨距角已经调节的叶片可以发挥气动刹车的作用，因此，在桨距调节型风力机中，无须像失速调节型风力机那样，在叶尖配置气动刹车。通过调节整个叶片的桨距角就有可能控制叶片的攻角，从而控制功率输出。通常情况下，通过调节叶片的前缘向上逆风以减少攻角的方式来降低功率，即在攻角的表达式 $\alpha = \phi - \theta$ 中增加 θ，此处 ϕ 是入流角。另一方面，人们也可以通过增加攻角的方式，即迫使叶片失速来减少功率输出，这称为主动失速。由于风的湍流特性，桨距调节型风力机的瞬时功率输出经常超过额定功率，并且这些波动（参见图 7.5）的时间度量要小于调节叶片桨距角所需要的时间。图 7.5 显示的是与图 7.3 相同的风力机的启动过程，但是现在它是作为桨距调节型风力机在运行。可以看到，由于叶片的桨距角从 50°逐渐调节到大约 15°，因此风力机的启动过程更加平稳，参见图 7.5 的第二条曲线。如果将一台桨距调节方式运行的风力机（图 7.5）启动以后的功率输出时间历程与同一台以失速调节方式运行的风力机（图 7.3）启动以后的功率输出时间历程进行对比，则可以看到，当该风力机作为失速调节方式运行时的峰值更小。因为湍流波动的时间度量要远远小于叶片节距调节运动的时间度量，桨距调节方式运行的风力机的输出功率有时能跟随桨距角固定的稳态功率曲线（参见图 6.10）。高风速时，桨距调节型风力机在固定桨距角处的稳态功率曲线比失速调节型风力机的相应稳态功率曲线具有更大的斜率 $\mathrm{d}P/\mathrm{d}v_0$，因此就是针对速度区间 Δv_0 有更大的变化 $\Delta P = \mathrm{d}P/\mathrm{d}v_0 \cdot \Delta v_0$。这就是为什么高风速时，失速调节型风力机的功率波动比桨距调节的风力机的功率波动要小的原因。当使用桨距对功率进行调节时的控制框图如图 7.6 所示。然而，传统的桨距调节型风力机控制器并不对风速进行响应而是直接对输出功率响应，见下式：

$$\frac{\mathrm{d}\theta_p}{\mathrm{d}t} = \frac{KI(P - P_{ref})}{1 + \dfrac{\theta_p(t)}{KK}} \tag{7.3}$$

此处 KI 是积分常数，KK 是增益，它是在桨距角本身较大时减少变距速率。桨距角较大对应高风速，此时载荷也非常大，因此对桨距角非常敏感。

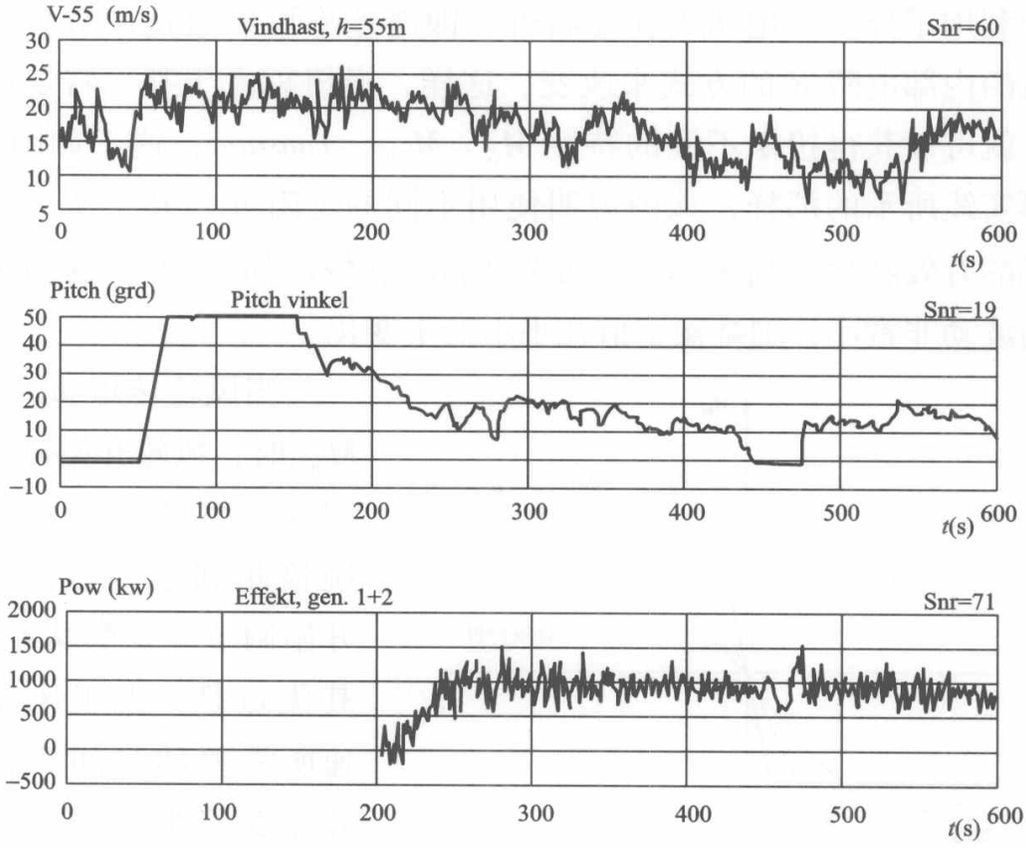


图 7.5 高风速时启动一台桨距调节型风力机

（该 Elkraft 1MW 型示范用风力机安装在丹麦的 Avedφre）

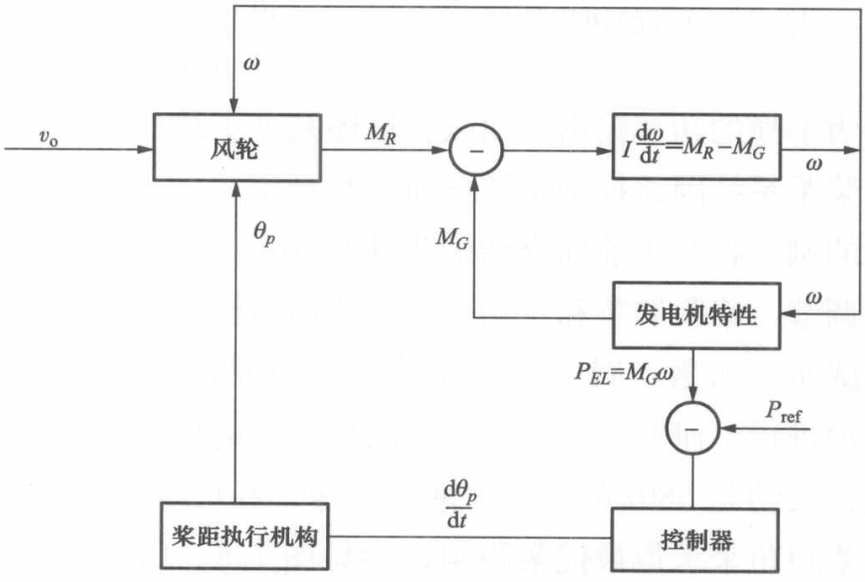


图 7.6 桨距调节型风力机控制功率的控制框图

为了克服高风速时，桨距调节型风力机的功率和载荷的峰值更大的问题，丹麦 Vestas 公司采用一种称为 OptiSlip®的系统。OptiSlip®

系统利用了异步发电机的扭矩特性，即滑差率可以通过调节异步发电机的内部电阻 R 的方式来改变。这样，当扭矩大于某一特定值以后，就可以获得扭矩不变的特性 $M_G = M_{\text{nom}} = constant$，这正如图 7.7 中厚实线所示的那样，该图说明使用不同的电阻 R_1、R_2、R_3……后获得的有效特性。高风速时，使用 OptiSlip® 系统的风力机的输出功率的波动非常小，围绕额定值几乎不发生变化。

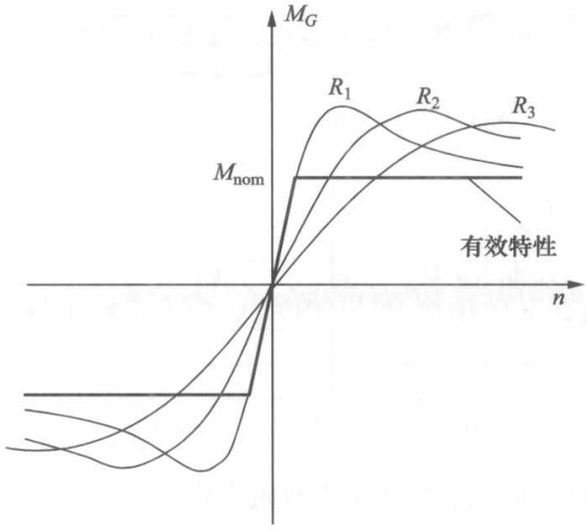


图 7.7　滑差率可以变化的异步发电机的扭矩特性

当风轮转矩 M_R 超过 M_{nom} 时，风轮开始按照方程（7.2）加速。控制系统检测到这一点，并且开始调节叶片的桨距角。其优点是，由于风轮加速所需要的时间要长于叶片变桨距所需要的时间，因此有足够的时间对叶片进行变桨距调节，同时由于发电机主轴上的扭矩几乎不变，也就获得了更为平稳的功率输出。而且，这还减少了载荷，从而增加了疲劳寿命。桨距系统因此控制了转速而不是功率。

随后的例子将基于前面介绍的失速控制的 NTK 500/41 型风力机说明失速调节、桨距调节和主动失速。使用同样的叶片、同样的转速和同样的威布尔参数，对由于使用桨距调节原理而使每年获得的能量可能增加进行了研究。研究时使用同样的发电机，即额定机械功率保持不变，大约是 580kW。针对每一风速，在叶素动量方法计算中通过改变桨距角来求得最优桨距角，参见图 7.8。由图 7.8 可知，当风速不变时，机械功率随整体桨距角的变化有一个最佳值，但是对本台风力机而言，功率的变化很小。

更高风速时，如图 7.9 所示，输出功率的最优值超过了额定值。从图 7.9 中也可以看到，存在两个桨距角可以得到同样的额定功率。

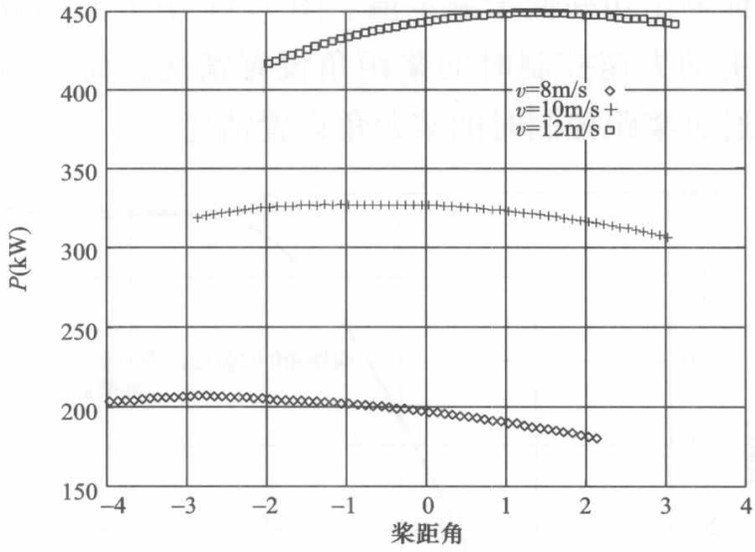


图 7.8 不同风速情况下的最优桨距角

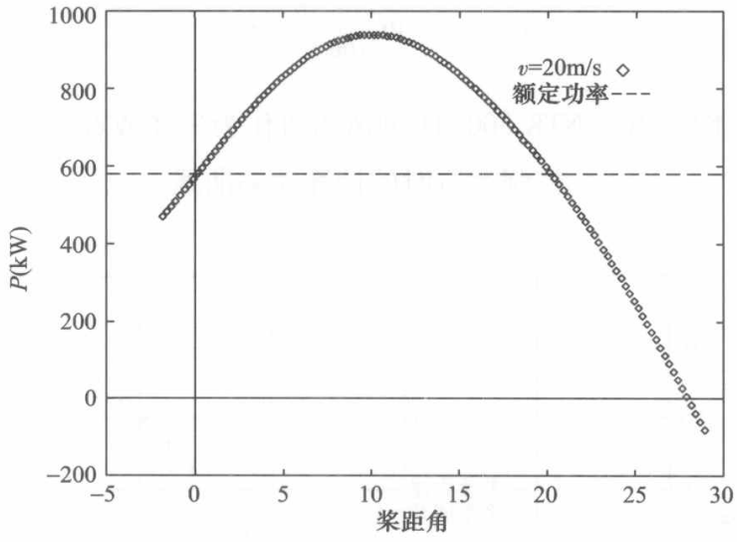


图 7.9 当风速为 20m/s 时，NTK 500/41 型风力机机械功率随桨距角的变化

其中的较小值 $\theta_p = 0.16°$，对应于主动失速，因为此时局部攻角要大于流动未分离的极限。而其中的较大值 $\theta_p = 20.2°$，对应于传统的桨距调节，此处局部攻角以及作用在叶片上的载荷都减少了。

计算获得的 NTK 500/41 型风力机作为失速和桨距控制运行时的机械功率曲线如图 7.10 所示。对于变桨距风力机而言，桨距角的最优值已经应用于低风速时的情况。图 7.11 显示了这些最优桨距角之值是风速的函数。当风速稍稍高于 14m/s 时，必须对叶片进行变桨

距调节以保证输出功率低于额定值。图 7.11 中下面的分支显示的是风力机通过主动失速控制时的桨距角设置情况，而上面的分支显示的是风力机通过桨距控制时的桨距角设置情况。

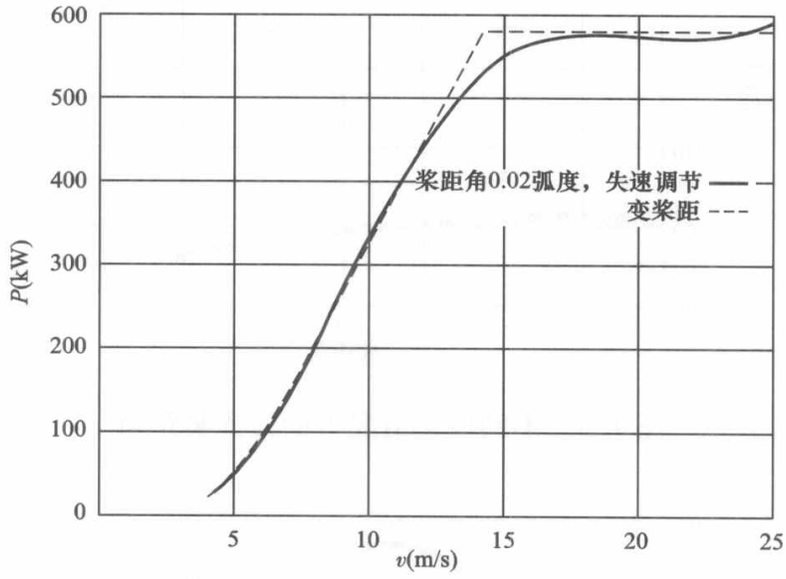


图 7.10　NTK 500/41 型风力机作为失速或者桨距控制运行时的计算功率曲线

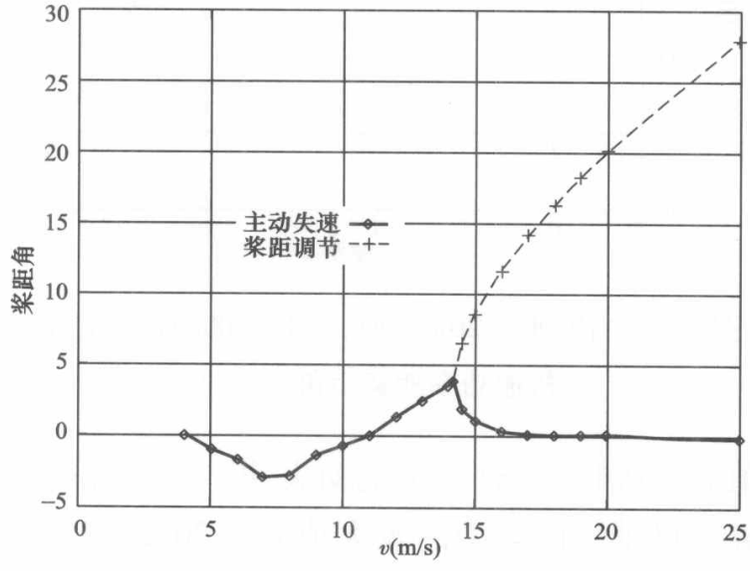


图 7.11　桨距角的最优值以及避免超过额定功率时所需要的桨距角

在 NTK 500/41 型风力机例子中，如果假定是同样的威布尔参数，即 $k=1.9$ 和 $A=6.8\text{m/s}$，风力机作为桨距调节方式运行时的年

发电量就是 1.11×10^6kWh。在这个例子中，当风力机从失速调节运行变成桨距调节运行时，年发电量因此增加大约2%（应该注意，在这两种情况下，年发电量的计算使用的都是机械功率，即已经忽略了发电机和齿轮箱中的损失）。这种发电量增加取得的主要贡献来自于达到额定功率前的功率曲线的形状，此处的桨距调节型风力机的功率曲线比失速调节型风力机的功率曲线要陡。由于风的湍流特性，真实的桨距调节型风力机的功率曲线当接近 P_{nom} 时不像图 7.10 所示的理论曲线那么陡，因此年发电量的实际增加比从理论功率曲线估计的数值可能要稍微低一些。

7.3 偏 航 控 制

除了使用桨距或者失速调节来限制功率输出以外，还有可能通过控制风力机的偏航来限制功率输出。在正常的桨距或者失速调节型风力机中，通常有偏航驱动机构，它一直试图旋转机舱使风力机尽量对准风的来流，这样经过风轮的空气就会尽量多。在偏航控制的风力机中，高风速时将风轮偏离风的来流，以限制经过风轮的气流，从而限制了功率。西方在早期的风车中使用偏航控制。对大型风力机而言，据作者所知，只有意大利的 1.5MW GAMMA 60 的原型机是偏航控制的。因此，本教材的下文将不再对偏航控制作进一步的介绍。

7.4 变 速

功率系数 $C_p(\theta_p,\lambda)$ 是叶尖速比和桨距角的函数，在节距调节的风轮中通过使用变速，就有可能使风力机运行在最优点 $C_{p,\max}$，此时桨距角为 $\theta_{p,opt}$，叶尖速比为 λ_{opt}。从显示 NTK 500/41 型风力机的 $C_p-\lambda$ 曲线的图 6.8 中，可以看到在此桨距角情况下，当 λ 接近于 9.8 时风力机运行得最为有效。从 $C_p-\lambda$ 曲线中，针对不同的风速，可以导出显示功率 P 是转速 ω 的函数的图形：

$$P=\frac{1}{2}\rho v_o^3 A C_p(\lambda) \tag{7.4}$$

$$\omega = \frac{\lambda v_0}{R} \tag{7.5}$$

针对 NTK 500/41 型风力机已经完成该项工作，其结果如图 7.12 所示。该风力机配置的是异步发电机，而异步发电机迫使风轮的转速为 27.1r/min，如图 7.12 中的垂直线所示。由图 7.12 可知，当风速约为 7m/s 时，风力机的运行最为有效。一些使用异步发电机的失速或者变桨调节的风力机，即风力机运行在固定转速下，因此有两个发电机，其中一个在低风速时效率较高，另一个在高风速时效率较高。如果使用能运行在不同转速下的其他类型的发电机，那么针对每一风速，风力机都能运行在最优转速下，见图 7.12 中的运行线，该运行线与不同风速时曲线的所有最高点相交。这条线上的所有点都对应于，针对可以使用的桨距角，可以获得最高点 C_p。应该注意，当叶尖速比 λ 固定不变时，角速度 ω 同叶尖速度一样随风速也是按照方程（7.5）线性增加。由于噪声，叶尖速度限制在大约 $\omega R = 70\text{m/s}$，因此仅仅在低速情况下可以实现最优尖速比。通过这种发电机产生的交流电的频率将不同于电网的频率（在欧洲是 50Hz）。因此这时需要首先将交流电（AC）转换成直流电（DC），然后使用一种称为 ACDC/DCAC 的设备再转换回到频率正确的交流电。

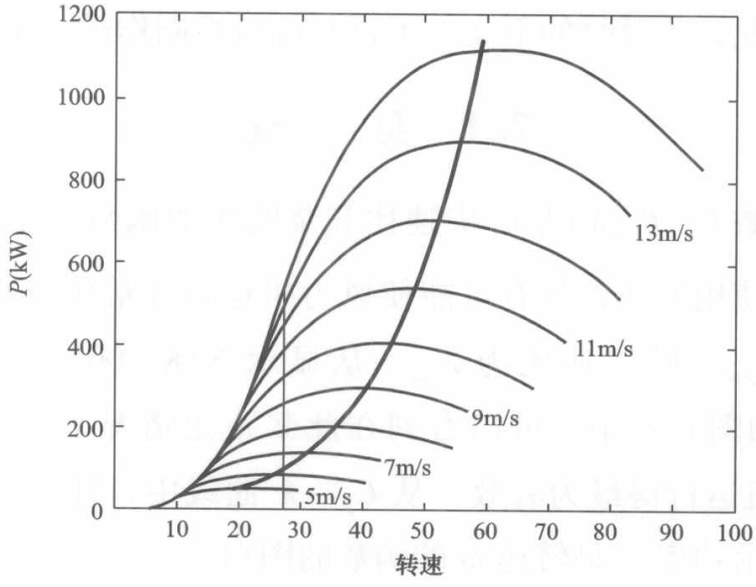


图 7.12　定转速与变转速

考虑到功率是扭矩乘以角速度，即 $P = M\omega$，将方程（7.4）和方程（7.5）代入，得到：

$$M = \frac{1}{2}\rho\omega^2 R^3 A C_p(\lambda, \theta_p)/\lambda^3 \tag{7.6}$$

这样，发电机要获得最大功率系数 $C_{p,\max}(\theta_{p,opt}, \lambda_{opt})$ 的条件是：

$$M_{opt} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 R^3 A C_{p,\max}(\theta_{p,opt}, \lambda_{opt})/\lambda_{opt}^3 = \text{const} \cdot \omega^2 \tag{7.7}$$

应该使用该特征直到达到最大可允许叶尖速度。此后扭矩应该是常数，例如图 7.7 所示特征。如果风轮扭矩超过了发电机的这个最大扭矩，风轮将按方程（7.2）加速，但是由于风轮的转动惯量很大，风轮需要花费一些时间来增加速度。由于发电机扭矩是常数，电功率输出几乎是常数，变距系统应该控制转速而不是功率。由于风轮大的惯量，因此转动速度的变化缓慢。变距系统有足够的时间动作。这将克服在定转速条件下运行时桨距调节型风力机的大脉冲/波动问题，其功率输出如图 7.5 所示。桨距调节型变转速风力机的控制框图如图 7.13 所示。

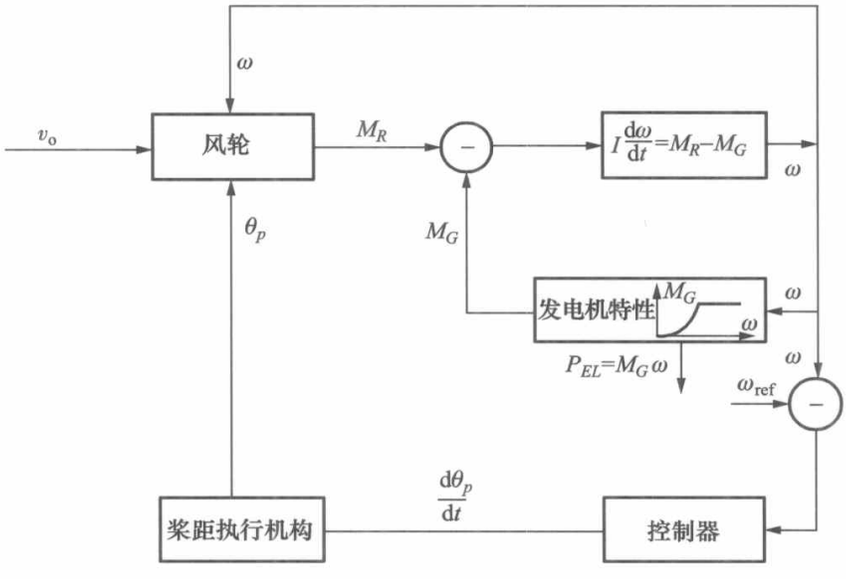
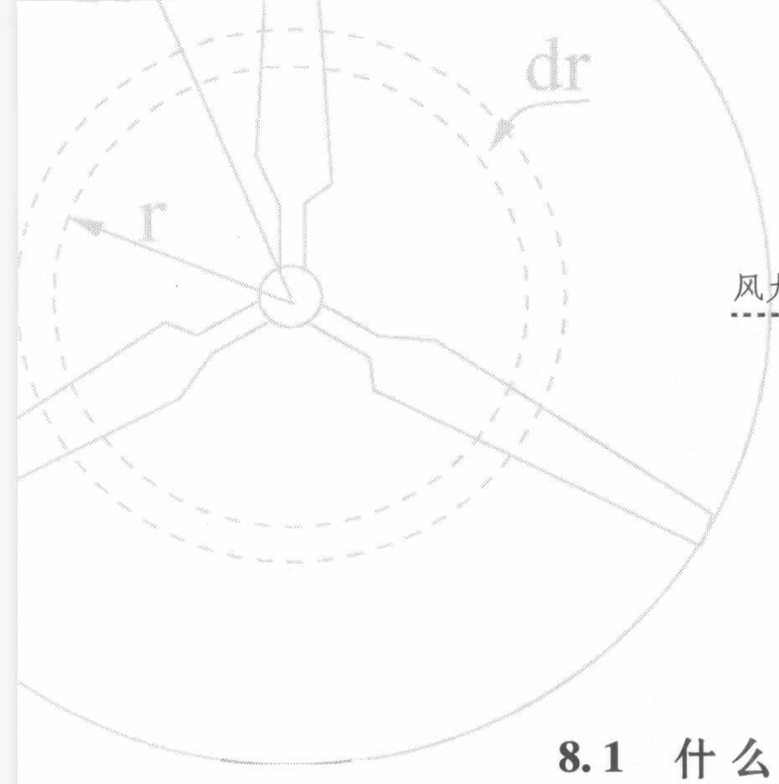
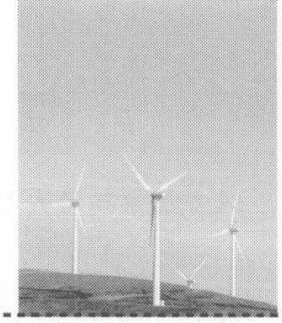


图 7.13 桨距调节型变转速风力机控制框图示意

使用异步发电机获得变速的一种方式是采用双馈感应发电机（DFIG）。此时一种能有效控制发电机转子的设备与发电机相连

接。有了双馈感应发电机就可能实现变速运行，这样可以减少疲劳载荷，提高电能质量，并且在低风速情况下，通过最优 C_p 运行稍微多发电。当然，也需要考虑控制系统和必须的变流器的额外投资。





8 最 优 化

8.1 什么是最优设计

至此已经导出了对给定的风力机进行计算的全部方程，人们可以使用这些方程进行最优设计。首先，需要对最优设计进行定义。由于风力机的目的是发电，并且发电成本应该有竞争性，这样目标函数就是利用该设计生产的风力机在典型的20年设计寿命中，能在给定的地点将发电成本最小化（以$/kWh的形式给出）。

为此，需要为风力机的每一个部件估计一个成本函数，并且还需要估计维护成本。从纯技术的观点来看，所谓最优设计，就是给定风轮直径的风力机每年能获取尽可能多的发电量。如果风力机的安装地点的风速v_0随时间不变化，那么就是在此风速下对功率系数优化。由于实际风速是变化的，最优设计可能是有较低的$C_{p,\max}$，如图8.1的设计2所示。

正如前面的章节所显示的，年发电量即考虑了安装地点的风速分布，也考虑了风力机的功率曲线。因此，最优设计也取决于风力机的实际安装地点。比如，前面已经描述过的叶素动量理论程序可以同最优算法相结合，在施加适当限制的情况下，可以对叶片的几何形状进行优化。当然，随后绝对有必要验证，最优设计计算在整个设计寿命期间都能幸存，并同时考虑了极限载荷和疲劳载荷。

8.2 传统的单点优化

有可能使用已经导出的方程，比如在有关著述中[2]，分析计算图8.1所示设计1情况下的几何尺寸。那种设计对主要运行在巡航

速度下的航空飞行器而言是更有意义的。这对变转速运行的风力机而言也是有意义的。理想情况下，这种风力机可以通过控制系统保证运行在最优尖速比 λ_{opt} 和最优桨距角 $\theta_{p,opt}$ 状态下，如第 7 章所述的。

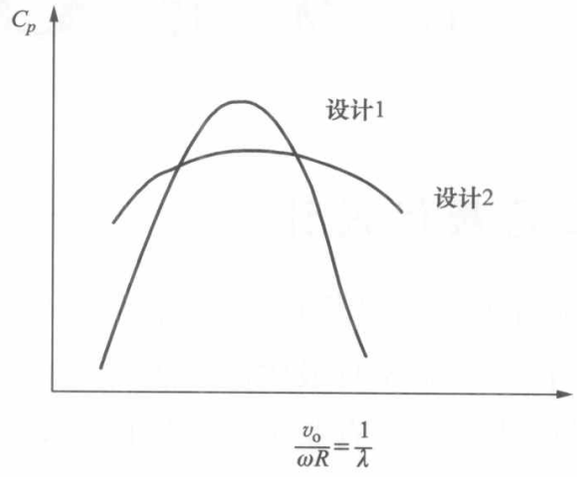


图 8.1　两种不同的设计

注：设计 1 具有较大的 $C_{p,\max}$ 值，但是在不同的尖速比的情况下，C_p 值下降很快；设计 2 具有较小的 $C_{p,\max}$ 值，但是尖速比在某一范围内性能表现更好。

首先要选择一种好的翼型，相对来说翼型必须对粗糙度不敏感，并且具有可以接受的失速特性。而且，对噪声的考虑也会影响到翼型的选择。一种可能的选择是 NACA63－415 翼型，在失速调节型风力机中已经证明该翼型具有较好的失速特性。由于设计只运行在某一点处，需要保证在叶片整个展向处有效攻角有一个最优值。这时最优值是升力与阻力的比值最大。

从图 8.2 中可以看到，NACA63－415 翼型在 $Re=3\times10^6$ 且攻角 α 是 4°情况下，C_l/C_d 的最大值约是 120。还可以看到，当翼型表面施加标准粗糙度，且在同样的最优攻角 α 是 4°情况下，C_l/C_d 的最大值下降到约 67。在下面的例子中，使用了带粗糙度的翼型数据：$C_{l,opt}$（4°）=0.8 和 $C_{d,opt}$（4°）=0.012。另外，叶片数 B 取为 3，设计点的 $\lambda=\omega R/v_0=6$。由于在设计中选择攻角为 4°，流动附着在叶片上，方程（4.32）和方程（4.38）适用。将方程（4.32）和方程（4.38）联立，得到 x 和 a 之间的最优关系式：

$$16a^3-24a^2+a(9-3x^2)-1+x^2=0 \tag{8.1}$$

使用方程（4.38）可以求得 a' 的最优值，这样，局部最优桨距角的计算式为：

$$\theta_{opt}=\phi-\alpha_{opt} \tag{8.2}$$

入流角 ϕ 的计算式为：

$$\tan\phi = \frac{(1-a)\ v_o}{(1+a')\ \omega r} = \frac{1-a}{(1+a')\ x} \tag{8.3}$$

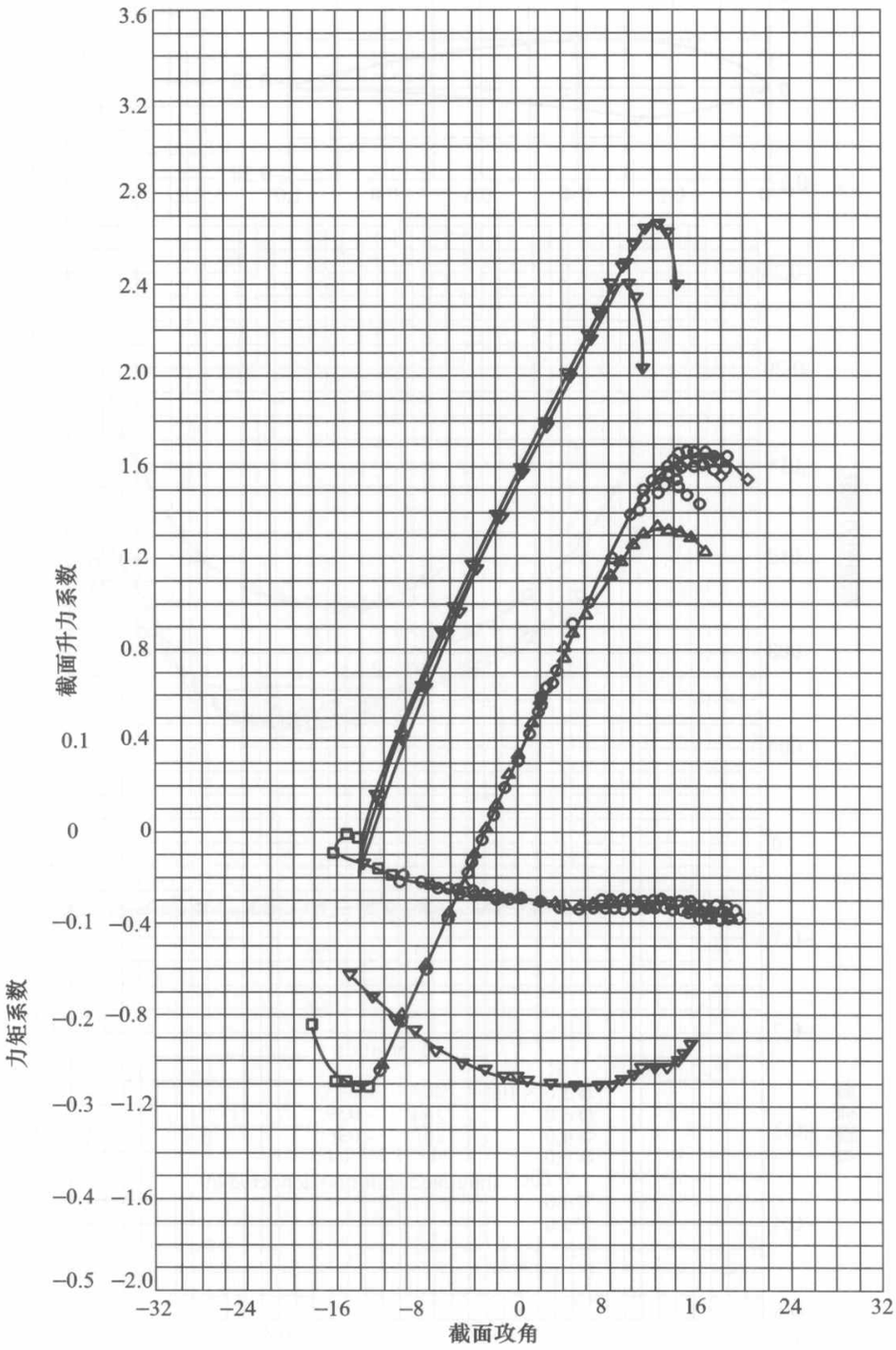


图 8.2 NACA63 – 415 翼型的翼型数据

注：得到 Abbot 和 von Doenhoff 的允许进行复制[1]。

使用 a 和 a' 的最优值，利用方程（6.23）可以求得最优弦长分布为：

$$\frac{c\ (x)}{R} = \frac{8\pi ax\sin^2\phi}{(1-a)\ BC_n\lambda} \tag{8.4}$$

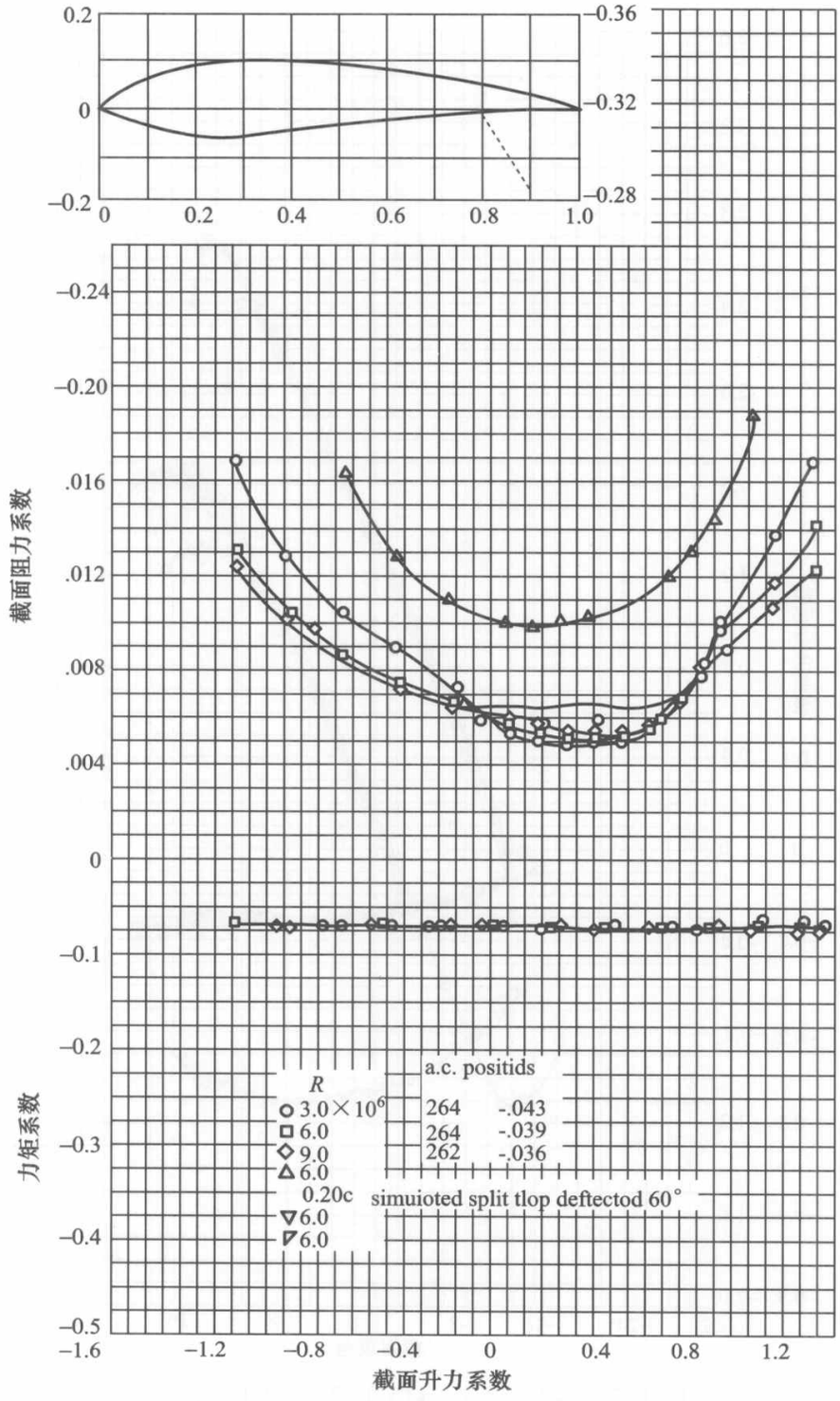


图 8.2　NACA63－415 翼型的翼型数据（续）

注：得到 Abbot 和 von Doenhoff 的允许进行复制[1]。

其中：

$$C_n = C_{l,opt}\cos(\phi) + C_{d,opt}\sin(\phi) \tag{8.5}$$

已知 $\lambda = 6$，$\alpha_{opt} = 4$，$C_{l,opt} = 0.8$，$C_{d,opt} = 0.012$ 和叶片数 $B = 3$，现在就可以计算最优弦长和桨距角的分布，其求解结果如图 8.3 和图 8.4 所示。然而要注意，在这些简单的表达式中，没有考虑普朗特叶尖损失因子。当考虑叶尖损失因子时将使最优桨距角和弦长分布朝叶尖靠近。

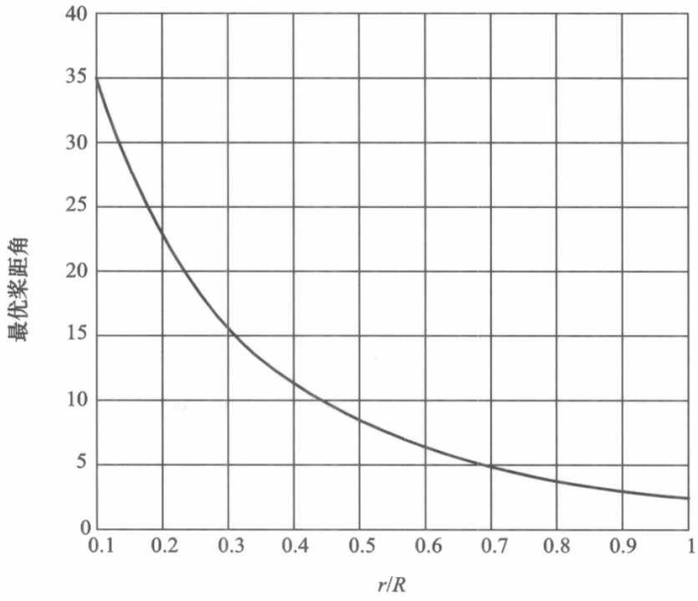


图 8.3 当 $\lambda = 6$，$\alpha_{opt} = 4$，$C_{l,opt} = 0.8$，$C_{d,opt} = 0.012$ 和 $B = 3$ 时最优桨距角分布（忽略普朗特叶尖损失因子）

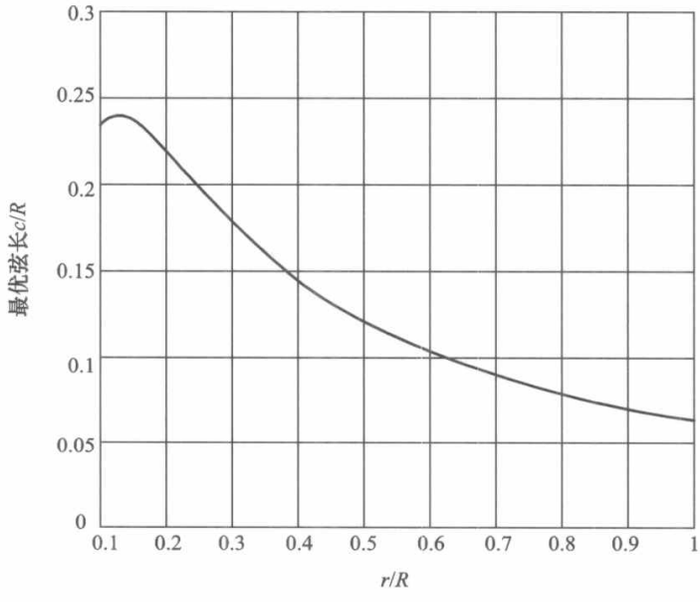
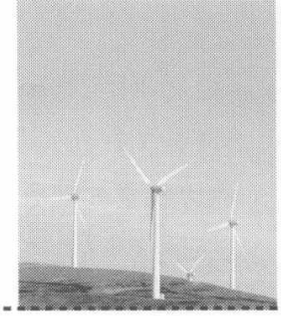


图 8.4 当 $\lambda = 6$，$\alpha_{opt} = 4$，$C_{l,opt} = 0.8$，$C_{d,opt} = 0.012$ 和叶片数 $B = 3$ 时最优弦长分布（忽略普朗特叶尖损失因子）

参 考 文 献

[1] Abbot, H. and von Doenhoff, A. E. (1959) Theory of Wing Sections, Dover Publications

[2] Glauert, H. (1935) Airplane Propellers from Aerodynamic Theory, Vol. 4, Division L edited by Durand W. F., Julius Springer, pp. 169 - 360



9 非定常叶素动量模型

为了对已经知道风速分布的给定风电场中的某台风力机的年发电量进行预测，使用第6章描述的定常叶素动量方法计算定常功率曲线就足够了。但是由于大气湍流、风剪切和塔架的出现会引起流经风轮的流动不稳定性，需要使用非定常叶素动量方法来实际计算风力机的气弹特性。为了做到这一点，需要风力机完整的结构模型，这必须同非定常叶素动量方法相结合，尤其是振动叶片的速度和塔架改变了叶片所经历的视在风速，因此也就改变了气动载荷。

由于风在时间和空间上的变化，在任何时候知道沿叶片展向的某一截面在某一固定坐标系的位置是极为重要的。固定坐标系或惯性坐标系可以位于塔架的底部，这取决于结构模型的复杂性，风力机上还可以设置另外几个坐标系。下面的例子说明一个非常简单的模型，即风力机由4个坐标系来描述，如图9.1所示。

首先，惯性坐标系1放置在塔架的底部；坐标系2不旋转，放置在机舱上；坐标系3固定在旋转的主轴上；坐标系4与某一叶片保持一致。注意由于坐标系2的朝向，如果主轴如图9.1所示机头朝上，倾角 θ_{tilt} 必定是负值。

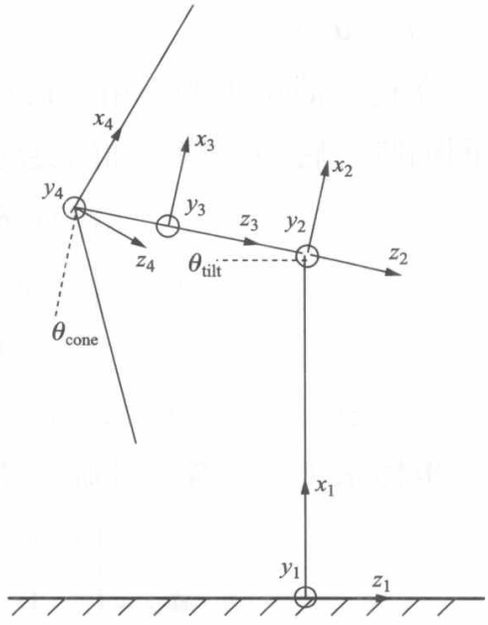


图9.1　4个坐标系描述的风力机

通过一个变换矩阵 $\boldsymbol{a}_{AB}$，某坐标系中的一个向量 $\boldsymbol{X}_A = (x_A, y_A, z_A)$ 可以在另外一个坐标系中表示为 $\boldsymbol{X}_B = (x_B, y_B, z_B)$，即：

$$\boldsymbol{X}_B = \boldsymbol{a}_{AB}\boldsymbol{X}_A \tag{9.1}$$

变换矩阵 $\boldsymbol{a}_{AB}$ 中的列表示坐标系 A 在坐标系 B 中的单位向量。而且，从坐标系 B 转换到坐标系 A 的变换矩阵就是 $\boldsymbol{a}_{BA} = \boldsymbol{a}_{AB}^{\mathrm{T}}$。现在这些规则将运用在图 9.1 所示的坐标系中。首先构建变换矩阵 $\boldsymbol{a}_{12}$。假定除了坐标原点位置不同外，坐标系 1 和坐标系 2 是相同的。坐标系 2 先绕 x 轴旋转 θ_{yaw} 角，可得变换矩阵：

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_{\mathrm{yaw}} & \sin\theta_{\mathrm{yaw}} \\ 0 & -\sin\theta_{\mathrm{yaw}} & \cos\theta_{\mathrm{yaw}} \end{bmatrix} \tag{9.2}$$

随后，坐标系 2 绕 y 轴旋转 θ_{tilt} 角，可得变换矩阵：

$$\boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathrm{tilt}} & 0 & -\sin\theta_{\mathrm{tilt}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_{\mathrm{tilt}} & 0 & \cos\theta_{\mathrm{tilt}} \end{bmatrix} \tag{9.3}$$

由于坐标系 2 绕 z 轴不旋转，可得变换矩阵：

$$\boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9.4}$$

这样坐标系 1 和坐标系 2 之间的整个变换矩阵 $\boldsymbol{X}_2 = \boldsymbol{a}_{12}\boldsymbol{X}_1$，就是 $\boldsymbol{a}_{12} = \boldsymbol{a}_3 \cdot \boldsymbol{a}_2 \cdot \boldsymbol{a}_1$。

在这个简单模型中由于假设主轴是刚性的，坐标系 2 和坐标系 3 之间的唯一转换是绕 z 轴的旋转，可得变换矩阵：

$$\boldsymbol{a}_{23} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathrm{wing}} & \sin\theta_{\mathrm{wing}} & 0 \\ -\sin\theta_{\mathrm{wing}} & \cos\theta_{\mathrm{wing}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9.5}$$

θ_{wing} 是叶片 1 的转角，如图 9.2 所示。

坐标系 4 是仅绕 y 轴旋转角度 θ_{cone}，可得变换矩阵：

$$\boldsymbol{a}_{34} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathrm{cone}} & 0 & -\sin\theta_{\mathrm{cone}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_{\mathrm{cone}} & 0 & \cos\theta_{\mathrm{cone}} \end{bmatrix} \tag{9.6}$$

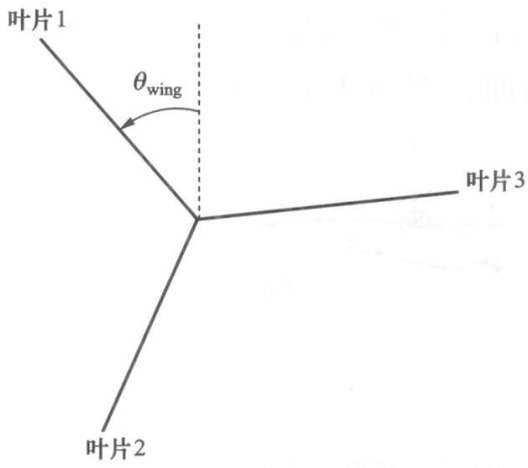


图 9.2　从下游看风轮

注意为了使叶片成如图 9.1 所示的锥形，锥角一定是负值。沿叶片 1 上的某一点在坐标系 4 中描述为 $\boldsymbol{r}_4 = (x, 0, 0)$，此处 x 是从旋转轴到叶片上该点的径向距离。为了将这个向量从坐标系 4 变换到惯性坐标系 1，需要进行如下变换。

首先将这个向量变换到坐标系 3，然后变换到坐标系 2，最后变换到坐标系 1，也就是：

$$\boldsymbol{r}_3 = \boldsymbol{a}_{43} \cdot \boldsymbol{r}_4$$

$$\boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{a}_{32} \cdot \boldsymbol{r}_3$$

$$\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{a}_{21} \cdot \boldsymbol{r}_2$$

或者直接变换为：

$$\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{a}_{21} \cdot \boldsymbol{a}_{32} \cdot \boldsymbol{a}_{43} \cdot \boldsymbol{r}_4 = \boldsymbol{a}_{12}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{a}_{23}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{a}_{34}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{r}_4$$

为了找到坐标系 1 中叶片上某点的坐标，如图 9.3 所示使用向量加法：

$$\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} = \boldsymbol{r}_{\mathrm{t}} + \boldsymbol{r}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{r}_{\mathrm{b}} \qquad (9.7)$$

方程（9.7）中的所有向量 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{t}}$、$\boldsymbol{r}_{\mathrm{s}}$ 和 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{b}}$ 都必须在同一坐标系中给出。

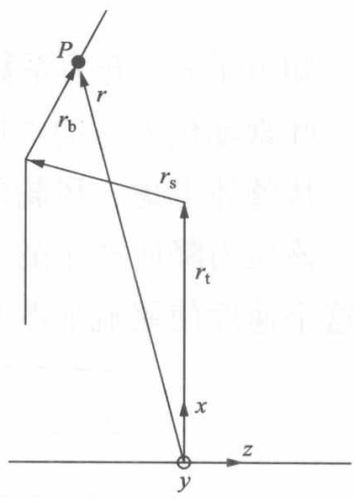


图 9.3　用向量表示叶片上的某一点

对叶片上的某一位置，使用的是坐标系 1，因为风速也是在这个固定坐标系中给出。

叶片所经历的未受干扰的风速可以通过将速度 v_1 变换到坐标系 4 中求得：

$$\boldsymbol{v}_0 = \begin{pmatrix} \boldsymbol{v}_x \\ \boldsymbol{v}_y \\ \boldsymbol{v}_z \end{pmatrix} = \boldsymbol{a}_{34} \cdot \boldsymbol{a}_{23} \cdot \boldsymbol{a}_{12} \cdot \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{a}_{14} \boldsymbol{v}_1 \qquad (9.8)$$

为了求得流经叶片的相对速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}$，转速$\boldsymbol{v}_{\mathrm{rot}}$加上诱导速度$\boldsymbol{W}$，必须作为向量与坐标系4中的速度$\boldsymbol{v}_{\mathrm{o}}$相加，如图9.4所示。

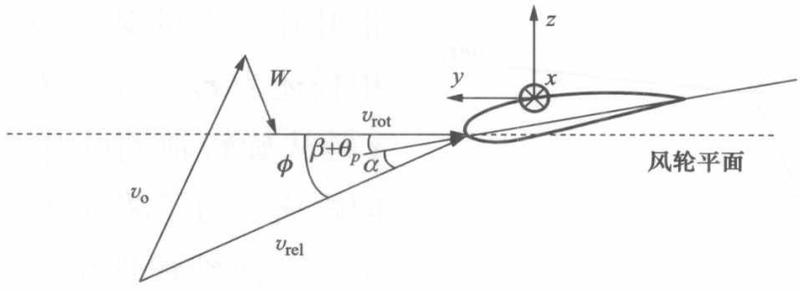


图9.4　流经某一叶片上的局部速度三角形

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{rel}}=\boldsymbol{v}_{\mathrm{o}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{rot}}+\boldsymbol{W}\Rightarrow\begin{pmatrix}v_{\mathrm{rel},y}\\v_{\mathrm{rel},z}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}v_y\\v_z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-\omega x\cos\theta_{\mathrm{cone}}\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}W_y\\W_z\end{pmatrix}\tag{9.9}$$

如果已经知道诱导速度$\boldsymbol{W}$，攻角α可以计算为：

$$\alpha=\phi-(\beta+\theta_p)\tag{9.10}$$

此处：

$$\tan\phi=\frac{v_{\mathrm{rel},z}}{-v_{\mathrm{rel},y}}\tag{9.11}$$

知道了α，升力系数和阻力系数可以通过查表求得。

叶素动量方法的本质是确定诱导速度$\boldsymbol{W}$，然后求得局部攻角。

从整体考虑，风轮的作用就像一个圆盘，它上面是不连续的压力降。该压力降所产生的推力导致一个垂直于风轮平面的速度W_{n}，就是这个速度使尾流如图9.5所示偏转。

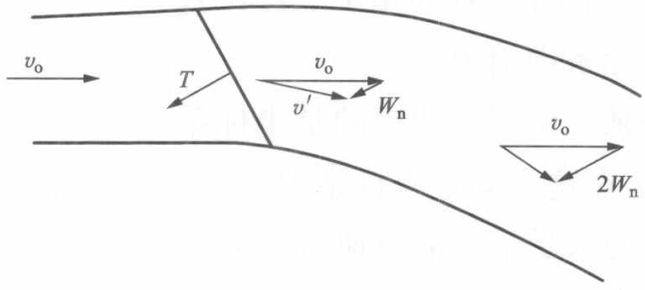


图9.5　从上面看风轮圆盘后的尾流

从简单的动量理论已经知道，无穷远尾流中的诱导速度是风轮平面后的诱导速度的2倍。Bramwell已经在他的有关著作中指出，就向前飞行的旋转直升飞机而言[1]，葛劳渥特有关这个诱导速度与推

力的关系表达式为（与呈椭圆形加载的环形机翼的升力线结果类似）：

$$W_n = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{W} = \frac{T}{2\rho A \mid v' \mid} \tag{9.12}$$

此处$|\boldsymbol{v}'| = |\boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{W})|$。

$\boldsymbol{n}$是推力方向的单位向量，在坐标系3中它的坐标是$\boldsymbol{n} = (0, 0, -1)$。

更进一步，在零偏航角即风向完全对准的情况下，方程（9.12）就简化成传统的叶素动量理论。一架向前飞行的旋转直升飞机对应90°偏航角，因此假设方程（9.12）对任何偏航角都是适用的，事实上相距甚远。

图9.6给出接近叶片截面的局部效应。假定只有升力引起诱导速度，而诱导速度与升力的方向相反。

假设在该径向位置来自于这个叶片的力只影响区域$dA = 2\pi r dr/B$里的气流，这样，所有B个叶片就包括了在半径r处风轮圆盘的整个环形区域，参见图9.7。

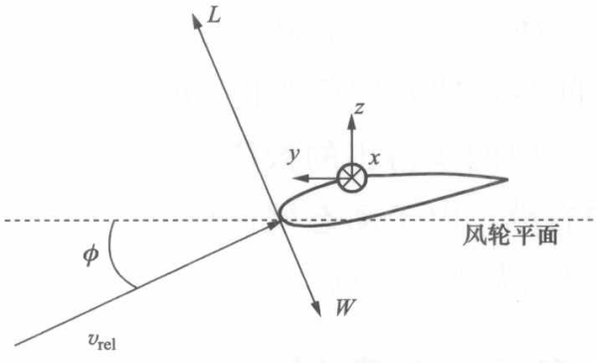


图9.6 翼型上的局部效应

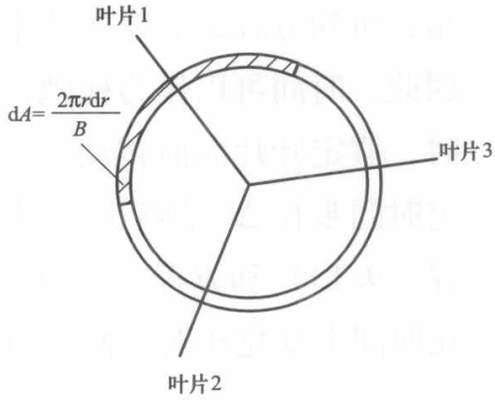


图9.7 环形带

从方程（9.12）以及图9.6，针对一个叶片可以导出下式：

$$W_n = W_z = \frac{-L\cos\phi \cdot \mathrm{d}r}{2\rho \dfrac{2\pi r \mathrm{d}r}{B} F \mid \boldsymbol{v}_0 + f_g \boldsymbol{n} \ (\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{W}) \mid}$$

$$= \frac{-BL\cos\phi}{4\pi\rho r F \mid \boldsymbol{v}_0 + f_g \boldsymbol{n} \ (\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{W}) \mid} \tag{9.13}$$

针对切向分量，可以假设一个类似的表达式：

$$W_t = W_y = \frac{-BL\sin\phi}{4\pi\rho rF \mid \boldsymbol{v}_0 + f_g \boldsymbol{n} \ (\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{W}) \mid} \tag{9.14}$$

F 是普朗特叶尖损失因子。注意零偏航角时诱导速度方程与经典的叶素动量方法保持一致，因此能简化成众所周知的表达式：

$$C_T = 4aF \ (1 - f_g \cdot a) \tag{9.15}$$

此处定义厚度无限小 dr 的环形单元：

$$C_T = \frac{\mathrm{d}T}{\rho v_0^2 \mathrm{d}A} \tag{9.16}$$

f_g通常指的是葛劳渥特修正，它是在湍流的尾流状态下，推力系数 C_T和轴向诱导因子 a 的经验关系式，并且如果使用方程（6.38），则采用如下形式：

$$f_g = \begin{cases} 1 & a \leqslant a_c \\ \dfrac{a_c}{a}\left(2 - \dfrac{a_c}{a}\right) & a > a_c \end{cases} \tag{9.17}$$

a_c约为 0.2。而且，由于入流角也包含取决于诱导速度本身的攻角，可知方程组需要迭代求解。但是这里所描述的方法是非定常的，因此，时间可以作为松弛因子；换言之，当求解诱导速度的新值 $\boldsymbol{W}$ 时，假定叶片向前转动一个时间步长即方位角变化 $\Delta\theta_{\text{wing}} = \omega\Delta t$（假定时间步长 Δt 足够小），从前一时间步得出的数值就可以应用到方程（9.13）和方程（9.14）的右端。由于动态尾流模型，诱导速度在时间上变化相对缓慢，因而可以做到这一点。

9.1 动态尾流模型

当方程（9.13）和方程（9.14）与气动载荷处于平衡前考虑时间延迟，需要使用动态入流模型。在欧盟资助的两个项目中，测试不同的工程模型并与试验结果对照[5,6]。S. Øye 教授提出其中一个模型是对诱导速度设置滤波器，它由两个一阶微分方程组成：

$$W_{\text{int}} + \tau_1 \frac{\mathrm{d}W_{\text{int}}}{\mathrm{d}t} = W_{qs} + k \cdot \tau_1 \frac{\mathrm{d}W_{qs}}{\mathrm{d}t} \tag{9.18}$$

$$W + \tau_2 \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = W_{\mathrm{int}} \tag{9.19}$$

W_{qs}是通过方程（9.13）和方程（9.14）求得的准静态解，W_{int}是中间值，而W则是用作诱导速度的最终滤波值。使用简单的旋涡法对两个时间常数进行标定，即：

$$\tau_1 = \frac{1.1}{(1-1.3a)} \cdot \frac{R}{v_o} \tag{9.20}$$

$$\tau_2 = \left[0.39 - 0.26 \times \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \cdot \tau_1 \tag{9.21}$$

式中：R是风轮半径，$k=0.6$，a是轴向诱导因子，偏航角为零时定义为$a = W_n / |\boldsymbol{v}_0|$，或者更一般的情况下，则使用下式估计：

$$a = \frac{|\boldsymbol{v}_0| - |\boldsymbol{v}'|}{|\boldsymbol{v}_0|} \tag{9.22}$$

使用方程（9.20）时，a不允许超过0.5。可以运用不同的数值方法来求解方程组（9.18）和（9.19）。这里建议的方法是假定右端项是常数，这样就可以解析求解，因而得到下述算法：

（1）使用方程组（9.13）和（9.14），计算W_{qs}^i。

（2）使用向后差分估计方程（9.18）的右端项$H = W_{qs}^i + k \cdot \tau_1 \dfrac{W_{qs}^i - W_{qs}^{i-1}}{\Delta t}$。

（3）解析求解方程（9.18），$W_{\mathrm{int}}^i = H + (W_{\mathrm{int}}^{i-1} - H) \exp\left(\dfrac{-\Delta t}{\tau_1}\right)$。

（4）解析求解方程（9.19），$W^i = W_{\mathrm{int}}^i + (W^{i-1} - W_{\mathrm{int}}^i) \exp\left(\dfrac{-\Delta t}{\tau_2}\right)$。

当推力变化时，例如通过改变叶片的桨距角，为了获取载荷和功率的时间特性，对诱导速度使用动态滤波器是必须的。图9.8给出的是2MW风电机组在桨距角突然变化时，风轮轴扭矩的计算和测量响应。当$t=2$s时，桨距角从0增加到3.7°，因而减少了局部攻角。首先扭矩从260kNm下降到150kNm，大约10s以后诱导速度和功率才达到了新的平衡。当$t=32$s时，桨距角又变换回0°，这时扭矩上

可以观察到类似的超调。从图 9.8 中可以看到的尖峰下降只能使用动态入流模型计算；那样的模型对桨距调节的风电机组而言是最重要的。

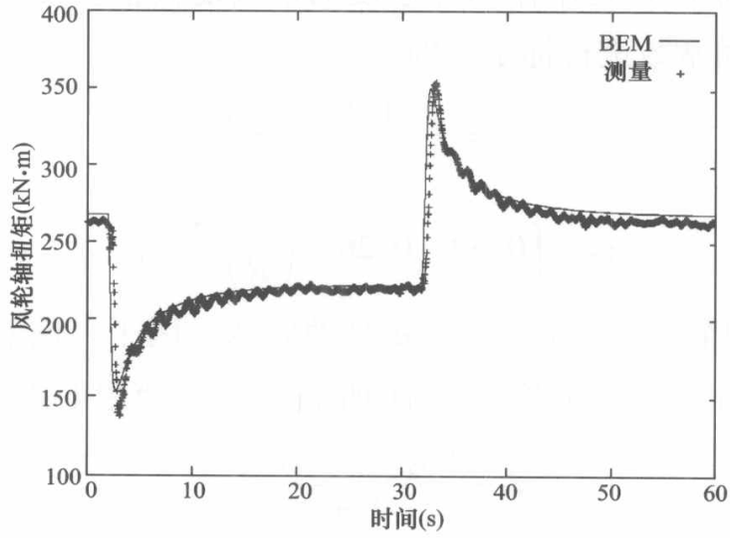


图 9.8　当风速为 8.7m/s、桨距角有一个阶跃输入时，Tjaereborg 型风电机组的风轮轴扭矩的测量和计算时间历程比较

9.2　动　态　失　速

由于风剪切、风轮偏航/倾斜未对准风向、经过塔架以及大气湍流，叶片某一点上所经历的风速在不断的变化。这对攻角有直接的影响，风轮旋转过程中攻角在不断的变化。叶片攻角的改变不会在载荷中立即显示出来，而是有一个时间延迟，该延迟与弦长和叶片截面处的相对速度之比成比例。气动载荷的响应取决于边界层是否附着或者已经部分分离。在仍然附着流动的情况下，可以使用适用于非定常升力和气动力矩的 Theodorsen 理论来估算时间延迟[7]。针对后缘失速，换言之，边界层分离起始于后缘，当增加攻角后，将逐渐向上游增加，所谓的动态失速，可以通过如 S. Øye 教授所描述的分离函数 f_s来模拟[4]（参见后文）。Beddoes-Leishman 模型更进一步考虑了附着流动、前缘分离和可压缩效应，并且也同时修正了阻力和力矩系数[3]。对风力机而言，如果使用动态翼型数据，后缘分离被认为是最重要的现象，但是线性区域的效应也可能是重要的[2]。S. Øye 教

授的有关论文已经说明，如果不使用动态失速模型，在挥舞方向进行的振动计算在真正的风力机上根本就不存在，对失速型风力机而言特别如此。基于稳定考虑，强烈建议至少要使用包括升力的动态失速模型。对后缘失速，失速的程度通过f_s可得到如下描述：

$$C_l = f_s C_{l,inv}(\alpha) + (1 - f_s) C_{l,fs}(\alpha) \tag{9.23}$$

式中：$C_{l,inv}$是没有任何分离的非黏性流动升力系数，$C_{l,fs}$是已经完全分离的流动的升力系数，例如带有锋利前沿的平板。而$C_{l,inv}$通常是在线性区域静态翼型数据进行外插得到，估计$C_{l,fs}$和f_s^{st}的一种方式可以参见 Hansen 等人的有关报告[2]。f_s^{st}是使用方程(9.23)f_s复制静态翼型数据的数值。假定f_s总是试图回归到如下所示的静态值：

$$\frac{\mathrm{d}f_s}{\mathrm{d}t} = \frac{f_s^{st} - f_s}{\tau} \tag{9.24}$$

通过解析方法积分可以得到：

$$f_s(t + \Delta t) = f_s^{st} + [f_s(t) - f_s^{st}] \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \tag{9.25}$$

式中：τ是时间常数，约等于$A \cdot c/v_{\mathrm{rel}}$，其中$c$表示局部弦长，$v_{\mathrm{rel}}$是叶片截面所经历的相对速度，$A$是常数，典型取值是4。使用动态失速模型，翼型数据在给定攻角时总是趋向静态值，而该攻角随时间也在变化。举例来说，如果攻角突然从低于失速攻角增加到高于失速攻角时，在一段短时间内非定常翼型数据将包含一些非黏性/非失速值$C_{l,inv}$，并且可以看到相对于静态数据的过调。这样它可以看作是黏性边界层从一种状态发展到另外一种状态所需要的时间模型。图9.9显示的是使用动态失速模型时的结果，此时$\alpha = 15 + 2\sin(12.57 \cdot t)$，时间常数$\tau = 0.08\mathrm{s}$，并且初始条件$f_s(0) = f_s^{st}$。可以看到，在动态翼型数据失速区，升力曲线的平均斜率$\mathrm{d}C_l/\mathrm{d}\alpha$，取值为正，这对稳定性是有利的。

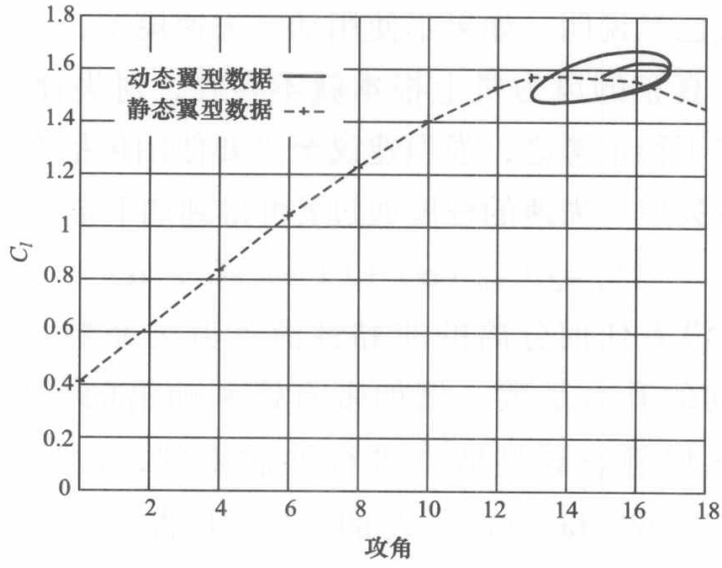


图 9.9　使用动态失速模型所得结果举例

9.3　偏航/倾斜模型

如果风轮已经偏航（和/或已经倾斜），如图 9.10 所示，则诱导速度将有一个方位角的变化，因此，当叶片指向上游比同一个叶片转了半圈后指向下游时的诱导速度要小些。

这一点的物理解释是，指向下游的叶片比指向上游的叶片更深地进入尾流。这意味着指向上游的叶片比指向下游的叶片经历了更大的风速，因而产生更大的载荷，这样产生有益的偏航力矩，试图将风轮更多地对风或迎风，由此增强了偏航的稳定性。偏航模型描述了诱导速度的分布。如果没有包括偏航模型，叶素动量方法将不能预测恢复偏航力矩。由葛劳渥特提出的下列偏航模型也可以在 Snel 和 Schepers 的有关文献中找到[6]：

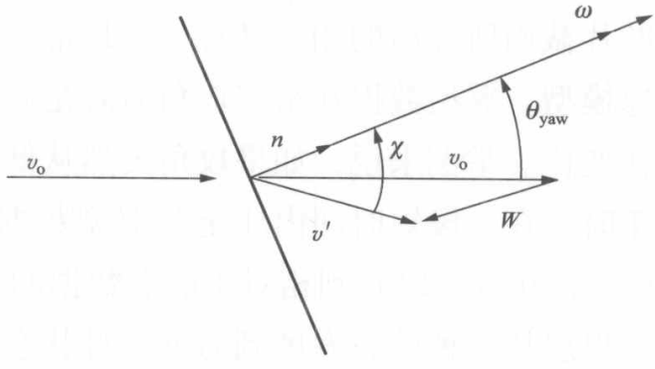


图 9.10　风场中已经偏航的风轮

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W}_o\left[1 + \frac{r}{R}\tan\left(\frac{\chi}{2}\right)\cos\left(\theta_{wing} - \theta_o\right)\right] \tag{9.26}$$

此处尾流斜交角χ定义为尾流中的风速与风轮转轴的夹角，参见图9.10。$\boldsymbol{W}_0$是将方程组（9.13）和方程组（9.14）与方程组（9.18）和方程组（9.19）联立求得的平均诱导速度。θ_0是叶片指向尾流最深处时的角。斜交角通过下式求得：

$$\cos\chi = \frac{\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{v}'}{|\boldsymbol{n}| \ |\boldsymbol{v}'|} \tag{9.27}$$

$\boldsymbol{n}$是一个法向量，指向旋转轴方向，参见图9.10。假设斜交角沿半径方向是常数，可以在接近$r/R = 0.7$的径向位置处计算。

在$t + \Delta t$时刻，新的方位角$\theta_{\text{wing}}(t + \Delta t) = \theta_{\text{wing}}(t) + \omega \cdot \Delta t$处的诱导速度现在就知道了。因此，可以通过方程（9.10）计算攻角，升力系数、阻力系数和力矩系数也能通过查表求得。法向载荷p_z和切向载荷p_y可以通过下列等式求得：

$$p_z = L\cos\phi + D\sin\phi \tag{9.28}$$

$$p_y = L\sin\phi - D\cos\phi \tag{9.29}$$

此处：

$$L = \frac{1}{2}\rho |\boldsymbol{v}_{\text{rel}}|^2 cC_l \tag{9.30}$$

$$D = \frac{1}{2}\rho |\boldsymbol{v}_{\text{rel}}|^2 cC_d \tag{9.31}$$

将非定常叶素动量模型总结如下：

（1）读取几何尺寸并运行参数。

（2）初始化叶片的位置和速度。

（3）将叶片离散成N个单元。

（4）初始化诱导速度：

1）针对$n = 1$到最大时间步长（$t = n \cdot \Delta t$）。

2）针对每一个叶片。

3）针对每一个单元1到N。

（5）使用诱导速度的原值，通过方程（9.9）计算叶片单元的相对速度。

（6）使用方程组（9.10）和（9.11）计算入流角以及攻角。

（7）查表求得静态系数 C_l 和 C_d。

（8）使用动态失速模型确定动态翼型数据。

（9）使用等式（9.30）计算升力。

（10）使用等式组（9.28）和（9.29）计算载荷 p_z 和 p_y。

（11）使用方程组（9.13）和（9.14）计算诱导速度 W_z 和 W_y 的新的平衡值。

（12）使用动态尾流模型求得非定常诱导速度 W_z 和 W_y。

（13）在偏航情况下，通过方程（9.26）计算方位角变化，并计算每一个叶片的诱导速度。

当进行气弹计算时，此时不认为结构是刚性的，载荷 p_z 和 p_y 是用来确定叶片的局部速度 $\boldsymbol{v}_b$ 的。当计算相对速度时，必须把该叶片速度考虑进去，因此，方程（9.9）应扩展为：

$$\begin{pmatrix} v_{\mathrm{rel},y} \\ v_{\mathrm{rel},z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_y \\ v_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\omega x \cos\theta_{\mathrm{cone}} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_y \\ W_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_{b,y} \\ v_{b,z} \end{pmatrix} \tag{9.32}$$

9.4 风的确定性模型

图 9.11 所示的时间平均的大气边界层分布模型：

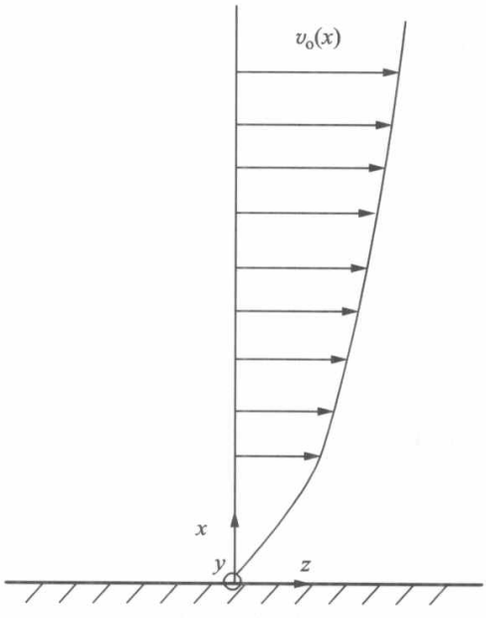


图 9.11　确定性风速剪切

$$v_0(x) = v_0(H)\left(\frac{x}{H}\right)^{v} \tag{9.33}$$

此处 H 是轮廓高度，x 是从地表面开始计算的距离，v 是表征剪切程度的参数。v 的取值范围在 0.1 ~ 0.25 之间。

由于有塔架，风也受其影响。考虑塔架影响的简单流动模型是假设位流，参见图 9.12。

坐标系 1 的布局是使未受干扰的风速 v_0 与 z 轴保持一致。在如图 9.12 所示的极坐标系中，假定流经塔架的径向和切向速度分量是位流，因此这两个速度分量可以计算为：

$$v_r = v_o\left[1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2\right]\cos\theta \tag{9.34}$$

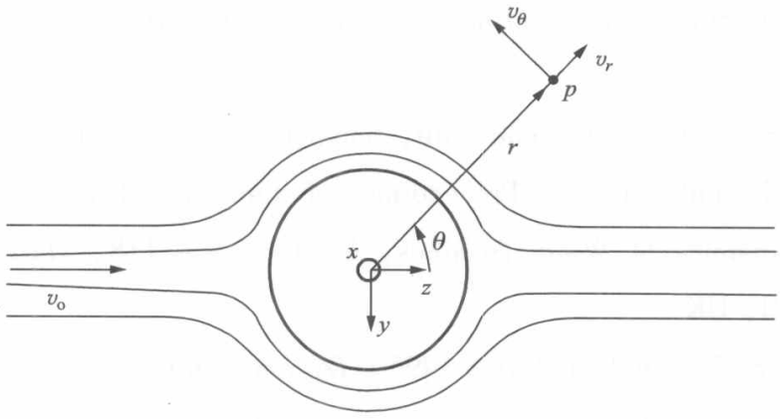


图 9.12 塔架效应

$$v_\theta = -v_o\left[1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2\right]\sin\theta \tag{9.35}$$

a 是塔架半径，由速度转换到笛卡儿坐标系 1 得到：

$$\begin{aligned} v_z &= v_r\cos\theta - v_\theta\sin\theta \\ v_y &= v_r\sin\theta - v_\theta\cos\theta \end{aligned} \tag{9.36}$$

可使用 r、θ 和 y、z 之间的下述关系式：

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{z}{r} \\ \sin\theta &= -\frac{y}{r} \\ r &= \sqrt{z^2 + y^2} \end{aligned} \tag{9.37}$$

注意对下风向风力机而言，位流的假设不是一个好的近似。此时每旋转一圈，每一个叶片要经过塔架尾流一次。而且，对风力机进行的实时仿真时，应将实际的大气风的湍流部分加上。

参 考 文 献

[1] Bramwell, A. R. S (1976) *Helicopter Dynamics*, Edward Arnold (Publishers) Ltd, London

[2] Hansen M H, Gaunaa M and Madsen H A (2004) 'A Beddoes-Leishman Type Dynamic Stall Model in State-space and Indicial Formulations' Risoe-R-

1354 (EN), Roskilde, Denmark

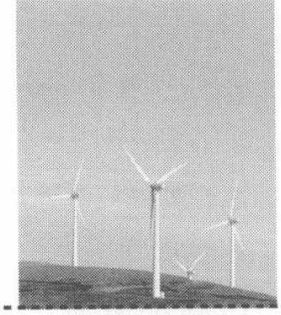
[3] Leishman J G and Beddoes T S (1989) 'A Semi-Empirical Model for Dynamic Stall' *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 34, No. 3, pp 3 – 17

[4] Øye, S (1991) 'Dynamic Stall, Simulated as a Time Lag of Separation' in K. F. McAnulty (ed) Proceedings of the. 4th IEA Symposium on the Aerodynamics of Wind Turbines, ETSU – N – 118, Harwell Laboratory, Harwell, UK

[5] Schepers J G and Snel H (1995) *Dynamic Inflow: Yawed Conditions and Partial Span Pitch Control*, ECN – C – – 95 – 056, Petten, The Netherlands

[6] Snel H and Schepers J G (1995) *Joint Investigation of Dynamic Inflow Effects and Implementation of an Engineering Method*, ECN – C – – 94 – 107, Petten, The Netherlands

[7] Theodorsen T (1935) 'General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter', NACA report No. 496, National Advisory Committee for Aeronautics, pp. 413 – 433



10 载荷和结构简介

前面已经详细描述了如何计算风力机上的气动载荷，下面章节关注的是需要解决结构问题，以保证整个风电机组在它的典型的20年设计寿命中不发生破坏。通常情况下，不完善的控制系统、极端风况、疲劳断裂或者存在缺陷的安全系统都可能导致破坏。如果等到发电机的功率丧失，将可能发生非常危险的损坏。在这种情况下如果没有安全系统，比如机械或者气动紧急刹车的情况，风轮上没有刹车力矩，那么风轮将自由加速。由于气动力随风轮转速的平方增加，叶片在下风向方向将越来越弯曲，因此最后可能撞到了塔架上，或者由于离心力的作用甩出。已经有人估计，从一台超速的风力机上断开的叶片将在距离塔架大约300m的地方溅落[2]。幸运的是，激烈的破坏很少发生，并且据作者迄今为止所知，还没有关于人类已经受到风力机上甩出的叶片损伤的报道。安全标准，例如IEC 61400的制定是为了保证风力机的安全运行。标准定义载荷工况，例如极端阵风，风力机必须在此阵风下能够生存。已经知道闪电将导致叶片的开裂。

由于风力机结构要保证至少运行20年，风轮旋转圈数的数量级大约是10^9，因此疲劳是一个非常重要的问题。为了估计风力机在整个寿命期的载荷，必须要在有湍流的实际风场中使用气动弹性程序计算材料中的载荷以及相应的应力，或者在已经研制完成的风力机上直接测量。一旦知道了动态应力，就可以使用标准方法例如Palmgren-Miner准则计算疲劳损坏。

为了便于更好地理解随后的内容，这里对水平轴风力机上的主要载荷进行简要介绍。为了从风中吸收能量，需要向上风向方向用力

以减少风速，这种力就称为推力，它由流经单个风轮叶片的流动引起，并且由风轮面上的压差产生。整个推力不仅在垂直于流动方向上有一个分量，而且在叶片旋转方向上还有一个切向分量。而切向力分量产生了驱动风轮旋转的主轴扭矩。为了表征这些载荷，通常给出在接近叶片根部位置处的挥舞和摆振弯曲力矩，以及位于风轮和第一个轴承之间的主轴的俯仰力矩和偏航力矩。如图 10.1 所示的挥舞弯曲力矩 M_{flap} 来自于法向力（推力），它倾向于使叶片沿下风向方向偏离风轮平面：

$$M_{\text{flap}}(r_{\text{pos}}) = \int_{r_{\text{pos}}}^{R} r p_N(r)\,\mathrm{d}r \tag{10.1}$$

式中 p_N 是单位长度上的法向力，r 是局部半径，R 是风轮的整个半径，$\mathrm{d}r$ 是叶片叶素的径向长度。摆振弯曲力矩则是由切向力分布产生的在风轮平面内的弯曲力矩。摆振弯曲力矩有时也称为前后力矩。

如图 10.1 所示的主轴上的俯仰力矩会使机舱绕塔架翻转。偏航力矩则会使机舱绕塔架旋转。有时也给出塔架根部的两个弯曲力矩。图 10.2 中给出的是，在平均风速 11m/s 时，用气动弹性程序 FLEX4 计算得到的各种载荷的例子。最上面的两个图形分别是轮毂高度处的风速及功率输出，下面的四个图形给出的则分别是挥舞弯矩和摆振弯矩，以及俯仰力矩和偏航力矩的相应的时间历程。在摆振弯矩图形上可以清晰地看到重力的影响，表现出明显的正弦变化，在正弦变化上还叠加了一些来自于大气湍流的小型高频信号。挥舞弯矩主要受气动载荷的影响，而气动载荷随湍流风场变化，因此挥舞弯矩信号具有更强的随机性。

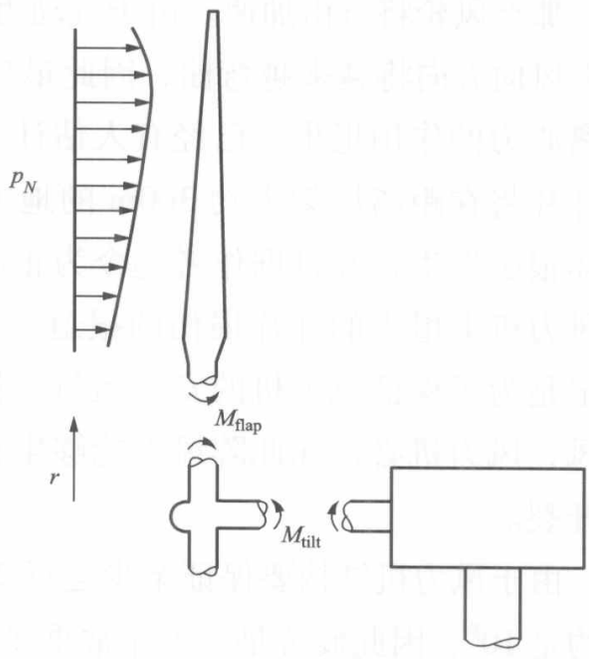


图 10.1　水平轴风力机上的一些主要载荷

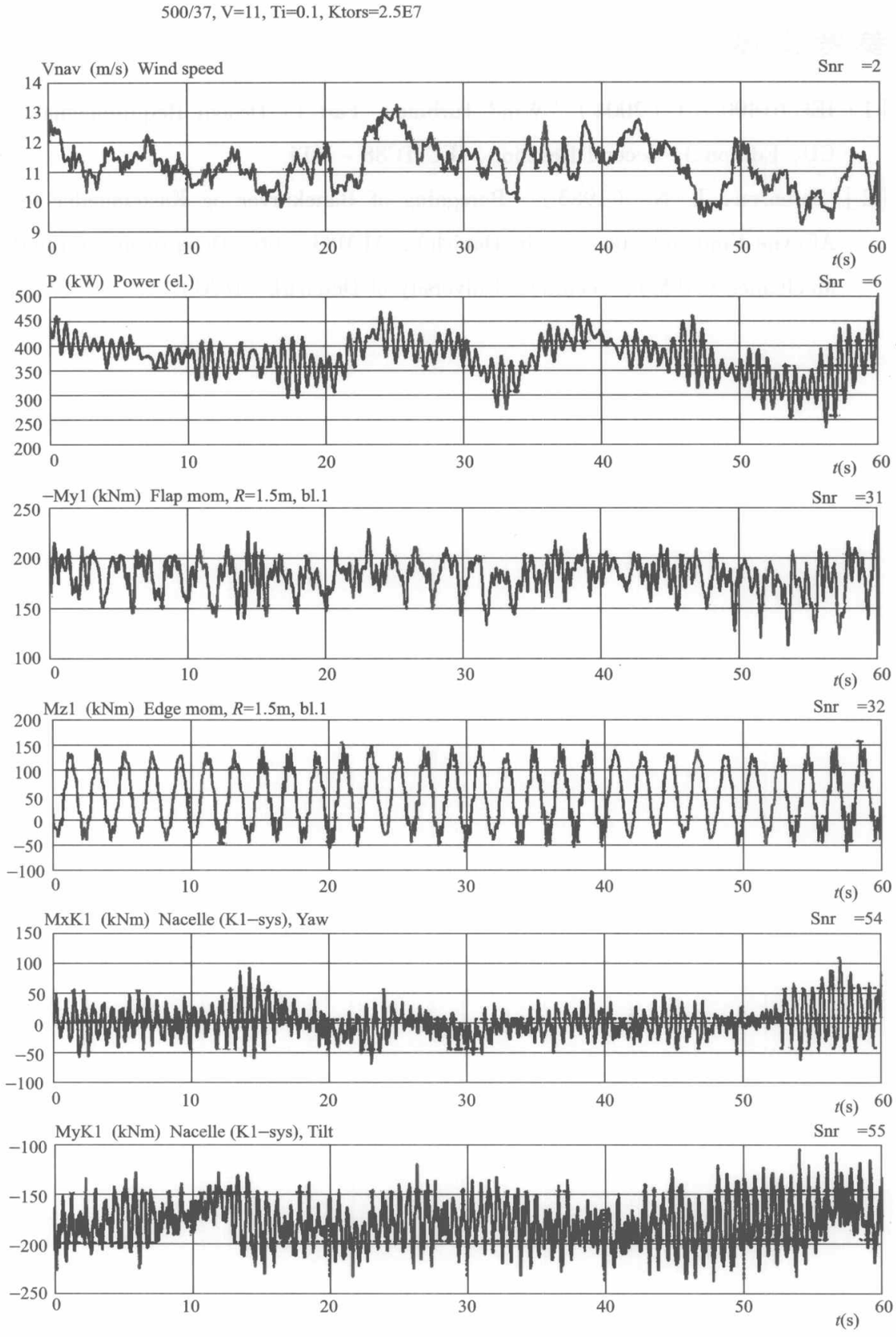
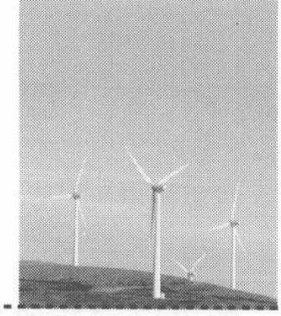


图 10.2 使用 FLEX4 程序对平均风速为 11m/s 的计算载荷示例

参 考 文 献

[1] IEC 61400 - 1 (2004) 'Wind Turbines. Part 1: Design Requirements', CD, Edition 3, Second Revision, IEC TC88 - MT1

[2] Sorensen, J. N. (1983) 'Beregning af Banekurver og Kastelangder for Afrevne Vindmollevinger' (in Danish), AFM83 - 06, Department of Fluid Mechanics (AFM), Technical University of Denmark (DTU)



11 风力机叶片的梁理论

本部分描述的是，当从空气动力学角度考虑设计风力机叶片的外形轮廓时，如何使叶片制造得具有足够的强度和刚度。在过去，叶片中已经使用过如木材、钢、铝、玻璃纤维增强塑料（GRP）和碳纤维增强塑料（CFRP）等材料。选择材料时取决许多参数，例如强度、重量、刚度和价格，并且对风力机而言非常重要的是疲劳特性。目前大多数风力机叶片是使用 GRP 材料制造的，因此下面对使用这种材料的制造过程作一个简要介绍。首先生产用于叶片上表面（吸力面）和下表面（压力面）的铸模（是一种阴模），其次将一称之为凝胶漆的薄层涂在铸模上。凝胶漆将给叶片表面带来白色的光滑层，这意味着随后不需要对叶片上漆。然后再放进一些玻璃纤维垫子。为了将垫子与硬质纤维层黏合起来，一层环氧树脂或者聚酯被滚压到每一层垫子表面。垫子的数量就给出了壳的厚度，典型情况下在翼型的前缘和后缘是一层薄壳而在翼型中间则是一层厚壳。这种叶片的截面如图 11.1 所示。

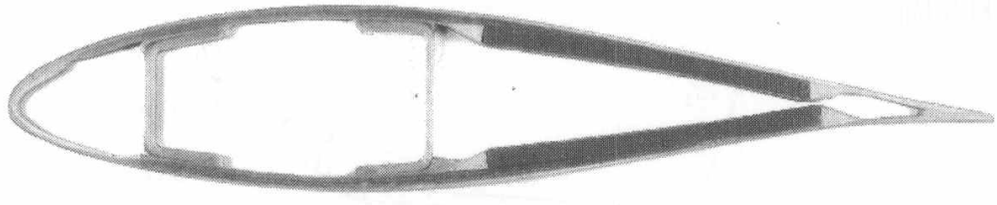


图 11.1　实际叶片的截面

为了使叶片的强度和刚度更大，需要在将壳胶接之前于两块壳之间黏结一种称为腹板的结构。为了使后缘刚度更高，将叶片的上半部分和下半部分组装之前也可以胶接泡沫板。由于这种结构由不同特性的层组成，通常称之为夹心结构，其示意图如图 11.2 所示，该

图可以容易地与图 11.1 的实际截面进行比较。由图 11.2 可知，表皮中间厚厚的一层垫子和环氧树脂同腹板一起，形成了一个类似盒子的结构。为了进行结构分析，叶片最重要的结构部分即类似盒子的结构，其作用如同主梁，在该梁表面黏结一薄层，以确定叶片的几何形状。在主梁上涂一薄层是制造叶片时的一种可选方法，有时采用（所以该薄层不承担载荷，只是给出气动外形）。

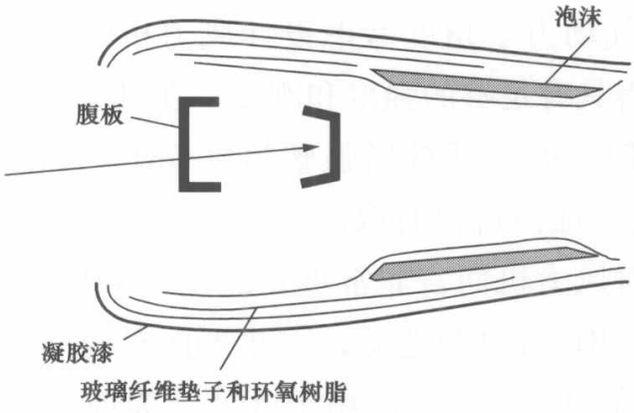


图 11.2　叶片截面示意图

因此，可以将一个叶片模拟成一根梁，当计算不同展向位置处的刚度 EI 和 GI_v 后，就可以使用简单梁理论来计算叶片的应力和位移。E 是弹性模量，G 是剪切弹性模量，而 I 代表不同的转动惯量。在下一部分将对转动惯量进行更详细阐述，并且将说明如何计算如图 11.1 所示的风力机叶片的刚度。

这里所描述的简单梁理论可以在几乎任何关于材料力学的入门书，例如 Gere 和 Timoshenko 的专著中找到[2]。而且，将简要介绍如何计算如图 11.3 所示的重要结构参数。需要这些参数的数值来计算叶片在给定载荷作用下的位移，或者作为使用气动弹性程序进行动态仿真的输入。

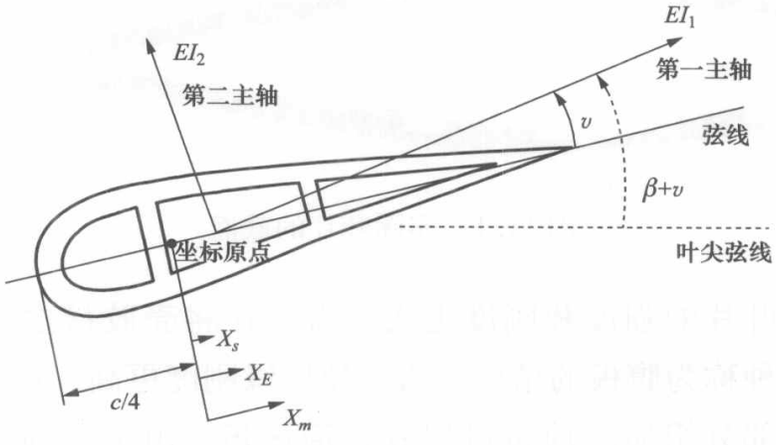


图 11.3　说明主要结构参数的叶片截面

图 11.3 中：

EI_1——绕第一主轴的弯曲刚度；

EI_2——绕第二主轴的弯曲刚度；

GI_v——扭转刚度；

X_E——从坐标原点到弹性变形点的距离；

X_m——从坐标原点到质量中心的距离；

X_s——从坐标原点到剪切变形中心的距离；

β——翼型截面相对叶尖弦长的扭角；

υ——弦长与第一主轴的夹角；

$\beta+\upsilon$——叶尖弦长与第一主轴的夹角。

弹性变形点定义为作用于该点的法向力（力的方向是离开平面）将不引起梁的弯曲。剪切变形中心则定义为作用于该点的平面力将不引起翼型的旋转。如果梁绕两个主轴之一弯曲，则该梁必然仅仅绕该轴弯曲。随后将看到，计算叶片位移时使用主轴是方便的。

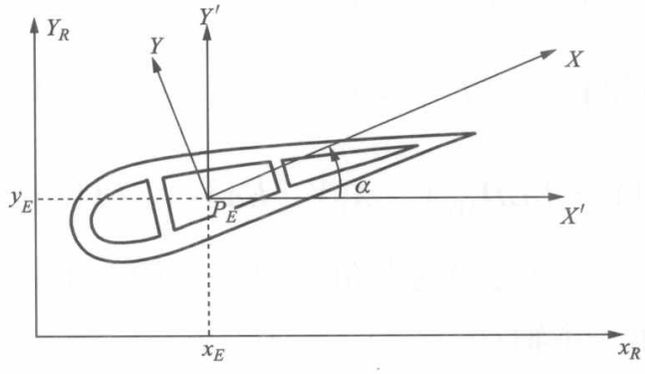


图 11.4　叶片截面

在继续叙述之前，需要引进一些必要的定义。下面的变量都是在图 11.4 的参考坐标系（X_R，Y_R）中定义：

纵向刚度：$[EA] = \int_A E\mathrm{d}A$；

对轴 X_R 的刚度矩：$[ES_{X_R}] = \int_A EY_R\mathrm{d}A$；

对轴 Y_R 的刚度矩：$[ES_{Y_R}] = \int_A EX_R\mathrm{d}A$；

对轴 X_R 的惯性矩：$[EI_{X_R}] = \int_A EY_R^2\mathrm{d}A$；

对轴 Y_R 的惯性矩：$[EI_{Y_R}] = \int_A EX_R^2 \mathrm{d}A$；

离心刚度矩：$[ED_{XY_R}] = \int_A EX_R Y_R \mathrm{d}A$。

从这些定义中得知，可以在参考坐标系（X_R，Y_R）中计算弹性变形点 P_E =（X_E，Y_E）的坐标为：

$$X_E = \frac{[ES_{Y_R}]}{[EA]} \tag{11.1}$$

$$Y_E = \frac{[ES_{X_R}]}{[EA]} \tag{11.2}$$

由于 E 和 ρ 是常数，截面的质量中心是点（X_E，Y_E），其中 ρ 是所使用材料的密度。现用下述公式将惯性矩和离心刚度矩平移到原点在弹性变形点、而平行于原坐标参考系（X_R，Y_R）的坐标系（X'，Y'）：

$$[EI_{X'}] = \int_A E(Y')^2 \mathrm{d}A = [EI_{X_R}] - Y_E^2[EA] \tag{11.3}$$

$$[EI_{Y'}] = \int_A E(X')^2 \mathrm{d}A = [EI_{Y_R}] - X_E^2[EA] \tag{11.4}$$

$$[ED_{X'Y'}] = \int_A EX'Y' \mathrm{d}A = [ED_{XY_R}] - X_E Y_E[EA] \tag{11.5}$$

这样就可以计算 X' 轴与第一主轴之间的夹角 α 以及对两个主轴的弯曲刚度。第二主轴垂直于第一主轴：

$$\alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2[ED_{X'Y'}]}{[EI_{Y'}] - [EI_{X'}]}\right) \tag{11.6}$$

$$[EI_1] = [EI_{X'}] - [ED_{X'Y'}]\tan\alpha \tag{11.7}$$

$$[EI_2] = [EI_{Y'}] + [ED_{X'Y'}]\tan\alpha \tag{11.8}$$

由两个主轴的弯矩 M_X 和 M_Y 以及法向力 N 产生的叶片截面内的应力 σ（x，y）可以由式（11.9）求出：

$$\sigma(x,y) = E(x,y)\varepsilon(x,y) \tag{11.9}$$

其中应变 ε 的计算式为：

$$\varepsilon(x,y) = \frac{M_1}{[EI_1]}y - \frac{M_2}{[EI_2]}x + \frac{N}{[EA]} \tag{11.10}$$

如果是拉伸，则 σ、ε 和 N 取正值；如果是压缩，则取负值。根据叶片的受力情况，下文将介绍弯矩 M_X 和 M_Y 以及法向力 N 的计算。

到现在为止就确定了主要的结构数据。由于风力机叶片在扭转方向的刚度非常大，通常不考虑扭转变形。S. Øye 教授对如何计算剪切变形中心以及扭转刚度给出了一个完整的描述[3]。表 11.1 列出了 2MW Tjæreborg 型风力机上所使用的 30m 叶片的、由 S. Øye 教授给出的结果[4]。

由表 11.1 中可知，由角度 $\beta+v$ 描述的第一主轴的位置随半径 r 变化。从中也可以看出，对叶片的大多数区域而言，由于角度小，第一主轴的位置与弦线几乎重合。

表 11.1　　Tjæreborg 叶片的主要结构参数

r (m)	EA (GN)	EI_1 (MN·m²)	EI_2 (MN·m²)	GI_v (MN·m²)	m (kg/m)	X_E (mm)	X_m (mm)	X_S (mm)	v (°)	$\beta+v$ (°)
1.8	36.0	12 000	12 000	7500	1700	0	0	0	0	0
3.0	6.14	1630	1725	362	330	2	2	0	5.4	14.4
4.5	5.82	1080	1940	328	389	54	159	11	0.94	9.44
6.0	5.10	623	1490	207	347	59	165	13	1.30	9.30
9.0	4.06	255	905	92.8	283	63	170	18	1.09	8.09
12.0	3.33	129	557	47.7	235	58	158	15	0.86	6.86
15.0	2.76	64.8	349	24.7	196	51	137	15	0.86	5.86
18.0	2.33	32.4	221	12.9	166	45	121	16	0.91	4.91
21.0	1.83	15.2	131	6.23	172	41	110	17	0.83	3.83
24.0	1.21	6.04	65.7	2.57	90.3	40	102	16	0.63	2.63
27.0	0.63	1.82	28.1	0.84	52.6	47	108	14	0.16	1.16
30.0	0.21	0.32	9.5	0.18	24.2	82	136	10	-0.52	-0.52

11.1 位移和弯矩

如图 11.5 所示的风力机叶片可以作为悬臂梁来处理，参见图 11.6 所示。

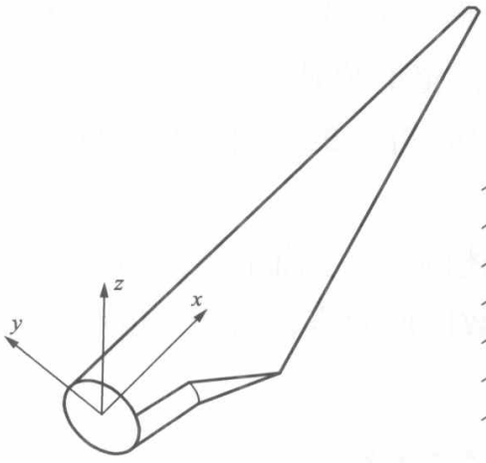


图 11.5 风力机叶片

注：本叶片中所使用的坐标系与图 11.4 所示的坐标系不同。

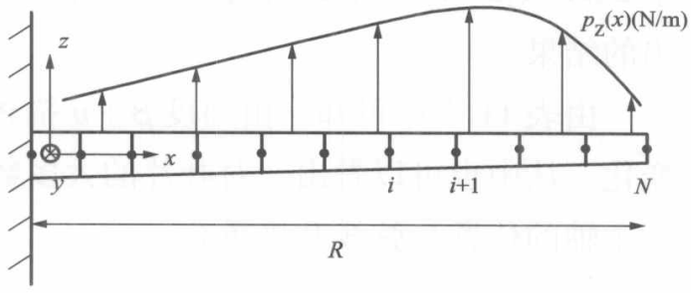


图 11.6 悬臂梁

如果已知沿叶片的外力载荷 p_y 和 p_z，那么可以通过下列表达式求得剪力 T_z 和 T_y，弯矩 M_y 和 M_z：

$$\frac{\mathrm{d}T_z}{\mathrm{d}x} = -p_z(x) + m(x)\ddot{u}_z(x) \tag{11.11}$$

$$\frac{\mathrm{d}T_y}{\mathrm{d}x} = -p_y(x) + m(x)\ddot{u}_y(x) \tag{11.12}$$

$$\frac{\mathrm{d}M_y}{\mathrm{d}x} = T_z \tag{11.13}$$

$$\frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}x} = -T_y \tag{11.14}$$

方程组（11.11 ~ 11.14）可以通过在梁的微元段使用牛顿第二定律导出，如图 11.7 所示。式中 $\ddot{u}$ 是加速度，并且如果叶片处于平衡状态，方程组（11.11）和（11.12）的右端项的最后一项（惯性项）即为零。

现在弯矩就可转换到主轴上（此处 y 轴与叶尖弦长一致）：

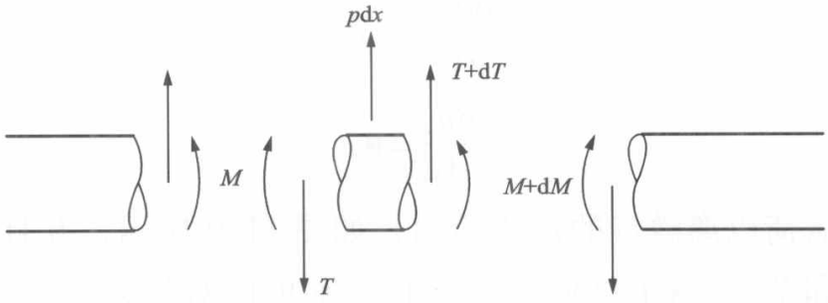


图 11.7　梁的微元段

$$M_1 = M_y\cos(\beta + v) - M_z\sin(\beta + v) \tag{11.15}$$

$$M_2 = M_y\sin(\beta + v) - M_z\cos(\beta + v) \tag{11.16}$$

式中 $\beta + v$ 是 y 轴与第一主轴之间的夹角，如图 11.8 所示。当所有其他条件都相同时，可以假设第一主轴在弦线方向，实际上只有对称翼型才符合这种情况。注意针对正常扭转的叶片，β 是负值，但是在方程组（11.15）、（11.16）、（11.19）和（11.20）中，假设（$\beta + v$）是正值。

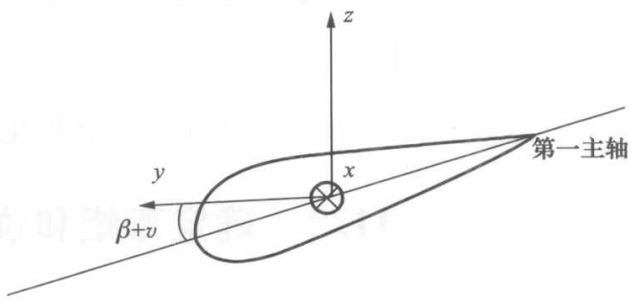


图 11.8　主轴的方位

从简单的梁理论可以得知关于主轴的曲率为：

$$\kappa_1 = \frac{M_1}{EI_1} \tag{11.17}$$

$$\kappa_2 = \frac{M_2}{EI_2} \tag{11.18}$$

然后将这些曲率转换回 y 轴和 z 轴：

$$\kappa_z = -\kappa_1\sin(\beta + v) + \kappa_2\cos(\beta + v) \tag{11.19}$$

$$\kappa_y = \kappa_1\cos(\beta + v) + \kappa_2\sin(\beta + v) \tag{11.20}$$

这时就可以用下列诸式计算角变形和位移：

$$\frac{\mathrm{d}\theta_y}{\mathrm{d}x} = \kappa_y \tag{11.21}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta_z}{\mathrm{d}x} = \kappa_z \tag{11.22}$$

$$\frac{\mathrm{d}u_z}{\mathrm{d}x} = -\theta_y \tag{11.23}$$

$$\frac{\mathrm{d}u_y}{\mathrm{d}x} = \theta_z \tag{11.24}$$

如果载荷以离散点的形式给出，如图 11.9 所示，并且假设载荷在节点 i 和节点 $i+1$ 之间线性变化，则可以对从方程组（11.11 ~ 11.14）及方程组（11.21 ~ 11.24）进行积分，得到下述计算弯矩和位移的数值算法。

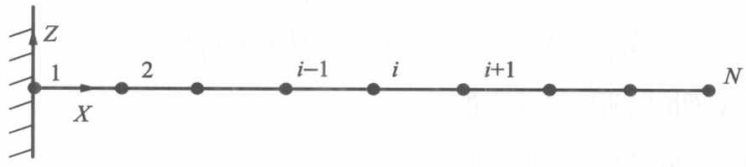


图 11.9　离散化的悬臂梁

11.2　确定弯矩和位移的数值算法

边界条件：$T_y^N = 0$ 以及 $T_z^N = 0$。

$i = N$ 到 2：

$$T_y^{i-1} = T_y^i + \frac{1}{2}(p_y^{i-1} + p_y^i)(x^i - x^{i-1}) \tag{11.25}$$

$$T_z^{i-1} = T_z^i + \frac{1}{2}(p_z^{i-1} + p_z^i)(x^i - x^{i-1}) \tag{11.26}$$

边界条件：$M_y^N = 0$ 以及 $M_z^N = 0$。

$i = N$ 到 2：

$$M_y^{i-1} = M_y^i - T_z^i(x^i - x^{i-1}) - \left(\frac{1}{6}p_z^{i-1} + \frac{1}{3}p_z^i\right)(x^i - x^{i-1})^2 \tag{11.27}$$

$$M_z^{i-1} = M_z^i + T_y^i(x^i - x^{i-1}) + \left(\frac{1}{6}p_y^{i-1} + \frac{1}{3}p_y^i\right)(x^i - x^{i-1})^2 \tag{11.28}$$

对所有离散点，使用方程组（11.15）和（11.16）计算 M_1 和 M_2。然后使用方程组（11.17 ~ 11.20）计算 κ_y 和 κ_z。

边界条件：$\theta_y^1=0$ 以及 $\theta_z^1=0$。

$i=1,\ N-1$：

$$\theta_y^{i+1}=\theta_y^i+\frac{1}{2}(\kappa_y^{i+1}+\kappa_y^i)(x^{i+1}-x^i) \tag{11.29}$$

$$\theta_z^{i+1}=\theta_z^i+\frac{1}{2}(\kappa_z^{i+1}+\kappa_z^i)(x^{i+1}-x^i) \tag{11.30}$$

边界条件：$u_y^1=0$ 以及 $u_z^1=0$。

$i=1,\ N-1$：

$$u_y^{i+1}=u_y^i+\theta_z^i(x^{i+1}-x^i)+\left(\frac{1}{6}\kappa_z^{i+1}+\frac{1}{3}\kappa_z^i\right)(x^{i+1}-x^i)^2 \tag{11.31}$$

$$u_z^{i+1}=u_z^i-\theta_y^i(x^{i+1}-x^i)-\left(\frac{1}{6}\kappa_y^{i+1}+\frac{1}{3}\kappa_y^i\right)(x^{i+1}-x^i)^2 \tag{11.32}$$

边界条件是针对悬臂梁的，为了简化，方程组（11.11）和（11.12）中的惯性项已经忽略，但是如果针对的是非定常计算，则必须考虑惯性项。

11.3　估算一阶挥舞、一阶摆振和二阶挥舞特征模态的一种方法

方程组（11.25～11.32）也可以用来估算前几阶特征模态。所谓特征模态就是没有外力作用下的自由振动，这样方程组（11.11）和（11.12）变成：

$$\frac{\mathrm{d}T_z}{\mathrm{d}x}=m(x)\ddot{u}_z(x) \tag{11.33}$$

$$\frac{\mathrm{d}T_y}{\mathrm{d}x}=m(x)\ddot{u}_y(x) \tag{11.34}$$

由于对特征模态而言，位移具有 $u=A\sin(\omega t)$ 的形式，则加速度如下所示，正比于位移：

$$\ddot{u}=-\omega^2 u \tag{11.35}$$

式中 ω 是有关的特征频率。将式（11.35）代入式（11.33）和式

(11.34)，得到：

$$\frac{\mathrm{d}T_z}{\mathrm{d}x} = -m(x)\omega^2 u_z(x) \tag{11.36}$$

$$\frac{\mathrm{d}T_y}{\mathrm{d}x} = -m(x)\omega^2 u_y(x) \tag{11.37}$$

比较方程组（11.11～11.12）与方程组（11.36～11.37），可以看出，当外载荷等于如下两式时，使用静态梁方程组求得特征模态：

$$p_z = m(x)\omega^2 u_z(x) \tag{11.38}$$

$$p_y = m(x)\omega^2 u_y(x) \tag{11.39}$$

由于式（11.38）和式（11.39）中的位移未知，方程组必须迭代求解。它最终将收敛到与最低阶特征频率相对应的模态，即第一阶挥舞模态。首先，例如可以假定在 y 和 z 方向有一个常值载荷，这样就可以求得初始位移。有了这个位移，就能估算叶片梢部的特征频率：

$$\omega^2 = \frac{p_z^N}{u_z^N m^N} \tag{11.40}$$

这样又可以计算在所有离散点的新载荷：

$$p_z^i = \omega^2 m^i = \frac{u_z^i}{\sqrt{(u_z^N)^2 + (u_y^N)^2}} \tag{11.41}$$

$$p_y^i = \omega^2 m^i = \frac{u_y^i}{\sqrt{(u_z^N)^2 + (u_y^N)^2}} \tag{11.42}$$

注意将载荷沿叶尖的位移归一化，这样保证下次迭代时叶尖位移是1。现在使用方程组（11.41）和（11.42）中的载荷又可以计算新的位移，将步骤重复几次直到特征频率 ω 变成常数。这样就可以求得一阶挥舞模态的位移形状 u_z^{1f} 和 u_y^{1f}，如图11.10所示。

为了求得一阶摆振位移，需要再一次使用该步骤。但是需要作一些修正以保证这种方法不会又收敛到一阶挥舞模态。每一次当计算得到新的位移 $u_y(x)$ 和 $u_z(x)$ 后，需要减去包含一阶挥舞模态的部分：

$$u_z^{1e} = u_z - const_1 \cdot u_z^{1f} \tag{11.43}$$

$$u_y^{1e} = u_y - const_1 \cdot u_y^{1f} \tag{11.44}$$

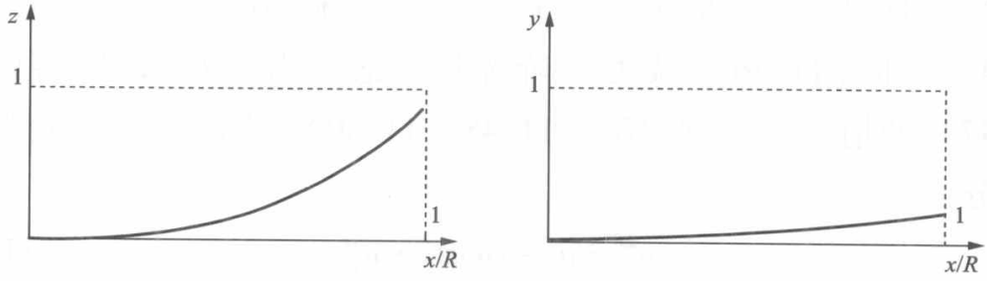


图 11.10　一阶挥舞模态（1*f*）

必须满足下式中的正交性限制来确定上面两式中的常数：

$$\int_0^R u_z^{1f} m u_z^{1e} \mathrm{d}x + \int_0^R u_y^{1f} m u_y^{1e} \mathrm{d}x = 0 \tag{11.45}$$

将方程组（11.43）和（11.44）与方程（11.45）联立，得到该常数的下列表达式：

$$const_1 = \frac{\int_0^R u_z^{1f} m u_z \mathrm{d}x + \int_0^R u_y^{1f} m u_y \mathrm{d}x}{\int_0^R u_z^{1f} m u_z^{1f} \mathrm{d}x + \int_0^R u_y^{1f} m u_y^{1f} \mathrm{d}x} \tag{11.46}$$

这样，为了使该方法最终收敛到一阶摆振模态，需要使用方程组（11.43）、（11.44）和（11.46）将每一次计算得到的新位移减去一阶挥舞模态部分。经过几次迭代后，就可以求得一阶摆振模态的位移形状 u_z^{1e} 和 u_y^{1e}，如图 11.11 所示。

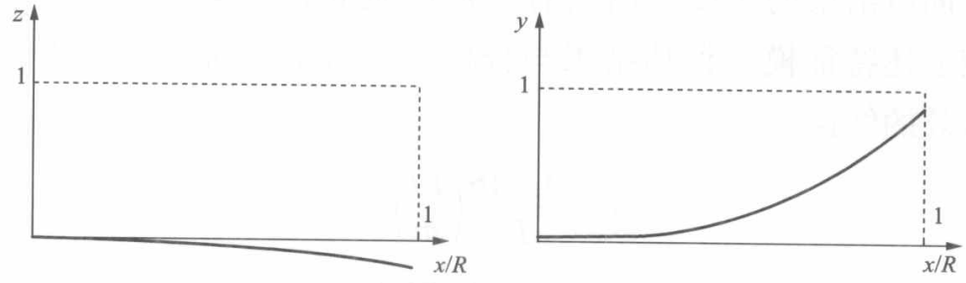


图 11.11　一阶摆振模态（1*e*）

最后，可以类似求得二阶挥舞模态。不但需要减去包含一阶挥舞模态的部分，而且需要使用下列正交性限制来减去一阶摆振模态部分：

$$\int_0^R u_z^{1e} m u_z^{2f} \mathrm{d}x + \int_0^R u_y^{1e} m u_y^{2f} \mathrm{d}x = 0 \tag{11.47}$$

每一次当计算得到新位移后，需要使用方程组（11.43）、（11.44）和（11.46）减去一阶挥舞模态部分。在满足限制条件（11.47）的情况下，方程组（11.48～11.50）用来减去一阶摆振模态部分：

$$u_z^{2f} = u_z - const_2 \cdot u_z^{1e} \tag{11.48}$$

$$u_y^{2f} = u_y - const_2 \cdot u_y^{1e} \tag{11.49}$$

$$const_2 = \frac{\int_0^R u_z^{1e} m u_z \mathrm{d}x + \int_0^R u_y^{1e} m u_y \mathrm{d}x}{\int_0^R u_z^{1e} m u_z^{1e} \mathrm{d}x + \int_0^R u_y^{1e} m u_y^{1e} \mathrm{d}x} \tag{11.50}$$

经过几次迭代后，就可以求得二阶挥舞模态的位移形状 u_z^{2f} 和 u_y^{2f}，如图 11.12 所示。

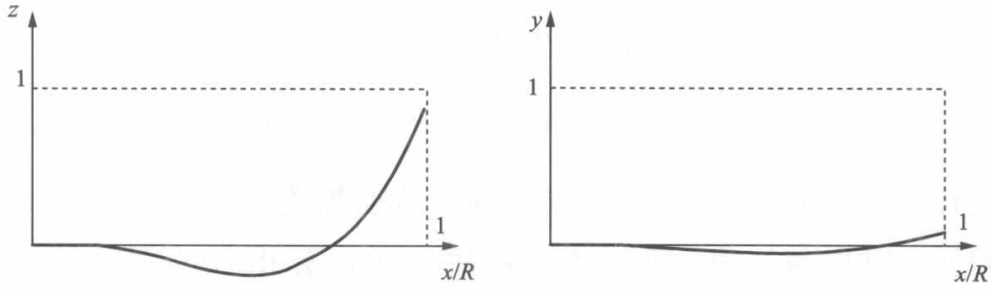


图 11.12　二阶挥舞模态（2*f*）

下面以沿梁的长度方向具有常数性质的悬臂梁为研究对象，通过比较上述特征模态评估结果与分析解，而得出前面所述评估方法是否有效的结论[1]：

$$\omega_1 = \frac{3.516}{L^2}\left(\frac{EI}{m}\right)^{1/2} \tag{11.51}$$

$$\omega_2 = \frac{22.03}{L^2}\left(\frac{EI}{m}\right)^{1/2} \tag{11.52}$$

ω_1和 ω_2分别是一阶和二阶特征频率，而 L 是梁的长度。将上述方法应用于具有如下性质的梁——沿长度方向刚度是常数 $EI = 1\mathrm{Nm}^2$，质量分布 $m = 1\mathrm{kg/m}$，长度 $L = 1\mathrm{m}$ 并使用 11 个节点，最后得到 $\omega_1 = 3.513\mathrm{rad/s}$，该值接近分析解的值 3.516rad/s。使用 11 个节点，得到二阶特征频率是 22.273rad/s；而如果使用 51 个节点，二阶特征频率

则是22.044rad/s，解析解的数值则是22.03rad/s。使用51个节点时的解如图11.13所示。

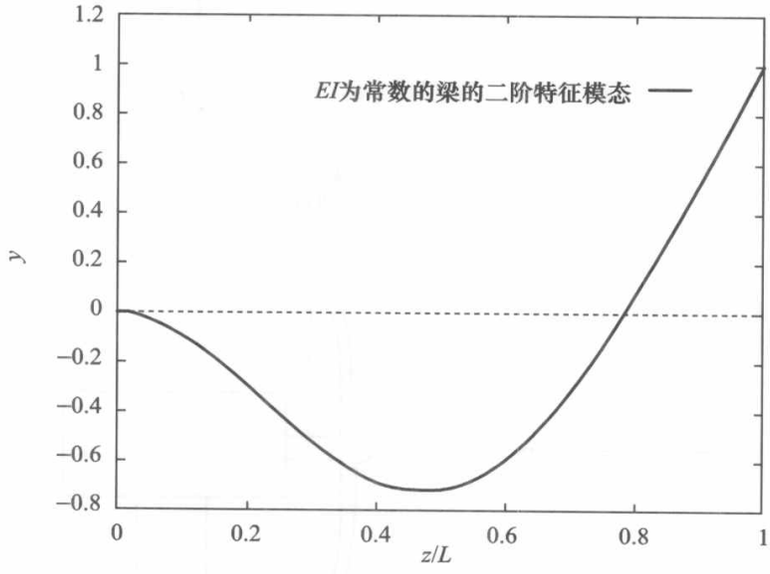


图11.13　使用50个单元计算得到的二阶特征模态

在精确的计算中，必须考虑离心力对已经弯曲的叶片的影响。图11.14中显示了在$r=x$处由于离心加速度产生的整个力F_x。

从x到叶尖R对叶素$\mathrm{d}F_x$进行积分就可以计算得到F_x。

$$F_x=\int_x^R \mathrm{d}F_x=\int_x^R x'\omega^2 m\mathrm{d}x' \tag{11.53}$$

此处ω是风轮的角速度，m是单位长度的质量，$\mathrm{d}x'$是叶片叶素，x'是叶素的径向距离。F_x垂直于风轮叶片的投影是（见图11.14）：

$$F_c=F_x\sin\theta\approx F_x\theta \tag{11.54}$$

该力对应于载荷p_c（单位长度力）：

$$p_c=\frac{\mathrm{d}F_c}{\mathrm{d}x}=F_x\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}+\theta\frac{\mathrm{d}F_x}{\mathrm{d}x} \tag{11.55}$$

当x增加时F_x减少，因此，$\mathrm{d}F_x/\mathrm{d}x=-x\omega^2 m$，这样方程（11.55）变成：

$$p_c=F_x\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}-mx\omega^2\theta \tag{11.56}$$

来自于方程（11.56）的附加载荷应该与利用空气动力学方法计算得到的载荷相加，这样净结果就是载荷的重新分布，这种分布导致

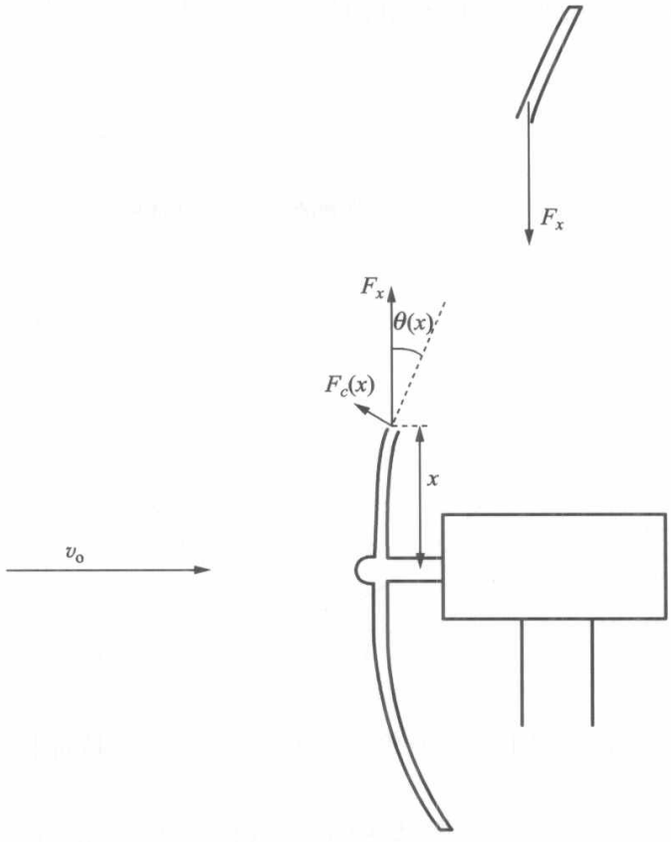


图 11.14　展向位置 x 处的整个离心力 F_x

在挥舞方向的弯矩减少。由于载荷 p_c 是角变形 θ 和曲率 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}x$ 的函数，而 p_c 还是载荷的函数，所以需要迭代几次，以保证位移包含离心加速度的影响。也就是说，第一次迭代时仅仅使用空气动力载荷来计算位移和角变形。然后使用方程（11.53）和方程（11.56）来计算附加载荷。将该附加载荷加到原来的空气动力载荷之后得到新的载荷，从而可以计算得到一组新的位移和角变形。随后再一次使用方程（11.56）来计算离心载荷，将此步骤重复数次后直到最终得到定常解。图 11.15 给出的是：当风速为 10m/s 时，2MW Tjæreborg 型风力机上包括离心载荷的结果。由图 11.15 可知，离心载荷减少了叶尖处的载荷，但是增加了叶根处的载荷。弯矩的相应减少如图 11.16 所示。

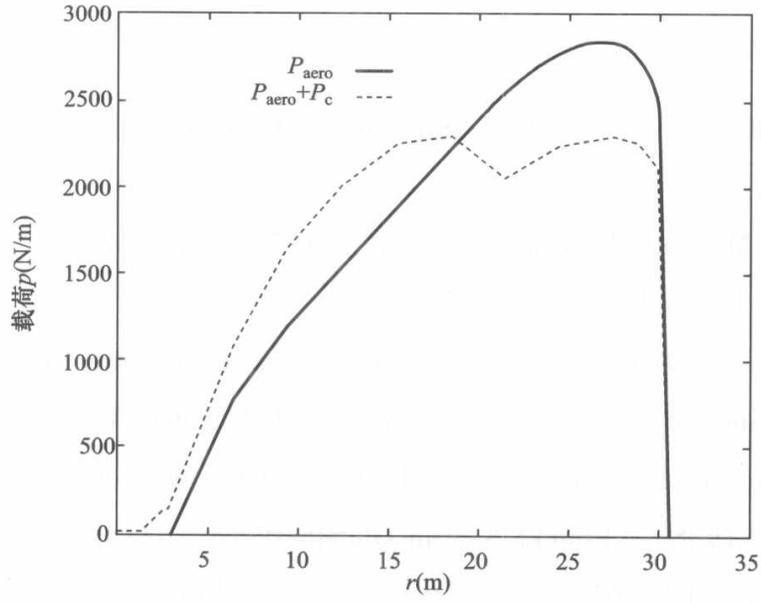


图 11.15　当考虑或不考虑离心载荷时，在 $v_0 = 10\text{m/s}$ 情况下，2MW Tjæreborg 型风力机上对第一主轴的计算载荷

注：P_{aero} 是通过叶素动量方法计算得到的空气动力载荷，而 $P_{aero} + p_c$ 则是空气动力载荷加上离心载荷。

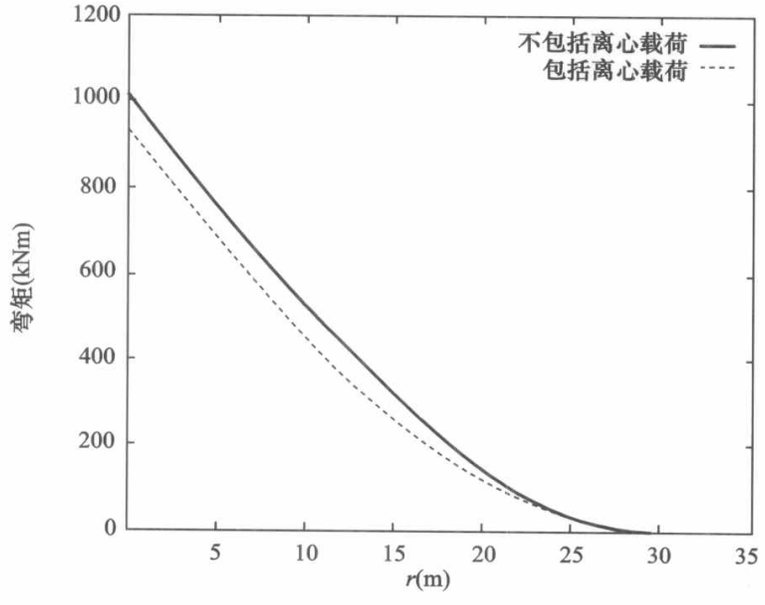


图 11.16　当考虑或不考虑离心载荷时，在 $v_0 = 10\text{m/s}$ 情况下，2MW Tjæreborg 型风力机上对第一主轴的计算弯矩

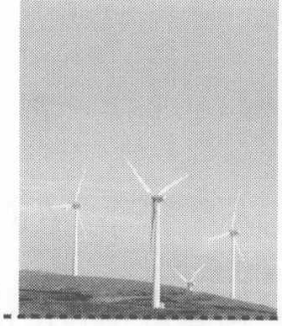
参考文献

[1] Craig, R. R. Jr (1981) Structural Dynamics, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ

[2] Gere, J. M. and Timoshenko, S. P. (1972) Mechanics of Materials, van Nostrand Reinhold Company, New York

[3] φye, S. (1978) 'Beregning af Tvarsnitskonstanter for Bjalker med Inhomogent Tvarsnit' (in Danish), AFM notat VK - 45 - 781201, Department of Fluid Mechanics, Technical University of Denmark (DTU)

[4] φye, S. (1988) 'Projekt K 30m Glasfibervinge, Teknisk Beskrivelse' (in Danish), AFM 88 - 12, Department of Fluid Mechanics, Technical University of Denmark (DTU)



12 风力机的动态结构模型

建立风力机结构模型的主要目的是确定不同部件主要载荷的瞬时变化，以评估疲劳损坏情形。而且，当分析风力机稳定性时，需要使用动态系统的概念，或者还需要包括控制系统部分。为了在时域范围内计算风力机不同部件的位移和速度，需要使用包含惯性项在内的结构模型。然后，在时变载荷的作用下，使用气动模型计算整个结构的动态结构响应，比如叶素动量方法。对海上风力机而言，还必须评估波浪载荷也许还有冰载荷对塔架底部的作用。这里详细说明基于虚功原理建立结构模型的一种方法。然而，更正式的“有限元”方法也已经用于不同的气弹程序。如方程（9.32）所示，当计算叶片视在局部相对速度时，必须减去振动风力机结构的速度。因此，载荷取决于结构的位移和速度，而结构的位移和速度又取决于载荷。这样结构模型和气动模型相互高度耦合，必须一起求解，这就是所谓的气弹问题。

12.1 虚功原理以及模态形状函数的应用

对于离散化的机械系统而言，虚功原理是建立正确的质量矩阵 $\boldsymbol{M}$、刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 和阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的方法：

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{F}_g \tag{12.1}$$

此处 $\boldsymbol{F}_g$ 代表与外载荷 $\boldsymbol{p}$ 有关的广义力向量。方程（12.1）其实就是牛顿第二定律，假定刚度和阻尼是线性的，对多体系统而言，虚功方法有助于建立正确的质量、刚度和阻尼矩阵，尤其适用于链式系统。已知载荷以及速度和变形的适当条件后，求解方程（12.1）得到加速度，利用这些在下一时间步估算速度和变形。向量 $\boldsymbol{x}$ 里的元素

数量称为自由度数（Number of Degrees of Freedom，简称 DOF），这个数字越大，每一时间步求解矩阵时花费的计算时间越多。运用模态形状函数是减少自由度数的有效工具，这样减少了矩阵的大小，使得每一时间步的计算速度更快。假设这种方法中的变形形状是几个具有现实物理意义的基本函数的线性组合，而几个基本函数通常对应于最低阶特征频率的特征模态的变形形状。对风力机而言，这种方法适合于描述风轮叶片的变形，而假设条件则是载荷的功率谱密度与系统的阻尼的组合不会激发与高阶频率相关的特征模态。在已经商业化且广泛使用的气弹仿真软件 FLEX 中，叶片只使用前 3 或者 4 个（2 个挥舞方向以及 1 ~ 2 个摆振方向）特征模态，而计算结果与试验吻合得很好，这意味着假设的有效性[3]。首先，必须确定使用多少个自由度来描述一台风力机的实际变形。比如在 FLEX4 仿真软件中，使用 17 ~ 20 个自由度描述一台三叶片的风力机：如前所述每个叶片使用 3 ~ 4 个自由度；使用 4 个自由度描述主轴的变形（1 个用于扭转，2 个用于与转动刚度有关的就在第一个轴承之前的铰链以描述弯曲，1 个用于纯转动）；1 个自由度用于描述机舱的倾斜刚度；最后 3 个自由度用于塔架（1 个用于扭转，1 个用于风轮轴的法线方向，1 个用于风轮轴方向）。

描述结构变形的向量 $\boldsymbol{x}$ 中的数值 x_i 就是熟知的广义坐标。每一个广义坐标都与变形形状 $\boldsymbol{u}_i$ 有关，而 $\boldsymbol{u}_i$ 描述的则是仅仅当 x_i 不是零时，结构的变形，典型情况下 x_i 不是零而是 1。对应于自由度数为 i 的小位移 $\mathrm{d}x_i$ 的广义力的第 i 个单元的计算，应使广义力所做的功等于分布外载荷在相应的变形形状下做的功：

$$F_{g,i}\mathrm{d}x_i = \int_S \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{u}_i \mathrm{d}S \tag{12.2}$$

此处 S 表示整个系统。请注意广义力可能是力矩而位移可能是转角。必须包括所有的载荷，换言之，重力和惯性载荷比如科里奥利力、离心力和回转载荷等。非线性的离心刚化可以通过计算局部离心力模拟成等效载荷，其实际变形形状如前面的章节所示。质量矩阵中的元素 $m_{i,j}$，可以理解为使系统仅在第 j 个自由度上产生单位加速度

而相应于第 i 个自由度上所需施加的广义力。刚度矩阵中的元素 $k_{i,j}$ 可以理解为使系统仅在第 j 个自由度上产生单位位移而相应于第 i 个自由度上所需施加的广义力。阻尼矩阵中的元素也可以类似求得。对链式系统而言，这里叙述的虚功原理给出的质量矩阵是满的，刚度矩阵和阻尼矩阵则是对角的。对叶片根部刚性固定于轮毂的叶片而言（悬臂梁），使用如前章介绍的迭代程序估算最低阶的特征模态（一阶挥舞 $\boldsymbol{u}^{1f}$、一阶摆振 $\boldsymbol{u}^{1e}$ 和二阶挥舞 $\boldsymbol{u}^{2f}$）是相对容易的。对虚功原理的这种描述看起来非常抽象，但是在将虚功原理应用于两个例子之后希望能变得更加清晰。例子之一是两个离散的质量通过弹簧和阻尼器连接，例子之二是一个隔离的叶片，均可参见后文。

如果结构系统是由连续质量分布组成的系统，比如梁组成的系统，方程（12.1）就是将系统离散化的结果，因为现实中的这样一个系统有无穷多个自由度。质量、刚度和阻尼矩阵中的元素取决于系统，而对于连续系统的情况，则也取决于离散化技术。如果方程（12.1）的右端项为零，那么也即系统在进行自由运动。

假设变形 $\boldsymbol{x}$ 和速度 $\dot{\boldsymbol{x}}$ 已知，方程（12.1）也可以写成：

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}_g - \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{x}, t) \tag{12.3}$$

此处函数 $\boldsymbol{f}$ 一般是非线性的。非线性可能来自于，例如，非线性载荷 $\boldsymbol{p}$ 或者气动阻尼（参见后文）。可以采取线性化特征值方法或者完全非线性时间域方法来求解非线性系统。本教材仅仅叙述后一种方法。

知道了在时刻 $t^n = n\Delta t$ 方程（12.3）的右端项后，通过求解下述线性方程组得到时刻 t^n 的加速度：

$$\ddot{\boldsymbol{x}}^n = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{x}}^n, \boldsymbol{x}^n, t^n) \tag{12.4}$$

知道了时刻 t^n 的加速度 $\ddot{\boldsymbol{x}}^n$、速度 $\dot{\boldsymbol{x}}^n$ 和位置 $\boldsymbol{x}^n$ 以后，就可以使用龙格—库塔—尼斯特伦形式的积分方案来求解时刻 t^{n+1} 的速度 $\dot{\boldsymbol{x}}^{n+1}$ 和位置 $\boldsymbol{x}^n$。可以使用非定常叶素动量方法来求解新的载荷 $\boldsymbol{p}^{n+1}$（$\dot{\boldsymbol{x}}^{n+1}$，$\boldsymbol{x}^{n+1}$，$t^{n+1}$），这样可以更新方程（12.4），因而可以进行新的时间步计算。依此进行直到仿真时间段足够长。

微分方程$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{g}(t, \dot{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{x})$的龙格—库塔—尼斯特伦形式的积分方案如下：

$$\boldsymbol{A}=\frac{\Delta t}{2}\ddot{\boldsymbol{x}}^{n}$$

$$\boldsymbol{b}=\frac{\Delta t}{2}\left(\dot{\boldsymbol{x}}^{n}+\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\right)$$

$$\boldsymbol{B}=\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{g}\left(t^{n+\frac{1}{2}}, \boldsymbol{x}^{n}+\boldsymbol{b}, \dot{\boldsymbol{x}}^{n}+\boldsymbol{A}\right)$$

$$\boldsymbol{C}=\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{g}\left(t^{n+\frac{1}{2}}, \boldsymbol{x}^{n}+\boldsymbol{b}, \dot{\boldsymbol{x}}^{n}+\boldsymbol{B}\right)$$

$$\boldsymbol{d}=\Delta t\left(\dot{\boldsymbol{x}}^{n}+\boldsymbol{C}\right)$$

$$\boldsymbol{D}=\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{g}\left(t^{n+1}, \boldsymbol{x}^{n}+\boldsymbol{d}, \dot{\boldsymbol{x}}^{n}+2\boldsymbol{C}\right)$$

最后更新为：

$$t^{n+1}=t^{n}+\Delta t$$

$$\boldsymbol{x}^{n+1}=\boldsymbol{x}^{n}+\Delta t\left[\dot{\boldsymbol{x}}^{n}+\frac{1}{3}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})\right]$$

$$\dot{\boldsymbol{x}}^{n+1}=\dot{\boldsymbol{x}}^{n}+\frac{1}{3}(\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{B}+2\boldsymbol{C}+\boldsymbol{D})$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}}^{n+1}=\boldsymbol{g}\left(t^{n+1}, x^{n+1}, \dot{\boldsymbol{x}}^{n+1}\right)$$

12.2 单 自 由 度

最简单的系统称为单自由度系统（Single Degree of Freedom，简称 SDOF），它仅仅由一个集中质量组成。例如图 12.1 所示的一块质量悬挂在一根弹簧之下的情形。

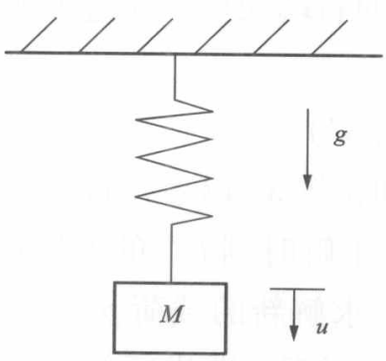


图 12.1　无阻尼单自由度系统

静态情况下，弹簧将伸长直至弹簧力等于重力 Mg。因此，动态方程是：

$$M\ddot{u}+ku=0 \qquad (12.5)$$

式中：k 是弹簧常数；u 是距离平衡位置的位移。众所周知本系统的分析解是：

$$u = u_o \cos(\omega_N t) + \frac{\dot{u}_o}{\omega_N} \sin(\omega_N t) \tag{12.6}$$

式中：u_o 是 $t=0$ 时刻的扰动；$\dot{u}_o$ 是 $t=0$ 时刻的速度；$\omega_N = \sqrt{k/M}$，是系统的固有频率。系统做简单的简谐振动并且周期是 $T = 2\pi/\omega_N$。这个简单的单自由度系统可用于验证龙格—库塔—尼斯特伦形式的积分方案的计算过程、准确性以及稳定性。

12.3 气　动　阻　尼

流体流经结构时形成的气动力可能导致阻尼，而这类阻尼有可能是负值，因而将振动放大。下文使用一个单自由度系统来说明气动阻尼，它包括气动力，如图12.2所示。该系统由风洞中的一个翼型组成，翼型以几何攻角 α_g 安装在弹簧上，而弹簧允许翼型作上下运动。现在想象一下叶片以速度$\dot{x}$向下运动时的情形。这样翼型感觉到一个特别的速度，大小等于$\dot{x}$但是方向相反，因此是一个从下向上的分量，当叠加到风洞中的速度 v_o 以后，就得到相对速度，参见图12.2。假定翼型数据 $C_l(\alpha)$ 已知，这样入流角 ϕ、攻角以及 x 方向的力 F_x 可以用下列公式计算：

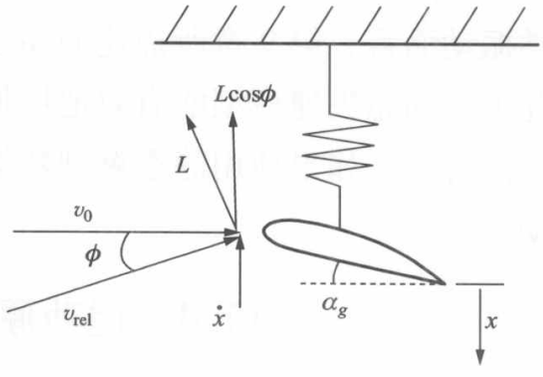


图12.2　带升力的单自由度系统

$$\tan\phi = \frac{\dot{x}}{v_o} \tag{12.7}$$

$$\alpha = \alpha_g + \phi \tag{12.8}$$

$$F_x = \frac{1}{2}\rho v_{rel}^2 A C_l(\alpha)\cos\phi \tag{12.9}$$

按照式（12.7）和式（12.8），当翼型向下运动时，攻角增加；当翼型向上运动时，攻角减小。这样，升力系数相应为：

$$C_l = C_{l,o} + \frac{\partial C_l}{\partial \alpha}\Delta\alpha \tag{12.10}$$

式中：$C_{l,o}$是升力系数的原值；C_l 是攻角增大以后升力系数的新值。如果翼型向下运动并且斜率$\partial C_l/\partial\alpha$ 是正值，因此升力系数和气弹力增加，由于该增加的力与运动方向相反，对振动起阻尼作用。当叶片向上运动时，同样的论点也是成立的。然而，如果斜率是负值，正如失速状况下那样，气动阻尼也就是负值。更确切地说，气动力在一个周期内在截面上所做的功可以计算为：

$$W = -\oint \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{x} \tag{12.11}$$

式中：$\boldsymbol{F}$ 是翼型上的气动力；$\boldsymbol{x}$ 是位移。如果功是正值，那么截面受到正阻尼的作用；如果功是负值，那么截面受到负阻尼作用。因此升力系数和阻力系数具有正确的斜率对准确预测稳定性是必要的。对这类振动而言，第 9 章所描述的动态失速模型是非常重要的。在某些情况下，动态失速模型能有效地增加斜率$\partial C_l/\partial\alpha$，因此也能增加稳定性。换言之，如果使用静态翼型数据的话，计算结果可能过度预测了振动。

12.4 虚功原理使用举例

就如何使用虚功原理来构建方程（12.1）中的质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵，这里给出了两个例子。第一个例子是一个两自由度的系统，它的两个质量块由弹簧和阻尼器连接而成，如图 12.3 所示。第二个例子是风力机叶片，使用模态形状以减少自由度数。

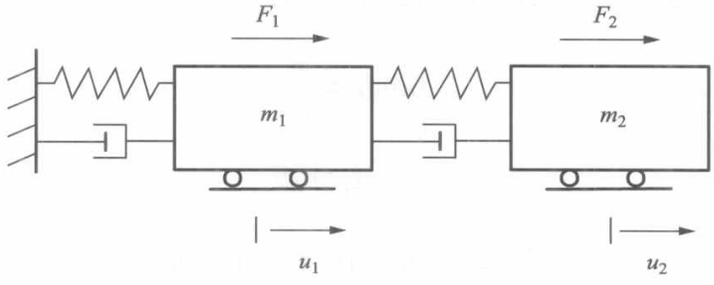


图 12.3 两自由度系统示例

12.4.1 两自由度系统

这里使用虚功原理以及广义坐标建立如图 12.3 所示的两自由度系统的质量和刚度矩阵以及广义力向量。

方法如下：首先，广义坐标（x_1，x_2）定义为两个质量块之间的相对位移：

$$\begin{aligned} x_1 &= u_1 \\ x_2 &= u_2 - u_1 \end{aligned} \tag{12.12}$$

式中：u_1和u_2分别是质量块1和质量块2的位移。通过虚功原理求得广义力向量$\boldsymbol{F}_g$，即在保持广义坐标之一有位移而其他广义坐标均为零的情况下外力F_1和F_2所做的功。当$x_1=1$和$x_2=0$时，可以求得第一个分量是$F_{g,1}=F_1+F_2$，因为在这种情况下，两个质量块都运动了一个单位长度。当$x_1=0$和$x_2=1$时，可以求得第二个分量是$F_{g,2}=F_2$，因为在这种情况下，只有质量块2运动了一个单位长度。质量矩阵是使广义坐标之一有单位加速度而其他广义坐标均为零并且以惯性力代替外力求得，换言之是质量乘以加速度。当$\ddot{x}_1=1$和$\ddot{x}_2=0$时，质量块1和质量块2都具有单位加速度，换言之相应的惯性力变成了$F_1=m_1$和$F_2=m_2$，因此广义力就是$F_{g,1}=m_1+m_2$和$F_{g,2}=m_2$。这样得到质量矩阵的第一列：

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 \\ m_2 \end{bmatrix} \tag{12.13}$$

让$\ddot{x}_1=0$和$\ddot{x}_2=1$求得第二列，换言之，只有质量块2具有加速度而惯性力变成了$F_1=0$和$F_2=m_2$。根据这些惯性力数值，广义力变成了$F_{g,1}=m_2$和$F_{g,2}=m_2$，这样：

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 \\ m_2 \end{bmatrix} \tag{12.14}$$

由此质量矩阵变成了：

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 \\ m_2 & m_2 \end{bmatrix} \tag{12.15}$$

通过施加必须的广义力以获得第一个广义坐标的单位静态位移即$x_1=1$和$x_2=0$，可以求得刚度矩阵的第一列。为产生单位位移必须施加的外力是$F_1=k_1$和$F_2=0$，此处k_1是弹簧1的弹性常数。相应的广义力是$F_{g,1}=F_1+F_2=k_1$和$F_{g,2}=F_2=0$，这样刚度矩阵的第一列

就是：

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12.16}$$

通过施加必须的广义力以获得第二个广义坐标的单位静态位移即 $x_1 = 0$ 和 $x_2 = 1$，可以求得刚度矩阵的第二列。为产生单位位移必须施加的外力是 $F_1 = -k_2$ 和 $F_2 = k_2$，此处 k_2 是弹簧 2 的弹性常数。相应的广义力是 $F_{g,1} = F_1 + F_2 = 0$ 和 $F_{g,2} = F_2 = k_2$，这样得到：

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{12} \\ k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_2 \end{bmatrix} \tag{12.17}$$

这样刚度矩阵是：

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \tag{12.18}$$

阻尼矩阵也可以类似求得。通过施加必须的广义力以获得第一个广义坐标的单位速度即 $\dot{x}_1 = 1$ 和 $\dot{x}_2 = 0$，可以求得阻尼矩阵的第一列。结果类似于刚度矩阵，这样阻尼矩阵就是：

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \tag{12.19}$$

此处 d_1 和 d_2 是两个阻尼器的黏性阻尼系数。在上面所举的链式结构例子中，刚度矩阵和阻尼矩阵都变成了对角矩阵，而质量矩阵则是满矩阵。

这样整个系统的运动微分方程就是：

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 \\ m_2 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 + F_2 \\ F_2 \end{bmatrix} \tag{12.20}$$

为了验证上面已经叙述的方法，对每一质量块运用牛顿第二定律：

$$m_1 \ddot{u}_1 = -k_1 u_1 - d_1 \dot{u}_1 + k_2 (u_2 - u_1) + d_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + F_1 \tag{12.21}$$

$$m_2 \ddot{u}_2 = -k_2 (u_2 - u_1) - d_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + F_2 \tag{12.22}$$

以 x_1 代替 u_1 和以 $x_1 + x_2$ 代替 u_2，将方程（12.21）和方程（12.22）相加代替方程（12.21），这样得到的新的方程（12.21）和方程（12.22）一起就是运动方程（12.20）。同样的分析还可以适用于在此基础上增加更多的质量块情形。

12.4.2　叶片动态系统

现在广义坐标方法已经运用于风力机叶片的研究中，如图 11.5 所示。假设知道了已经归一化的特征模态，其叶尖的最大位移是 1m。这样就可以像前一章所描述的那样计算第一阶特征模态，如图 11.10 ~ 图 11.12 所示。

假定叶片的位移可以描述成这三类模态的线性组合：

$$u_z(x) = x_1 \cdot u_z^{1f}(x) + x_2 \cdot u_z^{1e}(x) + x_3 \cdot u_z^{2f}(x) \tag{12.23}$$

$$u_y(x) = x_1 \cdot u_y^{1f}(x) + x_2 \cdot u_y^{1e}(x) + x_3 \cdot u_y^{2f}(x) \tag{12.24}$$

这样变形形状可以仅仅由三个参量来描述，而这三个参量就是 x_1、x_2和 x_3。由于模态都是常数，这样沿叶片长度方向的速度和加速度就是：

$$\dot{u}_z(x) = \dot{x}_1 \cdot u_z^{1f}(x) + \dot{x}_2 \cdot u_z^{1e}(x) + \dot{x}_3 \cdot u_z^{2f}(x) \tag{12.25}$$

$$\dot{u}_y(x) = \dot{x}_1 \cdot u_y^{1f}(x) + \dot{x}_2 \cdot u_y^{1e}(x) + \dot{x}_3 \cdot u_y^{2f}(x) \tag{12.26}$$

并且：

$$\ddot{u}_z(x) = \ddot{x}_1 \cdot u_z^{1f}(x) + \ddot{x}_2 \cdot u_z^{1e}(x) + \ddot{x}_3 \cdot u_z^{2f}(x) \tag{12.27}$$

$$\ddot{u}_y(x) = \ddot{x}_1 \cdot u_y^{1f}(x) + \ddot{x}_2 \cdot u_y^{1e}(x) + \ddot{x}_3 \cdot u_y^{2f}(x) \tag{12.28}$$

正如方程（12.2）所指出的，每一阶模态对应的广义力，是在不考虑其他模态贡献的情况下，外力 $p_z(x)$ 和 $p_y(x)$ 在该阶模态上做的功，即：

$$F_{g,1} = \int p_z(x) u_z^{1f}(x)\,\mathrm{d}x + \int p_y(x) u_y^{1f}(x)\,\mathrm{d}x \tag{12.29}$$

$$F_{g,2} = \int p_z(x) u_z^{1e}(x)\,\mathrm{d}x + \int p_y(x) u_y^{1e}(x)\,\mathrm{d}x \tag{12.30}$$

并且：

$$F_{g,3} = \int p_z(x) u_z^{2f}(x)\,\mathrm{d}x + \int p_y(x) u_y^{2f}(x)\,\mathrm{d}x \tag{12.31}$$

对应于第一个自由度具有单位加速度而其他自由度的加速度为

零，即（$\ddot{x}_1$，$\ddot{x}_2$，$\ddot{x}_3$）=（1，0，0）的情况下的惯性力，通过计算产生于外力的广义力，可以求得质量矩阵的第一列。使用方程（12.27）和方程（12.28），惯性载荷变成$(p_y,p_z)=(m\ddot{u}_y,m\ddot{u}_z)=(mu_y^{1f},mu_z^{1f})$，这样：

$$\begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1f}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1f}(x)\mathrm{d}x \\ \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1e}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1e}(x)\mathrm{d}x \\ \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{2f}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{2f}(x)\mathrm{d}x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GM_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12.32}$$

第一个元素有时表示成第一个广义质量GM_1；其他两个积分为零是因为特征模态之间的正交性限制。

对应于第二个自由度具有单位加速度而其他自由度的加速度为零，即（$\ddot{x}_1$，$\ddot{x}_2$，$\ddot{x}_3$）=（0，1，0）的情况下的惯性力，通过计算产生于外力的广义力，可以求得质量矩阵的第二列。使用方程（12.27）和方程（12.28），惯性载荷变成$(p_y,p_z)=(m\ddot{u}_y,m\ddot{u}_z)=(mu_y^{1e},mu_z^{1e})$，这样：

$$\begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{22} \\ m_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{1f}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{1f}(x)\mathrm{d}x \\ \int u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{1e}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{1e}(x)\mathrm{d}x \\ \int u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{2f}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{2f}(x)\mathrm{d}x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ GM_2 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12.33}$$

第二个元素有时表示成第二个广义质量GM_2；其他两个积分为零是因为特征模态之间的正交性限制。

对应于第三个自由度具有单位加速度而其他自由度的加速度为零，即$(\ddot{x}_1,\ddot{x}_2,\ddot{x}_3)=(0,0,1)$的情况下的惯性力，通过计算产生于外力的广义力，可以求得质量矩阵的第三列。使用方程（12.27）和方程（12.28），惯性载荷变成$(p_y,p_z)=(m\ddot{u}_y,m\ddot{u}_z)=(mu_y^{2f},u_z^{2f})$，这样：

$$\begin{bmatrix} m_{13} \\ m_{23} \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{1f}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{1f}(x)\mathrm{d}x \\ \int u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{1e}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{1e}(x)\mathrm{d}x \\ \int u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{2f}(x)\mathrm{d}x + \int u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{2f}(x)\mathrm{d}x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ GM_3 \end{bmatrix} \tag{12.34}$$

第三个元素有时表示成第三个广义质量 GM_3；其他两个积分为零是因为特征模态之间的正交性限制。

使第一个广义坐标获得单位静态位移而其他广义坐标的位移为零，即$(x_1,x_2,x_3)=(1,0,0)$的情况下必须施加的广义力，可以求得刚度矩阵的第一列。根据方程（12.23）和方程（12.24），这种情况下的变形等同于 u_y^{1f} 和 u_z^{1f}。而产生该变形的载荷，根据方程（11.38）和方程（11.39），是$(p_y,p_z)=(m\omega_1^2u_y^{1f},m\omega_1^2u_z^{1f})$，此处 ω_1是与第一阶挥舞特征模态对应的特征频率，在广义力方程组（12.29～12.31）中使用该等式，得到：

$$\begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \omega_1^2 u_z^{1f} m u_z^{1f}\mathrm{d}x + \int \omega_1^2 u_y^{1f} m u_y^{1f}\mathrm{d}x \\ \int \omega_1^2 u_z^{1f} m u_z^{1e}\mathrm{d}x + \int \omega_1^2 u_y^{1f} m u_y^{1e}\mathrm{d}x \\ \int \omega_1^2 u_z^{1f} m u_z^{2f}\mathrm{d}x + \int \omega_1^2 u_y^{1f} m u_y^{2f}\mathrm{d}x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 GM_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12.35}$$

最后两个积分为零是因为特征模态之间的正交性限制。类似地可以得到：

$$\begin{bmatrix} k_{12} \\ k_{22} \\ k_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_2^2 GM_2 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12.36}$$

$$\begin{bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \\ k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_3^2 GM_3 \end{bmatrix} \tag{12.37}$$

ω_2和 ω_3分别是与第一阶摆振特征模态和第二阶挥舞特征模态对

应的特征频率。广义质量 GM_1、GM_2 和 GM_3 的定义参见方程组（12.32～12.34）。

忽略结构阻尼，一个叶片的运动方程变为：

$$\begin{bmatrix} GM_1 & 0 & 0 \\ 0 & GM_2 & 0 \\ 0 & 0 & GM_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 GM_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 GM_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 GM_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{g,1} \\ F_{g,2} \\ F_{g,3} \end{bmatrix} \tag{12.38}$$

结构阻尼项可以模拟为：

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \omega_1 GM_1 \dfrac{\delta_1}{\pi} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 GM_2 \dfrac{\delta_2}{\pi} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2 GM_2 \dfrac{\delta_3}{\pi} \end{bmatrix} \tag{12.39}$$

此处 δ_i 是与第 i 阶模态有关的对数衰减率。方程（12.38）里的梁系统由三个已经解耦的微分方程组成。这是使用的特征模态具有正交性限制的结果，它不是虚功原理的通常结论。例如，当该方法运用于整个风力机结构时，运动方程就是完全耦合的。

12.5 有限元模型

另外，可以使用一种更为正式的有限元方法（Finite Element Method，简称 FEM）来建立方程（12.1）形式的动态结构模型。在有关文献中编制了一系列不同的气弹程序[1,4]，最近开发的许多程序也使用有限元方法。然而，有限元离散化时形成的自由度数将远远大于前文研究单个叶片将虚功原理与模态形状相结合时所形成的自由度数。因此，当采用有限元方法时，计算一段时间历程所需要的时间非常长。在本教材中当对风力机进行建模时没有试图使用有限元方法，但是详情和更进一步的参考文献可以在 Hansen，M. O. L 等学者撰写的论文中找到[2]。

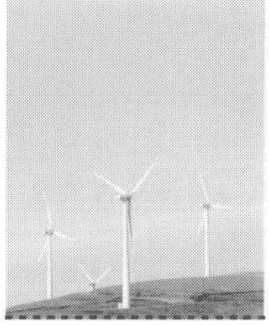
参考文献

[1] Ahlström, A (2005) "Aeroelastic Simulation of Wind Turbine Dynamics", Doctoral thesis in Structural Mechanics, Royal Institute of Technology, KTH, Stockholm, Sweden

[2] Hansen, M. O. L., Sørensen, J. N., Voutsinas, S., Sørensen, N. and Madsen, H. . Aa. (2006), "State of the Art in Wind Turbine Aerodynamics and Aeroelasticity" Progress in Aerospace Sciences, Vol. 42, No. 4, pp 285 – 330

[3] Øye, S. (1996) "FLEX4 Simulation of Wind Turbine Dynamics" in proceedings of 28th IEA meeting of Experts concerning State of the Art of Aeroelastic Codes for Wind Turbine Calculations (Available through IEA)

[4] Schepers, J. G. (2002) "Verifiction of European Wind Turbine Design Codes, VEWTDC; final report", technical report ECN – C – 01 – 055, Energy Research Centre of The Netherlands



13 风力机上载荷的来源

风力机上载荷的3个最重要的来源是：

（1）重力载荷。

（2）惯性载荷。

（3）气动载荷。

13.1 重 力 载 荷

地球的重力场给每一个叶片带来一个按正弦曲线变化的重力载荷，如图13.1所示。

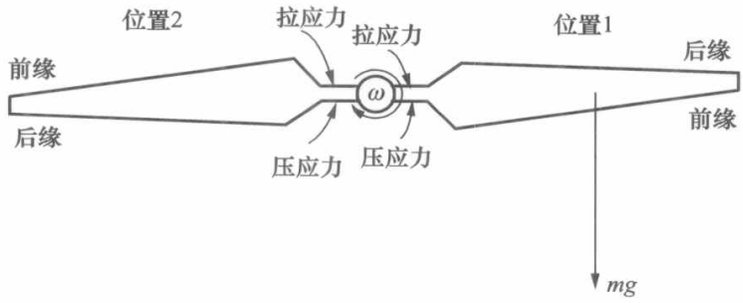


图13.1 地球重力场产生的载荷

当叶片处于如图13.1的位置1即向下旋转时，叶根后缘边承受拉应力而叶根前缘边承受压应力。当叶片处于位置2即向上旋转时，叶根后缘边承受压应力而叶根前缘边承受拉应力。这样重力就给叶片带来了一个正弦曲线变化的载荷，而其频率则对应于风轮的转速，通常表示为$1P$。这种载荷可以很容易地从图10.2的摆振方向的弯矩的时间响应历程曲线中看出。注意风力机设计时要运行20年，这样由于重力的原因，一台以转速25r/min运行的风力机在生命周期内将需要经受$20 \times 365 \times 24 \times 60 \times 25 = 2.6 \times 10^8$次应力循环。由于单个风

力机叶片重达数吨，长度甚至超过30m，因此在疲劳分析中由于重力载荷所产生的应力是非常重要的。

13.2　惯　性　载　荷

当风力机加速或者减速时，将产生惯性载荷。一个重要的实例就是当刹车扭矩 T 作用于风轮主轴时对风轮的刹车。如图13.2所示，叶片叶素剖面将在旋转方向感受到微元力 $\mathrm{d}F$。

微元力 $\mathrm{d}F$ 的大小可以通过下式求出：

$$\mathrm{d}F = \dot{\omega} r m \mathrm{d}r \quad (13.1)$$

式中：m 是叶片单位长度的质量；r 是从旋转轴到截面的半径；$\mathrm{d}r$ 是叶素剖面的大小；$\dot{\omega} = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$，可以从下式求出：

$$I\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = T \quad (13.2)$$

式中：I 是风轮的转动惯量。方程（11.11）和方程（11.12）中的 $m\ddot{u}$ 项也是惯性载荷，来自当地加速度。另外一个惯性载荷则来自于叶片上的离心力。为了减少挥舞方向的弯矩，通常将风轮叶片向后成一锥角 θ_{cone}，如图13.3所示。

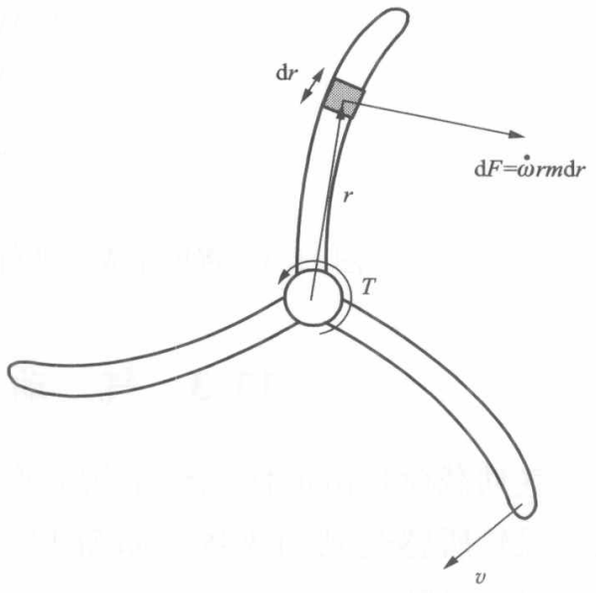


图13.2　对风轮刹车产生的载荷

作用在如图13.3所示距离旋转轴的半径为 r 的叶片叶素上的离心力是 $F_c = \omega^2 r m \mathrm{d}r$，其中 $m\mathrm{d}r$ 是叶素部分的质量，ω 是风轮的角速度。由于风轮有一锥角，离心力在叶片的展向有一分量 $F_c\cos\theta_{\mathrm{cone}}$，而在叶片的法向则有另一分量 $F_c\sin\theta_{\mathrm{cone}}$。离心力的法向分量产生的挥舞方向的弯矩与推力产生的弯矩反向，因此降低了挥舞方向的总弯矩。

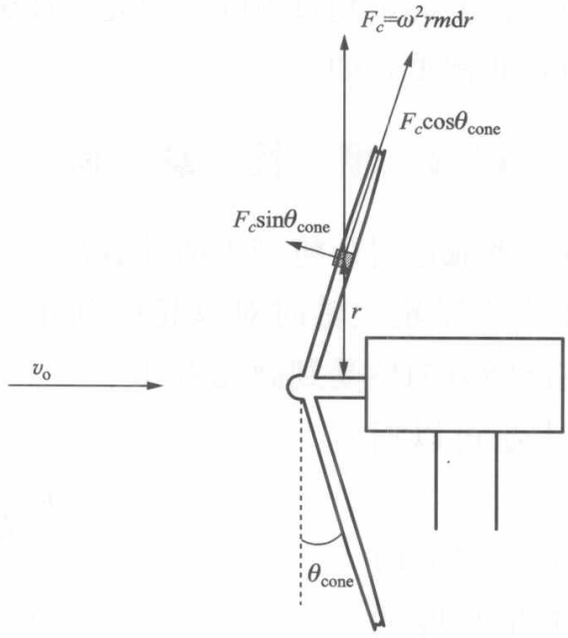


图 13.3　将风轮成一锥角 θ_{cone} 后产生的效应

13.3　气　动　载　荷

气动载荷是由流体流经结构时产生的，此处的结构即叶片和塔架。风轮所感受到的风场，如图 13.4 所示，由于大气湍流的影响，既随时间又随空间变化。

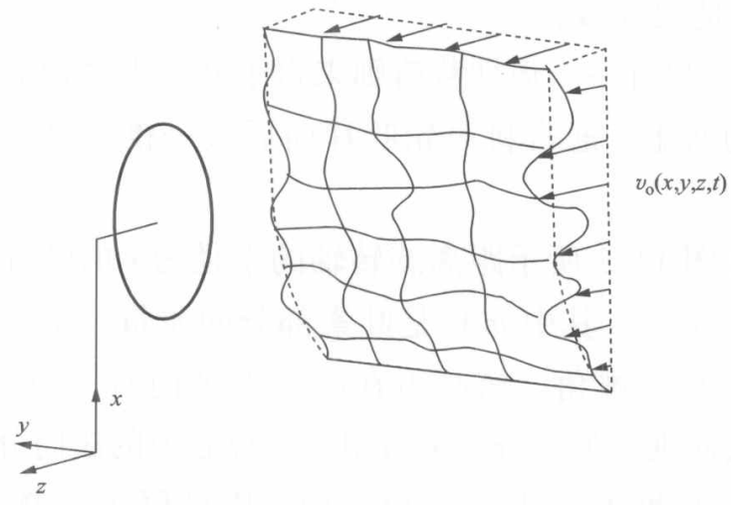


图 13.4　风力机风轮所感受到的湍流风场

从图 13.4 中可知，风场由剪切风表征，换言之，平均风速随离地高度的增加而增加。对于中性稳定大气，这种风剪切可以估算为：

$$\frac{v_{10\min}(x)}{v_{10\min}(h)}=\frac{\ln(x/z_0)}{\ln(h/z_0)} \tag{13.3}$$

式中：$v_{10\min}(x)$ 是离地高度为 x 的、在 10min 时间内的平均值；$v_{10\min}(h)$ 是在固定高度 h 处的 10min 时间内的平均值；而 z_0 则称为粗糙度长度。另外，风剪切也可以如方程（9.33）所示由一个指数来给出。粗糙度长度取决于地表特性，其变化范围从水面的 10^{-4}m 到城市的大约 1m。z_0 的数值可以从欧洲风能地图里找到并已总结在表 13.1 中[2]。

表 13.1　　粗糙度长度列表

z_0（m）	地形表面特征	z_0（m）	地形表面特征
1.0	城市	0.03	有极少量建筑、树木等的耕地
0.8	森林	5×10^{-3}	光的沙地
0.2	许多树和灌木	1×10^{-3}	雪的表面
0.1	带封闭外貌的耕地	3×10^{-4}	沙的表面（平滑）
0.05	带开阔外貌的耕地	1×10^{-4}	水面

风剪切使叶片所感受到的风速产生一个正弦曲线的变化，其频率对应于风轮的转速 $1P$。叠加在平均风速之上的湍流波动给风速带来了变化，因此也给攻角带来了变化。为了使用气动弹性程序能模拟风力机的特性，首先需要产生一个真实的风场，如后面第 14 章所显示的那样。塔架也会引起入流的变化，对上风向风轮而言，可以使用方程组（9.34～9.36）来计算。

如果风的方向测得不正确，或者偏航系统不能正常工作，风力机有可能运行在偏航状态。在这种情况下，风轮平面内已经减少的风速 $\boldsymbol{u}$ 在风轮的法向就有一个分量 $u\cos\theta_{yaw}$，而在风轮的切向则有分量 $u\sin\theta_{yaw}$。如果叶片处于图 13.5 的顶端位置时，即对应于 $\theta_{wing}=0°$，此时运动速度与风速同向，这样相对转动速度 $\omega r(1+\alpha')$ 减少 $u\sin\theta_{yaw}$；而当叶片处于低端位置，即 $\theta_{wing}=180°$时，运动速度与风速相反，相对转动速度增加 $u\sin\theta_{yaw}$。更进一步，轴向诱导速度，也就是轴向速度 $\boldsymbol{u}$，在风轮的环形单元内都不是常数，参见方程（9.26）。

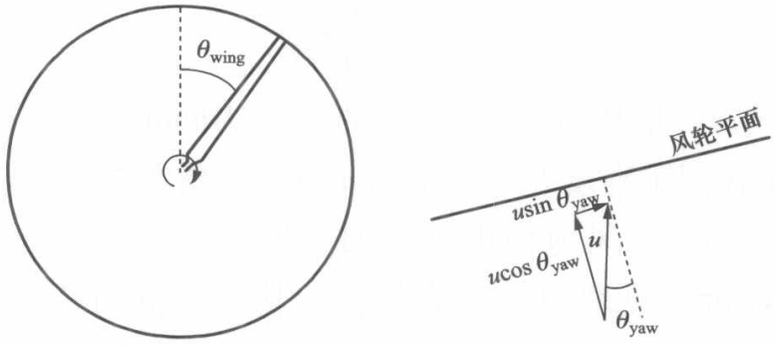


图 13.5　说明叶片的方位角位置 θ_{wing} 的风轮平面以及从顶端观察到的已经处于偏航状态的风轮平面

对纯偏航而言，相对转动速度如 $\omega r(1+a')-u\sin\theta_{yaw}\cos\theta_{wing}$ 作正弦规律变化。这样，叶片所感受到的相对速度以及攻角都随风轮的转动频率 ω 变化。因此偏航时载荷也发生变化；这将引起疲劳载荷并影响风轮的预期寿命。现在需要明白的是，由于湍流、风剪切、通过塔架以及偏航的影响，风轮叶片随之经历了攻角的变化。叶片上以至整个结构上的力和力矩也将随时间变化，由于风力机的设计寿命至少是 20 年，为了进行可靠的疲劳分析，对载荷进行量化就非常重要。

为了使风力机在整个设计期间都能正常运行，人们还必须考虑如极端风速等情形。在这种情况下，叶片处于停机或者空转状态，而丹麦标准 DS412 描述了怎样进行如下所示的极端载荷的计算：

$$p(r)=q_{2s}C_f c(r) \tag{13.4}$$

式中：C_f 是力系数；c（r）是弦长；$q_{2s}=\frac{1}{2}\rho v_{2s}^2$，是在平均 2s 的时间内极端风速的动压。对丹麦的单一地形而言，可以使用下式计算 v_{2s}：

$$v_{2s}=v_b k_t\left[\ln\left(\frac{h}{z_o}\right)+3\right]=v_{10min}+3\sigma \tag{13.5}$$

式中：$v_b=27\text{m/s}$，是基准风速；h 是离地高度（最少 4m）；z_o 是粗糙度长度；k_t 是地形因子；σ 是 10min 时间历程内的标准偏差。地形因子 k_t 与粗糙度长度 z_o 的关系见表 13.2。

10min 时间内的平均极端风速可以使用下式估算：

$$v_{10min}=v_b k_t\ln\left(\frac{h}{z_o}\right) \tag{13.6}$$

表 13.2　　粗糙度长度与地形因子之间的关系

粗糙度长度 z_o（m）	地形因子 k_t	粗糙度长度 z_o（m）	地形因子 k_t
0.004	0.16	0.050	0.19
0.010	0.17	0.300	0.22

下面已简化的例子用来说明如何定量求解风力机叶片上的极端载荷。在有关风力机结构载荷和安全的丹麦标准中[1]，论述了叶片极端风速 v_{2s} 的计算必须在 $h = h_{hub} + 2/3R$ 的条件下使用 $C_f = 1.5$。如果风力机轮毂高度为 40m，并且风轮半径为 20m，那么这对应于 $h = 40 + 2/3 \times 20 = 53.3$m。如果周围附近的地形没有如房屋等障碍物，植被也非常低，这样粗糙度长度约为 0.01m，地形因子 $k_t = 0.17$。在这种情况下 $v_{2s} = 27 \times 0.17\ [\ln (53.3/0.01) + 3] = 53.2$m/s。假设弦长 c 总是 1.3m，并且空气密度为 1.28kg/m^3，根据方程（13.4）得到载荷 $p = 1/2 \times 1.28 \times 53.2^2 \times 1.3 \times 1.5 = 3532$N/m。在载荷不变的情况下，位于 $r = 3$m 处叶根的弯矩是：

$$M = \int_r^R rp(r)\,\mathrm{d}r = \frac{1}{2}p(R^2 - r^2) = \frac{1}{2}3532 \times (20^2 - 3^2) = 690\,533\text{Nm} \tag{13.7}$$

针对已经简化的叶片结构横截面，例如图 13.6 所示的横截面，则挥舞轴的转动惯量是：

$$I = \frac{1}{12}a[(2b_1)^3 - (2b_2)^3] = \frac{2}{3}a(b_1^3 - b_2^3) \tag{13.8}$$

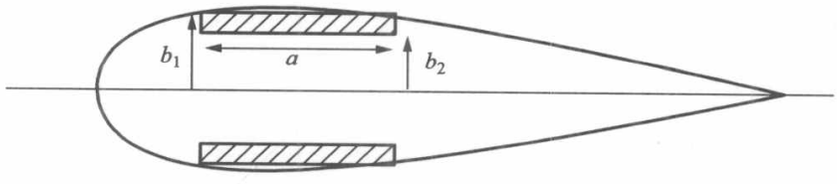


图 13.6　已经简化的结构模型

更进一步，假设 $E = 14\text{GPa} = 14 \times 10^9\text{N/m}^2$，翼型相对厚度 $t/c =$

35%。即厚度 $t=(t/c)c=0.35\times1.3=0.455\text{m}$，且 $b_1=t/2=0.228\text{m}$。

给定了极端风速、翼型的厚度和 E 后，就有可能估算出需要的壳的厚度 $t_s=b_1-b_2$，这样叶片在该截面上就不会折断。

由于在该点处的切向力较小，方程（11.10）可简化为：

$$\varepsilon=\frac{M}{EI}y \tag{13.9}$$

因此，很清楚最大应变发生在 $y=b_1$ 处。通过测试已经发现，当 $\varepsilon=\varepsilon_{\text{fail}}=0.02$ 时，该例子中所使用的材料将失效。现在就可以使用方程（13.9）来估算所需要的转动惯量：

$$I=\frac{M}{E\varepsilon_{\text{fail}}}b_1=\frac{690\ 533}{14\times10^9\times0.02}\times0.228=5.62\times10^{-4}\text{m}^4 \tag{13.10}$$

在方程（13.8）中使用该转动惯量，当 $a=0.5\text{m}$ 时就可以求出 b_2 为：

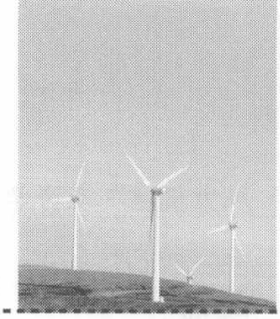
$$b_2=\left(b_1^3-\frac{3I}{2a}\right)^{1/3}=\left(0.228^3-\frac{3\times5.62\times10^{-4}}{2\times0.5}\right)^{1/3}=0.217\text{m} \tag{13.11}$$

这样，壳的厚度 $t_s=b_1-b_2=0.228-0.217=0.011\text{m}=1.1\text{cm}$。然而，在标准中已经进一步指出，只有假设结构在不会发生自激振动的前提下，上述简化方法才可以运用[1]。

参考文献

[1] DS 472 (1992) Dansk Ingeniørforenings og Ingeniørsammenslutningens Norm for 'Last og Sikkerhed for Vindmøllekonstruktioner' (In Danish) Danish Standard

[2] Troen, I. and Petersen E. L. (1989), *European Wind Atlas*, Risoe National Laboratory



14 风的模拟

为了计算风力机结构上的实时载荷时间历程，如图 10.2 所示，重要的是正确地输入随空间和时间变化的风场，如图 13.4 所示。这种变化包括湍流、风剪切以及塔架对风的影响。本章描述大气湍流的某些统计特性以及如何模拟三维风场。

14.1 空间某一点的风的模拟

简易型风速仪以采样频率 $f_s = 1/\Delta t$ 测量某一点的风速，此处 Δt 是两个采样值之间的时间。输出的是一系列数字 u_i（$i = 1, \cdots, N$），相应的时间是 $t = 1 \times \Delta t, 2 \times \Delta t, \cdots, N \cdot \Delta t$。全部时间是 $T = \Delta t \cdot N$，而采样频率是 $f_s = N/T$。这样一个时间历程的例子如图 14.1 所示。

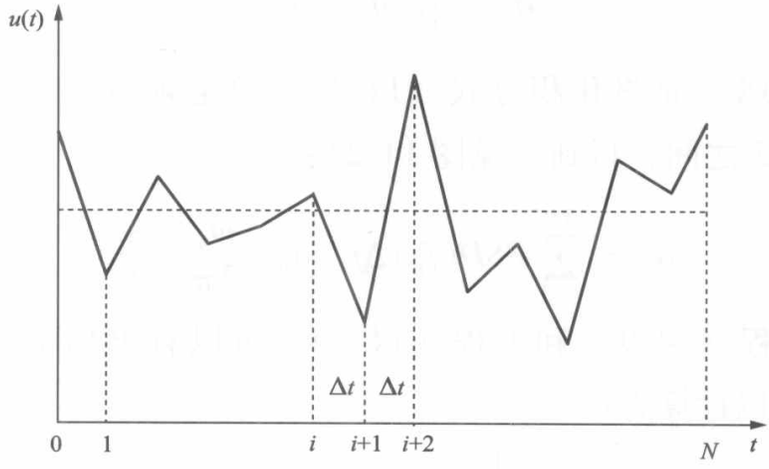


图 14.1 某一点离散采样风速的时间历程

为了描述振动，至少需要三个离散点，图 14.1 显示能分辨的最高频率是 $f_h = f_s/2 = (N/2)/T$。能分辨的最低频率是 $f_{low} = 1/T$。如果假设信号是周期的，使用离散傅立叶变换可将时间历程分

解成：

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{N/2} a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t), \omega_n = \frac{2\pi n}{T} \tag{14.1}$$

系数分别为：

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i \text{（平均风速）} \tag{14.2}$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i \cos\left(\frac{2\pi n}{N} i\right), n = 1, \cdots, \frac{N}{2} - 1 \tag{14.3}$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i \sin\left(\frac{2\pi n}{N} i\right), n = 1, \cdots, \frac{N}{2} - 1 \tag{14.4}$$

$$a_{\frac{N}{2}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i \cos(\pi i) \tag{14.5}$$

$$b_{\frac{N}{2}} = 0 \tag{14.6}$$

将方程（14.1）代入方差 σ 的定义式，可证明下面的关系式：

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (u_i - \bar{u})^2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N/2-1} (a_n^2 + b_n^2) + a_{\frac{N}{2}}^2 \tag{14.7}$$

对于功率谱密度函数 $PSD(f)$ 而言，方差是：

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} PSD(f) \mathrm{d}f \tag{14.8}$$

式中：f 是频率。离散化积分式（14.8），给定频率位于 $f_{\text{low}} = 1/T$ 和 $f_{\frac{N}{2}} = (N/2)/T$ 之间，得到（见图 14.2）：

$$\sigma^2 \approx \sum_{n=1}^{N/2} PSD(f_n) \Delta f, f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{n}{T} \tag{14.9}$$

比较方程（14.9）和方程（14.7），可以看出功率谱密度函数 $PSD(f)$ 可以计算为：

$$PSD(f_n) = \frac{1}{2\Delta f}(a_n^2 + b_n^2) = \frac{T}{2}(a_n^2 + b_n^2) \tag{14.10}$$

对于已经测得的时间历程 u_1，…，u_N，可以利用方程（14.3）、方程（14.4）和方程（14.10），确定傅立叶系数以及功率谱密度函数。这种方法称为离散傅立叶变换（Discrete Fourier Transform，简称 DFT）。

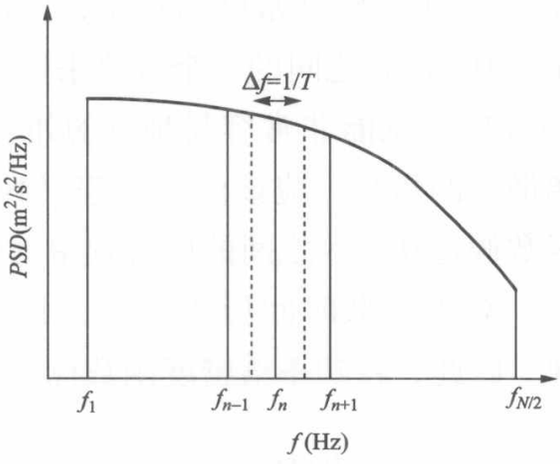


图 14.2 功率谱密度函数

已知功率谱密度函数，构建时间历程的这种方法称为逆离散傅立叶变换。对于大气边界层，存在近似测得的功率谱密度函数的不同的解析表达式，比如 DS472 标准中的 Kaimal 谱[2]：

$$PSD\ (f)\ = \frac{I^2 v_{10\min} l}{\left(1 + 1.5\dfrac{f \cdot l}{v_{10\min}}\right)^{5/3}} \tag{14.11}$$

式中：$I = \sigma / v_{10\min}$，是湍流强度；f 是频率，Hz；$v_{10\min}$ 是 10min 内平均风速；l 是长度标尺，当 $h < 30\text{m}$ 时，$l = 20h$，而当 $h > 30\text{m}$ 时，$l = 600\text{m}$，此处 h 是离地面高度。逆离散傅立叶变换应按如下所示提供傅立叶变换，以满足所描述的功率谱密度函数：

$$u(t) = \overline{u} + \sum_{n=1}^{N/2} a_n \cos(\omega_n t)\ + b_n \sin(\omega_n t) \tag{14.12}$$

方程（14.12）可以重写为：

$$u(t) = \overline{u} + \sum_{n=1}^{N/2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(\omega_n t - \varphi_n) \tag{14.13}$$

式中：φ_n 是频率 ω_n 的相位角。根据方程（14.10），以 $\sqrt{2PSD(f_n)/T}$ 替代方程（14.13）中的 $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ 项，则可得到准确满足所描述的功率谱密度函数的傅立叶变换：

$$u(t) = \overline{u} + \sum_{n=1}^{N/2} \sqrt{\frac{2PSD(\omega_n)}{T}} \cos(\omega_n t - \varphi_n) \tag{14.14}$$

$$t = i \cdot \Delta t \quad i = 1, \cdots, N$$

相位角 φ_n 没有反映在功率谱密度函数中，因此可以使用随机数发生器产生一个位于 0 和 2π 之间的一个数值来模拟。

有了方程（14.14），就能非常容易地计算准确具有所描述的功率谱密度函数的离散时间历程。应该注意方程（14.11）中的功率谱密度函数，这些函数假定 0 和∞之间的所有频率都已经出现，但是正如前面已经描述的，对于离散时间历程而言，只有 $1/T$ 和 $(N/2)/T$ 之间的频率才出现。因此，将功率谱密度函数标称化为：

$$\int_{f=1/T}^{f=(N/2)/T} PSD(f)\,\mathrm{d}f = 1 \tag{14.15}$$

对应于标准偏差 1，即湍流强度 $I = 1/v_{10\min}$。标准偏差 S，即湍流强度 $I = S/v_{10\min}$，可以轻易求得：

$$u_i - \overline{u} = S(u_i - \overline{u}) \tag{14.16}$$

或者：

$$u_i = Su_i + (1 - S)\overline{u} \tag{14.17}$$

有关不同谱的更多信息，例如 Kaimal 谱和 von Karman 谱，可以参阅在本章后面参考文献[1，4]。

14.2 三维风的模拟

为了模拟空间中两点或者更多点处风速的时间历程，也必须考虑到这些时间历程不是相互独立的。当然这种相关不但与两点之间的物理距离有关，而且还与两点的频率有关。时间历程的高频部分是小型涡的结果，对空间的影响较小。类似的是低频部分与大型涡相关，包括了流动的更大部分。因此相关函数必须考虑 j 点和 k 点之间的距离 L 和频率。标准 DS472 中给出了一个可能的选择[2]：

$$coh_{jk}(L,f) = \exp[-12(fL/v_{10\min})] \tag{14.18}$$

参考文献［5］中提供的方法能产生带所描述的功率谱密度函数和相关函数的三维风场。下文中不对这种方法进行证明，而是仅仅作为算法给出。

首先，构建矩阵 S_{jk}：

$$S_{jk} = coh_{jk}\sqrt{S_{jj} \cdot S_{kk}} \tag{14.19}$$

式中：S_{jj}和S_{kk}分别是在点j和点k的功率谱密度函数。非对角线上的项是互功率谱的幅值。如果空间上点的数目是NP，那么S_{jk}是一个$NP \times NP$矩阵。

其次，通过下述循环公式可以求出下半三角矩阵$\boldsymbol{H}$：

$$\begin{aligned} H_{11} &= S_{11}^{1/2} \\ H_{21} &= S_{21}/H_{11} \\ H_{22} &= (S_{22} - H_{21}^2)^{1/2} \\ H_{31} &= S_{31}/H_{11} \\ &\vdots \\ H_{jk} &= \left(S_{jk} - \sum_{l=1}^{k-1} H_{jk}H_{kl}\right)/H_{kk} \\ H_{kk} &= \left(S_{kk} - \sum_{l=1}^{k-1} H_{kl}^2\right)^{1/2} \end{aligned} \tag{14.20}$$

针对以k作索引的每一点以及每一离散频率$f_m = m/T$，求出位于0和2π之间的随机数φ_{km}，以代表方程（14.14）中的相位。m在1和$N/2$之间变化，此处N是时间历程中离散点的数量（$t = i \cdot \Delta t$，$i = 1, \cdots, N$）。

虚部分量的长度等于空间点数的向量$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_j(f_m)$，现在可以计算为：

$$\begin{aligned} Re[v_j(f_m)] &= \sum_{k=1}^{j} H_{jk}\cos(\varphi_{km}) \\ \mathrm{Im}[v_j(f_m) &= \sum_{k=1}^{j} H_{jk}\sin(\varphi_{km})] \end{aligned} \tag{14.21}$$

$Re[v_j(f_m)]$和$\mathrm{Im}[v_j(f_m)]$可以变换成幅值$Amp_j(f_m)$和相位$\boldsymbol{\Phi}_j(f_m)$：

$$\begin{aligned} Amp_j(f_m) &= \sqrt{Re[v_j(f_m)]^2 + \mathrm{Im}[v_j(f_m)]^2} \\ \tan\boldsymbol{\Phi}_j(f_m) &= \frac{Re[v_j(f_m)]}{\mathrm{Im}[v_j(f_m)]} \end{aligned} \tag{14.22}$$

最后，在诸点$j=1$，NP处的时间历程可以计算为：

$$\begin{aligned} U_j(t) &= \overline{U} + \sum_{m=1}^{N/2} 2Amp_j(f_m)\cos[2\pi f_m \cdot t - \Phi_j(f_m)] \\ t &= i \cdot \Delta t, i = 1, \cdots, N \end{aligned} \tag{14.23}$$

图 14.3 绘制了空间相距 1m 的两点的时间历程。平均风速是 10m/s，湍流强度是 0.1。可以清楚地看到，在低频处两条曲线相关性很好。图 14.4 绘制了从图 14.3 所显示的两条时间历程中计算得到的相关函数，以及方程（14.18）所给出的相关函数。

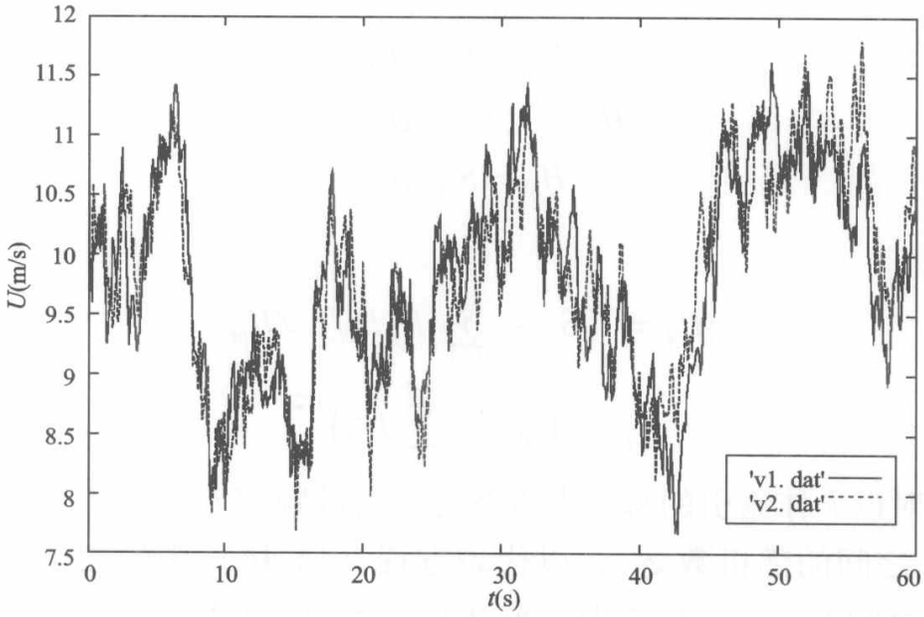


图 14.3　空间相距 1m 的两点处的风速的计算时间历程

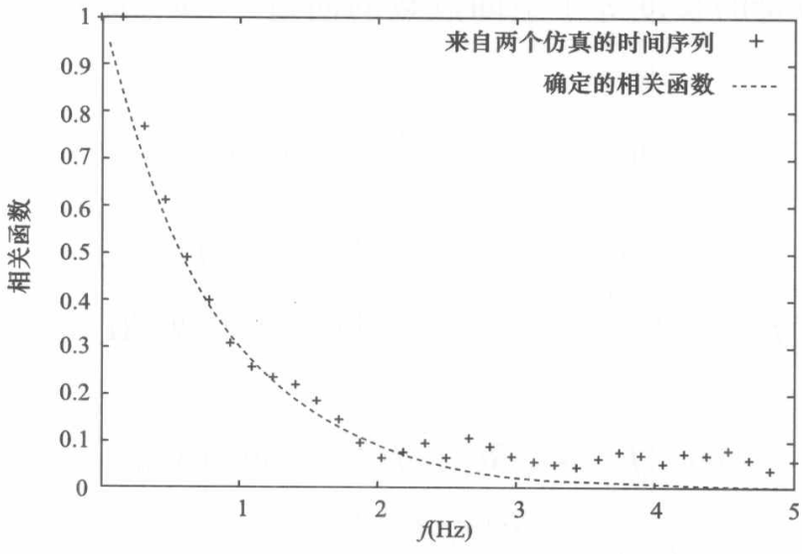


图 14.4　从图 14.3 中的两个时间历程计算得到的实际相关函数和由方程（14.18）确定的相关函数的比较

使用方程（14.23），以及适当的功率谱密度和相关函数，针对每一个速度分量 $U=(u, v, w)$，可以独立计算所有点的时间历程。

因此，无法保证能获得正确的互相关。为保证这一点，Mann，J. 提出了一种基于线性化的纳维—斯托克斯方程的方法[3]。未来，风场有望通过考虑与特定风力机的实际安装地点类似的流动的纳维—斯托克斯方程的大涡模拟（Large Eddy Simulation，简称 LES）或者直接数值模拟（Direct Numerical Simulation，简称 DNS）的方式产生。

为了进行风力机结构的气弹计算，自然需要构建如图 14.5 所排列的一系列点的时间历程。扫略网格的叶片上的速度通常需要通过空间内插的方式求得。需要指出，叶片上的某一点所看到的风的时间历程与固定在空间的某一点的时间历程是不同的。旋转叶片上的某一点的时间历程称为旋转采样；针对叶片以固定不变的速度旋转的情形，有关文献已经显示如何直接进行计算[5]。

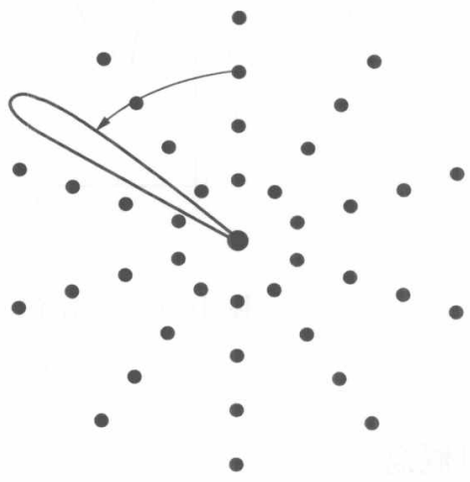


图 14.5 进行风力机结构气弹计算时风速时间历程的点分布

为了说明旋转采样，在半径保持不变即 $r = 5\text{m}$ 以及方位角方向以 7.5°分隔的条件下，构建了许多时间历程。在同样半径以及以角速度 $\omega = 13.1\text{rad/s}$ 旋转的叶片看到的速度是通过在时间历程中内插求得。图 14.6 对比绘制了从旋转采样获得的计算功率谱密度以及空间某一静止点的功率谱密度。旋转叶片的功率谱密度曲线在风轮转速的倍频处 $1P$，$2P$，…（图 14.6 中的频率已经用风轮转速 $f_0 = \omega/2\pi$ 进行了无量纲化处理）有清晰的尖峰。将对风力机结构的疲劳损坏造成重大影响的这些尖峰，是由于空间相关的原因产生的，因为每经过一个固定的时间，风轮盘存在速度相对高或者相对低的区域（见图 13.4），而风轮每旋转一圈叶片就经过这些区域一次。

最后，需要指出，模拟的时间历程不仅取决于所描述的功率谱密度函数和相关函数，而且还取决于相位的随机数。因此，建议针对每一工况至少计算三种不同的时间历程，而针对每一时间历程都使用气弹程序试一试，以便从不同的历程中获得不确定性

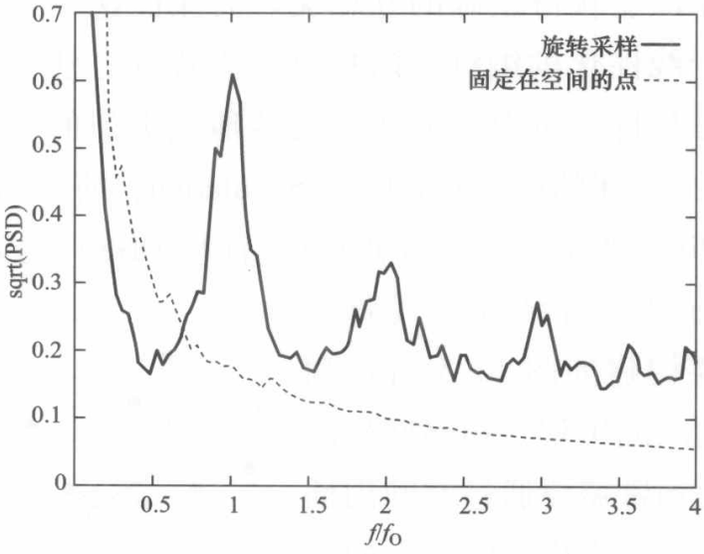


图 14.6　确定的功率谱密度和旋转叶片看到的功率谱密度的比较

的概念。

参 考 文 献

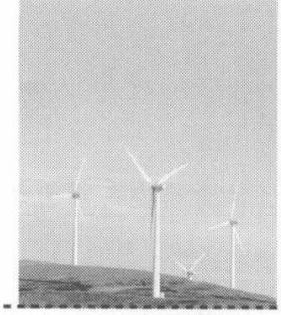
[1] Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N. and Bossanyi, E. (2001) *Wind Energy Handbook*, John Wiley & Sons, Chichester, UK

[2] DS 472 (1992) Dansk Ingeniørforenings og Ingeniørsammenslutningens Norm for 'Last og Sikkerhed for Vindmøllekonstruktioner' (in Danish), Danish Standard

[3] Mann, J. (1998) 'Wind Field Simulation', *Problems in Engineering Mechanics*, Vol 13, pp269 – 282

[4] Rohatgi, J. S. and Nelson, V. (1994) *Wind Characteristics*, West Texas A&M University, Canyon, TX

[5] Veers, P. (1988) 'Three-Dimensional Wind Simulation' Sandia report, SAND88 – 0152 UC – 261, Sandia National Laboratories, USA



15 疲　劳

从前面的有关章节可以清楚地知道，风力机上的载荷随时间在不断地变化，由于疲劳损坏的不断积累最终有可能导致破坏。在 Madsen P. H 等的一个研究报告中[3]，描述了为评估疲劳损坏推荐的一个操作规程，以及风力机的使用寿命。本章对该操作规程进行了总结。

首先，载荷数值的获得，可以是使用气动弹性程序进行计算，也可以直接来自于测量。正常运行情况下，在每一个风速间隔 $v_p < v_o < v_{p+1}$ 中需要检测载荷 10min。图 10.2 中看到的是 $v_{10min} = 11m/s$ 且湍流强度 $I = 0.1$ 时的一个相应时间历程的例子，它是使用气动弹性程序 FLEX 计算得到的仿真结果。湍流强度 I 定义为 σ/v_{10min}，此处 σ 是在 10min 之内风速系列的标准偏差。当载荷已知时，风力机上关键点的应力可以使用方程（11.9）（胡克定律）和方程（11.10）计算。在 Madsen P. H 等的专家研究报告中[3]，推荐至少应该检测叶片弯矩、偏航和俯仰力矩、轴向推力、主轴上的扭矩、塔架的弯矩和扭矩。

15.1　应力循环及其计算

针对每一个 10min 之内的时间关系曲线，将应力放到一个矩阵中分类，该矩阵中的元素 m_{ij}（$v_p < v_o < v_{p+1}$）代表当风速处于区间 $v_p < v_o < v_{p+1}$ 时，平均应力在区间 $\sigma_{m,i} < \sigma_m < \sigma_{m,i+1}$ 和范围区间 $\sigma_{r,j} < \sigma_r < \sigma_{r,j+1}$ 时的循环数。图 15.1 给出的是平均应力值为 σ_m，应力范围值为 σ_r 的一个循环，可以从中看到应力范围值是幅值 σ_a 的两倍。

为了对实际时间历程的循环数进行计数，如图 10.2 所示，使用了一种称为“雨流计数”的技术[3]（对此算法的完整描述，可以参见 Madsen P. H 等的研究报告[3]）。当年风速分布 h_W（v_o）已知时，风速

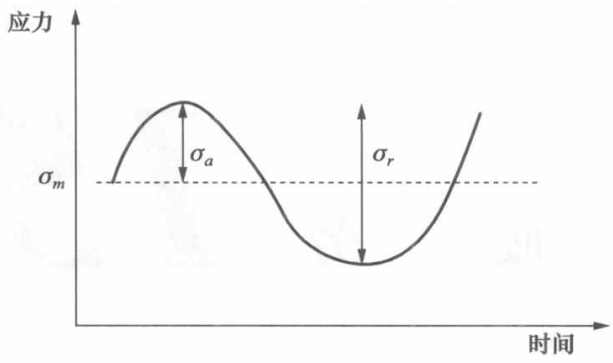


图 15.1　一个循环的平均应力 σ_m 和应力范围 σ_r 的定义

位于区间 $v_p < v_o < v_{p+1}$ 的概率 f 就可以通过方程（6.48）计算。每年风速位于该区间的 10min 之内的实际数值就是 $6 \times 8760 \times f$。位于平均应力区间 $\sigma_{m,i} < \sigma_m < \sigma_{m,i+1}$ 和应力范围区间 $\sigma_{r,j} < \sigma_r < \sigma_{r,j+1}$ 的每年的实际循环数 n_{ij} 就可以通过将每一风速区间的贡献叠加求得：

$$n_{ij} = \sum_{p=1}^{N-1} m_{ij}(v_p < v_o < v_{p+1}) \times 6 \times 8760 \times f(v_p < v_o < v_{p+1}) \tag{15.1}$$

式中：$N-1$ 是风速区间数。带元素 n_{ij} 的矩阵 M 就称为马科夫矩阵。当风力机启动、停机和非正常状况下运行，比如在大偏航角下运行时，风力机也经受载荷。在进行寿命分析前，也需要估算在给定的平均应力区间 $\sigma_{m,i} < \sigma_m < \sigma_{m,i+1}$ 和范围区间 $\sigma_{r,j} < \sigma_r < \sigma_{r,j+1}$ 的情况下，这些载荷以及相应的每年发生的次数，并将它叠加到马科夫矩阵 n_{ij} 中。为了做到这一点，人们必须能区分高风速和低风速下的启动和停机，因为在这两种情况下，载荷是不同的。IEC61400－1 标准给出了认证过程中需要的不同载荷工况的完整列表。在平均应力区间 $\sigma_{m,i} < \sigma_m < \sigma_{m,i+1}$ 和应力范围区间 $\sigma_{r,j} < \sigma_r < \sigma_{r,j+1}$ 内的整个寿命期间的循环总数就是：

$$n_{tot,ij} = T \cdot n_{ij} \tag{15.2}$$

式中：寿命 T 以年度量。

15.2　累积损伤的 Palmgren-Miner 准则

为了估计 T，使用了周期加载期间的用于累积损伤的 Palmgren-Miner 准则，即方程（15.3）。该准则假设：在给定平均应力水平 $\sigma_{m,i}$ 和应力范围 $\sigma_{r,j}$ 下的已经应用的应力循环数 n_{ij}，与在同样的平均应力水平和应力范围下将导致失效的循环数 N_{ij} 的比值，构成了对疲劳寿

命产生作用的输出部分，而这些比值之和就是损伤 D。所以不发生失效的准则是，所有这些比值之和 D 小于 1：

$$\sum \frac{n_{tot,ij}}{N_{ij}} = D < 1 \tag{15.3}$$

将方程（15.2）与方程（15.3）联立得到下述估算寿命 T 的方程：

$$T = \frac{1}{\sum \frac{n_{ij}}{N_{ij}}} \tag{15.4}$$

针对给定的材料，在给定的平均应力水平 $\sigma_{m,i}$ 和应力范围 $\sigma_{r,j}$ 的循环载荷作用下将导致失效的循环次数 N_{ij}，可以通过所谓的 $S-N$ 曲线或者沃勒曲线求得，如图 15.2 所示。

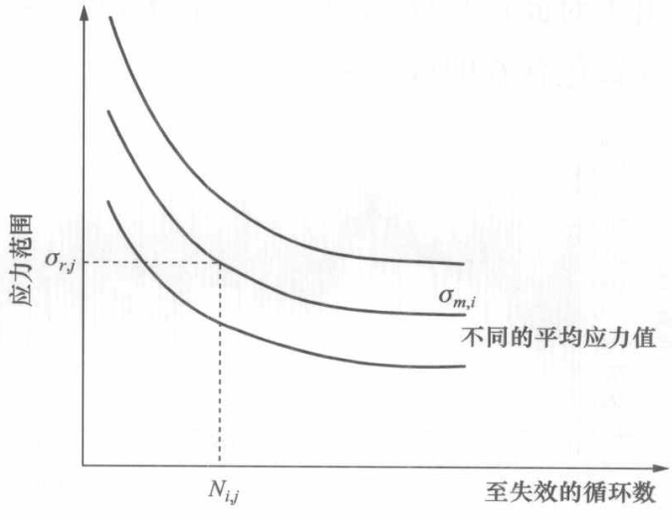


图 15.2 $S-N$ 曲线概略图

有时仅仅考虑应力范围 $\sigma_{r,j}$ 而忽略平均应力水平 $\sigma_{m,i}$ 的影响。在这种假设下，$S-N$ 曲线可以近似为：

$$N = N^* \left(\frac{\sigma_r (N^*)}{\sigma_r} \right)^m \tag{15.5}$$

式中：m 是材料常数；$\sigma_r (N^*)$ 是 N^* 次循环的将导致失效的应力范围。对钢材，根据丹麦标准[1]，m 约为 4.0；对玻璃纤维，m 约为 8～12。

15.3 当 量 载 荷

损伤 D 可以使用 Palmgren-Miner 准则来评估。为了比较不同风速对整个疲劳损坏的贡献，可以使用当量载荷 $\sigma_{r,eq}$ 的概念。当量载荷定义为一种循环载荷，当该载荷作用 n_{eq} 次时，所给出的对风力机的疲劳损坏与所考虑风速的真实湍流流动所导致的疲劳损坏相同。由于已经知道了整体损伤 D，当量载荷可以使用针对 $S-N$ 曲线的方程

（15.5）类似计算。

$$D=\frac{n_{eq}}{N_{eq}}=\frac{n_{eq}}{N^{*}\left(\dfrac{\sigma_{r}(N^{*})}{\sigma_{r,eq}}\right)^{m}}$$

$$\Downarrow \tag{15.6}$$

$$\sigma_{r,eq}=\sigma_{r}(N^{*})\left(\frac{N^{*}D}{n_{eq}}\right)^{1/m}$$

图 15.3 绘出了挥舞弯矩历时 300s 的一个时间历程；图 15.4 示出了对此信号使用雨流计数技术以后的结果，换言之，给定范围的循环数包含在时间历程中。

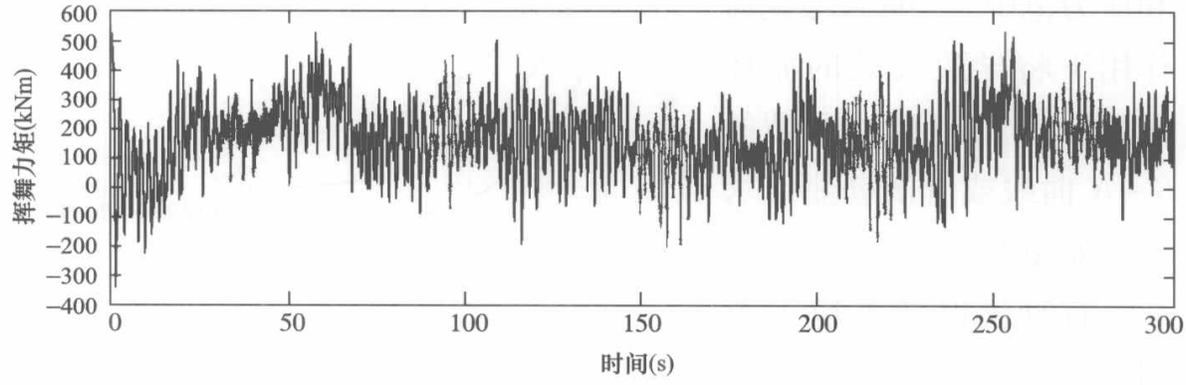


图 15.3　挥舞弯矩时间历程的一个例子

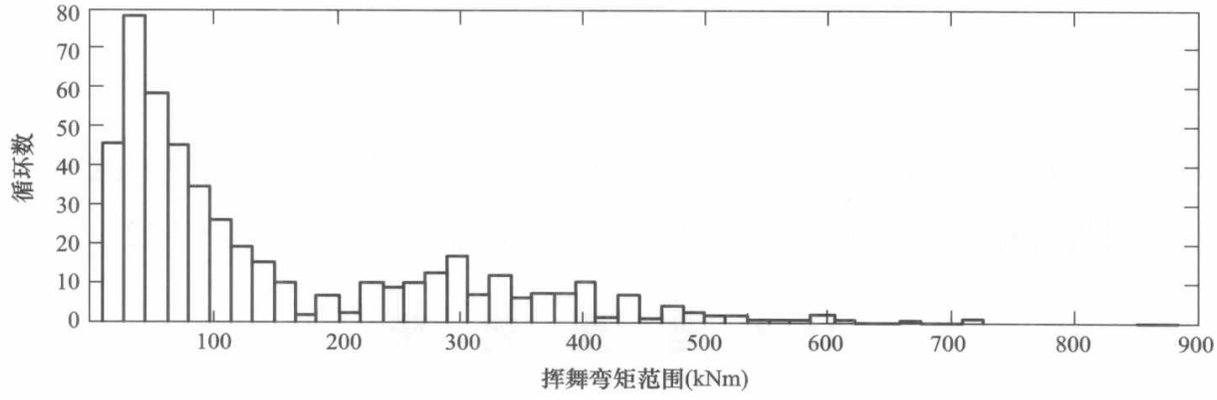


图 15.4　对图 15.3 的时间历程使用雨流计数技术后得到的结果

假定 Palmgren-Miner 准则是正确的，由范围不断增加的循环载荷系列组成的时间历程，将给出与原时间历程相同的疲劳损伤。这样的时间历程如图 15.5 所示。

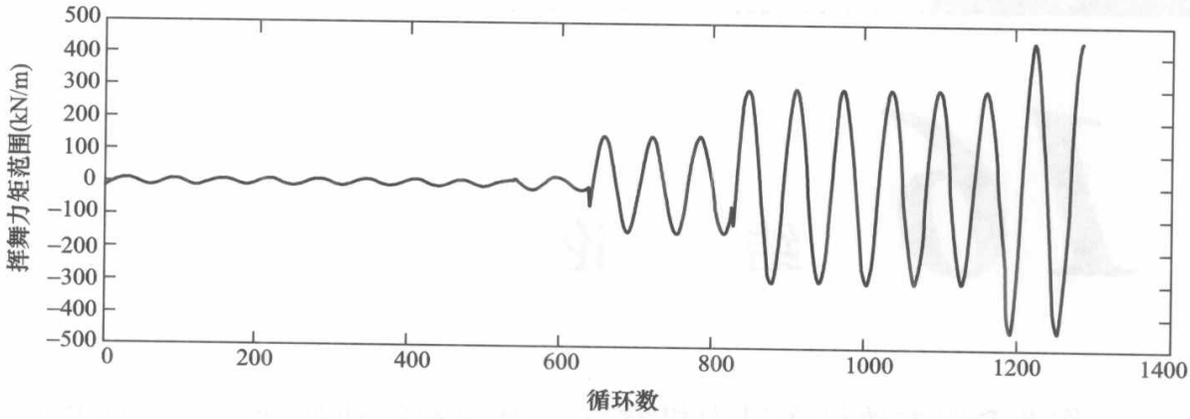


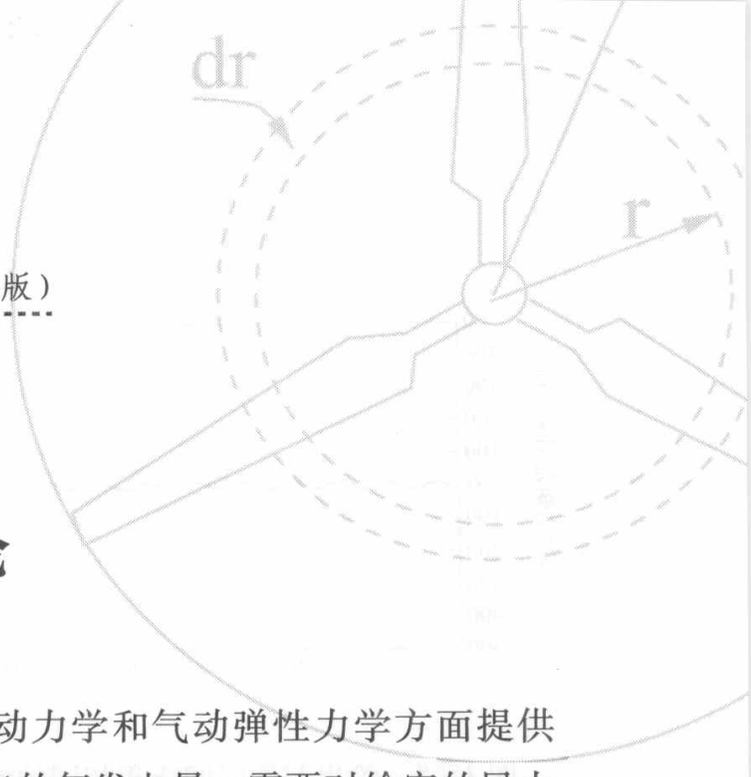
图 15.5　给出与原时间历程相同的疲劳损伤的范围不断增加的循环载荷系列

参考文献

[1] DS 412 (1983) Dansk Ingeniørforenings Norm for Stålkonstruktioner (Danish Standard for Steel Constructions)

[2] IEC 61400 - 1 (2004). Revision 'Wind Turbines. Part 1: Design Requirements', CD, Edition. 3. 2nd Revision, IEC TC88 - MT1

[3] Madsen P. H., Dekker J. W. M, Thor S. E., McAnulty K., Matthies H. and Thresher R. W. (1990) 'Expert Group Study on Recommended Practices for Wind Turbine Testing and Evaluation, '3. Fatigue Loads', IEA Wind Energy Conversion Systems, 2nd. Edition



16 结　论

作者希望本教材在风力机空气动力学和气动弹性力学方面提供丰富的知识。为了计算实际安装地点的年发电量，需要对给定的风力机的稳态性能建立模型，因此，对传统的定常叶素动量方法进行了基本的介绍。然而，实际风力机上的载荷是动态变化的，这主要归因于重力以及由于风剪切、塔影效应，尤其是大气湍流导致的入流条件的改变。本教材给出了用来描述定常叶素动量方法程序的所有理论和方程，包括所有必须的工程模型，例如动态入流、动态失速以及偏航/倾斜模型。为了对暴露在非定常载荷情况下的不同部件的动态结构响应进行计算，还阐述了建立风力机结构模型的一种方法。当估计叶片的局部速度时，必须将由于振动导致的速度从风速中减除，这样通过攻角，振动同空气动力载荷直接耦合。空气动力学和结构动力学的强耦合，形成了所谓的气弹问题。针对该问题，在时间步骤上需要同时求解空气动力学和结构动力学两类模型。在仿真过程中，气弹模型需要求解许多次（每一时间步求解一次），因此需要快速模型。叶素动量方法简单而且求解快速，因此非常可能还要使用许多年。

16.1　更先进的空气动力模型

然而，近些年来更先进的计算工具例如计算流体动力学（Computational Fluid Dynamics，简称 CFD）已经取得了巨大进步，这尤其要归因于现代计算机在处理器速度和存储容量方面取得的进展。

在计算流体动力学算法中，研究对象周围的区域被划分成计算网格，对每一网格节点都将纳维—斯托克斯方程组（参见附录 A 中式 A.10～式 A.13）离散化；结果是产生了数量众多的非线性耦合方程组，

它们必须数字求解，并且，如果要求得非定常解，则它们必须针对每一时间步进行计算。另外一个问题是在实际流动中出现的众多的尺度，其范围从极小的湍流涡到以风轮半径为数量级的大尺度。由于所需要的方程组的规模非常巨大，在未来的许多年里，在涉及所有这些尺度的计算网格中求解这些方程仍然是不可能的。为了克服这一点，最小的旋涡使用湍流模型来建模，该湍流模型基本模拟了小尺度湍流所引起的额外混合。现存的湍流模型通常通过不同的流动来标定，因此使用这些模型将给计算结果带来另外的不确定性。在风力机上使用计算流体动力学的最早的几篇论文之一是 Hansen M. O. L 完成的[4]。美国国家可再生能源实验室（National Renewable Energy Laboratory，简称 NREL）最近进行的计算[1,7]以及 Fingersh L. J.[2]和 Simms，D.[5]进行的实验说明了在实验和计算流体动力学计算之间存在极好的一致性。即使得到了提高，在气弹计算中使用计算流体动力学技术仍然太慢了，未来的许多年里仍将使用叶素动量方法程序进行风力机的设计和优化。然而，非常自然地将使用计算流体动力学技术核实最终结果，以验证设计的有效性，比如检查是否存在不希望出现的分离区域。图 16.1 显示的是流经安装了两个不同叶尖的风力机的同一个叶片的计算流动的一个例子[3]。

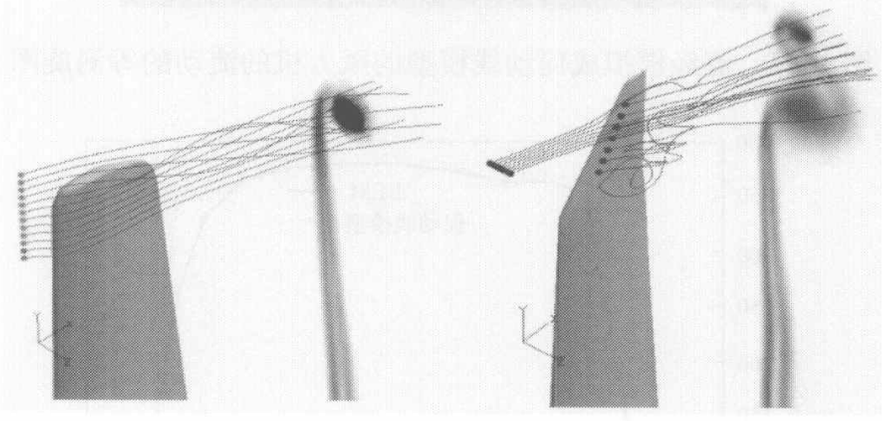


图 16.1 在同样的转速以及风速作用下流经同一叶片的两个不同叶尖的计算流线以及就在叶片背后一个平面内的等涡旋

16.2 促动线模型

在所谓的“促动线”（Actuator Line）模型中[6]，使用计算流体动力学技术来求解尾流动力学，因此也需要评估风轮平面内的诱导

速度。知道了诱导速度以后，就可以像在叶素动量方法中一样估计局部攻角；这样可以在翼型数据表中查得载荷。使用了促动线模型后，由于偏航和动态入流的影响是纳维—斯托克斯方程组的直接输出，结果可以用来调整叶素动量方法中的工程模型。图 16.2 显示的是流经模拟成“促动线”模型的风力机的流动的等涡旋图。图 16.3 和图 16.4 显示的是使用叶素动量方法程序和“促动线”模型以后，图 16.2 所示工况下（零偏航和叶尖速比是 7.6）的相应的切向和法向载荷，可以看到它们非常的一致。

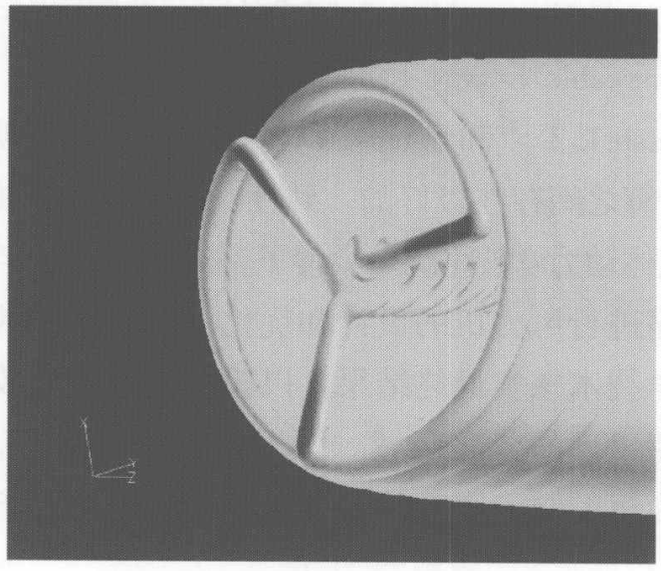


图 16.2　流经模拟成促动线模型的风力机的流动的等涡旋图

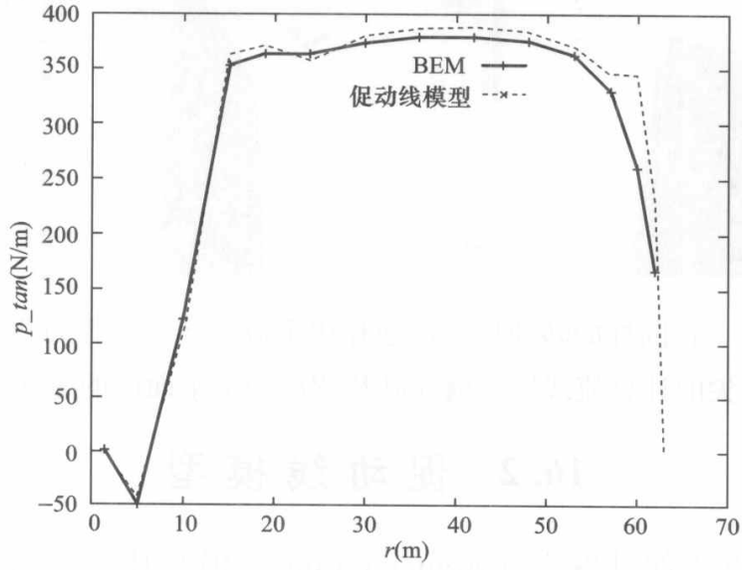


图 16.3　使用叶素动量方法和促动线模型得到的切向载荷

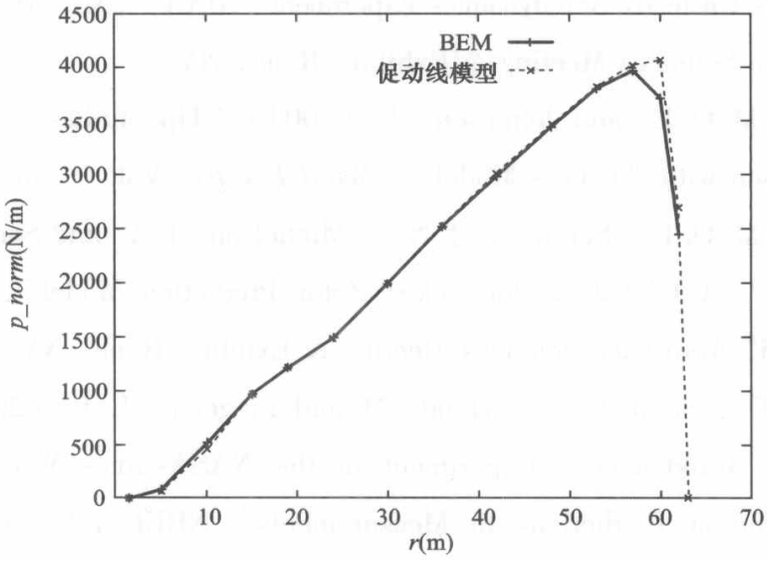


图 16.4 使用叶素动量方法和促动线模型得到的法向载荷

更进一步，促动线模型可以用来计算上游风力机的尾流效应，因为上游风力机产生的尾流通过下游的风力机，见图 16.5。

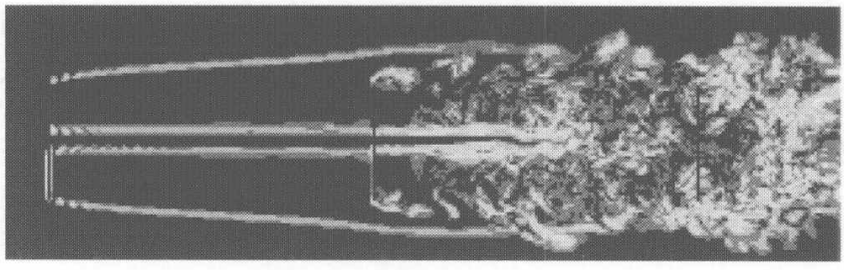


图 16.5 流经位于一排且与来流风向一致的三台风力机的流动的等涡旋图

最后，作者真诚地希望所有那些决定从事风力机气弹模型的开发和使用的工作人员好运，以更为有效地利用风中包含的大量能源。

参 考 文 献

[1] Duque, E. P. N., van Dam C. P. and Hughes S (1999) 'Navier-Stokes Simulations of the NREL Combined Experiment Phase II Rotor', in Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, NV

[2] Fingersh, L. J., Simms, D. H. and M., Jager, D., Contrell, J., Robinson, M., Schreck, S. and Larwood, S. (2001) 'Wind Tunnel Testing

of NREL's Unsteady Aerodynamics Experiment' AIAA－2001－0035 Paper, 39th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV

[3] Hansen, M. O. L. and Johansen, J. (2004) 'Tip Studies Using CFD and Comparison with Tip Loss Models', *Wind Energy*, Vol. 7, pp343－356

[4] Hansen, M. O. L., Sørensen, J. N., Michelsen, J. A. and Sørensen, N. N. (1997) 'A Global Navier-Stokes Rotor Prediction Model', AIAA 97－0970, 35th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV

[5] Simms, D., Schreck, S., Hand, M. and Fingersh, L. J. (2001) 'NREL Unsteady Aerodynamics Experiment in the NASA-Ames Wind Tunnel: A Comparison of Predictions to Measurements' NREL/TP－500－29494, National Renewable Energy Laboratory

[6] Sørensen, J. N. and Shen, W. Z. (2002) 'Numerical Modeling of Wind Turbine Wakes'. *Journal of Fluids Engineering-Transactions of the ASME*, Vol. 124, No. 2, pp. 393－399

[7] Sørensen, N. N. and Michelsen, J. A. (2000) 'Aerodynamic Predictions for the Unsteady Aerodynamics Experiment Phase－II Rotor at the National Renewable Energy Laboratory' AIAA－2000－0037, 38th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV

附录 A　流体力学中的基本方程

在不包含单个固体颗粒的流体中，通常考虑空间中的固定体积，表示为控制体积 CV。牛顿第二定律是：

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}}{\mathrm{d}t} \tag{A.1}$$

此处 $\boldsymbol{F}=(F_x,F_y,F_z)$ 是合成力，$\boldsymbol{P}$ 是动量，t 是时间。动量 $\boldsymbol{P}$ 对时间的微分可以通过在整个控制体积内积分得到：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV}\rho v\mathrm{d}(Vol)+\iint_{CS}\boldsymbol{v}\rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{A} \tag{A.2}$$

此处 ρ 是密度，$\boldsymbol{v}$ 是速度，$\mathrm{d}(Vol)$ 是整个控制体积的微元，CS 代表控制体积表面，而 $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ 是垂直于控制体积表面微元的向量。$\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ 的长度表示该微元的面积。这样控制体积的牛顿第二定律变为：

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV}\rho\boldsymbol{v}\,\mathrm{d}(Vol)+\iint_{CS}\boldsymbol{v}\rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{F} \tag{A.3}$$

此处 F 是包括作用在控制体积表面的压力和黏性力的整个外力。另外，例如重力等体积力，以及流经控制体积内部物体后产生的力一起形成合成力。方程（A.3）通常用来确定假定控制体积表面处的速度已知时的未知力。当不可压缩流体的斯托克斯假设，即方程（A.4）~方程（A.9）被用来求解各边长度为（$\mathrm{d}x$，$\mathrm{d}y$，$\mathrm{d}z$）的微元控制体积上的应力时，就可以导出 3 个偏微分动量方程（A.11）、（A.12）和（A.13）。τ 的第一个下标代表应力所在的平面，而第二个下标则表示应力的方向：

$$\tau_{xx}=-p+2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \tag{A.4}$$

$$\tau_{xy}=\tau_{yx}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{A.5}$$

$$\tau_{xz}=\tau_{zx}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right) \tag{A.6}$$

$$\tau_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \tag{A.7}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{A.8}$$

$$\tau_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \tag{A.9}$$

式中：$p(x,y,z,t)$是压力；$\boldsymbol{v}(x,y,z,t) = (u,v,w)$，是速度分量；$\boldsymbol{x} = (x,y,z)$是笛卡尔参考坐标系中的坐标，而$\mu$是动力黏性系数。

3个动量方程（A.11）、（A.12）和（A.13）加上连续性方程（A.10）一起组成了动力黏性系数μ为常数的不可压缩流体的纳维—斯托克斯方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{A.10}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + f_x \tag{A.11}$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + f_y \tag{A.12}$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + f_z \tag{A.13}$$

方程（A.10）保证了进出各边长度为（dx，dy，dz）的微元控制体积的净质量流量为零。而方程（A.11）、方程（A.12）和方程（A.13）则分别是在x、y和z方向上的、固定于空间的、流体中的某微元体的牛顿第二定律。方程中的左边项是惯性力，而右边项则分别是作用在微元体上的压力、黏性力以及外部体积力$\boldsymbol{f}(x,y,z,t) = (f_x, f_y, f_z)$。方程组（A.11）、（A.12）和（A.13）也可以写成向量形式：

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (v \cdot \nabla)\, v\right) = -\nabla_p + \mu \nabla^2 \boldsymbol{v} + \boldsymbol{f} \tag{A.14}$$

如果没有外力出现，并且假定流动是稳定的，黏性力是零，方程

（A.14）简化为：

$$-\frac{\nabla p}{\rho}=(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=\frac{1}{2}\nabla(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)-\boldsymbol{v}\times(\nabla\times\boldsymbol{v}) \quad (A.15)$$

方程（A.15）中的最后这个等式来自于向量恒等式。如果流动是无旋的，即$\nabla\times\boldsymbol{v}=0$，从方程（A.15）可以直接得到伯努利方程（A.16），并且在流动区域的任意两点之间伯努利方程（A.16）都是有效的：

$$p+\frac{1}{2}\rho(u^2+v^2+w^2)=const \quad (A.16)$$

如果流动是有旋的，从方程（A.15）中可以看到，伯努利方程（A.16）仅仅沿一根流线有效。

为了使用伯努利方程，需要满足的条件有：流动是稳定的，没有外力作用，流动是不可压缩的并且不存在摩擦。伯努利方程通常沿一根流线有效，但是，如果流动是无旋的，伯努利方程在任意两点之间有效。

纳维—斯托克斯方程难以求解，在工程问题中，通常使用方程（A.3）的积分形式。如果流动是稳定的，环形控制体积各边上的扭矩为零，则动量矩积分方程变成了：

$$\boldsymbol{M}=\iint_{CS}\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{v}\rho\,\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{A} \quad (A.17)$$

此处$\boldsymbol{M}$是作用在控制体积内流体上的未知扭矩，而$\boldsymbol{r}$是到主轴轴线的半径。如果在控制体积的入口和出口流动都是均匀的，并且$\boldsymbol{M}$只在流动方向z具有非零分量，则可以从方程（A.17）导出欧拉透平方程（A.18）：

$$P=M_z\omega=\omega\,\dot{m}(r_1v_{\theta,1}-r_2v_{\theta,1}) \quad (A.18)$$

式中：P是机械主轴上从流动中转换的功率；ω是主轴的转动速度；v_θ是切向速度分量；$\dot{m}$是通过控制体积的质量流量；下标1和2分别代表控制体积的入口和出口。

另外一个重要的方程就是控制体积的积分形式的能量守恒方程或者热力学第一定律，对定常流动而言：

$$P+Q=\iint_{CS}\left[u_i+\frac{p}{\rho}+\frac{1}{2}(u^2+v^2+w^2)\right]\rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}A \qquad (A.19)$$

式中：P 是机械功率；Q 是控制体积的传热速率；u_i 是控制体积的内能。

附录B 基本符号表

A：风轮面积，比例因子

$\boldsymbol{a}_{AB}$：从系统A到系统B的转置矩阵

a：轴向诱导因子，塔架的半径

a'：切向诱导因子

a_n：傅立叶系数

B：叶片数

b_n：傅立叶系数

$\boldsymbol{C}$：阻尼矩阵

C_p：功率系数

C_T：推力系数

C_l：升力系数

C_d：阻力系数

C_m：力矩系数

C_n：法向载荷系数

C_t：切向载荷系数

C_θ：轴向速度方位角分量

c：弦长

D：风轮半径，阻力

$\mathbf{d}\boldsymbol{A}$：面积的法向量

E：弹性模量

ED：离心刚度矩

EI：弯曲刚度

ES：刚度矩

$\boldsymbol{F}$：力（向量）

$\boldsymbol{F}_g$：广义力（向量）

F：力，普朗特叶尖损失因子

$\boldsymbol{f}$：　外部体积力（向量）

f：　力，概率，频率

f_s：　分离函数

f_n：　离散傅立叶变换中的频率

GI：　扭转刚度

H：　塔高，形状因子

h：　距离地面高度

h_w：　韦布尔分布

I：　惯性矩，湍流强度

k：　形状因子

k_t：　地形因子

$\boldsymbol{K}$：　刚度矩阵

L：　升力，空间两点之间的距离

l：　长度尺度

$\boldsymbol{M}$：　扭矩（向量），质量矩阵

M：　扭矩，气动力矩

M_G：　发电机扭矩

M_{flap}：挥舞弯矩

Ma：　马赫数

$\dot{m}$：　质量流量

m：　单位长度质量

n：　轴转速

$\boldsymbol{p}$：　动量（向量）

P：　功率

PSD：功率谱密度函数

p：　压力，载荷

p_N：　垂直于风轮平面的载荷

p_T：　与风轮平面相切的载荷

p_c：　离心载荷

Q：　传热速率

Re：雷诺数

R：风轮半径，阻抗

$\boldsymbol{r}$：半径（向量）

r：半径

SL：滑差率

S_{ij}：相关函数

T：推力，总时间

t：时间

U：边界层尾缘速度

u：速度向量的 x 方向分量，风轮平面的轴向速度，变形

u_1：尾流中的速度

u_i：内能

$\dot{u}$：结构速度

$\ddot{u}$：结构加速度

u^{1f}：一阶挥舞特征模态

u^{1e}：一阶摆振特征模态

u^{2f}：二阶挥舞特征模态

$\boldsymbol{v}$：速度（向量）

$\boldsymbol{v}_{\mathrm{b}}$：叶片速度（向量）

v_{o}：风速

v_{∞}：无穷远来流速度

v_{rel}：翼型的相对速度

v_{θ}：切向速度分量

v_2：闭式风轮的风轮平面内的速度

$v_{10\mathrm{min}}$：10min 内的平均风速

$v_{2\mathrm{s}}$：2s 内的平均风速

v：速度向量的 y 方向分量

w：速度向量的 z 方向分量

$\boldsymbol{w}$：诱导速度

W_y：诱导速度的切向分量

W_z：诱导速度的法向分量

q_{2s}：基于 v_{2s} 的动压

x：局部叶尖速比

z_o：粗糙度长度

希 腊 字 母

α：攻角

β：叶片扭角

Γ：环量

Δt：时间增量

δ：边界层厚度

δ^*：位移厚度

ε：放大因子，应变

θ：动量厚度，局部桨距角

θ_{cone}：锥角

θ_p：桨距角

θ_o：叶片完全进入尾流时的方位角位置

θ_{wing}：叶片的方位角位置

θ_{yaw}：偏航角

λ：叶尖速比

k：围绕主轴的曲率

μ：动力黏性系数

ν：运动黏性系数，风剪切指数

ρ：密度

σ：实度，应力，标准偏差

σ_r：应力范围

σ_m：平均应力

τ：剪切应力，时间常数

ϕ：入流角

χ：尾流斜角

ω：风轮的转动速度，特征频率

ω_n：离散傅立叶变换中的频率

Document generated by Anna’s Archive around 2023-2024 as part of the DuXiu collection (https://annas-blog.org/duxiu-exclusive.html).

Images have been losslessly embedded. Information about the original file can be found in PDF attachments. Some stats (more in the PDF attachments):

{
  "filename": "MTIyNzkwNjMuemlw",
  "filename_decoded": "12279063.zip",
  "filesize": 27681251,
  "md5": "912118e9280d55072b5336424caff370",
  "header_md5": "a5246c40c74d36719240870bd51f9060",
  "sha1": "3f68f40ebef455c36e97af366a6d135c0b2757b4",
  "sha256": "d8b632f13e68b94311bd22c1fdf5a1902a9d3f2b3ca448a0fe77a00eb169727a",
  "crc32": 1669366760,
  "zip_password": "",
  "uncompressed_size": 35094424,
  "pdg_dir_name": "",
  "pdg_main_pages_found": 152,
  "pdg_main_pages_max": 152,
  "total_pages": 163,
  "total_pixels": 854297344,
  "pdf_generation_missing_pages": false
}