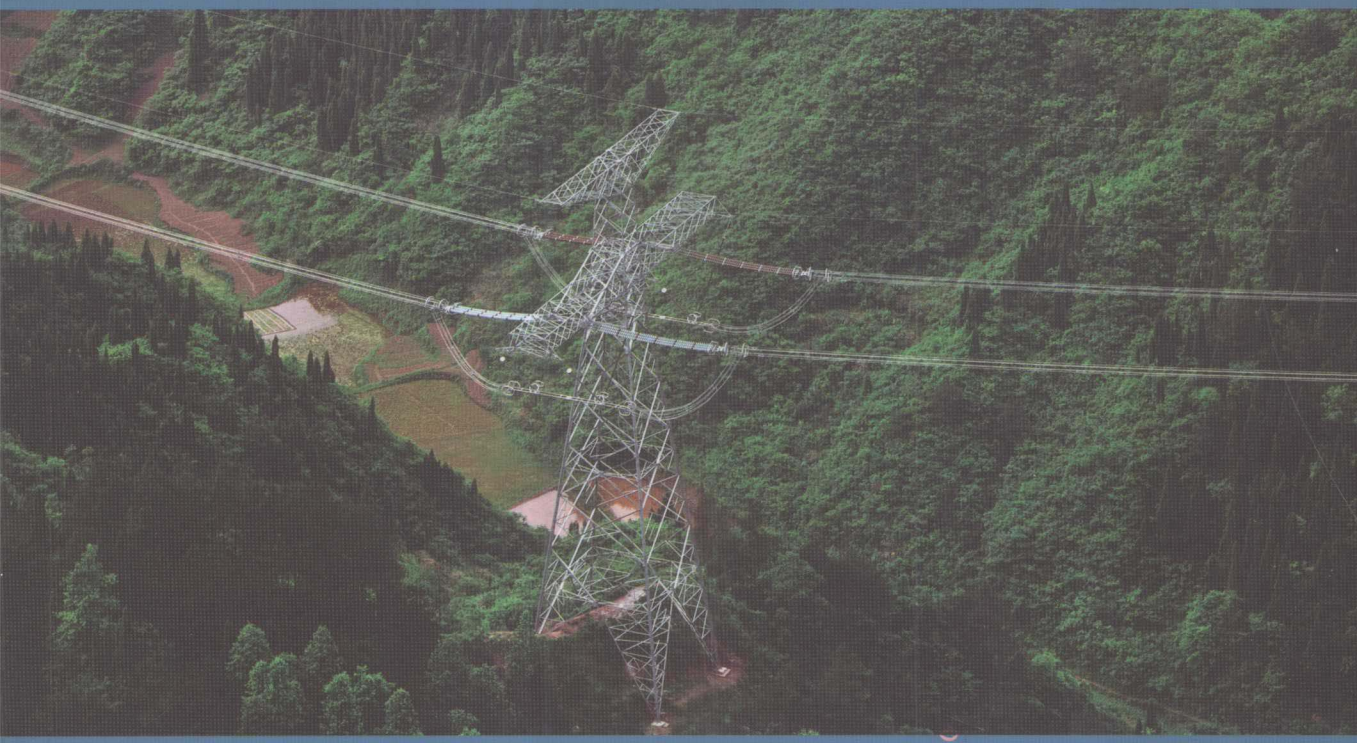
"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材



THE STEADY STATE ANALYSIS OF POWER SYSTEMS

# 电力系统稳态分析

## （第四版）

陈珩　编

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## “十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

| | |
|---|---|
| 电工与电子技术基础 | 彭曙蓉 |
| 信号分析与处理（第二版） | 崔　翔 |
| 电机学（第三版） | 胡敏强 |
| 电机学习题解析（第二版） | 胡虔生 |
| 电机学（第二版） | 戈宝军 |
| 走进电世界（第二版） | 孙元章 |
| 电气工程基础（第二版）上册 | 陈慈萱 |
| 电气工程基础（第二版）下册 | 陈慈萱 |
| 电力系统稳态分析（第四版） | 陈　珩 |
| 电力系统暂态分析（第四版） | 方万良 |
| 电力系统分析（第二版） | 夏道止 |
| 发电厂电气部分（第五版） | 苗世洪 |
| 发电厂变电所电气部分（第二版） | 刘宝贵 |
| 电力系统规划（第二版） | 程浩忠 |
| 电力系统继电保护原理（第四版） | 贺家李 |
| 电力系统自动装置原理（第五版） | 杨冠城 |
| 高电压工程（第二版） | 林福昌 |
| 现代供电技术（第二版） | 王福忠 |
| 现代供电技术学习指导 | 王福忠 |
| 架空输电线路设计（第二版） | 孟遂民 |



中国电力出版社教材中心
教材网址　http://jc.cepp.sgcc.com.cn
服务热线　010-63412548　63412523

ISBN 978-7-5123-8172-8
9 787512 381728 >
定价：34.00 元

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

# 电力系统稳态分析

## （第四版）

陈　珩　　编

陈　怡　万秋兰　高　山　修订

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。

全书分三部分，分别讨论电力系统的基本概念、电力系统各元件的特性和数学模型，电力系统的潮流计算和控制，以及电力系统的运行调解和优化。在取材方面，除力求讲清基本概念、基本理论之外，也注意介绍国内外先进科学技术和本学科发展方向，除尽量保证学科的系统性、完整性之外，也适当述及我国电力系统的现状和有关技术政策；除主要阐明运用电子计算机计算分析电力系统的原理外，也仍保留少量手算方法，并以较多例题比较它们的异同。

本书可作为高等学校电气类专业的电力系统分析相关课程教材，也可作为从事电力工程的技术人员的参考用书。

**图书在版编目（CIP）数据**

电力系统稳态分析/陈珩编．—4 版．—北京：中国电力出版社，2015.10

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

ISBN 978-7-5123-8172-8

Ⅰ.①电… Ⅱ.①陈… Ⅲ.①电力系统稳定-系统分析-高等学校-教材 Ⅳ.①TM712

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 197539 号

中国电力出版社出版、发行

（北京市东城区北京站西街 19 号 100005 http://www.cepp.sgcc.com.cn）

三河市百盛印装有限公司印刷

各地新华书店经售

*

1985 年 5 月第一版

2015 年 10 月第四版 2015 年 10 月北京第四十五次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 16.75 印张 408 千字

定价 **34.00** 元

# 前　言

“电力系统稳态分析”是电气工程及其自动化专业的一门专业技术基础课，其内容涉及电力系统的基本理论和知识。为了保留和传承经典的核心内容，同时与时俱进地反映电力系统的发展和现状，本次修订的主要工作是对第三版中描述电力系统概念和技术方面的部分内容进行删旧、更新和补新。

本次修订对第一章的第 1 节和第 4 节的内容进行了删旧，对一些概念和数据资料进行了更新。第五章第 2 节中补充了可再生能源的新内容，并更新了相关电力市场的发展动态。第三章和第六章更新了涉及电力电子装置的应用现状。除此之外对书中少数表述、印刷错误和疏漏之处一并进行了完善和修改。

借第四版修订出版之际，感谢广大读者长期对本书的支持，并希望读者一如既往地对本书提出批评和建议。

作为陈珩先生的学生，在先生逝世 14 年后完成了本书的修订，既感责任重大又有几分忐忑，愿本书的修订能如先生之意以告慰先生。

编者

2015 年 8 月

# 第一版前言

本书是根据1982年9月高等学校电力工程类专业教材编审委员会电力系统教材编审小组会议上审定的同名教学大纲以及同年12月电力系统教材编审小组扩大会议上制订的相应教材编写大纲编写的。仅需作以下几点说明：

教学大纲中规定“交流远距离输电的概念”和“直流输电的概念”为必修内容。但编写实践中发现，对初学者，这两部分似嫌过深，又因篇幅有限，将其删去。

教学大纲中虽未包括“支路追加法”，但教材编审小组扩大会议上多数与会者主张以小字纳入，编者接受了会议意见。

教学大纲中虽未包括“无功功率的最优补偿”，但编写过程中深感花少量篇幅予以讨论将是有益的，书中以小字对此问题作了简介。

本书初稿完成后，蒙上海交通大学黄家裕教授仔细审阅，并提出了不少宝贵意见和建议，受益匪浅，谨致谢忱。因编者水平有限，书中错误和不妥之处仍在所难免，尚希广大读者不吝指正。

编　者

1984年3月

# 第二版前言

本书第一版出版至今已10年。10年来，我国电力工业和电力系统的规模以及科学技术水平都有了突飞猛进的发展，这种发展理应在高等学校的教学中有所反映，修订本书已刻不容缓。修订本书过程中，恰逢新一届电力工程类专业教学指导委员会成立，并重新制订了对电力系统分析课程的基本要求，此次修订就是在1994年4月新制订的基本要求框架内进行的。

修订版与第一版的主要不同体现在以下几方面：

鉴于同名课程是电力系统及其自动化专业的第一门专业课程，有必要使学生在接触本专业之初，对我国电力工业和电力系统的现状以及相应的技术政策，对电力系统工程学科的内涵有一基本了解，修订版中增加了这些内容。诚然，随着时间的推移，这些内容需不断更新。讲授本课时，可依据我国电力工业信息研究部门已定期出版的有关资料，根据需要随时补充、修改。

鉴于计算机的使用已日益普及，修订版中扩充了有关计算机应用的篇幅并对原有编写顺序作了相应调整。诸如增加了稀疏技术的运用，并将各元件特性和数学模型集中阐述等。与此同时，对手算部分作了删节。

鉴于电力线路的结构和导线截面积的选择将以其他方式进行教学，故修订时大幅度地压缩了前者并全部删除了后者。

无疑，吐故纳新是修订任何书籍都自然遵循的原则，本书也不例外。本着这一原则，修订过程中删除了若干陈旧或不实用的内容，代之以有发展前景或更实用的内容。如删去了借串联补偿电容器调压、以节点阻抗矩阵法计算网损微增率等，引入了潮流的调整控制（灵活交流输电系统）、以转置雅可比矩阵法计算网损微增率等。目录中的"*"号为非必修内容。

但挂一漏万，修订后的本书仍难以尽善，错误和不妥之处仍在所难免，仍希望广大读者不吝指正。

最后，借此修订版出版之际，编者谨向本书第一版广大读者，尤其是对其提出批评建议的读者，向不辞辛劳仔细审阅本书第一版和此次修订版初稿的上海交通大学黄家裕教授致以衷心的感谢。修订过程中，编者引用了水利电力信息研究所编辑出版，由孙嘉平、柳椿生主编的《中国电力工业1993》一书部分内容，引用了东南大学李乃湖、刘中岳和已故张蔼乐老师未公开出版的论文。对这些作者的无私支持，谨致以衷心的感谢。

编　者

1995年1月

# 第三版前言

本书自第二版问世以来，又过去了 12 年。这期间，本书获得了国家优秀教学成果奖，但陈珩先师不幸西去，使我们深感悲痛。鉴于电力工业和电力系统的发展，教材必须作出相应的变化，因此出版社约请我们进行修订。在集体讨论的基础上，确定了修订原则：不作大的改动，只去掉了部分与现实发展不符的内容，同时增加了一些新的内容。具体体现在以下几方面：删去了第一章第二节；用新的第三章第三节“配电网潮流计算的特点”代替了原来的“电力网络的简化方法及其应用”；在第四章中增加了第六节“电力系统状态估计与最优潮流简介”；在第五章第二节中增加了“电力市场及其对电力系统经济运行的影响”。

我们期望，上述修改能适应新形势下的教学要求，同时衷心欢迎使用者提出宝贵意见。

修订者

2007 年 4 月

# 目　录

# 第一章　电力系统的基本概念

本章主要介绍有关电力系统的基本知识和电力系统的基本情况。

## 第一节　电力系统概述

### 一、电力系统的形成和发展

1831年，法拉第发现了电磁感应定律。在此基础上，很快出现了原始的交流发电机、直流发电机和直流电动机。由于当时发电机发出的电能仅用于电化学工业和电弧灯，而电动机所需的电能又来自蓄电池，所以电机制造和电力输送技术的发展最初集中于直流电。原始的电力线路使用的是100～400V低压直流电。由于输电电压低，输送的距离不可能远，输送的功率也不可能大。

第一次高压输电出现于1882年。法国人M·德波列茨将位于弥斯巴赫煤矿的蒸汽机发出的电能输送到57km外的慕巴黑，并用以驱动水泵。当时他采用的电压为直流1500～2000V，输送的功率约1.5kW。这个输电系统虽规模很小，却可认为是世界上第一个电力系统，因为它包含了电力系统的各个重要组成部分，即发电、输电、用电设备。

生产的发展对输送功率和输送距离提出了进一步要求，以致直流输电已不能适应。于是，1885年在制成变压器的基础上，实现了单相交流输电；1891年在制成三相变压器和三相异步电动机的基础上，实现了三相交流输电。

1891年于法兰克福举行的国际电工技术展览会上，在德国人奥斯卡·冯·密勒主持下展出的输电系统，奠定了近代输电技术的基础。这一系统起自劳芬镇，止于法兰克福，全长178km。设在劳芬镇的水轮发电机组的功率为230kVA，电压为95V，转速为150r/min。升压变压器将电压升高至25000V，电功率经直径为4mm的铜线输送至法兰克福。在法兰克福，用两台降压变压器将电压降至112V。其中一台变压器供电给白炽灯，另一台给异步电动机，电动机又驱动一台功率为75kW的水泵。显然，这已是近代电力系统的雏形，它的建成标志了电力系统的发展取得了重大突破。

以后，三相交流制的优越性很快显示出来，使运用三相交流制的发电厂迅速发展，而直流制不久便被淘汰。再后来，汽轮发电机组又取代了以蒸汽机为原动机的发电机组，发电厂之间出现了并列运行，输电电压、输送距离和输送功率不断增大，更大规模的电力系统不断涌现。仅数十年，在一些国家中甚至出现了全国性和跨国性的电力系统。

### 二、现代电力系统

与19世纪时电力系统的雏形相比，现代电力系统在输电电压、输电距离、输电功率等方面有了千百倍的增长。当前世界上输电线路的输电电压已超过1000kV，输送距离已超过1000km，输送功率已超过5000MW。个别跨国电力系统中发电设备的总容量已超过400GW。值得一提的是，为彻底解决大电网同步发电机并列运行的稳定性问题，进一步提高

远距离电能输送能力，直流输电技术得到了新的发展。输电电压已超过±750kV，输送距离已超过1000km，输送功率已超过6000MW，与百余年前德波列茨的试验相比，已有霄壤之别。在电源构成、负荷成分等方面也有很大变化。除传统的燃烧煤、石油、天然气等利用化学能的发电厂和利用水能的水力发电厂、利用核能的原子能发电厂外，可再生能源中的太阳能、风能、生物质能、海洋能、潮汐能、地热能等的开发和利用得到了迅速的发展。在负荷成分方面，除电动机、照明负荷外，还有相当比重的电热电炉、整流装置等，尤其是电动汽车，在智能电网中既可以作为充电的负荷又可以作为移动的分布式储能单元接入电网，这已经突破了原有的负荷概念。

随着社会和科技的发展，电力系统的结构在不断变化，相应地对电力系统的定义也在不断更新。传统的电力系统概念是：由锅炉、反应堆、汽轮机、水轮机、发电机等生产电能的设备，变压器、电力线路等变换、输送、分配电能的设备，电动机、电热电炉、照明等各种消耗电能的设备构成的电力系统主体与测量、保护、控制装置组成的统一整体。图1-1示意

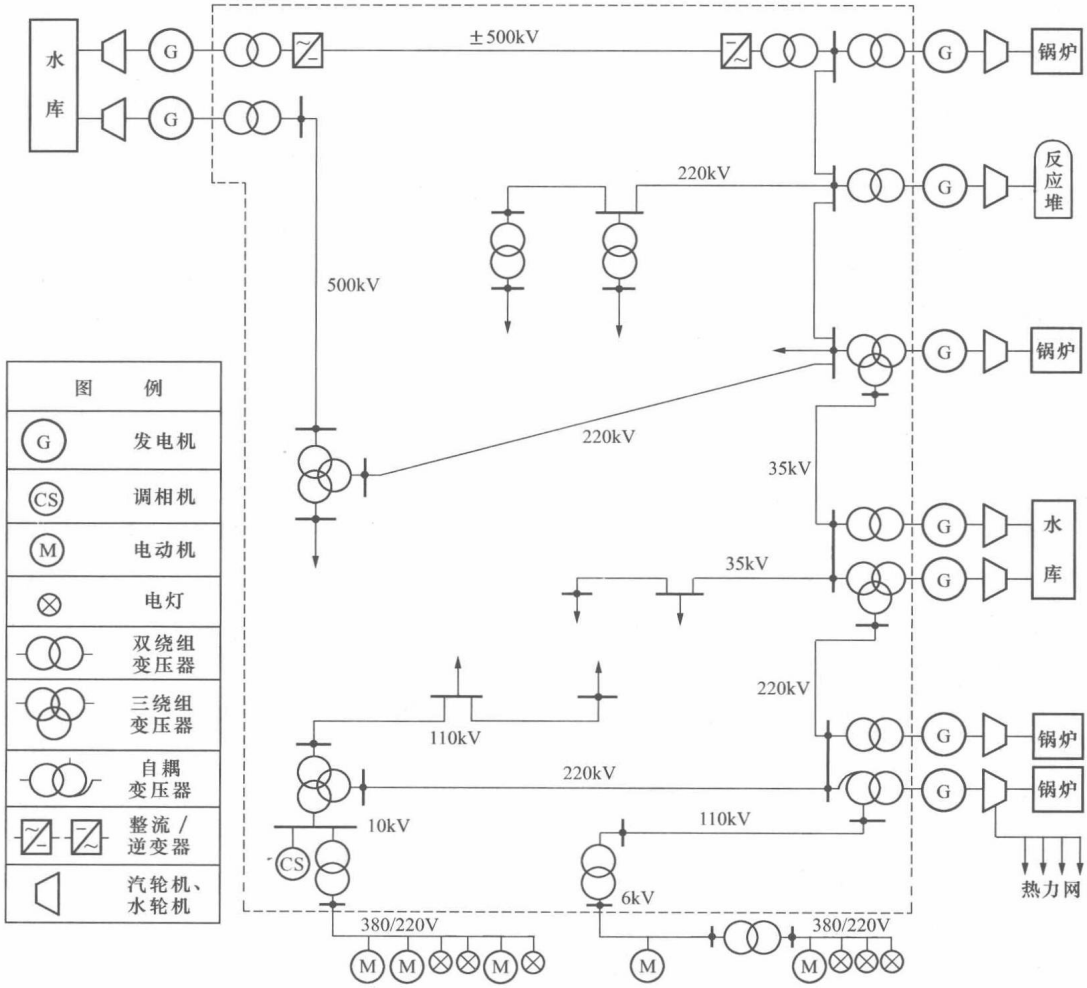



图1-1 电力系统和电力网络示意图

了发、输、配、用的电力系统主体结构。电力系统中，由变压器、电力线路等变换、输送分配电能设备所组成的部分称为电力网络，即图 1-1 种虚线所框出的部分。传统的电力系统也可称为狭义电力系统。

现代电力系统不仅具有以大机组、大电网、超高压、交直流联合输电为主体的结构特征，而且可再生能源的开发和应用将形成新型的输、配电网与分布式发电系统拓扑结构。现代电力系统更为显著的标志是电力系统主体运行安全、优质、经济且实现了高度自动化、数字化、网络化和智能化。信息通信系统和电网监测、控制系统成为电力系统主体安全、优质、经济运行的重要技术保障。因此现代电力系统是由电力系统主体、信息通信系统和电网监测、控制系统组成的统一整体，是一个巨大而又复杂的系统。现代电力系统又可称为广义电力系统。传统电力系统与现代电力系统的组成结构可参见参考文献［11］。

**三、电力系统的基本参量和接线图**

对一个电力系统的初步认识往往应先了解其基本参量和接线图。描述一个电力系统的基本参量有总装机容量、年发电量、最大负荷、额定频率和最高电压等级，接线图则有地理接线图和电气接线图，分别简述如下：

（1）总装机容量。电力系统的总装机容量是指该系统中实际安装的发电机组额定有功功率的总和，以千瓦（kW）、兆瓦（MW）、吉瓦（GW）计。例如，2014 年全国发电装机容量达到 1360GW。

（2）年发电量。电力系统的年发电量是指该系统中所有发电机组全年实际发出电能的总和，以兆瓦时（MW·h）、吉瓦时（GW·h）、太瓦时（TW·h）计。例如，2014 年全国发电量达到 5500TW·h。

（3）最大负荷。最大负荷一般是指规定时间，如一天、一月或一年内，电力系统总有功功率负荷的最大值，以千瓦（kW）、兆瓦（MW）、吉瓦（GW）计。

（4）额定频率。按国家标准规定，我国所有交流电力系统的额定频率均为 50Hz。国外则有额定频率为 60Hz 或 25Hz 的电力系统。

（5）最高电压等级。如图 1-1 所示，同一电力系统中的电力线路往往有几种不同电压等级。所谓某电力系统的最高电压等级，是指该系统中最高电压等级电力线路的额定电压，以千伏（kV）计。例如，图 1-1 所示系统的最高电压等级为 500kV。

（6）地理接线图。电力系统的地理接线图主要显示该系统中发电厂、变电站的地理位置，电力线路的路径，以及它们相互间的连接。因此，由地理接线图可获得对该系统的宏观印象。但由于地理接线图上难以表示各主要电机、电器间的联系，对该系统的进一步了解，还需阅读其电气接线图。20 世纪 90 年代华东电力系统的地理接线图如图 1-2 所示。

（7）电气接线图。电力系统的电气接线图主要显示该系统中发电机、变压器、母线、断路器、电力线路等主要电机、电器、线路之间的电气接线。因此，由电气接线图可获得对该系统的更细致了解。但由于电气接线图上难以反映各发电厂、变电站、电力线路的相对位置，阅读电气接线图时，又常需参阅地理接线图。图 1-1 中，表示发电机、变压器、母线、电力线路相互连接的部分实际上就是一种简化的电气接线图。

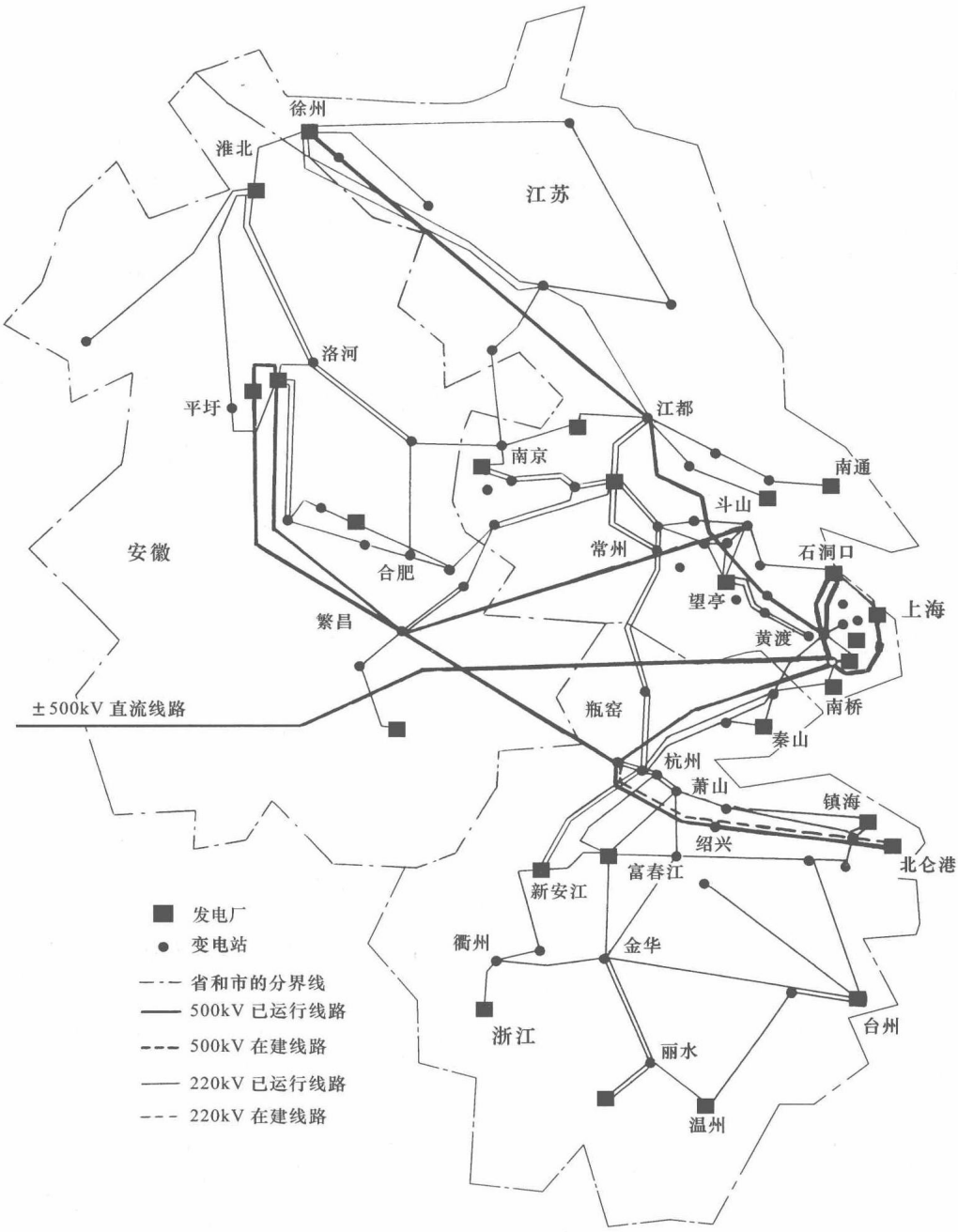



图 1-2　20 世纪 90 年代华东电力系统地理接线图

## 第二节　电力系统运行应满足的基本要求

对现代电力系统有初步认识后，就可对这一始终处于运动之中、富有活力的研究对象如何运行的问题作初步探索。而在此之前，需先对电能生产、输送、消费的特点作一说明。

### 一、电能生产、输送、消费的特点

电能也是商品，和其他商品一样，也有其生产、输送和消费，但电能及其生产、输送和

消费却有极明显的特殊性。

1. 电能与国民经济各部门之间关系密切

由于电能与其他能量之间转换方便，宜于大量生产、集中管理、远距输送、自动控制，使用电能较其他能量有显著优点，电能供应的中断或减少将影响国民经济的各个部门。

2. 电能不能大量储存

电能的生产、输送和消费实际上是同时进行的，即发电设备任何时刻生产的电能必须等于该时刻用电设备消费与输送中损耗电能之和，而且这一数值还随时间不断变化。

3. 生产、输送、消费电能各环节所组成的统一整体不可分割

由于电能不能大量储存，必须保持电能生产、输送、消费流程的连续性，由这些环节组成的统一整体——电力系统，是不可分割的。

4. 电能生产、输送、消费工况的改变十分迅速

发电机、变压器、电力线路、用电设备的投入或退出都在一瞬间完成，且电能从一处输送至另一处所需的时间以 $10^{-3}$～$10^{-6}$s 计，所以电能生产、输送、消费工况的改变十分迅速。

5. 对电能质量的要求颇为严格

电能质量的好坏是指电源电压的大小、频率和波形能否满足要求。电压的大小、频率偏离要求值过多或波形因谐波污染严重而不能保持正弦波时，都可能导致产生废品、损坏设备，甚至大面积停电。因此，对电压大小、频率的偏移以及谐波分量都有一定限额。而且，由于系统工况时刻变化，这些偏移量和谐波分量是否总在限额之内，需经常监测，要求颇严。

**二、对电力系统运行的基本要求**

根据电能生产、输送、消费的特殊性，对电力系统的运行有如下四点基本要求。

1. 保证可靠地持续供电

供电的中断将使生产停顿、生活混乱，甚至危及人身和设备安全，形成十分严重的后果。停电给国民经济造成的损失远远超过电力系统本身的损失。因此，电力系统运行首先要满足可靠、持续供电的要求。

电力系统中的事故将造成计划外的供电中断。形成事故的原因很多，稳定性破坏事故的直接原因包括设备质量差、自然灾害、继电保护误动作等。因此，减少这种系统性事故也应从多方面着手。防止设备事故的对策在于严密监视设备的运行，及时、认真地维修，防患于未然。为不致产生人为事故，则要求运行人员不断提高技术水平，严肃、认真地工作，而在个别元件发生事故时，能迅速、正确地处理事故。此外，完善电力系统的结构，提高其抗扰动能力；采用计算机监视、控制电力系统的运行等都是重要的技术措施。

虽然保证可靠供电是对电力系统运行的首要要求，但并非所有负荷都绝对不能停电。一般，可根据经验，按对供电可靠性的要求将负荷分为三级：

(1) 一级负荷。对这一级负荷中断供电，将造成人身事故、设备损坏，将产生废品，使生产秩序长期不能恢复，人民生活发生混乱等，如重大设备破坏，重大产品报废，交通枢纽受阻，通信、广播、供水中断等。

(2) 二级负荷。对这一级负荷中断供电，将造成大量减产，将使人民生活受到影响等，如工厂严重减产，大量产品报废或出现残次品等。

(3) 三级负荷。所有不属于一、二级的负荷，如工厂的附属车间、小城镇等。

此外，还有为数极少或持续时间很短的特殊重要负荷要求绝对可靠地不间断供电。

对一级负荷要保证不间断供电；对二级负荷，如有可能，也要保证不间断供电。

长期以来，对供电可靠性的分析就是上述以经验为基础的定性分析，只是近年来才开展以概率统计为基础的定量分析研究。目前，这种研究正在继续深入，部分成果已用于生产。

2. 保证良好的电能质量

如上所述，电能质量包含电压质量、频率质量和波形质量三方面。电压质量和频率质量一般都以偏移是否超过给定值来衡量，例如给定的允许电压偏移为额定值的±5%，给定的允许频率偏移为±（0.2～0.5）Hz 等。波形质量则以畸变率是否超过给定值来衡量。所谓畸变率（或正弦波形畸变率），是指各次谐波有效值平方和的方均根值与基波有效值的百分比。给定的允许畸变率常因供电电压等级而异，例如，以 380、220V 供电时为 5%，以 10kV 供电时为 4%，等等。所有这些质量指标，都必须采取一切手段予以保证。

对电压和频率质量的保证，我国电力工业部门多年来早已有要求，并已将其作为考核电力系统运行质量的重要内容之一。在当前条件下，为保证这些质量指标，必须做到大量增加系统中有功功率、无功功率的电源，充分发挥现有电源的作用，合理调配用电、节约用电，不断提高系统的自动化程度等。

在我国，对波形质量的要求只是在系统中谐波污染日益严重的情况下才开始注意的，有关规定还有待继续完善。所谓保证波形质量，就是指限制系统中电流、电压的谐波，而其关键则在于限制各种换流装置、电热电炉等非线性负荷向系统注入的谐波电流。至于限制这类谐波电流的方法，则有更改换流装置的设计、装设滤波器、限制不符合要求的非线性负荷的接入等。

3. 保证系统运行的经济性

电能生产的规模很大，消耗的一次能源在国民经济一次能源总消耗中占的比重约为 1/3，而且电能在变换、输送、分配时的损耗绝对值也相当可观。因此，降低每生产 1kW·h 电能所消耗的能源和降低变换、输送、分配时的损耗，有极重要的意义。在这一方面，又有两个考核电力系统运行经济性的重要指标，即煤耗率和线损率。所谓煤耗率，是指每生产 1kW·h 电能所消耗的标准煤重，以 g/kW·h 为单位，而标准煤则是指含热量为 29.31MJ/kg 的煤。所谓线损率或网损率，是指电力网络中损耗的电能与向电力网络供应电能的百分比。

为保证系统运行的经济性，应开展系统经济运行工作，使各发电厂所承担的负荷能合理分配。例如，使水力发电厂能充分利用水能，避免弃水；使火力发电厂中经济性能好的多发电，差的少发电，并避免频繁开停机组；使功率在系统中合理分布以降低电能在变换、输送、分配中的损耗，等等。

4. 保证对环境的保护

全球环境问题日益突出，电力工业必须坚持可持续发展和环境保护的基本国策。电力工业生产的各个环节将对环境产生不利影响。发电过程中会产生相当数量的固体与气体废料，造成对大气与水源的污染，必须限制电能生产过程中的污染物质的排放。对于核电站要控制其放射污染。输变电设备中要减小输电线电磁场对通信、人体及周围设备的影响，要降低输电杆塔对绿化地带或自然景观的影响，以及变压器噪声对周围环境的影响等。因此保护环境成为对电力系统运行的又一基本要求。

综上所述，根据对电力系统运行的基本要求，最好将单一系统联合，组成联合电力系统。这样，可大大提高供电的可靠性，减少为防止设备事故引起供电中断而设置的备用容

量；可更合理地调配用电，降低联合系统的最大负荷，提高发电设备的利用率，减少联合系统中发电设备的总容量；可更合理地利用系统中各种类型的发电厂，从而提高运行的经济性。同时，由于个别负荷在系统总负荷中所占比重的减小，其波动对系统电能质量的影响也将减小。联合电力系统容量很大，个别机组的开停甚至故障，对系统的影响将减少，从而可采用大容量、高效率的机组。

## 第三节　电力系统的接线方式和电压等级

### 一、几种典型接线方式的特点

现实生活中的电力系统接线往往十分复杂。但仔细分析这些地理接线图又可发现，尽管十分复杂，却可将它们看作是若干个简单系统的复合。尤其是这些系统中的500kV或330kV网络，由于它们本身接线简洁，更易于分解。分解所得的简单系统，大致可分为无备用接线和有备用接线两类。无备用接线包括单回路放射式、干线式网络和链式网络，如图1-3所示。有备用接线包括双回路放射式、干线式、链式、环式网络和两端供电网络，如图1-4所示。

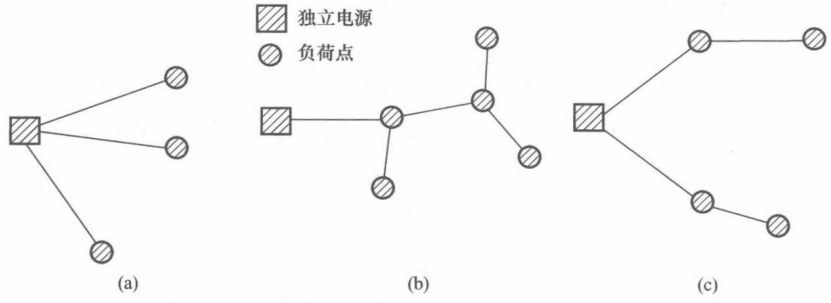



图1-3　无备用接线方式

（a）放射式；（b）干线式；（c）链式

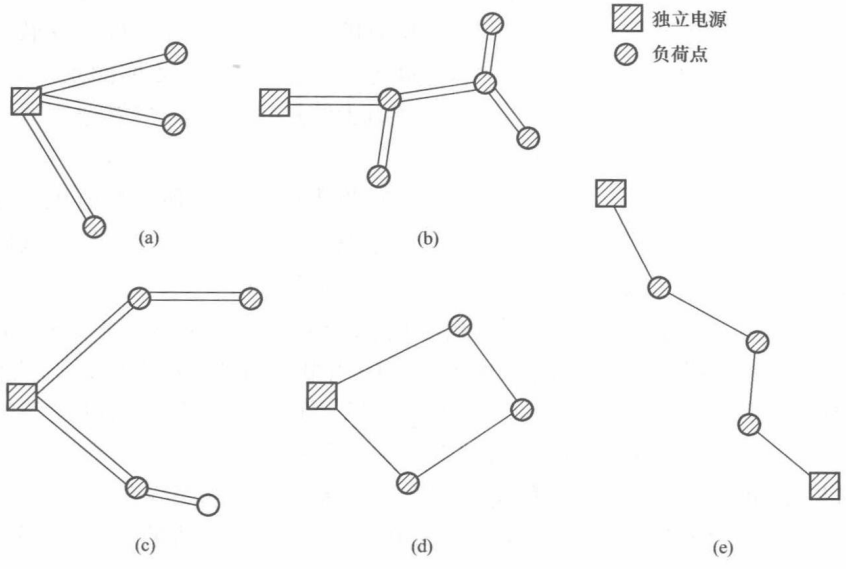



图1-4　有备用接线方式

（a）放射式；（b）干线式；（c）链式；（d）环式；（e）两端供电网络

无备用接线的主要优点在于简单、经济、运行方便，主要缺点是供电可靠性差。因此，这种接线不适用于一级负荷占很大比重的场合。但在一级负荷的比重不大，并可为这些负荷单独设置备用电源时，仍可采用这种接线。这种接线方式之所以适用于二级负荷是由于架空电力线路已广泛采用自动重合闸装置，而自动重合闸的成功率相当高。

有备用接线中，双回路的放射式、干线式、链式网络的优点在于供电可靠性和电压质量高，缺点是不够经济。因双回路放射式接线对每一负荷都以两回路供电，每回路分担的负荷不大，而在较高电压等级网络中，往往由于为避免发生电晕等原因，不得不选用大于这些负荷所需的导线截面积，以致浪费有色金属。干线式或链式接线所需的断路器等高压电器很多。有备用接线中的环式接线有与上列接线方式相同的供电可靠性，但却较它们经济，缺点为运行调度较复杂，且故障时的电压质量差。有备用接线中的两端供电网络最常见，但采用这种接线的先决条件是必须有两个或两个以上独立电源，而且它们与各负荷点的相对位置又决定了采用这种接线的合理性。

接线方式需经仔细比较后方能确定。所选接线除保证供电可靠、有良好的电能质量和经济指标外，还应保证运行灵活和操作时的安全。

## 二、不同电压等级的适用范围

### 1. 电力系统的额定电压等级

近代电力系统中，各部分电压等级之所以不同，是因三相功率 $S$ 和线电压 $U$、线电流 $I$ 之间的关系为 $S=\sqrt{3}UI$。当输送功率一定时，输电电压越高，电流越小，导线等载流部分的截面积越小，投资越小；但电压越高，对绝缘的要求越高，杆塔、变压器、断路器等绝缘的投资也越大。综合考虑这些因素，对应于一定的输送功率和输送距离应有一个最合理的线路电压。但从设备制造角度考虑，为保证生产的系列性，又不应任意确定线路电压。另外，规定的标准电压等级过多也不利于电力工业的发展。考虑到现有的实际情况和进一步的发展，我国国家标准规定的标准电压（又称额定电压）见表 1-1。选择电力线路电压时，只能选用国家规定的电压等级。

**表 1-1　额定电压等级　(kV)**

| 用电设备额定线电压 | 交流发电机线电压 | 变压器线电压 | |
|---|---|---|---|
| | | 一次绕组 | 二次绕组 |
| 3 | 3.15 | 3 及 3.15 | 3.15 及 3.3 |
| 6 | 6.3 | 6 及 6.3 | 6.3 及 6.6 |
| 10 | 10.5 | 10 及 10.5 | 10.5 及 11 |
| | 15.75 | 15.75 | |
| 35 | | 35 | 38.5 |
| (60) | | (60) | (66) |
| 110 | | 110 | 121 |
| (154) | | (154) | (169) |
| 220 | | 220 | 242 |
| 330 | | 330 | 345 及 363 |
| 500 | | 500 | 525 及 550 |

现将表中用电设备、发电机、变压器的额定电压之所以不一致，以及它们与线路额定电压之间的关系说明如下。

经线路输送功率时，沿线路的电压分布往往是始端高于末端。例如，图 1-5 中，沿线段 ab 的电压分布可能如直线 $U_a$-$U_b$ 所示。从而，图中用电设备 1～7 的端电压将各不相同。所谓线路的额定电压 $U_N$ 实际就是线路的平均电压 $(U_a+U_b)/2$，而各用电设备的额定电压则取与线路额定电压相等，使所有用电设备能在接近它们的额定电压下运行。

由于用电设备的容许电压偏移一般为±5%，而沿线路的电压降落一般为 10%，这就要求线路始端电压为额定值的 105%，以使其末端电压不低于额定值的 95%。发电机往往接在线路始端，因此发电机的额定电压为线路额定电压的 105%。

变压器一次侧接电源，相当于用电设备，二次侧向负荷供电，又相当于发电机。因此变

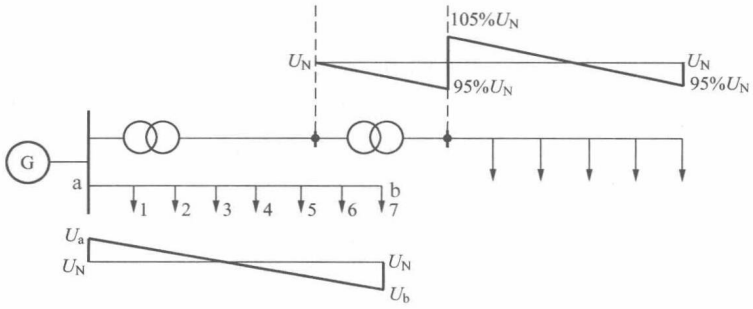



图 1-5　电力网络中的电压分布

压器一次侧额定电压应等于用电设备额定电压（直接和发电机相连的变压器一次侧额定电压应等于发电机额定电压），二次侧电压应较线路额定电压高 5%。但又因变压器二次侧电压规定为空载时的电压，而额定负荷下变压器内部的电压降落约为 5%。为使正常运行时变压器二次侧电压较线路额定电压高 5%，变压器二次侧额定电压应较线路额定电压高 10%。只有漏抗很小的、二次侧直接与用电设备相连的和电压特别高的变压器，其二次侧额定电压才可能较线路额定电压仅高 5%。

2. 不同电压等级的适用范围

表 1-1 所列的 10 种额定电压等级中，154、60kV 电压等级不宜推广。根据经验，110kV 以下的电压级差应超过 3 倍，如 110、35、10kV；110kV 以上的电压级差则以 2 倍左右为宜，如 110、220、500kV。因此，其他各级电压的使用范围，除 3kV 只限于工业企业内部采用外，大体是：500、330、220kV 多半用于大电力系统的主干线；110kV 既用于中小电力系统的主干线，也用于大电力系统的二次网络；35kV 既用于大城市或大工业企业内部网络，也广泛用于农村网络；10kV 则是最常用的更低一级配电电压；只有负荷中高压电动机的比重很大时，才考虑以 6kV 配电的方案。显然，这种划分不是绝对的，也不是一成不变的。例如，在农业用电负荷较重的地区就以 110kV 作农村网络电压；随着容量的增大，大电力系统主干线电压级进一步提高后，330、220kV 就可能退而为二次网络电压。

表 1-2 中列出了根据经验确定的、采用架空线路时与各额定电压等级相适应的输送功率和输送距离。与 220kV 以上电压等级相适应的输送功率和输送距离则示于图 1-6。

**表 1-2　采用架空线路时与各额定电压等级相适应的输送功率和输送距离**

| 额定电压（kV） | 输送功率（kW） | 输送距离（km） |
|---|---|---|
| 3 | 100～1000 | 1～3 |
| 6 | 100～1200 | 4～15 |
| 10 | 200～2000 | 6～20 |
| 35 | 2000～10000 | 20～50 |
| 60 | 3500～30000 | 30～100 |
| 110 | 10000～50000 | 50～150 |
| 220 | 100000～500000 | 100～300 |

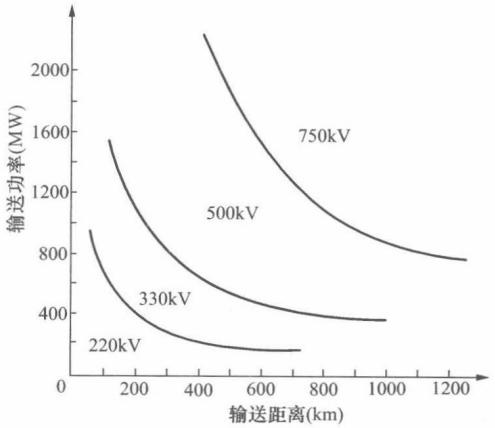



图 1-6　采用架空线路时与 220V 以上电压等级相适应的输送功率和输送距离

### 三、电力系统中性点的运行方式

星形连接变压器或发电机的中性点，即电力系统的中性点的运行方式，是一个十分复杂的问题。它关系到绝缘水平、通信干扰、接地保护方式、电压等级、系统接线等很多方面。

中性点的运行方式主要分两类，即直接接地和不接地。直接接地系统供电可靠性低。因这种系统中一相接地时，出现了除中性点外的另一个接地点，构成了短路回路，接地相电流很大，为了防止损坏设备，必须迅速切除接地相甚至三相。不接地系统供电可靠性高，但对绝缘水平的要求也高。因这种系统中一相接地时，不构成短路回路，接地相电流不大，不必切除接地相，但这时非接地相的对地电压却升高为相电压的$\sqrt{3}$倍。在电压等级较高的系统中，绝缘费用在设备总价格中占相当大比重，降低绝缘水平带来的经济效益很显著，所以一般采用中性点直接接地方式，而以其他措施提高供电可靠性。反之，在电压等级较低的系统中，一般采用中性点不接地方式以提高供电可靠性。在我国，110kV 及以上的系统中性点直接接地，60kV 及以下的系统中性点不接地。在国外，由于通常都采用有备用接线方式，供电可靠性有保障，60kV 及以下的系统中性点往往也直接接地。

隶属于中性点不接地方式的还有中性点经消弧线圈接地。所谓消弧线圈，其实就是电抗线圈，可以借比较图 1-7 和图 1-8 来理解这种消弧线圈的功能。由图 1-7 可见，由于导线对地有电容，中性点不接地系统中单相接地时，接地点接地相电流属容性电流。而且随着网络的延伸，电流也增大，以至完全有可能使接地点电弧不能自行熄灭并引起弧光接地过电压，甚至发展成严重的系统性事故。为避免发生上述情况，可在网络中某些中性点处装设消弧线圈，如图 1-8 所示。由图可见，由于装设了消弧线圈，构成了另一回路，接地点接地相电流中增加了一个感性电流分量，它和装设消弧线圈前的容性电流分量相抵消，减小了接地点的电流，使电弧易于自行熄灭，提高了供电可靠性。一般认为，对于 3～60kV 网络，容性电流超过下列数值时，中性点应装设消弧线圈：

| | |
|---|---|
| 3～6kV 网络 | 30A |
| 10kV 网络 | 20A |
| 35～60kV 网络 | 10A |

中性点经消弧线圈接地时，又有过补偿和欠补偿之分。所谓过补偿，是指图 1-8 中的感性电流 $\dot{I}'_a$大于容性电流 $\dot{I}_a$ 时的补偿方式；所谓欠补偿，则是指感性电流 $\dot{I}'_a$小于容性电流 $\dot{I}_a$ 时的补偿方式。实践中，一般都采用过补偿。

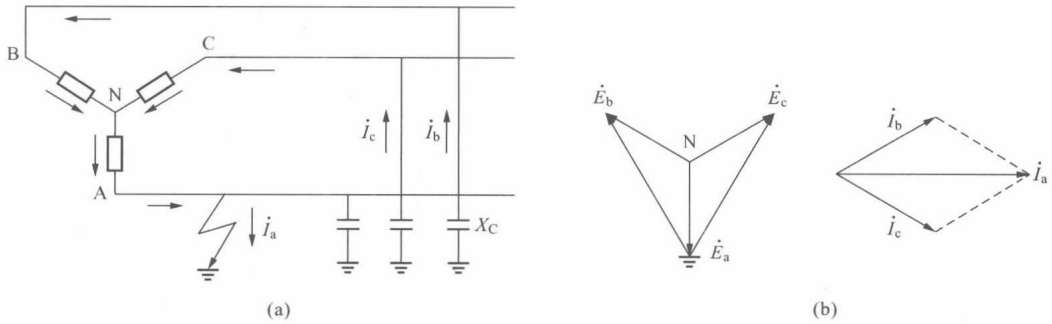



图 1-7 中性点不接地时的单相接地

（a）电流分布；（b）电动势、电流相量关系

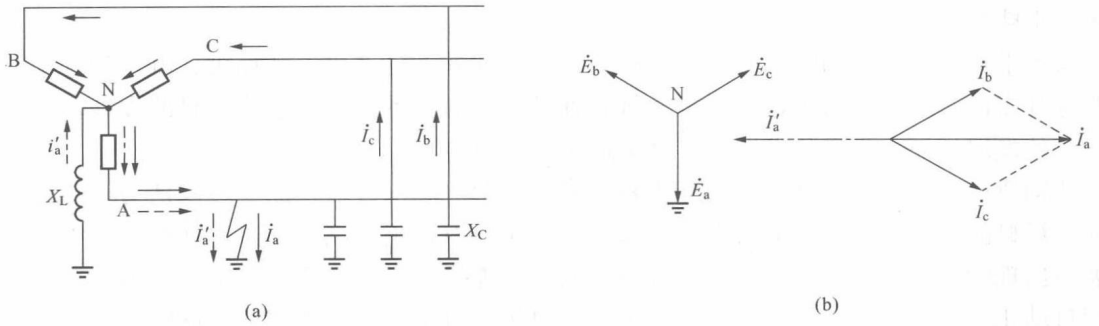



图 1-8　中性点经消弧线圈接地时的单相接地

（a）电流分布；（b）电动势、电流相量关系

此外，目前正在研究的中性点经非线性电阻接地的方案，也可能是一个有前途的方案。

## 第四节　电力系统及其自动化学科和电力系统分析课程

### 一、电力系统及其自动化学科的范畴

和其他工程学科一样，电力系统及其自动化学科的形成与发展也和电力系统本身的形成与发展保持着紧密的联系。它最初衍生于电路、电磁场和电机学，以后独立形成输配电工程。而当近代电力系统具有一定规模时，它又发展成为电力网络继而形成电力系统及其自动化学科。

在我国，这一学科被看作电气工程学科的一个分支，因此，它所涉及的范围与广义的电力系统不完全一致，即不涉及锅炉、反应堆、汽轮机、水轮机等动力元件所组成的动力部分。即使如此，它仍具有颇为丰富的内涵，并且与不少其他学科保持着互相渗透、互相补充的关系。

这一学科大致包含电力系统理论、输配电技术、电力系统规划、电力系统运行、电力系统保护和电力系统控制等领域，简介如下：

（1）电力系统理论是以电路、电磁场和电机理论为基础，吸收大量新兴学科的有关内容，并结合电力系统的特点而形成的面向近代电力系统的理论，是其他各个领域的理论基础。

（2）输配电技术主要涉及超高压输电线路、远距离交直流输电系统，以及提高输电线路输送能力等方面的问题。

（3）电力系统规划主要涉及远景负荷规划、电源规划、网络规划、可靠性分析、环境保护、生态平衡等方面的问题。

（4）电力系统运行主要涉及稳态运行分析、暂态过程分析、安全性分析、电能质量管理、运行方式优化等方面的问题。

（5）电力系统保护主要涉及故障分析、元件保护、线路保护、系统性故障保护和过电压及其防护等方面的问题。

（6）电力系统控制主要涉及数据采集、个别变量的调节、电能质量控制、运行优化控制、安全性控制、能量管理系统等方面的问题。

应该指出，如上所述未必能概括电力系统及其自动化学科的全部。而且，由于各领域之间界面模糊，按如上划分也未必妥当。何况本学科还与其他学科关系密切，试图明确规定本学科的

范畴并非易事。

与本学科关系密切的除电气工程学科的其他分支外，自动化、计算机、电子学等学科中的部分分支以及动力机械等，都与本学科有难以分割的关系。正是这些学科的发展，促进了本学科的发展，而本学科的发展又丰富了这些学科的内容。

特别值得一提的是自动化、计算机和电子学三者对本学科的作用。可以认为，正是自动化和计算机的发展促使传统电力系统完成了向现代电力系统的飞跃；由于（电力）电子学的发展而出现的“灵活交流输电系统”将现代电力系统技术提高到新的水平。而电力系统实现高度自动化、数字化、网络化和智能化则成为现代电力系统的显著特征，使电力系统及其自动化学科有了更丰富的内涵。

**二、电力系统分析课程的内容**

电力系统分析课程是“电气工程及其自动化”专业的主要专业课，在教学中起着承前启后的作用。这一课程的内容，显然不可能覆盖电力系统及其自动化学科的全部，但也的确包括了这一学科的最基本部分。因此，学习本课程对掌握电力系统工程具有启蒙作用。本课程由两部分组成，即电力系统稳态分析和电力系统暂态分析。

所谓电力系统的稳态，是指电力系统正常的、相对静止的运行状态。而电力系统暂态则是指电力系统从一种运行状态向另一种运行状态过渡的过程。虽然严格说来，电力系统无时无刻不处在过渡过程中，但为了便于分析，作如上划分还是可行的，甚至是必要的。

电力系统稳态分析课程包含四方面，即电力系统的基本知识、电力系统中各元件的特性和数学模型、电力系统正常运行状况的分析和计算、电力系统的运行调节和优化。

电力系统的暂态过程可分三类——波过程、电磁暂态过程、机电暂态过程。

波过程主要与运行操作或雷击时的过电压有关，涉及电流、电压波的传播，这类过程最短暂。这类过程属高电压技术课程讨论的范畴。

电磁暂态过程主要与短路和自励磁有关，涉及电流、电压，有时也涉及功率角 $\delta$ 随时间的变化，这类过程的持续时间较波过程长。机电暂态过程主要与系统振荡、稳定性的破坏、异步运行等有关，涉及功率、功率角、旋转电机的转速 $\omega$ 等随时间的变化，这类过程的持续时间最长。这两类过程是电力系统暂态分析课程讨论的内容。

需要指出，电力系统的这三类暂态过程有时是相互关联的。例如，雷击造成短路而导致系统稳定性破坏的全过程中，既包括了波过程，也包括了电磁暂态过程和机电暂态过程。因此，也有人主张将这三类暂态过程归并为两类，即持续时间为 $10^{-6}\sim10^{-2}$s 的波过程和持续时间为 $10^{-2}\sim10$s 的功率振荡。显然，功率振荡包含了前述的电磁暂态过程和机电暂态过程。

**三、电力系统研究工具简介**

由于电力系统及其暂态过程的复杂，研究电力系统时，常需借助一定的工具。这些工具大致分为两类——电力系统的数学模拟和电力系统的物理模拟。

目前，电力系统的数学模拟主要采用通用数字式电子计算机，它已广泛应用于电力系统的运行、设计和科学研究等各个方面。自 1956 年成功运用它计算潮流分布以来，几乎所有主要的电力系统计算都在使用数字计算机。目前，无论是潮流分布、故障分析、稳定性分析等常规计算或是暂态过程仿真、谐波分析、继电保护整定等专业性更强的计算，都有商品化的软件包可供选用，如西门子公司的 PSS/E、美国电科院的 PSAPAC、ABB 公司的 SIM-

POW、中国电力科学研究院的 PSASP 和 PSD-BPA、德国 DIgSILENT 的 PowerFactory 等。电力系统的数学模拟必须先明确系统及其各元件的数学表示方式，方能运用它们进行计算分析。上述商业仿真软件都提供了较为完整的元件模型，既包括传统的发电机、线路、变压器、电动机、负荷等模型外，也提供了直流输电、风力发电、光伏发电、灵活交流输电系统（FACTS）等的模型。本书中有关章节将介绍与电力系统稳态分析相关的各元件数学模型和计算方法等内容。

除数学模拟外还有物理模拟。电力系统动态模拟就往往被认为属物理模拟，虽然它只是一种不完全的物理模拟。这种模拟是基于相似理论的，可看做一种具体而微的电力系统。动态模拟是一种实时仿真模拟，其中，发电机、变压器、电动机等都用相应的实物模拟。将它们按给定的接线方式组成模拟系统后，就可运用测量仪器或设备观测实验中出现的各种物理现象。因此，不仅系统各元件的数学表达式不明确时可进行动态模拟试验，而且动态模拟试验结果还可用以检验拟定的数学表达式是否正确。此外，在动态模拟上还可进行自动调节、控制装置的实物试验。动态模拟的缺点是待研究系统的规模不能过大，而且模拟装置的参数调整范围有一定的限制。

最初基于数字计算机的电力系统的数学模拟多是离线仿真，不能反映电力系统的实时动态变化过程。随着计算机技术和软件技术的发展，科研人员已经建立起了全数字的电力系统实时仿真系统。电力系统全数字实时仿真都是基于多 CPU 并行处理技术，有的采用专用并行处理器模块，如加拿大 Manitoba 直流研究中心的 RTDS 系统，有的采用通用并行服务器或计算机集群，如加拿大魁北克 TEQSIM 公司的 HYPERSIM 和中国电力科学研究院的 ADPSS。电力系统全数字实时仿真的规模主要取决于并行处理器的计算能力，不仅可以实现大规模电网的实时仿真，还可以外接物理装置及数字模型，已成为开展电气控制设备测试、新型电气设备运行特性及其对电网影响分析、电力系统事故分析、电力系统安全稳定分析等的重要技术手段。

## 小　结

本章阐明了以下几个问题：

（1）近代电力系统的定义、基本参量和接线图。

（2）对电力系统运行的四点基本要求，即可靠、优质、经济、保护环境。

（3）各种接线方式的特点和各种电压等级的适用范围。

（4）电力系统及其自动化学科和电力系统分析课程的内涵。

（5）我国电力工业和电力系统的现状与发展前景。

# 第二章　电力系统各元件的特性和数学模型

从本章开始将转入电力系统的定量分析和计算。这一章阐述两个问题：电力系统中生产、变换、输送、消费电能的四大部分，即发电机组、变压器、电力线路、负荷的特性和数学模型；由变压器和电力线路构成的电力网络数学模型。

由于从本章开始将涉及复功率，而复功率的表示方式目前又尚未完全统一，因此有必要在进入具体分析前，对复功率或复功率中无功功率的符号作一说明。本书中，将采用国际电工委员会推荐的约定，取 $\tilde{S}=\dot{U}\overset{*}{I}=P+\mathrm{j}Q$，即取

$$\begin{aligned}\tilde{S}&=\dot{U}\overset{*}{I}=UI\angle(\varphi_u-\varphi_i)=UI\angle\varphi\\&=S(\cos\varphi+\mathrm{j}\sin\varphi)=P+\mathrm{j}Q\end{aligned}$$

式中　$\tilde{S}$——复功率；

$\dot{U}$——电压相量，$\dot{U}=U\angle\varphi_u$；

$\overset{*}{I}$——电流相量的共轭值，$\overset{*}{I}=I\angle-\varphi_i$；

$\varphi$——功率因数角，$\varphi=\varphi_u-\varphi_i$；

$S$、$P$、$Q$——视在功率、有功功率、无功功率。

由上式可见，采用这种表示方式时，负荷以滞后功率因数运行时所吸取的无功功率为正，以超前功率因数运行时所吸取的无功功率为负；发电机以滞后功率因数运行时所发出的无功功率为正，以超前功率因数运行时所发出的无功功率为负。

## 第一节　发电机组的运行特性和数学模型

### 一、发电机稳态运行时的相量图和功角特性

由于同步发电机稳态运行时的相量图和功角特性在电机学课程中已有详细介绍，本书中仅作简单回顾。

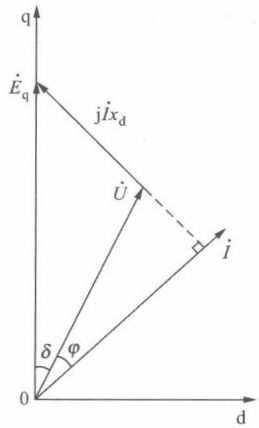



图 2-1　隐极式发电机的相量图

1. 隐极式发电机的相量图和功角特性

设发电机以滞后功率因数运行，其端电压相量为 $\dot{U}$、定子电流相量为 $\dot{I}$。由于隐极式同步电机正、交轴同步电抗相等，即 $x_d=x_q$，在不计发电机定子绕组电阻的简化条件下，其稳态运行时的相量图如图 2-1 所示。图中，空载电动势相量 $\dot{E}_q$ 的正方向就是电压、电流的交轴（q 轴）正方向，而滞后其 $\frac{\pi}{2}$ 的就是相应的正轴（d 轴）正方向；$\dot{E}_q$ 超前 $\dot{U}$ 的角度就是功率角 $\delta$。

取正、交轴正方向分别与实、虚轴正方向相一致，则由

$\tilde{S}=\dot{U}\overset{*}{I}=P+jQ$ 可得

$$\tilde{S}=(U_d+jU_q)(I_d-jI_q)=(U_dI_d+U_qI_q)+j(U_qI_d-U_dI_q)$$

从而

$$\left.\begin{aligned}P&=U_dI_d+U_qI_q\\Q&=U_qI_d-U_dI_q\end{aligned}\right\}\tag{2-1}$$

而由图 2-1 可见

$$\left.\begin{aligned}U_d&=U\sin\delta\\U_q&=U\cos\delta\end{aligned}\right\}\tag{2-2}$$

$$\left.\begin{aligned}I_d&=\frac{E_q-U_q}{x_d}\\I_q&=\frac{U_d}{x_d}\end{aligned}\right\}\tag{2-3}$$

得式（2-2）、式（2-3）代入式（2-1），可得

$$\left.\begin{aligned}P&=\frac{E_qU_d}{x_d}=\frac{E_qU}{x_d}\sin\delta\\Q&=\frac{E_qU_q}{x_d}-\frac{U_d^2+U_q^2}{x_d}=\frac{E_qU}{x_d}\cos\delta-\frac{U^2}{x_d}\end{aligned}\right\}\tag{2-4}$$

式（2-4）所示就是隐极式发电机的功角关系——功率与功率角 $\delta$ 的关系。而按式（2-4）所作的如图 2-2 所示的曲线则称功角特性曲线。

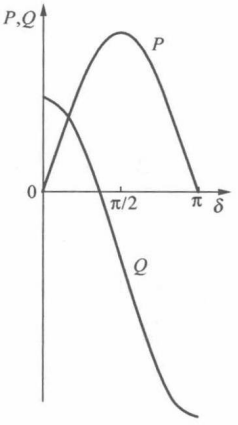



图 2-2　隐极式发电机的功角特性曲线

式（2-4）中，如电动势、电压取线电动势、线电压的有效值，以 kV 为单位，则功率为三相功率的有效值，以 MV·A 为单位；式中的同步电抗 $x_d$ 则总以 Ω 为单位；本书公式均采用这两点约定。

2. 凸极式发电机的相量图和功角特性

设其他条件不变，只是发电机由隐极式改为凸极式，则因凸极式同步电机正、交轴同步电抗不等，即 $x_d\neq x_q$，因此必须先借助一个虚构电动势 $\dot{E}_Q=\dot{E}_q-(x_d-x_q)\dot{I}_d$ 来确定交轴的正方向，进而确定正轴的正方向后，再在 $\dot{E}_Q$ 的延长线上按如上关系求出空载电动势 $\dot{E}_q$，从而获得如图 2-3 所示的相量图。

之所以要借助虚构电动势 $E_Q$，是由于对凸极式同步电机有

$$I_d=\frac{E_q-U_q}{x_d};\quad I_q=\frac{U_d}{x_q}$$

从而

$$U_q=E_q-I_dx_d=E_Q-I_dx_q$$
$$U_d=I_qx_q$$

将第一式等号左右都乘以 j 后与第二式相加，整理得

$$jE_Q=(U_d+jU_q)+jx_q(I_d+jI_q)$$

亦即，$\dot{E}_Q=\dot{U}+jx_q\dot{I}$。这便可运用绘制图 2-1 的方法求得虚轴，即交轴的正方向，从而确定 $\dot{E}_q$ 的正方向。

将上列的 $I_d$、$I_q$ 表示式代入式（2-1），可得

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{E_qU_d - U_dU_q}{x_d} + \frac{U_dU_q}{x_q} = \frac{E_qU}{x_d}\sin\delta + \frac{U^2}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\sin 2\delta \\ Q &= \frac{E_qU_q}{x_d} - \left(\frac{U_d^2}{x_d} + \frac{U_q^2}{x_q}\right) = \frac{E_qU}{x_d}\cos\delta + \frac{U^2}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\cos 2\delta - \frac{U^2}{2}\left(\frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d}\right) \end{aligned}\right\} \tag{2-5}$$

式（2-5）所示就是凸极式发电机的功角关系。按式（2-5）可作凸极式发电机的功角特性曲线，如图 2-4 所示。

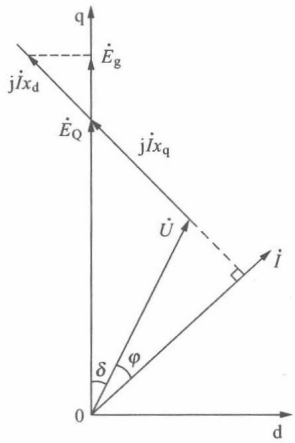



图 2-3 凸极式发电机的相量图

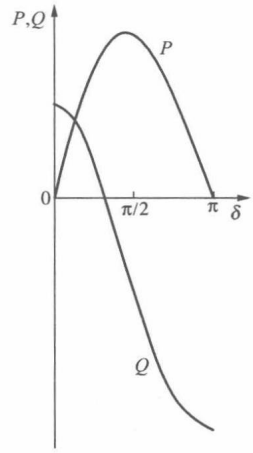



图 2-4 凸极式发电机的功角特性曲线

## 二、隐极式发电机组的运行限额和数学模型

### 1. 发电机组的运行限额

发电机组的运行总受一定条件，如定子绕组温升、励磁绕组温升、原动机功率等的约束。这些约束条件决定了发电机组发出的有功、无功功率有一定的限额。下面将介绍如何利用图解法按这些约束条件确定发电机组的运行限额。

先重作图 2-1，如图 2-5（a）所示，并认为这一相量图是按发电机组的额定运行条件绘制的。然后设想图中所有相量都乘以 $U_N/x_d$，则不难发现，图中 $OB$ 的长度就代表发电机的额定视在功率 $S_N$，从而 $OC=OB\cos\varphi_N$，$Ob=OB\sin\varphi_N$ 就分别代表发电机的额定有功、无功功率；或 $OC=bB=O'B\sin\delta_N$ 代表 $E_{qN}U_N\sin\delta_N/x_d=P_N$，$Ob=O'b-O'O=O'B\cos\delta_N-O'O$ 代表 $E_{qN}U_N\cos\delta_N/x_d-U_N^2/x_d=Q_N$。据此，可在图 2-5（b）所示纵、横轴分别代表发电机组所发有功、无功功率的平面上确定它的运行极限。

（1）定子绕组温升约束。定子绕组温升取决于定子绕组电流，也就是取决于发电机的视在功率。当发电机在额定电压下运行时，这一约束条件就体现为其运行点不得越出以 $O$ 点为圆心、以 $OB$ 为半径所作的圆弧 $S$。

（2）励磁绕组温升约束。励磁绕组温升取决于励磁绕组电流，也就是取决于发电机的空载电动势。这一约束条件体现为发电机的空载电动势不得大于其额定值 $E_{qN}$，也就是其运行点不得越出以 $O'$ 为圆心、$O'B$ 为半径所作的圆弧 $F$。

（3）原动机功率约束。原动机的额定功率通常等于它所配套的发电机的额定有功功率。因此，这一约束条件就体现为经 $B$ 点所作与横轴平行的直线 $BC$。

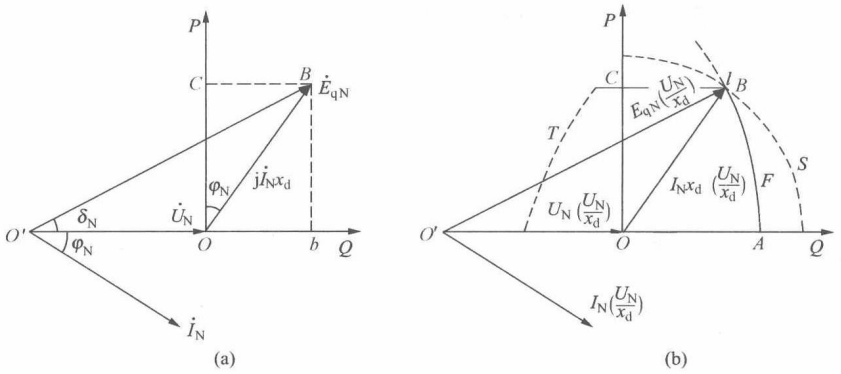



图 2-5　隐极式发电机组的运行极限

（a）相量图；（b）运行极限图

（4）其他约束。其他约束出现在发电机以超前功率因数运行的场合。它们有定子端部温升、并列运行稳定性等的约束。其中，定子端部温升的约束往往最为苛刻，而这一约束条件通常都需通过试验确定，并在发电机的运行规范中给出，图 2-5（b）中的虚线 $T$ 只是一种示意，它通常在发电机运行规范书中规定。

归纳以上分析可见，隐极式发电机组的运行极限就体现为图 2-5（b）中曲线段 $OA$、$AB$、$BC$ 和虚线 $T$ 所包围的面积。发电机发出有功、无功功率所对应的运行点位于这一面积内时，发电机组可保证安全运行。由此又可见，发电机只有在额定电压、电流、功率因数下运行时，视在功率才能达额定值，其容量才能最充分地利用；发电机发出的有功功率小于额定值 $P_N$ 时，它所发出的无功功率允许略大于额定条件下的 $Q_N$。

2. 发电机组的数学模型

作为电力系统中最重要的元件即发电机组在稳态运行时的数学模型却极简单，通常由两个变量表示，即发出的有功功率 $P$ 和端电压 $U$ 的大小或发出的有功功率 $P$ 和无功功率 $Q$ 的大小。而以第一种方式表示时，往往还需伴随给出相应的无功功率限额，即允许发出的最大、最小无功功率 $Q_{max}$、$Q_{min}$。这两个数值无非是通过与给定 $P$ 相对应的点作直线平行于图 2-5（b）中横轴时，该直线与线段 $AB$、虚线 $T$ 相交的交点所对应的无功功率。

**【例 2-1】** 同步发电机参数 $P_N=100\text{MW}$，$U_N=10.5\text{kV}$，$\cos\varphi_N=0.85$，$x_d=2.06\Omega$。试作该发电机组的运行极限图。

**解**　作此类运行极限图的关键在于确定图 2-5 中 $O'$ 点的位置。而由图 2-5 可见，$O'O$ 的长度对应于电机无励磁运行 $E_q=0$ 时，该电机所吸取的无功功率 $Q_0=-U_N^2/x_d$，即

$$Q_0=-U_N^2/x_d=-10.5^2/2.06=-53.5(\text{Mvar})$$

于是，在选择好功率的比例尺后，就可确定该点的位置。

$O'$ 点的位置确定后，就可以同样的比例尺按发电机的视在功率 $S_N=P_N/\cos\varphi_N=117.8\text{MV}\cdot\text{A}$ 作圆弧 $S$。然后按发电机的 $P_N=100\text{MW}$ 作直线 $CB$ 交圆弧 $S$ 于 $B$。以 $O'$ 点为圆心、$O'B$ 的长度为半径所作的圆弧 $F$ 就是由励磁绕组温升所决定的限额。于是，该发电机组的运行极限就是图 2-6 中由 $OA$、$AB$、$BC$ 和相应的虚线 $T$ 所包围的面积。

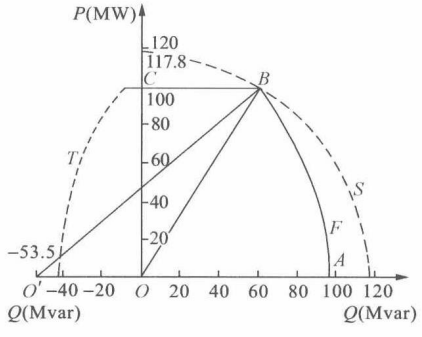



图 2-6　例 2-1 中发电机组的运行极限图

## 三、凸极式发电机组的运行限额和数学模型

### 1. 发电机组的运行限额

虽凸极式发电机组的运行限额和隐极式发电机组的并无本质区别，但如同求取凸极式发电机的空载电动势 $\dot{E}_q$ 时需借助虚构电动势 $\dot{E}_Q$ 一样，以图解法求取其运行限额时，也需经一定迂回。

仍先重作图 2-3，如图 2-7（a）所示，并设想图中所有相量都乘以 $U_N/x_d$，则不难发现，图中 $OB$ 的长度仍代表发电机的额定视在功率 $S_N$，从而 $OC=OB\cos\varphi_N$、$Ob=OB\sin\varphi_N$ 仍分别代表发电机的额定有功、无功功率。所不同的则是，由于这时空载电动势相量 $\dot{E}_{qN}$ 的端点不再在 $B$ 点而在 $E$ 点，不再有隐极发电机所有的 $OC=O'B\sin\delta_N$、$Ob=O'B\cos\delta_N-O'O$ 分别代表 $P_N$ 和 $Q_N$ 的关系。

为解决这一问题，作直线经 $B$ 点平行于 $O'E$、交横轴于 $m$；再以 $mO'$ 为直径、$O''$ 为圆心，作半圆交 $mB$ 于 $n$。则由于 $OB/OD=Om/OO'=x_d/x_q=$ 定值，而 $OO'$ 的长度代表不变的 $U_N^2/x_d$，$m$ 的位置也将固定不变。又由于 $nB/\!/O'E$，$nO'/\!/BE$，可见 $nB=O'E$。由此可证

$$b'B = nB\sin\delta_N$$

$$bb' = O''n\sin2\delta_N = \frac{1}{2}mO'\sin2\delta_N$$

则

$$b'B+bb' = nB\sin\delta_N+\frac{1}{2}mO'\sin2\delta_N$$

$$= \frac{E_{qN}U_N}{x_d}\sin\delta_N+\frac{1}{2}U_N^2\left(\frac{1}{x_q}-\frac{1}{x_d}\right)\sin2\delta_N = P_N$$

又

$$nb' = nB\cos\delta_N$$

$$lO' = \frac{1}{2}mO'-\frac{1}{2}mO'\cos2\delta_N$$

则

$$nb'-lO'-O'O = nB\cos\delta_N+\frac{1}{2}mO'\cos2\delta_N-\left(\frac{1}{2}mO'+O'O\right)$$

$$= \frac{E_{qN}U_N}{x_d}\cos\delta_N+\frac{U_N^2}{2}\left(\frac{1}{x_q}-\frac{1}{x_d}\right)\cos2\delta_N-\frac{U_N^2}{2}\left(\frac{1}{x_q}+\frac{1}{x_d}\right) = Q_N$$

由此可见，如将图 2-7（a）中表示空载电动势相量 $\dot{E}_{qN}$ 的直线 $O'E$ 平行移动使之与 $nB$ 重合，则三角形 $nb'B$ 就如同图 2-5（a）中的三角形 $O'bB$，可用以确定由励磁绕组温升所决定的约束。

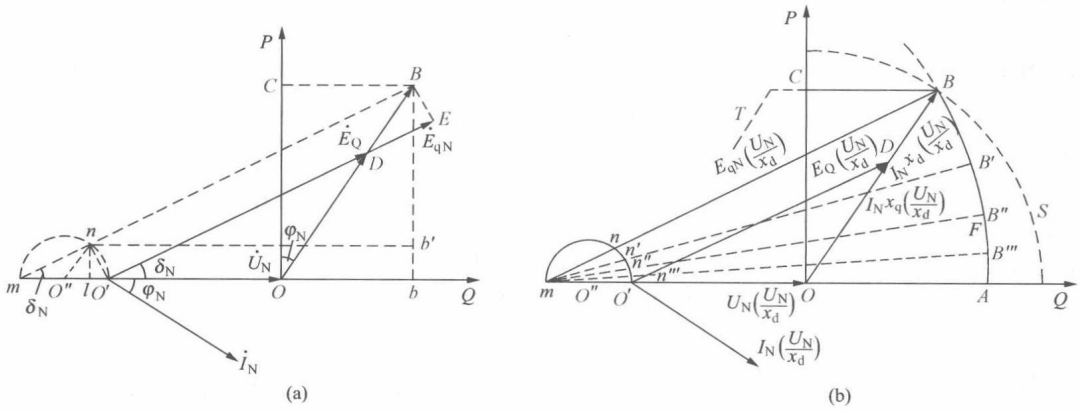



图 2-7　凸极式发电机组的运行极限

（a）相量图；（b）运行极限图

克服了这一困难，就可在图 2-7（b）所示纵、横轴分别代表发电机组所发有功功率、无功功率的平面上确定它的运行极限。

（1）定子绕组温升约束。显然，这一约束条件仍体现为其运行点不得越出以 $O$ 点为圆心、$OB$ 为半径所作的圆弧 $S$。

（2）励磁绕组温升约束。这一约束条件显然仍应体现为不同运行方式下，发电机的空载电动势不得大于其额定值 $E_{qN}$，而所谓不同运行方式则仍指不同的功率角。但由图 2-7（a）可见，功率角变化时，$O'E$ 和与其平行的 $mB$ 的斜率应同时变化。因此，按这一约束条件确定相应的限额时，应从 $m$ 点作若干斜线交 $O'$半圆于 $n'$、$n''$、$n'''$……，并在 $mn'$、$mn''$、$mn'''$……的延长线上截取 $n'B'=n''B''=n'''B'''=\cdots=E_{qN}\left(\frac{U_N}{x_d}\right)$，连接 $B$、$B'$、$B''$、$B'''$……的曲线 $F$ 就是待求的、由励磁绕组温升约束所决定的限额。

（3）原动机功率约束。显然，这一约束条件也仍体现为经 $B$ 点所作与横轴平行的直线 $BC$。

（4）其他约束。发电机以超前功率因数运行时出现的其他约束并不因发电机的类型不同而有本质差异，在此不再赘述。

综上可见，凸极式发电机组的运行极限就体现为图 2-7（b）中由线段 $OA$、$AB$、$BC$ 和虚线 $T$ 所包围的面积。这一面积的形状与图 2-5（b）中所示大同小异。

2. 发电机组的数学模型

作出运行极限图后，建立数学模型的方法并不因发电机组的类型不同而有所不同，此处不重复。

## 第二节　变压器的参数和数学模型

### 一、双绕组变压器的参数和数学模型

1. 阻抗

在电力系统计算中，求取变压器电阻的方法和电机学课程中介绍的相同。由于变压器短路损耗 $P_k$ 近似等于额定电流流过变压器时高低压绕组中的总铜损耗，即

$$P_k \approx P_{Cu}$$

而铜损耗与电阻之间有如下关系

$$P_{Cu}=3I_N^2R_T=3\left(\frac{S_N}{\sqrt{3}U_N}\right)^2R_T=\frac{S_N^2}{U_N^2}R_T$$

可得

$$P_k \approx \frac{S_N^2}{U_N^2}R_T$$

式中，$U_N$、$S_N$ 以 V、V·A 为单位，$P_k$ 以 W 为单位。如 $U_N$ 改以 kV、$S_N$ 改以 MV·A 为单位，则可得

$$R_T=\frac{P_kU_N^2}{1000S_N^2} \tag{2-6}$$

式中　$R_T$——变压器高低压绕组的总电阻（Ω）；

$P_k$——变压器的短路损耗（kW）；

$S_N$——变压器的额定容量（MVA）；

$U_N$——变压器的额定电压（kV）。

在电力系统计算中，求取变压器电抗的方法和电机学课程中介绍的略有不同。由于大容量变压器的阻抗中以电抗为主，亦即变压器的电抗和阻抗数值上接近相等，可近似认为，变压器的短路电压百分值 $U_k\%$ 与变压器的电抗有如下关系

$$U_k\% \approx \frac{\sqrt{3}I_N X_T}{U_N} \times 100$$

从而

$$X_T \approx \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} \times \frac{U_k\%}{100} = \frac{U_k\% U_N^2}{100 S_N} \tag{2-7}$$

式中 $X_T$——变压器高低压绕组的总电抗（Ω）；

$U_k\%$——变压器的短路电压百分值。

$S_N$、$U_N$ 的代表意义与式（2-6）中的相同。

2. 导纳

变压器的励磁支路有两种表示方式，即以阻抗表示和以导纳表示。前者在电机学课程中常用，后者则在电力系统计算中常用。它们分别示于图 2-8（a）、（b）。而与之对应的空载运行时的电压、电流相量图则如图 2-9（a）、（b）所示。

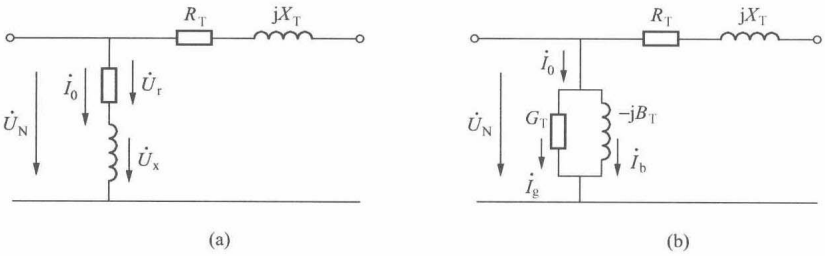



图 2-8 双绕组变压器的等值电路

（a）励磁支路以阻抗表示时；（b）励磁支路以导纳表示时

变压器励磁支路以导纳表示时，其电导对应的是变压器的铁损耗 $P_{Fe}$。因变压器的铁损耗近似与变压器的空载损耗 $P_0$ 相等，电导也可与空载损耗相对应。而由图 2-8（b）可见，二者之间有如下关系

$$G_T = \frac{P_0}{1000 U_N^2} \tag{2-8}$$

式中 $G_T$——变压器的电导（S）；

$P_0$——变压器的空载损耗（kW）；

$U_N$——变压器的额定电压（kV）。

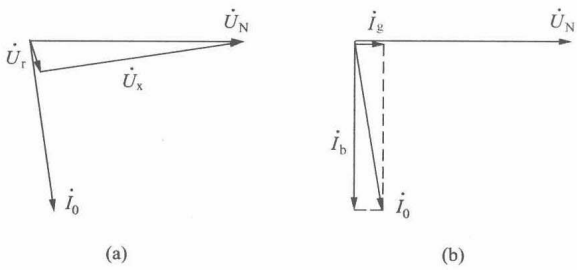



图 2-9 双绕组变压器空载运行时的相量图

（a）励磁支路以阻抗表示时；（b）励磁支路以导纳表示时

由图 2-9（b）可见，变压器空载电流中流经电纳的部分 $I_b$ 占很大比重，因此，它和空载电流 $I_0$ 在数值上接近相等，可以 $I_0$ 代替 $I_b$ 求取变压器的电纳。亦即，由于

$$I_b = \frac{U_N}{\sqrt{3}} B_T$$

而

$$I_0 = \frac{I_0\%}{100} I_N \approx I_b$$

可得

$$\frac{I_0\%}{100} I_N = \frac{U_N}{\sqrt{3}} B_T$$

将 $I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_N}$ 代入，最后得

$$B_T = \frac{I_0\%}{100} \cdot \frac{S_N}{U_N^2} \tag{2-9}$$

式中　$B_T$ ——变压器的电纳（S）；

$I_0\%$ ——变压器的空载电流百分值；

$U_N$、$S_N$ 的代表意义与式（2-6）中的相同。

求得变压器的阻抗、导纳后，即可作变压器的等值电路。变压器的等值电路有两种，即Γ形等值电路和T形等值电路。在电力系统计算中，通常用Γ形等值电路，且将励磁支路接在电源侧。这种等值电路如图 2-8（b）所示。

**二、三绕组变压器的参数和数学模型**

三绕组变压器的等值电路如图 2-10 所示。图中，变压器的励磁支路也以导纳表示。

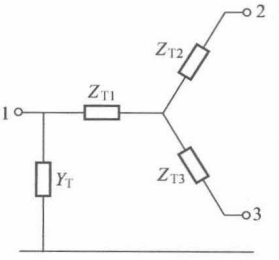



图 2-10　三绕组变压器的等值电路

计算三绕组变压器各绕组阻抗的方法虽与计算双绕组变压器时没有本质区别，但由于三绕组变压器各绕组的容量比有不同组合，而各绕组在铁芯上的排列又有不同方式，计算时需注意。

1. 电阻

三绕组变压器按三个绕组容量比的不同有三种不同类型。第Ⅰ种为 100/100/100，即三个绕组的容量都等于变压器额定容量；第Ⅱ种为 100/100/50，即第三绕组的容量仅为变压器额定容量的 50%；第Ⅲ种为 100/50/100，即第二绕组的容量仅为变压器额定容量的 50%。

目前已在系统中使用的三绕组变压器，从制造厂收集到的往往是它的三个绕组两两作短路试验时测得的短路损耗。如该变压器属第Ⅰ种类型，可由提供的短路损耗 $P_{k(1-2)}$、$P_{k(2-3)}$、$P_{k(3-1)}$ 直接按下式求取各绕组的短路损耗

$$\left.\begin{aligned} P_{k1} &= \frac{1}{2}(P_{k(1-2)} + P_{k(3-1)} - P_{k(2-3)}) \\ P_{k2} &= \frac{1}{2}(P_{k(1-2)} + P_{k(2-3)} - P_{k(3-1)}) \\ P_{k3} &= \frac{1}{2}(P_{k(2-3)} + P_{k(3-1)} - P_{k(1-2)}) \end{aligned}\right\} \tag{2-10}$$

然后按与双绕组变压器相似的公式计算各绕组电阻

$$\left.\begin{aligned} R_{T1} &= \frac{P_{k1}U_N^2}{1000S_N^2} \\ R_{T2} &= \frac{P_{k2}U_N^2}{1000S_N^2} \\ R_{T3} &= \frac{P_{k3}U_N^2}{1000S_N^2} \end{aligned}\right\} \tag{2-11}$$

如该变压器属第Ⅱ、Ⅲ种类型，则制造厂提供的短路损耗数据是一对绕组中容量较小的一方达到它本身的额定电流，即 $I_N/2$ 时的值。这时，应首先将各绕组间的短路损耗数据归算为额定电流下的值，再运用上列公式求取各绕组的短路损耗和电阻。例如，对 100/50/100 类型变压器，制造厂提供的短路损耗 $P'_{k(1\text{-}2)}$、$P'_{k(2\text{-}3)}$ 都是第二绕组中流过它本身的额定电流，即 1/2 变压器额定电流时测得的数据。因此，应首先将它们归算到对应于变压器的额定电流

$$\left.\begin{aligned} P_{k(1\text{-}2)} &= P'_{k(1\text{-}2)}\left(\frac{I_N}{I_N/2}\right)^2 = 4P'_{k(1\text{-}2)} \\ P_{k(2\text{-}3)} &= P'_{k(2\text{-}3)}\left(\frac{I_N}{I_N/2}\right)^2 = 4P'_{k(2\text{-}3)} \end{aligned}\right\} \tag{2-12}$$

然后再按式（2-10）、式（2-11）计算。

但按新颁布的标准，制造厂对三绕组变压器只给出一个短路损耗，即最大短路损耗 $P_{k\cdot max}$。所谓最大短路损耗，是指两个 100%容量绕组中流过额定电流，另一个 100%或 50%容量绕组空载时的损耗。由 $P_{k\cdot max}$ 可求得两个 100%容量绕组的电阻。然后根据“按同一电流密度选择各绕组导线截面积”的变压器设计原则，可得另一个 100%容量绕组的电阻，即等于这两个绕组之一的电阻；或另一个 50%容量绕组的电阻，即等于这两个绕组之一电阻的两倍。换言之，这时的计算公式为

$$\left.\begin{aligned} R_{T(100\%)} &= \frac{P_{k\cdot max}U_N^2}{2000S_N^2} \\ R_{T(50\%)} &= 2R_{T(100\%)} \end{aligned}\right\} \tag{2-13}$$

2. 电抗

三绕组变压器按其三个绕组排列方式的不同有两种不同结构，即升压结构和降压结构。升压结构变压器的中压绕组最靠近铁芯，低压绕组居中，高压绕组在最外层。降压结构变压器的低压绕组最靠近铁芯，中压绕组居中，高压绕组仍在最外层。

绕组排列方式不同，绕组间有漏抗，从而短路电压也就不同。如设高压、中压、低压绕组分别为一、二、三次绕组，则因升压结构变压器的高、中压绕组相隔最远，二者间漏抗最大，从而短路电压 $U_{k(1\text{-}2)}\%$ 最大，而 $U_{k(2\text{-}3)}\%$、$U_{k(3\text{-}1)}\%$ 就较小。降压结构变压器高、低压绕组相隔最远，$U_{k(3\text{-}1)}\%$ 最大，而 $U_{k(1\text{-}2)}\%$、$U_{k(2\text{-}3)}\%$ 则较小。

排列方式虽有不同，但求取两种结构变压器电抗的方法并无不同，即由各绕组两两之间的短路电压 $U_{k(1\text{-}2)}\%$、$U_{k(2\text{-}3)}\%$、$U_{k(3\text{-}1)}\%$ 求出各绕组的短路电压

$$\left.\begin{aligned} U_{k1}\% &= \frac{1}{2}(U_{k(1\text{-}2)}\% + U_{k(3\text{-}1)}\% - U_{k(2\text{-}3)}\%) \\ U_{k2}\% &= \frac{1}{2}(U_{k(1\text{-}2)}\% + U_{k(2\text{-}3)}\% - U_{k(3\text{-}1)}\%) \\ U_{k3}\% &= \frac{1}{2}(U_{k(2\text{-}3)}\% + U_{k(3\text{-}1)}\% - U_{k(1\text{-}2)}\%) \end{aligned}\right\} \tag{2-14}$$

再按与双绕组变压器相似的计算公式求各绕组的电抗

$$\left.\begin{aligned} X_{T1} &= \frac{U_{k1}\%U_N^2}{100S_N} \\ X_{T2} &= \frac{U_{k2}\%U_N^2}{100S_N} \\ X_{T3} &= \frac{U_{k3}\%U_N^2}{100S_N} \end{aligned}\right\} \tag{2-15}$$

应该指出，求电抗和求电阻时不同，无论按新标准还是旧标准，制造厂提供的短路电压总是归算到各绕组中通过变压器额定电流时的数值。因此，计算电抗时，对第Ⅱ、Ⅲ类变压器，其短路电压不需再归算。

求取三绕组变压器导纳的方法和求取双绕组变压器导纳的方法相同。

**三、自耦变压器的参数和数学模型**

就端点条件而言，自耦变压器可完全等值于普通变压器，如图 2-11 所示。而自耦变压器的短路试验又和普通变压器的相同。故自耦变压器参数和等值电路的确定也和普通变压器的无异。需要说明的只是三绕组自耦变压器的容量归算问题，这是因为三绕组自耦变压器第三绕组的容量总小于变压器的额定容量 $S_N$。过去，制造厂提供的短路试验数据中，不仅短路损耗 $P_k$，甚至短路电压百分值 $U_k\%$ 有时也是未经归算的数值。因此，由前已知，如需作这种归算，可将短路损耗 $P'_{k(3\text{-}1)}$、$P'_{k(2\text{-}3)}$ 乘以 $(S_N/S_3)^2$，将短路电压百分值 $U'_{k(3\text{-}1)}\%$、$U'_{k(2\text{-}3)}$ 乘以 $S_N/S_3$。但按新标准，制造厂则也只提供最大短路损耗 $P_{k\cdot max}$ 和经归算的短路电压百分值。

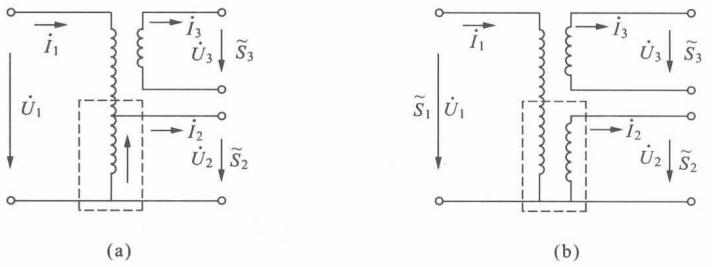



图 2-11　自耦变压器和普通变压器的等值

(a) 自耦变压器；(b) 等值普通变压器

图 2-8、图 2-10 所示的变压器等值电路，就是运用手算时变压器的数学模型绘制的。运用计算机计算时采用的另一种数学模型，将在本章第五节第二小节中介绍。

**【例 2-2】** 三相三绕组自耦变压器的部分技术数据如下：额定容量为 120/120/6MVA，额定电压为 10.5/121/242kV，空载电流为 1.243%，空载损耗为 132kW。短路电压和短路损耗见表 2-1。试求变压器的阻抗、导纳，并作 Γ 形等值电路，等值电路中所有参数都归算至高压侧。

**表 2-1　短路电压和短路损耗（未经归算）**

| 绕组 | 高压—中压 | 高压—低压 | 中压—低压 |
|---|---|---|---|
| 短路电压百分值（%） | 12.20 | 6.00 | 8.93 |
| 短路损耗（kW） | 343.0 | 251.5 | 285.0 |

**解**　1. 阻抗

先将短路损耗归算至对应于变压器的额定容量

$$P_{k(1\text{-}2)} = 343\text{kW}$$

$$P_{k(3\text{-}1)} = 4P'_{k(3\text{-}1)} = 4 \times 251.5 = 1006(\text{kW})$$

$$P_{k(2\text{-}3)} = 4P'_{k(2\text{-}3)} = 4 \times 285.0 = 1140(\text{kW})$$

从而

$$P_{k1}=\frac{1}{2}(P_{k(1\text{-}2)}+P_{k(3\text{-}1)}-P_{k(2\text{-}3)})=\frac{1}{2}(343+1006-1140)=104.5(\text{kW})$$

$$P_{k2}=\frac{1}{2}(P_{k(1\text{-}2)}+P_{k(2\text{-}3)}-P_{k(3\text{-}1)})=\frac{1}{2}(343+1140-1006)=238.5(\text{kW})$$

$$P_{k3}=\frac{1}{2}(P_{k(2\text{-}3)}+P_{k(3\text{-}1)}-P_{k(1\text{-}2)})=\frac{1}{2}(1140+1006-343)=901.5(\text{kW})$$

于是

$$R_{T1}=\frac{P_{k1}U_{N1}^2}{1000S_N^2}=\frac{104.5\times242^2}{1000\times120^2}=0.425(\Omega)$$

$$R_{T2}=\frac{P_{k2}U_{N1}^2}{1000S_N^2}=\frac{238.5\times242^2}{1000\times120^2}=0.970(\Omega)$$

$$R_{T3}=\frac{P_{k3}U_{N1}^2}{1000S_N^2}=\frac{901.5\times242^2}{1000\times120^2}=3.666(\Omega)$$

然后将短路电压百分值归算至对应于变压器的额定容量

$$U_{k(1\text{-}2)}\%=12.20$$

$$U_{k(3\text{-}1)}\%=2U'_{k(3\text{-}1)}=2\times6.00=12.00$$

$$U_{k(2\text{-}3)}\%=2U'_{k(2\text{-}3)}=2\times8.93=17.86$$

从而

$$U_{k1}\%=\frac{1}{2}(U_{k(1\text{-}2)}\%+U_{k(3\text{-}1)}\%-U_{k(2\text{-}3)}\%)=\frac{1}{2}(12.20+12.00-17.86)=3.17$$

$$U_{k2}\%=\frac{1}{2}(U_{k(1\text{-}2)}\%+U_{k(2\text{-}3)}\%-U_{k(3\text{-}1)}\%)=\frac{1}{2}(12.20+17.86-12.00)=9.03$$

$$U_{k3}\%=\frac{1}{2}(U_{k(2\text{-}3)}\%+U_{k(3\text{-}1)}\%-U_{k(1\text{-}2)}\%)=\frac{1}{2}(17.86+12.00-12.20)=8.83$$

于是

$$X_{T1}=\frac{U_{k1}\%U_{N1}^2}{100S_N}=\frac{3.17\times242^2}{100\times120}=15.47(\Omega)$$

$$X_{T2}=\frac{U_{k2}\%U_{N1}^2}{100S_N}=\frac{9.03\times242^2}{100\times120}=44.07(\Omega)$$

$$X_{T3}=\frac{U_{k3}\%U_{N1}^2}{100S_N}=\frac{8.83\times242^2}{100\times120}=43.09(\Omega)$$

附带指出，对于普通（非自耦）三绕组变压器，按如上方法求得的三个电抗中，有一个可能是负值。这是由于这种变压器的三个绕组中，必有一个在结构上处于其他两个绕组之间，而这个处于居中位置的绕组与位于它两侧两个绕组间的两个漏抗之和又小于该两绕组相互间的漏抗。例如，中压绕组居中，且有 $U_{k(2\text{-}3)}\%+U_{k(1\text{-}2)}\%<U_{k(1\text{-}3)}\%$的关系。因此，这种等值电抗为负值的现象并不真正表示该绕组有容性漏抗。普通三绕组变压器出现这种现象并不少见，但因这一负值电抗的绝对值往往很小，在近似计算中常取其为零。

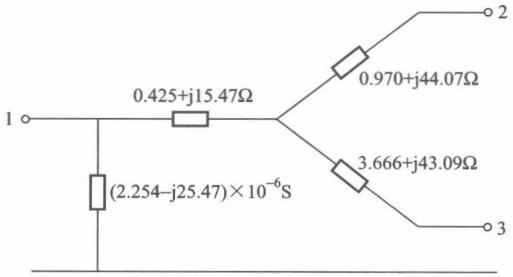



图 2-12　例 2-2 中三绕组自耦变压器的等值电路

2. 导纳

$$G_T=\frac{P_0}{1000U_{N1}^2}=\frac{132}{1000\times242^2}=2.254\times10^{-6}(\text{S})$$

$$B_T=\frac{I\%S_N}{100U_{N1}^2}=\frac{1.243\times120}{100\times242^2}=25.47\times10^{-6}(\text{S})$$

3. 等值电路

等值电路如图 2-12。

## 第三节　电力线路的参数和数学模型

### 一、电力线路结构简述

鉴于电力线路在其他先修课程中未曾涉及，有必要对其结构作一简述。

电力线路按结构可分架空线路和电缆线路两大类别。

架空线路由导线、避雷线、杆塔、绝缘子和金具等构成，如图 2-13 所示。它们的作用分别为：

(1) 导线，传输电能。

(2) 避雷线，将雷电流引入大地以保护电力线路免受雷击。

(3) 杆塔，支持导线和避雷线。

(4) 绝缘子，使导线和杆塔间保持绝缘。

(5) 金具，支持、接续、保护导线和避雷线，连接和保护绝缘子。

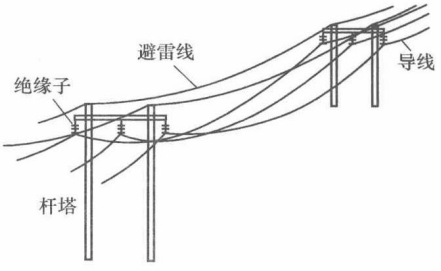



图 2-13　架空线

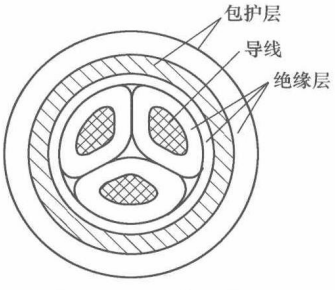



图 2-14　电缆（截面）

电缆线路由导线、绝缘层、包护层等构成，如图 2-14 所示。它们的作用分别为：

(1) 导线，传输电能。

(2) 绝缘层，使导线与导线、导线与包护层互相隔绝。

(3) 包护层，保护绝缘层，并有防止绝缘油外溢的作用。

其中，架空线路的杆塔和金具因种类繁多或过于琐碎，不可能进一步介绍。现将其他方面简述如下。

1. 架空线路的导线和避雷线

架空线路的导线和避雷线都架设在空中，要承受自重、风力、冰雪荷载等机械力的作用和空气中有害气体的侵蚀，同时还受温度变化的影响，运行条件相当恶劣。因此，它们的材料应有相当高的机械强度和抗化学腐蚀能力，而且，导线还应有良好的导电性能。

导线主要由铝、钢、铜等材料制成，在特殊条件下也使用铝合金。避雷线则一般用钢线。导线和避雷线的材料标号以不同的拉丁字母表示，如铝表示为 L、钢表示为 G、铜表示为 T、铝合金表示为 HL。

由于多股线优于单股线，架空线路多半采用绞合的多股导线。多股导线的标号为 J，其结构见图 2-15。由图可见，每股芯线的截面积相同时，多股导线股数的安排规律是：除中心一股芯线外，由内向外，第一层 6 股，第二层 12 股，第三层 18 股，其余依此类推。

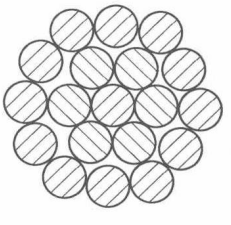


图 2-15　多股导线

由于多股铝线的机械性能差，往往将铝和钢组合起来制成钢芯铝线。它是将铝线绕在单股或多股钢线外层作主要载流部分，机械荷载由钢线和铝线共同承担的导线。

钢芯铝线中，因铝线部分与钢线部分截面积比值的不同，机械强度也不同，过去曾将其分成三类：

（1）普通钢芯铝线。标号为 LGJ，铝线和钢线部分截面积的比值为 5.3～6.0。

（2）加强型钢芯铝线。标号为 LGJJ，铝线和钢线部分截面积的比值为 4.3～4.4。

（3）轻型钢芯铝线。标号为 LGJQ，铝线和钢线部分截面积的比值为 8.0～8.1。

但新标准已不作如此划分，仅直接标出钢线部分的截面积。

无论单股或多股、由一种或两种金属制成的导线，也无论旧标准或新标准，其标号后的数字总是代表主要载流部分（并非整根导线）额定截面积的数值（$mm^2$）。采用新标准时，则在这一数字后再增加一个钢线部分额定截面积的数值（$mm^2$）。例如，按新标准，LGJ-400/50 表示铝线部分实际截面积为 399.73$mm^2$，额定截面积为 400$mm^2$；钢线部分实际截面积为 51.82$mm^2$，额定截面积为 50$mm^2$。它大体相当于旧标准的 LGJQ-400。

线路电压超过 220kV 时，为减小电晕损耗或线路电抗，常需采用直径很大的导线。但就载流容量而言，却又不必采用如此大的截面积。较理想的方案是采用扩径导线或分裂导线。

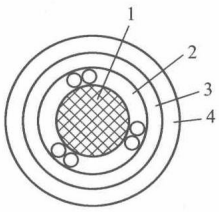



图 2-16　扩径导线

1—钢芯（钢线 19 股）；
2—支撑层（铝线 6 股）；
3—内层（铝线 18 股）；
4—外层（铝线 24 股）

扩径导线是人为地扩大导线直径，但又不增大载流部分截面积的导线。例如，扩径导线 LGJK-300 的铝线部分截面积为 300.8$mm^2$，相当于 LGJ-300/40；直径为 27.44mm，又相当于 LGJ-400/50。这种导线的结构如图 2-16 所示。它和普通钢芯铝线的不同在于支撑层并不为铝线所填满，仅有 6 股，而这 6 股主要起支撑作用。

分裂导线，又称复导线，就是将每相导线分成若干根，相互间保持一定距离。例如，分成 2～4 根，每根相距 400～450mm。这种分裂可使导线周围的磁场发生很大变化，减少电晕和线路电抗，但与此同时，线路电容也将增大。

至于避雷线，一般都采用多股钢导线，如 GJ-50、GJ-70。

2. 架空线路的绝缘子

架空线路使用的绝缘子分针式和悬式两种。针式绝缘子使用在电压不超过 35kV 的线路上，如图 2-17 所示。悬式绝缘子是成串使用的绝缘子，用于电压为 35kV 及以上的线路上。线路电压不同，每串绝缘子的片数也不同。可根据规程 GB 50545—2010 中的要求，计算不同电压等级下绝缘子的片数。图 2-18（a）所示就是这种悬式绝缘子，图 2-18（b）则是悬式绝缘子串。

近年来，架空线路上瓷横担的使用已日益广泛。这是一种两端为金属，中间为瓷质，能同时起绝缘子的绝缘作用和横担的支持作用的元件。它的优点是可节约材料消耗和投资，就地取材，且制造工艺简单、运行安全、维护方便；缺点则是机械抗弯强度低。图 2-19 所示是几种不同电压等级线路使用的瓷横担。其中 220kV 线路使用的是将四段连成 V 形以提高承受垂直荷载能力的瓷横担组。

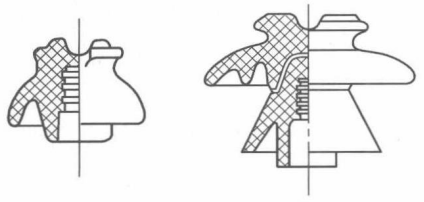



图 2-17　针式绝缘子

（a）10kV 线路用；（b）35kV 线路用

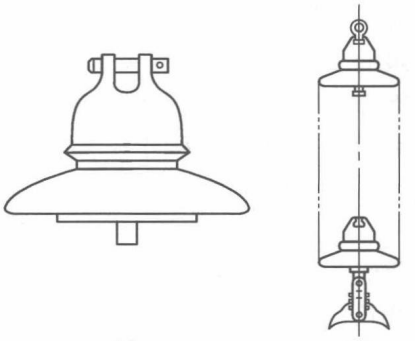



图 2-18　悬式绝缘子

（a）常用悬式绝缘子；（b）悬式绝缘子串

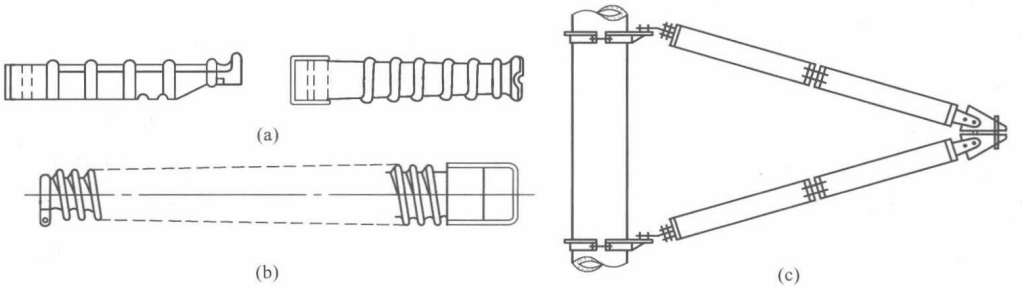



图 2-19　瓷横担

（a）10kV 线路用；（b）110kV 线路用；（c）220kV 线路用

3. 关于架空线路的换位问题

和电机绕组的换位相似，架空线路的三相导线也要换位。但架空线路的换位是为了减少三相参数的不平衡。例如，长度为 50～250km 的 220kV 架空线路，有一次整换位循环和不换位相比较，由于三相参数不平衡而引起的不对称电流，前者仅为后者的 1/10。所谓整换位循环，是指一定长度内有两次换位而三相导线都分别处于三个不同位置，完成一次完整的循环，如图 2-20 所示。

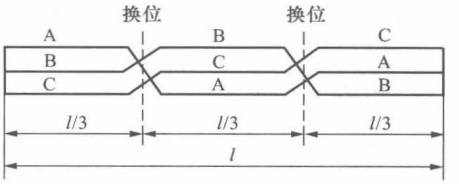



图 2-20　一次整换位循环

换位的方式有滚式换位和换位杆塔换位两种。滚式换位如图 2-21 所示。这种换位方式最常用，已在我国 110kV 及以上线路上广泛使用，运行情况良好。运用换位杆塔换位时，布线很复杂，跳线、绝缘子串和横担数量很多，它只用于滚式换位有困难的地方。

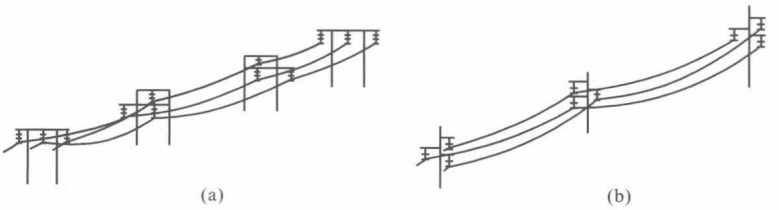



图 2-21　滚式换位

（a）导线水平排列时；（b）导线三角形排列时

按规定，在中性点直接接地的电力系统中，长度超过100km的架空线路都应换位。但随着电压级的升高，换位所遇到困难也越多，以致对某些超高压线路，如500kV电压等级线路，不得不采取不换位的架设方案。显然，采取这种方案的代价是必须面对由于线路三相参数不平衡而带来的一系列问题，其中包括对其他系统的危害。例如，通信系统可能无法工作，甚至工作人员的人身安全都受到威胁。因此，换位与否是一个必须慎重对待的问题。

4. 电缆线路

电缆线路的造价较架空线路高，电压越高，二者差别越大，且检修电缆线路费工费时。但电缆线路有其优点，如不需在地面上架设杆塔，占用土地面积少；供电可靠，极少受外力破坏；对人身较安全；等等。因此，在大城市、发电厂和变电站内部或附近以及穿过江河、海峡时，往往采用电缆线路。

如前所述，电缆的构造一般包括三部分，即导体、绝缘层和包护层。

电缆的导体用铝或铜的单股或多股线，通常用多股线。

电缆绝缘层的材料有橡胶、沥青、聚乙烯、聚氯乙烯、棉、麻、绸、纸、浸渍纸和矿物油、植物油等液体绝缘材料，目前大多用浸渍纸。

包护层分内护层和外护层两部分。内护层由铝、铅、聚乙烯、聚氯乙烯制成，用以保护绝缘不受损伤，防止浸渍剂的外溢和水分的侵入。外护层的作用在于防止外界的机械损伤和化学腐蚀。外护层由内衬层、铠装层和外被层组成。内衬层一般由麻绳或麻布带经沥青浸渍后制成，用以作铠装的衬垫，以避免钢带或钢丝损伤内护层。铠装层一般由钢带或钢丝绕包而成，是外护层的主要部分。外被层的制作与内衬层相同，作用是防止铠装层的锈蚀。

电力线路常用的电缆构造如图2-22所示。图2-22（a）为铝（铜）芯纸绝缘铝（铅）包钢带铠装电力电缆。它的特点是扇形导线，三根芯线组成电缆后再外包铝（铅）内护层。这是10kV及以下电压等级电缆常用的结构。图2-22（b）为铝（铜）芯纸绝缘分相铝（铅）包裸钢带铠装电力电缆。它的特点是每根圆形芯线绝缘后分别包铝（铅）层屏蔽电场，最后组成电缆。这是20、35kV电压等级电缆常用的结构。110kV及以上电压等级的线路采用充油电缆，有单芯和三芯之分。这种电缆的最大特点是导体中空、内部充油。

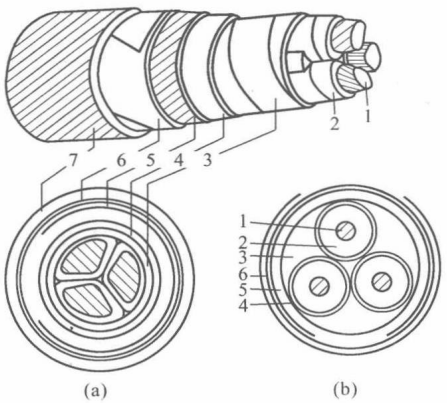



图2-22 常用电缆的构造

（a）纸绝缘铝（铅）包钢带铠装；

（b）纸绝缘分相铝（铅）包裸钢带铠装

1—导体；2—相绝缘；3—带绝缘；

4—铝（铅）包；5—麻衬；6—钢带铠装；7—麻被

构成电缆线路除电缆本体外，还要有某些附件，如连接头（盒）、终端头（盒）等；而充油电缆则还需有一整套供油系统。因这些部件与本课程关系甚小，不再一一介绍。

## 二、电力线路的阻抗

1. 有色金属导线架空线路的电阻

有色金属导线是指铝线、钢芯铝线和铜线。它们每相单位长度的电阻可按下式计算

$$r_1 = \frac{\rho}{S} \tag{2-16}$$

式中 $r_1$——导线单位长度的电阻（Ω/km）；

$\rho$——导线材料的电阻率（$\Omega \cdot mm^2/km$）；

$S$——导线的额定截面积（$mm^2$）。

在电力系统计算中，导线材料的电阻率采用下

列数值：铝为 31.5Ω·mm²/km，铜为 18.8Ω·mm²/km。它们略大于这些材料的直流电阻率。这是因为需要计及集肤效应，而且绞线每一股线的长度略长于导线长度，而计算时采用的额定截面积又多半略大于实际截面积。

钢芯铝线的电阻，由于可只考虑主要载流部分即铝线部分的载流作用，可认为与同样额定截面积的铝线相同。

实际应用中，导线的电阻通常可从产品目录或手册中查得。但由于产品目录或手册中查得的通常是 20℃时的电阻值，而线路的实际运行温度又往往异于 20℃，必要时可按下式修正

$$r_t = r_{20}[1+\alpha(t-20)] \tag{2-17}$$

式中　$r_t$、$r_{20}$——$t$℃、20℃时的电阻（Ω/km）；

$\alpha$——电阻的温度系数，对于铝，$\alpha=0.0036$；对于铜，$\alpha=0.00382$。

2. 有色金属导线单相架空线路的电抗

单相线路往返两根导线构成一个仅有一匝的单匝线圈，其磁场分布如图 2-23（a）所示。设其中之一位于无限远处，余下单根导线的磁场将如图 2-23（b）所示。由图可见，这时的磁通将是一系列同心圆。其中，既有位于导线外部的外部磁通 $\Phi'$，也有位于导线内部的内部磁通 $\Phi''$。

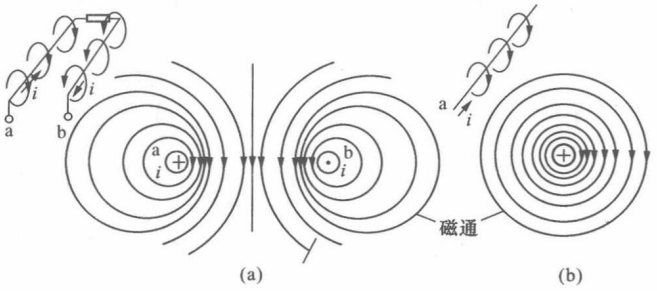



图 2-23　单相线路和单根导线的磁场分布

（a）单相线路；（b）单根导线

先分析图 2-24（a）所示的外部磁通。单匝线圈单根导线中流过电流 $i$ 时产生的磁动势 $F'$就等于 $i\times1$。设半径为 $x$ 的同心圆磁路磁场强度为 $H'_x$(A/m)，则由 $H=F/l$，且 $l=2\pi x$，可得

$$H'_x = F'/l = \frac{i\times1}{2\pi x}$$

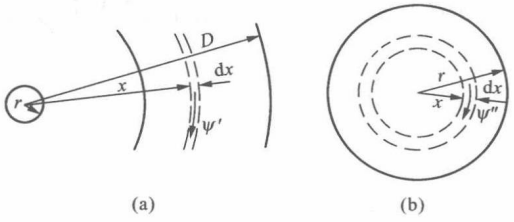



图 2-24　单相导线的外部和内部磁场

（a）外部磁场；（b）内部磁场

而与之对应的磁通密度 $B'_x$(T) 则为

$$B'_x = \mu_x H'_x$$

$$\mu_x = \mu_r \mu_0$$

式中　$\mu_x$——相应的磁导率；

$\mu_r$——相对磁导率，对于空气，$\mu_r=1$；

$\mu_0$——真空磁导率，$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m。

于是

$$B'_x = 1\times4\pi\times10^{-7}\frac{i\times1}{2\pi x} = 2\times10^{-7}\frac{i}{x}$$

对于厚度为 d$x$、长度为 1m 的中空圆柱体，由上式可得其中的磁通量 d$\Phi'_x$ 为

$$\mathrm{d}\Phi'_x = B'_x\mathrm{d}x\times1 = 2\times10^{-7}i\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

这部分磁通围绕整个导线，因此，与之对应的磁链 d$\psi'_x$ 就等于

$$\mathrm{d}\psi'_x = \mathrm{d}\Phi'_x\times1 = 2\times10^{-7}i\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

而内、外半径分别为 $r_1$、$r_2$ 的中空圆柱体的磁链 $\psi'_{12}$(Wb/m)，则由上式可得

$$\psi'_{12}=\int_{r_1}^{r_2}2\times10^{-7}i\frac{\mathrm{d}x}{x}=2\times10^{-7}i\ln\frac{r_2}{r_1}$$

以 $r_1=r$，$r_2=D$ 代入，可得导线外部半径为 $D$ 的圆柱体的磁链 $\psi'$（Wb/m）

$$\psi'=2\times10^{-7}i\ln\frac{D}{r}$$

然后分析图 2-24（b）所示的内部磁通。设电流 $i$ 在导线内部均匀分布，则流经半径为 $x$ 的圆截面的电流为 $i\times\pi x^2/\pi r^2=ix^2/r^2$。它所产生的磁动势 $F''$就等于 $1\times ix^2/r^2$。导线内部半径为 $x$ 的同心圆磁路磁场强度 $H''_x$(A/m) 则为

$$H''_x=F''/l=1\times\frac{ix^2}{r^2}\times\frac{1}{2\pi x}=\frac{ix}{2\pi r^2}$$

与之对应的磁通密度 $B''_x$(T) 如计及这时 $\mu_r\neq1$ 应为

$$B''_x=\mu_xH''_x=\mu_r\times4\pi\times10^{-7}\times\frac{ix}{2\pi r^2}=2\times10^{-7}\mu_r\frac{ix}{r^2}$$

对于厚度为 $\mathrm{d}x$、长度为 1m 的中空圆柱体，由上式可得其中的磁通量 $\mathrm{d}\Phi''_x$为

$$\mathrm{d}\Phi''_x=B''_x\mathrm{d}x\times1=2\times10^{-7}\mu_r\frac{i}{r^2}x\mathrm{d}x$$

这部分磁通围绕的不是整根导线而只是它的一部分截面积 $\pi x^2$。因此，与之对应的磁链应等于

$$\mathrm{d}\psi''_x=\mathrm{d}\Phi''_x\times\frac{\pi x^2}{\pi r^2}\times1=2\times10^{-7}\mu_r\frac{i}{r^4}x^3\mathrm{d}x$$

整根导线内部的磁链 $\psi''$（Wb/m）则为

$$\psi''=\int_0^r\mathrm{d}\psi''_x=2\times10^{-7}\mu_r\frac{i}{r^4}\times\frac{r^4}{4}=\frac{\mu_r}{2}\times10^{-7}i$$

将内部磁链与外部磁链相加，可得单根导线的总磁链。例如，半径为 $D$ 的圆柱体的总磁链 $\psi$（Wb/m）为

$$\psi=\psi'+\psi''=\left(2\ln\frac{D}{r}+\frac{\mu_r}{2}\right)i\times10^{-7}$$

而与之对应的电感 $L$（H/m）则为

$$L=\psi/i=\left(2\ln\frac{D}{r}+\frac{\mu_r}{2}\right)\times10^{-7}$$

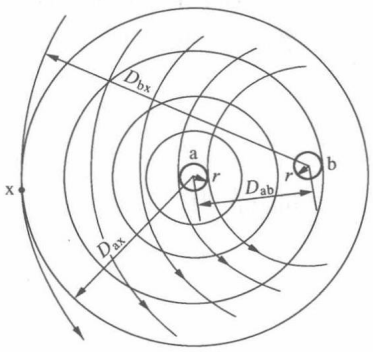



图 2-25　单相线路的磁场

然后可运用叠加原理来分析单相线路的电感。如图 2-25 所示，设另一根导线 b 不位于无限远而位于距 a 线 $D_{ab}$处。如 $D_{ab}\gg r$，则半径为 $D_{ax}$的圆柱体内由 a 线电流产生的总磁链为

$$\psi_{aax}=\left(2\ln\frac{D_{ax}}{r}+\frac{\mu_r}{2}\right)i_a\times10^{-7}$$

内、外半径分别为 $D_{ab}$、$D_{bx}$的中空圆柱体内，由 b 线电流产生的外部磁链 $\psi_{bax}$为

$$\psi_{bax}=2\ln\frac{D_{bx}}{D_{ab}}\times i_b\times10^{-7}$$

它其实就是半径为 $D_{bx}$，长度为 1m 的圆柱体内由 b 线电流产生、匝链 a 线的磁链。

于是，在计及 b 线时，图 2-25 中 a 线轴线和与之平行的 x 线之间匝链 a 线的总磁链 $\psi_{ax}$（Wb/m）应为 $\psi_{aax}$与 $\psi_{bax}$的合成。如再计及单相线路 $i_b=-i_a$，则由上两式可得

$$\psi_{ax}=\psi_{aax}+\psi_{bax}=\left(2\ln\frac{D_{ax}d_{ab}}{rD_{bx}}+\frac{\mu_r}{2}\right)i_a\times10^{-7}$$

x 线位于无限远处时，上式就表示匝链 a 线的总磁链。而因这时 $D_{ax}\approx D_{bx}$，上式可改写为

$$\psi_a=\left(2\ln\frac{D_{ab}}{r}+\frac{\mu_r}{2}\right)i_a\times10^{-7}$$

从而，a 线或 b 线的电感 $L_a$、$L_b$（H/m）为

$$L_a=L_b=\left(2\ln\frac{D_{ab}}{r}+\frac{\mu_r}{2}\right)\times10^{-7}$$

将自然对数换算为常用对数，m 换算为 km，得 $L_1$（H/km）为

$$L_1=\left(4.6\lg\frac{D_{ab}}{r}+\frac{\mu_r}{2}\right)\times10^{-4}$$

再乘以 $\omega=2\pi f$rad/s，得 $x_1$（Ω/km）为

$$x_1=2\pi f\left(4.6\lg\frac{D_{ab}}{r}+\frac{\mu_r}{2}\right)\times10^{-4}\tag{2-18}$$

3. 有色金属导线三相架空线路的电抗

任意布置的三相线路相互相距 $D_{ab}$、$D_{bc}$、$D_{ca}$，如图 2-26 所示。如导线半径 $r$ 远小于 $D_{ab}$、$D_{bc}$、$D_{ca}$，则半径为 $D_{ax}$的圆柱体内 a 相电流产生的总磁链 $\psi_{aax}$为

$$\psi_{aax}=\left(2\ln\frac{D_{ax}}{r}+\frac{\mu_r}{2}\right)i_a\times10^{-7}$$

内、外半径分别为 $D_{ab}$、$D_{bx}$的中空圆柱体内 b 相电流产生的外部磁链 $\psi_{bax}$为

$$\psi_{bax}=2\ln\frac{D_{bx}}{D_{ab}}\times i_b\times10^{-7}$$

内、外半径分别为 $D_{ca}$、$D_{cx}$的中空圆柱体内 c 相电流产生的外部磁链 $\psi_{cax}$为

$$\psi_{cax}=2\ln\frac{D_{cx}}{D_{ca}}\times i_c\times10^{-7}$$

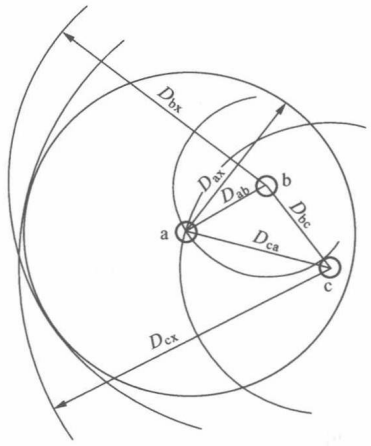



图 2-26　三相线路的磁场

这三部分磁链的叠加 $\psi_{ax}$（Wb/m）则为

$$\begin{aligned}\psi_{ax}&=\psi_{aax}+\psi_{bax}+\psi_{cax}\\&=\left[\frac{\mu_r}{2}i_a+2(i_a\ln D_{ax}+i_b\ln D_{bx}+i_c\ln D_{cx})+2\left(i_a\ln\frac{1}{r}+i_b\ln\frac{1}{D_{ab}}+i_c\ln\frac{1}{D_{ca}}\right)\right]\times10^{-7}\end{aligned}$$

当 $D_{ax}$、$D_{bx}$、$D_{cx}$都无限增大时，上式就是计及 b、c 相时匝链 a 相的总磁链。由于这时 $D_{ax}\approx D_{bx}\approx D_{cx}$，且在三相对称条件下，$i_a+i_b+i_c=0$，如再计及三相架空线路的换位、一次整换位循环中某一段的情况，上式可改写为

$$\psi_a^{(1)}=\left(2i_a\ln\frac{1}{r}+2i_b\ln\frac{1}{D_{ab}}+2i_c\ln\frac{1}{D_{ca}}+\frac{\mu_r}{2}i_a\right)\times10^{-7}$$

进入第二段后，a 相导线处于原来 c 相导线的位置，b 相处于原来 a 相，c 相处于原来 b 相的位置，匝链 a 相的总磁链就改变为

$$\psi_a^{(2)} = \left(2i_a \ln\frac{1}{r} + 2i_b \ln\frac{1}{D_{ca}} + 2i_c \ln\frac{1}{D_{bc}} + \frac{\mu_r}{2} i_a\right) \times 10^{-7}$$

相似地，再进入第三段后，又改变为

$$\psi_a^{(3)} = \left(2i_a \ln\frac{1}{r} + 2i_b \ln\frac{1}{D_{bc}} + 2i_c \ln\frac{1}{D_{ab}} + \frac{\mu_r}{2} i_a\right) \times 10^{-7}$$

取三者的平均值作计及换位后匝链 a 相的总磁链，则 $\psi_a$（Wb/m）为

$$\psi_a = \left[2i_a \ln\frac{1}{r} + \frac{2}{3}(i_b + i_c)\left(\ln\frac{1}{D_{ab}} + \ln\frac{1}{D_{bc}} + \ln\frac{1}{D_{ca}}\right) + \frac{\mu_r}{2} i_a\right] \times 10^{-7}$$

再因 $i_b + i_c = -i_a$，上式可改写为

$$\psi_a = \left(2\ln\frac{1}{r} + 2\ln\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} + \frac{\mu_r}{2}\right) i_a \times 10^{-7} = \left(2\ln\frac{\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}}{r} + \frac{\mu_r}{2}\right) i_a \times 10^{-7}$$

令 $\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} = D_m$，$D_m$ 称三相导线的几何平均距离，简称几何均距，则 a 相（或 b、c 相）的电感 $L_a$、$L_b$、$L_c$（H/m）为

$$L_a = L_b = L_c = \left(2\ln\frac{D_m}{r} + \frac{\mu_r}{2}\right) \times 10^{-7}$$

将自然对数换算为常用对数，m 换算为 km，得 $L_1$（H/km）为

$$L_1 = \left(4.6\lg\frac{D_m}{r} + \frac{\mu_r}{2}\right) \times 10^{-4}$$

再乘以 $\omega = 2\pi f$ rad/s，可得最常用的电抗计算公式

$$x_1 = 2\pi f\left(4.6\lg\frac{D_m}{r} + 0.5\mu_r\right) \times 10^{-4} \tag{2-19}$$

式中 $x_1$——导线单位长度的电抗（Ω/km）；

$r$——导线的半径（mm 或 cm）；

$\mu_r$——导线材料的相对磁导率，对于铝、铜等，$\mu_r = 1$；

$f$——交流电的频率（Hz）；

$D_m$——几何均距（mm 或 cm），其单位应与 $r$ 的单位相同。

如将 $f = 50$Hz，$\mu_r = 1$ 代入式（2-19），又可得

$$x_1 = 0.1445\lg\frac{D_m}{r} + 0.0157 \tag{2-20a}$$

上式又可改写为

$$x_1 = 0.1445\lg\frac{D_m}{r'} \tag{2-20b}$$

式中的 $r'$ 常称导线的几何平均半径，而由式（2-20a）不难见，$r' = 0.779r$。

但需指出，式（2-18）、式（2-19），以及进一步得到的式（2-20a）、式（2-20b）都是按单股导线的条件导得的。对于多股铝线或铜线，$r'/r$ 将小于 0.779；而钢芯铝线的 $r'/r$ 则可取 0.95。

由于电抗与几何均距、导线半径之间为对数关系，导线在杆塔上的布置和导线截面积的大小对线路电抗没有显著影响，架空线路的电抗一般都在 0.40Ω/km 左右。在近似计算中，

可取此数值。

4. 分裂导线三相架空线路的电抗

分裂导线的采用改变了导线周围的磁场分布，等效地增大了导线半径，从而减小了导线电抗。可以设想，如将每相导线分裂成很多根，并将它们布置在半径为 $r_{eq}$ 的圆周上，则决定每相导线电抗的将不再是每根导体的半径，而是圆的半径 $r_{eq}$。虽然在实际应用中，由于结构上的原因，每相导线的分裂数不可能很多，但都布置在正多角形的顶点。

可以证明[5]，每相具有 $n$ 根的分裂导线线路电抗仍可按式（2-20a）计算，但式中的第二项应除以 $n$，第一项中导线的半径应以等值半径 $r_{eq}$ 替代，其值为

$$r_{eq} = \sqrt[n]{r(d_{12}d_{13}\cdots d_{1n})} = \sqrt[n]{rd_m^{(n-1)}} \tag{2-21}$$

式中　$r$——每根导体的半径；

$d_{12}$，$d_{13}$，…，$d_{1n}$——某根导体与其余 $n-1$ 根导体间的距离；

$d_m$——各根导体之间的几何均距。

因此，分裂导线线路的电抗为

$$x_1 = 0.1445\lg\frac{D_m}{r_{eq}} + \frac{0.0157}{n} \tag{2-22}$$

图 2-27 中，作出了 500kV 线路采用分裂导线时，对应于不同分裂根数 $n$、几何均距 $d_m$ 的单位长度电抗。由图 2-27 可见，分裂的根数越多，电抗下降也越多，但分裂根数超过三四根时，电抗的下降已逐渐减缓。几何均距 $d_m$ 的增大同样可减小电抗，但过大的几何均距又将不利于防止发生电晕。关于电晕，以下即将讨论。

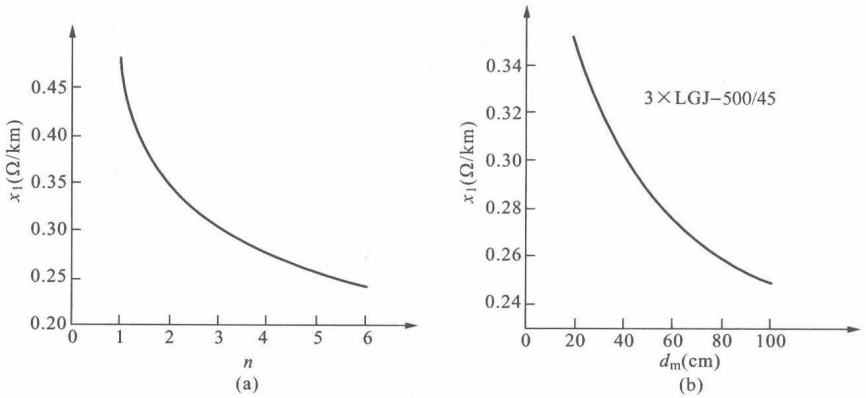



图 2-27　分裂导线的电抗

（a）与分裂根数 $n$ 的关系；（b）与各根导体之间几何均距 $d_m$ 的关系

5. 钢导线三相架空线路的阻抗

钢导线与铝、铜导线的主要差别在于钢导线导磁，以致它的两个与磁场直接或间接有关的参数即电抗和电阻，也与铝、铜导线不同。

由于钢导线导磁，交流电流通过钢导线时，集肤效应和磁滞效应都很突出，使钢导线的交流电阻比直流电阻大很多。而且，这些效应与磁场的强弱有关，从而与通过导线电流的大小有关。这就使钢导线的电阻成了电流的函数。因此，钢导线的电阻难以用分析方法决定，只有依靠实测。实测所得钢导线的电阻可从有关的产品目录或手册中查得。

由计算线路电抗的式（2-20a）的推导过程可见，它实际上由两部分组成。

第一部分为

$$x_1' = 0.1445\lg\frac{D_m}{r}$$

取决于导线的布置方式和截面积，但与导线是否导磁无关。这部分是导线外部磁场所决定的，因而称导线的外电抗。

第二部分为

$$x_1'' = 0.0157\mu_r$$

只与磁导率 $\mu_r$ 有关，从而取决于导线的导磁。这部分是导线内部磁场所决定的，因而称导线的内电抗。

钢导线的磁导率相当大，且与磁场强弱有关。这就使钢导线的内电抗比铝、铜导线大很多，且与通过电流的大小有关。因此，钢导线的内电抗也难以用分析方法决定，只有依靠实测。实测所得钢导线的内电抗可从有关的产品目录或手册中查得。

单位长度钢导线的电抗就是单位长度外电抗和内电抗之和。

6. 关于线路阻抗计算的几点说明

结束本小节前，还需就电力线路的阻抗计算作某些补充说明。

（1）同杆线路的阻抗。在同一杆塔上架设两回三相线路时，每一回线路的阻抗不仅取决于该回线本身电流产生的磁场，而且也与另一回线电流产生的磁场有关。但在实际应用中，当同一杆塔上布置两回线路时，仍可按式（2-20a）计算其电抗。这是因为两回线路间的互感在导线中流过对称三相电流时并不大，可略去不计。

（2）不换位线路的阻抗。由式（2-20a）的导出过程可见，三相架空线路经整循环换位后，每相磁链仅与该相电流有关，亦即等值地消去了相间耦合，实现了三相“解耦”。如不换位，三相不可能解耦，相与相之间必然有互感。这时，三相磁链与三相电流间将有如下关系

$$\boldsymbol{\psi}_{abc} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{i}_{abc}$$

其中，$\boldsymbol{\psi}_{abc} = [\psi_a \quad \psi_b \quad \psi_c]^T$，$\boldsymbol{i}_{abc} = [i_a \quad i_b \quad i_c]^T$；而 $L$ 则为一 3×3 阶矩阵，可能对称，也可能不对称，但决非对角阵，除非三相导线布置在等边三角形顶点。

虽然三相间有耦合，但如三相电流对称，这种耦合仍很弱。因此，在近似计算中，即使线路不换位，仍可按式（2-20a）计算其电抗[5]。

（3）电缆线路的阻抗。由于电缆线路导体的截面可能不是圆形，导体周围不是空气，外部还有铝（铅）包和钢铠，因此使电缆线路的阻抗很难用解析法计算。目前电缆的结构和尺寸都已系列化，这些参数可事先测得并由制造厂提供。一般情况下，电缆线路的电阻略大于相同截面积的架空线路，而电抗则小得多。电抗小是因为电缆三相导体间的距离远小于同样电压等级的架空线路。

## 三、电力线路的导纳

1. 单相架空线路的电纳

线路的（容性）电纳取决于导线周围的电场分布，与导线是否导磁无关。因此，各类导线线路电纳的计算方法都相同。

单相线路的电场分布如图 2-28（a）所示。图中，电通从带有正电荷的 a 线指向带有负

电荷的 b 线。设 b 线位于无限远处，余下单根导线 a 线的电场将如图 2-28（b）所示。由图可见，这时的电通是均匀分布、垂直于导线表面的射线，而等电位面则是一系列与导线同心的圆柱面。

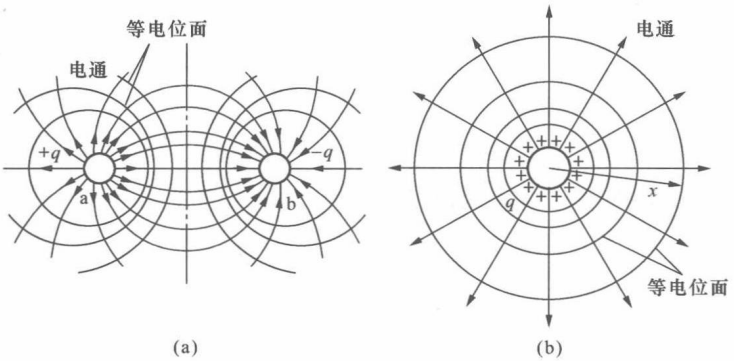



图 2-28　单相线路和单根导线的电场分布

（a）单相线路；（b）单根导线

单根导线单位长度（m）电荷为 $q$ 时，距导线中心 $x$ 处的电通密度 $D_x$（C/m）为

$$D_x = \frac{q}{2\pi x \times 1}$$

电场强度 $E_x$（V/m）为

$$E_x = D_x/\varepsilon_x$$

式中　$\varepsilon_x$——介电常数，$\varepsilon_x = \varepsilon_r \varepsilon_0$；

$\varepsilon_r$——相对介电常数，对于空气，$\varepsilon_r = 1$；

$\varepsilon_0$——真空介电常数，$\varepsilon_0 = \dfrac{1}{3.6\pi \times 10^{10}}$ F/m。

于是

$$E_x = 1 \times 3.6\pi \times 10^{10} \frac{q}{2\pi x} = 1.8 \times 10^{10} \frac{q}{x}$$

从而，图 2-29 中 $p_1$、$p_2$ 两点间的电位差 $u_{12}$（V）应为

$$u_{12} = u_1 - u_2 = -\int_{r_2}^{r_1} E_x \mathrm{d}x = -\int_{r_2}^{r_1} 1.8 \times 10^{10} q \frac{\mathrm{d}x}{x} = 1.8 q \ln \frac{r_2}{r_1} \times 10^{10}$$

以 $r_1 = r$，$r_2 = D$ 代入，可得导线表面与距这表面 $D$ 处某一点之间的电位差 $u_{rD}$（V）

$$u_{rD} = 1.8 q \ln \frac{D}{r} \times 10^{10}$$

导线表面与无限远处某一点之间的电位差为导线表面的绝对电位。由上式不难看出，单根导线 a 线的绝对电位为无限大。

然后可运用叠加原理来分析单相线路的电容。设图 2-30 中 b 线不位于无限远处而位于距 a 线 $D_{ab}$处。如 $D_{ab} \gg r$，则 a 线表面与距 a 线 $D_{ax}$的 x 点之间的电位差可看作两部分电位差的叠加。其中之一是 b 线不带电荷时，a 线本身电荷 $q_a$ 产生电场形成的 a 线表面与 x 点之间的电位差 $u_{aax}$。另一部分是 a 线不带电荷时，b 线电荷 $q_b$ 产生电场形成的 a 线表面与 x 点之间的电位差 $u_{bax}$。

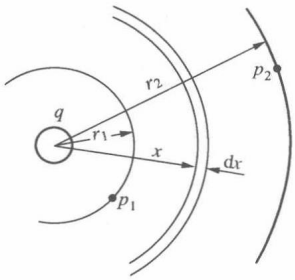



图 2-29 两点之间的电位差

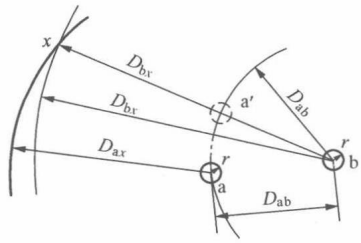



图 2-30 单相线路的电场

第一部分电位差不难由上式直接列出

$$u_{aax}=1.8q_a\ln\frac{D_{ax}}{r}\times10^{10}$$

第二部分电位差，如设想将 a 线移至 b 线等电位面上 a′处，则显然为

$$u_{bax}=1.8q_b\ln\frac{D_{bx}}{D_{ab}}\times10^{10}$$

计及单相线路 $q_a=-q_b=q$，由上两式可得

$$u_{ax}=u_{aax}+u_{bax}=1.8q\ln\frac{D_{ab}D_{ax}}{rD_{bx}}\times10^{10}$$

设 x 点位于无限远处，由上式可得计及 b 线时 a 线的绝对电位，又因这时 $D_{ax}\approx D_{bx}$

$$u_a=1.8q\ln\frac{D_{ab}}{r}\times10^{10}$$

相似地，计及 a 线时 b 线的绝对电位为

$$u_b=-1.8q\ln\frac{D_{ab}}{r}\times10^{10}$$

同时计及两线时两线间的电位差则为

$$u_{ab}=u_a-u_b=3.6q\ln\frac{D_{ab}}{r}\times10^{10}$$

从而，两线间的电容 $C_{ab}$（F/m）为

$$C_{ab}=\frac{q}{u_{ab}}=\frac{1}{3.6\ln\frac{D_{ab}}{r}\times10^{10}}$$

如将 $C_{ab}$视作 a 线对中性点与 b 线对中性点的电容的串联，则 a 线（或 b 线）对中性点的电容为

$$C_a=C_b=2C_{ab}=\frac{1}{1.8\ln\frac{D_{ab}}{r}\times10^{10}}$$

将自然对数换算为常用对数，m 换算为 km，得 $C_1$（F/km）为

$$C_1=\frac{0.0241}{\lg\frac{D_{ab}}{r}}\times10^{-6} \tag{2-23}$$

再乘以 $\omega=2\pi f$rad/s，可得电纳 $b_1$（S/km），而如取 $f=50$Hz，则有

$$b_1=\frac{7.58}{\lg\frac{D_{ab}}{r}}\times10^{-6} \tag{2-24}$$

2. 三相架空线路的电纳

任意布置的三相线路相互相距 $D_{ab}$、$D_{bc}$、$D_{ca}$，如图 2-31 所示，如导线半径 $r$ 远小于 $D_{ab}$、$D_{bc}$、$D_{ca}$，则 a 相导线表面与距 a 相导线 $D_{ax}$处的 x 点之间的电位差 $u_{ax}$可看作系三部分电位差的叠加。其中之一是 b、c 相导线不带电荷时，a 相导线本身电荷 $q_a$ 产生电场形成的 a 相导线与 x 点之间的电位差 $u_{aax}$。其余两部分则分别是 a、c 相或 a、b 相导线不带电荷时，b 相或 c 相导线的电荷 $q_b$ 或 $q_c$ 产生电场形成的 a 相导线与 x 点之间的电位差 $u_{bax}$和 $u_{cax}$。这些电位差分别为

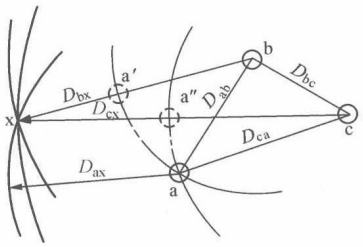



图 2-31　三相线路的电场

$$u_{aax} = 1.8q_a \ln \frac{D_{ax}}{r} \times 10^{10}$$

$$u_{bax} = 1.8q_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}} \times 10^{10}$$

$$u_{cax} = 1.8q_c \ln \frac{D_{cx}}{D_{ca}} \times 10^{10}$$

它们的叠加则为

$$\begin{aligned} u_{ax} &= u_{aax} + u_{bax} + u_{cax} \\ &= 1.8\left[(q_a \ln D_{ax} + q_b \ln D_{bx} + q_c \ln D_{cx}) + \left(q_a \ln \frac{1}{r} + q_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + q_c \ln \frac{1}{D_{ca}}\right)\right] \times 10^{10} \end{aligned}$$

$D_{ax}$、$D_{bx}$、$D_{cx}$都无限增大时，上式就是计及 b、c 相时，a 相导线的绝对电位。考虑到三相对称条件下 $q_a+q_b+q_c=0$，而且这时 $D_{ax}\approx D_{bx}\approx D_{cx}$，再考虑到三相架空线路的换位，上式可改写为

$$u_a^{(1)} = 1.8 \times \left(q_a \ln \frac{1}{r} + q_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + q_c \ln \frac{1}{D_{ca}}\right) \times 10^{10}$$

相似地，计及 a、c 相时 b 相导线的绝对电位为

$$u_b^{(1)} = 1.8 \times \left(q_b \ln \frac{1}{r} + q_a \ln \frac{1}{D_{ab}} + q_c \ln \frac{1}{D_{bc}}\right) \times 10^{10}$$

同时计及 a、b、c 三相时，a、b 相导线之间的电位差则为

$$u_{ab}^{(1)} = u_a^{(1)} - u_b^{(1)} = 1.8 \times \left(q_a \ln \frac{D_{ab}}{r} + q_a \ln \frac{1}{D_{ab}} + q_c \ln \frac{D_{bc}}{D_{ca}}\right) \times 10^{10}$$

显然，上式实际上只表示一次整换位循环中某一段的情况。进入第二段后，a 相导线处于原来 c 相的位置，b 相处于原来 a 相，c 相处于原来 b 相的位置，a、b 相导线之间的电位差就改变为

$$u_{ab}^{(2)} = 1.8 \times \left(q_a \ln \frac{D_{ca}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{ca}} + q_c \ln \frac{D_{ab}}{D_{bc}}\right) \times 10^{10}$$

再进入第三段后，又改变为

$$u_{ab}^{(3)} = 1.8 \times \left(q_a \ln \frac{D_{bc}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{bc}} + q_c \ln \frac{D_{ca}}{D_{ab}}\right) \times 10^{10}$$

如电荷沿线路全长均匀分布，则 $u_{ab}^{(1)} \neq u_{ab}^{(2)} \neq u_{ab}^{(3)}$，取三者的平均值作计及换位后 a、b 相导线之间的电位差 $u_{ab}$（V）

$$u_{ab} = 1.8\left[q_a(\ln \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} - \ln r) + q_b(\ln r - \ln \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}})\right] \times 10^{10}$$

或

$$u_{ab}=1.8\times\left(q_a\ln\frac{D_m}{r}+q_b\ln\frac{r}{D_m}\right)\times10^{10}$$

式中的 $D_m$ 仍为三相导线的几何均距。

相似地，还可得 a、c 相导线之间的电位差 $u_{ac}$ 为

$$u_{ac}=1.8\times\left(q_a\ln\frac{D_m}{r}+q_c\ln\frac{r}{D_m}\right)\times10^{10}$$

由于三相对称条件下

$$u_{ab}+u_{ac}=3u_a$$

可得 a 相导线对中性点的电位差为

$$u_a=\frac{1}{3}\times1.8\times\left[2q_a\ln\frac{D_m}{r}+(q_b+q_c)\ln\frac{r}{D_m}\right]\times10^{10}$$

再计及 $q_b+q_c=-q_a$，又可得

$$u_a=1.8q_a\ln\frac{D_m}{r}\times10^{10}$$

从而，a 相（或 b、c 相）对中性点的电容 $C_a$（或 $C_b$、$C_c$）（F/m）为

$$C_a=C_b=C_c=\frac{1}{1.8\ln\frac{D_m}{r}\times10^{10}}$$

将自然对数换算为常用对数，m 换算为 km，得 $C_1$（F/km）

$$C_1=\frac{0.0241}{\lg\frac{D_m}{r}}\times10^{-6}\tag{2-25}$$

再乘以 $\omega=2\pi f$rad/s，并取 $f=50$Hz，可得最常用的电纳计算公式

$$b_1=\frac{7.58}{\lg\frac{D_m}{r}}\times10^{-6}\tag{2-26}$$

式中 $b_1$——导线单位长度的电纳（S/km）；

$D_m$、$r$——代表意义与式（2-19）中的相同。

显然，由于电纳与几何均距、导线半径之间也有对数关系，架空线路的电纳变化也不大，其值一般在 $2.85\times10^{-6}$S/km 左右。

3. 分裂导线线路的电纳

分裂导线的采用也改变了导线周围的电场分布，等效地增大了导线半径，从而增大了每相导线的电纳。可以证明[6]，采用分裂导线的线路仍可按式（2-26）计算其电纳，只是这时导线的半径应以按式（2-21）确定的等值半径 $r_{eq}$ 替代。

图 2-32 所示为 500kV 线路采用分裂导线时，对应于不同分裂根数 $n$、几何均距 $d_m$ 的单位长度电纳，供参考。

4. 架空线路的电导

线路的电导取决于沿绝缘子串的泄漏和电晕，而与导线的材料无关。沿绝缘子串的泄漏通常很小，而电晕则是强电场作用下导线周围空气的电离现象。

既然电晕是导线周围空气的电离现象，它的产生就不仅与导线本身而且还与导线周围空

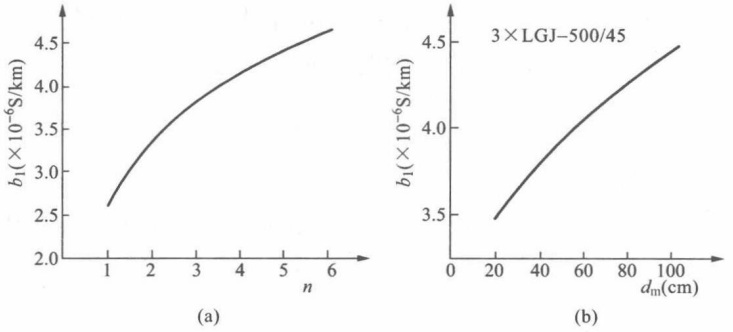



图 2-32　分裂导线的电纳

(a) 与分裂根数 $n$ 的关系；(b) 与几何均距 $d_m$ 的关系

气的条件（包括空气中离子的数量、大小、电荷量以及离子的平均自由行程等一系列因素）有关，对电晕现象的分析也就难以像对其他参数的分析那样严格。

不难理解，导线周围空气之所以会电离，是由于导线表面的电场强度超过了某一临界值，以致空气中原有的离子具备了足够的动能，撞击其他不带电分子，使后者也离子化，最后形成空气的部分导电。因此，分析电晕现象首先要确定导线表面的电场强度 $E_r$。对于中性点接地的单导线线路

$$E_r = \frac{Q}{2\pi r\varepsilon} = \frac{U_{ph}C}{2\pi r\varepsilon} = \frac{U_{ph}}{r\ln\dfrac{D_m}{r}} \tag{2-27}$$

式中　$E_r$——导线表面电场强度（kV/cm）；

$U_{ph}$——线路相电压（kV）；

$C$——相对中性点电容（F/m），由前已知 $C=\dfrac{1}{1.8\ln\dfrac{D_m}{r}\times10^{10}}$；

$\varepsilon$——空气介电常数；

$D_m$——几何均距（cm）；

$r$——导线半径（cm）。

还要确定空气开始电离时的电场强度，或电晕起始电场强度 $E_{cr}$。经分析、综合大量试验数据可得

$$E_{cr} = 21.4m_1m_2\delta \tag{2-28}$$

其中

$$\delta = \frac{0.00299b}{273+t}$$

式中　$E_{cr}$——电晕起始电场强度（kV/cm）；

$m_1$——考虑导线表面状况的系数，称粗糙系数；对于表面光滑的单股线，$m_1=1$；对于绞线，推荐采用 $m_1=0.9$；

$m_2$——考虑气象状况的系数，称气象系数；在干燥或晴朗天气，$m_2=1$；在有雾、雨、霜、暴风雨时，$m_2<1$；在最恶劣情况下，$m_2=0.8$；

$\delta$——空气的相对密度；

$b$——大气压力（Pa）；

$t$——空气温度（℃）。

注意，电晕起始电场强度不同于通常所说的全面电晕或可见电晕电场强度。后者较前者高。

然后令 $E_r = E_{cr}$，就可解得所谓电晕起始电压或临界电压 $U_{cr}$

$$U_{cr} = E_{cr} r \ln \frac{D_m}{r} = 49.3 m_1 m_2 \delta r \lg \frac{D_m}{r} \tag{2-29}$$

式中的 $U_{cr}$ 为相电压的有效值，以 kV 为单位。

采用分裂导线时，由于分裂，使导线表面的（最大）电场强度改变为[1]

$$E_r = K_m \frac{Q}{2\pi r \varepsilon} = K_m \frac{U_{ph} C/n}{2\pi r \varepsilon} = \frac{K_m}{n} \cdot \frac{U_{ph}}{r \ln \frac{D_m}{r_{eq}}} \tag{2-30}$$

其中

$$K_m = 1 + 2(n-1) \frac{r}{d} \sin \frac{\pi}{n}$$

式中 $n$——分裂导线根数；

$K_m$——分裂导线表面的最大电场强度，即导体按正多角形排列时多角形顶点的电场强度与平均电场强度的比值；

$d$——分裂导线相邻两根导体之间的距离，常称分裂间距（cm）。

电晕临界电压也将改变为

$$U_{cr} = E_{cr} r \frac{n}{K_m} \ln \frac{D_m}{r_{eq}} = 49.3 m_1 m_2 \delta r \frac{n}{K_m} \lg \frac{D_m}{r_{eq}} \tag{2-31}$$

式（2-30）、式（2-31）中的 $D_m$、$r$、$r_{eq}$ 的代表意义与式（2-19）、式（2-21）相同，但单位都为 cm。

式（2-29）、式（2-31）仅适用于三相三角排列的导线。三相水平排列时，边相导线的电晕临界电压较按式（2-29）或式（2-31）求得的高 6%，中间相则低 4%。

线路实际运行电压高于电晕临界电压时，将发生电晕。这时，每相电晕损耗功率可按下式计算

$$\Delta P_c = K_c (U_{ph} - U_{cr})^2 \tag{2-32}$$

式中 $\Delta P_c$——电晕损耗功率（kW/km）；

$U_{ph}$——线路实际运行相电压（kV）；

$K_c$——与空气相对密度、频率、导线的几何尺寸等有关的系数；对于三角排列的单导线线路，按皮克经验公式，$K_c = \frac{241}{\delta}(f+25)\sqrt{\frac{r}{D_m}} \times 10^{-5}$。

既然电晕损耗功率与电压的平方成正比，可将它与泄漏损耗功率归并并近似按下式确定线路的电导

$$g_1 = \frac{\Delta P_g}{U^2} \times 10^{-3} \tag{2-33}$$

式中 $g_1$——导线单位长度的电导（S/km）；

$\Delta P_g$——三相线路泄漏损耗功率和电晕损耗功率（kW/km）；

$U$——线路线电压（kV）。

---

[1] Н. Ф. Ракшев. Электрические свойства линий электропередачи с расщеплением Фаз. Электричество 2，1953.

应该指出，由于实际泄漏通常很小，而在设计线路时，就已检验了所选导线的半径能否满足晴朗天气不发生电晕的要求，一般情况下都可设 $g_1=0$。

5. 关于线路导纳计算的几点说明

对于电力线路的导纳计算，也有几点与阻抗计算补充说明颇为相似的说明。

（1）同杆线路的导纳。在同一杆塔上架设两回三相线路时，每一回线路的电纳不仅取决于该回线路本身电荷产生的电场，而且也与另一回线路电荷产生的电场有关。但在实际应用中，当同一杆塔上布置两回线路时，仍可按式（2-26）计算其电纳。这是因为两回线路间的互电容在线路上所带电荷三相对称时并不大，可略去不计。

（2）不换位线路的导纳。由式（2-26）的导出过程可见，三相架空线路经整循环换位后，每相对中性点的电位差仅与该相所带电荷有关，亦即等值地消去了相间的电容耦合，实现了三相“解耦”。如不换位，三相不可能解耦，相与相之间必然有电容。这时，三相对中性点的电位差与三相所带电荷间将有如下关系

$$\boldsymbol{u}_{abc}=\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{q}_{abc}$$

或

$$\boldsymbol{q}_{abc}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{u}_{abc}$$

其中，$\boldsymbol{u}_{abc}=[u_a\quad u_b\quad u_c]^T$，$\boldsymbol{q}_{abc}=[q_a\quad q_b\quad q_c]^T$，而 $\boldsymbol{C}$ 则为 3×3 阶矩阵，可能对称，也可能不对称，但决非对角阵，除非三相导线布置在等边三角形顶点。

虽三相间有电容耦合，如三相电压对称，这种耦合仍很弱。因此，在近似计算中，即使线路不换位，也仍可按式（2-26）计算其电纳[5]。

（3）电缆线路的导纳。由于电缆线路导体的截面可能不是圆形，导体周围的介质不是空气，外部还有铝（铅）包和钢铠，所以电缆线路的导纳也难以用解析法计算。不过目前这些参数也可事先测得并由制造厂提供。一般情况下，不考虑电缆线路有电导，而它的电纳则往往远大于具有相同截面积的架空线路的电纳。这是因为电缆三相导体间的距离远小于同样电压等级的架空线路。

在转而讨论电力线路的数学模型前，附带指出：如仔细分析式（2-19）和式（2-26）的导出过程，不难发现，用解析法计算不换位三相架空线路的电抗和电纳并不困难，因为它们无非是一次整换位循环中某一段的电抗和电纳。

**【例 2-3】** 220kV 线路使用如图 2-33 所示的带拉线铁塔；使用 LGJ-400/50 型导线，直径 27.63mm，铝线部分截面积 399.73mm²；使用由 13 片绝缘子组成的绝缘子串，长 2.60m，悬挂在横担端部。试求该线路单位长度的电阻、电抗、电纳和电晕临界电压。

**解**　1. 线路电阻

$$r_1=\frac{\rho}{S}=\frac{31.5}{400}=0.07875(\Omega/\text{km})$$

注意，$S$ 取 400mm² 系取导线的额定截面积，并非 399.73mm² 的舍入值。

2. 线路电抗

先求三相导线相互间距离 $D_{ab}$、$D_{bc}$、$D_{ca}$。由于绝缘子串长度对每相都相同，它们又都悬挂在横担端部，求三相导线相互间距离时，只需求三根横担端部的距离。由图 2-33 可见

$$D_{ab}=\sqrt{(27500-24750)^2+(2\times3525)^2}=7567(\text{mm})$$

$$D_{bc}=D_{ab}=7567\text{mm};D_{ca}=5500\text{mm}$$

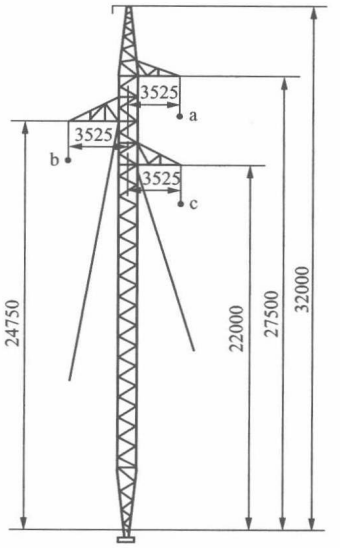



图 2-33　带拉线铁塔（单位：mm）

求几何均距

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} = \sqrt[3]{7567^2 \times 5500} = 6803(\text{mm})$$

最后求 $x_1$

$$x_1 = 0.1445\lg\frac{D_m}{r} + 0.0157 = 0.1445\lg\frac{6803}{13.8} + 0.0157 = 0.405(\Omega/\text{km})$$

3. 线路电纳

$$b_1 = \frac{7.58}{\lg\frac{D_m}{r}} \times 10^{-6} = \frac{7.58}{\lg\frac{6803}{13.8}} \times 10^{-6} = 2.815 \times 10^{-6}(\text{S/km})$$

4. 电晕临界电压

取 $m_1=0.9$，$m_2=1.0$，$\delta=1.0$，则

$$U_{cr} = 49.3m_1m_2\delta r\lg\frac{D_m}{r} = 49.3 \times 0.9 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.36\lg\frac{680.3}{1.38} = 162.5(\text{kV})$$

由于三相导线接近按三角排列，可认为三相的电晕临界电压都为 162.5kV。而如线路的实际运行相电压为 $231/\sqrt{3}=133.4$kV，则因 $U_{cr}>U_\varphi$，该线路不会发生电晕。

**【例 2-4】** 330kV 线路的导线结构有如下三种方案：

（1）使用 LGJ-630/45 导线，铝线部分截面积 623.45mm²，直径 33.6mm。

（2）使用 2×LGJ-300/50 分裂导线，每根导线铝线部分截面积为 299.54mm²，直径 24.26mm，分裂间距 400mm。

（3）使用 2×LGJK-300 分裂导线，每根导线铝线部分截面积为 300.8mm²，直径 27.44mm，分裂间距 400mm。

三种方案中，导线都水平排列，相间距离 8m。

试求这三种导线结构的线路单位长度的电阻、电抗、电纳和电晕临界电压。

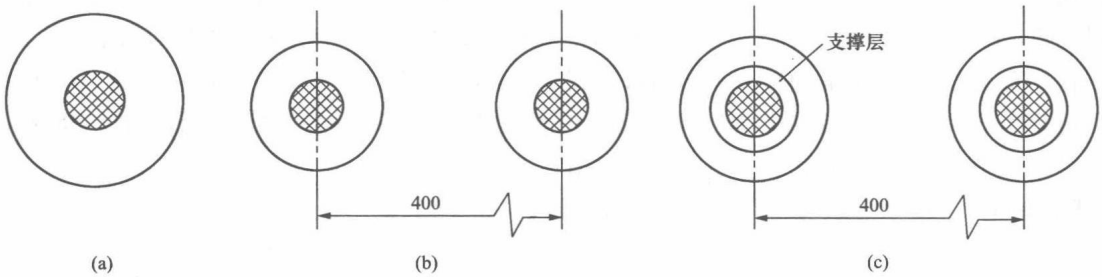



图 2-34 导线结构方案（尺寸与实物同）

（a）LGJ-630/45；（b）2×LGJ-300/50；（c）2×LGJK-300

**解** 1. 线路电阻

LGJ-630/45 $$r_1 = \frac{\rho}{S} = \frac{31.5}{630} = 0.0500(\Omega/\text{km})$$

2×LGJ-300/50 $$r_1 = \frac{\rho}{S} = \frac{31.5}{2 \times 300} = 0.0525(\Omega/\text{km})$$

2×LGJK-300 $$r_1 = \frac{\rho}{S} = \frac{31.5}{2 \times 300} = 0.0525(\Omega/\text{km})$$

2. 线路电抗

对于三种方案

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} = \sqrt[3]{8000 \times 8000 \times 2 \times 8000} = 1.26 \times 8000 = 10080(\text{mm})$$

LGJ-630/45

$$x_1 = 0.1445\lg\frac{D_m}{r} + 0.0157 = 0.1445\lg\frac{10080}{16.8} + 0.0157$$
$$= 0.1445\lg600 + 0.0157 = 0.417(\Omega/\text{km})$$

2×LGJ-300/50

先求 $r_{eq}$

$$r_{eq} = \sqrt[n]{rd_m^{(n-1)}} = \sqrt[2]{12.13\times400^{(2-1)}} = \sqrt{4852} = 69.66(\text{mm})$$
$$x_1 = 0.1445\lg\frac{D_m}{r_{eq}} + \frac{0.0157}{n} = 0.1445\lg\frac{10080}{69.66} + \frac{0.0157}{2} = 0.320(\Omega/\text{km})$$

2×LGJK-300

先求 $r_{eq}$

$$r_{eq} = \sqrt[n]{rd_m^{(n-1)}} = \sqrt[2]{13.72\times400^{(2-1)}} = \sqrt{5490} = 74.10(\text{mm})$$
$$x_1 = 0.1445\lg\frac{D_m}{r_{eq}} + \frac{0.0157}{n} = 0.1445\lg\frac{10080}{74.10} + \frac{0.0157}{2} = 0.316(\Omega/\text{km})$$

3. 线路电纳

LGJ-630/45

$$b_1 = \frac{7.58}{\lg\frac{D_m}{r}}\times10^{-6} = \frac{7.58}{\lg\frac{10080}{16.8}}\times10^{-6} = 2.73\times10^{-6}(\text{S/km})$$

2×LGJ-300/50

$$b_1 = \frac{7.58}{\lg\frac{D_m}{r_{eq}}}\times10^{-6} = \frac{7.58}{\lg\frac{10080}{69.66}}\times10^{-6} = 3.51\times10^{-6}(\text{S/km})$$

2×LGJK-300

$$b_1 = \frac{7.58}{\lg\frac{D_m}{r_{eq}}}\times10^{-6} = \frac{7.58}{\lg\frac{10080}{74.10}}\times10^{-6} = 3.55\times10^{-6}(\text{S/km})$$

4. 电晕临界电压

取 $m_1=0.9$，$m_2=1.0$，$\delta=1.0$。

LGJ-630/45

$$U_{cr} = 49.3m_1m_2\delta r\lg\frac{D_m}{r} = 49.3\times0.9\times1.0\times1.0\times1.68\lg\frac{1008}{1.68} = 207.1(\text{kV})$$

边相，1.06×207.1=219.5 (kV)；中间相，0.96×207.1=198.8 (kV)。

2×LGJ-300/50

先求 $K_m$

$$K_m = 1+2(n-1)\frac{r}{d}\sin\frac{\pi}{n} = 1+2(2-1)\times\frac{1.213}{40}\sin\frac{\pi}{2} = 1.061$$

$$U_{cr} = 49.3m_1m_2\delta r\frac{n}{K_m}\lg\frac{D_m}{r_{eq}} = 49.3\times0.9\times1.0\times1-.0\times1.213\times\frac{2}{1.061}\lg\frac{1008}{6.97} = 219.2(\text{kV})$$

边相，1.06×219.2=232.3 (kV)；中间相，0.96×219.2=210.4 (kV)。

2×LGJK-300

先求 $K_m$

$$K_m = 1+2(n-1)\frac{r}{d}\sin\frac{\pi}{n} = 1+2(2-1)\times\frac{1.372}{40}\sin\frac{\pi}{2} = 1.069$$

$$U_{cr} = 49.3m_1m_2\delta r\frac{n}{K_m}\lg\frac{D_m}{r_{eq}} = 49.3\times0.9\times1.0\times1.0\times1.372\times\frac{2}{1.069}\lg\frac{1008}{7.41} = 243(\text{kV})$$

边相，1.06×243=257.6 (kV)；中间相，0.96×243=233.3 (kV)。

将计算结果归纳于表 2-2。

**表 2-2　　不同导线结构方案参数表**

| 导线结构 | $r_1$ (Ω/km) | $x_1$ (Ω/km) | $b_1$ (S/km) | $U_{cr}$ (kV) | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 边相 | 中间相 |
| LGJ-630/45 | 0.0500 | 0.417 | $2.73\times10^{-6}$ | 219.5 | 198.8 |
| 2×LGJ-300/50 | 0.0525 | 0.320 | $3.51\times10^{-6}$ | 232.3 | 210.4 |
| 2×LGJK-300 | 0.0525 | 0.316 | $3.55\times10^{-6}$ | 257.6 | 233.3 |

分析此表可见：

（1）由于三种方案中导线主要载流部分的截面积相近，它们的电阻也相近。

（2）就减小线路电抗而言，采用分裂导线有利，两个分裂导线方案较单导线方案的电抗小 30%以上。

（3）电抗小的方案电纳必然大，因电抗中外电抗部分与电纳间为反比关系。

（4）就避免发生电晕而言，采用分裂扩径导线最合理。而如取线路实际运行相电压为 $340/\sqrt{3}=196.3$kV，则单导线方案中间相恰处于临界状态。

## 四、电力线路的数学模型

在电力系统稳态分析中，电力线路数学模型就是以电阻、电抗、电纳、电导表示的电力线路的等值电路。

按式（2-16）、式（2-20）、式（2-26）、式（2-33）求得单位长度导线的电阻、电抗、电纳、电导后，就可作最原始的电力线路等值电路，如图 2-35 所示。这是单相等值电路。之所以可用单相等值电路代表三相，一方面由于本书中讨论的是三相对称运行方式，另一方面也因设架空线路都已经整循环换位。

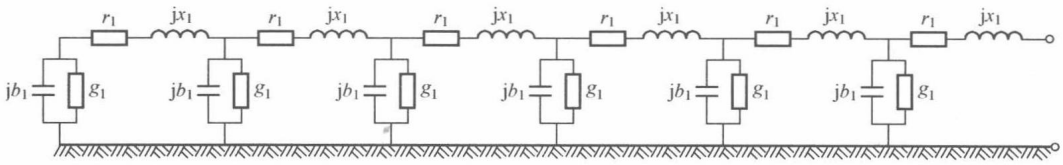



图 2-35　电力线路的单相等值电路

以单相等值电路代表三相虽已简化了不少计算，但由于电力线路的长度往往有数十乃至数百公里，如将每公里的电阻、电抗、电纳、电导都一一绘于图上，所得的等值电路仍十分复杂。而且，严格说来，电力线路的参数是均匀分布的，即使是极短的一段线段，都有相应大小的电阻、电抗、电纳、电导。换言之，即使是如此复杂的等值电路，也不能认为精确。但由于电力线路一般不长，需分析的又往往只是它们的端点状况——两端电压、电流、功率，因此通常可不考虑线路的这种分布参数特性，只是在个别情况下才要用双曲函数研究具有均匀分布参数的线路。下面先讨论一般线路的等值电路。

### 1. 一般线路的等值电路

所谓一般线路，是指中等及中等以下长度线路。所谓中等长度线路，是指长度在 100～300km 之间的架空线路和不超过 100km 的电缆线路。对于一般线路，可不考虑它们的分布参数特性，而只用将线路参数简单地集中起来的电路来表示。

在以下的讨论中，以 $R$（Ω）、$X$（Ω）、$G$（S）、$B$（S）分别表示全线路每相的总电阻、

电抗、电导、电纳。显然，线路长度为 $l$（km）时

$$\left.\begin{aligned} R = r_1 l; X = x_1 l \\ G = g_1 l; B = b_1 l \end{aligned}\right\} \tag{2-34}$$

通常，由于线路导线截面积的选择，如前所述，以晴朗天气不发生电晕为前提，而沿绝缘子的泄漏又很小，可设 $G=0$。

一般线路中，又有短线路和中等长度线路之分。

所谓短线路，是指长度不超过 100km 的架空线路。线路电压不高时，这种线路电纳 $B$ 的影响一般不大，可略去。因而，这种线路的等值电路最简单，只有一串联的总阻抗 $Z=R+\mathrm{j}X$，如图 2-36 所示。

显然，如电缆线路不长，电纳的影响不大时，也可采用这种等值电路。

由图 2-36 可得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \tag{2-35}$$

将式（2-35）与电路理论课程中介绍过的两端口或四端网络方程式

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \tag{2-36}$$

相比较，可得这种等值电路的通用常数 $A$、$B$、$C$、$D$

$$\left.\begin{aligned} A = 1; B = Z \\ C = 0; D = 1 \end{aligned}\right\} \tag{2-37}$$

中等长度线路的电纳 $B$ 一般不能略去。这种线路的等值电路有两种，即 Π 形等值电路和 T 形等值电路，如图 2-37（a）、（b）所示。其中，常用的是 Π 形等值电路。

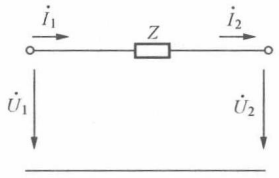



图 2-36　短线路的等值电路

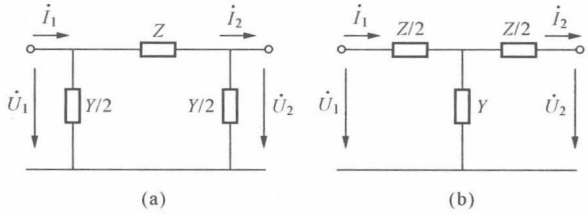



图 2-37　中等长度线路的等值电路

（a）Π 形等值电路；（b）T 形等值电路

在 Π 形等值电路中，除串联的线路总阻抗 $Z=R+\mathrm{j}X$ 外，还将线路的总导纳 $Y=\mathrm{j}B$ 分为两半，分别并联在线路的始末端。在 T 形等值电路中，线路的总导纳集中在中间，而线路的总阻抗则分为两半，分别串联在它的两侧。因此，这两种电路都是近似的等值电路，而且，相互间并不等值，即它们不能用△-Y 变换公式相互变换。

由图 2-37（a）可得，流过串联阻抗 $Z$ 的电流为 $\dot{I}_2+\frac{Y}{2}\dot{U}_2$，从而

$$\dot{U}_1 = \left(\dot{I}_2 + \frac{Y}{2}\dot{U}_2\right)Z + \dot{U}_2$$

流入始端导纳$\frac{Y}{2}$的电流为$\frac{Y}{2}\dot{U}_1$，从而

$$\dot{I}_1=\frac{Y}{2}\dot{U}_1+\frac{Y}{2}\dot{U}_2+\dot{I}_2$$

由此又可得

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{ZY}{2}+1 & Z\\ Y\left(\frac{ZY}{4}+1\right) & \frac{ZY}{2}+1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} \tag{2-38}$$

将式（2-38）与式（2-36）相比较，可得这种等值电路的通用常数

$$\left.\begin{aligned}A&=\frac{ZY}{2}+1; & B&=Z\\ C&=Y\left(\frac{ZY}{4}+1\right); & D&=\frac{ZY}{2}+1\end{aligned}\right\} \tag{2-39}$$

相似地，可得图 2-37（b）所示等值电路的通用常数

$$\left.\begin{aligned}A&=\frac{ZY}{2}+1; & B&=Z\left(\frac{ZY}{4}+1\right)\\ C&=Y; & D&=\frac{ZY}{2}+1\end{aligned}\right\} \tag{2-40}$$

2. 长线路的等值电路

所谓长线路，是指长度超过 300km 的架空线路和超过 100km 的电缆线路。对于这种线路，不能不考虑它们的分布参数特性。

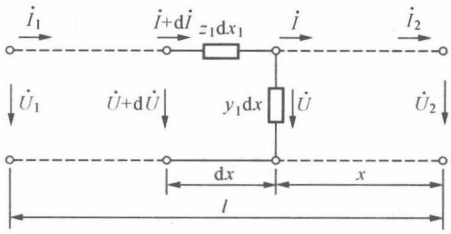



图 2-38 长线路——均匀分布参数电路

图 2-38 所示为长线路的示意图。图中，$z_1$、$y_1$ 分别表示单位长度线路的阻抗和导纳，即 $z_1=r_1+\mathrm{j}x_1$，$y_1=g_1+\mathrm{j}b_1$；$\dot{U}$、$\dot{I}$ 分别表示距线路末端长度为 $x$ 处的电压、电流；$\dot{U}+\mathrm{d}\dot{U}$、$\dot{I}+\mathrm{d}\dot{I}$ 分别表示距线路末端长度为 $x+\mathrm{d}x$ 处的电压、电流；$\mathrm{d}x$ 为线路长度的微元。

由图 2-38 可见，长度为 $\mathrm{d}x$ 的线路，串联阻抗中的电压降落为 $\dot{I}z_1\mathrm{d}x$，并联导纳中的分支电流为 $\dot{U}y_1\mathrm{d}x$。从而可列出

$$\mathrm{d}\dot{U}=\dot{I}z_1\mathrm{d}x \quad 或 \quad \frac{\mathrm{d}\dot{U}}{\mathrm{d}x}=\dot{I}z_1 \tag{2-41}$$

$$\mathrm{d}\dot{I}=\dot{U}y_1\mathrm{d}x \quad 或 \quad \frac{\mathrm{d}\dot{I}}{\mathrm{d}x}=\dot{U}y_1 \tag{2-42}$$

取式（2-41）、式（2-42）对 $x$ 的微分，可得

$$\frac{\mathrm{d}^2\dot{U}}{\mathrm{d}x^2}=z_1\frac{\mathrm{d}\dot{I}}{\mathrm{d}x} \tag{2-43}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\dot{I}}{\mathrm{d}x^2}=y_1\frac{\mathrm{d}\dot{U}}{\mathrm{d}x} \tag{2-44}$$

分别将式（2-42）、式（2-41）代入式（2-43）、式（2-44），又可得

$$\frac{\mathrm{d}^2\dot{U}}{\mathrm{d}x^2}=z_1y_1\dot{U} \tag{2-45}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\dot{I}}{\mathrm{d}x^2}=z_1y_1\dot{I} \tag{2-46}$$

式（2-45）的解为

$$\dot{U}=C_1\mathrm{e}^{\sqrt{z_1y_1}x}+C_2\mathrm{e}^{-\sqrt{z_1y_1}x}$$

将其微分后代入式（2-41），又可得

$$\dot{I}=\frac{C_1}{\sqrt{z_1/y_1}}\mathrm{e}^{\sqrt{z_1y_1}x}-\frac{C_2}{\sqrt{z_1/y_1}}\mathrm{e}^{-\sqrt{z_1y_1}x}$$

上两式中，$\sqrt{z_1/y_1}=Z_c$ 称为线路特性阻抗，而 $\sqrt{z_1y_1}=r$ 则称为相应的线路传播系数。将 $Z_c$、$\gamma$ 分别取代上两式中的 $\sqrt{z_1/y_1}$、$\sqrt{z_1y_1}$，则可改写为

$$\dot{U}=C_1\mathrm{e}^{\gamma x}+C_2\mathrm{e}^{-\gamma x} \tag{2-47}$$

$$\dot{I}=\frac{C_1}{Z_c}\mathrm{e}^{\gamma x}-\frac{C_2}{Z_c}\mathrm{e}^{-\gamma x} \tag{2-48}$$

计及 $x=0$ 时，$\dot{U}=\dot{U}_2$、$\dot{I}=\dot{I}_2$，可见

$$\dot{U}_2=C_1+C_2;\dot{I}_2=\frac{C_1-C_2}{Z_c}$$

从而

$$C_1=\frac{\dot{U}_2+Z_c\dot{I}_2}{2};C_2=\frac{\dot{U}_2-Z_c\dot{I}_2}{2}$$

以此代入式（2-47）、式（2-48），可得

$$\dot{U}=\frac{\dot{U}_2+Z_c\dot{I}_2}{2}\mathrm{e}^{\gamma x}+\frac{\dot{U}_2-Z_c\dot{I}_2}{2}\mathrm{e}^{-\gamma x} \tag{2-49}$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_2/Z_c+\dot{I}_2}{2}\mathrm{e}^{\gamma x}-\frac{\dot{U}_2/Z_c-\dot{I}_2}{2}\mathrm{e}^{-\gamma x} \tag{2-50}$$

考虑到双曲函数有如下定义

$$\sinh\gamma x=\frac{\mathrm{e}^{\gamma x}-\mathrm{e}^{-\gamma x}}{2};\cosh\gamma x=\frac{\mathrm{e}^{\gamma x}+\mathrm{e}^{-\gamma x}}{2}$$

式（2-49）、式（2-50）又可改写如下

$$\begin{bmatrix}\dot{U}\\ \dot{I}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cosh\gamma x & Z_c\sinh\gamma x\\ \dfrac{\sinh\gamma x}{Z_c} & \cosh\gamma x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} \tag{2-51}$$

运用式（2-51），可在已知末端电压、电流时，计算沿线路任意点的电压、电流。如以 $x=l$ 代入，则可得

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cosh\gamma l & Z_c\sinh\gamma l\\ \dfrac{\sinh\gamma l}{Z_c} & \cosh\gamma l\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} \tag{2-52}$$

由式（2-52）又可见，这种长线路的两端口网络通用常数分别为

$$\left.\begin{aligned} A &= \cosh\gamma l\,;B = Z_c\sinh\gamma l \\ C &= \frac{\sinh\gamma l}{Z_c}\,;D = \cosh\gamma l \end{aligned}\right\} \tag{2-53}$$

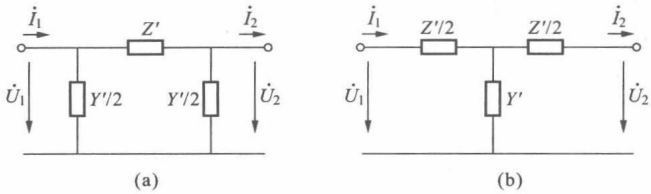



图 2-39 长线路的等值电路

（a）Π 形等值电路；（b）T 形等值电路

综上所述，如只要求计算线路始末端电压、电流、功率，仍可运用类似于图 2-37 所示的 Π 形或 T 形等值电路。设这种等值电路如图 2-39 所示。

图中，分别以 $Z'$、$Y'$ 表示它们的集中参数阻抗、导纳，以与图 2-37 相区别。按图 2-39（a），套用由图 2-37（a）推导得的式（2-39），并计及式（2-53），可得它的通用常数

$$A = \frac{Z'Y'}{2} + 1 = \cosh\gamma l\,; \qquad B = Z' = Z_c\sinh\gamma l$$

$$C = Y'\left(\frac{Z'Y'}{4} + 1\right) = \frac{\sinh\gamma l}{Z_c}; \quad D = \frac{Z'Y'}{2} + 1 = \cosh\gamma l$$

由此可解得

$$\left.\begin{aligned} Z' &= Z_c\sinh\gamma l \\ Y' &= \frac{1}{Z_c}\,\frac{2(\cosh\gamma l - 1)}{\sinh\gamma l} \end{aligned}\right\} \tag{2-54}$$

相似地，对于图 2-39（b），可解得

$$\left.\begin{aligned} Z' &= Z_c\,\frac{2(\cosh\gamma l - 1)}{\sinh\gamma l} \\ Y' &= \frac{1}{Z_c}\sinh\gamma l \end{aligned}\right\} \tag{2-55}$$

显然，无论图 2-39（a）或图 2-39（b）都是精确的。但由于 $Z'$、$Y'$ 的表示式中，$Z_c$、$\gamma$ 都是复数，它们仍不便于使用。为此，将它们简化如下。

将式（2-54）改写为

$$\left.\begin{aligned} Z' &= \sqrt{Z/Y}\sinh\sqrt{ZY} = Z\,\frac{\sinh\sqrt{ZY}}{\sqrt{ZY}} \\ Y' &= \sqrt{Y/Z}\,\frac{2(\cosh\sqrt{ZY} - 1)}{\sinh\sqrt{ZY}} = Y\,\frac{2(\cosh\sqrt{ZY} - 1)}{\sqrt{ZY}\sinh\sqrt{ZY}} \end{aligned}\right\} \tag{2-56}$$

将式中的双曲函数展开为级数

$$\sinh\sqrt{ZY} = \sqrt{ZY} + \frac{(\sqrt{ZY})^3}{3!} + \frac{(\sqrt{ZY})^5}{5!} + \frac{(\sqrt{ZY})^7}{7!} + \cdots$$

$$\cosh\sqrt{ZY} = 1 + \frac{(\sqrt{ZY})^2}{2!} + \frac{(\sqrt{ZY})^4}{4!} + \frac{(\sqrt{ZY})^6}{6!} + \cdots$$

对于不十分长的电力线路，这些级数收敛很快，从而可只取它们的前两三项代入式（2-56）。代入后，经不太复杂的运算，可得

$$\left.\begin{aligned} Z' &\approx Z\left(1 + \frac{ZY}{6}\right) \\ Y' &\approx Y\left(1 - \frac{ZY}{12}\right) \end{aligned}\right\} \tag{2-57}$$

将 $Z=R+\mathrm{j}X=r_1l+\mathrm{j}x_1l$，$Y=G+\mathrm{j}B=g_1l+\mathrm{j}b_1l$ 以及 $G=g_1l=0$ 代入，展开可得

$$\left.\begin{aligned} Z' &\approx r_1l\left(1-x_1b_1\frac{l^2}{3}\right)+\mathrm{j}x_1l\left[1-\left(x_1b_1-\frac{r_1^2b_1}{x_1}\right)\frac{l^2}{6}\right] \\ Y' &\approx b_1l\times r_1b_1\frac{l^2}{12}+\mathrm{j}b_1l\left(1+x_1b_1\frac{l^2}{12}\right) \end{aligned}\right\} \tag{2-58}$$

由式（2-58）可见，如将长线路的总电阻、电抗、电纳分别乘以适当的修正系数，就可绘制其简化 Π 形等值电路如图 2-40 所示。这些修正系数分别为

$$\left.\begin{aligned} k_{\mathrm{r}} &= 1-x_1b_1\frac{l^2}{3} \\ k_{\mathrm{x}} &= 1-\left(x_1b_1-\frac{r_1^2b_1}{x_1}\right)\frac{l^2}{6} \\ k_{\mathrm{b}} &= 1+x_1b_1\frac{l^2}{12} \end{aligned}\right\} \tag{2-59}$$

注意，由于推导式（2-59）时，只取用了双曲函数的前两三项，在线路很长时，该式便不适用，应直接使用式（2-56）。反之，线路不长时，这些修正系数都接近于 1，可不必修正。

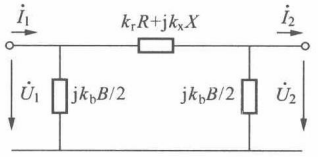



图 2-40　长线路的简化等值电路

相似地，可作简化 T 形等值电路。但因这种等值电路一般不用，此处从略。

附带指出，双曲函数除展开为级数外，还可展开为如下的形式

$$\sinh\gamma l = \sinh(\alpha+\mathrm{j}\beta)l = \sinh\alpha l\cos\beta l + \mathrm{j}\cosh\alpha l\sin\beta l$$
$$\cosh\gamma l = \cosh(\alpha+j\beta)l = \cosh\alpha l\cos\beta l + \mathrm{j}\sinh\alpha l\sin\beta l$$

或

$$\sinh\gamma l = \sinh(\alpha+\mathrm{j}\beta)l = \frac{\mathrm{e}^{\alpha l}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta l}-\mathrm{e}^{-\alpha l}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l}}{2} = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\alpha l}\angle\beta l - e^{-\alpha l}\angle-\beta l)$$

$$\cosh\gamma l = \cosh(\alpha+\mathrm{j}\beta)l = \frac{\mathrm{e}^{\alpha l}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta l}+\mathrm{e}^{-\alpha l}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l}}{2} = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\alpha l}\angle\beta l + \mathrm{e}^{-\alpha l}\angle-\beta l)$$

这些展开式也常用。

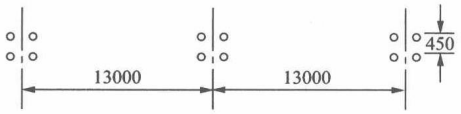



图 2-41　500kV 线路导线排列方式（单位：mm）

**【例 2-5】** 设 500kV 线路有如下导线结构：使用 4×LGJ-300/50 分裂导线，直径 24.26mm，分裂间距 450mm。三相水平排列，相间距离 13m，如图 2-41 所示。设线路长 600km；试作下列情况下该线路的等值电路：（1）不考虑线路的分布参数特性；（2）近似考虑线路的分布参数特性；（3）精确考虑线路的分布参数特性。

**解**　先计算该线路单位长度电阻、电抗、电导、电纳

$$r_1 = \frac{\rho}{S} = \frac{31.5}{4\times300} = 0.02625(\Omega/\mathrm{km})$$

$$D_{\mathrm{m}} = \sqrt[3]{D_{\mathrm{ab}}D_{\mathrm{bc}}D_{\mathrm{ca}}} = \sqrt[3]{13000\times13000\times2\times13000} = 16380(\mathrm{mm})$$

$$r_{\mathrm{eq}} = \sqrt[4]{rd_{12}d_{13}d_{14}} = \sqrt[4]{12.13\times450\times450\times\sqrt{2}\times450} = 198.8(\mathrm{mm})$$

$$x_1 = 0.1445\lg\frac{D_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{eq}}}+\frac{0.0157}{n} = 0.1445\lg\frac{16380}{198.8}+\frac{0.0157}{4} = 0.281(\Omega/\mathrm{km})$$

$$b_1=\frac{7.58}{\lg\frac{D_m}{r_{eq}}}\times10^{-6}=\frac{7.58}{\lg\frac{16380}{198.8}}\times10^{-6}=3.956\times10^{-6}(\text{S/km})$$

取 $m_1=0.9$，$m_2=1.0$，$\delta=1.0$，计算 $U_{cr}$。而为此，先计算 $K_m$

$$K_m=1+2(n-1)\frac{r}{d}\sin\frac{\pi}{n}=1+2\times(4-1)\times\frac{1.213}{45}\sin\frac{\pi}{4}=1.114$$

于是

$$\begin{aligned}U_{cr}&=49.3m_1m_2\delta r\frac{n}{K_m}\lg\frac{D_m}{r_{eq}}\\&=49.3\times0.9\times1.0\times1.0\times1.213\times\frac{4}{1.114}\lg\frac{1638}{19.88}=370.3(\text{kV})\end{aligned}$$

边相，1.06×370.3=392.5（kV）；中间相，0.96×370.3=355.4（kV）。

设线路的实际运行相电压为 $525/\sqrt{3}=303.1$（kV），则由 $U_{cr}>U_{ph}$ 可见，线路不会发生电晕，取 $g_1=0$。

1. 不考虑线路的分布参数特性时

$$R=r_1l=0.02625\times600=15.75(\Omega)$$
$$X=x_1l=0.281\times600=168.6(\Omega)$$
$$B=b_1l=3.956\times10^{-6}\times600=2.374\times10^{-3}(\text{S})$$
$$\frac{B}{2}=\frac{1}{2}\times2.374\times10^{-3}=1.187\times10^{-3}(\text{S})$$

按此可作等值电路，如图 2-42（a）所示。

2. 近似考虑线路的分布参数特性时

$$k_r=1-x_1b_1\frac{l^2}{3}=1-0.281\times3.956\times10^{-6}\times\frac{600^2}{3}=0.867$$

$$k_x=1-\left(x_1b_1-\frac{r_1^2b_1}{x_1}\right)\frac{l^2}{6}=1-\left(0.281\times3.956\times10^{-6}-\frac{0.02625^2\times3.956\times10^{-6}}{0.281}\right)\times\frac{600^2}{6}=0.934$$

$$k_b=1+x_1b_1\frac{l^2}{12}=1+0.281\times3.956\times10^{-6}\times\frac{600^2}{12}=1.033$$

于是

$$k_rR=0.867\times15.75=13.65(\Omega)$$
$$k_xX=0.934\times168.6=157.50(\Omega)$$
$$k_bB=1.033\times2.374\times10^{-3}=2.452\times10^{-3}(\text{S})$$
$$\frac{1}{2}k_bB=\frac{1}{2}\times2.452\times10^{-3}=1.226\times10^{-3}(\text{S})$$

按此可作等值电路，如图 2-42（b）所示。

3. 精确考虑线路的分布参数特性时

先求取 $Z_c$、$\gamma l$。而为此，需先求取

$$z_1=r_1+\text{j}x_1=0.02625+\text{j}0.281=0.282\angle84.66^\circ(\Omega/\text{km})$$
$$y_1=\text{j}b_1=\text{j}3.956\times10^{-6}=3.956\times10^{-6}\angle90^\circ(\text{S/km})$$

由此可得

$$Z_c=\sqrt{z_1/y_1}=\sqrt{\frac{0.282}{3.956\times10^{-6}}}\angle\frac{84.66^\circ-90^\circ}{2}=267.1\angle-2.67^\circ(\Omega)$$

$$\begin{aligned}\gamma l&=\sqrt{z_1y_1}\,l=600\sqrt{0.282\times3.956\times10^{-6}}\angle\frac{84.66^\circ+90^\circ}{2}\\&=0.634\angle87.33^\circ=0.0295+\text{j}0.633=\alpha l+\text{j}\beta l\end{aligned}$$

将 $\sinh\gamma l$、$\cosh\gamma l$ 展开（需注意，$\beta l$ 的单位为 rad）。

$$\begin{aligned}\sinh\gamma l &= \sinh(\alpha l + \mathrm{j}\beta l) = \sinh(0.0295 + \mathrm{j}0.633)\\ &= \sinh 0.0295\cos 0.633 + \mathrm{j}\cosh 0.0295\sin 0.633\\ &= 0.0295 \times 0.806 + \mathrm{j}1.0004 \times 0.592 = 0.0238 + \mathrm{j}0.592\\ &= 0.593\angle 87.7^\circ\\ \cosh\gamma l &= \cosh(\alpha l + \mathrm{j}\beta l) = \cosh(0.0295 + \mathrm{j}0.633)\\ &= \cosh 0.0295\cos 0.633 + \mathrm{j}\sinh 0.0295\sin 0.633\\ &= 1.004 \times 0.806 + \mathrm{j}0.0295 \times 0.592 = 0.806 + \mathrm{j}0.0175 = 0.806\angle 1.24^\circ\end{aligned}$$

最后可求取 $Z'$、$Y'$

$$\begin{aligned}Z' &= Z_c \sinh\gamma l = 267.1\angle -2.67^\circ \times 0.593\angle 87.7^\circ = 158.4\angle 85.03^\circ\\ &= 13.72 + \mathrm{j}157.80(\Omega)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{Y'}{2} &= \frac{1}{Z_c} \times \frac{\cosh\gamma l - 1}{\sinh\gamma 1} = \frac{0.806 + \mathrm{j}0.0175 - 1}{267.1\angle -2.67^\circ \times 0.593\angle 87.7^\circ}\\ &= \frac{0.195\angle 174.85^\circ}{158.4\angle 85.03^\circ} = 0.001230\angle 89.82^\circ \approx \mathrm{j}1.230 \times 10^{-3}(\mathrm{S})\end{aligned}$$

按此可作等值电路，如图 2-42（c）所示。

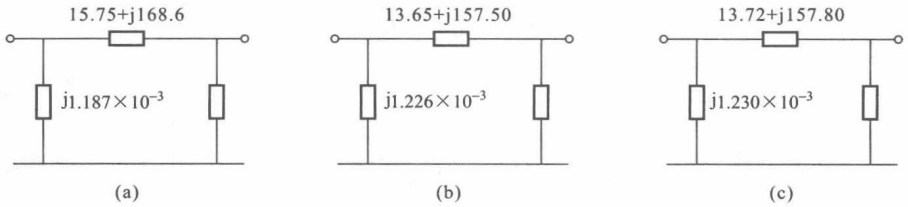



图 2-42　电力线路的等值电路

（a）最粗略；（b）经修正；（c）最精确

比较这三种等值电路可见，对于这种长度超过 500km 的线路，如不考虑其分布参数特性，将给计算结果带来相当大的误差，其中电阻最大，误差大于 10%，电抗次之，电纳更次之。但也可见，近似考虑其分布参数特性，即可得足够精确的结果。而重要的是，这种近似考虑仅需作简单的算术运算，不必像精确考虑线路分布参数时那样，要进行复数和双曲函数计算。

3. 波阻抗和自然功率

长线路或分布参数电路的特性阻抗和传播系数是两个很有用的概念，它们常被用以估计超高压线路的运行特性。而由于超高压线路的电阻往往远小于电抗，电导则可略去不计，运用这些概念作粗略估计时，可设 $r_1=0$，$g_1=0$。显然，采用这些假设就相当于设线路上没有有功功率损耗，而对于这种“无损耗”线路，特性阻抗和传播系数将分别具有如下形式

$$Z_c = \sqrt{L_1/C_1}; \qquad \gamma = \mathrm{j}\omega\sqrt{L_1 C_1}$$

不难发现，这时的特性阻抗将是一个纯电阻，常称波阻抗；而这时的传播系数则仅有虚部 $\beta$，称相位系数。

如进一步不计架空线路的内部磁场，则有 $L_1 = 2\times 10^{-7}\ln\frac{D_m}{r}$，$C_1 = 1/(1.8\times 10^{10}\ln D_m/r)$。以此代入波阻抗和相位系数的表示式，可得 $Z_c$（Ω）和 $\beta$（rad/m）

$$\left.\begin{aligned}Z_c &= \sqrt{L_1/C_1} = 60\ln\frac{D_m}{r} = 138.2\lg\frac{D_m}{r}\\ \beta &= \omega\sqrt{L_1 C_1} = \omega/(3\times 10^8)\end{aligned}\right\} \tag{2-60}$$

与波阻抗密切相关的另一概念是自然功率，也称波阻抗负荷。所谓自然功率，是指负荷阻抗为波阻抗时，该负荷所消耗的功率。如负荷端电压为线路额定电压，则相应的自然功率为

$$S_n = P_n = U_N^2/Z_c \tag{2-61}$$

由于这时的 $Z_c$ 为纯电阻，相应的自然功率显然为纯有功功率。

电力线路的波阻抗变动幅度不大，单导线架空线路约为 385～415Ω；两分裂导线约为 285～305Ω；三分裂导线约为 275～285Ω；四分裂导线约为 255～265Ω；电缆线路则小得多，仅为 30～50Ω。于是，如 220kV 线路采用单导线，波阻抗为 400Ω，则自然功率约为 120MW；500kV 线路采用四分裂导线，波阻抗为 260Ω，则自然功率约为 1000MW。

无损耗线路末端连接的负荷阻抗为波阻抗时，由式（2-52）可得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta l & \mathrm{j}Z_c\sin\beta l \\ \mathrm{j}\dfrac{\sin\beta l}{Z_c} & \cos\beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

计及 $\dot{U}_2 = Z_c\dot{I}_2$，又可得

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (\cos\beta l + \mathrm{j}\sin\beta l)\dot{U}_2 = \dot{U}_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta l} \\ \dot{I}_1 &= (\cos\beta l + \mathrm{j}\sin\beta l)\dot{I}_2 = \dot{I}_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta l} \end{aligned}\right\} \tag{2-62}$$

由上两式可见，这时，线路始端、末端乃至线路上任何一点的电压大小都相等，而功率因数则都等于 1。至于线路两端电压的相位差则正比于线路长度，相应的比例系数就是相位系数 $\beta$。

由于 $\beta=\omega/(3\times10^8)$，而 $\omega=2\pi f$，当 $f=50\mathrm{Hz}$ 时

$$\beta = \omega/(3\times10^8) = 2\pi/(6\times10^6)(\mathrm{rad/m}) = 2\pi/6000(\mathrm{rad/km})$$

由此又可见，线路长度为 1500km 时，始末端电压的相位差为 $\pi/2$；而线路长度为 $f=50\mathrm{Hz}$ 时的全波长 6000km 时，始末端的电压再度重合。此外，因电磁波在空气（真空）中的传播速度为 $\omega/\beta$，即这一速度就等于 $3\times10^8\mathrm{m/s}$ 或 300000km/s。

这些结论虽极简单，却很实用。因如前所述，超高压线路的电阻相对很小而电导又可忽略，它们大致接近于无损耗线路，在粗略估计它们的运行特性时，可参考上列结论。例如，长度超过 300km 的 500kV 线路，输送的功率常约等于自然功率 1000MW，因而线路末端电压往往接近始端；相似地，输送功率大于自然功率时，线路末端电压将低于始端；反之，小于自然功率时，末端电压将高于始端；等等。

## 第四节　负荷的运行特性和数学模型

### 一、负荷和负荷曲线

1. 电力系统的负荷

电力系统的总负荷就是系统中千万个用电设备消耗功率的总和。它们大致分异步电功机、同步电动机、电热电炉、整流设备、照明设备等若干类。在工业、农业等不同类别中，甚至同一类别的不同行业中，这些用电设备所占比重也不同。

将工业、农业、邮电、交通、市政、商业以及城乡居民所消耗的功率相加，就可得所谓电力系统的综合用电负荷。综合用电负荷加网络中损耗的功率就是系统中各发电厂应供应的

功率，因而称电力系统的供电负荷。供电负荷再加各发电厂本身消耗的功率即厂用电，就是系统中各发电机应发的功率，称电力系统的发电负荷。

电力系统负荷的运行特性广义地可分两大类，即负荷随时间而变化的规律——负荷曲线和负荷随电压或频率而变化的规律——负荷特性。下面分别讨论这两类负荷运行特性。

2. 负荷曲线

负荷曲线反映了某一时间段内负荷随时间而变化的规律。按负荷种类分，可分为有功功率负荷曲线和无功功率负荷曲线；按时间段长短分，可分为日负荷和年负荷曲线；按计量地点分，可分为个别用户、电力线路、变电站、发电厂乃至整个系统的负荷曲线。将上述三种特征相组合，就确定了某一种特定的负荷曲线，例如，电力系统的有功功率日负荷曲线。图 2-43 所示就是这一种负荷曲线。为掌握电力系统的运行，这种负荷曲线很有用，因为它是制订各发电厂发电负荷计划的依据。

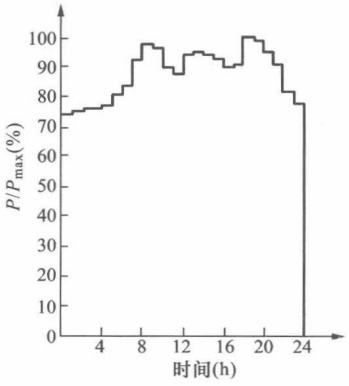



图 2-43　电力系统有功功率日负荷曲线（春季）

虽然电力系统有功功率日负荷曲线上的最大、最小值之差（即所谓峰谷差）并不很大，但个别行业的这种负荷曲线却可能有很大的峰谷差。这是因为负荷随时间而变化的规律取决于行业的生产制度。例如，图 2-44（a）所示钢铁工业的负荷曲线很平坦，最小负荷达最大负荷的 85%，因为钢铁工业属三班制连续生产的重工业。又如，图 2-44（b）所示一班制的食品工业负荷曲线，变化幅度就很大，最小负荷仅达最大负荷的 13%～14%。农业负荷中，如图 2-44（c）所示的农村加工负荷，每天用电仅 12h；但仅在夏季出现的农业排灌负荷，却有相当平坦的日负荷曲线。市政、商业和生活用电负荷曲线如图 2-44（d）所示，其特点是有明显的照明用电高峰。至于电力系统负荷曲线之所以依旧相对平坦，是由于不同行业负荷曲线的高峰不可能都同时出现。换言之，系统负荷曲线上的最大值恒小于各行业负荷曲线上最大值之和。各行业最大负荷相加后，应乘以小于 1.0 的“同时系数”才为系统的最大综合用电负荷。

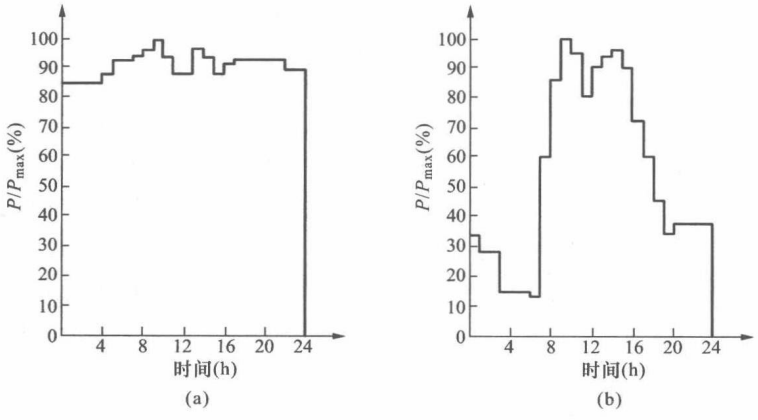



图 2-44　几种行业的有功功率日负荷曲线（冬季）（一）

（a）钢铁工业负荷；（b）食品工业负荷

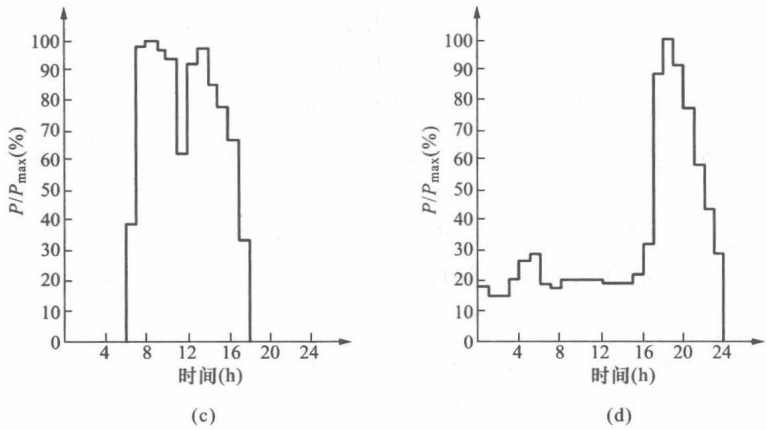



图 2-44　几种行业的有功功率日负荷曲线（冬季）（二）

（c）农村加工负荷；（d）市政、商业和生活用电负荷

无功功率日负荷曲线的用途较小。图 2-45 中，作出了同一电力系统同一天的有功功率、无功功率日负荷曲线。对照这两种负荷曲线可见，无功功率与有功功率的最大负荷不一定同时出现。这一情况在作系统的无功功率平衡时十分重要。

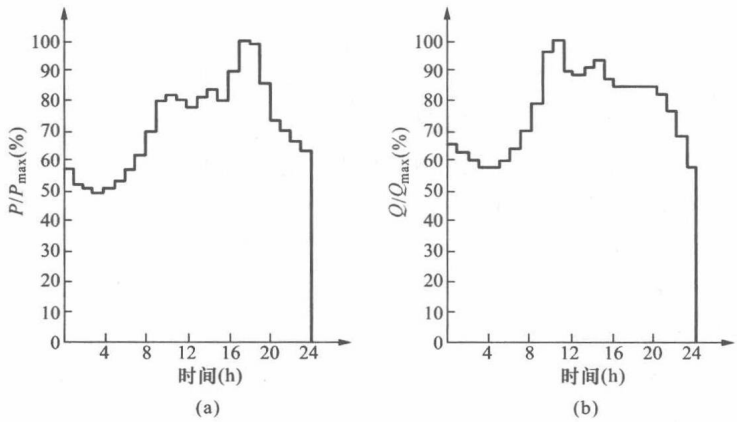



图 2-45　电力系统的日负荷曲线

（a）有功功率负荷；（b）无功功率负荷

有功功率年负荷曲线一般是指年最大负荷曲线，即表示一年内每月最大有功功率负荷变化的曲线。在农业排灌等季节性负荷所占比重不大的系统中，如不计因新用户接入而引起的负荷增长，它大体如余弦曲线（图 2-46 中曲线 1）。假设因新用户接入而引起的负荷增长随时间按比例增加（图 2-46 中直线 2），则年最大负荷曲线将如图 2-46 中曲线 3。显然，这种负荷曲线的峰谷差就取决于夏季季节性负荷的大小（图 2-46 中曲线 4）。这种季节性负荷足够大时，曲线上的低谷就将消失。而这种季节性负荷很大时，甚至可能出现夏季负荷大于冬季的情况，如图 2-46 中曲线 5 所示。我国南方某些电力系统中，这类情况屡见不鲜。有功功率年负荷曲线常用于制订发电设备的检修计划。

## 二、负荷的静态特性和数学模型

### 1. 负荷的静态特性

负荷特性是指负荷功率随负荷端电压或系统频率变化而变化的规律，因而有电压特性和

频率特性之分。它们又都可进一步分为静态特性和动态特性两类。前者指电压或频率变化后进入稳态时负荷功率与电压或频率的关系；后者则指电压或频率急剧变化过程中负荷功率与电压或频率的关系。显然，由于负荷有功功率和无功功率的变化规律不同，负荷特性还应分有功功率特性和无功功率特性两种。将上述三种特征相结合，就确定了某一种特定的负荷特性，例如，无功功率静态电压特性、有功功率静态频率特性。本书将仅涉及这些静态特性。

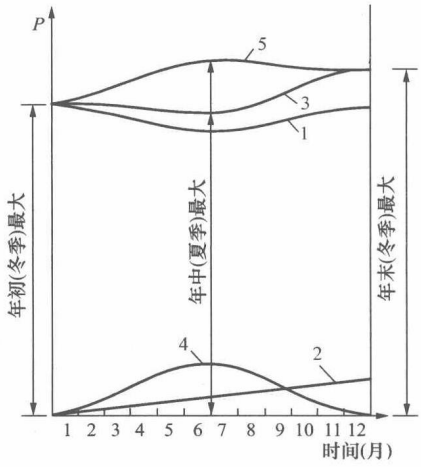



图 2-46　电力系统的有功功率年负荷曲线

1、3、5—年负荷曲线；2—新用户负荷曲线；4—季节性负荷曲线

如同负荷曲线取决于各行业的生产制度那样，负荷特性则取决于各行业负荷中各类用电设备的比重。表 2-3 中给出了几种工业部门用电设备比重的统计。由表可见，棉纺工业的负荷特性几乎就是异步电动机的特性，电化厂的负荷特性大体可以整流设备的特性为代表，钢铁工业的负荷特性主要取决于电热电炉的特性，等等。

**表 2-3　　几种工业部门用电设备比重的统计**

| 类型 / 比重（%） | 综合性中小工业 | 棉纺工业 | 石油工业 | 化学工业（化肥厂、焦化厂） | 化学工业（电化厂） | 大型机械加工工业 | 钢铁工业 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 异步电动机 | 79.1 | 99.8 | 81.6 | 56.0 | 13.0 | 82.5 | 20.0 |
| 同步电动机 | 3.2 | | 18.4 | 44.0 | | 1.3 | 10.0 |
| 电热电炉 | 17.7 | 0.2 | | | | 15.0 | 70.0 |
| 整流设备 | | | | | 87.0 | 1.2 | |

注　1. 比重按功率计。
　　2. 照明设备的比重很小未统计在内。

图 2-47、图 2-48 中分别作出了表 2-3 中部分工业负荷的实测静态电压特性和静态频率特性。

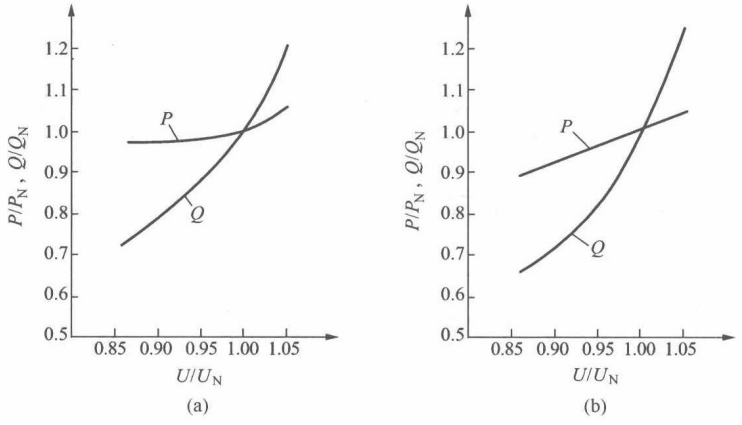



图 2-47　几种工业负荷的静态电压特性（一）

（a）综合性中小工业；（b）石油工业

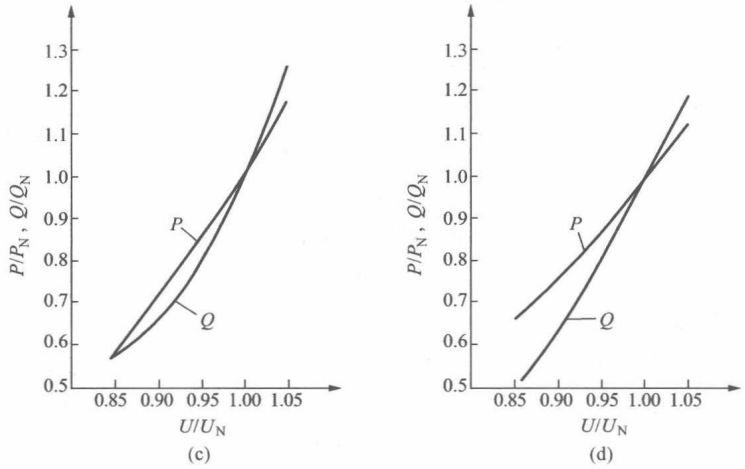



图 2-47　几种工业负荷的静态电压特性（二）

（c）化学工业（电化厂）；（d）钢铁工业

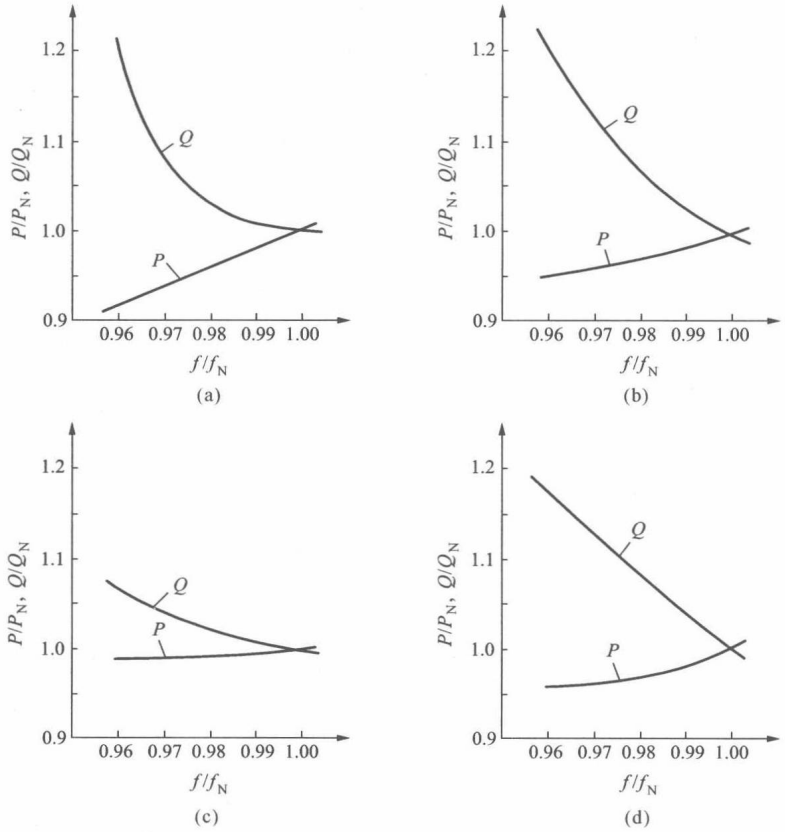



图 2-48　几种工业负荷的静态频率特性

（a）综合性中小工业；（b）石油工业；（c）化学工业（电化厂）；（d）大型机械加工工业

由图可见，随着电压的下降，这些负荷的有功功率和无功功率都将减小；随着频率的下降，这些负荷的有功功率仍将减小，但无功功率却将增大。

综合各行业的负荷特性就可得综合负荷的特性。图 2-49 所示就是一个工业城市的综合负

荷静态特性。

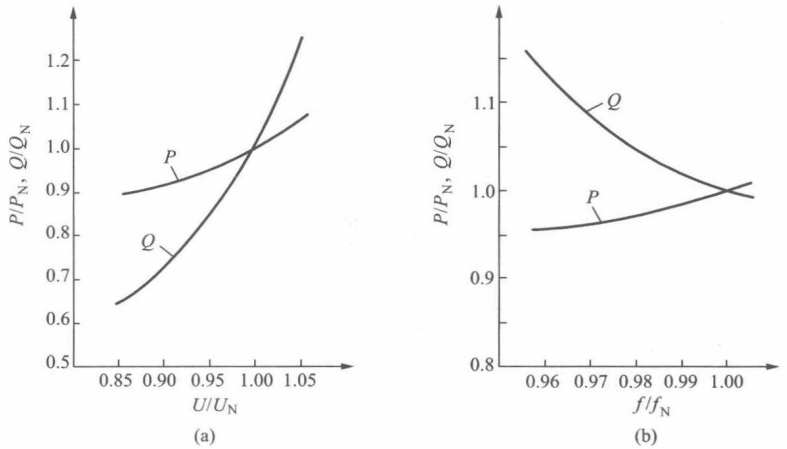



图 2-49　工业城市综合负荷静态特性

（a）静态电压特性；（b）静态频率特性

2. 负荷的数学模型

在电力系统的稳态分析中，负荷的数学模型最简单，就是以给定的有功功率和无功功率表示。只有在对计算精度要求较高时，才需计及负荷的静态特性。

负荷的静态特性可以超越函数或多项式表示，如静态电压特性可为

$$P = P_N\left(\frac{U}{U_N}\right)^p; Q = Q_N\left(\frac{U}{U_N}\right)^q \tag{2-63}$$

也可表示为

$$\left\{\begin{aligned} P &= P_N\left[a_p + b_p\left(\frac{U}{U_N}\right) + c_p\left(\frac{U}{U_N}\right)^2 + \cdots\right] \\ Q &= Q_N\left[a_q + b_q\left(\frac{U}{U_N}\right) + c_q\left(\frac{U}{U_N}\right)^2 + \cdots\right] \end{aligned}\right\} \tag{2-64}$$

式中　$P_N$、$Q_N$——在额定电压 $U_N$ 下的有功功率、无功功率负荷；

$P$、$Q$——电压偏离额定值时的有功功率、无功功率负荷；

$p$、$q$、$a_p$、$a_q$、$b_p$、$b_q$、$c_p$、$c_q$…——待定系数，数值可通过拟合相应的特性曲线而得。

例如，由图 2-47（b）中曲线可得

$$P = P_N\left[0.624 + 0.46\left(\frac{U}{U_N}\right) - 0.084\left(\frac{U}{U_N}\right)^2\right]$$

$$Q = Q_N\left[10.608 - 23.390\left(\frac{U}{U_N}\right) + 13.782\left(\frac{U}{U_N}\right)^2\right]$$

又如，由图 2-49（a）中曲线可得

$$P = P_N\left[0.15 + 0.85\left(\frac{U}{U_N}\right)\right]; Q = Q_N\left(\frac{U}{U_N}\right)^{3.15}$$

相似地，可由图 2-48（b）和图 2-49（b）得

$$P = P_N\left[-24.362 + 50.216\left(\frac{f}{f_N}\right) - 24.854\left(\frac{f}{f_N}\right)^2\right]$$

$$Q = Q_N\left[125.31 - 248.58\left(\frac{f}{f_N}\right) + 124.27\left(\frac{f}{f_N}\right)^2\right]$$

以及

$$P = P_N\left[-0.3+1.3\left(\frac{f}{f_N}\right)\right];Q = Q_N\left(\frac{f}{f_N}\right)^{-(1.9\sim2.2)}$$

附带指出，一般情况下，以含有高次项的多项式表示静态特性较以超越函数表示时适用的范围宽。

## 第五节　电力网络的数学模型

根据电力系统中各元件的数学模型的连接方式或拓扑关系，便可建立电力网络乃至电力系统的数学模型。但在此之前，还需解决两个问题，即标幺值的折算和电压级的归算问题。

### 一、标幺制及其应用

1. 有名制和标幺制

进行电力系统计算时，除采用有单位的阻抗、导纳、电压、电流、功率等进行运算外，还可采用没有单位的阻抗、导纳、电压、电流、功率等的相对值进行运算。前者称有名制，后者称标幺制。标幺制之所以能在相当宽广的范围内取代有名制，是由于标幺制具有计算结果清晰、便于迅速判断计算结果的正确性、可大量简化计算等优点。

标幺制中，上述各量都以相对值出现，因此必然要有所相对的基准，即所谓基准值。标幺值、有名值、基准值之间应有如下关系

$$\text{标幺值} = \frac{\text{有名值}(\Omega、\text{S}、\text{kV}、\text{kA}、\text{MVA 等})}{\text{基准值}(\text{与相应有名值单位相同})} \tag{2-65}$$

根据式（2-65），并计及三相对称系统中，线电压为相电压的$\sqrt{3}$倍，三相功率为单相功率的 3 倍，如取线电压的基准值为相电压基准值的$\sqrt{3}$倍，三相功率的基准值为单相功率基准值的 3 倍，则线电压和相电压的标幺值数值相等，三相功率和单相功率的标幺值数值相等。而通过运算将会发现，标幺制的这一特点也是它的一个优点。

基准值的单位应与有名值的单位相同，是选择基准值的一个限制条件。选择基准值的另一个限制条件是阻抗、导纳、电压、电流、功率的基准值之间也应符合电路的基本关系。如阻抗、导纳的基准值为每相阻抗、导纳；电压、电流的基准值为线电压、线电流；功率的基准值为三相功率，则这些基准值之间应有如下关系

$$\left.\begin{aligned} S_B &= \sqrt{3}U_B I_B \\ U_B &= \sqrt{3}I_B Z_B \\ Z_B &= \frac{1}{Y_B} \end{aligned}\right\} \tag{2-66}$$

式中　$Z_B$、$Y_B$——每相阻抗、导纳的基准值；

$U_B$、$I_B$——线电压、线电流的基准值；

$S_B$——三相功率的基准值。

由此可见，五个基准值中只有两个可以任意选择，其余三个必须根据上列关系派生。通常是，先选定三相功率和线电压的基准值 $S_B$、$U_B$，然后按上列关系式求出每相阻抗、导纳和线电流的基准值

$$\left.\begin{aligned} Z_B &= \frac{U_B^2}{S_B} \\ Y_B &= \frac{S_B}{U_B^2} \\ I_B &= \frac{S_B}{\sqrt{3}U_B} \end{aligned}\right\} \tag{2-67}$$

功率的基准值往往就取系统中某一发电厂的总功率或系统的总功率，也可取某发电机或变压器的额定功率，有时也取某一个整数，如 100、1000MV·A 等。电压的基准值往往就取参数和变量都将向其归算的该级额定电压。例如，拟将参数和变量都归算至 220kV 电压侧，则基准电压便取 220kV。

2. 有名值的电压级归算

无论采用有名制或标幺制，对于多电压级网络，都需将参数或变量归算至同一电压级——基本级。通常取网络中最高电压级为基本级。有名值归算时按下式计算

$$\left.\begin{aligned} R &= R'(k_1k_2k_3\cdots)^2 \\ X &= X'(k_1k_2k_3\cdots)^2 \end{aligned}\right\} \tag{2-68}$$

$$\left.\begin{aligned} G &= G'\left(\frac{1}{k_1k_2k_3\cdots}\right)^2 \\ B &= B'\left(\frac{1}{k_1k_2k_3\cdots}\right)^2 \end{aligned}\right\} \tag{2-69}$$

相应地

$$U = U'(k_1k_2k_3\cdots) \tag{2-70}$$

$$I = I'\left(\frac{1}{k_1k_2k_3\cdots}\right) \tag{2-71}$$

式中　$k_1$、$k_2$、$k_3$…——变压器的变比；

$R'$、$X'$、$G'$、$B'$、$U'$、$I'$——归算前电阻、电抗、电导、电纳和相应的电压、电流的值；

$R$、$X$、$G$、$B$、$U$、$I$——归算后的值。

式中的变比应取从基本级到待归算级。例如，图 2-50 中，如需将 10kV 侧的参数和变量归算至 500kV 侧，则变压器 T-1、T-2、T-3 的变比 $k_1$、$k_2$、$k_3$ 应分别取 35/11、110/38.5、500/121，即变比的分子为基本级一侧的电压，分母为待归算级一侧的电压。

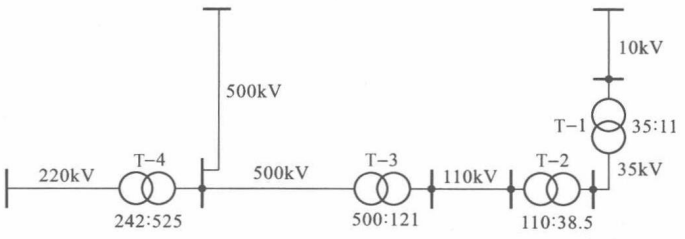



图 2-50　多电压级网络

3. 标幺值的电压级归算

多电压级网络中，标幺值的电压级归算有两条不同途径：

(1) 将网络各元件阻抗、导纳以及网络中各点电压、电流的有名值都归算到同一电压级

即基本级，然后除以与基本级相对应的阻抗、导纳、电压、电流基准值，即

$$\left.\begin{aligned} Z_* &= \frac{Z}{Z_B} = Z\frac{S_B}{U_B^2} \\ Y_* &= \frac{Y}{Y_B} = Y\frac{U_B^2}{S_B} \\ U_* &= \frac{U}{U_B} \\ I_* &= \frac{I}{I_B} = I\frac{\sqrt{3}U_B}{S_B} \end{aligned}\right\} \tag{2-72}$$

式中 $Z_*$、$Y_*$、$U_*$、$I_*$——阻抗、导纳、电压、电流的标幺值；

$Z$、$Y$、$U$、$I$——归算到基本级的阻抗、导纳、电压、电流的有名值；

$Z_B$、$Y_B$、$U_B$、$I_B$、$S_B$——与基本级相对应的阻抗、导纳、电压、电流、功率的基准值。

（2）将未经归算的各元件阻抗、导纳以及网络中各点电压、电流的有名值除以由基本级归算到这些量所在电压级的阻抗、导纳、电压、电流基准值，即

$$\left.\begin{aligned} Z_* &= \frac{Z'}{Z'_B} = Z'\frac{S'_B}{U'^2_B} \\ Y_* &= \frac{Y'}{Y'_B} = Y'\frac{U'^2_B}{S'_B} \\ U_* &= \frac{U'}{U'_B} \\ I_* &= \frac{I'}{I'_B} = I'\frac{\sqrt{3}U'_B}{S'_B} \end{aligned}\right\} \tag{2-73}$$

式中 $Z_*$、$Y_*$、$U_*$、$I_*$——阻抗、导纳、电压、电流的标幺值；

$Z'$、$Y'$、$U'$、$I'$——未经归算的阻抗、导纳、电压、电流的有名值；

$Z'_B$、$Y'_B$、$U'_B$、$I'_B$、$S'_B$——由基本级归算到 $Z'$、$Y'$、$U'$、$I'$ 所在电压级的阻抗、导纳、电压、电流、功率的基准值。

这里，$Z$、$Y$、$U$、$I$ 与 $Z'$、$Y'$、$U'$、$I'$ 的关系如式（2-68）～式（2-71）所示，而 $Z_B$、$Y_B$、$U_B$、$I_B$、$S_B$ 与 $Z'_B$、$Y'_B$、$U'_B$、$I'_B$、$S'_B$ 的关系则为

$$\left.\begin{aligned} Z'_B &= Z_B\left(\frac{1}{k_1k_2k_3\cdots}\right)^2 \\ Y'_B &= Y_B(k_1k_2k_3\cdots)^2 \\ U'_B &= U_B\left(\frac{1}{k_1k_2k_3\cdots}\right) \\ I'_B &= I_B(k_1k_2k_3\cdots) \\ S'_B &= S_B \end{aligned}\right\} \tag{2-74}$$

式（2-74）中的最后一式表明基准功率不存在不同电压级之间的归算问题，因 $\sqrt{3}U_BI_B=\sqrt{3}U'_BI'_B$。

由式（2-72）、式（2-73）可见，这两种方法殊途同归，所得各量的标幺值毫无差别。例如，设图 2-50 中选定基本级为 500kV 级、基准功率为 1000MVA，与这基本级对应的基准电压为 500kV；设图中 10kV 线路未经归算的阻抗为 $Z'=0.62\Omega$，归算至 500kV 基本级后为

$$Z = Z'(k_1k_2k_3)^2 = 0.62\times\left(\frac{35}{11}\times\frac{110}{38.5}\times\frac{500}{121}\right)^2 = 874.93(\Omega)$$

按第一种方法求其标幺值时，先求与 500kV 基本级对应的阻抗基准值

$$Z_B = U_B^2/S_B = 500^2/1000 = 250(\Omega)$$

然后将归算至 500kV 基本级的 $Z$ 除以这个 $Z_B$，可得

$$Z_* = Z/Z_B = 874.93/250 = 3.50$$

按第二种方法求其标幺值时，先将基准电压由 500kV 基本级归算至线路所在的 10kV 级

$$U_B' = U_B/(k_1k_2k_3) = 500 \times \left(\frac{11}{35} \times \frac{38.5}{110} \times \frac{121}{500}\right) = 13.31(\text{kV})$$

再求归算至 10kV 级的阻抗基准值

$$Z_B' = U_B'^2/S_B = 13.31^2/1000 = 0.1772(\Omega)$$

最后将未经归算的 $Z'$ 除以这个 $Z_B'$，也可得

$$Z_* = Z'/Z_B' = 0.62/0.1772 = 3.50$$

**【例 2-6】** 电力网络接线如图 2-51 所示，图中各元件的技术数据见表 2-4。试分别采用有名制和标幺制将该网络归算至 220kV 侧的等值电路或数学模型。作等值电路时，变压器的电阻、导纳，线路 $l$-1、$l$-2 的电导，线路 $l$-3、$l$-4 的导纳都可略去。

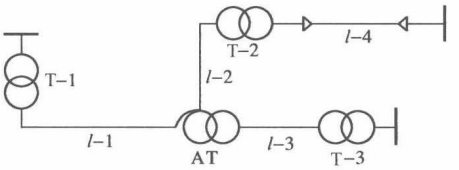



图 2-51　电力网络接线图

**表 2-4**　　**电力网络各元件技术数据**

| 符号 | 名称 | 容量(MVA) | 电压（kV） | $U_k$% | $P_k$（kW） | $I_0$% | $P_0$（kW） | 备注 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T-1 | 变压器 | 180 | 13.8/242 | 14 | 1005 | 2.5 | 294 | |
| T-2 | 变压器 | 60 | 110/11 | 10.5 | 310 | 2.5 | 130 | |
| T-3 | 变压器 | 15 | 35/6.6 | 8 | 122 | 3 | 39 | |
| AT | 自耦变压器 | 120 | 220/121/38.5 | 9（1—2）<br>30（3—1）<br>20（2—3） | 228（1）<br>202（2）<br>98（3） | 1.4 | 185 | $U_k$%已归算至额定容量 |
| 符号 | 名称 | 标号 | 长度（km） | 电压（kV） | 电阻(Ω/km) | 电抗(Ω/km) | 电纳(S/km) | 备注 |
| $l$-1 | 架空线路 | LGJ-400/50 | 150 | 220 | 0.08 | 0.406 | $2.81\times10^{-6}$ | |
| $l$-2 | 架空线路 | LGJ-300/40 | 60 | 110 | 0.105 | 0.383 | $2.98\times10^{-6}$ | |
| $l$-3 | 架空线路 | LGJ-185/30 | 13 | 35 | 0.17 | 0.38 | | |
| $l$-4 | 电缆线路 | ZLQ2-10/3×70 | 2.5 | 10 | 0.45 | 0.08 | | |

**解**　1. 采用有名制时

变压器 T-1 的电抗

$$X_{T1} = \frac{U_k\%U_N^2}{100S_N} = \frac{14 \times 242^2}{100 \times 180} = 45.6(\Omega)$$

线路 $l$-1 的电阻、电抗、电纳

$$R_{l1} = r_1 l = 0.08 \times 150 = 12(\Omega)$$

$$X_{l1} = x_1 l = 0.406 \times 150 = 60.9(\Omega)$$

$$\frac{1}{2}B_{l1} = \frac{1}{2}b_1 l = \frac{1}{2} \times 2.81 \times 10^{-6} \times 150 = 21.1 \times 10^{-5}(\text{S})$$

自耦变压器 AT 的电抗

$$U_{k1}\% = \frac{1}{2}(U_{k(1-2)})\% + U_{k(3-1)}\% - U_{k(2-3)}\% = \frac{1}{2}(9 + 30 - 20) = 9.5$$

$$U_{k2}\% = U_{k(1-2)}\% - U_{k1}\% = 9 - 9.5 = -0.5$$

$$U_{k3}\% = U_{k(3-1)}\% - U_{k1}\% = 30 - 9.5 = 20.5$$

$$X_{AT1} = \frac{U_{k1}\%U_N^2}{100S_N} = \frac{9.5 \times 220^2}{100 \times 120} = 38.3(\Omega)$$

$$X_{AT2} = \frac{U_{k2}\%U_N^2}{100S_N} = \frac{-0.5 \times 220^2}{100 \times 120} = -2.02(\Omega)$$

$$X_{AT3} = \frac{U_{k3}\%U_N^2}{100S_N} = \frac{20.5 \times 220^2}{100 \times 120} = 82.8(\Omega)$$

线路 $l$-3 的电阻、电抗

$$R_{l3} = r_1 l k_{AT(1-3)}^2 = 0.170 \times 13 \times \left(\frac{220}{38.5}\right)^2 = 72(\Omega)$$

$$X_{l3} = x_1 l k_{AT(1-3)}^2 = 0.380 \times 13 \times \left(\frac{220}{38.5}\right)^2 = 161(\Omega)$$

变压器 T-3 的电抗

$$X_{T3} = \frac{U_k\%U_N^2}{100S_N} k_{AT(1-3)}^2 = \frac{8 \times 35^2}{100 \times 15} \times \left(\frac{220}{38.5}\right)^2 = 213(\Omega)$$

线路 $l$-2 的电阻、电抗、电纳

$$R_{l2} = r_1 l k_{AT(1-2)}^2 = 0.105 \times 60 \times \left(\frac{220}{121}\right)^2 = 20.8(\Omega)$$

$$X_{l2} = x_1 l k_{AT(1-2)}^2 = 0.383 \times 60 \times \left(\frac{220}{121}\right)^2 = 75.8(\Omega)$$

$$\frac{1}{2}B_{l2} = \frac{1}{2}b_1 l \frac{1}{k_{AT(1-2)}^2} = \frac{1}{2} \times 2.98 \times 10^{-6} \times 60 \times \left(\frac{121}{220}\right)^2 = 27.0 \times 10^{-6}(S)$$

变压器 T-2 的电抗

$$X_{T2} = \frac{U_k\%U_N^2}{100S_N} k_{AT(1-2)}^2 = \frac{10.5 \times 110^2}{100 \times 60} \times \left(\frac{220}{121}\right)^2 = 70(\Omega)$$

线路 $l$-4 的电阻、电抗

$$R_{l4} = r_1 l (k_{T2} k_{AT(1-2)})^2 = 0.45 \times 2.5 \times \left(\frac{110 \times 220}{11 \times 121}\right)^2 = 372(\Omega)$$

$$X_{l4} = x_1 l (k_{T2} k_{AT(1-2)})^2 = 0.08 \times 2.5 \times \left(\frac{110 \times 220}{11 \times 121}\right)^2 = 66(\Omega)$$

至此，可运用求得的各元件参数，绘制采用有名制时电力网络的等值电路如图 2-52 所示。

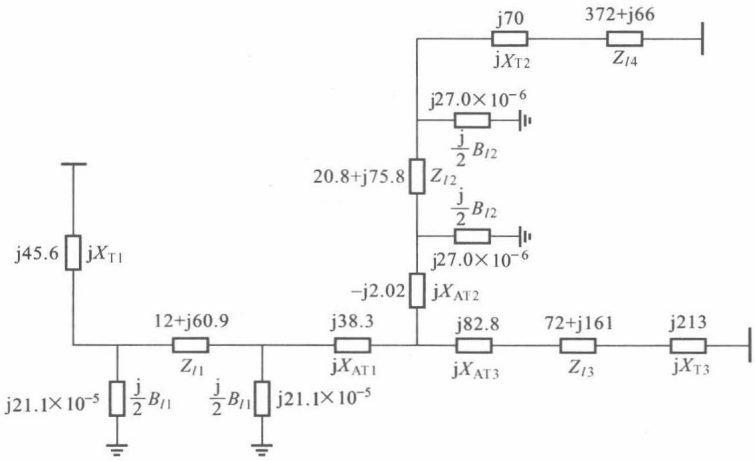



图 2-52 采用有名制时电力网络的等值电路

2. 采用标幺制时

取基准功率为 1000MVA，基准电压为 220kV，则由于以上计算中已求得归算至 220kV 侧的各元件阻抗、导纳，按第一种方法计算时可直接取

$$U_{B(220)} = 220\text{kV}$$

进行标幺值的折算。

按第二种方法计算时，可先求得归算至其他各级的电压基准值

$$U'_{B(220)} = 220\text{kV};U'_{B(110)} = U_B \frac{1}{k_{AT(1-2)}} = 220 \times \frac{121}{220} = 121(\text{kV})$$

$$U'_{B(35)} = U_B \frac{1}{k_{AT(1-3)}} = 220 \times \frac{38.5}{220} = 38.5(\text{kV})$$

$$U'_{B(10)} = U_B \frac{1}{k_{AT(1-2)} k_{T2}} = 220 \times \frac{121}{220} \times \frac{11}{110} = 12.1(\text{kV})$$

然后再进行标幺值的折算。

按这两种方法计算的具体过程见表 2-5。按表 2-5 就可绘制采用标幺制时电力网络的等值电路，如图 2-53 所示。

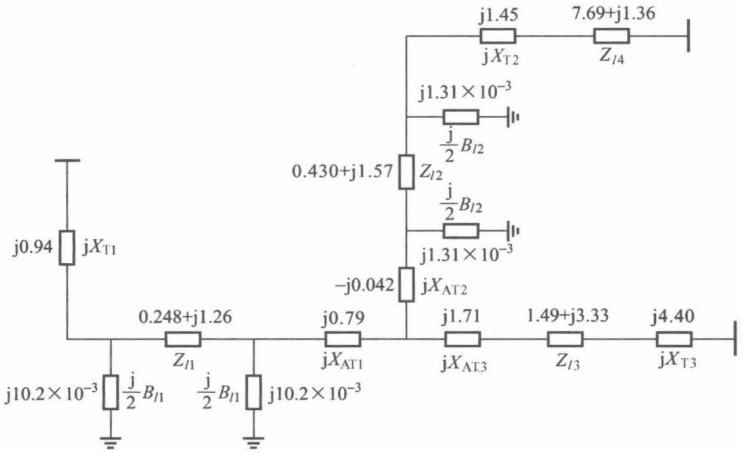



图 2-53　采用标幺制时电力网络的等值电路

**表 2-5　　电力网络各元件参数计算**

| 按第一种方法计算 | 按第二种方法计算 |
|---|---|
| 变压器 T-1 的电抗 | |
| $X_{T1*} = X_{T1} \frac{S_B}{U^2_{B(220)}} = 45.6 \times \frac{1000}{220^2} = 0.94$ | $X_{T1*} = \frac{U_k\% U_N^2 S_B}{100 U'^2_{B(220)} S_N} = \frac{14 \times 242^2 \times 1000}{100 \times 220^2 \times 180} = 0.94$ |
| 线路 $l$-1 的电阻、电抗、电纳 | |
| $R_{l1*} = R_{l1} \frac{S_B}{U^2_{B(220)}} = 12 \times \frac{1000}{220^2} = 0.248$<br>$X_{l1*} = X_{l1} \frac{S_B}{U^2_{B(220)}} = 60.9 \times \frac{1000}{220^2} = 1.26$<br>$\frac{1}{2} B_{l1*} = \frac{1}{2} B_{l1} \frac{U^2_{B(220)}}{S_B} = 21.1 \times 10^{-5} \times \frac{220^2}{1000} = 10.2 \times 10^{-3}$ | $R_{l1*} = r_1 l \frac{S_B}{U'^2_{B(220)}} = 0.08 \times 150 \times \frac{1000}{220^2} = 0.248$<br>$X_{l1*} = x_1 l \frac{S_B}{U'^2_{B(220)}} = 0.406 \times 150 \times \frac{1000}{220^2} = 1.26$<br>$\frac{1}{2} B_{l1*} = \frac{1}{2} b_1 l \frac{U'^2_{B(220)}}{S_B} = \frac{1}{2} \times 2.81 \times 10^{-6} \times 150 \times \frac{220^2}{1000} = 10.2 \times 10^{-3}$ |

续表

| 按第一种方法计算 | 按第二种方法计算 |
|---|---|
| 自耦变压器 AT 的电抗 | |
| $X_{AT1*}=X_{AT1}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=38.3\times\frac{1000}{220^2}=0.79$<br>$X_{AT2*}=X_{AT2}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=-2.02\times\frac{1000}{220^2}=-0.042$<br>$X_{AT3*}=X_{AT3}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=82.8\times\frac{1000}{220^2}=1.71$ | $X_{AT1*}=\frac{U_{k1}\%U_N^2S_B}{100U'^2_{B(220)}S_N}=\frac{9.5\times220^2\times1000}{100\times220^2\times120}=0.79$<br>$X_{AT2*}=\frac{U_{k2}\%U_N^2S_B}{100U'^2_{B(220)}S_N}=\frac{-0.5\times220^2\times1000}{100\times220^2\times120}=-0.042$<br>$X_{AT3*}=\frac{U_{k3}\%U_N^2S_B}{100U'^2_{B(220)}S_N}=\frac{20.5\times220^2\times1000}{100\times220^2\times120}=1.71$ |
| 线路 $l$-3 的电阻、电抗 | |
| $R_{l3*}=R_{l3}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=72\times\frac{1000}{220^2}=1.49$<br>$X_{l3*}=X_{l3}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=161\times\frac{1000}{220^2}=3.33$ | $R_{l3*}=r_1l\frac{S_B}{U'^2_{B(35)}}=0.170\times13\times\frac{1000}{38.5^2}=1.49$<br>$X_{l3*}=x_1l\frac{S_B}{U'^2_{B(35)}}=0.380\times13\times\frac{1000}{38.5^2}=3.33$ |
| 变压器 T-3 的电抗 | |
| $X_{T3*}=X_{T3}\frac{S_B}{U_{B220}^2}=213\times\frac{1000}{220^2}=4.40$ | $X_{T3*}=\frac{U_k^2\%U_N^2S_B}{100U'_{B(35)}S_N}=\frac{8\times35^2\times1000}{100\times38.5^2\times15}=4.40$ |
| 线路 $l$-2 的电阻、电抗、电纳 | |
| $R_{l2*}=R_{l2}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=20.8\times\frac{1000}{220^2}=0.430$<br>$X_{l2*}=X_{l2}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=75.8\times\frac{1000}{220^2}=1.57$<br>$\frac{1}{2}B_{l2*}=\frac{1}{2}B_{l2}\frac{U_{B(220)}^2}{S_B}=27.0\times10^{-6}\times\frac{220^2}{1000}$<br>$=1.31\times10^{-3}$ | $R_{l2*}=r_1l\frac{S_B}{U'^2_{B(110)}}=0.105\times60\times\frac{1000}{121^2}=0.430$<br>$X_{l2*}=x_1l\frac{S_B}{U'^2_{B(110)}}=0.383\times60\times\frac{1000}{121^2}=1.57$<br>$\frac{1}{2}B_{l2*}=\frac{1}{2}b_1l\frac{U'^2_{B(110)}}{S_B}=\frac{1}{2}\times2.98\times10^{-6}\times60$<br>$\times\frac{121^2}{1000}=1.31\times10^{-3}$ |
| 变压器 T-2 的电抗 | |
| $X_{T2*}=X_{T2}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=70\times\frac{1000}{220^2}=1.45$ | $X_{T2*}=\frac{U_k\%U_N^2S_B}{100U'^2_{B(110)}S_N}-=\frac{10.5\times110^2\times100}{100\times121^2\times60}=1.45$ |
| 线路 $l$-4 的电阻、电抗 | |
| $R_{l4*}=R_{l4}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=372\times\frac{1000}{220^2}=7.69$<br>$X_{l4*}=X_{l4}\frac{S_B}{U_{B(220)}^2}=66\times\frac{1000}{220^2}=1.36$ | $R_{l4*}=r_1l\frac{S_B}{U'^2_{B(10)}}=0.45\times2.5\times\frac{1000}{12.1^2}=7.69$<br>$X_{l4*}=x_1l\frac{S_B}{U'^2_{B(10)}}=0.08\times2.5\times\frac{1000}{12.1^2}=1.36$ |

## 二、等值变压器模型及其应用

### 1. 等值变压器模型

如上的讨论表明，不论采用有名制或标幺制，凡涉及多电压级网络的计算，都必须将网络中所有参数和变量归算至同一电压级。这是因为以 Γ 形或 T 形等值电路作变压器模型时，

这些等值电路模型并不能体现变压器实际具有的电压变换功能。下面将介绍另一种可等值地体现变压器电压变换功能的模型，它也是运用计算机进行电力系统分析时采用的变压器模型，虽然运用这种模型时并不排斥手算。既然这种模型可体现电压变换，在多电压级网络计算中采用这种变压器模型后，就可不必进行参数和变量的归算，这正是这种变压器模型的主要特点之一。下面详细介绍这种变压器模型。

首先，从一个未作电压级归算的简单网络入手。设图 2-54（a）、（b）中变压器的导纳或励磁支路和线路的导纳支路都可略去；设变压器两侧线路的阻抗都未经归算，即分别为高、低压侧或Ⅰ、Ⅱ侧线路的实际阻抗，变压器本身的阻抗则归在低压侧；设变压器的变比为 $k$，其值为高、低压绕组电压之比。

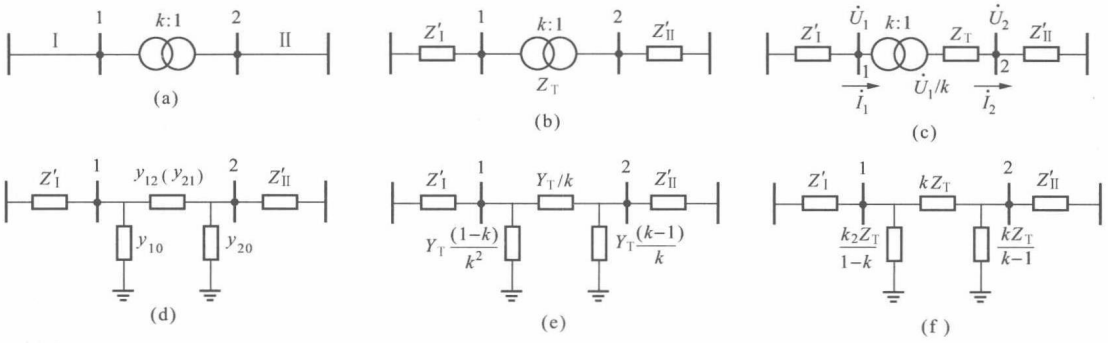



图 2-54　等值双绕组变压器模型

（a）原始多电压级网络；（b）接入理想变压器前的等值电路；（c）接入理想变压器后的等值电路；（d）变压器的Ⅱ形等值电路模型；（e）Ⅱ形等值电路支路以导纳表示时；（f）Ⅱ形等值电路支路以阻抗表示时

显然，在这些假设条件下，如在变压器阻抗 $Z_T$ 的左侧串联一变比为 $k$ 的理想变压器如图 2-54（c）所示，其效果就如同将变压器及其低压侧线路的阻抗都归算至高压侧，或将高压侧线路的阻抗归算至低压侧，从而实际上获得将所有参数和变量都归算在同一侧的等值网络。只要变压器的变比取的是实际变比，这一等值网络无疑是严格的。

由图 2-54（c）可见，流入理想变压器的功率为 $\widetilde{S}_1=\dot{U}_1\overset{*}{\dot{I}}_1$，流出理想变压器的功率为 $\widetilde{S}_2=\dot{U}_1\overset{*}{\dot{I}}_2/k$。流入、流出理想变压器的功率应相等，可得

$$\dot{U}_1\overset{*}{\dot{I}}_1=\dot{U}_1\dot{I}_2/k$$

从而

$$\dot{I}_1=\dot{I}_2/k \tag{2-75}$$

此外，由图 2-54（c）可直接列出

$$\dot{U}_1/k=\dot{U}_2+\dot{I}_2Z_T \tag{2-76}$$

联立解式（2-75）和式（2-76）可得

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_1&=\frac{\dot{U}_1}{Z_Tk^2}-\frac{\dot{U}_2}{Z_Tk}\\ \dot{I}_2&=\frac{\dot{U}_1}{Z_Tk}-\frac{\dot{U}_2}{Z_T}\end{aligned}\right\} \tag{2-77}$$

设母线 1、2 之间的电路可以用 Π 形等值电路表示，如图 2-54（d）所示，则对于该等值电路可列出

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_1 &= (y_{10}+y_{12})\dot{U}_1 - y_{12}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2 &= y_{21}\dot{U}_1 - (y_{20}+y_{21})\dot{U}_2\end{aligned}\right\} \tag{2-78}$$

对照式（2-77）、式（2-78），可得

$$\left.\begin{aligned}y_{12} &= y_{21} = \frac{1}{Z_T k}\\ y_{10} &= \frac{1-k}{Z_T k^2};\ y_{20} = \frac{k-1}{Z_T k}\end{aligned}\right\} \tag{2-79}$$

$y_{12}=y_{21}$的成立体现了无源电路的互易特性，图 2-54（d）可以成立。然后令 $1/Z_T=Y_T$，就可作以导纳支路表示的变压器模型如图 2-54（e）所示以及以阻抗支路表示的变压器模型如图 2-54（f）所示。

附带指出，变压器不仅有改变电压大小而且有移相功能时，其变比 $k$ 将为复数[1]。这时，仍可列出式（2-78），也可求得类似式（2-79）所示的 $y_{10}$、$y_{20}$、$y_{12}$、$y_{21}$，但其中的 $y_{12}$ 与 $y_{21}$不相等，无源电路的互易特性不复存在，不能用 Π 形等值电路表示这种变压器模型，虽然这样并不影响运用这种模型进行计算。

观察图 2-54 可以发现，这种变压器模型的参数的确与变比 k 有关，表明这种模型的确体现了变压器改变电压大小的功能。但也可见，这种 Π 形等值电路中的三个支路并无物理意义可言，不同于变压器的 Γ 形或 T 形等值电路中，接地支路代表励磁导纳而串联阻抗支路代表绕组电阻和漏抗。这是这种变压器模型的另一特点。正由于这一特点，它可称为等值变压器模型，也可称变压器的 Π 形等值电路模型。

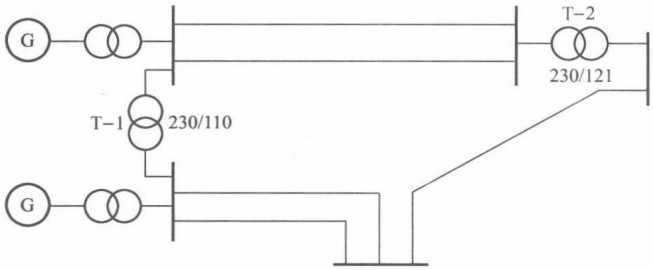



图 2-55　多电压级环形网络

这种变压器模型的出现还附带解决了长期以来无法解决的精确归算环形网络中参数和变量的问题。例如，将图 2-55 中 110kV 侧参数和变量归算至 220kV 侧时，可分别采用 T-1 或 T-2 的变比，但结果显然不同。于是，究竟应采用何者无法确定。近似的处理办法是取 T-1、T-2 的变比都是“平均额定电压”的比值。所谓“平均额定电压”是约定的、较线路额定电压约高 5%的电压系列。它们是 230、115、37、10.5、6.3kV 等。T-1、T-2 的变比都取平均额定电压的比值即 230/115。无疑，这样处理虽可解决上述问题，却明显地丧失了计算精度。采用等值变压器模型后，由于无需归算参数和变量，上述问题也就自然不存在。应该指出，实际电力系统中，多电压级环网并不少见，因此等值变压器模型在这方面的使用价值也不可低估。

2. 等值变压器模型的应用

利用图 2-54 说明各种不同情况下等值变压器模型的应用，即多电压级网络中变压器和线路参数的计算，以及相应的理想变压器变比的取值。

（1）有名制、线路参数都未经归算，变压器参数则归在低压侧。这种情况如图 2-54（b）所示，由此可作图 2-54（c）～（f）的情况。由图可见，这时的线路阻抗分别为 $Z'_{\mathrm{I}}$、$Z'_{\mathrm{II}}$；

变压器阻抗则由式（2-6）、式（2-7）可得

$$R_T = \frac{P_k}{1000} \cdot \frac{U_{II}^2}{S_N^2}; \quad X_T = \frac{U_k\%}{100} \cdot \frac{U_{III}^2}{S_N}$$

相应的理想变压器变比则为

$$k = U_I / U_{II}$$

上列诸式中，$U_I$、$U_{II}$分别为与变压器高、低压绕组实际匝数相对应的电压。因而，这时所取的理想变压器变比就是变压器的实际变化。

（2）有名制、线路和变压器参数都已按选定的变比$U_{IN}/U_{IIN}$归算至高压侧。这种情况下的线路阻抗分别为

$$Z_I = Z'_I; \quad Z_{II} = Z'_{II}\left(\frac{U_{IN}}{U_{IIN}}\right)^2$$

变压器阻抗则为

$$R_T = \frac{P_k}{1000} \cdot \frac{U_{II}^2}{S_N^2} \cdot \left(\frac{U_{IN}}{U_{IIN}}\right)^2; \quad X_T = \frac{U_k\%}{100} \cdot \frac{U_{II}^2}{S_N} \cdot \left(\frac{U_{IN}}{U_{IIN}}\right)^2$$

从而，相应的理想变压器变比（以$k_*$表示）应取

$$k_* = U_{IIN}U_I / U_{IN}U_{II}$$

上列诸式中，$U_{IN}$、$U_{IIN}$分别为归算参数时任选的变压器高、低侧电压。而由上列诸式不难发现，理想变压器变比的这样取值，其效果就如同将已经归算至高压侧的线路Ⅱ和变压器阻抗按所选变比$U_{IN}/U_{IIN}$归算回低压侧，然后再按实际变比归算至高压侧。

（3）标幺制、线路和变压器参数都已按选定的基准电压$U_{IB}$、$U_{IIB}$折算为标幺值。这种情况下线路阻抗的标幺值分别为

$$Z_{I*} = Z'_I \frac{S_B}{U_{IB}^2}; \quad Z_{II*} = Z'_{II} \frac{S_B}{U_{IIB}^2}$$

变压器阻抗的标幺值则为

$$R_{T*} = \frac{P_k}{1000} \cdot \frac{U_{II}^2}{S_N^2} \cdot \frac{S_B}{U_{IIB}^2}; \quad X_{T*} = \frac{U_k\%}{100} \cdot \frac{U_{II}^2}{S_N} \cdot \frac{S_B}{U_{IIB}^2}$$

从而，相应的理想变压器变比的标幺值（也以$k_*$表示）应取

$$k_* = U_{IIB}U_I / U_{IB}U_{II}$$

上列诸式中，$U_{IB}$、$U_{IIB}$分别为折算参数时任选的变压器高、低压侧基准电压。而由上列诸式不难发现，理想变压器变比标幺值的这样选取，其效果就如同将已经折算为标幺值的线路Ⅱ和变压器阻抗折算回有名值，然后按实际变比归算至高压侧，并在高压侧折算为标幺值。

上列三种确定多电压等级网络中线路和变压器模型参数的方法都同样精确。

附带指出，某些文献资料中，在引出这种变压器模型的同时，往往还引出“标准变比”和“非标准变比”的概念。所谓“标准变比”，在采用有名制时，是指归算参数时所取的变比；在采用标幺制时，则指折算参数时所取各基准电压之比。而所谓“非标准变比”就统指与这两种情况相对应的理想变压器变比$k_*$。

将这种处理双绕组变压器的原理推广一步，就可作具有三绕组变压器的等值多电压级网络如图 2-56 所示。图中，以两台理想变压器分别串联在高、中压或Ⅰ、Ⅱ侧绕组的端点。其变比的选择则视具体情况（采用有名制或标幺制、变压器和线路阻抗是否已经归算或折算）

而异。而作图 2-56 时所取的条件则是：有名制、线路阻抗都未经归算、变压器各绕组阻抗则都归在低压侧或Ⅲ侧。从而，相应的理想变压器变比应分别取

$$k_1 = U_{\mathrm{I}} / U_{\mathrm{III}} ; k_2 = U_{\mathrm{II}} / U_{\mathrm{III}}$$

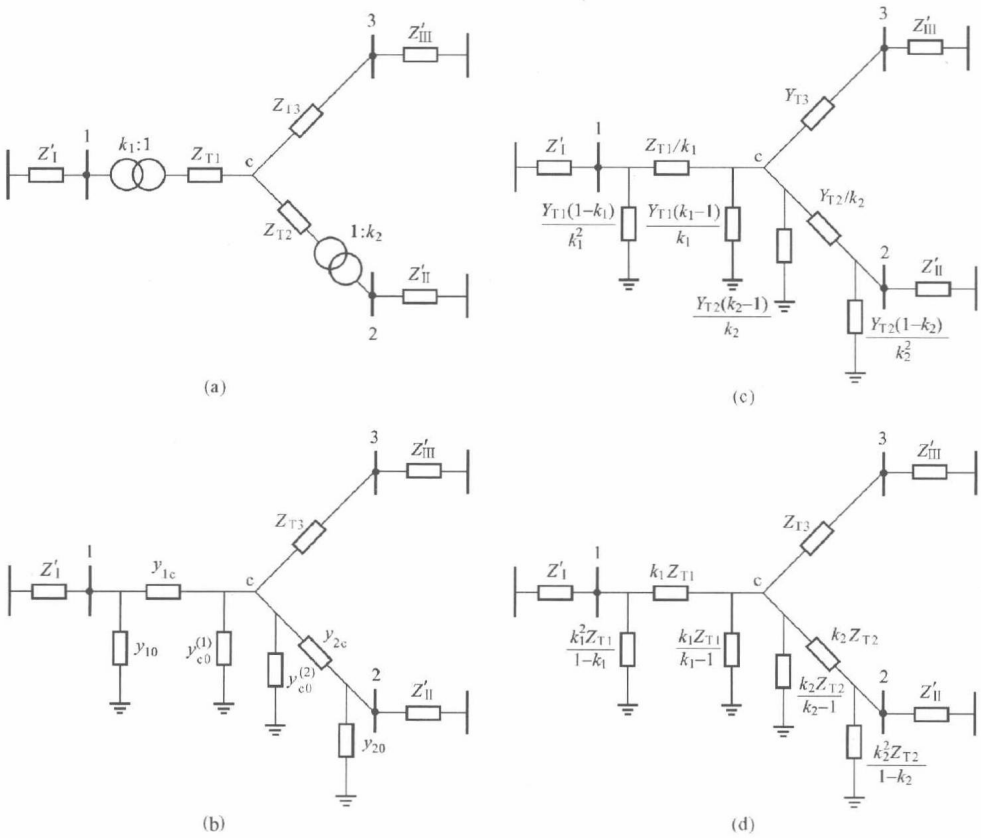



图 2-56 等值三绕组变压器模型

（a）接入理想变压器后的等值电路；（b）变压器的Π形等值电路模型；

（c）Π形等值电路支路以导纳表示时；（d）Π形等值电路支路以阻抗表示时

比较双绕组和三绕组变压器的数学模型可以发现，它们的共同点是：理想变压器都串联在高压或高压和中压绕组端点，不串联在低压绕组端点；相应地，变压器本身的阻抗则都先按低压绕组电压求得其有名值，然后再进行归算或折算。之所以这样处理，由于只有低压绕组匝数或与之对应的电压 $U_{\mathrm{III}}$ 保持如表 1-1 所示的额定值，不能调节。从而，由此求得的各绕组阻抗不随高压或高、中压绕组匝数或与这些匝数对应的电压 $U_{\mathrm{I}}$、$U_{\mathrm{II}}$ 的改变而变化，便于重复计算或分析与电压调整有关的问题。但也应指出，这种处理方法不是唯一的，还可有将理想变压器串联在低压绕组端点或三绕组变压器采用三台理想变压器等方案。

最后附带指出，以上这些讨论虽都以略去变压器和线路的导纳为前提，如计及这些导纳，也不会对计算形成任何困难。但基于如上所述，变压器的导纳或励磁支路以连接在低压端为宜。

### 三、电力网络的数学模型

事实上，以上已讨论了制定电力网络数学模型的全过程。下面仅需作某些整理、归纳、补充。

制定电力网络等值电路模型的方法分两大类：

（1）有名制。所有参数和变量都以有名单位，如 Ω、S、kV（V）、kA（A）、MVA（VA）等表示。

（2）标幺制。所有参数和变量都以与它们同名基准值相对的标幺值表示，因此都没有单位。

对多电压级网络，又因采用变压器模型的不同而分两大类：

（1）采用 Γ 形或 T 形等值电路模型时，所有参数和变量都要作电压级归算。而采用标幺值时，还因归算方向的不同有两种算法。

（2）采用等值变压器模型时，所有参数和变量可不进行归算。

采用有名制或标幺制取决于习惯。在我国，电力工程界使用标幺制已有多年；但在国外，有名制的使用也很普遍。至于变压器模型的使用范围，则泾渭分明。手算时，都使用 Γ 形或 T 形等值电路模型；计算机计算时，都使用等值变压器或 Π 形等值电路模型。

此外，在制定电力网络等值电路模型时，有时还同时作某些简化，常见的有：①线路的电导通常都被略去；②变压器的电导有时以具有定值的有功功率损耗的形式出现在电路中；③100km 以下架空线路的电纳被略去；④100～300km 架空线路或变压器的电纳有时以具有定值的容性或感性无功功率损耗的形式出现在电路中。

有时，整个元件甚至部分系统都可能不包括在等值电路中。例如，将某些发电厂的高压母线看作为可维持给定电压、输出给定功率的等值电源时，这些发电厂内部的元件就不再包括在等值电路中。

## 小　结

本章针对建立稳态分析时运用的电力系统数学模型展开了两方面的讨论，即电力系统中各元件的特性和数学模型、由变压器和电力线路构成的电力网络数学模型。

稳态分析时运用的发电机组模型很简单，无非是以给定的有功功率和给定的端电压或无功功率表示。但确定这些有功功率、无功功率的取值范围时，需作发电机组的运行极限图。

变压器的数学模型有两种，即 Γ 形或 T 形等值电路模型，以及等值变压器或 Π 形等值电路模型，它们分别用于手算和计算机计算。其中参数则都由制造厂提供的技术数据确定。采用前者时，多电压级网络中所有参数、变量都需进行电压级归算；采用后者时，可不归算。

电力线路的数学模型中，以架空线路为重点，要求能分析各种因素对架空线路参数的影响，并根据导线标号、导线杆塔上的布置和线路长度，计算线路的阻抗、导纳、电晕、临界电压和建立等值电路模型。

稳态分析时运用的负荷模型也很简单，只是以给定的有功功率和无功功率表示。只有在对计算精度要求颇高的场合，才需计及它们的静态特性。

建立电力网络的数学模型时，可采用有名制或标幺制，其中变压器模型则有 Γ 形、T 形或 Π 形等值电路模型之分。需重点掌握的是有名制和 Γ 形等值电路模型的组合以及标幺制和 Π 形等值电路模型的组合两种类型。

在需要进行电压级归算的场合，采用有名制时，无非是先求出各元件参数的有名值，然

后逐级将它们归算到基本级。采用标幺制时，虽有两种算法，但本质上仍都是先求出各元件参数的有名值，然后或将它们归算至基本级，或将基本级的基准值归算至元件所在级，最后将有名值折算为标幺值。

应该指出，以有名制和标幺制表示的电力网络数学模型参数数值虽有很大差别，但运用它们计算所得的最终以有名制表示的网络运行方式——电压、电流、功率等变量的数值，却总是完全等同的。

# 第三章　简单电力网络的计算和分析

本章和下一章阐述的都是电力系统正常运行状况的分析和计算，重点在电压、电流、功率的分布，即潮流分布。本章侧重于物理现象的分析和简单网络潮流分布的手算方法和控制，下一章则侧重于复杂系统潮流分布的计算机算法。但应指出，简单网络和复杂系统之间并没有明显的界限。目前，计算机的运用已十分广泛，这里仍适当介绍某些手算方法，一则是通过手算可加深对物理概念的理解，再则在运用计算机计算前仍需以手算求取某些原始数据。

本章主要阐述两个问题：电力线路和变压器运行状况的计算和分析，简单电力网络的潮流分布和控制。因此，和上一章讨论的电力系统的数学模型不同，这两章将主要讨论电力系统的运行状况。

## 第一节　电力线路和变压器运行状况的计算与分析

### 一、电力线路运行状况的计算

1. 电力线路上的电压降落和功率损耗

对以Π形等值电路表示的电力线路，既可运用式（2-38）在已知两个变量（如末端电流、电压）的情况下，求取另外两个变量（即始端电流、电压）；也可运用节点电压法或回路电流法等列出方程式组后进行联立求解。另外，因为这种电路简单，也可运用欧姆定律、基尔霍夫定律等直接写出有关的计算公式。但所有这些方法都不免要进行复数运算，不利于手算，而手算时应采用尽可能避免复数运算的方法。

图 3-1 中，设末端电压为 $\dot{U}_2$，末端功率为 $\widetilde{S}_2=P_2+\mathrm{j}Q_2$，则末端导纳支路的功率 $\Delta\widetilde{S}_{y2}$ 为

$$\Delta\widetilde{S}_{y2}=\left(\frac{Y}{2}\dot{U}_2\right)^*\dot{U}_2=\frac{\overset{*}{Y}}{2}\overset{*}{U}_2\dot{U}_2=\frac{1}{2}(G-\mathrm{j}B)U_2^2=\frac{1}{2}GU_2^2-\frac{1}{2}\mathrm{j}BU_2^2$$
$$=\Delta P_{y2}-\mathrm{j}\Delta Q_{y2} \tag{3-1}$$

阻抗支路末端的功率 $\widetilde{S}_2'$ 为

$$\widetilde{S}_2'=\widetilde{S}_2+\Delta\widetilde{S}_{y2}=(P_2+\mathrm{j}Q_2)+(\Delta P_{y2}-\mathrm{j}\Delta Q_{y2})$$
$$=(P_2+\Delta P_{y2})+\mathrm{j}(Q_2-\Delta Q_{y2})=P_2'+\mathrm{j}Q_2'$$

阻抗支路中损耗的功率 $\Delta\widetilde{S}_z$ 为

$$\Delta\widetilde{S}_z=\left(\frac{S_2'}{U_2}\right)^2Z=\frac{P_2'^2+Q_2'^2}{U_2^2}(R+\mathrm{j}X)$$
$$=\frac{P_2'^2+Q_2'^2}{U_2^2}R+\mathrm{j}\frac{P_2'^2+Q_2'^2}{U_2^2}X=\Delta P_z+\mathrm{j}\Delta Q_z \tag{3-2}$$

阻抗支路始端的功率 $\widetilde{S}_1'$ 为

$$\widetilde{S}_1'=\widetilde{S}_2'+\Delta\widetilde{S}_z=(P_2'+\mathrm{j}Q_2')+(\Delta P_z+\mathrm{j}\Delta Q_z)$$
$$=(P_2'+\Delta P_z)+\mathrm{j}(Q_2'+\Delta Q_z)=P_1'+\mathrm{j}Q_1'$$

始端导纳支路的功率 $\Delta\widetilde{S}_{y1}$ 为

$$\Delta\widetilde{S}_{y1}=\left(\frac{Y}{2}\dot{U}_1\right)^*\dot{U}_1=\frac{\overset{*}{Y}}{2}\overset{*}{U}_1\dot{U}_1=\frac{1}{2}(G-\mathrm{j}B)U_1^2$$

$$=\frac{1}{2}GU_1^2-\frac{1}{2}\mathrm{j}BU_1^2=\Delta P_{y1}-\mathrm{j}\Delta Q_{y1} \tag{3-3}$$

始端功率 $\widetilde{S}_1$ 为

$$\widetilde{S}_1=\widetilde{S}_1'+\Delta\widetilde{S}_{y1}=(P_1'+\mathrm{j}Q_1')+(\Delta P_{y1}-\mathrm{j}\Delta Q_{y1})$$
$$=(P_1'+\Delta P_{y1})+\mathrm{j}(Q_1'-\Delta Q_{y1})=P_1+\mathrm{j}Q_1$$

这就是电力线路功率计算的全部内容。

但在实际计算时，始端导纳支路功率 $\Delta\widetilde{S}_{y1}$ 和始端功率 $\widetilde{S}_1$ 都必须在求得始端电压 $\dot{U}_1$ 后方能求取。求取始端电压 $\dot{U}_1$ 的方法如下。

取 $\dot{U}_2$ 与实轴重合，如图 3-2 所示，则由

$$\dot{U}_1=\dot{U}_2+\left(\frac{\widetilde{S}_2'}{\dot{U}_2}\right)^*Z$$

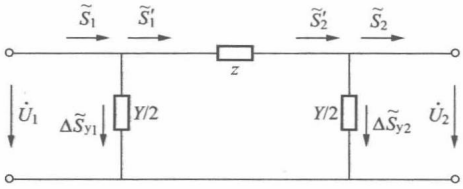



图 3-1 电力线路的电压和功率

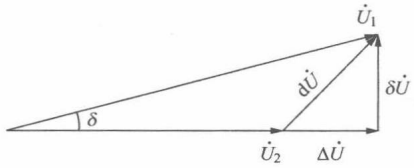



图 3-2 电力线路的电压相量图

可得

$$\dot{U}_1=U_2+\frac{P_2'-\mathrm{j}Q_2'}{U_2}(R+\mathrm{j}X)=\left(U_2+\frac{P_2'R+Q_2'X}{U_2}\right)+\mathrm{j}\left(\frac{P_2'X-Q_2'R}{U_2}\right) \tag{3-4}$$

再令

$$\frac{P_2'R+Q_2'X}{U_2}=\Delta U;\quad \frac{P_2'X-Q_2'R}{U_2}=\delta U$$

将式（3-4）改写为

$$\dot{U}_1=(U_2+\Delta U)+\mathrm{j}\delta U$$

则又可得

$$U_1=\sqrt{(U_2+\Delta U)^2+(\delta U)^2} \tag{3-5}$$

而图 3-2 中的相位角，或所谓功率角则为

$$\delta=\tan^{-1}\frac{\delta U}{U_2+\Delta U} \tag{3-6}$$

由于一般情况下，$U_2+\Delta U\gg\delta U$，可将式（3-5）按二项式定理展开，取其前两项，得

$$U_1\approx(U_2+\Delta U)+\frac{(\delta U)^2}{2(U_2+\Delta U)}$$

又由于上式中第三项本身不大，可略去其分母上的 $\Delta U$，得

$$U_1\approx(U_2+\Delta U)+\frac{(\delta U)^2}{2U_2} \tag{3-7}$$

对于一般线路，上式已足够精确。如需进一步简化，还可略去其中第三项，即略去 $\delta U$，得

$$U_1 \approx U_2 + \Delta U = U_2 + \frac{P'_2 R + Q'_2 X}{U_2} \tag{3-8}$$

这就是电力线路电压计算的全部内容。

纵观式（3-1）～式（3-8）可见，所有计算都已避免了复数乘除。

式（3-1）～式（3-8）既可用于标幺制，也可用于有名制。用有名制计算时，每相阻抗、导纳的单位为 Ω、S；功率和电压的单位可为以 MVA、MW、Mvar 表示的三相功率和以 kV 表示的线电压；也可为以 MVA、MW、Mvar 表示的单相功率和以 kV 表示的相电压。

附带指出，采用标幺制时，功率角 $\delta$ 应以 rad 表示，因以 rad 表示的角度实际上已是标幺值。

相似于这种推导，还可获得从始端电压 $\dot{U}_1$、始端功率 $\widetilde{S}_1$ 求取末端电压 $\dot{U}_2$、末端功率 $\widetilde{S}_2$ 的计算公式。其中，计算功率的部分与式（3-1）～式（3-3）并无原则区别，计算电压的部分则应改写为

$$\dot{U}_2 = (U_1 - \Delta U') - \mathrm{j}\delta U'$$

$$\Delta U' = \frac{P'_1 R + Q'_1 X}{U_1}; \quad \delta U' = \frac{P'_1 X - Q'_1 R}{U_1} \tag{3-9}$$

$$U_2 = \sqrt{(U_1 - \Delta U')^2 + (\delta U')^2} \tag{3-10}$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{-\delta U'}{U_1 - \Delta U'} \tag{3-11}$$

且需注意，由于推导式（3-4）～式（3-6）时系取 $\dot{U}_2$ 与实轴重合，而推导式（3-9）～式（3-11）时则取 $\dot{U}_1$ 与实轴重合，按式（3-4）求得的 $\Delta U$、$\delta U$ 与按式（3-9）求得的 $\Delta U'$、$\delta U'$ 不同，虽然（$\Delta U + \mathrm{j}\delta U$）和（$\Delta U' + \mathrm{j}\delta U'$）的模数 $\mathrm{d}U$，如同功率角 $\delta$ 的绝对值一样，两种计算结果没有差别。这两种电压计算的异同示于图 3-3。

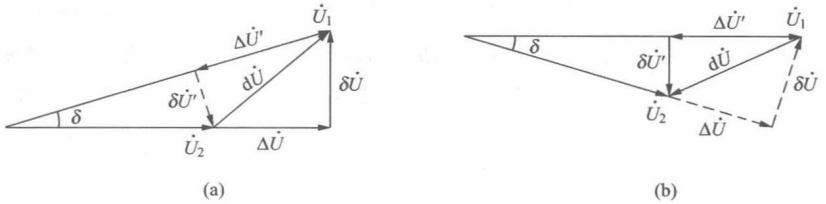



图 3-3　计算电压的两种方法

（a）自末端起算；（b）自始端起算

还应指出，所有这些计算公式都是在 $\widetilde{S}_2 = P_2 + \mathrm{j}Q_2$，即线路末端负荷以滞后功率因数运行的假设下推导出的。如负荷以超前功率因数运行，则有关公式中的无功功率应变号。例如，设 $\widetilde{S}_2 = P_2 - \mathrm{j}Q_2$，则由 $\widetilde{S}'_2 = (P_2 + \Delta P_{y2}) - \mathrm{j}(Q_2 + \Delta Q_{y2}) = P'_2 - \mathrm{j}Q'_2$，将得

$$\Delta U = \frac{P'_2 R - Q'_2 X}{U_2}; \quad \delta U = \frac{P'_2 X + Q'_2 R}{U_2}$$

$\Delta U$ 可能具有负值，线路末端电压可能高于始端。

求得线路两端电压后，就可计算某些标志电压质量的指标，如电压降落、电压损耗、电压偏移、电压调整等。

所谓电压降落或线路阻抗中的电压降落，是指线路始末两端电压的相量差 $\dot{U}_1-\dot{U}_2$ 或 $d\dot{U}$。电压降落也是相量。它有两个分量 $\Delta\dot{U}$ 和 $\delta\dot{U}$，分别称电压降落的纵分量和横分量。

所谓电压损耗，是指线路始末两端电压的数值差 $U_1-U_2$。电压损耗仅有数值。而由式（3-8）或图 3-3 可见，电压损耗近似等于电压降落的纵分量。电压损耗常以百分值表示，即

$$\text{电压损耗}\ \% = \frac{U_1-U_2}{U_N}\times 100\%$$

式中 $U_N$——线路额定电压。

所谓电压偏移，是指线路始端或末端电压与线路额定电压的数值差 $U_1-U_N$ 或 $U_2-U_N$。电压偏移也仅有数值。电压偏移也常以百分值表示，即

$$\text{始端电压偏移}\ \% = \frac{U_1-U_N}{U_N}\times 100\%$$

$$\text{末端电压偏移}\ \% = \frac{U_2-U_N}{U_N}\times 100\%$$

所谓电压调整，是指线路末端空载与负载时电压的数值差 $U_{20}-U_2$。电压调整也仅有数值。不计线路对地导纳时，$U_{20}=U_1$，电压调整也就等于电压损耗，即 $U_{20}-U_2=U_1-U_2$。电压调整也常以百分值表示，即

$$\text{电压调整}\ \% = \frac{U_{20}-U_2}{U_{20}}\times 100\%$$

式中 $U_{20}$——线路末端空载时电压。

求得线路两端功率，就可计算某些标志经济性能的指标，如输电效率。所谓输电效率是指线路末端输出有功功率 $P_2$ 与线路始端输入有功功率 $P_1$ 的比值，常以百分值表示，即

$$\text{输电效率}\ \% = \frac{P_2}{P_1}\times 100\%$$

因线路始端有功功率 $P_1$ 总大于末端有功功率 $P_2$，输电效率总小于 100%。

虽然 $P_1$ 总大于 $P_2$，但线路始端输入的无功功率 $Q_1$ 却未必大于末端输出的无功功率 $Q_2$。因线路对地电纳吸取容性无功功率，即发出感性无功功率，线路轻载时，电纳中发出的感性无功功率可能大于电抗中消耗的感性无功功率，以致从端点条件看，线路末端输出的无功功率 $Q_2$ 可能大于线路始端输入的无功功率 $Q_1$。

2. 电力线路上的电能损耗

电力线路的运行状况随时间而变化，线路上的功率损耗也随时间而变化。在分析线路或系统运行的经济性时，不能只计算某一瞬间的功率损耗，还必须计算某一时间段内，例如一年内，即 24（h/d）×365(d)=8760（h）内的电能损耗。

如一年内线路上流过的电流或线路某一端电压和有功、无功功率的变化规律已知，原则上就可计算线路的电能损耗，因它无非是若干更短时间段内电能损耗的总和。而在这些更短的时间段内，线路电流或线路某一端电压和功率可认为不变。换言之，可列出

$$\begin{aligned}\Delta W_z &= \Delta W_{z1}+\Delta W_{z2}+\Delta W_{z3}+\cdots+\Delta W_{zn}\\ &= I_1^2Rt_1+I_2^2Rt_2+I_3^2Rt_3+\cdots+I_n^2Rt_n\\ &= \left(\frac{P_1^2+Q_1^2}{U_1^2}\right)Rt_1+\left(\frac{P_2^2+Q_2^2}{U_2^2}\right)Rt_2+\left(\frac{P_3^2+Q_3^2}{U_3^2}\right)Rt_3+\cdots+\left(\frac{P_n^2+Q_n^2}{U_n^2}\right)Rt_n\end{aligned}$$

$$= \sum_{k=1}^{k=n} I_k^2 R t_k = \sum_{k=1}^{k=n} \left( \frac{P_k^2 + Q_k^2}{U_k^2} \right) R t_k$$

式中　$\Delta W_z$——全年电能损耗；

$\Delta W_{zn}$——每个时间段内电能损耗；

$I_k$——每个时间段内线路电流；

$P_k$、$Q_k$、$U_k$——每个时间段内线路某一端有功、无功功率和电压。

上式虽较严格，却因计算工作量太大而不实用。工程实践中，特别是进行规划设计时，往往用根据统计资料制定的经验公式或曲线计算电能损耗。略举一二如下。

对于不同行业，可从有关手册中查得它们的最大负荷利用小时数，并求得年负荷率。所谓最大负荷利用小时数 $T_{max}$，是指一年中负荷消费的电能 $W$ 除以一年中的最大负荷 $P_{max}$，即 $T_{max}=W/P_{max}$。例如，钢铁工业的 $T_{max}$ 为 6500h，食品工业的 $T_{max}$ 为 4500h，等等。所谓年负荷率则是指一年中负荷消费的电能 $W$ 除以最大负荷 $P_{max}$ 与一年 8760h 的乘积，即年负荷率$=W/(8760P_{max})$。从而

$$\text{年负荷率} = \frac{W}{8760P_{max}} = \frac{P_{max}T_{max}}{8760P_{max}} = \frac{T_{max}}{8760} \tag{3-12}$$

求得年负荷率后，就可按如下的经验公式计算年负荷损耗率

$$\text{年负荷损耗率} = K \times (\text{年负荷率}) + (1-K) \times (\text{年负荷率})^2 \tag{3-13}$$

式中的 $K$ 为经验数据，$K=0.1\sim0.4$，年负荷率低时取较小数值，高时取较大数值。所谓年负荷损耗率，是指全年电能损耗 $\Delta W_z$ 除以最大负荷时的功率损耗 $\Delta P_{max}$ 与一年 8760h 的乘积，即年负荷损耗率$=\Delta W_z/(8760\Delta P_{max})$。

这样，只要求出最大负荷时的功率损耗 $\Delta P_{max}$，并由查得的最大负荷利用小时数 $T_{max}$ 求出年负荷率和年负荷损耗率，就可按下式计算全年电能损耗

$$\Delta W_z = \Delta P_{max} \times (\text{年负荷损耗率}) \times 8760 \tag{3-14}$$

另一种方法是根据最大负荷利用小时数直接查取最大负荷损耗时间❶已沿用了将近半个世纪。所谓最大负荷损耗时间 $\tau_{max}$，是指全年电能损耗 $\Delta W_z$ 除以最大负荷时的功率损耗 $\Delta P_{max}$，即 $\tau_{max}=\Delta W_z/\Delta P_{max}$。因此，也可按下式计算全年电能损耗

$$\Delta W_z = \Delta P_{max} \times \tau_{max} \tag{3-15}$$

表 3-1 所列就是这种最大负荷损耗时间 $\tau_{max}$ 与最大负荷利用小时数的关系。由表可见，$\tau_{max}$ 不仅与 $T_{max}$ 有关，还与线路传输功率的功率因数有关。因此，分别按式（3-14）、式（3-15）求得的 $\Delta W_z$ 往往有差异。这是由于这两种方法所根据的统计资料不同。

**表 3-1　　最大负荷损耗时间 $\tau_{max}$ 与最大负荷利用小时数 $T_{max}$ 的关系**

| $T_{max}$（h） \ $\cos\varphi$ | 0.80 | 0.85 | 0.90 | 0.95 | 1.00 |
|---|---|---|---|---|---|
| 2000 | 1500 | 1200 | 1000 | 800 | 700 |
| 2500 | 1700 | 1500 | 1250 | 1100 | 950 |
| 3000 | 2000 | 1800 | 1600 | 1400 | 1250 |

❶ А. А. Глазунов：Зависимость времени потерь от продожительности использования нагрузки и коэффичента мощности потеребителей，Электричество，No，2，1947.

续表

| $T_{max}$ (h) \ $\cos\varphi$ | 0.80 | 0.85 | 0.90 | 0.95 | 1.00 |
|---|---|---|---|---|---|
| 3500 | 2350 | 2150 | 2000 | 1800 | 1600 |
| 4000 | 2750 | 2600 | 2400 | 2200 | 2000 |
| 4500 | 3150 | 3000 | 2900 | 2700 | 2500 |
| 5000 | 3600 | 3500 | 3400 | 3200 | 3000 |
| 5500 | 4100 | 4000 | 3950 | 3750 | 3600 |
| 6000 | 4650 | 4600 | 4500 | 4350 | 4200 |
| 6500 | 5250 | 5200 | 5100 | 5000 | 4850 |
| 7000 | 5950 | 5900 | 5800 | 5700 | 5600 |
| 7500 | 6650 | 6600 | 6550 | 6500 | 6400 |
| 8000 | 7400 | | 7350 | | 7250 |

应该指出，以上所有计算公式中都没有包括线路电晕损耗，这是因为除电压为330kV及以上的线路外，电晕损耗一般不大。

求得电能损耗后，就可计算另一个标志经济性能的指标，即线损率或网损率。所谓线损率或网损率，如第一章中所述，系指线路上损耗的电能与线路始端输入电能的比值。不计对地电导或不计电晕损耗时，它就指线路电阻中损耗的电能 $\Delta W_z$ 与线路始端输入电能 $W_1$ 的比值。线损率也常以百分值表示，即

$$\text{线损率}(\%)=\frac{\Delta W_z}{W_1}\times 100\%=\frac{\Delta W_z}{W_2+\Delta W_z}\times 100\% \tag{3-16}$$

式中 $W_2$——线路末端输出的电能。

最后还应指出，以上列举的经验数据和计算公式只是一些常用的。除此而外，还有其他方法。

**二、电力线路运行状况的分析**

已知线路的功率计算和电压计算公式并作出相应的相量图后，就可利用它们对电力线路的运行状况作某些分析。

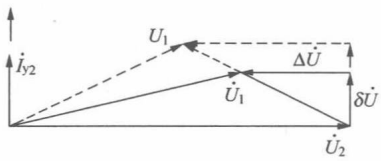



图 3-4 空载运行时的电压相量图

首先分析线路的空载运行状况。空载时，线路末端电纳中的功率 $\Delta Q_{y2}$ 属容性。末端电压给定时，其值也为定值 $\Delta Q_{y2}=\frac{1}{2}BU_2^2$，与之对应的电流 $I_{y2}$ 则为 $\frac{1}{2}BU_2$。它们在线路上流动时引起的电压降落纵、横分量分别为

$$\Delta U=-\frac{U_2BX}{2};\quad \delta U=\frac{U_2BR}{2}$$

而这时的电压相量图则如图 3-4 所示。由图可见，这时的末端电压将高于始端电压。

设电压损耗近似等于电压降落的纵分量，则

$$\text{电压损耗}\ \%=\frac{U_1-U_2}{U_N}\times 100\approx-\frac{BX}{2}\times 100=-\frac{b_1x_1}{2}l^2\times 100\%$$

亦即电压损耗与线路长度 $l$ 的平方成正比。线路长度超过某一定值时，如不采取特殊的防止电压过高的措施，则当始端电压为额定值 $U_N$，末端电压就将超过允许值 $(1.1\sim1.15)U_N$。以500kV线路为例，设 $b_1=4\times10^{-6}$S/km，$x_1=0.28\Omega$/km，则线路长度超过420km时，空

载时的末端电压将高于 $1.1U_N$。

空载时末端电压高于始端的现象在使用电缆时尤为突出，这是因为电缆的电抗常小于架空线的，而电纳却比架空线的大得多。

然后分析线路的有载运行状况。如线路末端电纳中的功率已并入负荷无功功率或可以略去，则将图 3-4 推广一步，便可得末端仅有无功功率负荷 $Q_2$ 时的电压相量图如图 3-5（a）所示。图中

$$\Delta U=\frac{Q_2X}{U_2};\quad \delta U=\frac{Q_2R}{U_2}$$

从而可见，$Q_2$ 变动时，$\Delta U$ 和 $\delta U$ 也按比例变动，但它们的相对大小却保持不变，即 $\delta U/\Delta U=R/X=$定值。于是，随 $Q_2$ 的变动，始端电压相量 $\dot{U}_1$ 的端点将沿图中直线 $QQ$ 移动。$QQ$ 与末端电压相量 $\dot{U}_2$ 之间的夹角 $\alpha$ 则取决于线路电阻与电抗的比值。由图还可见，负荷为纯感性无功功率时，始端电压总高于末端；但它的相位却总滞后于末端，即功率角 $\delta$ 总为负值。

将图 3-5（a）中的直线 $QQ$ 逆时针转动 90°，就是图 3-5（b）中的直线 $PP$。图中

$$\Delta U=\frac{P_2R}{U_2};\quad \delta U=\frac{P_2X}{U_2}$$

而直线 $PP$ 则是 $P_2$ 变动时始端电压相量 $\dot{U}_1$ 端点的运动轨迹。由图可见，负荷为纯有功功率时，始端电压总高于并超前于末端。而且，$P_2$ 越大，超前越多，即功率角 $\delta$ 越大。

将图 3-5（a）、图 3-5（b）合并，就可得图 3-5（c）。图 3-5（c）是末端既有有功功率也有无功功率负荷时的电压相量图。图中

$$\Delta U_P=\frac{P_2R}{U_2};\quad \delta U_P=\frac{P_2X}{U_2}$$

$$\Delta U_Q=\frac{Q_2X}{U_2};\quad \delta U_Q=\frac{Q_2R}{U_2}$$

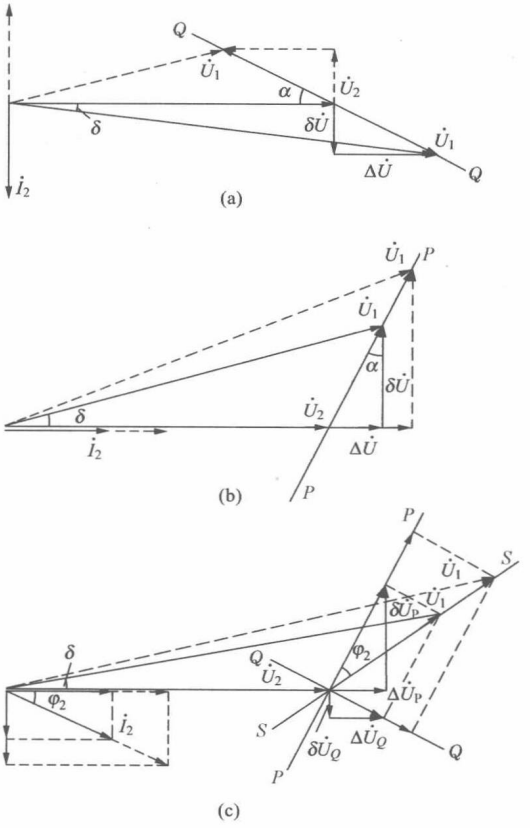



图 3-5　有载运行时的电压相量图

（a）$Q_2$ 变动，$P_2=0$；（b）$P_2$ 变动，$Q_2=0$；（c）$S_2$ 变动，$\varphi_2$ 不变

因而，图中的直线 $SS$ 是负荷视在功率 $S_2$ 变动但功率因数角 $\varphi_2$ 不变时，始端电压相量 $\dot{U}_1$ 端点的运动轨迹。由图可见，这时的电压降落其实是负荷为纯有功功率和纯无功功率时电压降落的相量和。负荷具有滞后功率因数或 $Q_2>0$ 时，只要功率因数角 $\varphi_2$ 小于 $90°-\alpha$ 或 $Q_2/P_2<X/R$，始端电压仍将高于并超前于末端，但这时的功率角 $\delta$ 则较 $Q_2=0$ 时为小。$Q_2/P_2<X/R$ 的条件则通常总能满足。

然后令图 3-5（c）中的 $\dot{U}_2$ 逆时针转动角 $\alpha$，使 $PP$、$QQ$ 线分别与纵、横轴重合，就可得图 3-6。鉴于图中电压降落 $dU$ 的长度与末端视在功率 $S_2$ 成正比，图中的 $P_2$、$Q_2$ 坐标也就以相同的比例尺分别表示末端的功、无功功率的大小。由于该图主要用以分析电力线路末端的运行特性，常称电力线路的末端功率圆图，而不再被视为电压相量图。

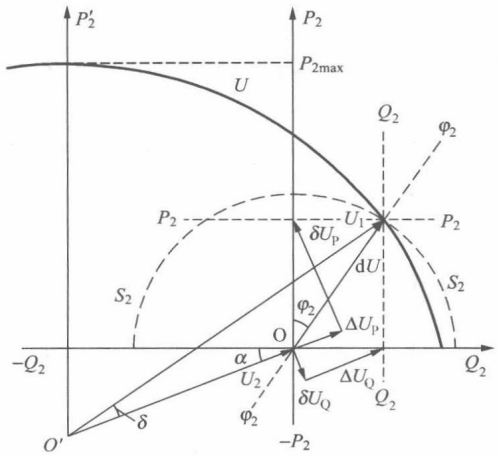



图 3-6 电力线路的功率圆图（末端）

考虑到图 3-6 中的 $P_2$ 轴就是图 3-5 中的直线 $PP$，可见图 3-6 中的虚线 $P_2P_2$ 应该是负荷有功功率 $P_2$ 为定值、无功功率 $Q_2$ 变动时，始端电压端点的运动轨迹。相似地，虚线 $Q_2Q_2$ 应该是负荷无功功率 $Q_2$ 为定值、有功功率 $P_2$ 变动时，始端电压端点的运动轨迹；虚线 $\varphi_2\varphi_2$ 和圆弧 $S_2$ 应该分别是负荷功率因数角 $\varphi_2$ 为定值、视在功率 $S_2$ 变动时以及视在功率 $S_2$ 为定值、功率因数角 $\varphi_2$ 变动时始端电压端点的运动轨迹。至于图中以 $O'$ 为圆心以 $U_1$ 为半径的圆弧 $U$ 则就是所谓的末端功率圆。因圆上各点的坐标分别对应于始、末端电压都为定值时，末端的有功、无功功率。

由图可见，在始、末端电压都受到限制时，随着末端有功功率负荷的增大，负荷的功率因数也必须由滞后逐步转为超前。而且，对应于一定的两端电压，有一最大可能的 $P_2$ 值 $P_{2max}$。$P_{2max}$ 常称线路功率极限，是一个仅取决于线路两端电压和线路本身阻抗的极限。但线路实际上不可能运行于这一极限，因在抵达这一极限前，导线可能已过热。

除末端功率圆图外，还有始端功率圆图。但因两者的绘制方法相似，此处从略。

不难发现，电力线路的末端功率圆图与发电机组的运行极限图十分相似。图 3-6 中的圆弧 $U$ 就对应于图 2-5 中的圆弧 $F$；而图 3-6 中的圆弧 $S_2$ 就对应于图 2-5 中的圆弧 $S$。事实上，图 3-6 与图 2-5 的差别仅源于绘制图 3-6 时计及了线路电阻，而绘制图 2-5 时略去了发电机定子绕组的电阻。

## 三、变压器运行状况的计算

### 1. 变压器中的电压降落、功率损耗和电能损耗

推导出线路的功率计算和电压计算公式后，就可将它们套用于变压器的功率计算和电压计算。

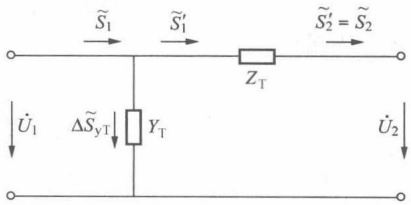



图 3-7 变压器中的电压和功率

类似式（3-2），可列出变压器阻抗支路中损耗的功率 $\Delta S_{zT}$ 为

$$\Delta\tilde{S}_{zT}=\left(\frac{S_2'}{U_2}\right)^2 Z_T=\frac{P_2'^2+Q_2'^2}{U_2^2}(R_T+jX_T)$$

$$=\frac{P_2'^2+Q_2'^2}{U_2^2}R_T+j\frac{P_2'^2+Q_2'^2}{U_2^2}X_T=\Delta P_{zT}+j\Delta Q_{zT} \tag{3-17}$$

类似式（3-3），可列出变压器励磁支路功率 $\Delta\tilde{S}_{yT}$ 为

$$\Delta\tilde{S}_{yT}=(Y_T\dot{U}_1)^*\dot{U}_1=\overset{*}{Y}_T\overset{*}{U}_1\dot{U}_1=(G_T+jB_T)U_1^2$$

$$=G_TU_1^2+jB_TU_1^2=\Delta P_{yT}+j\Delta Q_{yT} \tag{3-18}$$

类似式（3-4），可列出变压器阻抗中电压降落的纵、横分量为

$$\left.\begin{aligned}\Delta U_T&=\frac{P_2'R_T+Q_2'X_T}{U_2}\\ \delta U_T&=\frac{P_2'X_T-Q_2'R_T}{U_2}\end{aligned}\right\} \tag{3-19}$$

类似式（3-5），可列出变压器电源端的电压 $U_1$ 为

$$U_1 = \sqrt{(U_2 + \Delta U_T)^2 + (\delta U_T)^2} \tag{3-20}$$

而类似式（3-6），又可列出变压器电源端和负荷端电压间的相位角 $\delta_T$ 为

$$\delta_T = \tan^{-1} \frac{\delta U_T}{U_2 + \Delta U_T} \tag{3-21}$$

希望注意，变压器励磁支路的无功功率与线路导纳支路的无功功率符号相反。

实际上，上列公式是用以计算变电站变压器中的功率和电压的。这是因为对变电站，经常是负荷侧的功率为已知。而对于发电厂，因经常是电源侧的功率为已知，它的变压器应从电源侧起算。这时，计算电压的公式相似于式（3-9）～式（3-11），即

$$\left.\begin{aligned} \Delta U'_T &= \frac{P'_1 R_T + Q'_1 X_T}{U_1} \\ \delta U'_T &= \frac{P'_1 X_T - Q'_1 R_T}{U_1} \end{aligned}\right\} \tag{3-22}$$

$$U_2 = \sqrt{(U_1 - \Delta U'_T)^2 + (\delta U'_T)^2} \tag{3-23}$$

$$\delta_T = \tan^{-1} \frac{-\delta U'_T}{U_1 - \Delta U'_T} \tag{3-24}$$

至于变压器中的电能损耗，电阻中损耗即铜损耗部分可完全套用式（3-12）～式（3-16）计算；电导中损耗即铁损耗部分则可近似取变压器空载损耗 $P_0$ 与变压器运行小时数的乘积。变压器运行小时数等于一年 8760h 减去因检修等而退出运行的小时数。

如不必求取变压器内部的电压降落，可不制定变压器的等值电路而直接由制造厂提供的试验数据计算其功率损耗。为此，将式（2-6）～式（2-9）代入式（3-17）、式（3-18），整理后得

$$\left.\begin{aligned} \Delta P_{zT} &= \frac{P_k U_N^2 S_2'^2}{1000 U_2^2 S_N^2} \\ \Delta Q_{zT} &= \frac{U_k\% U_N^2 S_2'^2}{100 U_2^2 S_N} \end{aligned}\right\} \tag{3-25}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta P_{yT} &= \frac{P_0 U_1^2}{1000 U_N^2} \\ \Delta Q_{yT} &= \frac{I_0\% S_N U_1^2}{100 U_N^2} \end{aligned}\right\} \tag{3-26}$$

对于发电厂的变压器，则应有

$$\left.\begin{aligned} \Delta P_{zT} &= \frac{P_k U_N^2 S_1'^2}{1000 U_1^2 S_N^2} \\ \Delta Q_{zT} &= \frac{U_k\% U_N^2 S_1'^2}{100 U_1^2 S_N} \end{aligned}\right\} \tag{3-25a}$$

这些都是精确计算公式。如计及 $S_2 = S'_2$，并取 $S_1 \approx S'_1$，$U_1 \approx U_2 \approx U_N$，它们又可简化为

$$\left.\begin{aligned} \Delta P_{zT} &= \frac{P_k S_2^2}{1000 S_N^2} \\ \Delta Q_{zT} &= \frac{U_k\% S_N}{100} \cdot \frac{S_2^2}{S_N^2} \end{aligned}\right\} \tag{3-27}$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta P_{zT}&=\frac{P_k S_1^2}{1000 S_N^2}\\ \Delta Q_{zT}&=\frac{U_k\%S_N}{100}\cdot\frac{S_1^2}{S_N^2}\end{aligned}\right\}\tag{3-27a}$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta P_{yT}&=\frac{P_0}{1000}\\ \Delta Q_{yT}&=\frac{I_0\%}{100}S_N\end{aligned}\right\}\tag{3-28}$$

由式（3-27）、式（3-27a）、式（3-28）可见，额定条件下运行时，变压器电抗中损耗的无功功率就等于以标幺值表示的短路电压乘以额定功率；电纳中损耗的无功功率则等于以标幺值表示的空载电流乘以额定功率。计算电阻和电导中损耗的有功功率时，要注意制造厂原提供的单位（kW）与电力系统计算中常取的单位（MW）之间的换算。

2. 节点注入功率、运算负荷和运算功率

求得变压器中的功率损耗后，可将变电站负荷侧的负荷功率 $P_2$、$Q_2$ 与按式（3-25）、式（3-26）求得的功率损耗相加，得直接连接在变电站电源侧母线上的等值负荷功率 $P_1$、$Q_1$；或从发电厂电源侧的电源功率 $P_1$、$Q_1$ 中减去按式（3-25a）、式（3-26）求得的功率损耗，得直接连接在发电厂负荷侧母线上的等值电源功率 $P_2$、$Q_2$。

等值电源功率，在运用计算机计算并将发电厂负荷侧母线看作为一个节点时，又称该节点的注入功率，即电源向网络注入的功率，而与之相对应的电流则称注入电流。注入功率或注入电流总以流入网络为正。因此，等值负荷功率，即负荷从网络吸取的功率，就可看作为具有负值的变电站（电源侧母线）节点注入功率。

手算时，往往还将变电站或发电厂母线上所连线路对地电纳中无功功率的一半也并入等值负荷或等值电源功率，并分别称之为运算负荷（功率）或运算（电源）功率。显然，在计算运算负荷时，如等值负荷功率属感性，应在等值负荷的无功功率中减去这部分容性电纳中的无功功率；在计算运算功率时，如等值电源功率属感性，应在等值电源的无功功率中加入这部分容性电纳中的无功功率。显然，这时的运算功率和运算负荷也可分别看作为具有正值和负值的注入功率。负荷功率、等值负荷功率、运算负荷以及电源功率、等值电源功率、运算功率之间的关系如图 3-8 所示。

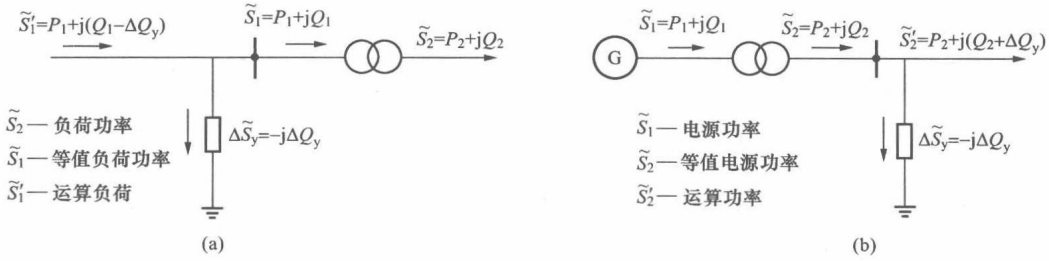



图 3-8 几种负荷功率、电源功率之间的关系

（a）变电站变压器；（b）发电厂变压器

以上的讨论同样适用于其他型式的变压器，如三绕组变压器、自耦变压器等。

## 第二节　辐射形和环形网络中的潮流分布

### 一、辐射形网络中的潮流分布

就潮流分布而言，辐射形网络可理解为包括图 1-3 所示的三种无备用接线网络，也包括图 1-4（a）、（b）、（c）所示的三种有备用接线网络。

最简单的辐射形网络如图 3-9（a）所示，它是一个只包含升、降压变压器和一段单回路输电线的输电系统。这个输电系统的等值电路如图 3-9（b）所示。作图 3-9（b）时，以发电机端点为始端，并将发电厂变压器的励磁支路移至负荷侧以简化分析。图 3-9（b）可简化为图 3-9（c），在简化的同时，将各阻抗、导纳重新编号如图 3-9 所示。

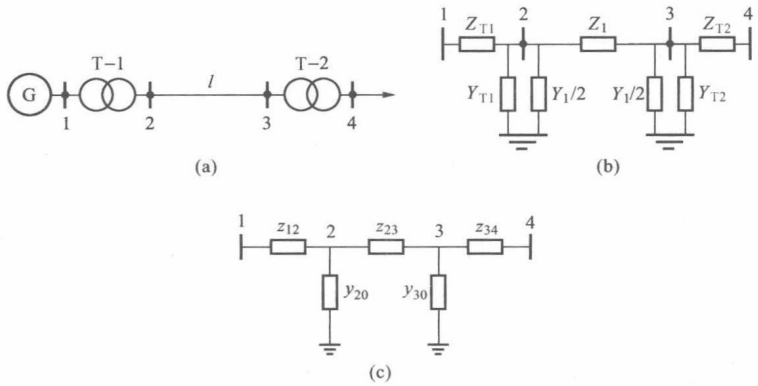



图 3-9　最简单辐射形网络

（a）网络接线图；（b）等值电路；（c）简化等值电路

对于图 3-9（c）所示等值电路，原则上可运用节点电压法、回路电流法等列出方程式组，联立求解。例如，可列出两个独立的节点电流平衡关系式或三个独立的回路电压平衡关系式，而各节点或各回路的电流或电压已知时，它们都是线性方程式组，可直接求得解析解。但实践中，计算电力系统潮流分布时，已知的既不是电流也不是电压，而是功率即各节点，注入功率。如以 $\overset{*}{S}/\overset{*}{U}$ 或 $\tilde{S}/\overset{*}{I}$ 取代这些方程式组中的电流 $\dot{I}$ 或电压 $\dot{U}$，它们就变成非线性方程式组，一般不再能直接求解解析，只能迭代求近似解。运用计算机计算时，这种迭代求解并不困难，而且也正是这样计算的。但手算时，因反复迭代解复数方程式组计算工作量很大，不宜采用这种方法。

考虑到图 3-9（a）所示网络接线很简单，可利用已推导出的计算线路、变压器中电压降落、功率损耗的公式，直接按图 3-9（c）所示等值电路，计算其潮流分布。这时，在已知母线 4 上的负荷功率 $\tilde{S}_4$ 并对各母线电压没有严格要求时，可先假设一个略低于额定电压值的母线 4 电压 $\dot{U}_4$，连同已知的 $\tilde{S}_4$，运用式（3-17）～式（3-21），计算变压器 T-2 中的电压降落和功率损耗。在求得母线 3 电压 $\dot{U}_3$ 和该母线上的负荷功率后，又可运用式（3-1）～式（3-6），计算线路对地导纳支路功率和阻抗支路的电压降落、功率损耗，从而求得母线 2 电压 $\dot{U}_2$ 和该母线上的负荷功率 $\tilde{S}_2$。最后，按求得的 $\dot{U}_2$、$\tilde{S}_2$，再次运用式（3-17）～式（3-21），计算变压器 T-1 中的电压降落和功率损耗并求取母线 1 的电压 $\dot{U}_1$ 和该母线上的负荷功率 $\tilde{S}_1$。

不言而喻，这种逐段推算都是将所有参数和变量归算至同一电压等级后进行的。因此，

在求得各母线电压后，还应按相应的变比将它们归算至原电压等级。进行这种归算后，还应检查一次这些电压是否过多地偏离额定值。一般，电压偏移不允许大于10%。如电压偏移过大，应重新假设$\dot{U}_4$，重复上述全部计算过程。

有时不仅给定末端负荷功率$\tilde{S}_4$，还给定了始端电压$\dot{U}_1$。显然，这时的潮流计算必须反复推算才能获得同时满足两个限制条件的结果。推算的步骤大致是：先运用假设的末端电压$\dot{U}_4^{(0)}$和给定的末端功率$\tilde{S}_4^{(0)}$由末端向始端逐段推算，求得始端电压$\dot{U}_1^{(1)}$和功率$\tilde{S}_1^{(1)}$；再运用给定的始端电压$\dot{U}_1^{(0)}$和求得的始端功率$\tilde{S}_1^{(1)}$由始端向末端逐段推算，求得末端电压$\dot{U}_4^{(1)}$和功率$\tilde{S}_4^{(1)}$；然后，再运用求得的末端电压$\dot{U}_4^{(1)}$和给定的末端功率$\tilde{S}_4^{(0)}$再一次由末端向始端逐段推算，再一次求得始端电压$\dot{U}_1^{(2)}$和功率$\tilde{S}_1^{(2)}$；依此类推。不难看出，这种反复推算、逐步逼近，其实已属迭代解算的范畴。虽然在实践中，经过一次往返就可获得足够精确的结果。

这种计算步骤适用于任意辐射形网络。但网络中变电站较多时，往往先用额定电压按本章第一节第三小节中介绍的方法求出等值负荷功率或运算负荷，然后再计算线路各支路的电压降落和功率损耗。而对既给定末端负荷又给定始端电压的情况，通常还进一步采用如下的简化计算步骤，即开始由末端向始端推算时，设全网电压都为额定电压，仅计算各元件中的功率损耗而不计算电压降落；待求得始端功率后，再运用给定的始端电压和求得的始端功率由始端向末端逐段推算电压降落，但这时不再重新计算功率损耗。

**【例 3-1】** 电力线路长80km，额定电压110kV，末端连一容量为20MVA、变比为110/38.5kV的降压变压器。变压器低压侧负荷为15+j11.25MVA，正常运行时要求电压达36kV。试求电源处母线上应有的电压和功率。计算时：(1) 采用有名制；(2) 采用标幺制，$S_B=15\text{MVA}$，$U_B=110\text{kV}$。

线路采用旧标准LGJ-120导线，其单位长度阻抗、导纳为$r_l=0.27\Omega/\text{km}$，$x_l=0.412\Omega/\text{km}$，$g_l=0$，$b_l=2.76\times10^{-6}\text{S/km}$。


图 3-10 网络接线图

归算至110kV侧的变压器阻抗、导纳为$R_T=4.93\Omega$，$X_T=63.5\Omega$，$G_T=4.95\times10^{-6}\text{S}$，$B_T=49.5\times10^{-6}\text{S}$。

网络接线如图3-10所示。

**解** 先分别绘出以有名制和标幺制表示的等值电路如图3-11 (a)、(b) 所示。

然后分别采用有名制和标幺制计算潮流分布，见表3-1。

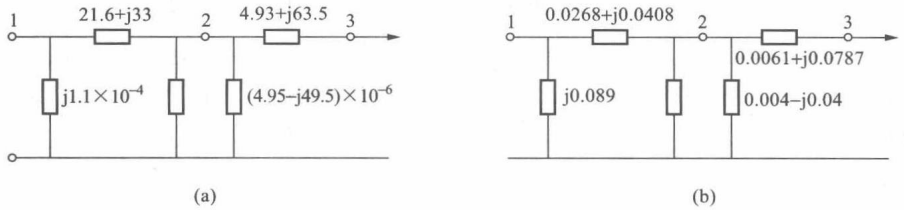



图 3-11 等值电路

(a) 有名制；(b) 标幺制

**表 3-2** **以有名制和标幺制计算潮流分布**

| (1) 运用有名制计算的图3-11 (a) 中 | (2) 运用标幺制计算的图3-11 (b) 中 |
|---|---|
| $R_l=r_ll=0.27\times80=21.6\ (\Omega)$ | $R_{l*}=r_ll\dfrac{S_B}{U_B^2}=0.27\times80\times\dfrac{15}{110^2}=0.0268$ |
| $X_l=x_ll=0.412\times80=33.0\ (\Omega)$ | $X_{l*}=x_ll\dfrac{S_B}{U_B^2}=0.412\times80\times\dfrac{15}{110^2}=0.0408$ |

续表

| (1) 运用有名制计算的图 3-11 (a) 中 | (2) 运用标幺制计算的图 3-11 (b) 中 |
|---|---|
| $\frac{1}{2}B_l=\frac{1}{2}b_l l=\frac{1}{2}\times 2.76\times 10^{-6}\times 80$<br>$=1.1\times 10^{-4}$ (S)<br>$R_T=4.93$ (Ω)<br>$X_T=63.5$ (Ω)<br>$G_T=4.95\times 10^{-6}$ (S)<br>$B_T=49.5\times 10^{-6}$ (S) | $\frac{1}{2}B_{l*}=\frac{1}{2}b_l l\frac{U_B^2}{S_B}=\frac{1}{2}\times 2.76\times 10^{-6}\times 80\times\frac{110^2}{15}$<br>$=0.089$<br>$R_{T*}=R_T\frac{S_B}{U_B^2}=4.93\times\frac{15}{110^2}=0.0061$<br>$X_{T*}=X_T\frac{S_B}{U_B^2}=63.5\times\frac{15}{110^2}=0.0787$<br>$G_{T*}=G_T\frac{U_B^2}{S_B}=4.95\times 10^{-6}\times\frac{110^2}{15}=0.004$<br>$B_{T*}=B_T\frac{U_B^2}{S_B}=49.5\times 10^{-6}\times\frac{110^2}{15}=0.04$ |
| (1) 运用有名制计算时 | (2) 运用标幺制计算时 |
| $\tilde{S}_3=15+j11.25$MVA<br>$U_3=36\times 110/38.5=102.85$ (kV)<br>$\Delta P_{zT}=\frac{P_3^2+Q_3^2}{U_3^2}R_T=\frac{15^2+11.25^2}{102.85^2}\times 4.93$<br>$=0.16$ (MW)<br>$\Delta Q_{zT}=\frac{P_3^2+Q_3^2}{U_3^2}X_T=\frac{15^2+11.25^2}{102.85^2}\times 63.5=2.11$ (Mvar)<br>$\Delta U_T=\frac{P_3R_T+Q_3X_T}{U_3}=\frac{15\times 4.93+11.25\times 63.5}{102.85}$<br>$=7.67$ (kV)<br>$\delta U_T=\frac{P_3X_T-Q_3R_T}{U_3}=\frac{15\times 63.5-11.25\times 4.93}{102.85}$<br>$=8.71$ (kV)<br>$U_2=\sqrt{(U_3+\Delta U_T)^2+(\delta U_T)^2}$<br>$=\sqrt{(102.85+7.67)^2+8.71^2}=110.86$ (kV)<br>不计 $\delta U_T$ 时，$U_2=U_3+\Delta U_T=102.85+7.67$<br>$=110.52$ (kV)<br>$\delta_T=\tan^{-1}\frac{\delta U_T}{U_3+\Delta U_T}=\tan^{-1}\frac{8.71}{110.52}=4.51°$<br>$\Delta P_{yT}=G_TU_2^2=4.95\times 10^{-6}\times 110.52^2=0.06$ (MW)<br>$\Delta Q_{yT}=B_TU_2^2=49.5\times 10^{-6}\times 110.52^2=0.6$ (Mvar)<br>$\tilde{S}_2=P_2+jQ_2=(P_3+\Delta P_{zT}+\Delta P_{yT})+j(Q_3+\Delta Q_{zT}+\Delta Q_{yT})=(15+0.16+0.06)+j(11.25+2.11+0.6)=15.22+j13.96$ (MVA)<br>$\Delta Q_{yl2}=\frac{1}{2}B_lU_2^2=1.1\times 10^{-4}\times 110.52^2=1.34$ (Mvar)<br>$\tilde{S}'_2=P_2+j(Q_2-\Delta Q_{yl2})=15.22+j(13.96-1.34)$<br>$=15.22+j12.62$ (MVA)<br>$\Delta P_{zl}=\frac{P_2'^2+Q_2'^2}{U_2^2}R_l=\frac{15.22^2+12.62^2}{110.52^2}\times 21.6$<br>$=0.691$ (MW)<br>$\Delta Q_{zl}=\frac{P_2'^2+Q_2'^2}{U_2^2}X_l=\frac{15.22^2+12.62^2}{110.52^2}\times 33.0$<br>$=1.056$ (Mvar) | $\tilde{S}_{3*}=\tilde{S}_3/S_B=(15+j11.25)/15=1.00+j0.75$<br>$U_{3*}=U_3/U_B=\frac{36\times 110}{110\times 38.5}=0.935$<br>$\Delta P_{zT*}=\frac{P_{3*}^2+Q_{3*}^2}{U_{3*}^2}R_{T*}$<br>$=\frac{1.00^2+0.75^2}{0.935^2}\times 0.0061=0.0109$<br>$\Delta Q_{zT*}=\frac{P_{3*}^2+Q_{3*}^2}{U_{3*}^2}X_{T*}=\frac{1.00^2+0.75^2}{0.935^2}\times 0.0787=0.141$<br>$\Delta U_{T*}=\frac{P_{3*}R_{T*}+Q_{3*}X_{T*}}{U_{3*}}$<br>$=\frac{1.00\times 0.0061+0.75\times 0.0787}{0.935}=0.0697$<br>$\delta U_{T*}=\frac{P_{3*}X_{T*}-Q_{3*}R_{T*}}{U_{3*}}$<br>$=\frac{1.00\times 0.0787-0.75\times 0.0061}{0.935}=0.0793$<br>$U_{2*}=\sqrt{(U_{3*}+\Delta U_{T*})^2+(\delta U_{T*})^2}$<br>$=\sqrt{(0.935+0.0697)^2+(0.0793)^2}=1.008$<br>不计 $\delta U_{T*}$ 时，$U_{2*}=U_{3*}+\Delta U_{T*}=0.935+0.0697=1.005$<br>$\delta_{T*}=\tan^{-1}\frac{\delta U_{T*}}{U_{3*}+\Delta U_{T*}}=\tan^{-1}\frac{0.0793}{1.005}=0.0787$<br>$\Delta P_{yT*}=G_{T*}U_{2*}^2=0.004\times 1.005^2\approx 0.004$<br>$\Delta Q_{yT*}=B_{T*}U_{2*}^2=0.04\times 1.005^2\approx 0.04$<br>$\tilde{S}_{2*}=P_{2*}+jQ_{2*}=(P_{3*}+\Delta P_{zT*}+\Delta P_{yT*})+j(Q_{3*}+\Delta Q_{zT*}+\Delta Q_{yT*})$<br>$=(1.00+0.0109+0.004)+j(0.75+0.141+0.04)$<br>$=1.015+j0.931$<br>$\Delta Q_{yl2*}=\frac{1}{2}B_{l*}U_{2*}^2=0.089\times 1.005^2=0.090$<br>$\tilde{S}'_{2*}=P_{2*}+j(Q_{2*}-Q_{yl2*})$<br>$=1.015+j(0.931-0.090)=1.015+j0.841$<br>$\Delta P_{zl*}=\frac{P_{2*}'^2+Q_{2*}'^2}{U_{2*}^2}R_{l*}=\frac{1.015^2+0.841^2}{1.005^2}\times 0.0268$<br>$=0.0461$<br>$\Delta Q_{zl*}=\frac{P_{2*}'^2+Q_{2*}'^2}{U_{2*}^2}X_{l*}=\frac{1.015^2+0.841^2}{1.005^2}\times 0.0408$<br>$=0.0701$ |

续表

| （1）运用有名制计算时 | （2）运用标幺制计算时 |
| --- | --- |
| $\Delta U_l=\dfrac{P_2'R_l+Q_2'X_l}{U_2}=\dfrac{15.22\times21.6+12.62\times33.0}{110.52}$ $=6.74\ (\text{kV})$ | $\Delta U_{l*}=\dfrac{P_{2*}'R_{l*}+Q_{2*}'X_{l*}}{U_{2*}}$ $=\dfrac{1.015\times0.0268+0.841\times0.0408}{1.005}=0.0612$ |
| $\delta U_l=\dfrac{P_2'X_l-Q_2'R_l}{U_2}=\dfrac{15.22\times33.0-12.62\times21.6}{110.52}$ $=2.08\ (\text{kV})$ | $\delta U_{l*}=\dfrac{P_{2*}'X_{l*}-Q_{2*}'R_{l*}}{U_{2*}}$ $=\dfrac{1.015\times0.0408-0.841\times0.0268}{1.005}=0.0188$ |
| 不计 $\delta U_l$ 时，$U_1=U_2+\Delta U_l=110.52+6.74=117.26\ (\text{kV})$ | 不计 $\delta U_{l*}$ 时，$U_{1*}=U_{2*}+\Delta U_{l*}=1.005+0.0612=1.066$ |
| $\delta_l=\tan^{-1}\dfrac{\delta U_l}{U_2+\Delta U_l}=\tan^{-1}\dfrac{2.08}{117.26}=1^\circ$ | $\delta_{l*}=\tan^{-1}\dfrac{\delta U_{l*}}{U_{2*}+\Delta U_{l*}}=\tan^{-1}\dfrac{0.0188}{1.066}=0.0176$ |
| $\Delta Q_{yl1}=\dfrac{1}{2}B_lU_1^2=1.1\times10^{-4}\times117.26^2=1.512\ (\text{Mvar})$ | $\Delta Q_{yl1*}=\dfrac{1}{2}B_{l*}U_{1*}^2=0.089\times1.066^2=0.101$ |
| $\tilde{S}_1=P_1+\text{j}Q_1=(P_2'+\Delta P_{zl})+\text{j}(Q_2'+\Delta Q_{zl}-\Delta Q_{yl1})$ $=(15.22+0.691)+\text{j}(12.62+1.056-1.512)$ $=15.91+\text{j}12.16\ (\text{MVA})$ | $\tilde{S}_{1*}=P_{1*}+\text{j}Q_{1*}=(P_{2*}'+\Delta P_{zl*})+\text{j}(Q_{2*}'+\Delta Q_{zl*}-\Delta Q_{yl1*})$ $=(1.015+0.0461)+\text{j}(0.841+0.0701-0.101)$ $=1.061+\text{j}0.810$ |

由上可得本输电系统的有关技术经济指标如下

$$\text{始端电压偏移}(\%)=\frac{U_1-U_N}{U_N}\times100\%=\frac{117.26-110}{110}\times100=6.60\%$$

$$\text{末端电压偏移}(\%)=\frac{U_3-U_N}{U_N}\times100\%=\frac{36-35}{35}\times100\%=2.86\%$$

$$\text{电压损耗}(\%)=\frac{U_1-U_3}{U_N}\times100\%=\frac{117.26-102.85}{110}\times100\%=13.1\%$$

$$\text{输电效率}(\%)=\frac{P_3}{P_1}\times100\%=\frac{15}{15.91}\times100\%=94.3\%$$

这些指标都较理想，因所计算的是一个负荷较轻的运行状况。由于负荷较轻，加之负荷功率因数较低、线路电阻 $R_l$ 又较大，线路始末端电压间的相位角很小，$\delta_l=1^\circ$。

综上所述可得如下有一定普遍意义的结论：

（1）如只要求计算电压的数值，略去电压降落的横分量 $\delta U$ 不会产生很大误差。如本例中，略去 $\delta U_T$ 时，误差仅 110.86－110.52＝0.34（kV），即仅 0.3%。因而，近似计算公式 $U_1=U_2+\Delta U$ 有较大的适用范围。

（2）变压器中电压降落的纵分量 $\Delta U_T$ 主要取决于变压器电抗。如本例中，$P_3R_T/U_3=0.72\text{kV}$，而 $Q_3X_T/U_3=6.95\text{kV}$，即后者较前者大 9 倍以上。

（3）变压器中无功功率损耗远大于有功功率损耗。如本例中，$\Delta Q_{zT}+\Delta Q_{yT}=2.11+0.6=2.71$（Mvar），而 $\Delta P_{zT}+\Delta P_{yT}=0.16+0.06=0.22$（MW），即相差 10 倍以上。

（4）线路负荷较轻时，线路电纳中吸收的容性无功功率大于电抗中消耗的感性无功功率的现象并不罕见。如本例中，$\Delta Q_{yl1}+\Delta Q_{yl2}=1.512+1.34=2.852$（Mvar），而 $\Delta Q_{zl}=1.056\text{Mvar}$，即这时的线路元件是一个感性无功功率电源。

（5）至于有名制和标幺制的计算结果完全一致则无须解释。本例中，$U_{1*}U_B=1.066\times110=117.3$（kV），$\tilde{S}_{1*}S_B=(1.061+\text{j}0.810)15=15.92+\text{j}12.15$（MVA），与有名制计算结果相差极微。

最后，附带指出，本例中 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$、$\dot{U}_3$ 间的相位关系如图 3-12 所示，即计算 $\Delta U_T$、$\delta U_T$ 时，以 $\dot{U}_3$ 为参考轴；计算 $\Delta U_l$、$\delta U_l$ 时以 $\dot{U}_2$ 为参考轴；$\dot{U}_1$ 与 $\dot{U}_3$ 间的相位角即 $\delta_l+\delta_T$。

**【例 3-2】** 试运用以 Π 形等值电路表示的变压器模型，重新计算例 3-1 中所示输电系统的运行状况，并

将计算结果与例 3-1 比较。计算时采用有名制。

**解**　首先将变压器阻抗归算回低压侧。归算时，变压器变比取实际变化 $k=U_{\mathrm{I}}/U_{\mathrm{II}}=110/38.5=2.857143$，从而

$$Z_{\mathrm{T}}=(4.93+\mathrm{j}63.5)/k^2=0.603925+\mathrm{j}7.778750(\Omega)$$

变压器的励磁支路虽以连接在低压端为宜，但为使本例的计算结果与例 3-1 可比，仍将其连接在高压端。因此，其数值不必重新归算。

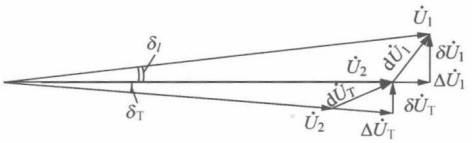



图 3-12　$\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$、$\dot{U}_3$ 间的相位关系（示意图）

据此，即可作接入理想变压器后的等值网络，如图 3-13 所示。图中，理想变压器的变化显然为

$$k=U_{\mathrm{I}}/U_{\mathrm{II}}=2.857143$$

然后计算

$$Y_{\mathrm{T}}=1/Z_{\mathrm{T}}=0.009921-\mathrm{j}0.127785(\mathrm{S})$$

$$y_{20}=Y_{\mathrm{T}}\frac{(1-k)}{k^2}=-0.002257+\mathrm{j}0.029071(\mathrm{S})$$

$$y_{30}=Y_{\mathrm{T}}\frac{(k-1)}{k}=0.006449-\mathrm{j}0.083060(\mathrm{S})$$

$$z_{23}=Z_{\mathrm{T}}k=1.725500+\mathrm{j}22.225000(\Omega)$$

为在本例中仍能运用手算，宜采用由阻抗支路和导纳支路混合组成的变压器 Π 形等值电路，即其中的接地支路参数仍取 $y_{20}$、$y_{30}$，节点间互联支路则以 $z_{23}$ 取代 $y_{23}$。因此，由如上计算结果即可作图 3-14。

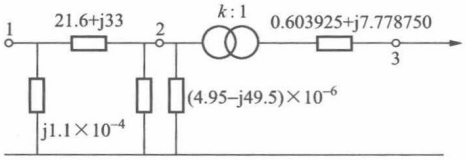



图 3-13　接入理想变压器后的等值网络

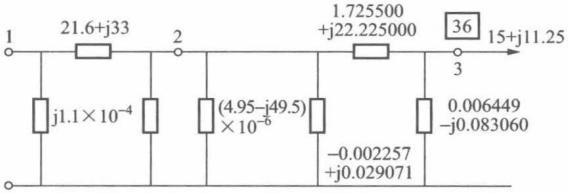



图 3-14　变压器以混合参数表示时的等值网络

至此，就可以常规的手算方法计算这一输电系统的运行状况。

由 $U_3=36\mathrm{kV}$ 可得

$$\tilde{S}_{30}=U_3^2\tilde{y}_{30}=36^2\times(0.006449+\mathrm{j}0.083060)=8.357904+\mathrm{j}107.645760(\mathrm{MVA})$$

$$\tilde{S}_3'=\tilde{S}_3+\tilde{S}_{30}=(15+\mathrm{j}11.25)+(8.357904+\mathrm{j}107.645760)$$

$$=23.357904+\mathrm{j}118.895760(\mathrm{MVA})$$

$$\Delta\tilde{S}_{23}=\frac{S_3'^2}{U_3^2}z_{23}=\frac{S_3'^2}{U_3^2}(1.725500+\mathrm{j}22.225000)$$

$$=19.547403+\mathrm{j}251.776897(\mathrm{MVA})$$

$$\Delta U_{23}=\frac{P_3'r_{23}+Q_3'x_{23}}{U_3}=\frac{23.357904\times1.725500+118.895760\times22.225000}{36}$$

$$=74.521176(\mathrm{kV})$$

$$\delta U_{23}=\frac{P_3'x_{23}-Q_3'r_{23}}{U_3}=\frac{23.357904\times22.225000-118.895760\times1.725500}{36}$$

$$=8.721522(\mathrm{kV})$$

$$U_2=\sqrt{(U_3+\Delta U_{23})^2+\delta U_{23}^2}=\sqrt{(36+74.521176)^2+8.721522^2}=110.864761(\mathrm{kV})$$

$$(U_2=110.86\mathrm{kV})$$

$$\delta_{23}=\tan^{-1}\frac{\delta U_{23}}{U_3+\Delta U_{23}}=\tan^{-1}\frac{8.721522}{36+74.521176}=4.5120^\circ(\delta_{\mathrm{T}}=4.51^\circ)$$

$$\tilde{S}_{20}=U_2^2\tilde{y}_{20}=110.864761^2\times(-0.002257-\mathrm{j}0.029071)$$

$$=-27.740776-\mathrm{j}357.311524(\mathrm{MVA})$$

于是，变压器阻抗中的功率损耗为

$$\Delta\tilde{S}_{zT}=\tilde{S}_{30}+\Delta\tilde{S}_{23}+\tilde{S}_{20}=(8.357904+\mathrm{j}107.645760)+(19.547403+\mathrm{j}251.776897)$$
$$+(-27.740776-\mathrm{j}357.311524)=0.164531+\mathrm{j}2.111133(\mathrm{MVA})$$
$$[\Delta\tilde{S}_{zT}=0.16+\mathrm{j}2.11(\mathrm{MVA})]$$

$$\Delta\tilde{S}_{yT}=U_2^2\overset{*}{Y}_T=110.864761^2\times(4.95+\mathrm{j}49.5)\times10^{-6}$$
$$=0.060840+\mathrm{j}0.608404(\mathrm{MVA})\quad[\Delta\tilde{S}_{yT}=0.06+\mathrm{j}0.60(\mathrm{MVA})]$$
$$\tilde{S}_2=\tilde{S}_3+\Delta\tilde{S}_{zT}+\Delta\tilde{S}_{yT}=(15+\mathrm{j}11.25)+(0.164531+\mathrm{j}2.111133)$$
$$+(0.060840+\mathrm{j}0.608404)$$
$$=15.225371+\mathrm{j}13.969537(\mathrm{MVA})[\tilde{S}_2=15.22+\mathrm{j}13.96(\mathrm{MVA})]$$

鉴于本例与例 3-1 中求得的节点 2 功率和电压（括号内数据）之间仅有微小的、显然为舍入误差的差别，已没有必要继续以下的计算。而比较这两种计算所得的有用数据 $\dot{U}_2$、$\tilde{S}_2$、$\Delta\tilde{S}_{zT}$、$\Delta\tilde{S}_{yT}$ 可见，从端点条件考察，它们是完全一致的。虽然，变压器以 Π 形等值电路表示时，计算过程中出现的某些没有实际意义的中间结果如 $\tilde{S}_{30}$、$\Delta\tilde{S}_{23}$、$\tilde{S}_{20}$ 数值都很大，而它们的代数和却又等于相对很小的变压器阻抗中损耗，可见这种变压器模型主要适用于具有高精确度的计算机计算。基于同样原因，本例中所取有效数字位数较多。

**【例 3-3】** 110kV 系统接线如图 3-15 所示。图中，发电厂 A 装有 $QF_2$-12-2 型发电机两台，均满载运行，除供应发电机电压负荷 10+j8MVA 外，余下均通过两台 $SF_7$-10000/110 型变压器输入系统。变压器变比为 121/6.3kV。

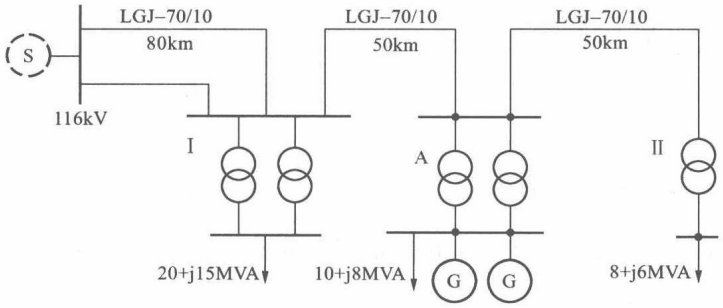



图 3-15 系统接线图

变电站 I 装设两台 $SF_7$-16000/110 型变压器，变比为 115.5/11kV，有如下试验数据

$$P_k=86\mathrm{kW};\quad U_k\%=10.5$$
$$P_0=23.5\mathrm{kW};\quad I_0\%=0.9$$

变电站 II 装设一台 $SF_7$-10000/110 型变压器，变比为 110/11kV，有如下试验数据

$$P_k=59\mathrm{kW};\quad U_k\%=10.5$$
$$P_0=16.5\mathrm{kW};\quad I_0\%=1.0$$

发电厂 A 装设的两台 $SF_7$-10000/110 型变压器的试验数据与变电站 II 的变压器相同。

各变电站负荷、线路长度和选用导线均已示于图 3-15。设图中与等值系统 S 连接处母线电压为 116kV，试求各变电站和发电厂低压母线电压。

**解** 1. 计算变压器、线路参数（过程从略）。

(1) LGJ-70/10 型导线线路（$D_m$=4.0m）。

$$r_1=0.422\Omega/\mathrm{km};\quad x_1=0.429\Omega/\mathrm{km}$$
$$g_1=0;\quad b_1=2.66\times10^{-6}\mathrm{S/km}$$

(2) $SF_7$-16000/110 型变压器（以 115.5kV 计算）。

$$R_T = 4.48\Omega;\quad X_T = 87.55\Omega$$

额定负荷下的损耗

$$\Delta P_{zT} = 0.086\text{MW};\quad \Delta Q_{zT} = 1.68\text{Mvar}$$

$$\Delta P_{yT} = 0.0235\text{MW};\quad \Delta Q_{yT} = 0.144\text{Mvar}$$

(3) $SF_7$-10000/110 型变压器（以 121kV 计算）。

$$R_T = 8.64\Omega;\quad X_T = 153.7\Omega$$

$SF_7$-10000/110 型变压器（以 110kV 计算）

$$R_T = 7.14\Omega;\quad X_T = 127.1\Omega$$

额定负荷下的损耗

$$\Delta P_{zT} = 0.059\text{MW};\quad \Delta Q_{zT} = 1.05\text{Mvar}$$

$$\Delta P_{yT} = 0.0165\text{MW};\quad \Delta Q_{yT} = 0.10\text{Mvar}$$

2. 计算各变电站和发电厂的运算负荷和运算功率

(1) 变电站Ⅰ。两台变压器中的功率损耗

$$\Delta\tilde{S}_T = \Delta\tilde{S}_{yT} + \Delta\tilde{S}_{zT} = 2(\Delta P_{yT} + j\Delta Q_{yT}) + 2\left[\frac{S^2}{(2\times S_N)^2}\Delta P_{zT} + j\frac{S^2}{(2\times S_N)^2}\Delta Q_{zT}\right]$$

$$= 2\times(0.0235 + j0.144) + 2\times\left[\frac{20^2+15^2}{(2\times16)^2}\times0.086 + j\frac{20^2+15^2}{(2\times16)^2}\times1.68\right]$$

$$= (0.047 + j0.288) + (0.105 + j2.051) = 0.152 + j2.34(\text{MVA})$$

变电站母线上所连线路电纳中无功功率的一半

$$\Delta\tilde{S}_{yl} = -j\Delta Q_{yl} = -j\frac{1}{2}(2\times80+50)b_1U_N^2$$

$$= -j105\times2.66\times10^{-6}\times110^2 = -j3.38(\text{Mvar})$$

则运算负荷为

$$\tilde{S}_1 = (20 + j15) + (0.152 + j2.34) - j3.38 = 20.15 + j13.96(\text{Mvar})$$

(2) 变电站Ⅱ。计算方法同上，计算所得

$$\Delta\tilde{S}_T = 0.0775 + j1.15\text{MVA}$$

$$\Delta\tilde{S}_{yl} = -j0.805\text{Mvar}$$

$$\tilde{S}_{II} = 8.08 + j6.35\text{MVA}$$

(3) 发电厂 A。$QF_2$-12-2 型发电机额定功率因数为 0.80，两台发电机满负荷运行时发出的功率为 24+j18MVA。从而，通过升压变压器阻抗支路低压端的功率为

$$\tilde{S} = (24 + j18) - (10 + j8) - 2(\Delta P_{yT} + j\Delta Q_{yT})$$

$$= (24 + j18) - (10 + j8) - 2(0.0165 + j0.10) = 13.97 + j9.80(\text{MVA})$$

变压器阻抗中功率损耗

$$\Delta\tilde{S}_{zT} = 2\left[\frac{S^2}{(2\times S_N)^2}\Delta P_{zT} + j\frac{S^2}{(2\times S_N)^2}\Delta Q_{zT}\right]$$

$$= 2\left[\frac{13.97^2+9.80^2}{(2\times10)^2}\times0.059 + j\frac{13.97^2+9.80^2}{(2\times10)^2}\times1.05\right]$$

$$= 0.086 + j1.53(\text{MVA})$$

发电厂母线上所连线路电纳中无功功率的一半

$$\Delta\tilde{S}_{yl} = -j\Delta Q_{yl} = -j\frac{1}{2}(50+50)b_1U_N^2$$

$$= -j50\times2.66\times10^{-6}\times110^2 = -j1.61(\text{Mvar})$$

则运算功率为

$$\tilde{S}_A = (13.97 + j9.80) - (0.086 + j1.53) - (-j1.61)$$

$$= 13.88 + j9.88(\text{MVA})$$

3. 设全网电压都为额定值，计算功率损耗

作等值电路如图 3-16 所示。图中，各线段阻抗已由 $r_1$、$x_1$、$l$ 求得。

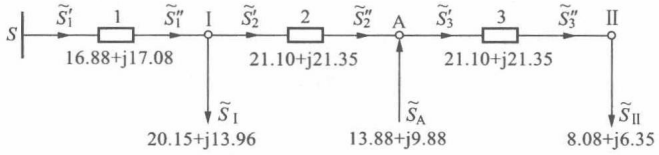



图 3-16　等值电路

（1）在线段 3 阻抗中功率损耗。

$$\Delta\tilde{S}_3 = \frac{8.08^2 + 6.35^2}{110^2} \times (21.10 + j21.35) = 0.184 + j0.186(\text{MVA})$$

从而

$$\tilde{S}_3' = (8.08 + j6.35) + (0.184 + j0.186) = 8.26 + j6.54(\text{MVA})$$

$$\tilde{S}_2'' = \tilde{S}_3' - \tilde{S}_{\mathrm{A}} = (8.26 + j6.54) - (13.88 + j9.88) = -(5.62 + j3.34)(\text{MVA})$$

可见功率实际由 A 向 Ⅰ 流动。

（2）在线段 2 阻抗中功率损耗。

$$\Delta\tilde{S}_2 = \frac{5.62^2 + 3.34^2}{110^2} \times (21.10 + j21.35) = 0.0745 + j0.0754(\text{MVA})$$

从而

$$\tilde{S}_2' = -(5.62 + j3.34) + (0.0745 + j0.0754) = 5.55 + j3.26(\text{MVA})$$

$$\tilde{S}_1'' = \tilde{S}_2' + \tilde{S}_{\mathrm{I}} = -(5.55 + j3.26) + (20.15 + j13.96) = 14.60 + j10.70(\text{MVA})$$

（3）在线段 1 阻抗中功率损耗。

$$\Delta\tilde{S}_1 = \frac{14.60^2 + 10.70^2}{110^2} \times (16.88 + j17.08) = 0.457 + j0.463(\text{MVA})$$

从而

$$\tilde{S}_1' = (14.60 + j10.70) + (0.457 + j0.463) = 15.06 + j11.16(\text{MVA})$$

4. 用给定的始端电压和求得的始端功率计算

各线段中的电压降落（略去横分量）

$$\Delta U_1 = \frac{15.06 \times 16.88 + 11.16 \times 17.08}{116} = 3.83(\text{kV});$$

$$U_{\mathrm{I}} = 116 - 3.83 = 112.17(\text{kV})$$

$$\Delta U_2 = -\frac{5.55 \times 21.10 + 3.26 \times 21.35}{112.17} = -1.66(\text{kV});$$

$$U_{\mathrm{A}} = 112.17 + 1.66 = 113.83(\text{kV})$$

$$\Delta U_3 = \frac{8.26 \times 21.10 + 6.54 \times 21.35}{113.83} = 2.76(\text{kV});$$

$$U_{\mathrm{II}} = 113.83 - 2.76 = 111.07(\text{kV})$$

5. 计算变压器中电压降落（略去横分量）

（1）变电站 Ⅰ。通过变压器阻抗支路高压端的功率为

$$\tilde{S}' = \tilde{S} + \Delta\tilde{S}_{\mathrm{zT}} = (20 + j15) + (0.105 + j2.051) = 20.11 + j17.05(\text{MVA})$$

$$\Delta U_{\mathrm{T}} = \frac{20.11 \times 4.48 + 17.05 \times 87.55}{2 \times 112.17} = 7.06(\text{kV})$$

则归算到高压侧的低压母线电压为

$$U'_{\mathrm{I}} = 112.17 - 7.06 = 105.11(\text{kV})$$

（2）发电厂 A。通过变压器阻抗支路高压端的功率为

$$\widetilde{S}' = \widetilde{S} - \Delta\widetilde{S}_{zT} = (13.97 + j9.80) - (0.086 + j1.53) = 13.88 + j8.27(\text{MVA})$$

$$\Delta U_T = \frac{13.88 \times 8.64 + 8.27 \times 153.7}{2 \times 113.83} = 6.11(\text{kV})$$

则归算到高压侧的低压母线电压为

$$U'_A = 113.83 + 6.11 = 119.94(\text{kV})$$

（3）变电站Ⅱ。通过变压器阻抗支路高压端的功率为

$$\widetilde{S}' = \widetilde{S} + \Delta\widetilde{S}_{zT} = (8 + j6) + (0.059 + j1.05) = 8.06 + j7.05(\text{MVA})$$

$$\Delta U_T = \frac{8.06 \times 7.14 + 7.05 \times 127.1}{111.07} = 8.59(\text{kV})$$

则归算到高压侧的低压母线电压为

$$U'_{II} = 111.07 - 8.59 = 102.48(\text{kV})$$

6. 计算低压母线实际电压

$$U_I = 105.11 \times \frac{11}{115.5} = 10.01(\text{kV})$$

$$U_A = 119.94 \times \frac{6.3}{121} = 6.24(\text{kV})$$

$$U_{II} = 102.48 \times \frac{11}{110} = 10.25(\text{kV})$$

## 二、环形网络中的潮流分布

就潮流分布而言，环形网络可理解为包括图 1-4（d）、（e）所示的环式网络和两端供电网络。下面先分别讨论这两种网络中的功率分布。

1. 环式网络中的功率分布

最简单的环式网络如图 3-17（a）所示。它只有一个单一的环，其等值电路如图 3-17（b）所示。作图 3-17（b）时，与作图 3-9（b）时相同，也以发电机端点为始端，并将发电厂变压器的励磁支路移至负荷侧。图 3-17（b）也可简化如图 3-17（c）所示，在简化的同时，也将各阻抗、导纳重新编号如图 3-17 所示。

由图 3-17（c）可见，这种最简单的单一环网的简化等值电路已相当复杂，需将其进一步简化。所谓进一步简化，即在全网电压都为额定电压的假设下，计算各变电站的运算负荷和发电厂的运算功率，并将它们接于相应的节点。这时，等值电路中就不再包含各变压器的阻抗支路和母线上并联的导纳支路，如图 3-17（d）所示。在以下所有关于环式网络和两端供电网络手算方法的讨论中，设电路都已经过这种简化。而显然，如对单回路输电系统的简化等值电路图 3-9（c）也作这种简化，简化后就只剩一个线路阻抗支路。

对于图 3-17（d）所示等值电路，原则上也可运用节点电压法、回路电流法等求解。但问题仍在于已知的往往是节点功率而不是电流，由节点功率求取节点电流时，需已知节点电压，而节点电压本身待求。因而，仍无法避免迭代求解复数方程式。

好在对于单一环网，待解的只有一个回路方程式

$$0 = z_{12}\dot{I}_a + z_{23}(\dot{I}_a + \dot{I}_2) + z_{31}(\dot{I}_a + \dot{I}_2 + \dot{I}_3) \tag{3-29}$$

式中　$\dot{I}_a$——流经阻抗 $z_{12}$ 的电流；

$\dot{I}_2$、$\dot{I}_3$——节点 2、3 的注入电流。

如仍采用全网电压都为额定电压的假设，回路电流法仍不失为可取的方法。

因此，如认为计算简单辐射形网络的方法运用了节点电压法中的节点电流平衡关系，则

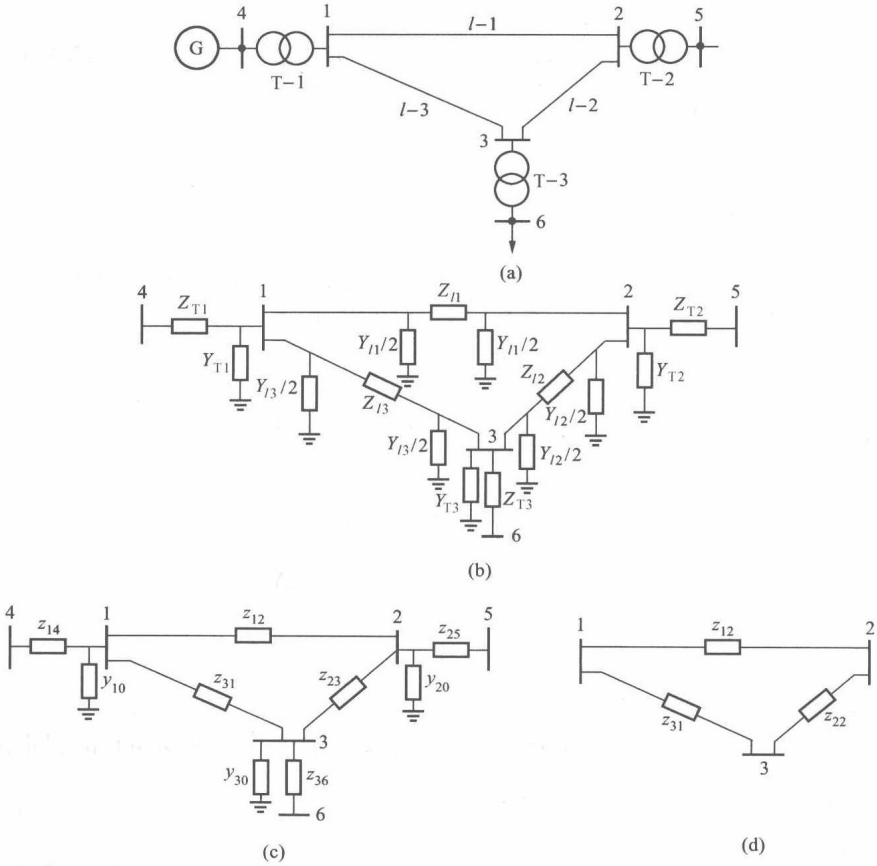



图 3-17　最简单环式网络

（a）网络接线图；（b）等值电路；（c）简化等值电路；（d）进一步简化后的等值电路

计算简单环式网络的方法就是简化的回路电流法。

这种简化就是运用近似的方法从功率 $\widetilde{S}$ 求取相应的电流 $\dot{I}$，即设电流 $\dot{I}$ 正比于复功率的共轭值 $\overset{*}{S}$，或 $\dot{I}=\overset{*}{S}/U_{N}$。再设图 3-17（d）中节点 2、3 的运算负荷 $\widetilde{S}_2$、$\widetilde{S}_3$ 已知，则由式（3-29），并计及运算负荷的符号与注入功率从而注入电流的符号相反，可得

$$z_{12}\overset{*}{S}_{a}+z_{23}(\overset{*}{S}_{a}-\overset{*}{S}_{2})+z_{31}(\overset{*}{S}_{a}-\overset{*}{S}_{2}-\overset{*}{S}_{3})=0$$

式中的 $\widetilde{S}_a$ 就是与 $\dot{I}_a$ 相对应的、流经阻抗 $z_{12}$ 的功率。

由上式可解得

$$\widetilde{S}_{a}=\frac{(\overset{*}{z}_{23}+\overset{*}{z}_{31})\widetilde{S}_{2}+\overset{*}{z}_{31}\widetilde{S}_{3}}{\overset{*}{z}_{12}+\overset{*}{z}_{23}+\overset{*}{z}_{31}} \tag{3-30a}$$

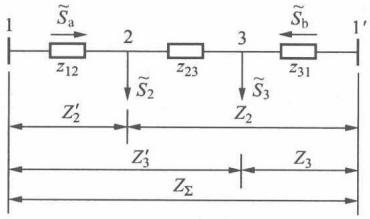



图 3-18　等值两端供电网络的等值电路

相似地，流经阻抗 $z_{31}$ 的功率 $\widetilde{S}_b$ 为

$$\widetilde{S}_{b}=\frac{(\overset{*}{z}_{32}+\overset{*}{z}_{21})\widetilde{S}_{3}+\overset{*}{z}_{21}\widetilde{S}_{2}}{\overset{*}{z}_{31}+\overset{*}{z}_{23}+\overset{*}{z}_{21}} \tag{3-30b}$$

对式（3-30a）和式（3-30b）可作如下理解。将节点 1 一分为二，可得一等值两端供电网络的等值电路如图 3-18 所示。其两端电压大小相等，相位相同。令图中节点 2、3 与节点 1 之间的总阻抗分别为 $Z_2'$、$Z_3'$，与节点 1′之间的总

阻抗分别为 $Z_2$、$Z_3$；环网的总阻抗为 $Z_\Sigma$，则它们可分别改写为

$$\left.\begin{aligned}\widetilde{S}_a &= \frac{\widetilde{S}_2\overset{*}{Z}_2+\widetilde{S}_3\overset{*}{Z}_3}{\overset{*}{Z}_\Sigma}=\frac{\Sigma\widetilde{S}_m\overset{*}{Z}_m}{\overset{*}{Z}_\Sigma}\quad(m=2,3)\\ \widetilde{S}_b &= \frac{\widetilde{S}_2\overset{*}{Z}'_2+\widetilde{S}_3\overset{*}{Z}'_3}{\overset{*}{Z}_\Sigma}=\frac{\Sigma\widetilde{S}_m\overset{*}{Z}'_m}{\overset{*}{Z}_\Sigma}\quad(m=2,3)\end{aligned}\right\}\tag{3-31}$$

式（3-31）与力学中梁的反作用力的计算公式很相似，网络中的负荷相当于梁的集中载荷，电源供应的功率则相当于梁的支点的反作用力，因而，很便于记忆。

还应指出，由于采用了 $\dot{I}=\overset{*}{S}/U_N$ 的假设，式（3-31）实质上是用电流计算的公式。在这种假设下，有如下的关系

$$\widetilde{S}_a+\widetilde{S}_b=\widetilde{S}_2+\widetilde{S}_3=\Sigma\widetilde{S}_m\quad(m=2,3)\tag{3-32}$$

式（3-32）可用以校核式（3-31）的计算结果。无疑，这两式可推广应用于有更多节点的环网。

式（3-31）需作大量复数乘除，虽便于记忆，却不实用。为此，要对其作某些形式上的变更。

令 $1/\overset{*}{Z}_\Sigma=\overset{*}{Y}_\Sigma=G_\Sigma+\mathrm{j}B_\Sigma$。式中，$G_\Sigma=R_\Sigma/(R_\Sigma^2+X_\Sigma^2)$，$B_\Sigma=X_\Sigma/(R_\Sigma^2+X_\Sigma^2)$。以此代入式（3-31），得

$$\widetilde{S}_a=(G_\Sigma+\mathrm{j}B_\Sigma)\Sigma\widetilde{S}_m\overset{*}{Z}_m$$

或

$$\begin{aligned}\widetilde{S}_a&=(G_\Sigma+\mathrm{j}B_\Sigma)\Sigma(P_m+\mathrm{j}Q_m)(R_m-\mathrm{j}X_m)\\&=[G_\Sigma\Sigma(P_mR_m+Q_mX_m)+B_\Sigma\Sigma(P_mX_m-Q_mR_m)]\\&\quad+\mathrm{j}[B_\Sigma\Sigma(P_mR_m+Q_mX_m)-G_\Sigma\Sigma(P_mX_m-Q_mR_m)]\end{aligned}$$

从而

$$\left.\begin{aligned}P_a&=G_\Sigma\Sigma(P_mR_m+Q_mX_m)+B_\Sigma\Sigma(P_mX_m-Q_mR_m)\\Q_a&=B_\Sigma\Sigma(P_mR_m+Q_mX_m)-G_\Sigma\Sigma(P_mX_m-Q_mR_m)\end{aligned}\right\}\tag{3-33a}$$

相似地

$$\left.\begin{aligned}P_b&=G_\Sigma\Sigma(P_mR'_m+Q_mX'_m)+B_\Sigma\Sigma(P_mX'_m-Q_mR'_m)\\Q_b&=B_\Sigma\Sigma(P_mR'_m+Q_mX'_m)-G_\Sigma\Sigma(P_mX'_m-Q_mR'_m)\end{aligned}\right\}\tag{3-33b}$$

求得 $\widetilde{S}_a$ 或 $\widetilde{S}_b$ 后，即可求取环网各线段中流通的功率。而求得这些功率后将发现，网络中某些节点的功率是由两侧向其流动的。这种节点称功率分点。通常在功率分点上加“▼”以示区别。如有功、无功功率的分点不一致，则以“▼”“▽”分别表示有功功率、无功功率分点。

如网络中所有线段单位长度的参数完全相等，式（3-31）可改写为

$$\left.\begin{aligned}\widetilde{S}_a&=\frac{\Sigma\widetilde{S}_ml_m}{l_\Sigma}\\\widetilde{S}_b&=\frac{\Sigma\widetilde{S}_ml'_m}{l_\Sigma}\end{aligned}\right\}\tag{3-34}$$

从而

$$\left.\begin{aligned} P_a &= \frac{\Sigma P_m l_m}{l_\Sigma}; \quad P_b = \frac{\Sigma P_m l'_m}{l_\Sigma} \\ Q_a &= \frac{\Sigma Q_m l_m}{l_\Sigma}; \quad Q_b = \frac{\Sigma Q_m l'_m}{l_\Sigma} \end{aligned}\right\} \tag{3-35}$$

式中的 $l_m$、$l'_m$、$l_\Sigma$ 分别为与 $Z_m$、$Z'_m$、$Z_\Sigma$ 相对应的线路长度。显然，这公式更接近于力学中计算反作用力的公式。

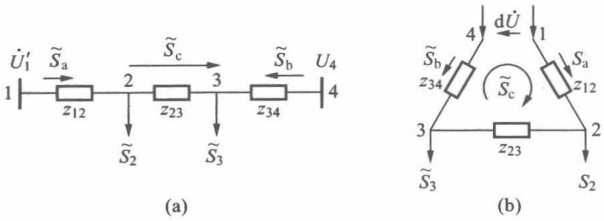



图 3-19　两端供电网络与环式网络的等值

（a）两端供电网络的等值电路；（b）等值环式网络的等值电路

2. 两端供电网络中的功率分布

回路电压为零的单一环网既等值于两端电压大小相等、相位相同的两端供电网络，两端电压大小不等、相位不同的两端供电网络，如图 3-19（a）所示，也可等值于回路电压不为零的单一环网，如图 3-19（b）所示。

图 3-19（b）中，令节点 1、4 的电压相差 $\dot{U}_1-\dot{U}_4=d\dot{U}$，可得如下的回路方程式

$$d\dot{U} = z_{12}\dot{I}_a + z_{23}(\dot{I}_a + \dot{I}_2) + z_{34}(\dot{I}_a + \dot{I}_2 + \dot{I}_3)$$

计及 $\dot{I}=\dfrac{\overset{*}{S}}{U_N}$，上式可改写为

$$U_N d\dot{U} = z_{12}\overset{*}{S}_a + z_{23}(\overset{*}{S}_a - \overset{*}{S}_2) + z_{34}(\overset{*}{S}_a - \overset{*}{S}_2 - \overset{*}{S}_3)$$

式中的负荷功率已改变符号。由上式可解得流经阻抗 $z_{12}$ 的功率 $\tilde{S}_a$ 为

$$\tilde{S}_a = \frac{(\overset{*}{z}_{23} + \overset{*}{z}_{34})\tilde{S}_2 + \overset{*}{z}_{34}\tilde{S}_3}{\overset{*}{z}_{12} + \overset{*}{z}_{23} + \overset{*}{z}_{34}} + \frac{U_N d\overset{*}{U}}{\overset{*}{z}_{12} + \overset{*}{z}_{23} + \overset{*}{z}_{34}} \tag{3-36a}$$

相似地，流经阻抗 $z_{43}$ 的功率 $\tilde{S}_b$ 为

$$\tilde{S}_b = \frac{(\overset{*}{z}_{32} + \overset{*}{z}_{21})\tilde{S}_3 + \overset{*}{z}_{21}\tilde{S}_2}{\overset{*}{z}_{43} + \overset{*}{z}_{32} + \overset{*}{z}_{21}} - \frac{U_N d\overset{*}{U}}{\overset{*}{z}_{43} + \overset{*}{z}_{32} + \overset{*}{z}_{21}} \tag{3-36b}$$

由式（3-36a）、式（3-36b）可见，两端电压不相等的两端供电网络中，各线段中流通的功率可看作是两个功率分量的叠加。其一为两端电压相等时的功率，即图 3-19（b）中设 $d\dot{U}=0$ 时的功率；另一为取决于两端电压的差值 $d\dot{U}$ 和环网总阻抗 $Z_\Sigma=z_{12}+z_{23}+z_{34}$ 的功率，称循环功率，以 $\tilde{S}_c$ 表示

$$\tilde{S}_c = \frac{U_N d\overset{*}{U}}{\overset{*}{Z}_\Sigma} \tag{3-37}$$

于是，可套用式（3-31）将式（3-36a）、式（3-36b）改写为

$$\left.\begin{aligned} \tilde{S}_a &= \frac{\Sigma \tilde{S}_m \overset{*}{Z}_m}{\overset{*}{Z}_\Sigma} + \tilde{S}_c \\ \tilde{S}_b &= \frac{\Sigma \tilde{S}_m \overset{*}{Z}'_m}{\overset{*}{Z}_\Sigma} - \tilde{S}_c \end{aligned}\right\} \tag{3-38}$$

注意，循环功率的正向与 $d\dot{U}$ 的取向有关。取 $d\dot{U}=\dot{U}_1-\dot{U}_4$，则循环功率由节点 1 流向节点 4 时为正；反之，取 $d\dot{U}=\dot{U}_4-\dot{U}_1$，则循环功率由节点 4 流向节点 1 时为正。

上式还可用以计算环网中变压器变比不匹配时的循环功率。为此，先观察图3-20所示环

式网络。设图中变压器 T-1、T-2 的变比分别为 242/10.5、231/10.5，则在网络空载，且开环运行时，开口两侧将有电压差；闭环运行时，网络中将有功率循环。例如，将图中断路器 1 断开时，其左侧电压为 10.5×242/10.5＝242（kV），右侧电压为 10.5×231/10.5＝231（kV）；从而，将该断路器闭合时，将有顺时针方向的循环功率流动。显然，这个循环功率的大小就取决于断路器两侧的电压差和环网的总阻抗，其表达式仍为式（3-37）。所不同的是，式中的 $d\dot{U}$ 此处为环网开环时开口两侧的电压差，并非两个电源电压的差值。如果近似取两个变压器的变比相等（都为两侧线路额定电压的比值），则无法计算这种循环功率。

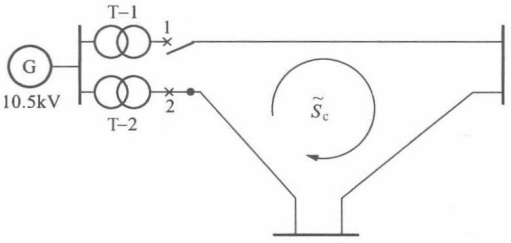



图 3-20　环式网络

3. 环形网络中的电压降落和功率损耗

在求得环形网络中功率分布后，还必须计算网络中各线段的电压降落和功率损耗，方能获得潮流分布计算的最终结果。

这种计算并不困难。因求得网络中功率分布后，就可确定其功率分点以及流向功率分点的功率。由于功率分点总是网络中最低电压点，可在该点将环网解开，即将环形网络看作为两个辐射形网络，由功率分点开始，分别从其两侧逐段向电源端推算电压降落和功率损耗。这时运用的计算公式与计算辐射形网络时完全相同。

进行上述计算时，可能会出现两个问题：有功功率分点和无功功率分点不一致，应以哪个分点作计算的起点？已知的是电源端电压而不是功率分点电压，应按什么电压起算？对前者可作如下考虑：鉴于较高电压级网络中，电压损耗主要系无功功率流动所引起，无功功率分点电压往往低于有功功率分点，一般可以无功功率分点为计算的起点。对后者则要再次设网络中各点电压均为额定电压，先计算各线段功率损耗，求得电源端功率后，再运用已知的电源端电压和求得的电源端功率计算各线段电压降落。

**【例 3-4】**　网络接线图如图 3-21 所示。图中，发电厂 F 母线Ⅱ上所连发电机发给定运算功率 40＋j30MVA，其余功率由母线Ⅰ上所连发电机供给。

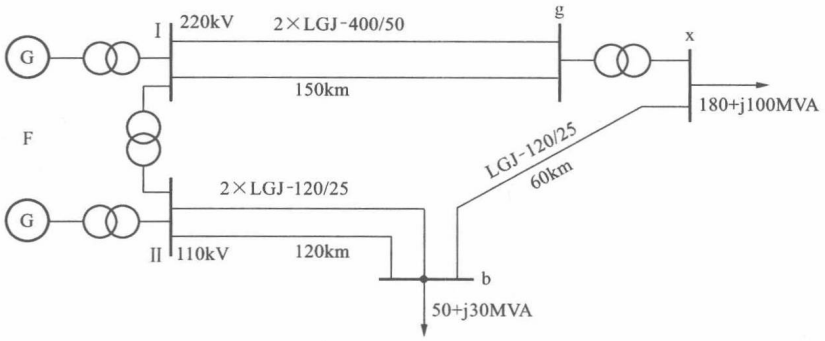



图 3-21　网络接线图

设连接母线Ⅰ、Ⅱ的联络变压器容量为 60MVA，$R_T=3\Omega$，$X_T=110\Omega$；线路末端降压变压器总容量为 240MVA，$R_T=0.8\Omega$，$X_T=23\Omega$；220kV 线路，$R_l=5.9\Omega$，$X_l=31.5\Omega$；110kV 线路，xb 段，$R_l=65\Omega$，$X_l=100\Omega$；bⅡ段，$R_l=65\Omega$，$X_l=100\Omega$。所有阻抗均已按线路额定电压的比值归算至 220kV 侧。

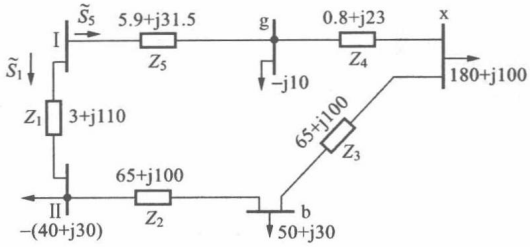



图 3-22　等值电路图

降压变压器电导可略去，电纳中功率与 220kV 线路电纳中功率合并后作为一 10Mvar 无功功率电源连接在降压变压器高压侧。

设联络变压器变比为 231/110kV，降压变压器变比为 231/121kV；发电厂母线Ⅰ上电压为 242kV，试计算网络中的潮流分布。

**解**　1. 计算初步功率分布

按给定条件作等值电路如图 3-22 所示。

设全网电压都为额定电压，以等电压两端供电网络的计算方法计算功率分布

$$\tilde{S}_1=\frac{\Sigma\tilde{S}_m\overset{*}{Z}_m}{\overset{*}{Z}_\Sigma}$$

$$=\frac{\tilde{S}_g\overset{*}{Z}_5+\overset{*}{S}_x(\overset{*}{Z}_5+\overset{*}{Z}_4)+\tilde{S}_b(\overset{*}{Z}_5+\overset{*}{Z}_4+\overset{*}{Z}_3)+\tilde{S}_{II}(\overset{*}{Z}_5+\overset{*}{Z}_4+\overset{*}{Z}_3+\overset{*}{Z}_2)}{\overset{*}{Z}_1+\overset{*}{Z}_2+\overset{*}{Z}_3+\overset{*}{Z}_4+\overset{*}{Z}_5}$$

$$=\frac{1}{139.7-j364.5}\times[-j10\times(5.9-j31.5)+(180+j100)\times(6.7-j54.5)$$
$$+(50+j30)\times(71.7-j154.5)-(40+j30)\times(136.7-j254.5)]$$
$$=22.13-j4.48(\text{MVA})$$

$$\tilde{S}_5=\frac{\Sigma\tilde{S}_m\overset{*}{Z}'_m}{\overset{*}{Z}_\Sigma}$$

$$=\frac{\tilde{S}_{II}\overset{*}{Z}_1+\tilde{S}_b(\overset{*}{Z}_1+\overset{*}{Z}_2)+\tilde{S}_x(\overset{*}{Z}_1+\overset{*}{Z}_2+\overset{*}{Z}_3)+\tilde{S}_g(\overset{*}{Z}_1+\overset{*}{Z}_2+\overset{*}{Z}_3+\overset{*}{Z}_4)}{\overset{*}{Z}_1+\overset{*}{Z}_2+\overset{*}{Z}_3+\overset{*}{Z}_4+\overset{*}{Z}_5}$$

$$=\frac{1}{139.7-j364.5}\times[-(40+j30)\times(3-j110)+(50+j30)\times(68-j210)$$
$$+(180+j100)\times(133-j310)-j10\times(133.8-j333)]$$
$$=167.87+j94.48(\text{MVA})$$

校核

$$\tilde{S}_1+\tilde{S}_5=(22.13-j4.48)+(167.87+j94.48)$$
$$=190+j90(\text{MVA})$$
$$\tilde{S}_{II}+\tilde{S}_b+\tilde{S}_x+\tilde{S}_g=-(40+j30)+(50+j30)$$
$$+(180+j100)-j10$$
$$=190+j90(\text{MVA})$$

可见计算无误。

然后可作初步功率分布如图 3-23 所示。

2. 计算循环功率

如在联络变压器高压侧将环网解开，则开口上方电压即发电厂母线Ⅰ电压为 242kV；开口下方电压为 $242\times\frac{121}{231}\times\frac{231}{110}=266.2$（kV）。由此可见，循环功率的流向为顺时针方向，其值为

$$\tilde{S}_c=\frac{U_N d\overset{*}{U}}{\overset{*}{Z}_\Sigma}=\frac{220(266.2-242)}{139.7-j364.5}$$
$$=4.88+j12.74(\text{MVA})$$

求得循环功率后，即可计算计及循环功率时的功

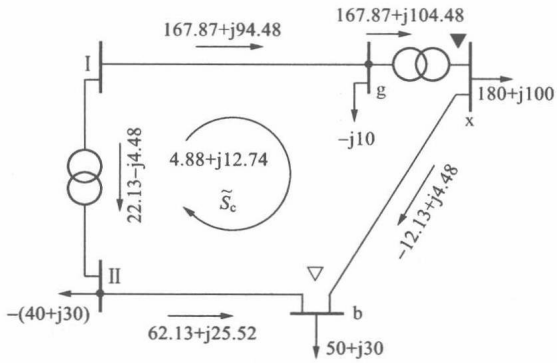



图 3-23　初步功率分布

率分布，计算结果如图 3-24 所示。

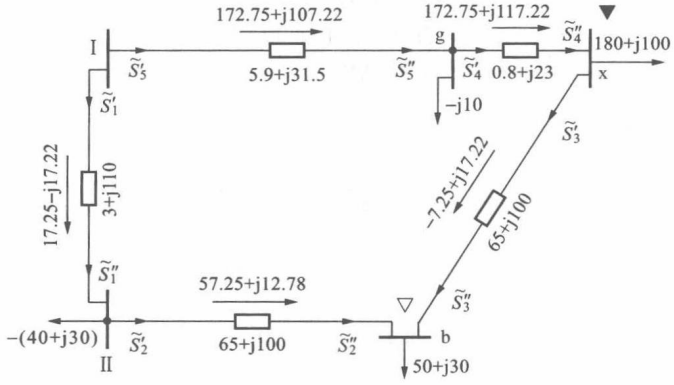



图 3-24　计及循环功率时的功率分布

3. 计算各线段的功率损耗

由图 3-24 可见，此处有两个功率分点，选无功功率分点为计算功率损耗的起点，并按网络额定电压 220kV 计算功率损耗。

$$\tilde{S}_2''=57.25+\mathrm{j}12.78(\mathrm{MVA})$$

$$\Delta P_2=\frac{57.25^2+12.78^2}{220^2}\times 65=4.62(\mathrm{MW})$$

$$\Delta Q_2=\frac{57.25^2+12.78^2}{220^2}\times 100=7.11(\mathrm{Mvar})$$

$$\tilde{S}_2'=\tilde{S}_2''+\Delta\tilde{S}_2=(57.25+\mathrm{j}12.78)+(4.62+\mathrm{j}7.11)=61.87+\mathrm{j}19.89(\mathrm{MVA})$$

$$\tilde{S}_3''=-7.25+\mathrm{j}17.22(\mathrm{MVA})$$

$$\Delta P_3=\frac{7.25^2+17.22^2}{220^2}\times 65=0.47(\mathrm{MW})$$

$$\Delta Q_3=\frac{7.25^2+17.22^2}{220^2}\times 100=0.72(\mathrm{Mvar})$$

$$\tilde{S}_3'=\tilde{S}_3''+\Delta\tilde{S}_3=(-7.25+\mathrm{j}17.22)+(0.47+\mathrm{j}0.72)=-6.78+\mathrm{j}17.94(\mathrm{MVA})$$

$$\tilde{S}_4''=\tilde{S}_3'+\tilde{S}_x=(-6.78+\mathrm{j}17.94)+(180+\mathrm{j}100)=173.22+\mathrm{j}117.94(\mathrm{MVA})$$

$$\Delta P_4=\frac{173.22^2+117.94^2}{220^2}\times 0.8=0.73(\mathrm{MW})$$

$$\Delta Q_4=\frac{173.22^2+117.94^2}{220^2}\times 23=20.87(\mathrm{Mvar})$$

$$\tilde{S}_4'=\tilde{S}_4''+\Delta\tilde{S}_4=(173.22+\mathrm{j}117.94)+(0.73+\mathrm{j}20.87)=173.95+\mathrm{j}138.81(\mathrm{MVA})$$

$$\tilde{S}_5''=\tilde{S}_4'+\tilde{S}_g=(173.95+\mathrm{j}138.81)-\mathrm{j}10=173.95+\mathrm{j}128.81(\mathrm{MVA})$$

$$\Delta P_5=\frac{173.95^2+128.81^2}{220^2}\times 5.9=5.71(\mathrm{MW})$$

$$\Delta Q_5=\frac{173.95^2+128.81^2}{220^2}\times 31.5=30.49(\mathrm{Mvar})$$

$$\tilde{S}_5'=\tilde{S}_5''+\Delta\tilde{S}_5=(173.95+\mathrm{j}128.81)+(5.71+\mathrm{j}30.49)=179.66+\mathrm{j}159.30(\mathrm{MVA})$$

$$\tilde{S}_1''=\tilde{S}_2'+\tilde{S}_{\mathrm{II}}=(61.87+\mathrm{j}19.89)-(40+\mathrm{j}30)=21.87-\mathrm{j}10.11(\mathrm{MVA})$$

$$\Delta P_1=\frac{21.87^2+10.11^2}{220^2}\times 3=0.04(\mathrm{MW})$$

$$\Delta Q_1=\frac{21.87^2+10.11^2}{220^2}\times 110=1.32(\mathrm{Mvar})$$

$$\tilde{S}_1' = \tilde{S}_1'' + \Delta\tilde{S}_1 = (21.87 - j10.11) + (0.04 + j1.32)$$
$$= 21.91 - j8.79(\text{MVA})$$
$$\tilde{S}_{\text{I}} = \tilde{S}_5' + \tilde{S}_1' = (179.66 + j159.30) + (21.91 - j8.79)$$
$$= 201.57 + j150.51(\text{MVA})$$

4. 计算各线段的电压降落

由 $U_1$、$\tilde{S}'_5$ 求 $U_g$

$$\Delta U_5 = \frac{179.66 \times 5.9 + 159.30 \times 31.5}{242} = 25.12(\text{kV})$$

$$\delta U_5 = \frac{179.66 \times 31.5 - 159.30 \times 5.9}{242} = 19.50(\text{kV})$$

$$U_g = \sqrt{(242 - 25.12)^2 + 19.50^2} = 217.75(\text{kV})$$

由 $U_g$、$\tilde{S}_4'$ 求 $U_x$

$$\Delta U_4 = \frac{173.95 \times 0.8 + 138.81 \times 23}{217.75} = 15.30(\text{kV})$$

$$\delta U_4 = \frac{173.95 \times 23 - 138.81 \times 0.8}{217.75} = 17.86(\text{kV})$$

$$U_x = \sqrt{(217.75 - 15.30)^2 + 17.86^2} = 203.24(\text{kV})$$

由 $U_x$、$\tilde{S}_3'$ 求 $U_b$

$$\Delta U_3 = \frac{-6.78 \times 65 + 17.94 \times 100}{203.24} = 6.66(\text{kV})$$

$$\delta U_3 = \frac{-6.78 \times 100 - 17.94 \times 65}{203.24} = -9.07(\text{kV})$$

$$U_b = \sqrt{(203.24 - 6.66)^2 + 9.07^2} = 196.79(\text{kV})$$

由 $U_b$、$\tilde{S}_2''$ 求 $U_{\text{II}}$

$$\Delta U_2 = \frac{57.25 \times 65 + 12.78 \times 100}{196.79} = 25.40(\text{kV})$$

$$\delta U_2 = \frac{57.25 \times 100 - 12.78 \times 65}{196.79} = 24.87(\text{kV})$$

$$U_{\text{II}} = \sqrt{(196.79 + 25.40)^2 + 24.87^2} = 223.58(\text{kV})$$

由 $U_{\text{II}}$、$\tilde{S}_1''$ 求 $U_1$

$$\Delta U_1 = \frac{21.87 \times 3 - 10.11 \times 110}{223.58} = -4.68(\text{kV})$$

$$\delta U_1 = \frac{21.87 \times 110 + 10.11 \times 3}{223.58} = 10.90(\text{kV})$$

$$U_{\text{I}} = \sqrt{(223.58 - 4.68)^2 + 10.90^2} = 219.17(\text{kV})$$

顺时针 Ⅰ-g-x-b-Ⅱ-Ⅰ 逐段求得的 $U_{\text{I}}=219.17\text{kV}$ 与起始的 $U_{\text{I}}=242\text{kV}$ 相差很大。这一差别就是变压器变比不匹配形成的。如仍顺时针按给定的变压器变比将各点电压折算为实际值，余下的就是计算方法上的误差。这时

$$U_{\text{I}} = 242\text{kV};\quad U_g = 217.75\text{kV}$$

$$U'_x = 203.24 \times \frac{121}{231} = 106.46(\text{kV});\quad U'_b = 196.79 \times \frac{121}{231} = 103.08(\text{kV})$$

$$U'_{\text{II}} = 223.58 \times \frac{121}{231} = 117.11(\text{kV});\quad U'_{\text{I}} = 219.17 \times \frac{121}{231} \times \frac{231}{110} = 241.09(\text{kV})$$

最后，将计算结果标于图 3-25。

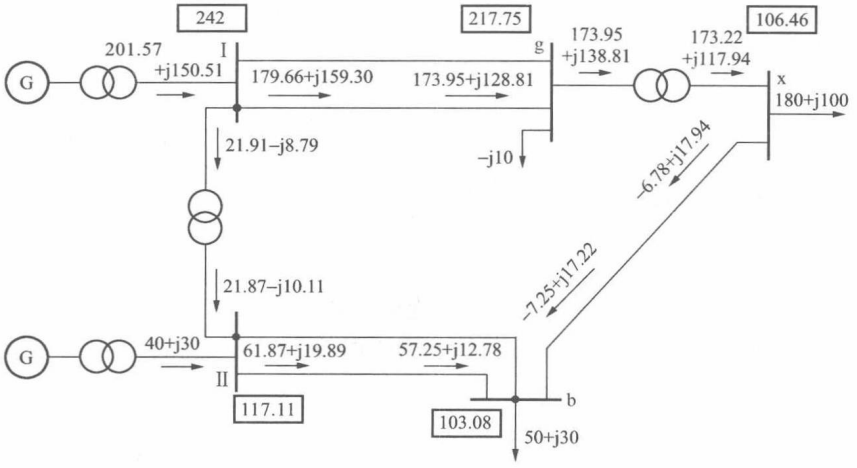



图 3-25　潮流分布计算结果

## 第三节　配电网潮流计算的特点

### 一、辐射形配电网潮流计算的特点

辐射形配电网的接线方式可以分为辐射式、链式、干线式三种网络。图 3-26 所示为简单辐射式配电网接线。这种配电网通常只有一个电源，通过电网向多个负荷供电。

辐射形配电网潮流计算有如下特点：

（1）辐射形配电网支路数一定小于节点数。因此，网络节点导纳矩阵稀疏度很高。

（2）低压配电网由于线路电阻较大，一般不满足 $R \ll X$，因此通常不能采用 $P$-$Q$ 解耦法（见第四章）进行网络潮流计算。

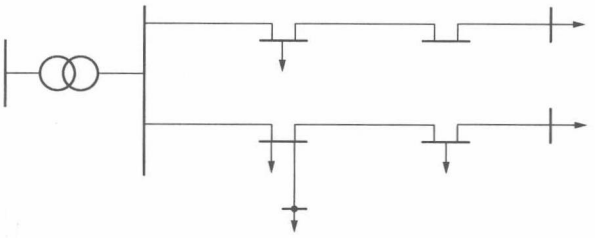


图 3-26　简单辐射形配电网接线

（3）对于末端负荷节点前的支路功率就是末端运算负荷功率，所以可直接求支路功率损耗和电压损耗。依次往前推。

因此，可以采用一种类似于简单手算潮流的办法进行辐射形配电网的潮流计算，也称前推回推计算。

### 二、配电网的前推回推潮流计算方法

对于如图 3-27 所示的辐射形配电网络，图 3-28 为其简化等值网络。考虑对地导纳支路的影响，各节点的实际运算功率应为

$$\dot{S}_i = \dot{S}_{\mathrm{L}i} + U_i^2 y_{io}^* \quad (i = 2 \cdots 5) \tag{3-39}$$

等值网络中任一支路始端功率为

$$\dot{S}_{ij} = \dot{S}_j + \sum_{k \in C_j} S_{jk} + \Delta \dot{S}_{ij} = P_{ij} + \mathrm{j}Q_{ij} \tag{3-40}$$

$$\left.\begin{aligned} P_{ij} &= P_j + \sum_{k\in C_j} P_{jk} + \Delta P_{ij} = P_j + \sum_{k\in C_j} P_{jk} + \frac{\left(P_j + \sum\limits_{k\in C_j} P_{jk}\right)^2 + \left(Q_j + \sum\limits_{k\in C_j} Q_{jk}\right)^2}{U_j^2} R_{ij} \\ Q_{ij} &= Q_j + \sum_{k\in C_j} Q_{jk} + \Delta Q_{ij} = Q_j + \sum_{k\in C_j} Q_{jk} + \frac{\left(P_j + \sum\limits_{k\in C_j} P_{jk}\right)^2 + \left(Q_j + \sum\limits_{k\in C_j} Q_{jk}\right)^2}{U_j^2} X_{ij} \end{aligned}\right\} \tag{3-41}$$

式中　　$C_j$——除 $i$ 节点外所有与 $j$ 节点相连的节点的集合；

$\Sigma P_{jk}$，$\Sigma Q_{jk}$——除支路 $ij$ 之外所有与 $j$ 节点相连的支路功率之和。

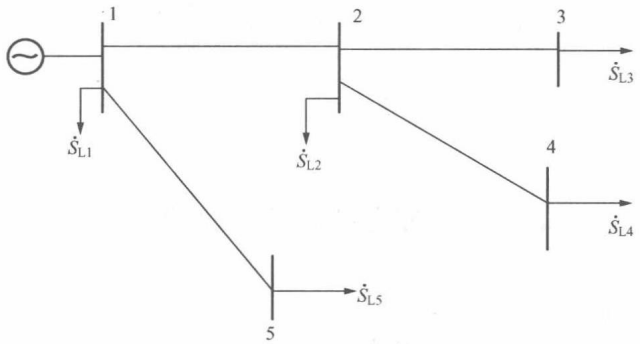



图 3-27　辐射形配电网络

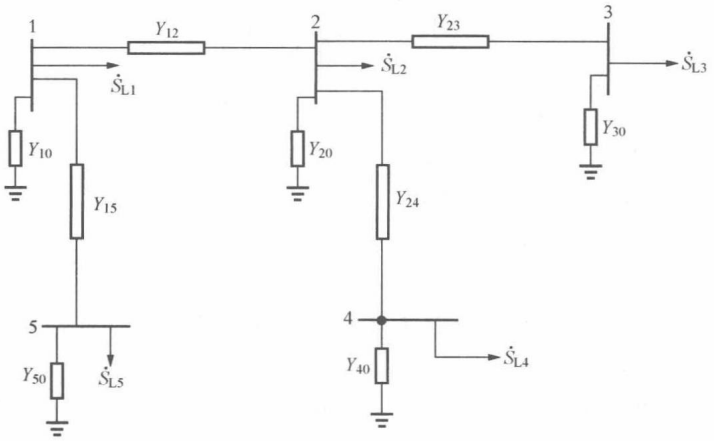



图 3-28　图 3-27 辐射形配电网络简化等值网络

很明显，任一支路的始端功率与支路末端的电压模值有关。已知网络末端电压很容易求得网络各线段的功率损耗。

另外，若已知始端功率和始端电压，也容易求出各末端节点的电压

$$\dot{U}_j = \dot{U}_i - \Delta\dot{U}_{ij} \tag{3-42}$$

电压相量以极坐标表示，即

$$\dot{U}_i = \dot{U}_i\angle\theta_i;\quad \dot{U}_j = \dot{U}_j\angle\theta_j$$

$$\left.\begin{aligned} U_j &= \sqrt{\left(U_i - \frac{P_{ij}R_{ij} + Q_{ij}X_{ij}}{U_i}\right)^2 + \left(\frac{P_{ij}X_{ij} - Q_{ij}R_{ij}}{U_i}\right)^2} \\ \theta_3 &= \theta_2 - \arctan \frac{\dfrac{P_{ij}X_{ij} - Q_{ij}R_{ij}}{U_i}}{U_i - \dfrac{P_{ij}R_{ij} + Q_{ij}X_{ij}}{U_i}} \end{aligned}\right\} \tag{3-43}$$

配电网的前推回推潮流就是根据手算潮流的方法得到的。前推是指已知各节点电压，计算全网的功率损耗，以得到起始点（电源点）的功率；后推是指根据起始点（电源点）电压和各线路起始功率，逐段计算线路电压降落，以得到全网各节点的电压。

配电网潮流一般只有一个电源点，该节点电压幅值和相角已知，是其他节点电压计算的参考点，待求的是该节点输入的有功功率和无功功率，该节点称为平衡节点。一般配电网潮流计算中负荷节点已知负荷的有功功率和无功功率，待求节点的电压幅值和相角，这类节点称为 $PQ$ 节点。配电网中还有一些节点安装有并联电容器等无功电源，在运行中希望这些节点的电压幅值保持在某一水平，在潮流计算中这样的节点已知负荷的有功功率和节点的电压幅值的大小，待求节点的无功功率和电压相角，这类节点称为 $PV$ 节点。关于平衡节点、$PQ$ 节点和 $PV$ 节点的进一步讨论见第四章。

配电网前推回推潮流计算的具体步骤如下：

（1）初始化：给定平衡节点（即电源点）电压；为全网其他 $PQ$ 节点赋电压初始值 $\dot{U}_i^{(0)}$，一般设幅值为额定电压，相角为 0；$PV$ 节点赋无功注入功率初始功率 $Q_i^{(0)}$。

（2）计算各节点运算功率

$$S_i^{(0)} = S_{Li} + U_i^{(0)2} y_{io}^*$$

（3）从网络的末端开始，逐步前推，由节点电压 $U_i^{(0)}$，求全网各支路功率分布。

前推过程为

$$P_{ij}^{(1)} = P_j^{(0)} + \sum_{k \in C_j} P_{jk}^{(1)} + \Delta P_{ij}^{(1)}$$

$$Q_{ij}^{(1)} = Q_j^{(0)} + \sum_{k \in C_j} Q_{jk}^{(1)} + \Delta Q_{ij}^{(1)}$$

（4）从始端出发，逐段回推，由支路功率求各节点电压 $\dot{U}_i^{(1)}$。利用式（3-42）、式（3-43）有

$$U_j^{(1)} = \sqrt{\left(U_i^{(1)} - \frac{P_{ij}^{(1)}R_{ij} + Q_{ij}^{(1)}X_{ij}}{U_i^{(1)}}\right)^2 + \left(\frac{P_{ij}^{(1)}X_{ij} - Q_{ij}^{(1)}R_{ij}}{U_i^{(1)}}\right)^2}$$

$$\theta_j^{(1)} = \theta_i^{(1)} - \arctan \frac{\dfrac{P_{ij}^{(1)}X_{ij} - Q_{ij}^{(1)}R_{ij}}{U_i^{(1)}}}{U_i^{(1)} - \dfrac{P_{ij}^{(1)}R_{ij} + Q_{ij}^{(1)}X_{ij}}{U_i^{(1)}}}$$

（5）利用求得的各节点电压修正 $PV$ 节点电压和无功功率

$$\dot{U}_i^{(1)} = U_i^{(1)} \angle \theta_i^{(1)}$$

$$Q_i^{(1)} = U_i^{(1)} \sum_{j=1}^{n} U_j^{(1)} (G_{ij} \sin\theta_{ij}^{(1)} - B_{ij} \cos\theta_{ij}^{(1)})$$

（6）检查是否已经收敛。利用事先给定的收敛标准判断收敛与否。

$$|\Delta P_i^{(1)}| < \varepsilon_1$$
$$|\Delta Q_i^{(1)}| < \varepsilon_1$$

式中

$$\Delta P_i^{(1)} = P_{is} - U_i^{(1)} \sum_{j=1}^{n} U_j^{(1)} (G_{ij} \sin\theta_{ij}^{(1)} + B_{ij} \cos\theta_{ij}^{(1)})$$

$$\Delta Q_i^{(1)} = Q_{is} - U_i^{(1)} \sum_{j=1}^{n} U_j^{(1)} (G_{ij} \sin\theta_{ij}^{(1)} - B_{ij} \cos\theta_{ij}^{(1)})$$

（7）如不满足收敛标准，将各节点电压计算值作为新的初始值自第二步开始进入下一次迭代。

**【例 3-5】** 有一五节点系统如图 3-29 所示，参数标幺值标于图上。对地支路为导纳，其余支路为阻抗。节点 1 为电源点，已知电压为 $U_1=1.06$。节点 2、3 装有无功补偿装置，其电压分别为 $U_2=1.045$，$U_3=1.01$。计算全网潮流。收敛标准为 0.001。

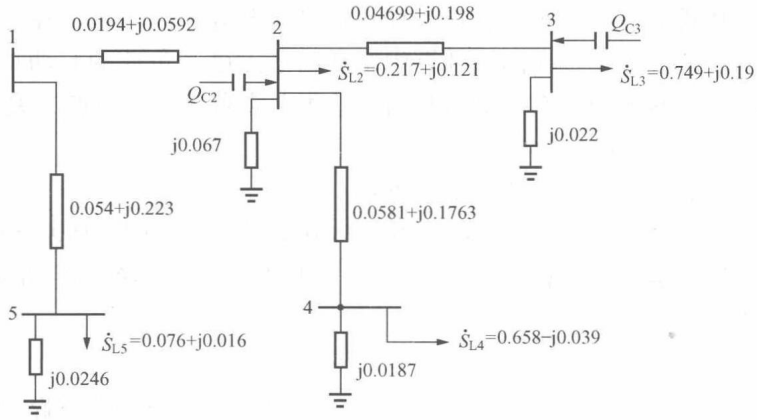



图 3-29 例3-5 五节点配电网络等效电路

**解** 第一步：根据题意，设 1 号节点为平衡节点，2、3 号节点为 $PV$ 节点，4、5 号节点为 $PQ$ 节点。设初始值

$$\dot{U}_1 = 1.06\angle 0;\quad \dot{U}_2^{(0)} = 1.045\angle 0$$
$$\dot{U}_3^{(0)} = 1.01\angle 0;\quad \dot{U}_4^{(0)} = 1.0\angle 0;\quad \dot{U}_5^{(0)} = 1.0\angle 0$$
$$Q_{C2}{}^{(0)} = 0;\quad Q_{C3}^{(0)} = 0$$

第二步：求各节点运算功率。

$$\begin{aligned} S_2^{(0)} &= S_{L2} + U_2^{(0)2} \overset{*}{y}_{20} - \mathrm{j}Q_{C2}^{(0)} \\ &= 0.217 + \mathrm{j}0.121 - \mathrm{j}1.045^2 \times 0.067 = 0.217 + \mathrm{j}0.0478 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_3^{(0)} &= S_{L3} + U_3^{(0)2} \overset{*}{y}_{30} - \mathrm{j}Q_{C3}^{(0)} \\ &= 0.749 + \mathrm{j}0.19 - \mathrm{j}1.01^2 \times 0.022 = 0.749 + \mathrm{j}0.1676 \end{aligned}$$

$$S_4^{(0)} = 0.658 - \mathrm{j}0.039 - \mathrm{j}0.0187 = 0.658 + \mathrm{j}0.0577$$

$$S_5^{(0)} = 0.076 + \mathrm{j}0.016 - \mathrm{j}0.0246 = 0.076 - \mathrm{j}0.0086$$

第三步：从末端开始计算全网各支路功率分布。

$$\begin{aligned} \dot{S}_{23}^{(0)} &= \dot{S}_3^{(0)} + \Delta\dot{S}_{23}^{(0)} \\ &= 0.749 + \mathrm{j}0.1676 + \frac{0.749^2 + 0.1676^2}{0.01^2} \times (0.04699 + \mathrm{j}0.198) \\ &= 0.7761 + \mathrm{j}0.2819 \end{aligned}$$

$$\dot{S}_{24}^{(1)}=\dot{S}_{4}^{(0)}+\Delta\dot{S}_{24}^{(0)}$$

$$=0.658-\mathrm{j}0.0577+\frac{0.658^2+0.0577^2}{1^2}\times(0.05811+\mathrm{j}0.1763)$$

$$=0.683+\mathrm{j}0.0192$$

$$\dot{S}_{12}^{(1)}=\dot{S}_{2}^{(0)}+\dot{S}_{23}^{(1)}+\dot{S}_{24}^{(1)}+\Delta\dot{S}_{12}^{(0)}$$

$$=0.217+\mathrm{j}0.0478+0.7761+\mathrm{j}0.2819+0.683+\mathrm{j}0.0192$$

$$=\frac{(0.217+0.7761+0.683)^2+(0.0478+0.2819+0.0192)^2}{1.045}\times(0.0194+\mathrm{j}0.0592)$$

$$=1.728+\mathrm{j}0.5078$$

$$\dot{S}_{15}^{(1)}=\dot{S}_{5}^{(0)}+\Delta\dot{S}_{15}^{(0)}$$

$$=0.076-\mathrm{j}0.0086+\frac{0.076^2+0.0086^2}{1^2}\times(0.054+\mathrm{j}0.223)$$

$$=0.0763-\mathrm{j}0.0073$$

**第四步：从始端回推各节点电压。**

$$U_2^{(0)}=1.045$$

$$\theta_2^{(1)}=0-\arctan\frac{\dfrac{1.728\times0.0592-0.5078\times0.0194}{1.06}}{1.06-\dfrac{1.728\times0.0194+0.5078\times0.0592}{1.06}}=-4.98^\circ$$

$$U_3^{(0)}=1.01$$

$$\theta_3^{(1)}=-4.984-\arctan\frac{\dfrac{1.7761\times0.198-0.2819\times0.04699}{1.045}}{1.045-\dfrac{0.7761\times0.04699+0.2819\times0.198}{1.045}}$$

$$=-4.98^\circ-8^\circ=-12.984^\circ$$

$$U_4^{(1)}=\sqrt{\left(1.045-\frac{0.683\times0.05811+0.0192\times0.1763}{1.045}\right)^2+\left(\frac{0.683\times0.1763-0.0192\times0.05811}{1.045}\right)^2}$$

$$=1.01025$$

$$\theta_4^{(1)}=-4.984^\circ-\arctan\frac{\dfrac{0.683\times0.1763-0.0192\times0.05811}{1.045}}{\dfrac{0.683\times0.05811+0.0192\times0.1763}{1.045}}$$

$$=-4.984^\circ-6.49^\circ=-11.47^\circ$$

$$U_5^{(1)}=\sqrt{\left(1.06-\frac{0.0763\times0.054-0.0073\times0.2237}{1.06}\right)^2+\left(\frac{0.0763\times0.2237+0.0073\times0.054}{1.06}\right)^2}$$

$$=1.0578$$

$$\theta_5^{(1)}=0-\arctan\frac{\dfrac{0.0763\times0.2237+0.0073\times0.054}{1.06}}{\dfrac{0.0763\times0.054-0.0073\times0.223}{1.06}}=-0.89^\circ$$

$$Q_3^{(1)}=U_3^{(1)}U_2^{(1)}(G_{23}\sin\theta_{32}^{(1)}-B_{23}\cos\theta_{32}^{(1)})+U_3^{(1)}(-B_{32})$$

$$=1.01\times1.045\times\left(\frac{0.047}{1.198^2+0.047^2}\sin8^\circ+\frac{-0.198}{0.198^2+0.047^2}\cos8^\circ\right)+1.01\times\left(\frac{0.198}{0.198^2+0.04}-0.25\right)$$

$$=0.02556$$

$$Q_{C3}^{(1)}=0.19+0.02556-1.01^2\times0.022=0.193$$

$$Q_2^{(1)}=U_2^{(1)}\left(\sum_{j=1}^{4}U_j^{(1)}(G_{2j}\sin\theta_{2j}^{(1)}-B_{2j}\cos\theta_{2j}^{(1)})\right)=0.3146$$

$$Q_{C2}^{(1)} = 0.3146 + 0.121 - 1.045^2 \times 0.067 = 0.3624$$

再进行第二次迭代，经过三次迭代后得到

$$\dot{U}_2^{(3)} = 1.045\angle -5.48^\circ$$
$$\dot{U}_3^{(3)} = 1.01\angle -13.61^\circ$$
$$\dot{U}_4^{(3)} = 1.011\angle -11.97^\circ$$
$$\dot{U}_5^{(3)} = 1.0584\angle -0.893^\circ$$
$$Q_{C2}^{(3)} = 0.494$$
$$Q_{C3}^{(3)} = 0.219$$
$$|\Delta P_i|_{\max}^{(3)} = 0.00059 < 0.001$$

**三、分布式发电及其对配电网潮流的影响**

为了充分利用自然可再生能源，降低发电的二氧化碳释放量，近年来分布式发电特别是可再生能源发电系统的研究、开发和应用在世界各国得到了前所未有的重视，有些已进入实用化阶段。

分布式发电是指接入中压或低压配电系统的发电机组，通常规模不大（几千瓦到几十兆瓦），通过根据用户对能源的不同需求，实现对口能源供应，将输送环节的损耗降至最低，具有清洁环保，能源利用率高的特点。

分布式电源接入配电网，改变了配电网的运行方式，配电网由原来的辐射形供电系统变为一个多电源点的网络，导致配电网潮流由原来的单向潮流改变为双向潮流，简单的前推回推潮流计算方法已不适用。太阳能、风能等可再生能源发电系统受天气等自然因素的影响大，运行方式的改变具有不确定性（如风力的突然消失），输出的随机波动很大且难以预测。因此，考虑分布式发电接入的配电网潮流需要考虑不同类型发电设备的内部特性和可再生能源输入的随机性，一般需要建立分布式电源的数学模型和配电网络的数学模型，采用交替迭代的潮流计算方法求解，具体求解方法可参考相关书籍和文献。

## 第四节　电力网络潮流的调整控制

如上的分析计算都表明：辐射形网络中的潮流是不加控制也无法控制的，它们完全取决于各负荷点的负荷；环形网络中，环式网络的潮流，如不采取附加措施，就按阻抗分布，因而也是无法控制的；两端供电网络的潮流虽可借调整两端电源的功率或电压适当控制，但由于两端电源容量有一定限制，而电压调整的范围又要服从对电压质量的要求，调整幅度都不可能大。但另一方面，从保证安全、优质、经济供电的要求出发，网络中的潮流往往需要控制。以下，就以简单网络为对象说明调整控制潮流的必要性，进而介绍几种调整控制的手段。但应指出，因简单网络与复杂系统本无界限，这里虽以简单网络为对象，所列举的调整控制手段往往也用于复杂系统。

**一、调整控制潮流的必要性**

设图 3-17 中各线段单位长度的参数完全相等，则其中的功率将按式（3-35），即按长度分布。再设线段 1-3 远短于线段 1-2、2-3，则由

$$P_a = P_{12} = \frac{(l_{23} + l_{31})P_2 + l_{31}P_3}{l_{12} + l_{23} + l_{31}}; \quad Q_a = Q_{12} = \frac{(l_{23} + l_{31})Q_2 + l_{31}Q_3}{l_{12} + l_{23} + l_{31}}$$

$$P_b = P_{13} = \frac{l_{12}P_2 + (l_{12}+l_{23})P_3}{l_{12}+l_{23}+l_{31}}; \quad Q_b = Q_{13} = \frac{l_{12}Q_2 + (l_{12}+l_{23})Q_3}{l_{12}+l_{23}+l_{31}}$$

可见，如节点 3 的负荷不远小于节点 2，流经线段 1-3 的功率将会很大，以致可能使该线段过负荷，严重危及安全供电。

再设图 3-17 中各线段导线各不相同，以致 $r_{12}/x_{12} \neq r_{23}/x_{23} \neq r_{31}/x_{31}$，则其中的功率将按式（3-30a）、式（3-30b），即按线段的阻抗分布，从而有

$$\widetilde{S}_a = \frac{(\overset{*}{z}_{23}+\overset{*}{z}_{31})\widetilde{S}_2 + \overset{*}{z}_{31}\widetilde{S}_3}{\overset{*}{z}_{12}+\overset{*}{z}_{23}+\overset{*}{z}_{31}}; \quad \widetilde{S}_b = \frac{\overset{*}{z}_{12}\widetilde{S}_2 + (\overset{*}{z}_{12}+\overset{*}{z}_{23})\widetilde{S}_3}{\overset{*}{z}_{12}+\overset{*}{z}_{23}+\overset{*}{z}_{31}}$$

而这时的网络损耗则为

$$\Delta P_\Sigma = \frac{P_a^2+Q_a^2}{U_N^2}r_{12} + \frac{(P_a-P_2)^2+(Q_a-Q_2)^2}{U_N^2}r_{23} + \frac{(P_a-P_2-P_3)^2+(Q_a-Q_2-Q_3)^2}{U_N^2}r_{31}$$

取 $\Delta P_\Sigma$ 对 $P_a$ 和 $Q_a$ 的一阶偏导数并使之等于零，可求得有功功率损耗最小时的功率分布

$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial P_a} = \frac{2P_a}{U_N^2}r_{12} + \frac{2(P_a-P_2)}{U_N^2}r_{23} + \frac{2(P_a-P_2-P_3)}{U_N^2}r_{31} = 0$$

$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_a} = \frac{2Q_a}{U_N^2}r_{12} + \frac{2(Q_a-Q_2)}{U_N^2}r_{23} + \frac{2(Q_a-Q_2-Q_3)}{U_N^2}r_{31} = 0$$

设这样求得的 $P_a$、$Q_a$ 分别以 $P_{a\cdot 0}$、$Q_{a\cdot 0}$表示，则分别解上列两式，可得

$$P_{a\cdot 0} = \frac{(r_{23}+r_{31})P_2 + r_{31}P_3}{r_\Sigma}; \quad Q_{a\cdot 0} = \frac{(r_{23}+r_{31})Q_2 + r_{31}Q_3}{r_\Sigma}$$

从而可得

$$\widetilde{S}_{a\cdot 0} = \frac{(r_{23}+r_{31})\widetilde{S}_2 + r_{31}\widetilde{S}_3}{r_{12}+r_{23}+r_{31}}; \quad \widetilde{S}_{b\cdot 0} = \frac{r_{12}\widetilde{S}_2 + (r_{12}+r_{23})\widetilde{S}_3}{r_{12}+r_{23}+r_{31}}$$

由此可见，有功功率损耗最小时的功率分布应按线段的电阻分布而不是阻抗分布。

综上所述，无论是单位长度线路参数相等时的按长度分布功率，或是单位长度线路参数不等时的按阻抗分布功率，其实质都是不加控制的按阻抗的自然分布。而功率自然分布时，有可能不能满足安全、优质、经济供电的要求。这样，就提出了调整控制潮流或功率的问题。

调整控制潮流的手段主要有三，即串联电容、串联电抗、附加串联加压器。

串联电容的作用显然是以其容抗抵偿线路的感抗。将其串联在环式网络中阻抗相对过大的线段上，可起转移其他重负荷线段上流通功率的作用。

串联电抗的作用与串联电容相反，主要在限流。将其串联在重负荷线段上可避免该线段过负荷。但由于其对电压质量和系统运行的稳定性有不良影响，这一手段未曾推广。

附加串联加压器的作用在于产生一环流或强制循环功率，使强制循环功率与自然分布功率的叠加可达到理想值。仍以图 3-17 为例，说明如下。

设强制循环功率为 $\widetilde{S}_{fc}$，则应用

$$\widetilde{S}_{fc} = \widetilde{S}_{a\cdot 0} - \widetilde{S}_a$$

为产生这一强制循环功率，应在环式网络中串入一附加电动势 $\dot{E}_c$，其值为

$$\dot{E}_c = \overset{*}{S}_{fc}z_\Sigma/U_N = (\overset{*}{S}_{a\cdot 0} - \overset{*}{S}_a)z_\Sigma/U_N = E_{cx} + jE_{cy} \tag{3-44}$$

式中 $z_\Sigma$——环网各线段阻抗之和；

$E_{cx}$——纵向附加电动势，其相位与线路相电压一致；

$E_{cy}$——横向附加电动势，其相位与线路相电压差 90°。

附加电动势 $E_{cx}$、$E_{cy}$都可由附加串联加压器产生。

运用式（3-44）可说明一个重要概念。由该式可列出

$$\widetilde{S}_{fc}=P_{fc}+jQ_{fc}=\overset{*}{E}_c U_N/\overset{*}{z}_\Sigma=\frac{E_{cx}-jE_{cy}}{R_\Sigma-jX_\Sigma}U_N$$

$$=\frac{(E_{cx}R_\Sigma+E_{cy}X_\Sigma)U_N}{R_\Sigma^2+X_\Sigma^2}+j\frac{(E_{cx}X_\Sigma-E_{cy}R_\Sigma)U_N}{R_\Sigma^2+X_\Sigma^2} \tag{3-45}$$

而由于高压电力网络中线路电阻往往远小于电抗，甚至仅为电抗的 5%～10%，如式（3-45）中置 $R_\Sigma=0$，可得

$$\widetilde{S}_{fc}=P_{fc}+jQ_{fc}\approx\frac{E_{cy}U_N}{X_\Sigma}+j\frac{E_{cx}U_N}{X_\Sigma} \tag{3-46}$$

由式（3-46）可见，纵、横向串联电动势分别与强制循环功率的无功、有功分量成正比。换言之，纵向串联电动势主要产生强制循环功率的无功部分，而横向串联电动势主要产生强制循环功率的有功部分。再广而言之，改变电压的大小，所能改变的主要是网络中无功功率的分布；改变它们的相位，所能改变的主要是网络中有功功率的分布。这是一个十分重要的概念。正是基于这一概念，才可能出现第四章第四节中将介绍的，也是当前潮流计算时广泛采用的 *P-Q* 分解法。也是基于这一概念，本书第五、六章将有功功率和无功功率的调整分别与频率和电压的调整相结合。这一概念在第四章第四节中还将以另一种方式述及。但在此之前，先运用它作图 3-46 并对上列调整、控制潮流的手段作一初步比较。

设图 3-30（a）中线段 2-3 所通过的功率由于某种原因必须限制为 125MW，则借简单的

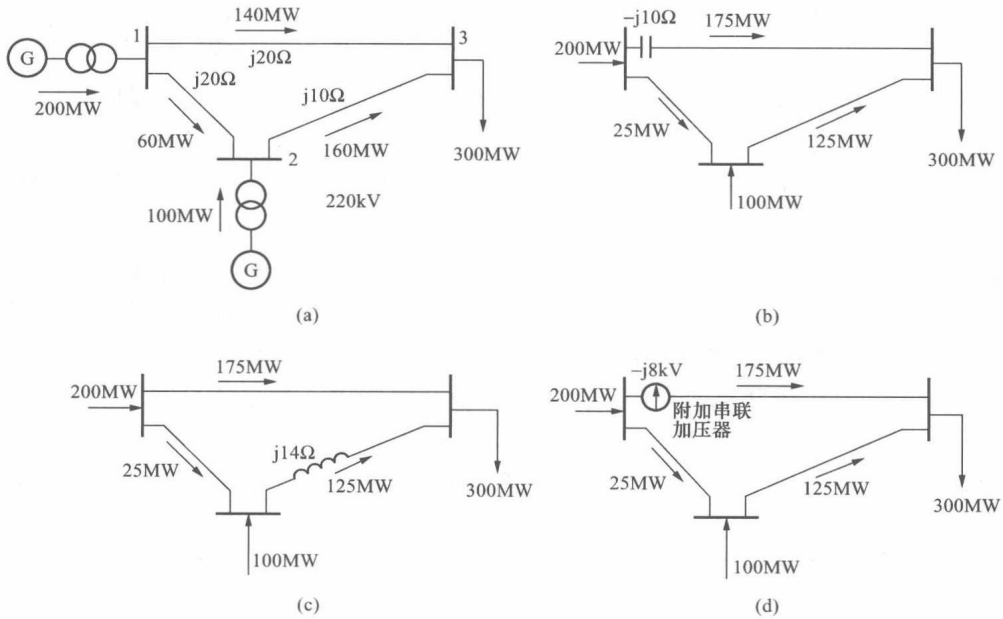



图 3-30 几种控制潮流的手段

（a）自然分布；（b）串联电容；（c）串联电抗；（d）附加串联加压器

运算可得图 3-46（b）、（c）、（d）。由图可见，前述三种手段都可得同样效果。而其中附加串联加压器所产生的附加电动势

$$\dot{E}_c = (160-125)\mathrm{j}50/220 = -\mathrm{j}8(\mathrm{kV})$$

就相当于将该加压器右侧电压的相位移动 $\delta=\sin^{-1}(-8/220)=-2.08°$。

**二、借附加串联加压器控制潮流**

在电力电子技术获得长足发展之前，控制潮流的手段相当贫乏。除串联电抗由于其原理上的缺陷未能考虑外，串联电容也未能作为控制潮流的手段在电力系统中使用。它只是在高压输电系统中为提高稳定性，或在中压配电系统中为改善电压质量，有一定的适用范围。其原因在于，为控制潮流而改变串联电容的容抗需投切电容器组，而频繁地投切相应的开关电器必然伴随着机械磨损，即使不引发事故，也将需要经常维修开关电器，这就限制了串联电容在这一方面的推广。

于是，余下可用于控制潮流的，就只有附加串联加压器。附加串联加压器的工作原理如图 3-31 所示。它主要由两部分，即电源变压器和串联加压器组成。电源变压器取线路的相电压或线电压作串联加压器的电源；串联加压器则将附加电动势 $\dot{E}_c$ 串入线路。而由于电源变压器所取电压的不同，串联加压器所串入的电动势有纵向、横向之分，如图 3-32 所示。如再考虑到电源变压器和串联加压器实际都有三相，可以想见，改变这两个三相变压器或变压器组的接线，还可获得斜向 30°、60°调节的效果。至于附加电动势大小的调节，由图 3-31 可见，在于调节电源变压器二次侧的分接头。显然，这种调节如过于频繁，也会造成困难。何况为进行这种调节，就某些变压器结构而言，还会要求其暂时退出运行。

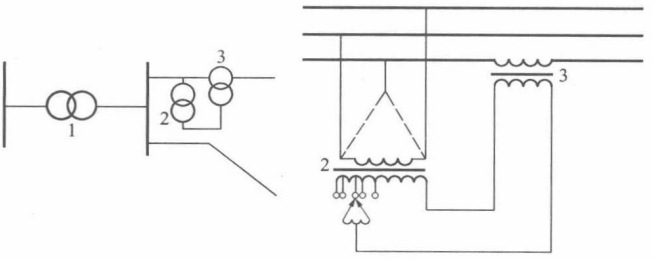



图 3-31　附加串联加压器的接入

1—主变压器；2—电源变压器；3—串联加压器

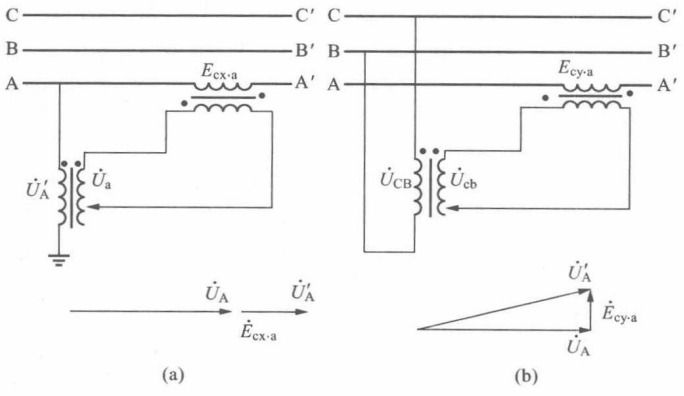



图 3-32　串联加压器的连接方式和作用

（a）纵向串联加压器；（b）横向串联加压器

**三、借灵活交流输电装置控制潮流❶**

电力电子技术的迅速发展，为潮流控制提供了若干种可供选择的新方案，其中包括对串联电容的重新构筑和使用，对附加串联加压器的根本性改进和使用，以及对所谓“综合潮流控制器”的研制。

这些主要用于潮流控制的设施都是所谓“灵活交流输电系统”的组成部分。所谓灵活交

❶ N. G. Hingorani, Flexible ac transmission. IEEE Spectrum April 1993: 40～45.

流输电系统，是指以晶闸管（即可控硅）置换传统交流输电系统中各种机械式调节器和开关后所呈现的新系统。在这种系统中，网络的潮流更易于控制，线路的输送能力可大幅度提高，各种故障得以及早隔离，以致系统的运行更灵活、稳定、可靠。因此，这是一个将电力电子和微电子技术引入电力系统后出现的新领域。另外，属灵活交流输电系统范畴的除即将进一步介绍的上列控制潮流的设施外，还有第六章第一节、二节中将述及的静止无功功率补偿器和其他几种也由晶闸管控制的电力设施。

1. 可控串联电容

用于潮流控制的可控串联电容如图 3-33（a）所示。由图可见，改变晶闸管的触发角，可平滑地并在较大范围内改变其容抗。而实际使用的这种设施，在晶闸管完全导通时，由图中电感、电容并联而得的电抗甚至可呈现感性。

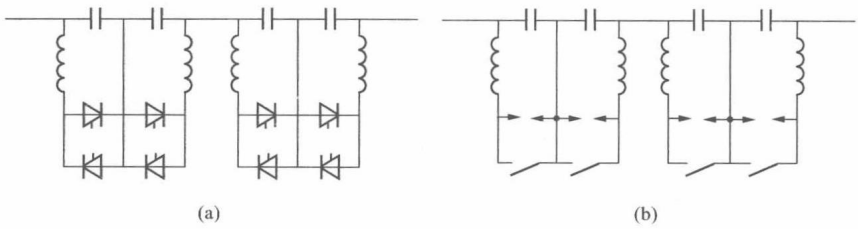



图 3-33 串联电容

（a）可控串联电容；（b）常规串联电容

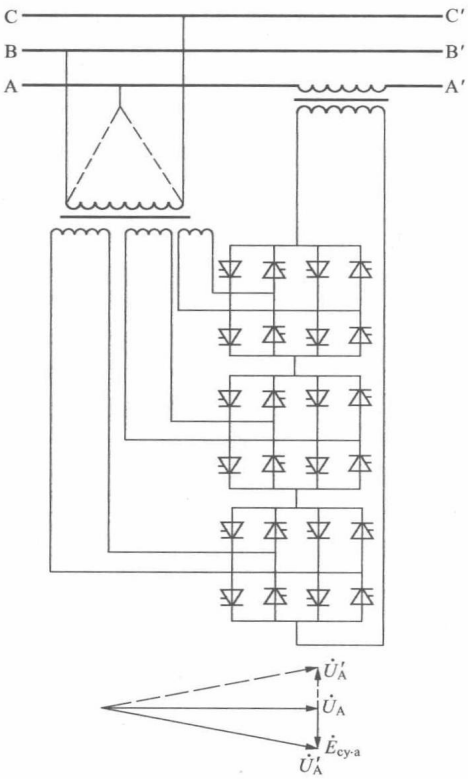



图 3-34 可控移相器

为进行比较，图 3-33（b）中还作出了常规串联电容的接线方式。需指出，图中的旁路开关、限流电抗和空气间隙都只起保护作用，不能用于控制。

2. 可控移相器

可控移相器如图 3-34 所示。不难发现，它其实仍是横向串联加压器，但与常规横向串联加压器又有很大差异。这里，以晶闸管开关和电源变压器二次侧若干个绕组的组合替代了原有用以调节附加电动势大小的分接头。例如，设二次绕组一分为三，它们的匝数比为 1∶3∶9，则借开、闭不同的晶闸管开关，可得－13～＋13 共 27 级调节。这种移相器的最大优点在于其可快速动作，而且完全可以在有载条件下进行晶闸管开关的投、切，不会影响供电的连续性。

3. 统一潮流控制器

统一潮流控制器是一种具有多种功能的潮流控制器，是迄今为止功能最全面的灵活交流输电装置，目前已有三套在美国、韩国投入运行，我国的第一套统一潮流控制器将于 2016 年在 220kV 南京西环网

中投入运行[1]，其示意图如图 3-35 所示。由图可见，这种控制器的接入方式虽与上述可控移相器无异，但其本体则与移相器明显不同。其电源变压器二次侧和串联加压器一次侧之间有一个由两组三相换流器和直流耦合电容构成的交流—直流—交流系统。两组换流器本身则都由门极可关断晶闸管（GTO）和续流二极管组成。可关断晶闸管是受控导通后又可受控关断的晶闸管；而与其反向并联的续流二极管则用以防止突然关断感性电流时出现的过电压，同时保持耦合电容两端的电压为定值，使之起两组换流器的电压源作用。

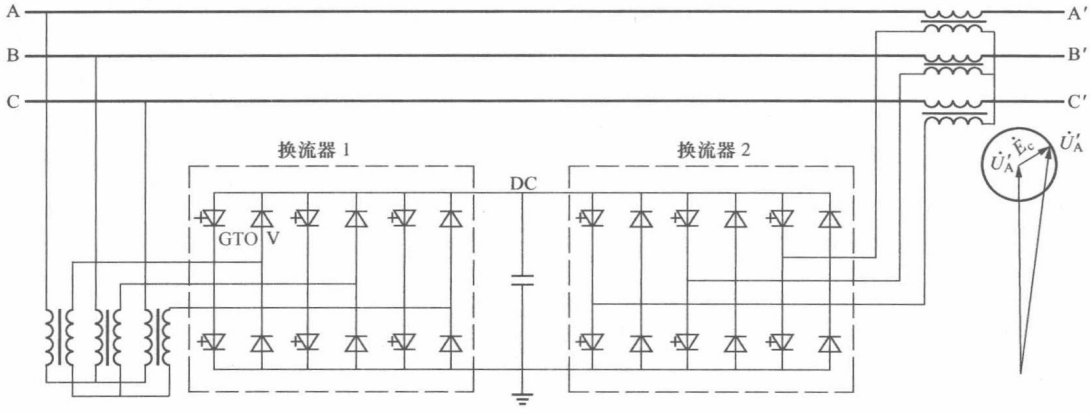



图 3-35　统一潮流控制器

GTO—门极可关断晶闸管；V—续流二极管

这种控制器之所以称统一潮流控制器，是由于其兼有改变线路电压大小和相位，等值地串入电容或电感，等值地并入电容或电感等功能。简言之，借由 GTO 和二极管组成的换流器 2 可改变串联加压器串入的电动势 $\dot{E}_c$，使其大小在零至某一最大值之间，相位在 0 至 $2\pi$ 之间任意变动，其效果不仅可改变线路电压的大小和相位，还可等值地串入电容或电感；借由 GTO 和二极管组成的换流器 1 可改变电源变压器输入或输出的无功功率，等值地改变并入的电感或电容。至于更具体的工作原理，则限于篇幅，不可能展开，可参阅有关资料。[2]

最后还需指出，由于晶闸管的动作十分迅速，上述三种设施不仅主要用于控制潮流，而且对改善电力系统的暂态性能也很有效。

## 小　结

本章主要阐述两个问题：电力线路和变压器运行状况的计算和分析；简单电力网络的潮流分布及其控制。

电力线路和变压器运行状况的计算和分析，本质上无非是欧姆定律的运用。具体而言，其中的电压降落是 $\dot{I}Z$，阻抗中的功率损耗是 $I^2(R+\mathrm{j}X)$，导纳中的功率损耗是 $U^2(G\pm\mathrm{j}B)$。

---

[1] 蔡晖，祁万春，黄俊辉，谢珍建，汪惟源．统一潮流控制器在南京西环网的应用［J］．电力建设，2015，36（8）：73～78.

[2] Unified power-flow control concept for flexible AC transmission systems，L. Gyugyi IEE Proceedings，Par C，1992，139（4）：323～331.

至于输电线路的功率圆图则与同步电机的运行极限图十分相似。

复杂网络简化后，就有可能被视为两类简单网络即辐射形和环形网络的集合。它们的分析计算方法与一般集中参数交流网络的分析计算方法基本相同。

辐射形网络中潮流分布的计算，本质上源于节点电压法即各节点电流（功率）与各节点电压的关系，具体则体现为由各节点的功率平衡决定网络中的潮流分布。

环形网络中潮流分布的计算，直接运用了回路电流法即各回路电压与各回路电流（功率）的关系。在运用类似力学中力矩平衡关系式 $\Sigma M=0$ 求得环形网络中的功率分点和流向分点的功率后，在功率分点将环网解开，就可运用计算辐射形网络的方法计算其潮流分布。两端供电网络可等值于单一环网，只是其中的回路电压不等于零，以致有循环电流（功率）流通。循环电流（功率）还可能源于环网中变压器变比的不匹配。

至于这两种网络中的电压降落和功率损耗计算，则与电力线路或变压器中的相应计算并无差别。

电力网络中的潮流往往需调整控制。除改变电源的电压和功率外，在环形网络中还可采取改变线段阻抗和附加串联电动势以形成强制循环功率两类措施。常用的有附加串联加压器和可控串联电容、可控移相器、统一潮流控制器等属于灵活交流输电系统的设施。

鉴于高压输电线路的电阻往往远小于电抗，改变电力网络中节点电压的大小，所能改变的主要是网络中无功功率的分布；改变它们的相位，所能改变的主要是网络中有功功率的分布。

# 第四章　复杂电力系统潮流的计算机算法

由于第三章中结合简单网络的潮流分布计算已阐述了与之相关的各种物理现象，本章将着重介绍运用电子计算机计算复杂电力系统潮流分布的原理和方法。

迄今，电子计算机的运用已十分普遍，而运用电子计算机计算、分析、研究电力系统时，往往离不开计算其中的潮流分布。因此，本章内容不仅在本书中起承先启后的作用，而且也是今后学习其他有关电力系统的课程必不可少的基础。

运用电子计算机计算，一般要完成以下几个步骤：建立数学模型、确定解算方法、制定计算流程、编制计算程序。限于篇幅，本书中将着重讨论前二者，但也适当兼顾后二者。因此，本章主要阐述三个问题，即复杂电力网络的数学模型，复杂电力系统潮流分布的计算方法和潮流分布计算中稀疏技术的应用。第三部分的作用在于提高潮流计算程序的质量。

## 第一节　电力网络方程

电力网络方程是指将网络的有关参数和变量及其相互关系归纳起来所组成的，可反映网络性能的数学方程式组。不难想象，符合这种要求的方程组有节点电压方程、回路电流方程、割集电压方程等。但由于割集电压方程不常用于电力系统计算，以下仅介绍节点电压方程和回路电流方程。

### 一、节点电压方程

在电路理论课程中，已导出了运用节点导纳矩阵的节点电压方程

$$\boldsymbol{I}_B = \boldsymbol{Y}_B \boldsymbol{U}_B \tag{4-1}$$

它可展开为

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & \cdots & Y_{2n} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & \cdots & Y_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{n3} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} \tag{4-2}$$

结合电力系统的等值网络图［见图 4-1（a）］，则为

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix}$$

这些方程式中，$\boldsymbol{I}_B$ 是节点注入电流的列向量。在电力系统计算中，节点注入电流可理解为各节点电源电流与负荷电流之和，并规定电源流向网络的注入电流为正。因此，仅有负荷的负荷节点注入电流就具有负值。某些仅起联络作用的联络节点，如图 4-1（a）所示节点 3，

注入电流就为零。$\boldsymbol{U}_B$ 是节点电压的列向量。因通常以大地作参考节点，网络中有接地支路时，节点电压通常就指该节点的对地电压。网络中没有接地支路时，各节点电压可指各节点与某一个被选定作参考节点之间的电压差。本书中一般都以大地作参考节点，并规定其编号为零。$\boldsymbol{Y}_B$ 是一个 $n\times n$ 阶节点导纳矩阵，其阶数 $n$ 就等于网络中除参考节点外的节点数。例如，图 4-1（a）中，$n=3$。

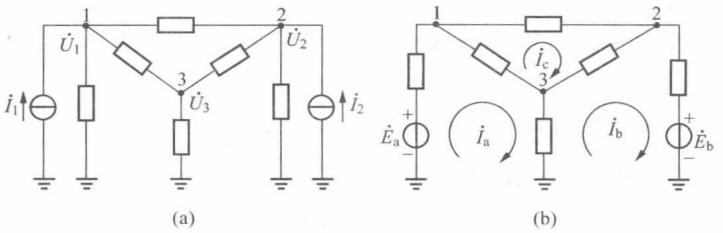



图 4-1　电力系统的等值网络图

（a）运用节点电压法时；（b）运用回路电流法时

节点导纳矩阵的对角元 $Y_{ii}$（$i=1$，2，…，$n$）称自导纳。由式（4-2）可见，自导纳 $Y_{ii}$ 数值上就等于在节点 i 施加单位电压，其他节点全部接地时，经节点 i 注入网络的电流。因此，它也可定义为

$$Y_{ii}=(\dot{I}_i/\dot{U}_i)_{(\dot{U}_j=0,j\neq i)} \tag{4-3}$$

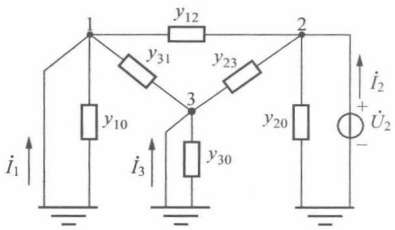



图 4-2　节点导纳矩阵中自导纳和互导纳的确定

以图 4-2 所示网络为例，取 $i=2$，在节点 2 接电压源 $\dot{U}_2$，节点 1、3 的电压源短接，按如上定义，可得

$$Y_{22}=(\dot{I}_2/\dot{U}_2)_{(\dot{U}_1=\dot{U}_3=0)}$$

从而，$Y_{22}=y_{20}+y_{21}+y_{23}$。由此又可见，节点 $i$ 的自导纳 $Y_{ii}$ 数值上就等于与该节点直接连接的所有支路导纳的总和。

节点导纳矩阵的非对角元 $Y_{ji}$（$j=1$，2，…，$n$；$i=1$，2，…，$n$；$j\neq i$）称互导纳。而由式（4-2）可见，互导纳 $Y_{ji}$ 数值上就等于在节点 $i$ 施加单位电压，其他节点全部接地时，经节点 $j$ 注入网络的电流。因此，它也可定义为

$$Y_{ji}=(\dot{I}_j/\dot{U}_i)_{(\dot{U}_j=0,j\neq i)} \tag{4-4}$$

仍以图 4-2 所示网络为例，仍取 $i=2$，在节点 2 接电压源 $\dot{U}_2$，节点 1、3 的电压源短接，按如上定义，可得

$$Y_{12}=(\dot{I}_1/\dot{U}_2)_{(\dot{U}_1=\dot{U}_3=0)}$$

$$Y_{32}=(\dot{I}_3/\dot{U}_2)_{(\dot{U}_1=\dot{U}_3=0)}$$

从而，$Y_{12}=-y_{12}=-y_{21}$，$Y_{32}=-y_{32}=-y_{23}$。由此又可见，节点 $j$、$i$ 之间的互导纳 $Y_{ji}$ 数值上就等于连接节点 $j$、$i$ 支路导纳的负值。显然，$Y_{ji}$ 恒等于 $Y_{ij}$。而且，如节点 $j$、$i$ 之间没有直接联系，也不计两支路之间互感，如两相邻电力线路之间的互感时，$Y_{ji}=Y_{ij}=0$。

互导纳的这些性质决定了节点导纳矩阵是一个对称的稀疏矩阵。而且，由于每个节点所连接的支路数总有一定限度，随着网络中节点数的增加，非零元素数相对越来越少，节点导

纳矩阵的稀疏度，即零元素数与总元素数的比值也就越来越高。

将式（4-1）等号两侧都前乘 $\boldsymbol{Y}_B^{-1}$，可得

$$\boldsymbol{Y}_B^{-1}\boldsymbol{I}_B=\boldsymbol{U}_B$$

如令 $\boldsymbol{Y}_B^{-1}=\boldsymbol{Z}_B$，上式可改写为

$$\boldsymbol{Z}_B\boldsymbol{I}_B=\boldsymbol{U}_B \tag{4-5}$$

它又可展开为

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2n} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{n3} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} \tag{4-6}$$

结合图 4-1（a），则为

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix}$$

这些方程式中的 $\boldsymbol{Z}_B=\boldsymbol{Y}_B^{-1}$ 称节点阻抗矩阵。显然，节点阻抗矩阵也是一个 $n\times n$ 阶对称矩阵。

节点阻抗矩阵的对角元 $Z_{ii}$（$i=1$，2，…，$n$）称自阻抗。由式（4-6）可见，自阻抗数值上就等于经节点 $i$ 注入单位电流，其他节点都不注入电流时，节点 $i$ 的电压。因此，它也可定义为

$$Z_{ii}=(\dot{U}_i/\dot{I}_i)_{(\dot{I}_j=0,j\neq i)} \tag{4-7}$$

以图 4-3 所示网络为例，取 $i=2$，在节点 2 接电流源 $\dot{I}_2$，节点 1、3 的电流源开路，按如上定义，可得

$$Z_{22}=(\dot{U}_2/\dot{I}_2)_{(\dot{I}_1=\dot{I}_3=0)}$$

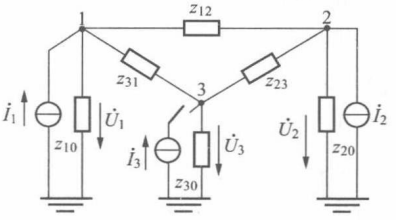



图 4-3　节点阻抗矩阵中自阻抗和互阻抗的确定

节点阻抗矩阵的非对角元 $Z_{ji}$（$j=1$，2，…，$n$；$i=1$，2，…，$n$；$j\neq i$）称互阻抗。而由式（4-6）可见，互阻抗 $Z_{ji}$ 数值上就等于经节点 $i$ 注入单位电流，其他节点都不注入电流时，节点 $j$ 的电压。因此，它也可定义为

$$Z_{ji}=(\dot{U}_j/\dot{I}_i)_{(\dot{I}_j=0,j\neq i)} \tag{4-8}$$

仍以图 4-3 所示网络为例，取 $i=2$，在节点 2 接电流源 $\dot{I}_2$，节点 1、3 的电流源开路，按如上定义，可得

$$Z_{12}=(\dot{U}_1/\dot{I}_2)_{(\dot{I}_1=\dot{I}_3=0)}$$

$$Z_{32}=(\dot{U}_3/\dot{I}_2)_{(\dot{I}_1=\dot{I}_3=0)}$$

也显然，$Z_{ji}$ 恒等于 $Z_{ij}$。

互阻抗的这些性质决定了节点阻抗矩阵也是对称矩阵，但不是稀疏矩阵而是满矩阵。因

网络中各节点相互间有直接、间接的联系，节点 $i$ 有注入电流而其他各节点注入电流都为零时，网络中除参考节点外，其他节点电压都不为零。

**二、回路电流方程**

在电路理论课程中，还导出了运用回路阻抗矩阵的回路电流方程

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{L}} = \boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}}\boldsymbol{I}_{\mathrm{L}} \tag{4-9}$$

它可展开为

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_{\mathrm{a}} \\ \dot{E}_{\mathrm{b}} \\ \dot{E}_{\mathrm{c}} \\ \vdots \\ \dot{E}_{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{\mathrm{aa}} & Z_{\mathrm{ab}} & Z_{\mathrm{ac}} & \cdots & Z_{am} \\ Z_{\mathrm{ba}} & Z_{\mathrm{bb}} & Z_{\mathrm{bc}} & \cdots & Z_{\mathrm{b}m} \\ Z_{\mathrm{ca}} & Z_{\mathrm{cb}} & Z_{\mathrm{cc}} & \cdots & Z_{\mathrm{c}m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{m\mathrm{a}} & Z_{m\mathrm{b}} & Z_{m\mathrm{c}} & \cdots & Z_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{\mathrm{a}} \\ \dot{I}_{\mathrm{b}} \\ \dot{I}_{\mathrm{c}} \\ \vdots \\ \dot{I}_{m} \end{bmatrix} \tag{4-10}$$

结合图 4-1（b）则为

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_{\mathrm{a}} \\ -\dot{E}_{\mathrm{b}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{\mathrm{aa}} & Z_{\mathrm{ab}} & Z_{\mathrm{ac}} \\ Z_{\mathrm{ba}} & Z_{\mathrm{bb}} & Z_{\mathrm{bc}} \\ Z_{\mathrm{ca}} & Z_{\mathrm{cb}} & Z_{\mathrm{cc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{\mathrm{a}} \\ \dot{I}_{\mathrm{b}} \\ \dot{I}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix}$$

这些方程式中，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{L}}$ 是回路电流的列向量，习惯上取顺时针的电流流向为正。$\boldsymbol{E}_{\mathrm{L}}$ 是回路电压源电动势的列向量。某回路电压源电动势正方向与该回路电流正方向一致时，该回路电压源电动势具有正值；与该回路电流正方向相反时，具有负值；回路中没有电压源时则为零。

$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}}$ 是一个 $m\times m$ 阶回路阻抗矩阵，其阶数 $m$ 就等于网络中独立回路数。例如，图 4-1（b）中，$m=3$。回路阻抗矩阵的对角元 $Z_{ii}$（$i=a$，$b$，…，$m$）也称自阻抗，是环绕回路 $i$ 所有支路阻抗的总和；非对角元 $Z_{ji}$（$j=a$，$b$，…，$m$；$i=a$，$b$，…，$m$；$j\neq i$）也称互阻抗，当所有回路都取网孔回路、其中电流都取同一流向时，它是回路 $j$ 和回路 $i$ 共有阻抗的负值。显然，$Z_{ji}$ 恒等于 $Z_{ij}$。而且，如回路 $j$、$i$ 没有共有的阻抗，也不计它们的支路之间（例如两相邻电力线路之间）的互感时，$Z_{ji}=Z_{ij}=0$。因此，回路阻抗矩阵也是对称的稀疏矩阵。而且，随着网络中独立回路数的增加，其稀疏度也越来越大。

将式（4-9）等号两侧都前乘 $\boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}}^{-1}$ 可得

$$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}}^{-1}\boldsymbol{E}_{\mathrm{L}} = \boldsymbol{I}_{\mathrm{L}}$$

如令 $\boldsymbol{Z}_{\mathrm{L}}^{-1}=Y_{\mathrm{L}}$，可得回路电流方程的另一种表示方式

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{L}}\boldsymbol{E}_{\mathrm{L}} = \boldsymbol{I}_{\mathrm{L}} \tag{4-11}$$

它又可展开为

$$\begin{bmatrix} Y_{\mathrm{aa}} & Y_{\mathrm{ab}} & Y_{\mathrm{ac}} & \cdots & Y_{am} \\ Y_{\mathrm{ba}} & Y_{\mathrm{bb}} & Y_{\mathrm{bc}} & \cdots & Y_{\mathrm{b}m} \\ Y_{\mathrm{ca}} & Y_{\mathrm{cb}} & Y_{\mathrm{cc}} & \cdots & Y_{\mathrm{c}m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{m\mathrm{a}} & Y_{m\mathrm{b}} & Y_{m\mathrm{c}} & \cdots & Y_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_{\mathrm{a}} \\ \dot{E}_{\mathrm{b}} \\ \dot{E}_{\mathrm{c}} \\ \vdots \\ \dot{E}_{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{\mathrm{a}} \\ \dot{I}_{\mathrm{b}} \\ \dot{I}_{\mathrm{c}} \\ \vdots \\ \dot{I}_{m} \end{bmatrix} \tag{4-12}$$

结合图 4-1（b）则为

$$\begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ -\dot{E}_b \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

这些方程式中的 $\boldsymbol{Y}_L = \boldsymbol{Z}_L^{-1}$ 称回路导纳矩阵。显然，回路导纳矩阵也是一个 $m \times m$ 阶对称矩阵。但和回路阻抗矩阵不同，回路导纳矩阵不是稀疏矩阵而是满矩阵。因由式（4-12）可见，这矩阵的对角元 $Y_{ii}$（也称自导纳），是除回路 $i$ 外其他回路电压源电动势都为零时，回路 $i$ 电流与电压源电动势的比值；而它的非对角元 $Y_{ji}$（也称互导纳），则是除回路 $i$ 外其他回路电压源电动势都为零时，回路 $j$ 电流与回路 $i$ 电压源电动势的比值。同样，由于网络中各回路间都有直接、间接的联系，回路 $i$ 中有电压源而其他各回路中都没有电压源时，网络中各回路的电流不为零。

最后应注意，虽节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$ 与节点阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}_B$ 互为逆阵，回路阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}_L$ 与回路导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_L$ 互为逆阵，但它们的相应元素并不两两互为倒数。这是矩阵代数的基本概念，但也为这些元素的物理意义所证实。

**三、节点导纳矩阵的形成和修改**

虽节点电压方程和回路电流方程都曾用于电力系统计算，但实践证明，采用节点电压方程有明显的优点。因电力系统的等值网络中有较多接地支路，独立的回路电流方程式数往往多于独立的节点电压方程式数。而且，采用节点电压方程时，还有如下的一些优点：对具有交叉跨接的非平面网络，建立独立节点电压方程式较建立独立回路电流方程式方便；建立节点电压方程式前，不必将并联支路合并以减少方程式数；网络结构或变压器变比改变时，改变方程式组的系数较方便；等等。鉴于此，以下将仅介绍节点导纳矩阵和节点阻抗矩阵的形成和修改。

1. 节点导纳矩阵的形成

节点导纳矩阵既可根据自导纳和互导纳的定义直接求取，也可运用支路—节点关联矩阵计算。但因后者已在电路理论课程中作过介绍，本书中仅介绍前者。

根据定义直接求取节点导纳矩阵时，仅需注意以下几点：

（1）节点导纳矩阵是方阵，其阶数就等于网络中除参考节点外的节点数 $n$。如前所述，这参考节点一般取大地，编号为零。

（2）节点导纳矩阵是稀疏矩阵，其各行非零非对角元数就等于与该行相对应节点所连接的不接地支路数。如图 4-2 中，与节点 2 对应的第二行非零非对角元数为 2。

（3）节点导纳矩阵的对角元就等于各该节点所连接导纳的总和。如图 4-2 中，与节点 2 对应的对角元 $Y_{22} = y_{20} + y_{21} + y_{23}$。因此，与没有接地支路的节点对应的行或列中，对角元为非对角元之和的负值。

（4）节点导纳矩阵的非对角元 $Y_{ij}$ 等于连接节点 $i$、$j$ 支路导纳的负值。如图 4-2 中，$Y_{21} = -y_{21}$，$Y_{23} = -y_{23}$。因此，一般情况下，节点导纳矩阵的对角元往往大于非对角元的负值。

（5）节点导纳矩阵一般是对称矩阵，这是网络的互易特性所决定的。因此，一般只要求取这个矩阵的上三角或下三角部分。

（6）网络中的变压器，如运用图 2-54（e）或图 2-56（c）所示等值电路表示，仍可按上述原则计算。

综上所述可见，根据定义直接求取节点导纳矩阵相当简捷。

2. 节点导纳矩阵的修改

在电力系统计算中，往往要计算不同接线方式下的运行状况，例如，某电力线路或变压器投入前后的状况，以及某些元件参数变更前后的运行状况。由于改变一个支路的参数或它的投入、退出状态只影响该支路两端节点的自导纳和它们之间的互导纳，可不必重新形成与新运行状况相对应的节点导纳矩阵，仅需对原有的矩阵作某些修改。以下介绍几种典型的修改方法：

（1）从原有网络引出一支路，同时增加一节点，如图 4-4（a）所示。

设 $i$ 为原有网络中节点，$j$ 为新增加节点，新增加支路导纳为 $y_{ij}$，则因新增一节点，节点导纳矩阵将增加一阶。

新增的对角元 $Y_{jj}$，由于在节点 $j$ 只有一个支路 $y_{ij}$，将为 $Y_{jj}=y_{ij}$；新增的非对角元 $Y_{ij}=Y_{ji}$ 则为 $Y_{ij}=Y_{ji}=-y_{ij}$；原有矩阵中的对角元 $Y_{ii}$ 将增加 $\Delta Y_{ii}=y_{ij}$。

（2）在原有网络的节点 $i$、$j$ 之间增加一支路，如图 4-4（b）所示。

这时由于仅增加支路不增加节点，节点导纳矩阵阶数不变，但与节点 $i$、$j$ 有关元素应作如下修改

$$\Delta Y_{ii}=y_{ij};\quad \Delta Y_{jj}=y_{ij};\quad \Delta Y_{ij}=\Delta Y_{ji}=-y_{ij}$$

（3）在原有网络的节点 $i$、$j$ 之间切除一支路，如图 4-4（c）所示。

切除一导纳为 $y_{ij}$ 的支路相当于增加一导纳为 $-y_{ij}$ 的支路，从而与节点 $i$、$j$ 有关元素应作如下修改

$$\Delta Y_{ii}=-y_{ij};\Delta Y_{jj}=-y_{ij};\Delta Y_{ij}=\Delta Y_{ji}=y_{ij}$$

（4）原有网络节点 $i$、$j$ 之间的导纳由 $y_{ij}$ 改变为 $y'_{ij}$，如图 4-4（d）所示。

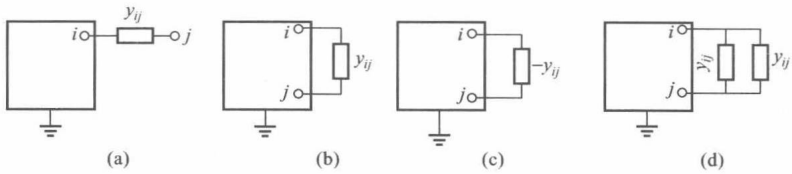



图 4-4 电力网络接线的改变

（a）增加支路和节点；（b）增加支路；（c）切除支路；（d）改变支路参数

这情况相当于切除一导纳为 $y_{ij}$ 的支路并增加一导纳为 $y'_{ij}$ 的支路，从而与节点 $i$、$j$ 有关元素应作如下修改

$$\Delta Y_{ii}=y'_{ij}-y_{ij};\quad \Delta Y_{jj}=y'_{ij}-y_{ij};\quad \Delta Y_{ij}=\Delta Y_{ji}=y_{ij}-y'_{ij}$$

（5）原有网络节点 $i$、$j$ 之间变压器的变比由 $k_*$ 改变为 $k'_*$。

节点 $i$、$j$ 之间变压器的等值电路如图 2-54（e）所示，且 $i$、$j$ 分别与图中节点 1、2 相对应时，该变压器变比的改变将要求与节点 $i$、$j$ 有关元素作如下修改

$$\Delta Y_{ii}=\left(\frac{1}{k'^2_*}-\frac{1}{k^2_*}\right)Y_{\mathrm{T}};\quad \Delta Y_{jj}=0;\quad \Delta Y_{ij}=\Delta Y_{ji}=-\left(\frac{1}{k'_*}-\frac{1}{k_*}\right)Y_{\mathrm{T}}$$

不难发现，这些计算公式其实也就是切除一变比为 $k_*$ 的变压器并增加一变比为 $k'_*$ 的变压器的计算公式。

**【例 4-1】** 试求例 3-4 所示网络计及变压器实际变比时的节点导纳矩阵。

**解**　先将例 3-4 中按题意绘制的图 3-22 改绘为图 4-5。改绘时，将各节点重新编号如图 4-5 所示。然后将图中各支路阻抗换算为导纳

$$y_{12}=1/z_{12}=1/(5.9+\mathrm{j}31.5)=0.005745-\mathrm{j}0.030670\quad(\mathrm{S})$$

$$y_{23}=1/z_{23}=1/(0.8+\mathrm{j}23)=0.001510-\mathrm{j}0.043426\quad(\mathrm{S})$$

$$y_{34}=1/z_{34}=1(65+\mathrm{j}100)=0.004569-\mathrm{j}0.007030\quad(\mathrm{S})$$

$$y_{45}=1/z_{45}=1/(65+\mathrm{j}100)=0.004569-\mathrm{j}0.007030\quad(\mathrm{S})$$

$$y_{51}=1/z_{51}=1/(3+\mathrm{j}110)=0.000248-\mathrm{j}0.009084\quad(\mathrm{S})$$

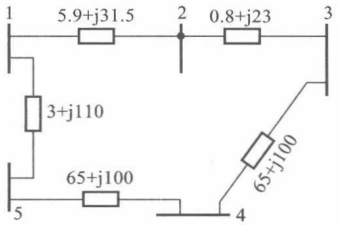



图 4-5　以阻抗表示的等值网络

由于例 3-4 中所有网络参数都是按线路额定电压的比值归算至 220kV 侧的值，本例中需按实际变比作修正，应在图 4-5 中 $y_{23}$ 的左端和 $y_{51}$ 的上端各串联一理想变压器，其变比由例 3-4 可知，分别为

$$k_{1*}=\frac{U_{\mathrm{II}N}U_{\mathrm{I}}}{U_{\mathrm{I}N}U_{\mathrm{II}}}=\frac{110\times231}{220\times110}=1.050000$$

$$k_{2*}=\frac{U_{\mathrm{II}N}U_{\mathrm{I}}}{U_{\mathrm{I}N}U_{\mathrm{II}}}=\frac{110\times231}{220\times121}=0.954545$$

于是，可作图 4-6。

再将图 4-6 中节点 1、5 间的联络变压器支路和节点 2、3 间的降压变压器支路，改以 Π 形等值电路表示，如图 4-7 所示。

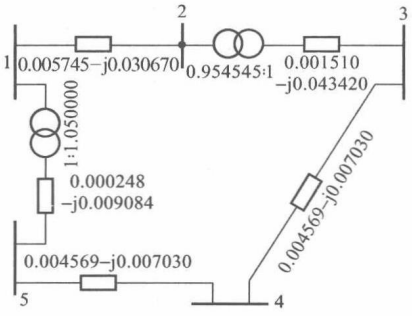



图 4-6　以导纳和理想变压器表示的等值网络

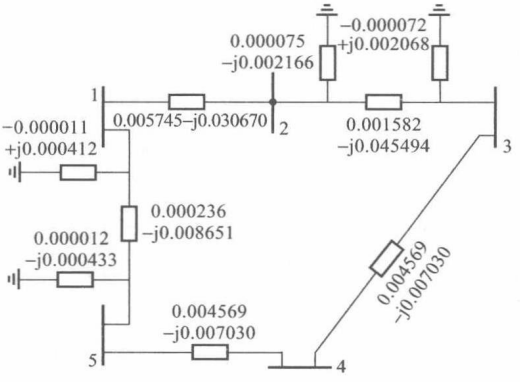



图 4-7　变压器以 Π 形等值电路表示时的等值网络

图 4-7 中，

$$y_{10}=Y_{\mathrm{T}}\frac{(1-k_{1*})}{k_{1*}^2}=(0.000248-\mathrm{j}0.009084)\frac{(1-k_{1*})}{k_{1*}^2}=-0.000011+\mathrm{j}0.000412$$

$$y_{50}=Y_{\mathrm{T}}\frac{(k_{1*}-1)}{k_{1*}}=(0.000248-\mathrm{j}0.009084)\frac{(k_{1*}-1)}{k_{1*}}=0.000012-\mathrm{j}0.000433$$

$$y_{15}=Y_{\mathrm{T}}/k_{1*}=(0.000248-\mathrm{j}0.009084)/k_{1*}=0.000236-\mathrm{j}0.008651$$

$$y_{20}=Y_{\mathrm{T}}\frac{(1-k_{2*})}{k_{2*}^2}=(0.001510-\mathrm{j}0.043426)\frac{(1-k_{2*})}{k_{2*}^2}=0.000075-\mathrm{j}0.002166$$

$$y_{30}=Y_{\mathrm{T}}\frac{(k_{2*}-1)}{k_{2*}}=(0.001510-\mathrm{j}0.043426)\frac{(k_{2*}-1)}{k_{2*}}=-0.000072+\mathrm{j}0.002068$$

$$y_{23}=Y_{\mathrm{T}}/k_{2*}=(0.001510-\mathrm{j}0.043426)/k_{2*}=0.001582-\mathrm{j}0.045494$$

由图 4-7 即可直接求取节点导纳矩阵中各元素。例如

$$Y_{11}=y_{10}+y_{12}+y_{15}=(-0.000011+\mathrm{j}0.000412)+(0.005745-\mathrm{j}0.030670)$$
$$+(0.000236-\mathrm{j}0.008651)=0.005970-\mathrm{j}0.038909$$

$$Y_{12}=Y_{21}=-y_{12}=-0.005745+\mathrm{j}0.030670$$

$$Y_{15}=Y_{51}=-y_{15}=-0.000236+\mathrm{j}0.008651$$

最后可列出待求的节点导纳矩阵

$$\boldsymbol{Y}_B=\begin{bmatrix}
0.005970 & -0.005745 & & & & & & -0.000236 \\
-\mathrm{j}0.038909 & +\mathrm{j}0.030670 & & & & & & +\mathrm{j}0.008651 \\
-0.005745 & 0.007402 & -0.001582 & & & & & \\
+\mathrm{j}0.030670 & -\mathrm{j}0.078330 & +\mathrm{j}0.045494 & & & & & \\
 & -0.001582 & 0.006079 & -0.004569 & & & & \\
 & +\mathrm{j}0.045494 & -\mathrm{j}0.050456 & +\mathrm{j}0.007030 & & & & \\
 & & -0.004569 & 0.009138 & -0.004569 & & & \\
 & & +\mathrm{j}0.007030 & -\mathrm{j}0.014060 & +\mathrm{j}0.007030 & & & \\
-0.000236 & & & & -0.004569 & 0.004817 & & \\
+\mathrm{j}0.008651 & & & & +\mathrm{j}0.007030 & -\mathrm{j}0.016114 & &
\end{bmatrix}$$

通过本例可以发现，对于变压器变比不匹配而事实上无法按实际变比归算参数的环式网络，改用Π形等值电路表示变压器后，将不会出现这种问题。

## 四、节点阻抗矩阵的形成和修改

节点阻抗矩阵即是节点导纳矩阵的逆阵，原则上可先形成节点导纳矩阵，然后运用任何一种矩阵求逆的方法求取这一矩阵。但实际上往往采用另一种所谓支路追加法形成这一矩阵。这种方法实质上是根据自阻抗和互阻抗的定义直接求节点阻抗矩阵的方法。

由于以这种方法追加支路，形成矩阵时有树支、链支之分，需先对电路理论课程中已介绍过的树、树支、链支等概念作一简略回顾。所谓某连通线图的树，是指包含该线图全部节点但不包含任何回路的连通子图。属于该树的支路称树支，否则称链支。因此，在逐步增加支路，组成网络的过程中，如增加的是树支，将增加节点数而不增加回路数；反之，如增加的是链支，将增加回路数而不增加节点数。

以下以图 4-3 所示网络为例，说明运用支路追加法形成节点阻抗矩阵的过程。

这时，应首先从一个接地支路开始，例如从图中支路 $z_{10}$ 开始，逐步追加支路，同时也逐步形成节点阻抗矩阵。

网络中只有一个接地支路 $z_{10}$ 时，网络中只有一个节点 1，阻抗矩阵只有一阶。这时，在节点 1 连接支路 $z_{12}$，网络中增加一节点 2，阻抗矩阵增加为二阶。不难看出，增加的支路 $z_{12}$ 是树支，因增加这支路后，并不能形成回路。继增加支路 $z_{12}$ 后，再在节点 2 连接支路 $z_{20}$，网络中不增加节点，阻抗矩阵仍为二阶。也不难看出，增加的支路 $z_{20}$ 是链支，因增加这支路后，形成了一个回路。继增加支路 $z_{20}$ 后，再在节点 2 连接支路 $z_{23}$，网络中又增加一节点 3，阻抗矩阵增加为三阶。显然，增加的支路 $z_{23}$ 也是树支。然后，再相继在节点 3 连接支路 $z_{31}$、$z_{30}$。这时，网络中的节点不再增加，阻抗矩阵的阶数也不再增加，而随支路 $z_{31}$、$z_{30}$ 的接入，网络中相继增加两个回路，因而，支路 $z_{31}$、$z_{30}$ 都是链支。

显然，正如线图的树不止一个那样，如上的追加支路顺序不是唯一的，但通过如上的阐述可见：追加树支，增加节点，从而增加阻抗矩阵阶数；追加链支，不增加节点，从而不增加阻抗矩阵阶数，但必将改变其中各元素的值。下面分别讨论追加树支和追加链支后节点阻抗矩阵的变化。

1. 追加树支

设原有网络有 $m$ 个节点，并已形成一个 $m$ 阶阻抗矩阵

$$\boldsymbol{Z}_{Bm}=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1i} & \cdots & Z_{1m} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2i} & \cdots & Z_{2m} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3i} & \cdots & Z_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{i1} & Z_{i2} & Z_{i3} & \cdots & Z_{ii} & \cdots & Z_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & Z_{m3} & \cdots & Z_{mi} & \cdots & Z_{mm} \end{bmatrix}$$

在该网络节点 $i$ 追加树支 $z_{ij}$ 后，网络中增加一新节点 $j$，阻抗矩阵阶数增加为 $m+1$。设这个矩阵为

$$\boldsymbol{Z}_{Bj}=\left[\begin{array}{ccccccc:c} Z'_{11} & Z'_{12} & Z'_{13} & \cdots & Z'_{1i} & \cdots & Z'_{1m} & Z_{1j} \\ Z'_{21} & Z'_{22} & Z'_{23} & \cdots & Z'_{2i} & \cdots & Z'_{2m} & Z_{2j} \\ Z'_{31} & Z'_{32} & Z'_{33} & \cdots & Z'_{3i} & \cdots & Z'_{3m} & Z_{3j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ Z'_{i1} & Z'_{i2} & Z'_{i3} & \cdots & Z'_{ii} & \cdots & Z'_{im} & Z_{ij} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ Z'_{m1} & Z'_{m2} & Z'_{m3} & \cdots & Z'_{mi} & \cdots & Z'_{mm} & Z_{mj} \\ \hdashline Z_{j1} & Z_{j2} & Z_{j3} & \cdots & Z_{ji} & \cdots & Z_{jm} & Z_{jj} \end{array}\right]$$

则问题在于如何利用原有矩阵求取这个矩阵中的各个元素。

首先考虑其中的 $m\times m$ 个 $Z'$ 型元素，并以第一列的 $Z'_{11}$，$Z'_{21}$，…，$Z'_{i1}$，…，$Z'_{m1}$ 为例。参见图 4-8（a），设在节点 1 注入单位电流，其他各节点都不注入电流，则原有网络所有节点 1，2，…，$i$，…，$m$ 的电压 $\dot{U}_1$，$\dot{U}_2$，…，$\dot{U}_i$，…，$\dot{U}_m$ 与是否追加支路 $z_{ij}$ 无关。从而，根据自阻抗、互阻抗的定义可见，$Z'_{11}=Z_{11}$，$Z'_{21}=Z_{21}$，…，$Z'_{i1}=Z_{i1}$，…，$Z'_{m1}=Z_{m1}$。换言之，这些元素没有变化。将这结论推广运用于第 2，…，$i$，…，$m$ 列，可得所有 $m\times m$ 个元素都没有变化的结论。亦即 $\boldsymbol{Z}_{Bj}$ 中这个 $m$ 阶子阵与原有的 $\boldsymbol{Z}_{Bm}$ 相同。

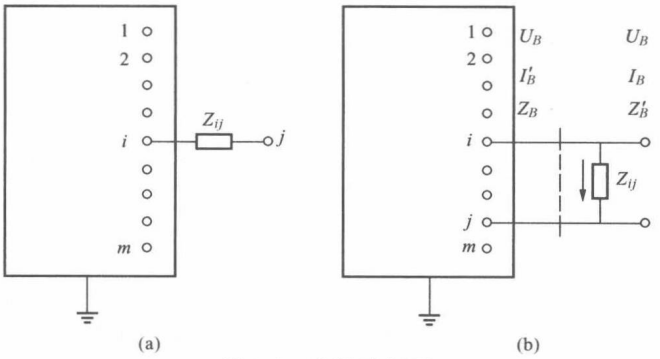



图 4-8　支路追加法

（a）追加树支；（b）追加链支

然后考虑新增加的第 $j$ 列非对角元 $Z_{1j}$，$Z_{2j}$，…，$Z_{ij}$，…，$Z_{mj}$。参见图 4-8（a），设在节点 $j$ 注入单位电流，其他各节点都不注入电流，则原有网络中所有节点 1，2，…，$i$，…，$m$ 的电压 $\dot{U}_1$，$\dot{U}_2$，…，$\dot{U}_i$，…，$\dot{U}_m$ 与节点 $i$ 注入单位电流，并令其他各节点都不注入电流时相同。从而，根据自阻抗、互阻抗的定义可见，$Z_{1j}=Z_{1i}$，$Z_{2j}=Z_{2i}$，…，$Z_{ij}=Z_{ii}$，…，$Z_{mj}=Z_{mi}$。求得这些元素后，根据阻抗矩阵的对称性可得第 $j$ 行的非对角元，$Z_{j1}=Z_{1j}$，$Z_{j2}=Z_{2j}$，…，$Z_{ji}=Z_{ij}$，…，$Z_{jm}=Z_{mj}$。

至于第 $j$ 列第 $j$ 行的对角元 $Z_{jj}$，由于节点 $j$ 注入单位电流时，该节点电压为 $\dot{U}_j=\dot{U}_i+z_{ij}$，可见为 $Z_{jj}=Z_{ii}+z_{ij}$。

2. 追加链支

仍设原有网络有 $m$ 个节点，并已形成一个 $m$ 阶阻抗矩阵 $Z_{Bm}$。在该网络节点 $i$、$j$ 间追加链支 $Z_{ij}$ 后，网络中节点数（从而阻抗矩阵阶数）虽不增加，其中各元素的值却将改变。设这个矩阵为

$$\boldsymbol{Z}'_{Bm}=\begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} & Z'_{1i} & \cdots & Z'_{1j} & \cdots & Z'_{1m} \\ Z'_{21} & Z'_{22} & Z'_{2i} & \cdots & Z'_{2j} & \cdots & Z'_{2m} \\ Z'_{i1} & Z'_{i2} & Z'_{ii} & \cdots & Z'_{ij} & \cdots & Z'_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z'_{j1} & Z'_{j2} & Z'_{ji} & \cdots & Z'_{jj} & \cdots & Z'_{jm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z'_{m1} & Z'_{m2} & Z'_{mi} & \cdots & Z'_{mj} & \cdots & Z'_{mm} \end{bmatrix}$$

则问题仍在于如何利用原有矩阵求取这个矩阵中的各个元素。

设图 4-8（b）中，向追加链支 $z_{ij}$ 后的网络各节点注入电流 $\boldsymbol{I}_B$，并设这时各节点电压为 $\boldsymbol{U}_B$，则从图中虚线以右观察，可见有如下关系

$$\boldsymbol{Z}'_{Bm}\boldsymbol{I}_B=\boldsymbol{U}_B \tag{4-13}$$

但因这时节点 $i$、$j$ 的电压不可能恰巧相等，以致总有电流在支路 $z_{ij}$ 中流通，设这个电流 $\dot{I}_{ij}$ 的流向如图 4-8（b）所示，则实际流入原有网络各节点的电流 $\boldsymbol{I}'_B$ 应为

$$\boldsymbol{I}'_B=\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_i-\dot{I}_{ij} \\ \vdots \\ \dot{I}_j+\dot{I}_{ij} \\ \vdots \\ \dot{I}_m \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_i \\ \vdots \\ \dot{I}_j \\ \vdots \\ \dot{I}_m \end{bmatrix}-\dot{I}_{ij}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}=\boldsymbol{I}_B-\dot{I}_{ij}\boldsymbol{C}_{ij}^{\mathrm{T}} \tag{4-14}$$

式中的 $\boldsymbol{C}_{ij}^{\mathrm{T}}$ 就是所谓支路—节点关联矩阵 $\boldsymbol{C}$ 中第 $ij$ 行行向量 $\boldsymbol{C}_{ij}=[0\quad 0\quad 1\cdots\quad -1\quad \cdots\quad 0]$ 的转置列向量。

当实际流入原有网络各节点的电流为 $\boldsymbol{I}'_B$ 时，从图中虚线以左观察，可见有如下关系

$$\boldsymbol{U}_B=\boldsymbol{Z}_{Bm}\boldsymbol{I}'_B \tag{4-15}$$

以式（4-14）代入，可得

$$\boldsymbol{U}_B=\boldsymbol{Z}_{Bm}\boldsymbol{I}_B-\boldsymbol{Z}_{Bm}\boldsymbol{C}_{ij}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{I}}_{ij}$$

令

$$\boldsymbol{Z}_{Bm}\boldsymbol{C}_{ij}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{Z}_{Lm}$$

$$\boldsymbol{Z}_{Lm}=\begin{bmatrix} Z_{1i}-Z_{1j} \\ Z_{2i}-Z_{2j} \\ Z_{ii}-Z_{ij} \\ \vdots \\ Z_{ji}-Z_{jj} \\ \vdots \\ Z_{mi}-Z_{mj} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_{1l} \\ Z_{2l} \\ Z_{il} \\ \vdots \\ Z_{jl} \\ \vdots \\ Z_{ml} \end{bmatrix}$$

式（4-15）可改写为

$$\boldsymbol{U}_B = \boldsymbol{Z}_{Bm}\boldsymbol{I}_B - \boldsymbol{Z}_{Lm}\dot{\boldsymbol{I}}_{ij} \tag{4-16}$$

又因

$$\dot{U}_i - \dot{U}_j = z_{ij}\dot{\boldsymbol{I}}_{ij} = \boldsymbol{C}_{ij}\boldsymbol{U}_B \tag{4-17}$$

将式（4-16）代入式（4-17），又可得

$$z_{ij}\dot{\boldsymbol{I}}_{ij} = \boldsymbol{C}_{ij}\boldsymbol{Z}_{Bm}\boldsymbol{I}_B - \boldsymbol{C}_{ij}\boldsymbol{Z}_{Lm}\dot{\boldsymbol{I}}_{ij}$$

解之，得 $\dot{I}_{ij}$ 为

$$\dot{I}_{ij} = \frac{1}{Z_{ll}}\boldsymbol{Z}_{Lm}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}_B \tag{4-18}$$

其中

$$\boldsymbol{Z}_{ll} = \boldsymbol{C}_{ij}\boldsymbol{Z}_{Lm} + z_{ij} = [0 \quad 0 \quad 1 \cdots -1 \cdots 0]\begin{bmatrix} Z_{1l} \\ Z_{2l} \\ Z_{il} \\ \vdots \\ Z_{jl} \\ \vdots \\ Z_{ml} \end{bmatrix} + z_{ij} = (Z_{il} - Z_{jl}) + z_{ij}$$

$$= Z_{ii} + Z_j - 2Z_{ij} + z_{ij}$$

$$\boldsymbol{Z}_{Lm}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}_{ij}\boldsymbol{Z}_{Bm} = \boldsymbol{C}_{ij}\boldsymbol{Z}_{Bm}^{\mathrm{T}}$$

将式（4-18）代入式（4-16），可得

$$\boldsymbol{U}_B = \left(\boldsymbol{Z}_{Bm} - \frac{1}{Z_{ll}}\boldsymbol{Z}_{Lm}\boldsymbol{Z}_{Lm}^{\mathrm{T}}\right)I_B \tag{4-19}$$

将式（4-19）与式（4-13）相对照，可见

$$\boldsymbol{Z}'_{Bm} = \boldsymbol{Z}_{Bm} - \frac{1}{Z_{ll}}\boldsymbol{Z}_{Lm}\boldsymbol{Z}_{Lm}^{\mathrm{T}}$$

如将 $\boldsymbol{Z}_{Lm}\boldsymbol{Z}_{Lm}^{\mathrm{T}}$ 展开，可得一 $m\times m$ 阶矩阵，其中第 $p$ 行、第 $q$ 列的元素则为 $\boldsymbol{Z}_{pl}\boldsymbol{Z}_{lq}$。由此可见，追加链支后，节点阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}'_{Bm}$ 中各元素的计算公式可归纳为

$$Z'_{pq} = Z_{pq} - \frac{Z_{pl}Z_{lq}}{Z_{ll}}(p = 1,2,\cdots,m;q = 1,2,\cdots,m) \tag{4-20}$$

由此还可见，追加链支的运算量远大于追加树支；以支路追加法形成阻抗矩阵的速度主要取决于追加链支的速度。因此，为减少追加链支的运算量，应合理安排追加支路的顺序，使尽可能在矩阵阶数较低时追加链支。

3. 追加变压器

设变压器的变比 $k_* = 1$ 时，可将其等同于一般支路；$k_* \neq 1$ 时，如采用图 2-54（f）或图 2-56（d）所示等值电路，原则上仍可按如上的方法将其接入网络。但这时每追加 1 台变压器要追加 3 个支路，运算量相当大。较简捷的方法是直接追加变压器支路。这种方法详见参考文献［2］，此处从略。

显然，支路追加法不仅可用以形成节点阻抗矩阵，也可用于网络接线或参数改变时对这个矩阵的修改。因如上的讨论都是以已形成 $m$ 阶矩阵 $\boldsymbol{Z}_{Bm}$，即网络中已有 $m$ 个节点为出发点

的。而不难想象，图 4-4 所示的几种改变接线的情况，都可借追加支路来体现。例如，切除阻抗为 $z_{ij}$ 的支路相当于追加阻抗为 $-z_{ij}$ 的支路，等等。

**【例 4-2】** 网络接线如图 4-9，各支路阻抗和各节点功率均已以标幺值标于图中，试求图 4-9 所示网络的节点阻抗矩阵。

**解** 由于图 4-9 所示网络中没有接地支路，对应该网络全部节点的五阶节点导纳矩阵为奇异矩阵，不能运用矩阵求逆的方法由该矩阵获得五阶节点阻抗矩阵。运用支路追加法时，也只能取其中任意节点为参考节点，形成仅有四阶的这种矩阵。下面以节点 1 为参考节点，运用支路追加法计算。

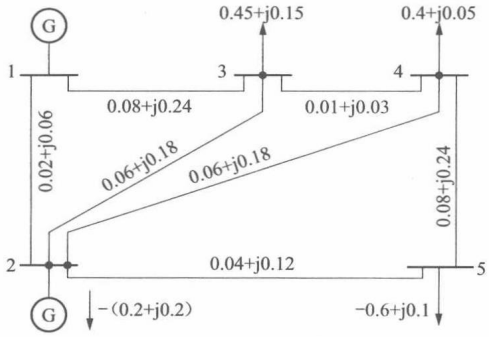



图 4-9 网络接线图

1. 取支路 $z_{21}=0.02+j0.06$，形成一阶阻抗矩阵

$$\begin{array}{c} \quad 2 \\ 2\begin{bmatrix} 0.2+j0.6 \end{bmatrix} \end{array}$$

2. 追加树支 $z_{31}=0.08+j0.24$

矩阵中增加的元素按自阻抗、互阻抗的定义可得

$$Z_{23}=Z_{32}=0;\quad Z_{33}=z_{31}=0.08+j0.24$$

于是形成

$$\begin{array}{c} \quad\quad 2 \qquad\qquad 3 \\ \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array}\begin{bmatrix} 0.02+j0.06 & 0 \\ 0 & 0.08+j0.24 \end{bmatrix} \end{array}$$

3. 追加链支 $z_{23}=0.06+j0.18$

先列出

$$Z_{2l}=Z_{22}-Z_{23}=0.02+j0.06;\quad Z_{3l}=Z_{32}-Z_{33}=-0.08-j0.24$$

$$\begin{aligned} Z_{ll}&=Z_{2l}-Z_{3l}+z_{33}=(0.02+j0.06)+(0.08+j0.24)+(0.06+j0.18) \\ &=0.16+j0.48 \end{aligned}$$

以此修改已形成的阻抗矩阵中各元素

$$Z'_{22}=Z_{22}-\frac{Z_{2l}Z_{l2}}{Z_{ll}}=(0.02+j0.06)-\frac{(0.02+j0.06)^2}{0.16+j0.48}=0.0175+j0.0525$$

$$Z'_{33}=Z_{33}-\frac{Z_{3l}Z_{l3}}{Z_{ll}}=(0.08+j0.24)-\frac{(-0.08-j0.24)^2}{0.16+j0.48}=0.0400+j0.1200$$

$$Z'_{23}=Z_{23}-\frac{Z_{2l}Z_{l3}}{Z_{ll}}=0-\frac{(0.02+j0.06)(-0.08-j0.24)}{0.16+j0.48}=0.0100+j0.0300=Z'_{32}$$

于是形成

$$\begin{array}{c} \quad\quad 2 \qquad\qquad 3 \\ \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array}\begin{bmatrix} 0.0175+j0.0525 & 0.0100+j0.0300 \\ 0.0100+j0.0300 & 0.0400+j0.1200 \end{bmatrix} \end{array}$$

4. 追加树支 $z_{24}=0.06+j0.18$

计算方法同“2”形成的阻抗矩阵如下

$$\begin{array}{c} \quad\quad 2 \qquad\qquad 3 \qquad\qquad 4 \\ \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}\begin{bmatrix} 0.0175+j0.0525 & 0.0100+j0.0300 & 0.0175+j0.0525 \\ 0.0100+j0.0300 & 0.0400+j0.1200 & 0.0100+j0.0300 \\ 0.0175+j0.0525 & 0.0100+j0.0300 & 0.0775+j0.2325 \end{bmatrix} \end{array}$$

5. 追加链支 $z_{34}=0.01+j0.03$

计算方法同“3”，形成的阻抗矩阵如下

$$\begin{array}{c} \quad\quad 2 \qquad\qquad 3 \qquad\qquad 4 \\ \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}\begin{bmatrix} 0.016977+j0.050930 & 0.012093+j0.036279 & 0.012791+j0.038372 \\ 0.012093+j0.036279 & 0.031628+j0.094884 & 0.028837+j0.086512 \\ 0.012791+j0.038372 & 0.028837+j0.086512 & 0.035116+j0.105349 \end{bmatrix} \end{array}$$

6. 追加树支 $z_{25}=0.04+j0.12$，链支 $z_{45}=0.08+j0.24$

计算方法同“2、3”，最后形成的阻抗矩阵为

$$
\boldsymbol{Z}_B=\begin{array}{c}\\ 2\\ \\ 3\\ \\ 4\\ \\ 5\\ \\ \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}\\
\begin{bmatrix}
0.0168574+j0.0505722 & 0.0125714+j0.0377142 & 0.0134289+j0.0402866 & 0.0157146+j0.0471437\\
0.0125714+j0.0377142 & 0.0297144+j0.0891432 & 0.0262856+j0.0788568 & 0.0171428+j0.0514284\\
0.0134289+j0.0402866 & 0.0262856+j0.0788568 & 0.0317142+j0.0951425 & 0.0195240+j0.0585719\\
0.0157146+j0.0471437 & 0.0171428+j0.0514284 & 0.0195240+j0.0585719 & 0.0436510+j0.1309531
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

附带指出，如也取节点 1 为参考节点，形成四阶节点导纳矩阵，则该矩阵为非奇异矩阵，可以求逆，其逆阵也如上列。

## 第二节　功率方程及其迭代解法

建立了节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$，就可进行潮流分布计算。无疑，如已知的是各节点电流 $\boldsymbol{I}_B$，直接解线性的节点电压方程 $\boldsymbol{Y}_B\boldsymbol{U}_B=\boldsymbol{I}_B$ 相当简捷。但由于工程实践中通常已知的既不是节点电压 $\boldsymbol{U}_B$，也不是节点电流 $\boldsymbol{I}_B$，而是各节点的功率 $\boldsymbol{S}_B$，实际计算时，几乎无例外地要迭代解非线性的节点电压方程 $\boldsymbol{Y}_B\boldsymbol{U}_B=\left[\dfrac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{U}}\right]_B^*$❶。因此，本书中将仅介绍与各种迭代解非线性节点电压方程有关的方法。

### 一、功率方程和变量、节点的分类

1. 功率方程

设有简单系统如图 4-10 所示。图中，$\widetilde{S}_{G1}$、$\widetilde{S}_{G2}$ 分别为母线 1、2 的等值电源功率；$\widetilde{S}_{L1}$、$\widetilde{S}_{L2}$ 分别为母线 1、2 的等值负荷功率；它们的合成 $\widetilde{S}_1=\widetilde{S}_{G1}-\widetilde{S}_{L1}$、$\widetilde{S}_2=\widetilde{S}_{G2}-\widetilde{S}_{L2}$ 分别为母线 1、2 的注入功率，与之对应的电流 $\dot{I}_1=\dot{I}_{G1}-\dot{I}_{L1}$、$\dot{I}_2=\dot{I}_{G2}-\dot{I}_{L2}$ 则分别为母线 1、2 的注入电流。于是

$$
\left.\begin{aligned}
\dot{I}_1&=Y_{11}\dot{U}_1+\dot{Y}_{12}\dot{U}_2=\frac{\overset{*}{S}_1}{\overset{*}{U}_1}\\
\dot{I}_2&=Y_{22}\dot{U}_2+Y_{21}\dot{U}_1=\frac{\overset{*}{S}_2}{\overset{*}{U}_2}
\end{aligned}\right\}\tag{4-21}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
\widetilde{S}_1&=\dot{U}_1\overset{*}{Y}_{11}\overset{*}{U}_1+\dot{U}_1\overset{*}{Y}_{12}\overset{*}{U}_2\\
\widetilde{S}_2&=\dot{U}_2\overset{*}{Y}_{22}\overset{*}{U}_2+\dot{U}_2\overset{*}{Y}_{21}\overset{*}{U}_1
\end{aligned}\right\}\tag{4-22}
$$

如令　$$Y_{11}=Y_{22}=y_{10}+y_{12}=y_{20}+y_{21}=y_s\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(90^\circ-\alpha_s)}$$

---

❶ 本书中，为简略计，以 $\left[\frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{U}}\right]_B^*$ 表示列向量 $[\overset{*}{S}_1/\overset{*}{U}_1\quad \overset{*}{S}_2/\overset{*}{U}_2\quad \overset{*}{S}_3/\overset{*}{U}_3\cdots\cdots\overset{*}{S}_n/\overset{*}{U}_n]^{\mathrm{T}}$。类似这样书写的列向量还有本章第四节中将出现的 $\Delta\boldsymbol{U}/\boldsymbol{U}$、$\Delta\boldsymbol{P}/\boldsymbol{U}$、$\Delta\boldsymbol{Q}/\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{U}\Delta\boldsymbol{\delta}$。由于不会发生混淆，不再一一说明。

$$Y_{12}=Y_{21}=-y_{12}=-y_{21}=-y_m e^{-j(90^\circ-\alpha_m)}$$

$$\dot{U}_1=U_1 e^{j\delta_1}\ ;\quad \dot{U}_2=U_2 e^{j\delta_2}$$

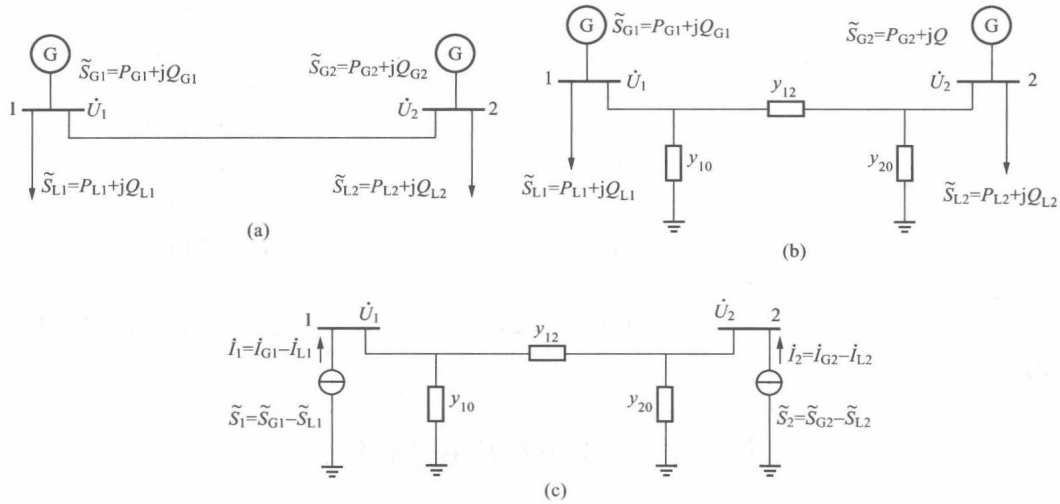



图 4-10　简单系统及其等值网络

（a）简单系统；（b）简单系统的等值网络；（c）注入功率和注入电流

并将它们代入式（4-22）展开，将有功功率、无功功率分列，可得

$$\left.\begin{aligned}
P_1&=P_{G1}-P_{L1}=y_s U_1^2\sin\alpha_s+y_m U_1U_2\sin[(\delta_1-\delta_2)-\alpha_m]\\
P_2&=P_{G2}-P_{L2}=y_s U_2^2\sin\alpha_s+y_m U_2U_1\sin[(\delta_2-\delta_1)-\alpha_m]\\
Q_1&=Q_{G1}-Q_{L1}=y_s U_1^2\cos\alpha_s-y_m U_1U_2\cos[(\delta_1-\delta_2)-\alpha_m]\\
Q_2&=Q_{G2}-Q_{L2}=y_s U_2^2\cos\alpha_s-y_m U_2U_1\cos[(\delta_2-\delta_1)-\alpha_m]
\end{aligned}\right\}\tag{4-23}$$

这些就是这个简单系统的功率方程。显然，它们是各母线电压相量的非线性方程。

将式（4-23）中的第一、二式相加，第三、四式相加，又可得这个系统的有功功率、无功功率平衡关系

$$\left.\begin{aligned}
P_{G1}+P_{G2}&=P_{L1}+P_{L2}+y_s(U_1^2+U_2^2)\sin\alpha_s-2y_m U_1U_2\cos(\delta_1-\delta_2)\sin\alpha_m\\
Q_{G1}+Q_{G2}&=Q_{L1}+Q_{L2}+y_s(U_1^2+U_2^2)\cos\alpha_s-2y_m U_1U_2\cos(\delta_1-\delta_2)\cos\alpha_m
\end{aligned}\right\}\tag{4-24}$$

由式（4-23）可见，在功率方程中，母线电压的相位角是以差值 $\delta_1-\delta_2$ 的形式出现的，亦即决定功率大小的是相对相位角或相对功率角 $\delta_1-\delta_2=\delta_{12}$，而不是绝对相位角或绝对功率角 $\delta_1$ 或 $\delta_2$。这种情况在第三章中已经出现，因第三章中线路或变压器某一端电压的相位角 $\delta$ 实际上也是相对于另一端的相对相位角。

由式（4-24）可见，这个简单系统的有功、无功功率损耗分别为

$$\left.\begin{aligned}
\Delta P&=y_s(U_1^2+U_2^2)\sin\alpha_s-2y_m U_1U_2\cos(\delta_1-\delta_2)\sin\alpha_m\\
\Delta Q&=y_s(U_1^2+U_2^2)\cos\alpha_s-2y_m U_1U_2\cos(\delta_1-\delta_2)\cos\alpha_m
\end{aligned}\right\}\tag{4-25}$$

它们也都是母线电压 $U_1$、$U_2$ 和相位角 $\delta_1$、$\delta_2$ 或相对相位角 $\delta_{12}$ 的非线性函数。

2. 变量的分类

由式（4-23）还可见，在这四个一组的功率方程式组中，除网络参数 $y_s$、$y_m$、$\alpha_s$、$\alpha_m$ 外，共有十二个变量：

负荷消耗的有功功率、无功功率：$P_{L1}$、$Q_{L1}$、$P_{L2}$、$Q_{L2}$；

电源发出的有功功率、无功功率：$P_{G1}$、$Q_{G1}$、$P_{G2}$、$Q_{G2}$；

母线或节点电压的大小和相位角：$U_1$、$U_2$、$\delta_1$、$\delta_2$。

因此，除非已知或给定其中的八个变量，否则将无法求解。

在这十二个变量中，负荷消耗的有功功率、无功功率无法控制取决于用户，因此称为不可控变量或扰动变量。之所以称扰动变量是由于这些变量出现事先没有预计的变动时，系统将偏离它们的原始运行状况。不可控变量或扰动变量以列向量 $\boldsymbol{d}$ 表示。

余下的八个变量中，电源发出的有功功率、无功功率是可以控制的自变量，因而它们就称控制变量。控制变量常以列向量 $\boldsymbol{u}$ 表示。

最后余下的四个变量——母线或节点电压的大小和相位角——是受控制变量控制的因变量。其中，$U_1$、$U_2$ 主要受 $Q_{G1}$、$Q_{G2}$的控制，$\delta_1$、$\delta_2$ 主要受 $P_{G1}$、$P_{G2}$的控制。这四个变量就是这简单系统的状态变量。状态变量一般都以列向量 $\boldsymbol{x}$ 表示。

无疑，变量的这种分类也适用于具有 $n$ 个节点的复杂系统。只是对这种系统，变量数将增加为 $6n$ 个，其中扰动变量、控制变量、状态变量各 $2n$ 个。换言之，扰动向量 $\boldsymbol{d}$、控制向量 $\boldsymbol{u}$、状态向量 $\boldsymbol{x}$ 都是 $2n$ 阶列向量。

看来似乎将变量作如上分类后，只要已知或给定扰动变量和控制变量，就可运用功率方程式（4-23）解出状态变量。其实不然。因已如上述，功率方程中，母线或节点电压的相位角是以相对值出现的，以致式（4-23）中 $\delta_1$ 和 $\delta_2$ 变化同样大小时，功率的数值不变，从而不可能运用它们求取绝对相位角。也如上述，系统中的功率损耗本身是状态变量的函数，在解得状态变量前，不可能确定这些功率损耗，从而也不可能按功率平衡关系式（4-24）给定所有控制变量，因它们的总和，如式（4-24）中的 $P_{G1}+P_{G2}$、$Q_{G1}+Q_{G2}$尚属未知。

为克服上述困难，可对变量的给定稍作调整：

在一具有 $n$ 个节点的系统中，只给定 $n-1$ 对控制变量 $P_{Gi}$、$Q_{Gi}$，余下一对控制变量 $P_{Gs}$、$Q_{Gs}$待定。这一对控制变量 $P_{Gs}$、$Q_{Gs}$将使系统功率，包括电源功率、负荷功率和损耗功率保持平衡。

在这系统中，给定一对状态变量 $\delta_s$、$U_s$，只要求确定 $n-1$ 对状态变量 $\delta_i$、$U_i$。给定的 $\delta_s$ 通常就赋以零值。这实际上就相当于取节点 $s$ 的电压相量为参考轴。给定的 $U_s$ 一般可取标幺值 1.0 左右，以使系统中各节点的电压水平在额定值附近。

这样，原则上已可从 $2n$ 个方程式中解出 $2n$ 个未知变量。但实际上，这个解还应满足如下的一些约束条件，这些约束条件是保证系统正常运行所不可少的。其中，对控制变量的约束条件是

$$P_{Gi\min} < P_{Gi} < P_{Gi\max}; \quad Q_{Gi\min} < Q_{Gi} < Q_{Gi\max}$$

对没有电源的节点则为

$$P_{Gi} = 0; \quad Q_{Gi} = 0$$

$P_{Gi\max}$、$P_{Gi\min}$、$Q_{Gi\max}$、$Q_{Gi\min}$的确定一方面需参照第二章第一节第二、三小节中所述发电机的运行极限，另一方面还要计及动力机械所受到的约束。后者将在第五章中述及。

对状态变量 $U_i$ 的约束条件则是

$$U_{i\min} < U_i < U_{i\max}$$

该条件表示，系统中各节点电压的大小不得越出一定的范围，因系统运行的基本要求之

一就是要保证良好的电压质量。

对于某些状态变量 $\delta_i$ 还有如下的约束条件

$$|\delta_i-\delta_j|<|\delta_i-\delta_j|_{\max}$$

该条件主要是保证系统运行的稳定性所要求的。

由于扰动变量 $P_{Li}$、$Q_{Li}$不可控，对它们没有约束。

3. 节点的分类

考虑到各种约束条件后，有时对于某些节点，不是给定控制变量 $P_{Gi}$、$Q_{Gi}$而留下状态变量 $U_i$、$\delta_i$ 待求，而是给定这些节点的 $P_{Gi}$和 $U_i$ 而留下 $Q_{Gi}$和 $\delta_i$ 待求。这其实意味着让这些电源调节它们发出的无功功率 $Q_{Gi}$以保证与之连接的节点电压 $U_i$ 为定值。

这样，系统中的节点就因给定变量的不同而分为三类：

第一类称 $PQ$ 节点。对于这类节点，等值负荷功率 $P_{Li}$、$Q_{Li}$和等值电源功率 $P_{Gi}$、$Q_{Gi}$是给定的，从而注入功率 $P_i$、$Q_i$是给定的，待求的则是节点电压的大小 $U_i$ 和相位角 $\delta_i$。属于这一类节点的有按给定有功、无功功率发电的发电厂母线和没有其他电源的变电站母线。

第二类称 $PV$ 节点。对于这类节点，等值负荷和等值电源的有功功率 $P_{Li}$、$P_{Gi}$是给定的，从而注入有功功率 $P_i$ 是给定的。等值负荷的无功功率 $Q_{Li}$和节点电压的大小 $U_i$ 也是给定的。待求的则是等值电源的无功功率 $Q_{Gi}$，从而注入无功功率 $Q_i$和节点电压的相位角 $\delta_i$。有一定无功功率储备的发电厂和有一定无功功率电源的变电站母线都可选作为 PV 节点。

第三类称平衡节点。潮流计算时，一般只设一个平衡节点。对于这类节点，等值负荷功率 $P_{Ls}$、$Q_{Ls}$是给定的，节点电压的大小和相位角 $U_s$、$\delta_s$ 也是给定的，如给定 $U_s=1.0$、$\delta_s=0$。待求的则是等值电源功率 $P_{Gs}$、$Q_{Gs}$，从而注入功率 $P_s$、$Q_s$。担负调整系统频率任务的发电厂母线往往被选作为平衡节点。

进行计算时，平衡节点是不可少的；$PQ$ 节点是大量的；$PV$ 节点较少，甚至可能没有。

如将这种分类方法衡量第三章中涉及的各种节点，可见在那些面向手算的计算方法中，节点只分两类，即 $PQ$ 节点和平衡节点。前者包含所有负荷节点和发给定功率的电源节点，后者则是起平衡作用的电源节点。手算时之所以不设 $PV$ 节点，是由于设置这类节点后，就不免要以试探法求解，而就手算而言，这将不胜负担。

**二、高斯—塞德尔迭代法**

高斯—塞德尔迭代法既可用以解线性方程组，也可用以解非线性方程组。下面介绍其标准模式。

设有方程组

$$\left.\begin{aligned}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3&=y_1\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3&=y_2\\a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3&=y_3\end{aligned}\right\}\tag{4-26}$$

它可改写为

$$x_1=\frac{1}{a_{11}}(y_1-a_{12}x_2-a_{13}x_3)$$

$$x_2=\frac{1}{a_{22}}(y_2-a_{21}x_1-a_{23}x_3)$$

$$x_3=\frac{1}{a_{33}}(y_3-a_{31}x_1-a_{32}x_2)$$

于是，迭代格式将为

$$\left.\begin{aligned} x_1^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{11}}(y_1 - a_{12}x_2^{(k)} - a_{13}x_3^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{22}}(y_2 - a_{21}x_1^{(k+1)} - a_{23}x_3^{(k)}) \\ x_3^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{33}}(y_3 - a_{31}x_1^{(k+1)} - a_{32}x_2^{(k+1)}) \end{aligned}\right\} \tag{4-27}$$

这其实是用以解线性方程组的格式。但如式中的 $y_i$ 以 $c_i/x_i$ 替代（$i=1$，2，3），就可用以解非线性节点电压方程

$$\boldsymbol{Y}_B\boldsymbol{U}_B = \left[\frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{U}}\right]_B^* \tag{4-28a}$$

或它的展开式

$$Y_{ii}\dot{U}_i + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{j=n} Y_{ij}\dot{U}_j = \frac{P_i - jQ_i}{\overset{*}{U}_i} \tag{4-28b}$$

这时的迭代格式将为

$$\left.\begin{aligned} x_1^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{11}}\left(\frac{c_1}{x_1^{(k)}} - a_{12}x_2^{(k)} - a_{13}x_3^{(k)}\right) \\ x_2^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{22}}\left(\frac{c_2}{x_2^{(k)}} - a_{21}x_1^{(k+1)} - a_{23}x_3^{(k)}\right) \\ x_3^{(k+1)} &= \frac{1}{a_{33}}\left(\frac{c_3}{x_3^{(k)}} - a_{31}x_1^{(k+1)} - a_{32}x_2^{(k+1)}\right) \end{aligned}\right\} \tag{4-29}$$

显然，式（4-29）中的 $a_{ii}$ 就对应于式（4-28）中的 $Y_{ii}$，$a_{ij}$ 就对应于 $Y_{ij}$，$c_i$ 就对应于 $P_i - jQ_i$，$x_i$ 就对应于 $\dot{U}_i$ 或 $\overset{*}{U}_i$。

但需指出，按式（4-29）进行迭代时，除平衡节点外，其他节点的电压都将变化，而这一情况不符合 $PV$ 节点电压大小不变的约定。因此，每次迭代求得这些节点的电压后，应对它们的大小按给定值修正，并据此调整这些节点注入的无功功率。这是潮流计算运用高斯—塞德尔法时的特殊之处。

高斯—塞德尔法由于其简单而在早期的潮流计算程序中得以采用，但后来就逐渐被牛顿型算法所取代。目前，这种方法多半与牛顿型算法配合使用，以补后者的不足。鉴于它已不再广泛地用于计算潮流，故本书将不再深入展开有关这一算法的讨论。

**三、牛顿—拉夫逊迭代法**

牛顿—拉夫逊法是常用的解非线性方程组的方法，也是当前广泛采用的计算潮流的方法。下面介绍其标准模式。

设有非线性方程组

$$\left.\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= y_1 \\ f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= y_2 \\ &\cdots \\ f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= y_n \end{aligned}\right\} \tag{4-30}$$

其近似解为 $x_1^{(0)}$，$x_2^{(0)}$，…，$x_n^{(0)}$。设近似解与精确解分别相差 $\Delta x_1$，$\Delta x_2$，…，$\Delta x_n$，则如下的关系式应该成立

$$\left.\begin{aligned} f_1(x_1^{(0)}+\Delta x_1, x_2^{(0)}+\Delta x_2, \cdots, x_n^{(0)}+\Delta x_n) &= y_1 \\ f_2(x_1^{(0)}+\Delta x_1, x_2^{(0)}+\Delta x_2, \cdots, x_n^{(0)}+\Delta x_n) &= y_2 \\ &\cdots \\ f_n(x_1^{(0)}+\Delta x_1, x_2^{(0)}+\Delta x_2, \cdots, x_n^{(0)}+\Delta x_n) &= y_n \end{aligned}\right\} \tag{4-31}$$

上式中任何一式都可按泰勒级数展开。以第一式为例，$f_1(x_1^{(0)}+\Delta x_1, x_2^{(0)}+\Delta x_2, \cdots, x_n^{(0)}+\Delta x_n)=f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)})+\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0 \Delta x_1+\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0 \Delta x_2+\cdots+\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right|_0 \Delta x_n+\phi_1=y_1$ 式中：$\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0$，$\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0$，…，$\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right|_0$ 分别表示以 $x_1^{(0)}$，$x_2^{(0)}$，…，$x_n^{(0)}$ 代入这些偏导数表示式时的计算所得，$\phi_1$ 则是一包含 $\Delta x_1$，$\Delta x_2$，…，$\Delta x_n$ 的高次方与 $f_1$ 的高阶偏导数乘积的函数。如近似解 $x_i^{(0)}$ 与精确解相差不大，则 $\Delta x_i$ 的高次方可略去，从而 $\phi_1$ 也可略去。

由此可得

$$\left.\begin{aligned} f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)})+\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0 \Delta x_1+\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0 \Delta x_2+\cdots+\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right|_0 \Delta x_n &= y_1 \\ f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)})+\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_0 \Delta x_1+\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_0 \Delta x_2+\cdots+\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right|_0 \Delta x_n &= y_2 \\ &\cdots \\ f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)})+\left.\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right|_0 \Delta x_1+\left.\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right|_0 \Delta x_2+\cdots+\left.\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right|_0 \Delta x_n &= y_n \end{aligned}\right\} \tag{4-32}$$

这是一组线性方程组或线性化了的方程组，常称修正方程组。它可改写为如下的矩阵方程

$$\begin{bmatrix} y_1-f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}) \\ y_2-f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}) \\ \cdots \\ y_n-f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right|_0 \\ \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right|_0 \\ & & \cdots & \\ \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right|_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \tag{4-33}$$

或简写为

$$\Delta \boldsymbol{f}=\boldsymbol{J}\Delta \boldsymbol{x} \tag{4-34}$$

式中：$\boldsymbol{J}$ 称函数 $f_i$ 的雅可比矩阵；$\Delta \boldsymbol{x}$ 为由 $\Delta x_i$ 组成的列向量；$\Delta \boldsymbol{f}$ 则称不平衡量的列向量。

将 $x_i^{(0)}$ 代入，可得 $\Delta \boldsymbol{f}$、$\boldsymbol{J}$ 中的各元素。然后运用任何一种解线性代数方程的方法，可求得 $\Delta x_i^{(0)}$，从而求得经第一次迭代后 $x_i$ 的新值 $x_i^{(1)}=x_i^{(0)}+\Delta x_i^{(0)}$。再将求得的 $x_i^{(1)}$ 代入，又可求得 $\Delta \boldsymbol{f}$、$\boldsymbol{J}$ 中各元素的新值，从而解得 $\Delta x_i^{(1)}$ 以及 $x_i^{(2)}=x_i^{(1)}+\Delta x_i^{(1)}$。如此循环不已，最后可获得对式（4-30）足够精确的解。

运用这种方法计算时，$x_i$ 的初值要选择得比较接近它们的精确解，否则迭代过程可能不收敛。将这种情况简单说明如下。设函数 $f(x)$ 的图形如图 4-11 所示。运用这种方法解算 $f(x)=y$ 时的修正方程式为 $y-f(x^{(k)})=\left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right|_k \Delta x^{(k)}$。按这修正方程式迭代求解的过程就如图中由 $x^{(0)}$ 求 $x^{(1)}$、$x^{(2)}$……的过程。由图可见，如 $x$ 的初值 $x^{(0)}$ 选择得接近其精确解，迭代过

程将迅速收敛；反之，将不收敛。正因为这样，某些运用牛顿—拉夫逊法计算潮流的程序中，第一、二次迭代采用高斯—塞德尔法，这是因后者对 $x_i$ 初值的选择没有严格要求。

运用这种方法计算时，如每次迭代所得的 $x_i$ 变化不大，也可经若干次迭代后再重新计算一次雅可比矩阵各元素。

与运用高斯—塞德尔法时不同，运用牛顿—拉夫逊法时，可直接用以求解功率方程。

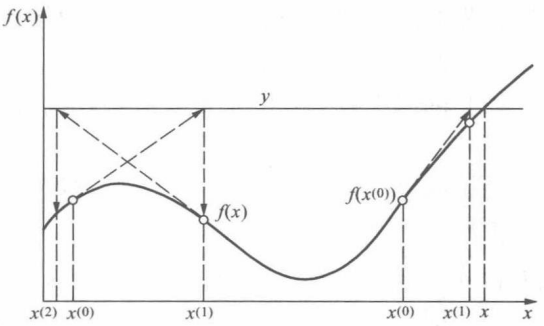



图 4-11　牛顿—拉夫逊法的解算过程

$$\dot{U}_i \sum_{j=1}^{j=n} \overset{*}{Y}_{ij} \overset{*}{U}_j = P_i + \mathrm{j}Q_i \tag{4-35}$$

而为此，需将 $Y_{ij}=G_{ij}+jB_{ij}$，$\dot{U}_i=e_i+\mathrm{j}f_i$ 代入

$$(e_i+\mathrm{j}f_i)\sum_{j=1}^{j=n}(G_{ij}-\mathrm{j}B_{ij})(e_j-\mathrm{j}f_j)=P_i+\mathrm{j}Q_i$$

并将实数部分和虚数部分分列

$$\sum_{j=1}^{j=n}[e_i(G_{ij}e_j)-B_{ij}f_j)+f_i(G_{ij}f_j+B_{ij}e_j)]=P_i \tag{4-36a}$$

$$\sum_{j=1}^{j=n}[f_i(G_{ij}e_j-B_{ij}f_j)-e_i(G_{ij}f_j+B_{ij}e_j)]=Q_i \tag{4-36b}$$

此外，由于系统中还有电压大小给定的 PV 节点，还应补充一组方程式

$$e_i^2+f_i^2=U_i^2 \tag{4-36c}$$

式中　$e_i$、$f_i$——迭代过程中求得的节点电压实部和虚部；

$P_i$——$PQ$ 节点和 $PV$ 节点的注入有功功率；

$Q_i$——$PQ$ 节点的注入无功功率；

$U_i$——$PV$ 节点的电压大小。

对照式（4-36）、式（4-30）可见，式（4-36）的右端项 $P_i$、$Q_i$、$U_i^2$ 分别是给定的注入功率和节点电压大小的平方值，它们就对应于式（4-30）中的右端项 $y_i$；式（4-36）的左端函数分别是由迭代过程中求得的节点电压确定的注入功率和节点电压大小的平方值，它们就对应于式（4-30）中的左端函数 $f_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)$；于是，式（4-36）中的 $e_i$，$f_i$，…就对应于式（4-30）中的 $x_1$，$x_2$…。至于修正方程式（4-33）中雅可比矩阵的各个元素，显然就是迭代过程中求得的注入功率和节点电压大小的平方值对相应 $e_i$，$f_i$，…的偏导数。

至此，余下的问题只是解线性的修正方程以求取 $\Delta x_1$，$\Delta x_2$，…，$\Delta x_n$。解线性方程的方法很多，潮流计算中最常用的是高斯消去法、三角分解法和相应的因子表法，它们将在本章第五节中结合稀疏技术一并介绍。目前，不妨先用最直观的借矩阵求逆、求积运算求取修正方程中的 $\Delta x_1$，$\Delta x_2$，…，$\Delta x_n$。

## 第三节　牛顿—拉夫逊法潮流计算

### 一、潮流计算时的修正方程式

牛顿型潮流计算的核心问题是修正方程式的建立和求解。为说明这一修正方程式的建立

过程，先对网络中各类节点的编号作如下约定：

（1）网络中共有 $n$ 个节点，编号为 1，2，3，…，$n$，其中包含一个平衡节点，编号为 $s$；

（2）网络中有 $m-1$ 个 $PQ$ 节点，编号为 1，2，3，…，$m$，其中包含编号为 $s$ 的平衡节点；

（3）网络中有 $n-m$ 个 $PV$ 节点，编号为 $m+1$，$m+2$，…，$n$。

据此，由式（4-36a）、式（4-36b）、式（4-36c）所组成的方程式组中共有 $2(n-1)$ 个独立方程式。其中，式（4-36a）类型的有 $n-1$ 个，包括除平衡节点外所有节点有功功率 $P_i$ 的表示式，即 $i=1$，2，…，$n$，$i\neq s$；式（4-36b）类型的有 $m-1$ 个，包括所有 $PQ$ 节点无功功率 $Q_i$ 的表示式，即 $i=1$，2，…，$m$，$i\neq s$；式（4-36c）类型的有 $(n-1)-(m-1)=n-m$ 个，包括所有 PV 节点电压 $U_i^2$ 的表示式，即 $i=m+1$，$m+2$，…，$n$。平衡节点 $s$ 的功率和电压之所以不包括在这方程组内，是由于平衡节点的注入功率不可能事先给定，从而不可能列出相应的 $P_s$、$Q_s$ 的表示式，而平衡节点的电压 $\dot{U}_s=e_s+\mathrm{j}f_s$，则不必求取。

至此，就可建立类似式（4-33）的修正方程式如下

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{c} PQ\text{节点} \\ \\ \\ \\ \\ PV\text{节点} \\ \\ \\ \\ \end{array}
\begin{bmatrix}
\Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_p \\ \Delta U_p^2 \\ \Delta P_n \\ \Delta U_n^2
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & H_{1p} & N_{1p} & H_{1n} & N_{1n} \\
J_{11} & L_{11} & J_{12} & L_{12} & J_{1p} & L_{1p} & J_{1n} & L_{1n} \\
H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & H_{2p} & N_{2p} & H_{2n} & N_{2n} \\
J_{21} & L_{21} & J_{22} & L_{22} & J_{2p} & L_{2p} & J_{2n} & L_{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
H_{p1} & N_{p1} & H_{p2} & N_{p2} & H_{pp} & N_{pp} & H_{pn} & N_{pn} \\
R_{p1} & S_{p1} & R_{p2} & S_{p2} & R_{pp} & S_{pp} & R_{pn} & S_{pn} \\
H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & H_{np} & N_{np} & H_{nn} & N_{nn} \\
R_{n1} & S_{n1} & R_{n2} & S_{n2} & R_{np} & S_{np} & R_{nn} & S_{nn}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta f_1 \\ \Delta e_1 \\ \Delta f_2 \\ \vdots \\ \Delta e_2 \\ \Delta f_p \\ \Delta e_p \\ \Delta f_n \\ \Delta e_n
\end{bmatrix}
\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}
\begin{array}{l} \leftarrow 2(m-1) \rightarrow \\ \\ \\ \\ \\ \leftarrow 2(n-m) \rightarrow \\ \\ \\ \\ \end{array} \\
\qquad\qquad \leftarrow 2(m-1) \rightarrow \quad \leftarrow 2(n-m) \rightarrow
\end{array}
\tag{4-37}
$$

式中的 $\Delta P_i$、$\Delta Q_i$、$\Delta U_i^2$ 分别为注入功率和节点电压平方的不平衡量。由式（4-36）可见，它们分别为

$$\Delta P_i = P_i - \sum_{j=1}^{j=n}[e_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)] \tag{4-38a}$$

$$\Delta Q_i = Q_i - \sum_{j=1}^{j=n}[f_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)] \tag{4-38b}$$

$$\Delta U_i^2 = U_i^2 - (e_i^2 + f_i^2) \tag{4-38c}$$

式中雅可比矩阵的各个元素则分别为

$$\left.\begin{aligned}
H_{ij} &= \frac{\partial P_i}{\partial f_j};\ N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial e_j} \\
J_{ij} &= \frac{\partial Q_i}{\partial f_j};\ L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial e_j} \\
R_{ij} &= \frac{\partial U_i^2}{\partial f_j};\ S_{ij} = \frac{\partial U_i^2}{\partial e_j}
\end{aligned}\right\} \tag{4-39}$$

为求取这些偏导数，可将 $P_i$、$Q_i$、$U_i^2$ 分别展开如下

$$P_i = e_i(G_{ii}e_i - B_{ii}f_i) + f_i(G_{ii}f_i + B_{ii}e_i) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}[e_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j)]$$

$$+ f_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) \tag{4-40a}$$

$$Q_i = f_i(G_{ii}e_i - B_{ii}f_i) - e_i(G_{ii}f_i + B_{ii}e_i) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}[f_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j)$$

$$- e_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)] \tag{4-40b}$$

$$U_i^2 = (e_i^2 + f_i^2) \tag{4-40c}$$

$j\neq i$ 时，由于对特定的 $j$，只有该特定节点的 $f_j$ 和 $e_j$ 是变量，由式（4-39）、式（4-40）可得

$$\left.\begin{aligned}
&H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial f_j} = -B_{ij}e_i + G_{ij}f_i; \qquad N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial e_j} = G_{ij}e_i + B_{ij}f_i\\
&J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial f_j} = -B_{ij}f_i - G_{ij}e_i = -N_{ij}; L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial e_j} = G_{ij}f_i - B_{ij}e_i = H_{ij}\\
&R_{ij} = \frac{\partial U_i^2}{\partial f_j} = 0; \qquad S_{ij} = \frac{\partial U_i^2}{\partial e_j} = 0
\end{aligned}\right\} \tag{4-41a}$$

$j=i$ 时，为使这些偏导数的表示式更简洁，先引入节点注入电流的表示式如下

$$\begin{aligned}
\dot{I}_i &= Y_{ii}\dot{U}_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n} Y_{ij}\dot{U}_j\\
&= \left[(G_{ii}e_i - B_{ii}f_i) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j)\right] + j\left[(G_{ii}f_i + B_{ii}e_i) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)\right]\\
&= a_{ii} + jb_{ii}
\end{aligned}$$

然后由式（4-39）、式（4-40）和上式可得

$$\left.\begin{aligned}
&H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial f_i} = -B_{ii}e_i + 2G_{ii}f_i + B_{ii}e_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) = -B_{ii}e_i + G_{ii}f_i + b_{ii}\\
&N_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial e_i} = 2G_{ii}e_i - B_{ii}f_i + B_{ii}f_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) = G_{ii}e_i + B_{ii}f_i + a_{ii}\\
&J_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial f_i} = -2B_{ii}f_i + G_{ii}e_i - G_{ii}e_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) = -G_{ii}e_i - B_{ii}f_i + a_{ii}\\
&L_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial e_i} = G_{ii}f_i - G_{ii}f_i - 2B_{ii}e_i - \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) = -B_{ii}e_i + G_{ii}f_i - b_{ii}\\
&R_{ii} = \frac{\partial U_i^2}{\partial f_i} = 2f_i; S_{ii} = \frac{\partial U_i^2}{\partial e_i} = 2e_i
\end{aligned}\right\} \tag{4-41b}$$

由式（4-41a）可见，如 $Y_{ij}=G_{ij}+\mathrm{j}B_{ij}=0$，即节点 $i$、$j$ 之间无直接联系，这些元素都等于零。从而，如将雅可比矩阵分块，而将每个 2×2 阶子阵 $\begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ J_{ij} & L_{ij} \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ R_{ij} & S_{ij} \end{bmatrix}$ 看作分块矩阵的元素时，分块雅可比矩阵和节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$ 将有相同的结构。但前者与后者不同，

前者因 $H_{ij}\neq H_{ji}$，$N_{ij}\neq N_{ji}$，$J_{ij}\neq J_{ji}$，$L_{ij}\neq L_{ji}$，不是对称矩阵。分块雅可比矩阵和节点导纳矩阵的结构相同，是一个可以利用的特点。

节点电压不仅可用直角坐标表示，还可用极坐标表示，因此，牛顿—拉夫逊法潮流计算时的修正方程式还有另一种形式。为建立这种修正方程式，可仍令 $Y_{ij}=G_{ij}+\mathrm{j}B_{ij}$，但令 $\dot{U}_i=U_i\mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta_i}=U_i\ (\cos\delta_i+\mathrm{j}\sin\delta_i)$，而将式（4-35）改写为

$$U_i\mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta_i}\sum_{j=1}^{j=n}(G_{ij}-\mathrm{j}B_{ij})U_j\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\delta_j}=P_i+\mathrm{j}Q_i \tag{4-42}$$

将实数部分和虚数部分分列，可得

$$U_i\sum_{j=1}^{j=n}U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij})=P_i \tag{4-43a}$$

$$U_i\sum_{j=1}^{j=n}U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij})=Q_i \tag{4-43b}$$

对于一个具有 $n$ 个节点，其中有 $n-m$ 个 $PV$ 节点的网络，式（4-43a）、式（4-43b）组成的方程式组中共有 $(n-1)+(m-1)=n+m-2$ 个方程式。如仍按前述的节点编号划分方法，则式（4-43a）类型的有 $n-1$ 个，包括除平衡节点外所有节点有功功率 $P_i$ 的表示式，即 $i=1，2，\cdots，n，i\neq s$；式（4-43b）类型的有 $m-1$ 个，包括所有 $PQ$ 节点无功功率 $Q_i$ 的表示式，即 $i=1，2，\cdots，m；i\neq s$。采用极坐标表示时，较采用直角坐标表示时少 $n-m$ 个 $PV$ 节点电压大小平方值的表示式。因对 $PV$ 节点，采用极坐标表示时，待求的只有电压的相位角 $\delta_i$ 和注入无功功率 $Q_i$，而采用直角坐标表示时，待求的有电压的实数部分 $e_i$、虚数部分 $f_i$ 和注入无功功率 $Q_i$。前者的未知变量既少 $n-m$ 个，方程式数也应相应少 $n-m$ 个。

这样，就可建立类似式（4-37）的修正方程式如下

$$\begin{matrix}PQ\text{ 节点}\\ \\ \\ PV\text{ 节点}\end{matrix}\left[\begin{array}{c}\Delta P_1\\ \Delta Q_1\\ \Delta P_2\\ \Delta Q_2\\ \vdots\\ \hdashline \Delta P_p\\ \\ \Delta P_n\end{array}\right]=\left[\begin{array}{cccc:cc}H_{11}&N_{11}&H_{12}&N_{12}&H_{1p}&H_{1n}\\ J_{11}&L_{11}&J_{12}&L_{12}&J_{1p}&J_{1n}\\ H_{21}&N_{21}&H_{22}&N_{22}&H_{2p}&H_{2n}\\ J_{21}&L_{21}&J_{22}&L_{22}&J_{2p}&J_{2n}\\ &&\cdots&&&\cdots\\ \hdashline H_{p1}&N_{p1}&H_{p2}&N_{p2}&H_{pp}&H_{pn}\\ \\ H_{n1}&N_{n1}&H_{n2}&N_{n2}&H_{np}&H_{nn}\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}\Delta\delta_1\\ \Delta U_1/U_1\\ \Delta\delta_2\\ \Delta U_2/U_2\\ \vdots\\ \hdashline \Delta\delta_{\mathrm{P}}\\ \\ \Delta\delta_n\end{array}\right]\begin{matrix}\updownarrow 2(m-1)\\ \\ \updownarrow 2(n-m)\end{matrix} \tag{4-44}$$

$$|\leftarrow 2(m-1)\rightarrow|\leftarrow 2(n-m)\rightarrow|$$

式中留出了 $n-m$ 行空行和 $n-m$ 列空列。式中的有功、无功功率不平衡量 $\Delta P_i$、$\Delta Q_i$ 分别由式（4-43a）、式（4-43b）可得为

$$\Delta P_i=P_i-U_i\sum_{j=1}^{j=n}U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij}) \tag{4-45a}$$

$$\Delta Q_i=Q_i-U_i\sum_{j=1}^{j=n}U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij}) \tag{4-45b}$$

而式中雅可比矩阵的各个元素则分别为

$$\left.\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}; N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial U_j} U_j \\ J_{ij} &= \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}; L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_j} U_j \end{aligned}\right\} \tag{4-46}$$

式（4-44）中将 $\Delta U_i$ 改为 $\Delta U_i/U_i$ 只是为使式（4-46）中各偏导数的表示式形式上更相似。为求取这些偏导数，可将 $P_i$、$Q_i$ 分别展开如下

$$P_i = U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{j=n} U_j (G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) \tag{4-47a}$$

$$Q_i = -U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{j=n} U_j (G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) \tag{4-47b}$$

计及

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\cos\delta_{ij}}{\partial\delta_j} &= \frac{\partial\cos(\delta_i-\delta_j)}{-\partial(\delta_i-\delta_j)} = \sin(\delta_i-\delta_j) = \sin\delta_{ij} \\ \frac{\partial\sin\delta_{ij}}{\partial\delta_j} &= \frac{\partial\sin(\delta_i-\delta_j)}{-\partial(\delta_i-\delta_j)} = -\cos(\delta_i-\delta_j) = -\cos\delta_{ij} \\ \frac{\partial\cos\delta_{ij}}{\partial\delta_i} &= \frac{\partial\cos(\delta_i-\delta_j)}{\partial(\delta_i-\delta_j)} = -\sin(\delta_i-\delta_j) = -\sin\delta_{ij} \\ \frac{\partial\sin\delta_{ij}}{\partial\delta_i} &= \frac{\partial\sin(\delta_i-\delta_j)}{\partial(\delta_i-\delta_j)} = \cos(\delta_i-\delta_j) = \cos\delta_{ij} \end{aligned}\right\} \tag{4-48}$$

由于 $j\neq i$ 时，对特定的 $j$，只有该特定节点的 $\delta_j$ 是变量，特定的 $\delta_{ij}=\delta_i-\delta_j$ 才是变量，因此由式（4-46）～式（4-48）可得

$$\left.\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{\partial P_i}{\partial\delta_j} = U_i U_j (G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) \\ J_{ij} &= \frac{\partial Q_i}{\partial\delta_i} = -U_i U_j (G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) \end{aligned}\right\} \tag{4-49a}$$

相似地，由于对特定的 $j$，只有该特定节点的 $U_j$ 是变量，才可得

$$\left.\begin{aligned} N_{ij} &= \frac{\partial P_i}{\partial U_j} U_j = U_i U_j (G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) \\ L_{ij} &= \frac{\partial Q_i}{\partial U_j} U_j = U_i U_j (G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) \end{aligned}\right\} \tag{4-49b}$$

$j=i$ 时，由于 $\delta_i$ 是变量，所有 $\delta_{ij}=\delta_i-\delta_j$ 都是变量，可得

$$\left.\begin{aligned} H_{ii} &= \frac{\partial P_i}{\partial\delta_i} = -U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{j=n} U_j (G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) \\ J_{ii} &= \frac{\partial Q_i}{\partial\delta_i} = U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{j=n} U_j (G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) \end{aligned}\right\} \tag{4-49c}$$

相似地，由于 $U_i$ 是变量，可得

$$\left.\begin{aligned} N_{ii} &= \frac{\partial P_i}{\partial U_i}U_i = U_i\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{j=n} U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) + 2U_i^2G_{ii} \\ L_{ii} &= \frac{\partial Q_i}{\partial U_i}U_i = U_i\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{j=n} U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) - 2U_i^2B_{ii} \end{aligned}\right\} \tag{4-49d}$$

由式（4-49a）、式（4-49b）可见，如 $Y_{ij}=G_{ij}+jB_{ij}=0$，则这些元素都等于零。从而，如将雅可比矩阵留出 $n-m$ 行空行和 $n-m$ 列空列后分块，而将每个 $2\times 2$ 阶子阵 $\begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ J_{ij} & L_{ij} \end{bmatrix}$、$\begin{bmatrix} H_{ij} & \\ J_{ij} & \end{bmatrix}$、$\begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ & \end{bmatrix}$、$\begin{bmatrix} H_{ij} & \\ & \end{bmatrix}$看作分块矩阵的元素时，分块雅可比矩阵和节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$ 仍有相同的结构。但前者因 $H_{ij}\neq H_{ji}$、$N_{ij}\neq N_{ji}$、$J_{ij}\neq J_{ji}$、$L_{ij}\neq L_{ji}$，不是对称矩阵。

需要指出，迄今为止的讨论还没有述及节点分类时提到的各种约束条件。这些以不等式表示的约束条件大体可分三类，即对节点注入功率的约束、对节点电压大小的约束和对相位角的约束。其中，对注入功率，主要指对电源注入功率的约束条件不能满足时，将威胁电源机组的安全运行；对电压大小的约束条件不能满足时，将影响电能的质量，严重时则将危及系统运行的稳定性；对相对相位角的约束条件不能满足时，也将危及系统运行的稳定性。因此，在潮流计算的迭代过程中，必须时刻注意这些约束条件能否满足。但因系统运行的稳定性往往需运用其他方法进行检验，潮流计算时可集中注意力于注入功率和电压大小的约束条件，其中又以前者优先。因注入功率越限威胁着电源设备的安全，而电压大小偏离给定值一般只影响电能质量。这样又引出一个 $PV$ 节点向 $PQ$ 节点转化的问题。

所谓 $PV$ 节点向 $PQ$ 节点的转化，指迭代过程中经验算发现，为保持给定的电压大小，某一个或几个 $PV$ 节点的注入无功功率已越出给定的限额，即发现了 $Q_i>Q_{i\max}$ 或 $Q_i<Q_{i\min}$ 的情况。而为了保证电源设备的安全运行，不得已就取 $Q_i=Q_{i\max}=$定值或 $Q_i=Q_{i\min}=$定值而任凭相应节点的电压大小偏离给定值。显然，这样的处理，实际上就是在迭代进行过程中，让某些 $PV$ 节点转化为 $PQ$ 节点。

然后观察式（4-37）、式（4-44），不难发现，即使其他条件不变，而一旦出现 $PV$ 节点向 $PQ$ 节点的转化，修正方程式的结构就要发生变化。采用直角坐标表示时，应以该节点无功功率的关系式取代电压的关系式；采用极坐标表示时，则应增加一组无功功率关系式。至于这组关系式中的无功功率不平衡量 $\Delta Q_i^{(k)}$，显然应取 $Q_{i\max}-Q_i^{(k)}$ 或 $Q_i^{(k)}-Q_{i\min}$。

应该指出，$PV$ 节点之向 $PQ$ 节点转化，不仅采用牛顿—拉夫逊法计算时会出现，而且采用高斯—塞德尔法乃至其他方法计算时同样会出现。只是采用高斯—塞德尔法时，$PV$ 节点向 $PQ$ 节点的转化，不至影响基本迭代格式。

**二、潮流计算的基本步骤**

形成了雅可比矩阵并建立了修正方程式，运用牛顿—拉夫逊法计算潮流的核心问题已解决，已有可能列出基本计算步骤并编制流程图。

显然，虽修正方程式有两种不同表示方式，但牛顿—拉夫逊法潮流计算的基本步骤却总不外乎如下几步：

（1）形成节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$。

（2）设各节点电压的初值 $e_i^{(0)}$、$f_i^{(0)}$ 或 $U_i^{(0)}$、$\delta_i^{(0)}$。

（3）将各节点电压的初值代入式（4-38a）～式（4-38c）或式（4-45a）、式（4-45b），求修正方程式中的不平衡量 $\Delta P_i^{(0)}$、$\Delta Q_i^{(0)}$ 以及 $\Delta U_i^{(0)2}$。

（4）将各节点电压的初值代入式（4-41a）、式（4-41b）或式（4-49a）～式（4-49d），求修正方程式的系数矩阵，即雅可比矩阵的各个元素 $H_{ij}^{(0)}$、$N_{ij}^{(0)}$、$J_{ij}^{(0)}$、$L_{ij}^{(0)}$ 以及 $R_{ij}^{(0)}$、$S_{ij}^{(0)}$。

（5）解修正方程式，求各节点电压的变化量，即修正量 $\Delta e_i^{(0)}$、$\Delta f_i^{(0)}$ 或 $\Delta U_i^{(0)}$、$\Delta\delta_i^{(0)}$。

（6）计算各节点电压的新值，即修正后值

$$e_i^{(1)} = e_i^{(0)} + \Delta e_i^{(0)}; f_i^{(0)} = f_i^{(0)} + \Delta f_i^{(0)}$$

或

$$U_i^{(1)} = U_i^{(0)} + \Delta U_i^{(0)}; \delta_i^{(1)} = \delta_i^{(0)} + \Delta\delta_i^{(0)}$$

（7）运用各节点电压的新值自第（3）步开始进入下一次迭代。

（8）计算平衡节点功率和线路功率。

其中，平衡节点功率为

$$\widetilde{S}_s = \dot{U}_s \sum_{i=1}^{i=n} \overset{*}{Y}_{si} \overset{*}{U}_i = P_s + jQ_s \tag{4-50}$$

线路功率为

$$\widetilde{S}_{ij} = \dot{U}_i \overset{*}{\dot{I}}_{ij} = \dot{U}_i[\overset{*}{U}_i \overset{*}{y}_{i0} + (\overset{*}{U}_i - \overset{*}{U}_j)\overset{*}{y}_{ij}] = P_{ij} + jQ_{ij} \tag{4-51a}$$

$$\widetilde{S}_{ji} = \dot{U}_j \overset{*}{\dot{I}}_{ji} = \dot{U}_j[\overset{*}{U}_j \overset{*}{y}_{j0} + (\overset{*}{U}_j - \overset{*}{U}_i)\overset{*}{y}_{ji}] = P_{ji} + jQ_{ji} \tag{4-51b}$$

从而，线路上损耗的功率为

$$\Delta\widetilde{S}_{ij} = \widetilde{S}_{ij} + \widetilde{S}_{ji} = \Delta P_{ij} + j\Delta Q_{ij} \tag{4-52}$$

式（4-51）中各符号的含义见图 4-12。

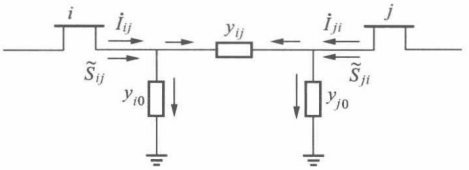



图 4-12　线路上流通的电流和功率

对以直角坐标表示时的计算，如上的步骤可概括为图 4-13 所示的流程图。图中，ε 为给定的允许误差，用以与电压修正量中的最大值 $\Delta e_{\max}^{(k)}$、$\Delta f_{\max}^{(k)}$ 作比较，判断迭代是否已收敛。由图可见，迭代收敛而进入第 7 框时，除平衡节点功率外，网络中所有节点的所有变量——$P_i$、$Q_i$、$e_i$、$f_i$ 都已求得，第 7 框中所进行的只是某些补充计算，使输出的结果更加完整。

**【例 4-3】**　例【4-2】所示网络中，节点 2 连接的实际是发给定功率的发电厂，设节点 1 电压保持为 $U_1$＝1.06＝定值，试运用以直角坐标表示的牛顿—拉夫逊法计算例 4-2 所示系统中的潮流分布。计算精确度要求各节点电压修正量不大于 $10^{-5}$。

**解**　按题意，该系统中，节点 1 为平衡节点，保持 $\dot{U}_1$＝1.06＋j0 为定值；其他四个节点都是 *PQ* 节点，给定的注入功率分别为 $\widetilde{S}_2$＝0.20＋j0.20，$\widetilde{S}_3$＝－0.45－j0.15，$\widetilde{S}_4$＝－0.40－j0.05，$\widetilde{S}_5$＝－0.60－j0.10。

1. 形成节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$

由图 4-9 可得该系统以导纳表示的等值网络如图 4-14 所示。由图可得相应的节点导纳矩阵

$$\boldsymbol{Y}_B = \begin{bmatrix} 6.250-\mathrm{j}18.750 & -5.000+\mathrm{j}15.000 & -1.250+\mathrm{j}3.750 & & \\ -5.000+\mathrm{j}15.000 & 10.834-\mathrm{j}32.500 & -1.667+\mathrm{j}5.000 & -1.667+\mathrm{j}5.000 & -2.500+\mathrm{j}7.500 \\ -1.250+\mathrm{j}3.750 & -1.667+\mathrm{j}5.000 & 12.917-\mathrm{j}38.750 & -10.000+\mathrm{j}30.000 & \\ & -1.667+\mathrm{j}5.000 & -10.000+\mathrm{j}30.000 & 12.917-\mathrm{j}38.750 & -1.250+\mathrm{j}3.750 \\ & -2.500+\mathrm{j}7.500 & & -1.250+\mathrm{j}3.750 & 3.750-\mathrm{j}11.250 \end{bmatrix}$$

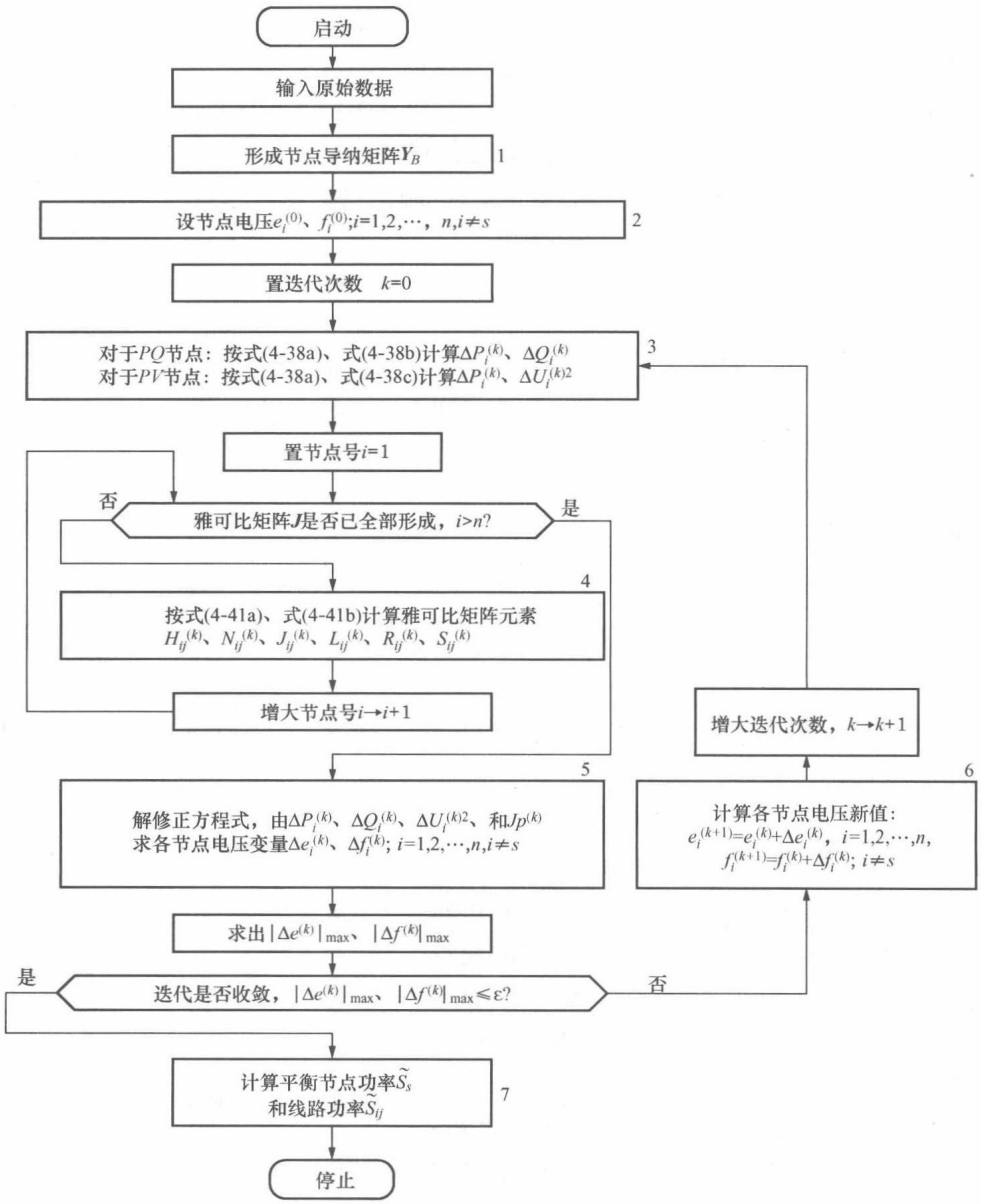



图 4-13 牛顿—拉夫逊法潮流计算流程图

2. 计算各节点功率的不平衡量

取$\dot{U}_1=1.06+j0$，$\dot{U}_2^{(0)}=1.00+j0$，$\dot{U}_3^{(0)}=1.00+j0$，$\dot{U}_4^{(0)}=1.00+j0$，$\dot{U}_5^{(0)}=1.00+j0$，计算各节点功率$P_i^{(0)}$、$Q_i^{(0)}$

$$P_i^{(0)}=\sum_{j=1}^{j=n}[e_i^{(0)}(G_{ij}e_j^{(0)}-B_{ij}f_j^{(0)})+f_i^{(0)}(G_{ij}f_j^{(0)}+B_{ij}e_j^{(0)})]$$

$$Q_i^{(0)}=\sum_{j=1}^{j=n}[f_i^{(0)}(G_{ij}e_j^{(0)}-B_{ij}f_j^{(0)})-e_i^{(0)}(G_{ij}f_j^{(0)}+B_{ij}e_j^{(0)})]$$

$$\begin{aligned}P_2^{(0)}=&1.0\times(-5.000\times1.06-15.000\times0.0)+0.0\times(-5.000\times0.0+15.000\times1.06)\\&+1.0\times(10.834\times1.0+32.500\times0.0)+0.0\times(10.834\times0.0-32.500\times1.0)\\&+1.0\times(-1.667\times1.0-5.000\times0.0)+0.0\times(-1.667\times0.0+5.000\times1.0)\\&+1.0\times(-1.667\times1.0-5.000\times0.0)+0.0\times(-1.667\times0.0+5.000\times1.0)\\&+1.0\times(-2.500\times1.0-7.500\times0.0)+0.0\times(-2.500\times0.0+7.500\times1.0)\end{aligned}$$

$$=-0.3000$$

$$\begin{aligned}Q_2^{(0)}=&0.0\times(-5.000\times1.06-15.000\times0.0)-1.0\times(-5.000\times0.0+15.000\times1.06)\\&+0.0\times(10.834\times1.0+32.500\times0.0)-1.0\times(10.834\times0.0-32.500\times1.0)\\&+0.0\times(-1.667\times1.0-5.000\times0.0)-1.0\times(-1.667\times0.0+5.000\times1.0)\\&+0.0\times(-1.667\times1.0-5.000\times0.0)-1.0\times(-1.667\times0.0+5.000\times1.0)\\&+0.0\times(-2.500\times1.0-7.500\times0.0)-1.0\times(-2.500\times1.0+7.500\times1.0)\\=&-0.9000\end{aligned}$$

相似地可得

$$P_3^{(0)}=-0.0750;\quad P_4^{(0)}=0.0;\quad P_5^{(0)}=0.0$$

$$Q_3^{(0)}=-0.2250;\quad Q_4^{(0)}=0.0;\quad Q_5^{(0)}=0.0$$

于是

$$\Delta P_i^{(0)}=P_i-P_i^{(0)};\quad \Delta Q_i^{(0)}=Q_i-Q_i^{(0)}$$

$$\begin{aligned}\Delta P_2^{(0)}&=P_2-P_2^{(0)}=0.2-(-0.3000)\\&=0.5000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_2^{(0)}&=Q_2-Q_2^{(0)}=0.2-(-0.9000)\\&=1.1000\end{aligned}$$

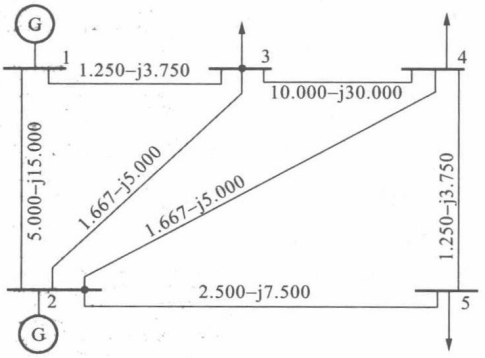



图 4-14　以导纳表示的等值网络

相似地可得

$$\Delta P_3^{(0)}=-0.3750;\quad \Delta P_4^{(0)}=-0.4000;$$

$$\Delta P_5^{(0)}=-0.6000$$

$$\Delta Q_3^{(0)}=0.0750;\quad \Delta Q_4^{(0)}=-0.0500;$$

$$\Delta Q_5^{(0)}=-0.1000$$

3. 计算雅可比矩阵中各元素

先计算各节点注入电流

$$\dot{I}_i^{(0)}=\frac{P_i^0-\mathrm{j}Q_i^{(0)}}{\dot{U}_i^{(0)*}}=a_{ii}^{(0)}+\mathrm{j}b_{ii}^{(0)}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_2^{(0)}&=\frac{P_2^{(0)}-\mathrm{j}Q_2^{(0)}}{\dot{U}_2^{(0)*}}\\&=\frac{-0.3000-\mathrm{j}(-0.9000)}{1.0-\mathrm{j}0}=-0.3000+\mathrm{j}0.9000=a_{22}^{(0)}+\mathrm{j}b_{22}^{(0)}\end{aligned}$$

相似地可得

$$a_{33}^{(0)}=-0.0750;\quad a_{44}^{(0)}=0;\quad a_{55}^{(0)}=0;$$

$$b_{33}^{(0)}=0.2250;\quad b_{44}^{(0)}=0.0;\quad b_{55}^{(0)}=0.0$$

然后计算雅可比矩阵各元素

$$H_{22}^{(0)}=-B_{22}e_2^{(0)}+G_{22}f_2^{(0)}+b_{22}^{(0)}=32.500\times1.0+10.834\times0.0+0.9000=33.400$$

$$N_{22}^{(0)}=G_{22}e_2^{(0)}+B_{22}f_2^{(0)}+a_{22}^{(0)}=10.834\times1.0-32.500\times0.0-0.3000=10.534$$

$$J_{22}^{(0)}=-G_{22}e_2^{(0)}-B_{22}f_2^{(0)}+a_{22}^{(0)}=-10.834\times1.0+32.500\times0.0-0.3000=-11.134$$

$$L_{22}^{(0)}=-B_{22}e_2^{(0)}+G_{22}f_2^{(0)}-b_{22}^{(0)}=32.500\times1.0+10.834\times0.0-0.9000=31.600$$

$$H_{23}^{(0)}=-B_{23}e_2^{(0)}+G_{23}f_2^{(0)}=-5.000\times1.0-1.667\times0.0=-5.000$$

$$H_{24}^{(0)}=-B_{24}e_2^{(0)}+G_{24}f_2^{(0)}=-5.000\times1.0-1.667\times0.0=-5.000$$

$$H_{25}^{(0)}=-B_{25}e_2^{(0)}+G_{25}f_2^{(0)}=-7.500\times1.0-2.500\times0.0=-7.500$$

$$N_{23}^{(0)}=G_{23}e_2^{(0)}+B_{23}f_2^{(0)}=-1.667\times1.0+5.000\times0.0=-1.667$$

$$N_{24}^{(0)}=G_{24}e_2^{(0)}+B_{24}f_2^{(0)}=-1.667\times1.0+5.000\times0.0=-1.667$$

$$N_{25}^{(0)}=G_{25}e_2^{(0)}+B_{25}f_2^{(0)}=-2.500\times1.0+7.500\times0.0=-2.500$$

$$J_{23}^{(0)}=-B_{23}f_2^{(0)}-G_{23}e_2^{(0)}=-5.000\times0.0+1.667\times1.0=1.667$$

$$J_{24}^{(0)}=-B_{24}f_2^{(0)}-G_{24}e_2^{(0)}=-5.000\times0.0+1.667\times1.0=1.667$$

$$J_{25}^{(0)}=-B_{25}f_2^{(0)}-G_{25}e_2^{(0)}=-7.500\times0.0+2.500\times1.0=2.500$$
$$L_{23}^{(0)}=G_{23}f_2^{(0)}-B_{23}e_2^{(0)}=-1.667\times0.0-5.000\times1.0=-5.000$$
$$L_{24}^{(0)}=G_{24}f_2^{(0)}-B_{24}e_2^{(0)}=-1.667\times0.0-5.000\times1.0=-5.000$$
$$L_{25}^{(0)}=G_{25}f_2^{(0)}-B_{25}e_2^{(0)}=-2.500\times0.0-7.500\times1.0=-7.500$$

相似地可得雅可比矩阵中其他元素。

按式（4-37）列出 $k=0$ 时的雅可比矩阵

$$\boldsymbol{J}^{(0)}=\begin{bmatrix}33.400 & 10.534 & -5.000 & -1.667 & -5.000 & -1.667 & -7.500 & -2.500\\ -11.134 & 31.600 & 1.667 & -5.000 & 1.667 & -5.000 & 2.500 & -7.500\\ -5.000 & -1.667 & 38.975 & 12.842 & -30.000 & -10.000 & 0.0 & 0.0\\ 1.667 & -5.000 & -12.992 & 38.525 & 10.000 & -30.000 & 0.0 & 0.0\\ -5.000 & -1.667 & -30.000 & -10.000 & 38.750 & 12.917 & -3.750 & 1.250\\ 1.667 & -5.000 & 10.000 & -30.000 & -12.917 & 38.750 & 1.250 & -3.750\\ -7.500 & -2.500 & 0.0 & 0.0 & -3.750 & -1.250 & 11.250 & 3.750\\ 2.500 & -7.500 & 0.0 & 0.0 & 1.250 & -3.750 & -3.750 & 11.250\end{bmatrix}$$

4. 解修正方程式求各节点电压

采用矩阵求逆、求积运算求各节点电压的修正量，求得的雅可比矩阵的逆阵、节点功率不平衡量、节点电压修正量，从而求得节点电压新值的列向量如下

$$(\boldsymbol{J}^{(0)})^{-1}\begin{bmatrix}0.04782 & -0.01594 & 0.03513 & -0.01171 & 0.03767 & -0.01256 & 0.04444 & -0.01481\\ 0.01789 & 0.05367 & 0.01355 & 0.04064 & 0.01442 & 0.04325 & 0.01673 & 0.05020\\ 0.03513 & -0.01171 & 0.08590 & -0.02864 & 0.07575 & -0.02525 & 0.04867 & -0.01622\\ 0.01355 & 0.04064 & 0.03092 & 0.09274 & 0.02744 & 0.08232 & 0.01818 & 0.05454\\ 0.03767 & -0.01256 & 0.07575 & -0.02525 & 0.09213 & -0.03071 & 0.05582 & -0.01861\\ 0.01442 & 0.04325 & 0.02744 & 0.08232 & 0.03284 & 0.09851 & 0.02056 & 0.06167\\ 0.04444 & -0.01481 & 0.04867 & -0.01622 & 0.05582 & -0.01861 & 0.12823 & -0.04274\\ 0.01673 & 0.05020 & 0.01818 & 0.05454 & 0.02056 & 0.06167 & 0.04467 & 0.13402\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta P_2^{(0)}\\ \Delta Q_2^{(0)}\\ \Delta P_3^{(0)}\\ \Delta Q_3^{(0)}\\ \Delta P_4^{(0)}\\ \Delta Q_4^{(0)}\\ \Delta P_5^{(0)}\\ \Delta Q_5^{(0)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.50000\\ 1.10000\\ -0.37500\\ 0.07500\\ -0.40000\\ -0.05000\\ -0.60000\\ -0.10000\end{bmatrix};\begin{bmatrix}\Delta f_2^{(0)}\\ \Delta e_2^{(0)}\\ \Delta f_3^{(0)}\\ \Delta e_3^{(0)}\\ \Delta f_4^{(0)}\\ \Delta e_4^{(0)}\\ \Delta f_5^{(0)}\\ \Delta e_5^{(0)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.04729\\ 0.04296\\ -0.08629\\ 0.01539\\ -0.09223\\ 0.01410\\ -0.10761\\ 0.00934\end{bmatrix};\begin{bmatrix}f_2^{(1)}\\ e_2^{(1)}\\ f_3^{(1)}\\ e_3^{(1)}\\ f_4^{(1)}\\ e_4^{(1)}\\ f_5^{(1)}\\ e_5^{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.04729\\ 1.04296\\ -0.08629\\ 1.01539\\ -0.09223\\ 1.01410\\ -0.10761\\ 1.00934\end{bmatrix}$$

求得各节点电压的新值后，就可开始第二次迭代。每次迭代所得示于表 4-1～表 4-4。由表 4-3 可见，经三次迭代就可满足 $\varepsilon\leqslant10^{-5}$ 的要求。

5. 计算平衡节点功率 $\widetilde{S}_1$ 和线路功率 $\widetilde{S}_{ij}$

迭代收敛后，就可计算平衡节点功率和线路功率。

平衡节点功率

$$\widetilde{S}_1=\dot{U}_1\sum_{j=1}^{j=n}\overset{*}{\boldsymbol{Y}}_{1j}\overset{*}{\boldsymbol{U}}_j$$
$$=(1.06+\mathrm{j}0)[(6.250+\mathrm{j}18.750)(1.06-\mathrm{j}0)+(-5.000-\mathrm{j}15.000)(1.03537$$

$$+j0.04773)+(-1.250-j3.750)(1.00520+j0.08454)]$$
$$=1.29816+j0.24447$$

**表 4-1　迭代过程中各节点功率的不平衡量**

| $k$ | $\Delta P_2^{(k)}+j\Delta Q_2^{(k)}$ | $\Delta P_3^{(k)}+j\Delta Q_3^{(k)}$ | $\Delta P_4^{(k)}+j\Delta Q_4^{(k)}$ | $\Delta P_5^{(k)}+j\Delta Q_5^{(k)}$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.50000+j1.11000 | −0.37500+j0.07500 | −0.40000−j0.05000 | −0.60000−j0.10000 |
| 1 | −0.07704−j0.02204 | −0.00076−j0.03169 | 0.01025−j0.03618 | 0.01637−j0.06363 |
| 2 | −0.00052−j0.00020 | −0.00008−j0.00032 | 0.00002−j0.00039 | 0.00000−j0.00084 |
| 3 | 0.00000+j0.00000 | 0.00000+j0.00000 | 0.00000+j0.00000 | 0.00000+j0.00000 |

**表 4-2　迭代过程中雅可比矩阵的各对角元**

| $k$ | $H_{22}^{(k)}$ | $L_{22}^{(k)}$ | $H_{33}^{(k)}$ | $L_{33}^{(k)}$ | $H_{44}^{(k)}$ | $L_{44}^{(k)}$ | $H_{55}^{(k)}$ | $L_{55}^{(k)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 33.4000 | 31.6000 | 38.9750 | 38.5250 | 38.7500 | 38.7500 | 11.2500 | 11.2500 |
| 1 | 33.1594 | 33.6083 | 38.3848 | 38.0788 | 38.1553 | 38.0553 | 11.0516 | 10.8516 |
| 2 | 32.9334 | 33.3371 | 38.0494 | 37.6790 | 37.7997 | 37.6305 | 10.9774 | 10.6556 |
| 3 | 32.9307 | 33.3340 | 38.0451 | 37.6740 | 37.7951 | 37.6252 | 10.9764 | 10.6529 |

**表 4-3　迭代过程中各节点电压的修正量**

| $k$ | $\Delta e_2^{(k)}+j\Delta f_2^{(h)}$ | $\Delta e_3^{(k)}+j\Delta f_3^{(h)}$ | $\Delta e_4^{(k)}+j\Delta f_4^{(k)}$ | $\Delta e_5^{(k)}+j\Delta f_5^{(k)}$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.04296−j0.04729 | 0.01539−j0.08629 | 0.01410−j0.09223 | 0.00934−j0.10761 |
| 1 | −0.00750−j0.00044 | −0.01007+j0.00174 | −0.01076+j0.00208 | −0.01307+j0.00319 |
| 2 | −0.00009−j0.00000 | −0.00012+j0.00001 | −0.00013+j0.00001 | −0.00017+j0.00002 |
| 3 | −0.00000−j0.00000 | −0.00000−j0.00000 | −0.00000−j0.00000 | −0.00000−j0.00000 |

**表 4-4　迭代过程中各节点电压**

| $k$ | $e_2^{(k)}+jf_2^{(k)}$ | $e_3^{(k)}+jf_3^{(k)}$ | $e_4^{(k)}+jf_4^{(k)}$ | $e_5^{(k)}+j_5^{(k)}$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1.00000+j0.00000 | 1.00000+j0.00000 | 1.00000+j0.00000 | 1.00000+j0.00000 |
| 1 | 1.04296−j0.04729 | 1.01539−j0.08629 | 1.01410−j0.09223 | 1.00934−j0.10761 |
| 2 | 1.03546−j0.04773 | 1.00532−j0.08455 | 1.00334−j0.09015 | 0.99627−j0.10441 |
| 3 | 1.03537−j0.04773 | 1.00520−j0.08454 | 1.00321−j0.09014 | 0.99610−j0.10439 |

线路功率，以 $\widetilde{S}_{12}$、$\widetilde{S}_{21}$ 为例

$$\widetilde{S}_{12}=\dot{U}_1[\overset{*}{U}_1\overset{*}{y}_{10}+(\overset{*}{U}_1-\overset{*}{U}_2)\overset{*}{y}_{12}]$$
$$=(1.06+j0)\{(1.06-j0)(0+j0)+[(1.06-j0)-(1.03537+j0.04773)](5+j15)\}$$
$$=0.88950+j0.13866$$

$$\widetilde{S}_{21}=\dot{U}_2[\overset{*}{U}_2\overset{*}{y}_{20}+(\overset{*}{U}_2-\overset{*}{U}_1)\overset{*}{y}_{21}]$$
$$=(1.03537-j0.04773)\{(1.03537+j0.04773)(0+j0)+[(1.03537+j0.04773)-(1.06-j0)](5+j15)\}$$
$$=-0.87508-j0.09538$$

其他计算结果列于表 4-5。

**表 4-5　　各线路功率 $\widetilde{S}_{ij}$**

| $i$ \ $j$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 0.88950+j0.13866 | 0.40866+j0.10581 | | |
| 2 | −0.87508−j0.09538 | | 0.24688+j0.08146 | 0.27932+j0.08061 | 0.54887+j0.13332 |
| 3 | −0.39597−j0.06775 | −0.24311−j0.07013 | | 0.18908−j0.01212 | |
| 4 | | −0.27460−j0.06645 | −0.18873+j0.01318 | | 0.06332+j0.00327 |
| 5 | | −0.53699−j0.09768 | | −0.06301−j0.00232 | |

求得平衡节点功率后，就可求网络总损耗

$$\Delta\widetilde{S}_{\Sigma}=\sum_{i=1}^{i=n}\widetilde{S}_i=(1.29816+\mathrm{j}0.24447)+(0.20+\mathrm{j}0.20)-(0.45+\mathrm{j}0.15)$$
$$-(0.40+\mathrm{j}0.05)-(0.60+\mathrm{j}0.10)$$
$$=0.04816+\mathrm{j}0.14447$$

以及这一网络的输电效率

$$\text{输电效率}\ \%=\frac{P_3+P_4+P_5}{P_1+P_2}\times 100=\frac{0.45+0.40+0.60}{1.29816+0.20}\times 100=96.785$$

至于以极坐标表示的各节点电压则为

$$\dot{U}_1=1.06\angle 0^\circ;\quad \dot{U}_2=1.03647\angle -2.63960^\circ$$
$$\dot{U}_3=1.00875\angle -4.80742^\circ;\quad \dot{U}_4=1.00725\angle -5.13412^\circ$$
$$\dot{U}_5=1.00155\angle -5.98247^\circ$$

**【例 4-4】**　试运用以直角坐标表示的牛顿—拉夫逊法计算例 3-4 所示系统中的潮流分布。计算精确度要求母线（节点）电压变量或修正量不大于 1V。

**解**　按例 3-4 题意，该系统中，母线 I 为平衡节点，保持定值电压 $\dot{U}_{\mathrm{I}}=242+\mathrm{j}0\mathrm{kV}$；其余都属 $PQ$ 节点，给定的注入功率分别为 $\widetilde{S}_{\mathrm{g}}=\mathrm{j}10\mathrm{MVA}$，$\widetilde{S}_{\mathrm{x}}=-180-\mathrm{j}100\mathrm{MVA}$，$\widetilde{S}_{\mathrm{b}}=-50-\mathrm{j}30\mathrm{MVA}$，$\widetilde{S}_{\mathrm{I}}=40+\mathrm{j}30\mathrm{MVA}$。

计及变压器实际变比时该系统等值网络的节点导纳矩阵已于例 4-1 中求得。以下的计算步骤与例 4-3 中所示完全相同。

经三次迭代即已收敛。迭代收敛后求得的各母线电压、功率以及各支路功率分别示于表4-6和表 4-7。表 4-6 中的 $\widetilde{S}_{i0}$ 为单独列出的各变压器Ⅱ形等值电路中接地支路功率。将这些功率并入变压器支路的输入或输出功率，并将母线 $b$、$x$、Ⅱ的电压按归算参数时运用的变比 220/110 归算回 110kV 侧，就可作原始系统中的潮流分布如图 4-15 所示。图中，箭头上方和方框中的分子为引自例 3-4 的手算结果。这些数据和本例中计算结果的差异，就是手算时采用的计算方法本身所无法消除的误差。但由图可见，这种误差并不大。

**表 4-6　　各母线电压、功率**

| $i$ | Ⅰ | $g$ | $x$ | $b$ | Ⅱ |
|---|---|---|---|---|---|
| $U_i$ (kV) | 242.000 | 217.702 | 214.216 | 208.377 | 233.704 |
| $\delta_i$ (°) | 0.0 | −5.204 | −9.818 | −7.830 | −2.411 |

续表

| $i$ | Ⅰ | $g$ | $x$ | $b$ | Ⅱ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\widetilde{S}_i$ (MVA) | 202.0072+j152.6633 | j10 | −180−j100 | −50−j30 | 40+j30 |
| $\widetilde{S}_{i0}$ (MVA) | −0.6442−j24.1284 | 3.5546+j102.6556 | −3.3040−j94.8971 | | 0.6554+j23.6495 |

**表 4-7　　各支路功率 $\widetilde{S}_{ij}$ (MVA)**

| $i$ \ $j$ | Ⅰ | $g$ | $x$ | $b$ | Ⅱ |
|---|---|---|---|---|---|
| Ⅰ | | 181.5838+j159.5526 | | | 21.0676+j17.2390 |
| g | −175.6969−j128.1250 | | 172.1424+j35.4694 | | |
| x | | −171.6448−j21.1597 | | −5.0509+j16.0592 | |
| b | | | 5.4524−j15.4415 | | −55.4523−j14.5578 |
| Ⅱ | −21.0278−j15.7775 | | | 60.3724+j22.1280 | |

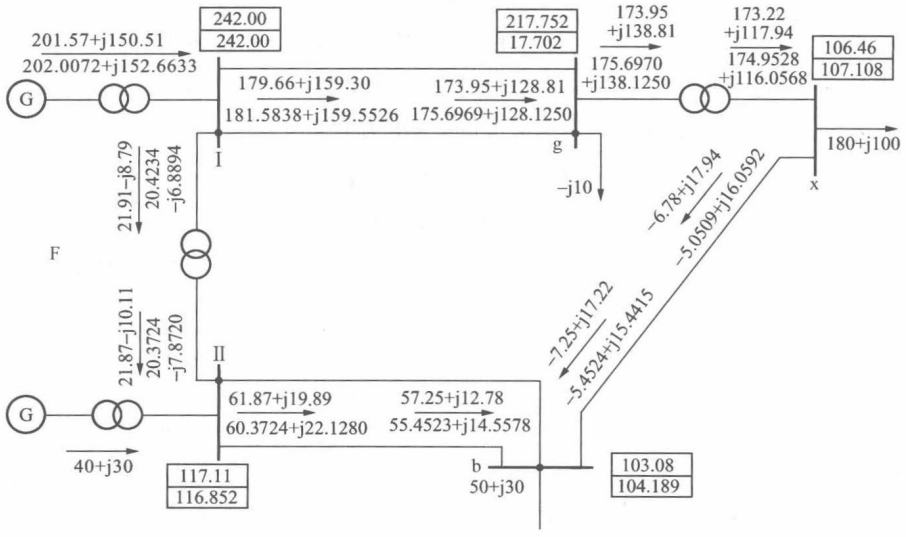



图 4-15　原始系统中的潮流分布

通过本例可见，对变压器变化不匹配的环式网络，改用Ⅱ形等值电路表示其中的变压器后，不仅可避免如前所述的无法归算参数的困难，而且由于从方法上摒弃了以循环功率修正功率分布的近似计算，可以确保计算的精确度。

## 第四节　*PQ* 分解法潮流计算

*PQ* 分解法潮流计算派生于以极坐标表示时的牛顿—拉夫逊法。二者的主要区别在于修正方程式和计算步骤。以下仅着重讨论这两方面。

### 一、潮流计算时的修正方程式

*PQ* 分解法潮流计算时的修正方程式是计及电力系统的特点后对牛顿—拉夫逊法修正方

程式的简化。为说明这一简化，先将式（4-44）重新排列如下

$$\begin{bmatrix}\Delta P_1\\ \Delta P_2\\ \vdots\\ \Delta P_p\\ \Delta P_n\\ \hline \Delta Q_1\\ \Delta Q_2\\ \vdots\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{ccccc:ccc}H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1p} & H_{1n} & N_{11} & N_{12} & \cdots\\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2p} & H_{2n} & N_{21} & N_{22} & \cdots\\ & & \cdots & & & & & \\ H_{p1} & H_{p2} & \cdots & H_{pp} & H_{pn} & N_{p1} & N_{p2} & \cdots\\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{np} & H_{nn} & N_{n1} & N_{n2} & \cdots\\ \hdashline J_{11} & J_{12} & \cdots & J_{1p} & J_{1n} & L_{11} & L_{12} & \cdots\\ J_{21} & J_{22} & \cdots & J_{2p} & J_{2n} & L_{21} & L_{22} & \cdots\\ & & \cdots & & & \cdots & & \end{array}\right]\begin{array}{c}\begin{bmatrix}\Delta\delta_1\\ \Delta\delta_2\\ \vdots\\ \Delta\delta_p\\ \Delta\delta_n\\ \hdashline \Delta U_1/U_1\\ \Delta U_2/U_2\\ \vdots\end{bmatrix}\end{array}\begin{array}{l}\uparrow\\ n-1\\ \downarrow\\ \uparrow\\ m-1\\ \downarrow\end{array}$$

$$\qquad\qquad |\longleftarrow n-1 \longrightarrow| \quad \leftarrow m-1 \rightarrow|$$

（4-53）

或简写为

$$\begin{bmatrix}\Delta \boldsymbol{P}\\ \Delta \boldsymbol{Q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta \boldsymbol{U}/\boldsymbol{U}\end{bmatrix} \tag{4-54}$$

重新排列时不再留空行、空列。显然，这种重新排列并不影响修正方程式的内容。

对修正方程式的第一个简化是：计及电力网络中各元件的电抗一般远大于电阻，以致各节点电压相位角的改变主要影响各元件中的有功功率潮流，从而影响各节点的注入有功功率；各节点电压大小的改变主要影响各元件中的无功功率潮流，从而各节点的注入无功功率，可将式（4-54）中的子阵 $\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{J}$ 略去，而将修正方程式简化为

$$\begin{bmatrix}\Delta \boldsymbol{P}\\ \Delta \boldsymbol{Q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\delta}\\ \Delta \boldsymbol{U}/\boldsymbol{U}\end{bmatrix} \tag{4-55}$$

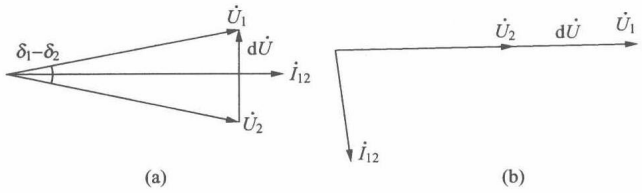



图 4-16　元件电流与节点电压的关系

（a）$U_1=U_2$，$\delta_1\neq\delta_2$；（b）$U_1\neq U_2$，$\delta_1=\delta_2$

电力网络的上述特点，不仅可从第三章中对纵、横向附加电动势的讨论，即式（3-48）中得到证实，也还可用图 4-16 说明。图 4-16（a）所示为两节点电压大小相等、相位不同的情况；图 4-16（b）所示则为两节点电压大小不等、相位相同的情况。由图可见，由于两节点间连接元件的电抗远大于电阻，其中流过的电流滞后节点间电压降落相量 $d\dot{U}$ 基本达 90°。因此，对于第一种情况，它基本为有功电流；对于第二种情况，它基本为无功电流。而某节点的注入电流或注入功率则是与该节点有直接联系的所有元件电流或功率的总和。

对修正方程式的第二个简化基于对状态变量 $\delta_i$ 的约束条件 $|\delta_i-\delta_j|<|\delta_i-\delta_j|_{\max}$，即 $|\delta_i-\delta_j|=|\delta_{ij}|$ 不宜过大。计及这一条件，再计及 $G_{ij}\ll B_{ij}$，可以认为

$$\cos\delta_{ij}\approx 1;\quad G_{ij}\sin\delta_{ij}\ll B_{ij}$$

于是，式（4-49a）、式（4-49b）中的 $H_{ij}$、$L_{ij}$ 可简化为

$$\left.\begin{aligned}H_{ij}&=-U_iU_jB_{ij}\\ L_{ij}&=-U_iU_jB_{ij}\end{aligned}\right\} \tag{4-56a}$$

式（4-49c）、式（4-49d）中的 $H_{ii}$、$L_{ij}$ 可简化为

$$H_{ii}=U_i\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}U_jB_{ij}=U_i\sum_{j=1}^{j=n}U_jB_{ij}-U_i^2B_{ii}$$

$$L_{ii}=-U_i\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{j=n}U_jB_{ij}-2U_i^2B_{ii}=-U_i\sum_{j=1}^{j=n}U_jB_{ij}-U_i^2B_{ii}$$

而由于这时式（4-43b）也可简化为

$$Q_i=-U_i\sum_{j=1}^{j=n}U_jB_{ij}$$

可得

$$H_{ii}=-Q_i-U_i^2B_{ii};\quad L_{ii}=Q_i-U_i^2B_{ii}$$

再按自导纳的定义，上两式中的 $U_i^2B_{ii}$ 项应为各元件电抗远大于电阻的前提下，除节点 i 外其他节点都接地时，由节点 $i$ 注入的无功功率。这功率必远大于正常运行时节点 $i$ 的注入无功功率，亦即 $U_i^2B_{ii}\gg Q_i$，上两式又可简化为

$$\left.\begin{aligned}H_{ii}&=-U_i^2B_{ii}\\L_{ii}&=-U_i^2B_{ii}\end{aligned}\right\}\tag{4-56b}$$

这样，雅可比矩阵中两个子阵 $\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{L}$ 的元素将具有相同的表示式，但是它们的阶数不同，前者为 $n-1$ 阶，后者为 $m-1$ 阶。

这两个子阵都可展开如下式所示

$$\begin{bmatrix}U_1B_{11}U_1 & U_1B_{12}U_2 & U_1B_{13}U_3 & \cdots\\U_2B_{21}U_1 & U_2B_{22}U_2 & U_2B_{23}U_3 & \cdots\\U_3B_{31}U_1 & U_3B_{32}U_2 & U_3B_{33}U_3 & \cdots\\ & \cdots & & \end{bmatrix}$$

$$=-\begin{bmatrix}U_1 & & & 0\\ & U_2 & & \\ & & U_3 & \\ 0 & & & \ddots\end{bmatrix}\begin{bmatrix}B_{11} & B_{12} & B_{13}\cdots\\B_{21} & B_{22} & B_{23}\cdots\\B_{31} & B_{32} & B_{33}\cdots\\ & & \cdots\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_1 & & & 0\\ & U_2 & & \\ & & U_3 & \\ 0 & & & \ddots\end{bmatrix}\tag{4-57}$$

将其代入式（4-55）展开可得

$$\begin{bmatrix}\Delta P_1\\\Delta P_2\\\Delta P_3\\\vdots\\\Delta P_n\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}U_1 & & & & 0\\ & U_2 & & & \\ & & U_3 & & \\ 0 & & & \ddots & \\ & & & & U_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}B_{11} & B_{12} & B_{13}\cdots B_{1n}\\B_{21} & B_{22} & B_{23}\cdots B_{2n}\\B_{31} & B_{32} & B_{33}\cdots B_{3n}\\ & & \cdots\\B_{n1} & B_{n2} & B_{n3}\cdots B_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_1\Delta\delta_1\\U_2\Delta\delta_2\\U_3\Delta\delta_3\\\vdots\\U_n\Delta\delta_n\end{bmatrix}\tag{4-58a}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta Q_1\\\Delta Q_2\\\vdots\\\Delta Q_m\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}U_1 & & & 0\\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & U_m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}B_{11} & B_{12} & \cdots B_{1m}\\B_{21} & B_{22} & \cdots B_{2m}\\ & & \cdots\\B_{m1} & B_{m2} & \cdots B_{mm}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta U_1\\\Delta U_2\\\vdots\\\Delta U_m\end{bmatrix}\tag{4-58b}$$

将上两式等号左右都前乘以

$$\begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & 0 \\ & & U_3 & \\ & 0 & & \ddots \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{U_1} & & & \\ & \frac{1}{U_2} & & 0 \\ & & \frac{1}{U_3} & \\ & 0 & & \ddots \end{bmatrix}$$

可得

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1/U_1 \\ \Delta P_2/U_2 \\ \Delta P_3/U_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n/U_n \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \cdots B_{2n} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & \cdots B_{3n} \\ & & \cdots & \\ B_{n1} & B_{n2} & B_{n3} & \cdots B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1\Delta\delta_1 \\ U_2\Delta\delta_2 \\ U_3\Delta\delta_3 \\ \vdots \\ U_n\Delta\delta_n \end{bmatrix} \tag{4-59a}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1/U_1 \\ \Delta Q_2/U_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_m/U_m \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots B_{1m} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots B_{2m} \\ & \cdots & \\ B_{m1} & B_{m2} & \cdots B_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \vdots \\ \Delta U_m \end{bmatrix} \tag{4-59b}$$

它们可简写为

$$\Delta \boldsymbol{P}/\boldsymbol{U} = -\boldsymbol{B}'\boldsymbol{U}\Delta\delta \tag{4-60a}$$

$$\Delta \boldsymbol{Q}/\boldsymbol{U} = -\boldsymbol{B}''\Delta\boldsymbol{U} \tag{4-60b}$$

这就是 $PQ$ 分解法的修正方程式。式中，等号左侧列向量中的有功、无功功率不平衡量 $\Delta P_i$、$\Delta Q_i$ 仍如式（4-45a）、式（4-45b）；但等号右侧的系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$却并不总直接由导纳矩阵的虚数部分组成。往往为了加速收敛，在 $\boldsymbol{B}'$中去除那些与有功功率、电压相位关系较小的因素；在 $\boldsymbol{B}''$中去除那些与无功功率、电压大小关系较小的因素，以致这两个矩阵不仅阶数不同，它们相应元素的数值也不完全相等[2]。

与牛顿—拉夫逊法相比，$PQ$ 分解法的修正方程式有如下的特点：

（1）以一个 $n-1$ 阶和一个 $m-1$ 阶系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$替代原有的 $n+m-2$ 阶系数矩阵 $\boldsymbol{J}$，提高了计算速度，降低了对储存容量的要求。

（2）以迭代过程中保持不变的系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$替代起变化的系数矩阵 $\boldsymbol{J}$，显著地提高了计算速度。

（3）以对称的系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$替代不对称的系数矩阵 $\boldsymbol{J}$，使求逆等运算量和所需的储存容量都大为减少。

但应强调指出，导出这修正方程式时所作的种种简化毫不影响用这种方法计算的精确度。因采用这种方法时，迭代收敛的判据仍是 $\Delta P_i \leqslant \varepsilon$、$\Delta Q_i \leqslant \varepsilon$，而其中的 $\Delta P_i$、$\Delta Q_i$，已如上述，仍按式（4-45a）、式（4-45b）计算。

一般情况下，采用 $PQ$ 分解法计算时要求的迭代次数较采用牛顿—拉夫逊法时多，但每次迭代所需时间则较采用牛顿—拉夫逊法时少，以致总的计算速度仍是 $PQ$ 分解法快。

**二、潮流计算的基本步骤**

运用 $PQ$ 分解法计算潮流分布时的基本步骤是：

（1）形成系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$，并求其逆阵。

（2）设各节点电压的初值 $\delta_i^{(0)}(i=1,2,\cdots,n,i\neq s)$ 和 $U_i^{(0)}(i=1,2,\cdots,m,i\neq s)$。

（3）按式（4-45a）计算有功功率的不平衡量 $\Delta P_i^{(0)}$，从而求出 $\Delta P_i^{(0)}/U_i^{(0)}(i=1,2,\cdots,n,i\neq s)$。

（4）解修正方程式（4-59a），求各节点电压相位角的变量 $\Delta\delta_i^{(0)}(i=1,2,\cdots,n,i\neq s)$。

（5）求各节点电压相位角的新值 $\delta_i^{(1)}=\delta_i^{(0)}+\Delta\delta_i^{(0)}(i=1,2,\cdots,n,i\neq s)$。

（6）按式（4-45b）计算无功功率的不平衡量 $\Delta Q_i^{(0)}$，从而求出 $\Delta Q_i^{(0)}/U_i^{(0)}(i=1,2,\cdots,m,i\neq s)$。

（7）解修正方程式（4-59b），求各节点电压大小的变量 $\Delta U_i^{(0)}(i=1,2,\cdots,m,i\neq s)$。

（8）求各节点电压大小的新值 $U_i^{(1)}=U_i^{(0)}+\Delta U_i^{(0)}(i=1,2,\cdots,m,i\neq s)$。

（9）运用各节点电压的新值自第（3）步开始进入下一次迭代。

（10）计算平衡节点功率和线路功率。

概括这些基本步骤的流程如图 4-17 所示。由图可见，$PQ$ 分解法与牛顿—拉夫逊法不同，在开始迭代之前就形成了系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$，并求得了它们的逆阵。而且，由于用 $PQ$ 分解法分别计算 $\Delta P_i$ 和 $\Delta\delta_i$、$\Delta Q_i$ 和 $\Delta U_i$，不同于牛顿—拉夫逊法的一并计算，而迭代收敛的判据却仍是 $\Delta P_i/U_i\leqslant\varepsilon$ 和 $\Delta Q_i/U_i\leqslant\varepsilon$ 两个条件的满足，在框图中引入了两个仅赋“1”或“0”值的伪变量 $K_p$ 和 $K_q$。它们的作用就在于保证上列两个条件相继得到满足时才开始计算平衡节点功率和线路功率。例如，设第 $k$ 次迭代中只满足 $\Delta Q/U\leqslant\varepsilon$ 而不满足 $\Delta P/U\leqslant\varepsilon$ 的条件，则运算的流程将自第 7 框开始经 8—9—10—11—12—13—19—20 框再回到第 7 框而开始第 $k+1$ 次迭代。如第 $k$ 次迭代中先后满足了这两个条件，则运算的流程将自第 7 框开始经 8—17—18—12—13—19—20 框而进入第 21 框计算平衡节点和线路功率。

**【例 4-5】**　试运用 $PQ$ 分解法计算例 4-3 所示系统中的潮流分布。计算精确度要求各节点功率不平衡量不大于 $10^{-5}$。

**解**　1. 形成系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$，并求它们的逆阵

由于例 4-3 所示系统的等值网络中除节点 1 为平衡节点外，其他节点均为 $PQ$ 节点，系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$阶数相同。又因对该等值网络，不存在去除与有功功率和电压相位或无功功率和电压大小关系较小因素的可能性，这两个矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$完全相同。它们就由导纳矩阵的虚数部分中除第一行和第一列外的各个元素所组成，即

$$\boldsymbol{B}'=\boldsymbol{B}''=\begin{bmatrix}-32.500 & 5.000 & 5.000 & 7.500\\ 5.000 & -38.750 & 30.000 & 0\\ 5.000 & 30.000 & -38.750 & 3.750\\ 7.500 & 0 & 3.750 & -11.250\end{bmatrix}$$

由上可见，本例中，网络的节点导纳矩阵虽为奇异矩阵，但它的虚数部分的子阵 $\boldsymbol{B}'$或 $\boldsymbol{B}''$则是非奇异矩阵，可以求逆，其逆阵为

$$(\boldsymbol{B}')^{-1}=(\boldsymbol{B}'')^{-1}=\begin{bmatrix}-0.056190 & -0.041905 & -0.044762 & -0.052381\\ -0.041905 & -0.099048 & -0.087619 & -0.057143\\ -0.044762 & -0.087619 & -0.105714 & -0.065079\\ -0.052381 & -0.057143 & -0.065079 & -0.145503\end{bmatrix}$$

2. 计算各节点有功功率不平衡量 $\Delta P_i$

取 $U_1=1.06$，$\delta_1=0$；$U_2^{(0)}=U_3^{(0)}=U_4^{(0)}=U_5^{(0)}=1.0$；$\delta_2^{(0)}=\delta_3^{(0)}=\delta_4^{(0)}=\delta_5^{(0)}=0$，按下式计算各节点有功

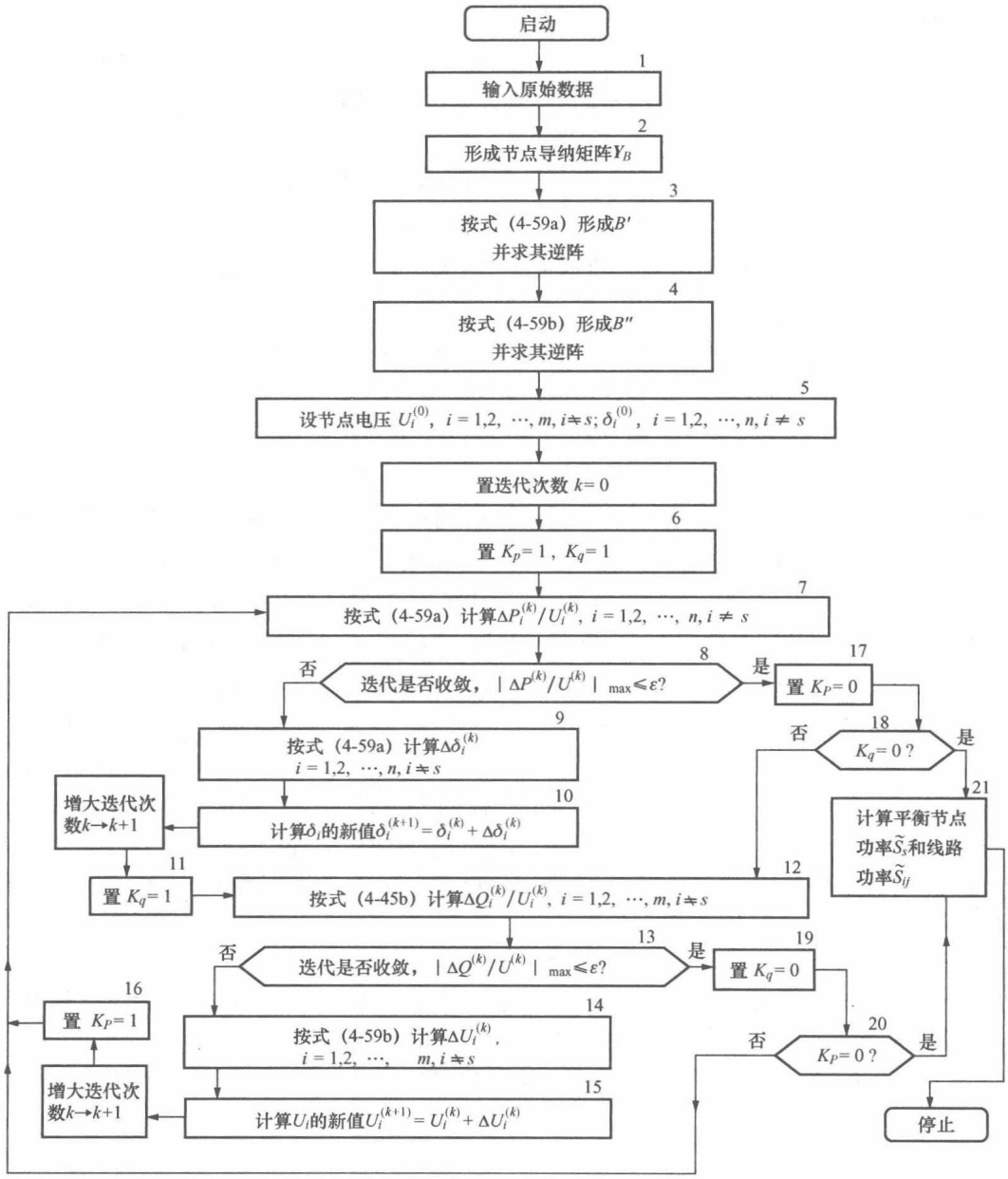



图 4-17　*PQ* 分解法潮流计算流程图

率不平衡量

$$\Delta P_i^{(0)}=P_i-\sum_{j=1}^{j=n}U_i^{(0)}U_j^{(0)}(G_{ij}\cos\delta_{ij}^{(0)}+B_{ij}\sin\delta_{ij}^{(0)})$$

$$\begin{aligned}\Delta P_2^{(0)}=&0.20-1.0\times1.06(-5.000\cos0+15.000\sin0)-1.0\times1.0(10.834\cos0-32.500\sin0)\\&-1.0\times1.0(-1.667\cos0+5.000\sin0)-1.0\times1.0(-1.667\cos0+5.000\sin0)\\&-1.0\times1.0(-2.500\cos0+7.500\sin0)=0.500000\end{aligned}$$

相似地可得

$$\Delta P_3^{(0)}=-0.375000;\quad \Delta P_4^{(0)}=-0.400000;\quad \Delta P_5^{(0)}=-0.600000$$

3. 计算各节点电压的相位角 $\delta_i$（弧度）

由下列矩阵方程式

$$-(\boldsymbol{B}')^{-1}(\Delta\boldsymbol{P}^{(0)}/\boldsymbol{U}^{(0)})=(\boldsymbol{U}^{(0)}\Delta\boldsymbol{\delta}^{(0)})$$

$$-\begin{bmatrix}-0.056190 & -0.041905 & -0.044762 & -0.052381\\ -0.041905 & -0.099048 & -0.087619 & -0.057143\\ -0.044762 & -0.087619 & -0.105714 & -0.065079\\ -0.052381 & -0.057143 & -0.065079 & -0.145503\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.500000/1.0\\ -0.375000/1.0\\ -0.400000/1.0\\ -0.600000/1.0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.0\times\Delta\delta_2^{(0)}\\ 1.0\times\Delta\delta_3^{(0)}\\ 1.0\times\Delta\delta_4^{(0)}\\ 1.0\times\Delta\delta_5^{(0)}\end{bmatrix}$$

可得

$$\begin{bmatrix}\Delta\delta_2^{(0)}\\ \Delta\delta_3^{(0)}\\ \Delta\delta_4^{(0)}\\ \Delta\delta_5^{(0)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.036952\\ -0.085524\\ -0.091810\\ -0.108571\end{bmatrix};\quad\begin{bmatrix}\delta_2^{(1)}\\ \delta_3^{(1)}\\ \delta_4^{(1)}\\ \delta_5^{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\delta_2^{(0)}\\ \delta_3^{(0)}\\ \delta_4^{(0)}\\ \delta_5^{(0)}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Delta\delta_2^{(0)}\\ \Delta\delta_3^{(0)}\\ \Delta\delta_4^{(0)}\\ \Delta\delta_5^{(0)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.036952\\ -0.085524\\ -0.091810\\ -0.108571\end{bmatrix}$$

4. 计算各节点无功功率不平衡量 $\Delta Q_i$

按下式计算各节点无功功率不平衡量

$$\Delta Q_i^{(0)}=Q_i-\sum_{j=1}^{j=n}U_i^{(0)}U_j^{(0)}(G_{ij}\sin\delta_{ij}^{(1)}-B_{ij}\cos_{ij}^{(1)})$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_2^{(0)}=&0.20-1.0\times1.06[-5.00\sin(-0.036952-0)-15.000\cos(-0.036952-0)]\\&-1.0\times1.0[10.834\sin0+32.5\cos0]-1.0\times1.0[-1.667\sin(-0.036952+\\&0.085524)-5.000\cos(-0.036952+0.085524)]-1.0\times1.0[-1.667\sin(-0.036952\\&+0.091810)-5.000\cos(-0.036952+0.091810)]-1.0\times1.0[-2.500\sin(-0.036952\\&+0.108571)-7.500\cos(-0.036952+0.108571)]=1.211930\end{aligned}$$

相似地可得

$$\Delta Q_3^{(0)}=-0.077279;\quad\Delta Q_4^{(0)}=-0.191947;\quad\Delta Q_5^{(0)}=-0.319599$$

5. 计算各节点电压的大小 $U_i$

由下列矩阵方程式

$$-(\boldsymbol{B}'')^{-1}(\Delta\boldsymbol{Q}^{(0)}/\boldsymbol{U}^{(0)})=\Delta\boldsymbol{U}^{(0)}$$

$$-\begin{bmatrix}-0.056190 & -0.041905 & -0.044762 & -0.052381\\ -0.041905 & -0.099048 & -0.087619 & -0.057143\\ -0.044762 & -0.087619 & -0.105714 & -0.065079\\ -0.052381 & -0.057143 & -0.065079 & -0.145503\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.211930/1.0\\ -0.077279/1.0\\ -0.191947/1.0\\ -0.319599/1.0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta U_2^{(0)}\\ \Delta U_3^{(0)}\\ \Delta U_4^{(0)}\\ \Delta U_5^{(0)}\end{bmatrix}$$

可得

$$\begin{bmatrix}\Delta U_2^{(0)}\\ \Delta U_3^{(0)}\\ \Delta U_4^{(0)}\\ \Delta U_5^{(0)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.039528\\ 0.008050\\ 0.006386\\ 0.000072\end{bmatrix};\quad\begin{bmatrix}U_2^{(1)}\\ U_3^{(1)}\\ U_4^{(1)}\\ U_5^{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U_2^{(0)}\\ U_3^{(0)}\\ U_4^{(0)}\\ U_5^{(0)}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Delta U_2^{(0)}\\ \Delta U_3^{(0)}\\ \Delta U_4^{(0)}\\ \Delta U_5^{(0)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.039528\\ 1.008050\\ 1.006386\\ 1.000072\end{bmatrix}$$

求得各节点电压的新值后，就可开始第二次迭代。每次迭代所得示于表 4-8～表 4-10。由表 4-8 可见，经六次迭代就可满足 $\varepsilon\leqslant10^{-5}$ 的要求❶。

❶ 按图 4-17 中的计数方法则为十二次，每两次折合一次。

**表 4-8　　迭代过程中各节点功率的不平衡量**

| $k$ | $\Delta P_2^{(k)}$ | $\Delta Q_2^{(k)}$ | $\Delta P_3^{(k)}$ | $\Delta Q_3^{(k)}$ | $\Delta P_4^{(k)}$ | $\Delta P_4^{(k)}$ | $\Delta P_5^{(k)}$ | $\Delta Q_5^{(k)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.500000 | 1.211930 | −0.375000 | −0.077279 | −0.400000 | −0.191947 | −0.600000 | −0.319599 |
| 1 | −0.411720 | −0.136497 | 0.049802 | 0.018300 | 0.076248 | 0.024849 | 0.120899 | 0.040218 |
| 2 | 0.043223 | 0.014875 | −0.005899 | −0.001936 | −0.007856 | −0.002664 | −0.012588 | −0.004265 |
| 3 | −0.004833 | −0.001658 | 0.000650 | 0.000215 | 0.000872 | 0.000295 | 0.001376 | 0.000466 |
| 4 | 0.000537 | 0.000184 | −0.000072 | −0.000024 | −0.000096 | −0.000033 | −0.000150 | −0.000051 |
| 5 | −0.000060 | −0.000021 | 0.000008 | 0.000003 | 0.000011 | 0.000004 | 0.000016 | 0.000006 |
| 6 | 0.000007 | 0.000000 | −0.000001 | 0.000000 | −0.000001 | 0.000000 | −0.000002 | 0.000000 |

**表 4-9　　迭代过程中各节点电压的修正量**

| $k$ | $\Delta\delta_2^{(k)}$ | $\Delta U_2^{(k)}$ | $\Delta\delta_3^{(k)}$ | $\Delta U_3^{(k)}$ | $\Delta\delta_4^{(k)}$ | $\Delta U^{(k)}V_4$ | $\Delta\delta_5^{(k)}$ | $\Delta U_5^{(k)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | −0.036952 | 0.039528 | −0.085524 | 0.008050 | −0.091810 | 0.006386 | −0.108571 | 0.000072 |
| 1 | −0.010063 | −0.003406 | 0.001828 | 0.000757 | 0.002461 | 0.000941 | 0.004597 | 0.001618 |
| 2 | 0.001054 | 0.000385 | −0.000230 | −0.000064 | −0.000285 | −0.000082 | −0.000484 | −0.000149 |
| 3 | −0.000120 | −0.000043 | 0.000023 | 0.000006 | −0.000028 | 0.000008 | 0.000049 | 0.000015 |
| 4 | 0.000013 | 0.000005 | −0.000002 | −0.000001 | −0.000003 | −0.000001 | −0.000005 | −0.000002 |
| 5 | −0.000002 | −0.000001 | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 | 0.000001 | 0.000000 |
| 6 | | | | | | | | |

**表 4-10　　迭代过程中各节点电压**

| $k$ | $\delta_2^{(k)}$ | $U_2^{(k)}$ | $\delta_3^{(k)}$ | $U_3^{(k)}$ | $\delta_4^{(k)}$ | $U_4^{(k)}$ | $\delta_5^{(k)}$ | $U_5^{(k)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.000000 | 1.000000 | 0.000000 | 1.000000 | 0.000000 | 1.000000 | 0.000000 | 1.000000 |
| 1 | −0.036952 | 1.039528 | −0.085524 | 1.008050 | −0.091810 | 1.006386 | −0.108571 | 1.000072 |
| 2 | −0.047016 | 1.036122 | −0.083696 | 1.008808 | −0.089348 | 1.007327 | −0.103974 | 1.001690 |
| 3 | −0.045962 | 1.036507 | −0.083926 | 1.008744 | −0.089633 | 1.007245 | −0.104458 | 1.001540 |
| 4 | −0.046082 | 1.036463 | −0.083903 | 1.008750 | −0.089605 | 1.007253 | −0.104410 | 1.001555 |
| 5 | −0.046068 | 1.036468 | −0.083906 | 1.008750 | −0.089608 | 1.007252 | −0.104415 | 1.001554 |
| 6 | −0.046070 | 1.036468 | −0.083906 | 1.008750 | −0.089608 | 1.007252 | −0.104414 | 1.001554 |

$$\dot{U}_2 = 1.036468\angle -2.639610^\circ;\quad \dot{U}_3 = 1.008750\angle -4.807433^\circ$$

$$\dot{U}_4 = 1.007252\angle -5.134133^\circ;\quad \dot{U}_5 = 1.001554\angle -5.982486^\circ$$

6. 计算平衡节点功率 $\widetilde{S}_1$ 和线路功率 $\widetilde{S}_{ij}$

迭代收敛后，就可计算平衡节点功率和线路功率，计算方法同例 4-3，计算结果如下

$$\widetilde{S}_1 = 1.298162 + \mathrm{j}0.244472$$

各线路功率见表 4-11。

**表 4-11　　各线路功率 $\widetilde{S}_{ij}$**

| $i$ \ $j$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 0.889505<br>+j0.138662 | 0.408657<br>+j0.105810 | | |
| 2 | −0.875079<br>−j0.095385 | | 0.246884<br>+j0.081457 | 0.279319<br>+j0.080606 | 0.548870<br>+j0.133321 |

续表

| $i$ \ $j$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | −0.395969<br>−j0.067747 | −0.243108<br>−j0.070133 | | 0.189079<br>−j0.012120 | |
| 4 | | −0.274598<br>−j0.066445 | −0.188726<br>+j0.013178 | | 0.063325<br>+j0.003267 |
| 5 | | −0.536990<br>−j0.097684 | | −0.063008<br>−j0.002316 | |

显然，这些计算结果与运用牛顿—拉夫逊法计算的结果完全一致。这原是可以预期的。

为比较这两种计算方法的收敛特性，可按表 4-1 与表 4-8 在半对数坐标上作出最大功率不平衡量的变化规律如图 4-18 所示。由图可见，*PQ* 分解法的收敛特性接近直线，而牛顿—拉夫逊法的收敛速度则要比它快得多。但是，如前所述，由于 *PQ* 分解法每次敛代所耗费的时间比牛顿—拉夫逊法少得多，总的来说，*PQ* 分解法的计算速度，仍较牛顿—拉夫逊法快。

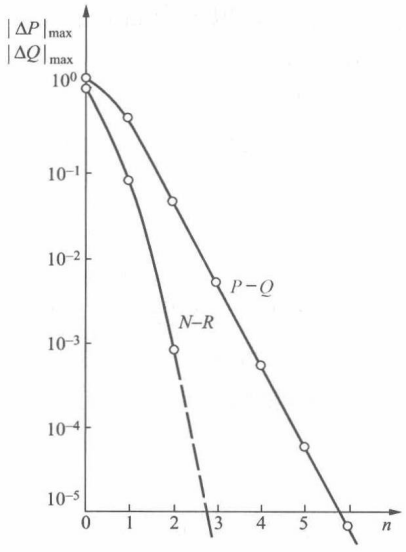



图 4-18　牛顿—拉夫逊法和 *PQ* 分解法的收敛特性

N-R—牛顿—拉夫逊法；*PQ*—*PQ* 分解法

## *第五节　潮流计算中稀疏技术的运用

无论采用牛顿—拉夫逊法或 *PQ* 分解法计算潮流，都必须在迭代过程中反复解算线性的修正方程式。不同的只是，采用牛顿—拉夫逊法时，方程式的系数矩阵需随迭代过程变化；采用 *PQ* 分解法时，则保持定常。

在本章第三、四节中，这类修正方程式的解算采用了最直观的矩阵求逆、求积运算。无疑，方程式的阶数不高时，这种算法不会带来任何困难；但当方程式阶数高达数百乃至数千时，这种直观算法所耗费的机时将难以承受。注意到这些矩阵与节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$ 有完全相同的结构，而 $\boldsymbol{Y}_B$ 的稀疏度极高，这些矩阵也必将高度稀疏。具体而言，由于矩阵的稀疏度

为矩阵中零元素数与矩阵中总元素数之比，而电力网络中每一节点所联支路数，亦即 $\boldsymbol{Y}_B$ 中每行、每列的非零非对角元数，往往不超过三、四个，计及对角元也非零后，节点数分别为10、100、1000 的网络，节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$ 的稀疏度将分别为 50%～60%、95%～96%、99.5%～99.6%。在近代电力系统中，网络的节点数动辄数百，甚至数千，相应地，$\boldsymbol{Y}_B$ 的稀疏度往往极高。于是，利用这一特点，经多年努力，逐步形成了一套在电力系统计算中采用的稀疏技术。

所谓稀疏技术，简言之，是指选择算法和编制程序时，尽可能避免储存稀疏矩阵中的零元素和避免对这些零元素进行运算的技术。具体而言，稀疏技术是指在稀疏矩阵的存储、稀疏矩阵因子表的形成和运用以及为避免形成因子表过程中降低稀疏度而采用的网络节点编号优化等技术。以下，将结合潮流计算介绍这些技术。但应指出，这些技术在电力系统的其他计算中也十分有用。

## 一、稀疏矩阵的存储

稀疏矩阵的存储方案很多，不胜枚举。而衡量它们优劣的标准，不仅有节约存储空间，还有便于检索和参与运算等因素。本节中，拟结合如下矩阵

$$\begin{bmatrix} 15 & 10 & 4 & & & \\ 8 & 11 & & & & \\ 5 & & 20 & 7 & & 14 \\ & & 9 & 12 & 3 & \\ & & & 2 & 22 & 17 \\ & & 13 & & 16 & 18 \end{bmatrix}$$

介绍三种较有代表性的存储方案。应指出，为不失一般，此处列举的是一不对称矩阵，而实际电力系统的网络矩阵往往为对称矩阵；而且，限于篇幅，这一矩阵的阶数不可能高，以致各种方案的“压缩”存储空间效果不可能明显，甚至可能出现反效果，但不难想见，随矩阵阶数的增高，这类现象将迅速消失。

### 1. 按坐标存储的方案

这是一种最简单、最直观的存储方案。采用这一方案时，矩阵的对角元将自左上至右下按顺序存储在一个一维数组内，见表 4-12。

**表 4-12**

| 顺序号 $l$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| D1AG | 15 | 11 | 20 | 12 | 22 | 18 |

这种存储方式也常用于其他方案。

至于矩阵的非对角元，存储方式见表 4-13。

**表 4-13**

| 顺序号 $m$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| OFFD | 10 | 4 | 8 | 5 | 7 | 14 | 9 | 3 | 2 | 17 | 13 | 16 |
| IROW | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| ICOL | 2 | 3 | 1 | 1 | 4 | 6 | 3 | 5 | 4 | 6 | 3 | 5 |

这里，分别以 D1AG、OFFD、IROW、ICOL 表示对角元、非对角元、行号、列号。

不难发现，这种存储方案实际上是按矩阵元素在矩阵中的“坐标位置”存储的方案。它简单、直观，而且便于检索，但不便于参与运算。

附带可见，采用这种方案时，需占用 $n+3N$ 个存储单元。此处，$n$ 为对角元数，即矩阵阶数；$N$ 为非零非对角元数。对这一列举的矩阵，$n=6$，$N=12$，从而需 42 个单元，已大于按常规方式存储 6×6 阶矩阵所需的 36 个单元。显然，这源于所列举的矩阵阶数过低。

2. 按顺序存储的方案

采用这一方案时，对角元的存储与上一方案相同，而非对角元则必须分行按从左至右、自上而下的顺序存储，且由另一数组存储 IROW，见表 4-14。

**表 4-14**

| 顺序号 $l$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| OFFD | 10 | 4 | 8 | 5 | 7 | 14 | 9 | 3 | 2 | 17 | 13 | 16 |
| ICOL | 2 | 3 | 1 | 1 | 4 | 6 | 3 | 5 | 4 | 6 | 3 | 5 |

| 顺序号 $m$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| IROW | 1 | 3 | 4 | 7 | 9 | 11 |

这里，OFFD 和 ICOL 的含义与上一方案相同，IROW 则表示每一行中第一个非零非对角元的存放顺序号，也称首地址。

按这一方案存储时的元素检索也不困难。例如，对第三行，由 $m=3$ 得 IROW(3)＝4 可见，其中第一个元素的数值为 OFFD(4)＝5，位于该行第 ICOL(4)＝1 列；第二个元素的数值为 OFFD(5)＝7，位于该行第 ICOL(5)＝4 列；等等。

这一方案虽不如上一方案简单、直观、便于检索，但进一步分析将表明，它有便于参与运算的特点，这是当前较普遍采用的存储方案之一[2,5]。

采用这一方案时，需占用 $2n+2N$ 个存储单元。由于 $N$ 总大于 $n$，这一方案所需的存储单元数少于上一方案。

3. 按链表存储的方案[7]

所谓链表，是指用以表示同一行（列）中各非零非对角元链接顺序的表格。采用这一方案时，对角元的存储与其他方案相同，非对角元则因有了链表，不再要求按顺序存储。此外，仍需一数组存储 IROW。该方案的存储方案见表 4-15。

**表 4-15**

| 顺序号 $l$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| OFFD | 8 | 5 | 10 | 4 | 9 | 7 | 3 | 2 | 13 | 14 | 16 | 17 |
| ICOL | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 4 | 3 | 6 | 5 | 6 |
| NEXT | 0 | 6 | 4 | 0 | 7 | 10 | 0 | 12 | 11 | 0 | 0 | 0 |

| 顺序号 $m$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| IROW | 3 | 1 | 2 | 5 | 8 | 9 |

这里，OFFD、ICOL、IROW 的含义与按顺序存储方案相同；NEXT 就是链表，其中存放的数表示同一 $m$ 行中，从左至右，下一个非零非对角元的顺序号 $l$；NEXT 为零时，表示该行中不再有非零非对角元。

按这一方案存储时，元素的检索过程略异于上一方案。由于有了链表，检索同一行中元素时，其顺序号将由链表给出，不再如上一方案中自然递增。例如，检索第三行中各元素时，由 $m=3$ 得 IROW(3)=2。然后由 OFFD(2)=5，ICOL(2)=1，NEXT(2)=6 可见，第三行上第一个非对角元为 5，位于第一列，下一个非对角元的顺序号为 6。由此又可得，OFFD(6)=7，ICOL(6)=4，NEXT(6)=10，从而，这一非对角元为 7，位于第四列，下一个非对角元的顺序号为 10。由此又可检得，OFFD(10)=14，ICOL(10)=6，NEXT(10)=0，表明这一非对角元为 14，位于第六列，而这一行中已不再有非零非对角元。至此，可建立所检索的第三行为

$$[5 \quad 0 \quad \underline{20} \quad 7 \quad 0 \quad 14]$$

而其中的对角元 20，由于存放在另一数组中，可直接读入，不必检索。

本节第三小节中将说明，采用这一方案存储时，将更便于所存矩阵的参与运算。但为此，需增加 N 个存储单元，用以存放 NEXT 数组。这一方案的应用正日益广泛。

最后需指出，以上介绍按顺序和按链表存储的方案时，都以数据将按行检索为前提。如按列检索，则仅需将“行”理解为“列”，“列”理解为“行”。

**二、因子表的形成和运用**

如前所述，潮流计算时运用的雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 或电纳矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$都和节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$ 有相同的结构。而 $\boldsymbol{Y}_B$ 虽十分稀疏，其逆阵节点阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}_B$ 却总是满阵，从而 $\boldsymbol{J}$ 或 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$的逆阵也将是满阵。即使不计为求取 $\boldsymbol{J}$ 或 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$的逆而耗费的大量机时，以满阵 $\boldsymbol{J}^{-1}$、$(\boldsymbol{B}')^{-1}$、$(\boldsymbol{B}'')^{-1}$与不平衡量列向量相乘，以求取各节点电压修正量时所需的运算量也极大，何况潮流计算时通常需进行若干次此类运算。鉴于此，工程实践中运用的潮流计算程序，绝不以求逆、求积运算解修正方程式，而往往代之以因子表法。本节中，将扼要说明这种因子表法的基本原理，其中包括修正方程式中系数矩阵因子表的形成及其在解算修正方程式时的运用。

1. 以高斯消元法形成因子表

为不失一般，以线性方程式组的标准模式表示修正方程式组

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3&=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3&=b_2\\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3&=b_3 \end{aligned}\right\} \tag{4-61}$$

将它们改写为矩阵方程式则为

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b_1\\ b_2\\ b_3 \end{bmatrix} \tag{4-62}$$

运用高斯消元法解这方程式组的步骤是：

（1）将其中第一式进行“规格化”，即除以 $a_{11}$，得

$$x_1+a_{12}^{(1)}x_2+a_{13}^{(1)}x_3=b_1^{(1)} \tag{4-63}$$

式中，$a_{12}^{(1)}=\dfrac{a_{12}}{a_{11}}$，$a_{13}^{(1)}=\dfrac{a_{13}}{a_{11}}$，$b_1^{(1)}=\dfrac{b_1}{a_{11}}$。这里以上标（$n$）表示运算次数。

（2）消去第二、三式中的 $x_1$。

1）消去第二式中的 $x_1$，即将式（4-63）乘以乘数 $a_{21}$，然后将其从式（4-61）第二式中减去，得

$$(a_{21}-a_{21})x_1+(a_{22}-a_{21}a_{12}^{(1)})x_2+(a_{23}-a_{21}a_{13}^{(1)})x_3=b_2-a_{21}b_1^{(1)}$$

或将其写作

$$a_{22}^{(1)}x_2+a_{23}^{(1)}x_3=b_2^{(1)} \tag{4-64}$$

它也可还原为

$$\left(a_{22}-\frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}}\right)x_2+\left(a_{23}-\frac{a_{21}a_{13}}{a_{11}}\right)x_3=b_2-b_1\frac{a_{21}}{a_{11}}$$

从而，式中

$$a_{22}^{(1)}=a_{22}-\frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}}$$

$$a_{23}^{(1)}=a_{23}-\frac{a_{21}a_{13}}{a_{11}}$$

$$b_2^{(1)}=b_2-b_1\frac{a_{21}}{a_{11}}$$

2）消去第三式中的 $x_1$，即将式（4-63）乘以乘数 $a_{31}$，然后将其从式（4-61）第三式中减去，得

$$(a_{31}-a_{31})x_1+(a_{32}-a_{31}a_{12}^{(1)})x_2+(a_{33}-a_{31}a_{13}^{(1)})x_3=b_3-a_{31}b_1^{(1)}$$

或将其写作

$$a_{32}^{(1)}x_2+a_{33}^{(1)}x_3=b_3^{(1)} \tag{4-65}$$

它也可还原为

$$\left(a_{32}-\frac{a_{31}a_{12}}{a_{11}}\right)x_2+\left(a_{33}-\frac{a_{31}a_{13}}{a_{11}}\right)x_3=b_3-b_1\frac{a_{31}}{a_{11}}$$

从而，式中

$$a_{32}^{(1)}=a_{32}-\frac{a_{31}a_{12}}{a_{11}}$$

$$a_{33}^{(1)}=a_{33}-\frac{a_{31}a_{13}}{a_{11}}$$

$$b_3^{(1)}=b_3-b_1\frac{a_{31}}{a_{11}}$$

将消元后的第二式即式（4-64）进行规格化，得

$$x_2+\frac{a_{23}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}x_3=\frac{b_2^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$$

或将其写作

$$x_2+a_{23}^{(2)}x_3=b_2^{(2)} \tag{4-66}$$

则

$$a_{23}^{(2)}=\frac{a_{23}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}},\ b_2^{(2)}=\frac{b_2^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$$

（3）消去消元后的第三式式（4-65）中的 $x_2$，即将规格化的消元后第二式式（4-66）乘以乘数 $a_{32}^{(1)}$，然后将其从式（4-65）中减去，得

$$(a_{32}^{(1)}-a_{32}^{(1)})x_2+(a_{33}^{(1)}-a_{32}^{(1)}a_{23}^{(2)})x_3=b_3^{(1)}-a_{32}^{(1)}b_2^{(2)}$$

或将其写作

$$a_{33}^{(2)}x_3=b_3^{(2)} \tag{4-67}$$

它也可还原为

$$\left(a_{33}^{(1)}-\frac{a_{32}^{(1)}a_{23}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}\right)x_3=b_3^{(1)}-b_2^{(1)}\frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$$

从而，式中

$$a_{33}^{(2)}=a_{33}^{(1)}-\frac{a_{32}^{(1)}a_{23}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$$

$$b_3^{(2)}=b_3^{(1)}-b_2^{(1)}\frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$$

将第二次消元后的第三式即式（4-67）进行规格化，得

$$x_3=\frac{b_3^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}$$

或将其写作

$$x_3=b_3^{(3)} \tag{4-68}$$

则

$$b_3^{(3)}=\frac{b_3^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}$$

这就是所谓高斯消元法的前进过程或消元过程。前进过程结束时所得方程组可改写为如下的矩阵方程式

$$\begin{bmatrix}1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)}\\ 0 & 1 & a_{23}^{(2)}\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b_1^{(1)}\\ b_2^{(2)}\\ b_3^{(3)}\end{bmatrix} \tag{4-69}$$

由式（4-69）可得

$$\left.\begin{aligned}&x_3=b_3^{(3)}\\ &x_2+a_{23}^{(2)}x_3=b_2^{(2)}\\ &x_1+a_{12}^{(1)}x_2+a_{13}^{(1)}x_3=b_1^{(1)}\end{aligned}\right\} \tag{4-70}$$

将由第一式求得的 $x_3$，代入第二式可解得 $x_2$；再将由第一、二式求得的 $x_3$、$x_2$ 代入第三式又可解得 $x_1$。这就是所谓高斯消元法的回代过程。

纵观高斯消元法的全过程可见，为在回代过程中求取 $x_1$、$x_2$、$x_3$，需运用 $a_{12}^{(1)}$、$a_{13}^{(1)}$、$a_{23}^{(2)}$ 和 $b_1^{(1)}$、$b_2^{(2)}$、$b_3^{(3)}$；为在消元过程中求取 $b_1^{(1)}$、$b_2^{(2)}$、$b_3^{(3)}$，需运用 $a_{21}^{(0)}$、$a_{31}^{(0)}$、$a_{32}^{(1)}$ 和 $a_{11}^{(0)}$、$a_{22}^{(1)}$、$a_{33}^{(2)}$；而为求取 $a_{22}^{(1)}$、$a_{33}^{(2)}$ 又需运用 $a_{12}^{(1)}$、$a_{13}^{(1)}$、$a_{23}^{(2)}$。因此，对定常系数线性方程式组，如在第一次解算过程中记下 $a_{12}^{(1)}$、$a_{13}^{(1)}$、$a_{23}^{(2)}$、$a_{21}^{(0)}$、$a_{31}^{(0)}$、$a_{32}^{(1)}$、$a_{11}^{(0)}$、$a_{22}^{(1)}$、$a_{33}^{(2)}$，则当右端列向量 $[b_1\quad b_2\quad b_3]^{\mathrm{T}}$ 改变后需再次求取相应的 $[x_1\quad x_2\quad x_3]^{\mathrm{T}}$ 时，就可运用这些数据进行消元、回代，不必重复如上的全部运算。记录这些数据的表格就称因子表，它通常定义如下：

$$\boxed{\begin{matrix}1/a_{11}^{(0)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)}\\ a_{21}^{(0)} & 1/a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(2)}\\ a_{31}^{(0)} & a_{32}^{(1)} & 1/a_{33}^{(2)}\end{matrix}}\triangleq\boxed{\begin{matrix}d_{11} & r_{12} & r_{13}\\ l_{21} & d_{22} & r_{23}\\ l_{31} & l_{32} & d_{33}\end{matrix}}$$

据此，$n$ 阶矩阵因子表中的上三角、下三角和对角因子可分别归纳为

$$\left.\begin{aligned} r_{ij} &= a_{ij}^{(i)}\,(i<j) \\ l_{ij} &= a_{ij}^{(j-1)}\,(i>j) \\ d_{ii} &= 1/a_{ii}^{(i-1)} \end{aligned}\right\} \tag{4-71}$$

式中，$i=1, 2, \cdots, n$；$j=1, 2, \cdots, n$；$i \neq j$。

应该指出，高斯消元法的消元顺序除如上例所述先消去第二、三式中的 $x_1$，再消去第三式中 $x_2$，即所谓按列消元外，还有所谓按行消元。按行消元时的消元顺序为先消去第二式中的 $x_1$，再消去第三式中的 $x_1$、$x_2$。显然，对同一方程式组按列或按行消元的结果应完全相同。从而，同一系数矩阵，按列或按行消元所形成的因子表也应完全一致。

实用的潮流计算程序中多半采用按行消元的方案，因此，本节第一小节中介绍存储方案时，以按行检索为前提。此处介绍高斯消元法时之所以列举按列消元，由于解方程式组时的按列消元对应于网络变换时的消去节点，物理概念清晰，便于以下的讨论。

2. 以三角分解法形成因子表

不仅可用高斯消元法，而且也还可用三角分解法求系数矩阵的因子表。所谓三角分解法就是任何方阵 $\boldsymbol{A}$ 都可分解为一个下三角矩阵 $\boldsymbol{L}$ 与一个上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的乘积，即 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{LR}$。而如其中之一，例如 $\boldsymbol{R}$ 的所有对角元都等于 1，就可单值地确定这两个三角矩阵。

仍以三阶矩阵为例，将 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{LR}$ 展开为

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ 0 & 1 & r_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

等号右侧两个矩阵相乘，得

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{11}r_{12} & l_{11}r_{13} \\ l_{21} & l_{21}r_{12}+l_{22} & l_{21}r_{13}+l_{22}r_{23} \\ l_{31} & l_{31}r_{12}+l_{32} & l_{31}r_{13}+l_{32}r_{23}+l_{33} \end{bmatrix}$$

等号两侧矩阵中相应元素应相等，由第一列可得

$$\left.\begin{aligned} l_{11} &= a_{11} \\ l_{21} &= a_{21} \\ l_{31} &= a_{31} \end{aligned}\right\} \tag{4-72}$$

由第二列可得

$$\left.\begin{aligned} l_{11}r_{12} &= a_{12} \\ l_{21}r_{12}+l_{22} &= a_{22} \\ l_{31}r_{12}+l_{32} &= a_{32} \end{aligned}\right\}$$

解之，得

$$\left.\begin{aligned} r_{12} &= a_{12}/l_{11} \\ l_{22} &= a_{22}-l_{21}r_{12} \\ l_{32} &= a_{32}-l_{31}r_{12} \end{aligned}\right\} \tag{4-73}$$

其中的 $l_{11}$、$l_{21}$、$l_{31}$ 已由式（4-72）求得。

由第三列可得

$$\left.\begin{aligned} l_{11}r_{13} &= a_{13} \\ l_{21}r_{13} + l_{22}r_{23} &= a_{23} \\ l_{31}r_{13} + l_{32}r_{23} + l_{33} &= a_{33} \end{aligned}\right\}$$

解之，得

$$\left.\begin{aligned} r_{13} &= a_{13}/l_{11} \\ r_{23} &= (a_{23} - l_{21}r_{13})/l_{22} \\ l_{33} &= a_{33} - l_{31}r_{13} - l_{32}r_{23} \end{aligned}\right\} \tag{4-74}$$

其中的 $l_{11}$、$l_{21}$、$l_{31}$ 已由式（4-72）求得；$l_{22}$、$l_{32}$ 已由式（4-73）求得。

运用求得的 $\boldsymbol{L}$、$\boldsymbol{R}$ 中各元素就可组成原矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的因子表。这时，因子表的下三角部分记录的是下三角矩阵 $\boldsymbol{L}$ 中的所有非对角元；上三角部分记录的是上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 中的所有非对角元；对角线上记录的则是下三角矩阵各对角元的倒数。这时的因子表具有如下的形式：

$$\boxed{\begin{matrix} 1/l_{11} & r_{12} & r_{13} \\ l_{21} & 1/l_{22} & r_{23} \\ l_{31} & l_{32} & 1/l_{33} \end{matrix}} \triangleq \boxed{\begin{matrix} d_{11} & r_{12} & r_{13} \\ l_{21} & d_{12} & r_{23} \\ l_{31} & l_{32} & d_{13} \end{matrix}}$$

而归纳式（4-72）～式（4-74）可见，对 $n$ 阶矩阵，因子表中的上三角、下三角和对角因子分别为

$$\left.\begin{aligned} r_{ij} &= \Big(a_{ij} - \sum_{k=1}^{k=i-1} l_{ik}r_{kj}\Big)/l_{ii}\,(i<j) \\ l_{ij} &= a_{ij} - \sum_{k=1}^{k=j-1} l_{ik}r_{k}\,(i>j) \\ d_{ii} &= 1/\Big(a_{ii} - \sum_{k=1}^{k=i-1} l_{ik}r_{ki}\Big) \end{aligned}\right\} \tag{4-75}$$

式中，$i=1, 2, \cdots, n$；$j=1, 2, \cdots, n$；$i \neq j$。

至此，可运用式（4-75）、式（4-71）证明：由高斯消元法和由三角分解法建立的因子表完全一致，证明从略。

如同高斯消元法，运用三角分解法求得上、下三角矩阵 $\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{L}$ 后，也可直接用以解方程式 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$，过程如下：

将 $\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{L}$ 代入 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$，可得

$$\boldsymbol{LRx} = \boldsymbol{b} \tag{4-76}$$

令 $\boldsymbol{Rx}=\boldsymbol{y}$，可将上式改写为

$$\boldsymbol{Ly} = \boldsymbol{b} \tag{4-77}$$

由于 $\boldsymbol{L}$ 为下三角矩阵，可以前进运算简捷地求得列向量 $\boldsymbol{y}$。而在求得 $\boldsymbol{y}$ 后，再由

$$\boldsymbol{Rx} = \boldsymbol{y} \tag{4-78}$$

以回代运算求得 $\boldsymbol{x}$。

3. 因子表的运用[8]

虽然高斯消元法和三角分解法都可直接用于解线性方程式组，但运用这些方法建立因子

表后，就可运用因子表解算

$$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$$

为此，先按因子表定义一系列因子矩阵。这些因子矩阵的元素只在指明的行或列，与单位矩阵不同，例如：

$\boldsymbol{D}_2$ 的第二行为 $[0\quad d_{22}\quad 0]=[0\quad 1/l_{22}\quad 0]$

$\boldsymbol{L}_1$ 的第一列为 $[1\quad -l_{21}\quad -l_{31}]^{\mathrm{T}}$

$\boldsymbol{R}_1$ 的第一行为 $[1-r_{12}-r_{13}]$

然后运用这些矩阵先对下三角矩阵 $\boldsymbol{L}$ 进行运算：

(1) 求 $\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}$。

$$\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}1/l_{11} & & \\ & 1 & \\ & & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}l_{11} & & \\ l_{21} & l_{22} & \\ l_{31} & l_{32} & l_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & & \\ l_{21} & l_{22} & \\ l_{31} & l_{32} & l_{33}\end{bmatrix}$$

(2) 求 $\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}$。

$$\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}1 & & \\ -l_{21} & 1 & \\ -l_{31} & & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & & \\ l_{21} & l_{22} & \\ l_{31} & l_{32} & l_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & & \\ 0 & l_{22} & \\ 0 & l_{32} & l_{33}\end{bmatrix}$$

(3) 求 $\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}$。

$$\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}1 & & \\ & 1/l_{22} & \\ & & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & & \\ 0 & l_{22} & \\ 0 & l_{32} & l_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & l_{32} & l_{33}\end{bmatrix}$$

(4) 求 $\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}$。

$$\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}1 & & \\ & 1 & \\ & -l_{32} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & l_{32} & l_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & l_{33}\end{bmatrix}$$

(5) 求 $\boldsymbol{D}_3\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}$。

$$\boldsymbol{D}_3\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}1 & & \\ & 1 & \\ & & 1/l_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & l_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

再运用这些矩阵对上三角矩阵 $\boldsymbol{R}$ 进行运算：

(1) 求 $\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{R}$。

$$\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}1 & & \\ & 1 & -r_{23} \\ & & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & r_{12} & r_{13} \\ & 1 & r_{23} \\ & & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & r_{12} & r_{13} \\ & 1 & 0 \\ & & 1\end{bmatrix}$$

(2) 求 $\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{R}$。

$$\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}1 & -r_{12} & -r_{13} \\ & 1 & \\ & & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & r_{12} & -r_{13} \\ & 1 & 0 \\ & & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ & & 1\end{bmatrix}$$

综上可见，由于 $\boldsymbol{LR}=\boldsymbol{A}$，对这一个三阶矩阵，如下的关系应成立

$$[\boldsymbol{R}_1 \quad \boldsymbol{R}_2][\boldsymbol{D}_3 \quad \boldsymbol{L}_2 \quad \boldsymbol{D}_2 \quad \boldsymbol{L}_1 \quad \boldsymbol{D}_1]\boldsymbol{LR} = [\boldsymbol{R}_1 \quad \boldsymbol{R}_2][\boldsymbol{D}_3 \quad \boldsymbol{L}_2 \quad \boldsymbol{D}_2 \quad \boldsymbol{L}_1 \quad \boldsymbol{D}_1]\boldsymbol{A} = \boldsymbol{U}$$

式中，$\boldsymbol{U}$ 为单位矩阵。从而可得

$$\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{D}_3\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1 = \boldsymbol{A}^{-1} \tag{4-79a}$$

$$\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{D}_3\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{b} = \boldsymbol{x} \tag{4-79b}$$

这就是运用因子表、因子矩阵解算线性方程组的基本原理。不难发现，$\boldsymbol{A}$ 矩阵前乘 $\boldsymbol{D}_3\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1$ 相当于消元过程，再前乘 $\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{R}_2$ 则相当于回代过程。

将这一原理推广运用于 $n$ 阶方程组，可见有 $[\boldsymbol{R}_1 \quad \boldsymbol{R}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{R}_{n-1} \quad \boldsymbol{R}_n]\ [\boldsymbol{D}_n \quad \boldsymbol{L}_{n-1} \quad \boldsymbol{D}_{n-1} \quad \boldsymbol{L}_{n-2}\cdots\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{D}_1]\ \boldsymbol{b}=\boldsymbol{x}$ (4-80)

上式中 $\boldsymbol{R}_n=\boldsymbol{U}$，引入 $\boldsymbol{R}_n$ 只是为了便于记忆。

结束本节前，需强调指出，本节中，为集中说明因子表的形成及其运用，未能涉及潮流计算时系数矩阵高度稀疏这一特点。事实上，在所有实用的潮流计算程序编制过程中，几乎都注意并尽量利用了这一特点。具体而言，既注意压缩所占用的存储空间，也注意避免大量零元素的参与运算。例如，三阶方程中右端列向量 $\boldsymbol{b}$ 前乘 $\boldsymbol{D}_1$ 时，实际上只进行一次乘法运算，即将其由 $[b_1 \quad b_2 \quad b_3]^{\mathrm{T}}$ 改变为 $[d_{11} \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3]^{\mathrm{T}}$；再前乘 $\boldsymbol{L}_1$ 时，只进行两次乘法，两次加法运算，即将其进一步改变为 $[d_{11}b_1 \quad b_2-l_{21}d_{11}b_1 \quad b_3-l_{31}d_{11}b_1]^{\mathrm{T}}$ 等等。而且，由于系数矩阵高度稀疏，在形成相应因子表过程中，如能不降低这一稀疏度，因子表也将十分稀疏，这样运算量还可大幅度减少。

以上，又提出了在以高斯消元法或三角分解法形成因子表过程中如何保持原有系数矩阵稀疏度的问题。

### 三、节点编号顺序的优先

1. 节点编号顺序与稀疏度的关系

为探讨上述问题，先观察如下实例。设四节点网络的节点编号分别如图 4-19（a）、（b）所示。对应这两种编号方案的节点方程分别为

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{24} & & \\ Y_{31} & & Y_{33} & \\ Y_{41} & & & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} \tag{4-81a}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & & & Y_{14} \\ & Y_{22} & & Y_{24} \\ & & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} \tag{4-81b}$$

对上两式分别进行三次、一次消元运算，消去系数矩阵中第一列后，这两个系数矩阵中非零元素的分布分别为

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * \\ & * & \triangle & \triangle \\ & \triangle & * & \triangle \\ & \triangle & \triangle & * \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} * & & & * \\ & * & & * \\ & & * & * \\ & * & * & * \end{bmatrix} \tag{4-82}$$

式中　“*”——原为非零元；

“△”——消元后新出现的非零元，称注入元。

再分别进行三次、两次消元运算，消去其中第二、第三列，得上三角矩阵中的非零元素分布

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * \\ & * & \triangle & \triangle \\ & & * & \triangle \\ & & & * \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} * & & & * \\ & * & & * \\ & & * & * \\ & & & * \end{bmatrix} \tag{4-83}$$

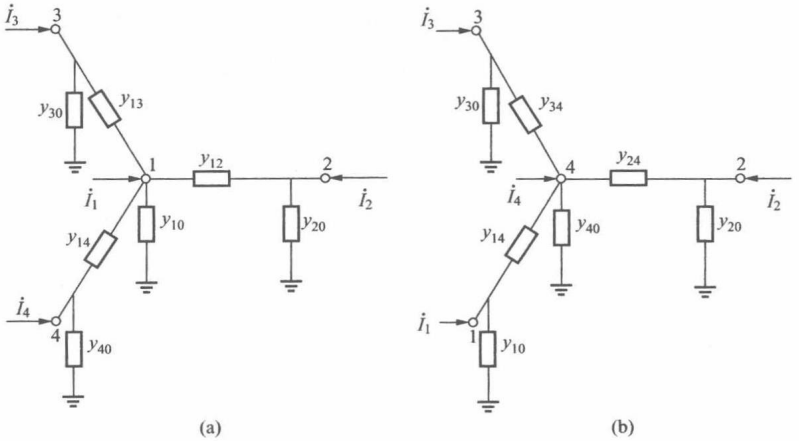



图 4-19　四节点网络的节点编号

(a) 方案一；(b) 方案二

综上所述可见，网络节点按方案一编号时，需经六次消元运算方能进入回代；按方案二编号时，仅需三次消元运算就可进入回代。而且，按方案二编号时的回代过程也较前者简单。

深入一步观察又可发现，这二者的差别关键在于消元过程中是否会发现注入元，而注入元之是否出现又与网络节点编号的顺序，也就是消元的顺序密切相关。换言之，为保持节点导纳矩阵从而保持因子表的稀疏度，降低对存储空间的需求、减少运算量，必须尽可能优化节点编号的顺序。

2. 高斯消元与消去节点的关系

为进一步分析这一问题，先将式（4-82）以及相应的右端项部分展开如下

$$\left[\begin{array}{c:ccc} * & * & * & * \\ \hdashline & Y_{22}-\dfrac{Y_{21}Y_{12}}{Y_{11}} & -\dfrac{Y_{21}Y_{13}}{Y_{11}} & -\dfrac{Y_{21}Y_{14}}{Y_{11}} \\ & -\dfrac{Y_{31}Y_{12}}{Y_{11}} & Y_{33}-\dfrac{Y_{31}Y_{13}}{Y_{11}} & -\dfrac{Y_{31}Y_{14}}{Y_{11}} \\ & -\dfrac{Y_{41}Y_{12}}{Y_{11}} & -\dfrac{Y_{41}Y_{13}}{Y_{11}} & Y_{44}-\dfrac{Y_{41}Y_{14}}{Y_{11}} \end{array}\right] \begin{bmatrix} * \\ \hdashline \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * \\ \hdashline \dot{I}_2-\dot{I}_1\dfrac{Y_{21}}{Y_{11}} \\ \dot{I}_3-\dot{I}_1\dfrac{Y_{31}}{Y_{11}} \\ \dot{I}_4-\dot{I}_1\dfrac{Y_{41}}{Y_{11}} \end{bmatrix} \tag{4-84a}$$

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * \\ & Y_{22} & & Y_{24} \\ & & Y_{33} & Y_{34} \\ & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44}-\dfrac{Y_{41}Y_{14}}{Y_{11}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} * \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} * \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4-\dot{I}_1\dfrac{Y_{41}}{Y_{11}} \end{bmatrix} \tag{4-84b}$$

不难证明，上两式中虚线以下部分其实就是由式（4-81）中第一行解出 $\dot{U}_1$ 并用以消去其他各行中 $\dot{U}_1$ 后的所得。因此，这一消去 $\dot{U}_1$ 的过程，就对应于参考文献［1］中所介绍的负荷移置法、星—网变换法消去节点 1 的过程；不同之处仅在于，采用负荷移置法时，是在全网节点电压都等于额定值的假设条件下，不以电流而以功率表示节点的注入。

先以图 4-19（a）和式（4-84a）说明这一对应关系。说明时，为不失一般性，计及了所有接地支路。由图 4-19（a）采用负荷移置法可列出节点 1 移置到节点 2、3、4 的注入电流分别为

$$\dot{I}_{12}=\dot{I}_1\frac{y_{12}}{y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}}=-\dot{I}_1\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$$

$$\dot{I}_{13}=\dot{I}_1\frac{y_{13}}{y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}}=-\dot{I}_1\frac{Y_{13}}{Y_{11}}$$

$$\dot{I}_{14}=\dot{I}_1\frac{y_{14}}{y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}}=-\dot{I}_1\frac{Y_{14}}{Y_{11}}$$

从而节点 2、3、4 的注入电流分别改变为

$$\dot{I}_2^{(1)}=\dot{I}_2^{(0)}+\dot{I}_{12}=\dot{I}_2-\dot{I}_1\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$$

$$\dot{I}_3^{(1)}=\dot{I}_3^{(0)}+\dot{I}_{13}=\dot{I}_3-\dot{I}_1\frac{Y_{13}}{Y_{11}}$$

$$\dot{I}_4^{(1)}=\dot{I}_4^{(0)}+\dot{I}_{14}=\dot{I}_4-\dot{I}_1\frac{Y_{14}}{Y_{11}}$$

这些就是式（4-84a）右端列向量中的各个元素。

再由图 4-19（a）进行星—网变换消去节点 1 后，节点 2 与节点 3、4、0 之间导纳的变化量分别为

$$\Delta y_{23}=\frac{y_{21}y_{13}}{y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}}=y_{23}$$

$$\Delta y_{24}=\frac{y_{21}y_{14}}{y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}}=y_{24}$$

$$\Delta y_{20}=\frac{y_{21}y_{10}}{y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}}$$

从而节点 2 的自导纳和互导纳分别改变为

$$\begin{aligned} Y_{22}^{(1)}&=y_{20}^{(0)}+\Delta y_{20}+y_{23}+y_{24}=y_{20}^{(0)}+\Delta y_{20}+\Delta y_{23}+\Delta y_{24} \\ &=y_{20}^{(0)}+\frac{y_{21}y_{10}+y_{21}y_{13}+y_{21}y_{14}}{y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}} \\ &=y_{20}^{(0)}+y_{21}^{(0)}-\frac{y_{21}y_{12}}{y_{10}+y_{12}+y_{13}+y_{14}} \end{aligned}$$

$$= Y_{22} - \frac{Y_{21}Y_{12}}{Y_{11}}$$

$$Y_{23}^{(1)} = -(y_{23}^{(0)} + \Delta y_{23}) = -\Delta y_{23} = -\frac{Y_{21}Y_{13}}{Y_{11}}$$

$$Y_{24}^{(1)} = -(y_{24}^{(0)} + \Delta y_{24}) = -\Delta y_{24} = -\frac{Y_{21}Y_{14}}{Y_{11}}$$

这些就是式（4-84a）系数矩阵第二行中各个元素。相似地，可得该系数矩阵第三、第四行中各元素。

显然，以同样方法由图 4-19（b）和式（4-84b）也可说明这一对应关系。

由此可得：以高斯消元法逐列消元，在物理意义上对应于以消去节点法逐个消去节点；消元过程中出现的注入元，在物理意义上对应于由于消去某节点而使本无直接联系的节点对之间新出现的互联支路导纳。

至此可作如下推理：就形成因子表而言，三角分解法与高斯消元法完全等效，而以高斯消元法逐列消元又对应于以消去节点法逐个消去节点，因此可通过考察消去节点以考察因子表的形成。

基于如上关系，高斯消元后如出现注入元，该注入元也将出现在三角分解后所得的上、下三角矩阵中，并将出现在所形成的因子表中。而且，该注入元所在行、列与网络中消去相应节点后新建立互联的节点相对应。于是，可通过直观地分析相应网络消去节点后是否会出现新的互联支路，来分析形成的因子表中是否会出现注入元而降低其稀疏度。这样，就为以下网络节点编号或系数矩阵行列编号优化的讨论创造了条件。

附带指出，由于形成的因子表中可能出现注入元，因此采用前述的按链表存储方案就显得更灵活而适于使用。

3. 节点编号的最优顺序

为探索最优编号顺序，可将图 4-19 中两个编号方案的特点作一比较。方案一中，连接支路数最多的节点编号最小，从而首先将其消去后，将新增三个互联支路 2-3、3-4、4-2，亦即将出现三个注入元。方案二与之相反，连接支路数最多的节点编号最大，从而依次消去其他节点时，不新增互联支路，即不出现注入元。

由此可得：为使节点导纳矩阵消元或分解后基本上保持原有的稀疏度，在进行节点编号时，应对仅有一个支路与之相连的节点先编号；然后对有两个、三个……支路与之相连的节点编号；最后才对连接支路数最多的节点编号。但连接支路数相同的节点编号顺序可颠倒。这就是节点编号最优顺序。与节点编号最优顺序对应的稀疏矩阵行或列编号的最优顺序则为：应对仅有一个非零非对角元的行或列先编号；然后对有两个、三个……非零非对角元的行或列编号；最后才对非零非对角元数最多的行或列编号。但非零非对角元数相同的行或列编号顺序可颠倒。

这种最优顺序的理论根据就在于高斯消元法或三角分解法。

由高斯消元公式可见，消元后出现注入元 $a_{ij}$ 的必要和充分条件是

$$\frac{a_{ik}a_{kj}}{a_{kk}} \neq 0 \quad (i \neq k, j \neq k)$$

或是

$$a_{ki} \neq 0, a_{kj} \neq 0 \quad (i \neq k, j \neq k)$$

由此可见，消去仅有一个非零非对角元的行和列后，不会出现注入元。消去所有元素全是非

零元的行和列后，出现的注入元将使矩阵充满。消去的行和列中非零非对角元数越多，消元后出现注入元的可能性越大。

由三角分解公式可见，分解后出现注入元的必要和充分条件是：

对上三角矩阵 $$\sum_{k=1}^{k=i-1} l_{ik}r_{kj} \neq 0(i<j)$$

对下三角矩阵 $$\sum_{k=1}^{k=j-1} l_{ik}r_{kj} \neq 0(i \geqslant j)$$

这些条件归纳起来就是任意一项 $l_{ik}r_{kj}$ 不等于零。其中，对于上三角矩阵，$k=1, 2, \cdots, i-1$；对于下三角矩阵，$k=1, 2, \cdots, j-1$。而观察如前的 $l_{ik}$ 和 $r_{kj}$ 的展开式又可见，三角矩阵中各行、各列元素是否为非零元与原始矩阵中相应行、列元素之是否为非零元直接有关；三角矩阵中编号较小行、列的非零非对角元越多，编号较大行、列中出现注入元的可能性越大。而将这两者联系起来，自然可得应对原始矩阵中非零非对角元数少的行或列先编号的结论。

如上的编号最优顺序原理大致可形成如下三种方法：

1）静态优化法——按静态连接支路数的多少编号。

这种方法最简单。它就是统计好网络中各节点连接的支路数后，按连接支路数的多少，由少到多，顺序编号。

2）半动态优化法——按动态连接支路数的多少编号。

这种方法最常用。运用这种方法时，先只编一个连接支路数最小的节点号，并立即将其消去；再编消去第一个节点后连接支路数最少的节点号，再立即将其消去……依此类推。之所以要这样，是由于消去某节点后，可能因出现新增支路而使余下节点连接的支路数发生变化，不宜一次将所有节点号都编就。

3）动态优化法——按动态增加支路数的多少编号。

这种方法不常用。运用这种方法时，不首先进行节点编号，而是首先寻找消去后出现的新支路数最少的节点，并为其编号，且立即将其消去；然后再寻找第二个消去后出现的新支路数最少的节点，为其编号，也立即将其消去……依此类推。这样可保证逐个消去节点时出现的新支路数（即注入元数）最少。

显然，同一网络按这三种方法所编节点号往往不同。

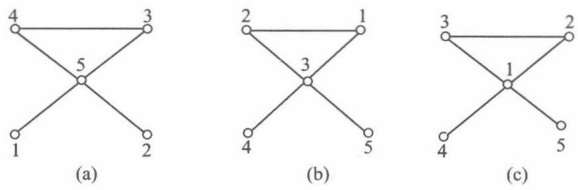



图 4-20 五节点网络的节点编号方案

（$a$）方案一；（$b$）方案二；（$c$）方案三

**【例 4-6】** 简单五节点网络的节点编号方案有三，如图 4-20 所示。试分析以高斯消元法和三角分解法建立的因子表中非零因子的分布，并讨论以静态优化法、半动态优化法和动态优化法对该网络进行节点编号时的最优编号顺序。

**解** 1. 以高斯消元法建立因子表

由式（4-71）可见，因子表中除对角线上因子为相应矩阵对角元的倒数外，其他因子都一一对应于相应行、列的非对角元。因此，如消元过程中始终未出现注入元，因子表的结构就应与原始矩阵一致；而如出现注入元，二者的差异也仅在于这些注入元。

为分析消元过程中是否会出现注入元，可分析与按列消元相对应的消去节点过程中是否会出现新的互连支路。这一消去节点过程示于图 4-21 中。图中，虚线表示新出现的互联支路。由图可见，对于方案一，

消元过程中始终未出现注入元；对于方案二，消去节点 3 后将出现一对注入元；对于方案三，消去节点 1 后即出现五对注入元，以致矩阵将充满非零元。据此，可作高斯消元过程中节点导纳矩阵中非零元的分布，见表 4-16。由表 4-16 又可得因子表中非零因子的分布，见表 4-17。

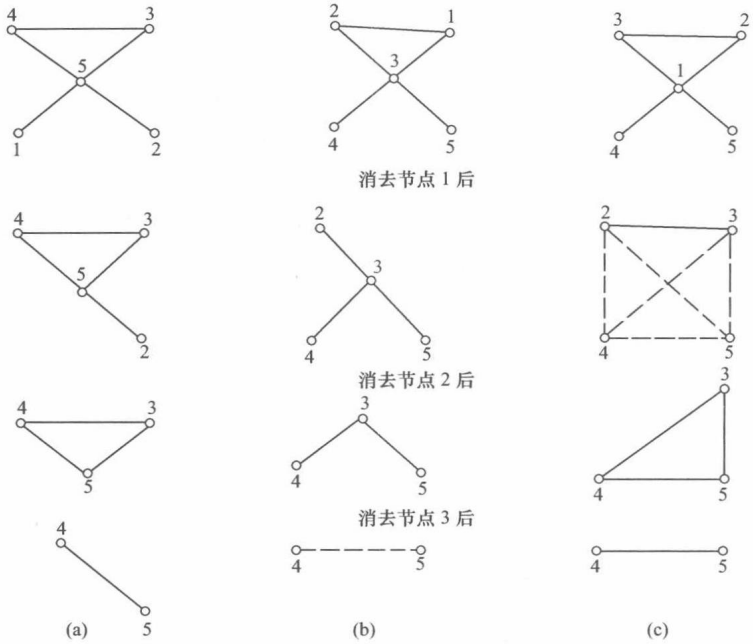



图 4-21　逐个消去节点

(a) 方案一；(b) 方案二；(c) 方案三

**表 4-16　　节点导纳矩阵中非零元素的分布**

| 节点号 | 方案一 | | | | | 方案二 | | | | | 方案三 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | * | | | | * | * | * | * | | | * | * | * | * | * |
| 2 | | * | | | * | * | * | * | | | * | * | * | | |
| 3 | | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | | |
| 4 | | | * | * | * | | | * | * | | * | | | * | |
| 5 | * | * | * | * | * | | | * | | * | * | | | | * |
| 消去节点 1 后 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | * | | | * | | * | * | | | | * | * | Δ | Δ |
| 3 | | | * | * | * | | * | * | * | * | | * | * | Δ | Δ |
| 4 | | | * | * | * | | | * | * | | | Δ | Δ | * | Δ |
| 5 | | * | * | * | * | | | * | | * | | Δ | Δ | Δ | * |
| 消去节点 2 后 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | * | * | * | | | * | * | * | | | * | Δ | Δ |
| 4 | | | * | * | * | | | * | * | | | | Δ | * | Δ |
| 5 | | | * | * | * | | | * | | * | | | Δ | Δ | * |
| 消去节点 3 后 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | * | * | | | | * | Δ | | | | * | Δ |
| 5 | | | | * | * | | | | Δ | * | | | | Δ | * |
| 消去节点 4 后 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | * | | | | | * | | | | | * |

**表 4-17　　以高斯消元法建立的因子表中非零因子的分布**

| 节点号 | 方案一 | | | | | 方案二 | | | | | 方案三 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | * | | | | * | * | * | * | | | * | * | * | * | * |
| 2 | | * | | | * | * | * | * | | | * | * | * | △ | △ |
| 3 | | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | △ | △ |
| 4 | | | * | * | * | | | * | * | △ | * | △ | △ | * | △ |
| 5 | * | * | * | * | * | | | * | △ | * | * | △ | △ | △ | * |

2. 以三角分解法建立因子表

由于式（4-75）所示因子表中各因子与原始矩阵中各元素的关系不如式（4-71）直观，需先将其展开如下

$$l_{11}=a_{11};\quad r_{12}=a_{12}/l_{11};\quad r_{13}=a_{13}/l_{11}$$
$$l_{21}=a_{21};\quad l_{22}=a_{22}-l_{21}r_{12};\quad r_{23}=(a_{23}-l_{21}r_{13})/l_{22}$$
$$l_{31}=a_{31};\quad l_{32}=a_{32}-l_{31}r_{12};\quad l_{33}=a_{33}-l_{31}r_{13}-l_{32}r_{23}$$
$$l_{41}=a_{41};\quad l_{42}=a_{42}-l_{41}r_{12};\quad l_{43}=a_{43}-l_{41}r_{13}-l_{42}r_{23}$$
$$l_{51}=a_{51};\quad l_{52}=a_{52}-l_{51}r_{12};\quad l_{53}=a_{53}-l_{51}r_{13}-l_{52}r_{23}$$
$$r_{14}=a_{14}/l_{11};\quad r_{15}=a_{15}/l_{11}$$
$$r_{24}=(a_{24}-l_{21}r_{14})/l_{22};\quad r_{25}=(a_{25}-l_{21}r_{15})/l_{22}$$
$$r_{34}=(a_{34}-l_{31}r_{14}-l_{32}r_{24})/l_{33};\quad r_{35}=(a_{35}-l_{31}r_{15}-l_{32}r_{25})/l_{33}$$
$$l_{44}=a_{44}-l_{41}r_{14}-l_{42}r_{24}-l_{43}r_{34}$$
$$r_{45}=(a_{45}-l_{41}r_{15}-l_{42}r_{25}-l_{43}r_{35})/l_{44}$$
$$l_{54}=a_{54}-l_{51}r_{14}-l_{52}r_{24}-l_{53}r_{34}$$
$$l_{55}=a_{55}-l_{51}r_{15}-l_{52}r_{25}-l_{53}r_{35}-l_{54}r_{45}$$

然后以原始矩阵中各元素代入，可得上、下三角矩阵中非零元，从而得因子表中非零因子的分布见表 4-18。

**表 4-18　　以三角分解法建立的因子表中非零因子的分布**

| 节点号 | 方案一 | | | | | 方案二 | | | | | 方案三 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | * | | | | * | * | * | * | | | * | * | * | * | * |
| 2 | | * | | | * | * | * | * | | | * | * | * | △ | △ |
| 3 | | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | △ | △ |
| 4 | | | * | * | * | | | * | * | △ | * | △ | △ | * | △ |
| 5 | * | * | * | * | * | | | * | △ | * | * | △ | △ | △ | * |

表 4-18 与表 4-17 的完全一致是可以预期的。

3. 节点编号顺序的静态、半动态和动态优化

显然，图 4-20（a）所示就是以静态优化法确定的节点编号最优顺序。

参照该图，以半动态优化法确定编号顺序时，图中原编号为 1、2 的两个节点不必更改。但依次消去这两个节点后余下的三个节点号可任意编排，因它们都处于同样条件下，即每个节点都连接两个支路。

以动态优化法确定编号顺序时，该图中原编号为1、2、3、4的四个节点中任何一个都可首先消去，因消去后不会出现注入元。例如，首先消去节点3，则消去该节点后虽节点4、5之间将增加一互连支路，但由于节点4、5原已互连，只会改变互连支路的导纳而不会出现注入元。但如首先消去节点3，则第二个消去的不应是原编号为5的节点，否则将出现三对注入元。

## *第六节　电力系统状态估计与最优潮流简介

### 一、状态估计简介

1. 概述

随着电力系统的迅速发展，电力网络的结构及运行方式日趋复杂，电网规模也日益庞大。为保证系统的安全经济运行，防止大系统的崩溃和地区电网的供电中断，供电企业安装了许多监控和数据采集（Supervisory Control and Data Acquisition，简称SCADA）装置。这些装置采集电网中的母线电压、线路功率、负荷功率、开关状态等信息，并通过信息网络将采集的数据传送至能量控制中心（一般是各级电力调度中心）的计算机监控系统。所获得的数据用于一系列应用程序，其中一些用于保证系统的经济运行，另一些则对系统发生设备或线路故障时进行安全性评估分析，并最终构成了能量管理系统（Energy Management System，EMS）。

EMS系统以SCADA为基础，实现对电力系统的运行监视、预测、安全评估及调度控制等功能。而在做出安全评估或进行控制之前，必须可靠地估计出系统的当前状态，以真实可信的实时数据作为一系列应用的基础。电力系统状态估计（Power System State Estimation）就是保证电力系统实时数据质量的重要一环，它为其他应用程序的实现奠定了基础。

状态估计就是根据可获取的量测数据估算动态系统内部状态的方法。依观测数据与被估状态在时间上的相对关系，状态估计可区分为平滑、滤波和预报三种情形。为了估计$t$时刻的状态$x(t)$，如果可用的信息包括$t$以后的观测值，就是平滑问题；如果可用的信息是时刻$t$以前的观测值，估计可实时地进行，称为滤波问题；如果必须用时刻$t-\Delta$以前的观测来估计经历了$\Delta$时间之后的状态$x(t)$，则是预报问题。

电力系统状态估计属于滤波问题，是对系统某一时间断面的遥测量和遥信信息进行数据处理，确定该时刻的状态量的估计值。由于这种估计是在静态的时间断面上进行，故属于静态估计。

电力系统的监测装置采集的信息有各种等模拟量，如母线电压、线路功率、负荷功率，以及各种开关量（断路器、隔离开关等位置信息）等。对于模拟量，一般要经过互感器、功率变换器、A/D转换器量化成数字量，并通过通信传送到控制中心。这些环节均可能有噪声或误差干扰。对于开关量，也有可能在传输环节由于通信状态定义不一致造成开关位置错误。此外，由于采集装置的位置装设原因，也会造成某些地区的信息无法直接获取。但是，由于采集装置获取的量测信息对于获取系统运行状态是足够多的，并且有一定的冗余，因此，可以利用冗余的量测量，对带有噪声甚至错误的数据进行分析，得出系统真实的运行状态。

电力系统状态估计主要是指实时潮流的状态估计，它的作用是，对于给定的系统构成及量测配置，能估计出系统的真实状态，即各母线上的电压相角与模值及各元件上的潮流。它不仅能检验开关状态，去除不良数据，提高数据精度，还可计算出难以测量的电气量，相当

于补充了量测量。状态估计为建立一个高质量的数据库提供数据信息，以便于进一步实现在线潮流、安全分析及经济调度等功能。

状态估计具有网络接线分析（又称网络拓扑）、可观测性分析、状态估计计算、不良数据检测与辨识、网络监视、变压器抽头估计、量测配置评价优化、量测误差估计等功能。目前的电力系统状态估计功能在 EMS 系统中是以一个（组）程序模块功能实现的，在实际应用中，状态估计的运行周期是 1～5min，有的达到数十秒级。

状态估计是由美国 MIT 的 F. C. Schweppe 教授于 20 世纪 70 年代引入电力系统的，利用的是基本加权最小二乘法。其后，各国学者作了大量的工作，研究范围也由算法研究扩展至可观测性分析，拓扑错误检测，不良数据的检测、辨识等方面。在网络等级上，也由高压网络扩展至配电网。

20 世纪 70 年代中期，我国开始研究这一课题并取得许多成果。20 世纪 70 年代后期试验了各种算法，70 年代末提出了许多不良数据估计辨识法，1980 年成功地完成了京津唐电力系统实时试验，1985 年湖北电网开始使用，80 年代末期完成了正交化算法、量测误差在线估计，等等。我国在电力系统状态估计方面，无论是在理论、模型和算法方面，还是在软件设计和实际运行方面，均居国际领先地位。

2. 状态估计方法与原理简介

（1）网络接线分析。

网络接线分析又称网络拓扑（Network Topology）。网络接线分析的任务是实时处理开关信息的变化，根据电网中断路器、隔离开关等逻辑设备的状态以及各种元件的连接关系产生电网计算用的母线和网络模型，并随之分配量测量和注入量等数据，给应用程序提供新接线方式下的信息与数据。接线分析是状态估计计算的基础，同时，接线分析也可以用于调度员潮流、预想事故分析和调度员培训模拟等网络分析应用软件。

接线分析时，通过闭合的开关刀闸连接在一起的节点（包含通常说的厂站母线，不包括线路、变压器）形成一个计算用的母线节点。母线节点中所包含的所有物理节点电压相等。

网络拓扑分析了每一母线所连元件的运行状态（如带电、停电、接地等）及系统是否分裂成多个子系统，并能在图形界面上实现拓扑着色。

网络拓扑可分为系统全网络拓扑和部分拓扑，在状态估计重新启动或开关刀闸状态变化较大时，使用系统全网络拓扑，以后则对变位厂站进行部分拓扑。由于系统全网络拓扑要搜索系统内的所有设备，因此需要时间长一些，而部分网络拓扑只对变位开关刀闸相关设备搜索，因此速度要快。

（2）可观测性分析及量测配置评价与优化。

1）可观测性分析。

状态估计计算是在特定的网络接线及量测量配置情况下进行的，在计算之前，应当对系统量测是否可以在该网络接线下进行状态估计计算加以分析，以免状态估计计算无法进行。这种分析就是可观测性分析。

当收集到的量测量通过量测方程能够覆盖所有母线的电压幅值和相角时，通过状态估计可以得到这些值，则称该网络是可观测的。网络的可观测性决定于网络结构及量测配置。

在可观测性中需研究的主要问题是：分析系统可观测性；当系统不可观测时，决定是否存在一个小于原网络的较小网络范围，可以进行状态估计计算。这个较小的系统网络，被称

为可观测岛。

当系统不可观测时，另外一个解决办法是：人为添加预测数据及计划型数据作为伪量测量，以使估计可以正常进行。

可观测性分析有两类算法：一类是逻辑（拓扑）方法，另一类是数值分析方法。通常数值分析方法比较直接，但所需时间比较多。

2）状态估计与常规潮流计算的区别。

常规潮流计算程序的输入通常是负荷母线的注入功率 $P$、$Q$，以及电压可控母线的 $\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{U}$ 值，一般是根据给定的 $n$ 个输入量测量 $\boldsymbol{z}$ 求解 $n$ 个状态量 $\boldsymbol{x}$，而且满足以下条件

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) \tag{4-85}$$

式中，$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ 是以状态量 $\boldsymbol{x}$ 及导纳矩阵建立的量测函数向量，量测个数与状态量个数一致。因此，哪怕这些输入量 $\boldsymbol{z}$ 中有一个数据无法获得，常规的潮流计算也无法进行。此外，当一个或多个输入量 $\boldsymbol{z}$ 中存在粗差（Gross Error，又称不良数据）时，也会导致潮流计算结果状态量 $\boldsymbol{x}$ 出现偏差而无用。

状态估计则不同，在实际应用中，可以获取其他一些量测量，譬如线路上的功率潮流值 $P$、$Q$ 等。这样，量测量 $\boldsymbol{z}$ 的维数 $\boldsymbol{m}$ 总大于未知状态量 $\boldsymbol{x}$ 的维数 $n$。

而且，由于量测量存在误差，式（4-85）将变成

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{v} \tag{4-86}$$

注意到 $\boldsymbol{z}$ 是观测到的量测值，式（4-86）可以理解成：如果以真实的状态向量 $\boldsymbol{x}$ 构成测量函数 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$，则量测真值还要考虑加上量测噪声 $\boldsymbol{v}$ 的影响后，才是观测到的量测值 $\boldsymbol{Z}$。

从计算方法上看，对状态估计模型式（4-86），采用了与常规潮流完全不同的方法，一般是根据一定的估计准则，按估计理论的处理方法进行计算。

3）量测与量测冗余度。

在电力系统状态估计中，量测冗余度是指量测量个数 $m$ 与待估计的状态量个数 $n$ 的比值 $m/n$。一般情况下，这一比值大于 1，意味着量测有冗余。冗余量测的存在是状态估计可以实现提高数据精度的基础。

总的来说，$m/n$ 越大，系统冗余度越高，对状态估计采用一定的估计方法排除不良数据以及消除误差影响就越好。但是，冗余度高，也不一定代表系统可观测或一定可以检测出不良数据，因为冗余度仅仅反映了量测总体数量，没有反映量测的分布情况。可能出现的情况是，在冗余度高的情况下，如果局部区域的量测数量偏低，也会造成系统总体不可观测。

可观测性分析是可检测和可辨识分析的基础，在可观测性中，还有一些术语与可检测、可辨识性相关。

关键量测：关键量测被定义为，若失去该量测，系统不可观测。关键量测有如下性质，关键量测上的残差为零，即关键量测点为精确拟合点。关键量测的存在使原先的若干可观察岛联系起来，保证了整个系统的可观察性。但由于关键量测总是精确拟合，关键量测处的状态估计解无任何滤波效果。在极端情况下，对一个无任何冗余的可观察系统尽管可以进行状态估计，但是所有残差都为零，无法辨识任何不良数据，这种情况类似于潮流解。

关键量测组：关键量测组又称为坏数据组（Bad Data Groups）或最小相关集（Minimally Dependent Set）。关键量测组被定义为，如果从关键量测组中去掉一个量测，则剩余量测

成为关键量测。对关键量测组中的量测，采用最小二乘法计算后，所有量测的加权残差绝对值相等或相近。关键量测组可以是系统中的两个或若干个量测。关键量测组中，如果仅仅出现一个不良数据，可以用启发式方法逐一验证后排除，但是如果出现多于一个不良数据，将不可辨识。

可见，关键量测或关键量测组的存在对数据的可检测与可辨识性有不良影响。其中的一个解决办法是均匀配置量测，避免局部的量测冗余度偏低。但是，由于量测配置过多又造成投资过大，因此，一些文献对量测系统进行分析评价，以达到量测配置可靠性与经济性的统一。

（3）状态估计的数学描述。

状态估计计算是状态估计的核心，一般意义的状态估计是指估计计算功能，或称状态估计器（State Estimator）。

估计计算主要涉及估计方法或算法的研究。这类方法有两大类：

一类是基于传统的统计方法，这类方法假设量测量误差分布属于正态分布。这类方法主要有目前广泛采用的最小二乘算法，并发展了快速分解法、正交化算法等。其特点之一是算法计算过程与不良数据的检测辨识过程是分离的。

第二类是属于稳健估计（Robust Estimation）的方法，这类方法不认为量测量符合正态分布，属于有偏估计。其特点是从理论上计算过程与不良数据的检测辨识甚至排除一体化。这类方法有基于 Huber 分布的加权最小绝对值估计等。

这些方法将在研究生课程中学习。以下主要介绍电力系统状态估计中的数学描述。

状态估计的量测量主要来自于 SCADA 的实时数据，在量测不足之处可以使用预测及计划型数据作为伪量测量。另外，根据基尔霍夫定律可得到部分必须满足的伪量测量。

量测向量为

$$\boldsymbol{z}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{ij}\\ \boldsymbol{Q}_{ij}\\ \boldsymbol{P}_{i}\\ \boldsymbol{Q}_{i}\\ \boldsymbol{U}_{i}\end{bmatrix} \tag{4-87}$$

式中 $\boldsymbol{z}$——量测向量，维数为 $m$；

$\boldsymbol{P}_{ij}$——支路 $ij$ 有功潮流量测量；

$\boldsymbol{Q}_{ij}$——支路 $ij$ 无功潮流量测量；

$\boldsymbol{P}_{i}$——母线 $i$ 有功注入功率量测量；

$\boldsymbol{Q}_{i}$——母线 $i$ 无功注入功率量测量；

$\boldsymbol{U}_{i}$——母线 $i$ 的电压幅值量测量。

这里 $ij$ 表示所有量测的支路，既表示线路又表示变压器，而且还表示起端和终端；$i$ 则表示有量测的母线，是指与此母线有连接的机组和负荷均有量测。

待求的状态量是母线电压

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}\theta_{\mathrm{i}}\\ \mathrm{U}_{\mathrm{i}}\end{bmatrix} \tag{4-88}$$

式中 $\boldsymbol{x}$——状态向量；

$\theta_i$——母线 $i$ 的电压相角；

$U_i$——母线 $i$ 的电压幅值。

量测方程是用状态量表达的量测量

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}P_{ij}(\theta_{ij},U_{ij})\\Q_{ij}(\theta_{ij},U_{ij})\\P_i(\theta_{ij},U_{ij})\\Q_i(\theta_{ij},U_{ij})\\U_i(U_i)\end{bmatrix}\tag{4-89}$$

式中：$\boldsymbol{h}$——量测方程向量，$m$ 维。

$P_{ij}(\theta_{ij},U_{ij})$，$Q_{ij}(\theta_{ij},U_{ij})$，…，$U_i(U_i)$ 均是网络方程，分别表示为

$$P_{ij}=U_i^2g-U_iU_jg\cos\theta_{ij}-U_iU_jb\sin\theta_{ij}\tag{4-90}$$

$$Q_{ij}=-U_i^2(b+y_c)-U_iU_jg\sin\theta_{ij}+U_iU_jb\cos\theta_{ij}\tag{4-91}$$

$$\theta_{ij}=\theta_i-\theta_j\tag{4-92}$$

$$P_i=\sum_{j\in i}U_iU_j(G_{ij}\cos\theta_{ij}+B_{ij}\sin\theta_{ij})\tag{4-93}$$

$$Q_i=\sum_{j\in i}U_iU_j(G_{ij}\sin\theta_{ij}+B_{ij}\cos\theta_{ij})\tag{4-94}$$

式中　$g$、$b$——线路 $ij$ 的电导、电纳；

$y_c$——线路对地电纳；

$G_{ij}$、$B_{ij}$——导纳矩阵中元素 $ij$ 的实部、虚部。

实际上，$\boldsymbol{P}_i$ 和 $\boldsymbol{Q}_i$ 就是所连支路潮流 $\boldsymbol{P}_{ij}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{ij}$ 的代数和（包括电容器和电抗器），上述量测方程属非线性方程。

对量测量与状态量，考虑到量测误差的存在，电力系统状态估计问题的非线性量测方程为

$$\boldsymbol{z}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{v}\tag{4-95}$$

式（4-95）中，$\boldsymbol{z}$ 是 $m\times1$ 量测向量，$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ 是 $m\times1$ 非线性量测函数向量，$\boldsymbol{v}$ 是 $m\times1$ 量测误差向量，$\boldsymbol{x}$ 为 $n\times1$ 状态向量，$m$、$n$ 分别是量测量及状态量的个数。

量测方程中，量测量的维数大于状态量的维数，而且量测量存在随机误差，因此，方程组存在矛盾方程。这样，不能直接解出状态量的实际数值，但可以用拟合的办法根据带误差的量测量求出系统状态在某种估计意义上的最优估计值。

## 二、最优潮流简介

### 1. 概述

最优潮流的概念是 20 世纪 60 年代初期法国学者 Carpentien 提出的。其将电力系统经济调度和潮流计算有机地融合在一起。即以潮流方程为基础，进行经济与安全、有功与无功的全面优化。从数学角度看最优潮流是一个大型的多约束非线性规划问题。它的关键技术是计算函数不等式约束，解决非线性收敛问题和考虑离散变量问题。最优潮流问题可描述为在满足等式约束（潮流方程）和不等式约束（安全限制）的条件下，求得一组控制变量和状态变量的值，使系统的目标函数达到最优。最常用的目标函数是系统发电费用最小，有功网损最小。此外，对不同目的可选择多种目标函数，如无功补偿效益最大、系统交换功率最小、切除负荷量最小和功率调整量最小等。等式约束条件一般是各母线潮流方程。不等式约束条件

表示安全或质量约束，主要有非控制母线电压以及线路的有功和无功潮流。

由于最优潮流是一种同时考虑安全性和经济性的分析方法，因此它在电力系统安全运行、经济调度、电网规划、电力系统可靠性分析、电力市场环境下的电力系统运行等方面都得到了广泛的应用。

2. 最优潮流的数学模型

最优潮流在数学上属优化类问题。优化问题的数学模型可描述为确定一组最优控制变量 $u$，在满足等式约束和不等式约束的条件下，使目标函数达到极值（可为极大值或极小值）。

通常的数学描述为

目标函数 $$\min f(x) \tag{4-96}$$

约束条件 $$g(x)=0$$

$$h(x)\leqslant 0$$

目标函数中的 $x$ 包括系统的控制变量和状态变量。$g(x)$ 是等式约束；$h(x)$ 是不等式约束，它分为变量不等式和函数不等式两种。

因此最优潮流数学上可描述为在网络结构、参数和系统负荷给定的条件下，确定系统的控制变量 $u$，使某一给定的目标函数取极小值。系统的控制变量 $u$ 一般有：发电机有功输出功率、机端电压、可调变比变压器分接头等。最优潮流的目标函数通常选取为：系统的发电费用（或发电煤耗）最小，系统的网损最小，等等。等式约束为潮流方程。不等式约束包括控制变量的约束和状态变量的约束。控制变量的约束主要有：发电机有功输出的功率上下限、发电机端电压上下限、变压器变比上下限约束等。状态变量的约束主要有：负荷母线节点电压幅值上下限约束，各种函数不等式约束。如线路传输功率的限值约束、发电机无功输出的功率上下限约束等。根据不同的应用，还有很多不等式约束，在此不一一列举。

3. 最优潮流的主要求解方法简介

最优潮流是一类有约束的非线性规划问题，其求解过程是一个迭代过程。对处理约束条件方法不同和对迭代过程中修正量处理的不同，派生出不同的最优潮流的经典求解方法。主要有简化梯度法、牛顿法、解耦法、内点法等。

简化梯度法是以极坐标形式的牛顿—拉夫逊法潮流计算为基础，对等约束采用拉格朗日乘子法处理，对不等约束用 Kuhn-Tucker 罚函数处理，只对控制变量沿负梯度方向进行寻优，具有一阶收敛性。这种方法原理和程序都较为简单，但计算量大，且罚因子数值的选取对算法的收敛速度影响很大。该法是最初研究的最优潮流方法。

牛顿法最优潮流是一种具有二阶收敛特性的算法。该法是对全变量进行修正即包括控制变量和状态变量。它除了利用目标函数的一阶导数外，还利用了目标函数的二阶导数，考虑了梯度变化的趋势，其搜索方向比梯度法好，能较快找到最优点。本方法充分利用了电力网络的物理特征，应用了稀疏技术，同时直接对拉格朗日函数的 Kuhn-Tucker 条件进行牛顿法迭代求解，收敛速度快。该方法已经进入了实用化阶段。

最优潮流解耦法将最优潮流的整体最优问题分解为有功优化和无功优化两个子优化问题，交替迭代求解，最终达到有功、无功综合优化。该方法对两个子问题可用不同的优化方法求解。这种方法使规模很大的问题变成两个规模较小的子问题串行迭代求解，可节约内存，提高计算速度。

现将牛顿法最优潮流作一简单介绍。

将式（4-96）的优化问题转换为只包含等式约束的优化问题，即

$$\min f(x) \tag{4-97}$$
$$F(x)=0$$

$F(x)=0$ 式中包含等式约束和不等约束中因越界转化为等式的方程。对于上述优化问题构造以下拉格朗日函数求解

$$L(Z、\lambda)=C(Z)+\lambda^{\mathrm{T}}F(Z)$$

该函数满足优化的 Kuhn-Tucker（简称 K-T）条件是

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial z}&=\frac{\partial C}{\partial z}+\frac{\partial F^{\mathrm{T}}}{\partial z}\lambda=0\\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}&=F(z)=0\end{aligned}\right\} \tag{4-98}$$

对于这组以 $Z$ 和 $\lambda$ 为变量的非线性方程组用牛顿法求解。对式（4-98）用迭代方法计算 $\Delta z$ 和 $\Delta\lambda$，进行 $z$ 和 $\lambda$ 的修正，直到 K-T 条件满足。

与常规潮流不同的是，在最优潮流迭代过程中潮流方程并不满足，只有在最优点处潮流方程才满足。最优潮流的难点在于如何确定起作用的不等式约束集。对该问题的了解可参考有关文献。

## 小　结

本章阐述了四个问题：复杂网络数学模型的建立，节点电压方程的解算，解线性方程组的稀疏技术，状态估计和最优潮流简介。

明确了网络结构和各元件参数，就可着手求取网络方程的系数矩阵，即导纳矩阵或阻抗矩阵，从而建立网络方程。

在这些系数矩阵中，节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$ 的求取最简单，通常可按自导纳和互导纳的定义由 $Y_{ii}=y_{i0}+\sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{j=n}y_{ij}$，$Y_{ij}=-y_{ij}$ 直接计算其中各元素。

节点阻抗矩阵 $Z_B=Y_B^{-1}$ 通常都用支路追加法逐步形成。采用支路追加法时，应首先区分追加的是树支还是链支。追加树支 $Z_{ii}+z_{ij}$；追加链支时，矩阵的行和列虽不增加，其中的各个元素却都要修正为 $Z'_{\mathrm{pq}}=Z_{\mathrm{pq}}-\dfrac{Z_{\mathrm{p}l}Z_{l\mathrm{q}}}{Z_{ll}}$，式中，$Z_{\mathrm{p}l}=Z_{\mathrm{p}i}-Z_{\mathrm{p}j}$，$Z_{l\mathrm{q}}=Z_{i\mathrm{q}}-Z_{j\mathrm{q}}$，$Z_{ll}=Z_{ii}+Z_{jj}-2Z_{ij}+z_{ij}$。

建立了网络的节点电压方程，余下的就主要是数值计算问题。又因节点电压方程有线性 $\boldsymbol{Y}_B\boldsymbol{U}_B=\boldsymbol{I}_B$ 和非线性 $\boldsymbol{Y}_B\boldsymbol{U}_B=\left[\dfrac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{U}}\right]_B^*$ 之分，数值计算方法相应地也有直接法和迭代法之别。但当前的潮流计算程序几乎无例外地采用迭代法解非线性方程。

解这种非线性网络方程之前，首先要确定一个平衡节点，并根据需要与可能，将其他节点分为 PQ 节点和 PV 节点两类。

解算方法可大致分高斯—塞德尔法和牛顿—拉夫逊法两类。P-Q 分解法则派生于牛顿—

拉夫逊法。虽然，某些程序还采用高斯—塞德尔法和牛顿—拉夫逊法配合使用的方案。

运用高斯—塞德尔法时，可直接迭代解如下的网络方程式

$$\dot{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - jQ_i}{\overset{*}{U}_i^{(k)}} - \sum_{j=1}^{j=i-1} Y_{ij}\dot{U}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{j=n} Y_{ij}\dot{U}_j^{(k)}\right]$$

$$i = 1,2,\cdots,n, i \neq s$$

求各节点电压。

运用牛顿—拉夫逊法或 $PQ$ 分解法时，每次迭代都要先解修正方程式，然后用解得的各节点电压变量（修正量）求各节点电压的新值（修正后值）。这些修正方程式分别为

牛顿—拉夫逊法

用直角坐标表示时

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P} \\ \Delta \boldsymbol{Q} \\ \Delta \boldsymbol{U}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{N} \\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L} \\ \boldsymbol{R} & \boldsymbol{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{f} \\ \\ \Delta \boldsymbol{e} \end{bmatrix}$$

用极坐标表示时

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P} \\ \Delta \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{N} \\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta} \\ \Delta \boldsymbol{U}/\boldsymbol{U} \end{bmatrix}$$

$PQ$ 分解法

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P}/\boldsymbol{U} \\ \Delta \boldsymbol{Q}/\boldsymbol{U} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}' & \\ & \boldsymbol{B}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}\Delta \boldsymbol{\delta} \\ \Delta \boldsymbol{U} \end{bmatrix}$$

它们的解算步骤大体是：设一组节点电压 $f_i$、$e_i$ 或 $\delta_i$、$U_i$；求功率和电压的不平衡量 $\Delta P_i$、$\Delta Q_i$、$\Delta U_i^2$；求雅可比矩阵的各个元素 $H_{ij}$、$N_{ij}$、$J_{ij}$、$L_{ij}$、$R_{ij}$、$S_{ij}$；解修正方程式。$PQ$ 分解法与牛顿—拉夫逊法的主要不同在于迭代过程中不必修改系数矩阵 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$。

不论采用哪一种方法解算，都要在迭代收敛后才计算平衡节点功率和线路功率。而迭代收敛的判据则是电压变量或功率不平衡量小于某一给定值。

不论采用哪一种方法解算，都可能出现 PV 节点无功功率越限的情况。这时，$PV$ 节点就应转化为 $PQ$ 节点，而此时这些节点的无功功率就取它们的上限 $Q_{i\max}$ 或下限 $Q_{i\min}$。

由于修正方程式的系数矩阵高度稀疏，它们的解算可利用这种稀疏性以节约存储空间和减少运算量。而相应的技术则称稀疏技术，其中包括稀疏矩阵的存储、因子表法及其应用和节点编号顺序的优化。

稀疏矩阵的存储技术旨在避免储存零元素以压缩存储空间，常用的存储方式有按顺序存储和按链表存储两种。

因子表法是常用的解线性矩阵方程的方法之一，旨在减少运算量，尤其是重复解算常系数方程时的运算量。但在运用因子表时，也能顾及节约存储空间的要求。形成因子表的方法有高斯消元法和三角分解法，二者完全等效。

优化节点编号的目的在于减少形成因子表时出现的注入元以节约存储空间和运算量。优化方法有静态优化法、半动态优化法和动态优化法，以半动态优化法最常用。

本章最后对电力系统的状态估计与最优潮流作了简单介绍。

# 第五章　电力系统的有功功率和频率调整

第三、四章涉及电力系统正常、稳态运行状况的分析和计算。本章与第六章是前两章的继续和发展。因这两章将阐述正常、稳态运行状况的优化和调整，亦即保证正常、稳态运行时的电能质量和经济性问题。

衡量电能质量的指标如第一章中所述，有频率质量、电压质量和波形质量，分别以频率偏移、电压偏移和波形畸变率表示。衡量运行经济性的主要指标是比耗量和线损率。比耗量是指为生产单位电能所需消耗的一次能源。就火电厂而言，是指以 g/(kW·h) 表示的煤耗率。线损率或网损率则已如第一章中所述。这些技术经济指标中，除波形指标外，均直接与系统中有功、无功功率的分配以及频率、电压的调整有关。而这两方面正分别是这两章中将讨论的主要内容。至于波形质量，由于涉及电力系统中的谐波及其抑制，不属本书范畴。

本章主要阐述电力系统中有功功率的最优分布和电力系统的频率调整两个问题。而前者又可进而分有功功率负荷预计、有功功率电源的最优组合、有功功率负荷在已运行机组间的最优分配等几方面。

## 第一节　电力系统中有功功率的平衡

### 一、有功功率负荷的变动和调整控制

虽然第二章中曾将系统中负荷随时间而变动的规律以阶梯形负荷曲线表示，但实际上系统中的负荷无时无刻不在变动。它的实际变动规律应如图 5-1 所示。

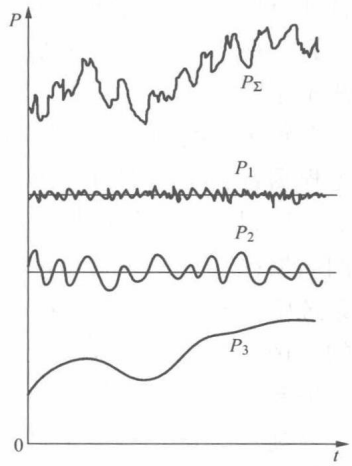



图 5-1　有功功率负荷的变动

$P_1$—第一种负荷变动；

$P_2$—第二种负荷变动；

$P_3$—第三种负荷变动；

$P_\Sigma$—实际不规则的负荷变动

深入分析这种不规则的负荷变动规律可见，它其实是几种负荷变动规律的综合。反而言之，可将这种不规则的负荷变动规律分解为几种有规律可循的负荷变动。例如，图 5-1 中将其分解为三种。第一种变动幅度很小，周期又很短，这种负荷变动有很大的偶然性。第二种变动幅度越大，周期也越长，属于这一种的主要有电炉、压延机械、电气机车等带有冲击性的负荷变动。第三种变动幅度最大，周期也最长，这一种是由于生产、生活、气象等变化引起的负荷变动。第三种负荷变动基本上可以预计，而第二章中阶梯形负荷曲线所反映的基本上也是这种负荷变动规律。因此，简言之，电力系统中负荷变动的幅度越大，周期就越长。负荷变动的幅度和周期大致有图 5-2 中曲线所示的关系。

据此，电力系统的有功功率和频率调整大体上也可分一次、二次、三次调整三种。一次调整或频率的一次调整是指

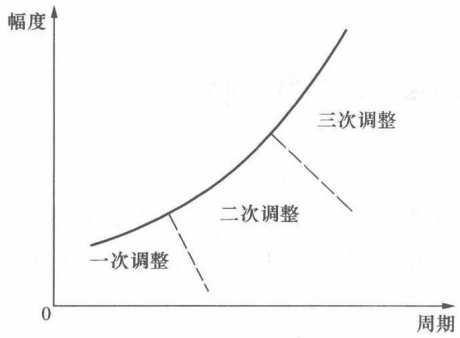



图 5-2 调频任务的分配

由发电机组的调速器进行的、对第一种负荷变动引起的频率偏移的调整。二次调整或频率的二次调整是指由发电机的调频器进行的，对第二种负荷变动引起的频率偏移的调整。三次调整的名词不常用，它其实是指按最优化准则分配第三种有规律变动的负荷，即责成各发电厂按事先给定的发电负荷曲线发电。在潮流计算中除平衡节点外其他节点的注入有功功率之所以可给定，就是由于系统中绝大部分发电厂属这种类型。这类发电厂又称负荷监视厂。至于潮流计算中的平衡节点，如前所述，一般可取系统中担负调频任务的发电厂母线。这其实是指担负二次调整任务的发电厂母线。

近年来，由于普遍缺电，在我国出现了与上述一次、二次、三次调整迥然不同的另一种调整手段，称负荷控制。所谓负荷控制是指个别负荷量大或长时间超计划用电以致影响系统运行质量时，由系统运行管理部门在远方将其部分或全部切除的控制方式。这显然是一种不得已而采用的控制方式。鉴于这种控制方式目前在技术上还不够成熟，本书不拟作深入介绍。

以下仍讨论有功功率和频率的调整。先讨论三次调整，再讨论一次、二次调整。而为讨论三次调整，需先作第三种负荷变动的预计。

**二、有功功率负荷曲线的预计**

进行有功功率和频率的三次调整时，引以为据的多半是有功功率日负荷曲线。预计有功功率日负荷曲线的方法不止一种，但都要运用累积的运行记录。而如累积的实测负荷曲线为图 5-1 中曲线 $P_3$ 所示的连续曲线，则往往还需对它们加工。加工的原则是：加工前后两种曲线上最大、最小负荷等特征点应一致；两种曲线下的面积，即负荷消费的电能应一致。换言之，不应在加工过程中带来附加误差。加工方法示于图 5-3。

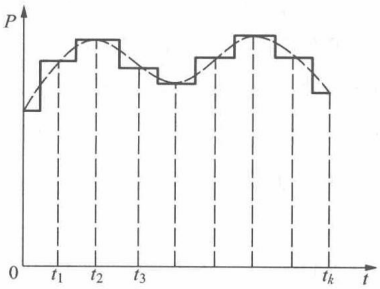



图 5-3 负荷曲线的加工

多年来，编制预计系统有功功率日负荷曲线的要点无非是根据各大用电量用户申报的未来若干天的预计负荷，参照长期累积的实测数据，汇总、调整用户的用电，并加以网络损耗。而在编制预计负荷曲线的同时，还应切实掌握系统中各发电厂预计可投入的发电设备和发电容量。在这可投入的发电容量中扣除各发电厂的厂用电，就是可承担系统负荷的容量。

编制预计负荷曲线时，网络损耗和厂用电是两个重要指标，因为只有这两个指标确定后，才能最终确定系统的总负荷。网络损耗由两部分组成，一部分与负荷大小无关，称不变损耗，主要是系统中变压器的空载损耗；另一部分与负荷的平方成正比，称可变损耗，主要是系统中变压器和线路电阻中的损耗，包括不变损耗和可变损耗在内的网络总损耗一般约为系统总负荷的 6%～10%。至于厂用电，水电厂的厂用电相当小，仅为电厂最大负荷的 0.1%～1%；火电厂的厂用电大得多，约为 5%～8%；原子能电厂的厂用电则为 4%～5%。

编制预计负荷曲线时，对气象条件的变化应特别注意。例如，雨天，农灌负荷将下降；阴天，照明负荷将上升；高温，空调负荷将明显增加。而准确估计气象条件变化引起的负荷变动，又与编制人员的工作经验有关。

因为有足够资料和经验，所以运用上述方法编制的预计负荷曲线可以有一定的精确度。然而，近年来，这种凭经验作直觉判断的方法已经被一些更科学的统计分析方法所替代，如回归分析、时间序列分析、神经网络等。这些方法可利用编就的标准程序，由累积的运行记录推算未来的负荷。但由于篇幅有限，本书中不可能涉及这些问题。

**三、有功功率电源和备用容量**

电力系统中的有功功率电源是各类发电厂的发电机，但并非系统中的电源容量始终等于所有发电机额定容量之和。因既非所有发电设备全部不间断地投入运行，也非所有投入运行的发电设备都能按额定容量发电。例如，必须定期停机检修；某些水电厂的发电机由于水头的极度降低不能按额定容量运行等。因此，系统调度部门应及时、确切地掌握系统中各发电厂预计可投入发电设备的可发功率。只是这些可投入发电设备的可发功率之和才是真正可供调度的系统电源容量。

显然，系统电源容量应不小于包括网络损耗和厂用电在内的系统（总）发电负荷。而且，为保证可靠供电和良好的电能质量，应大于系统发电负荷。系统电源容量大于发电负荷的部分称为系统的备用容量。

系统备用容量可分热备用和冷备用或负荷备用、事故备用、检修备用和国民经济备用等。

所谓热备用，是指运转中的发电设备可能发的最大功率与系统发电负荷之差，因而也称运转备用或旋转备用。冷备用则是指未运转的发电设备可能发的最大功率。检修中的发电设备不属冷备用，因它们不能听命于调度随时动用。

从保证可靠供电和良好的电能质量着眼，显然，热备用越多越好。因发电设备从“冷状态”至投入系统、至发出额定功率所需时间短则几分钟（水电厂）长则十余小时（火电厂）。而就保证重要负荷供电而言，几分钟已嫌过长。但从保证系统运行的经济性着眼，热备用又不宜过多。这个问题将在本章第二节第一小节中涉及。

所谓负荷备用，是指调整系统中短时的负荷波动并担负计划外的负荷增加而设置的备用。负荷备用容量的大小应根据系统负荷的大小、运行经验并考虑系统中各类用电的比重确定。一般为最大负荷的 2%～5%，大系统采用较小数值，小系统采用较大数值。

事故备用是使电力用户在发电设备发生偶然性事故时不受严重影响，维持系统正常供电所需的备用。事故备用容量的大小应根据系统容量、发电机台数、单位机组容量、机组的事故概率、系统的可靠性指标等确定，一般约为最大负荷的 5%～10%，但不得小于系统中最大机组的容量。

检修备用是为系统中的发电设备能定期检修而设置的备用。它和系统负荷大小关系不密切，只和负荷性质、发电机台数、检修时间的长短、设备的新旧程度等有关。只有在系统负荷季节性低落期间和节假日安排不下所有设备的大小修时，才需设置专门的检修备用容量。

电力工业是先行工业，除满足当前负荷的需要设置上述几种备用外，还应计及负荷的超计划增长而设置一定的备用。这种备用就称国民经济备用。

负荷备用、事故备用、检修备用、国民经济备用归纳起来仍无非以热备用和冷备用的形式存在于系统中。而不难想见，热备用中至少应包括全部负荷备用和一部分事故备用。这些备用容量的相互关系大致如下：

系统发电负荷

负荷备用（2%～5%）——热备用 } 运转中发电设备可能发的最大功率

事故备用（5%～10%）{ 热备用 / 冷备用 } 运转中发电设备可能发的最大功率

检修备用（视需要）

国民经济备用

具备了备用容量，才可能谈论它们在系统中各发电设备和发电厂之间的最优分配以及系统的频率调整问题。

应该指出，如上所述只是从需要出发，而需要与可能应力求统一。在某些缺电地区，不仅无法考虑国民经济备用，甚至事故备用也难以保证。在这种情况下，也就难以谈论备用容量在系统中的最优分配。

## 第二节　电力系统中有功功率的最优分配

电力系统中有功功率的最优分配有两个主要内容，即有功功率电源的最优组合和有功功率负荷的最优分配。

有功功率电源的最优组合是指系统中发电设备或发电厂的合理组合，也就是通常所谓机组的合理开停。它大体上包括三个部分：机组的最优组合顺序、机组的最优组合数量和机组的最优开停时间。因此，简言之，这一方面涉及的是电力系统中冷备用容量的合理组合问题。合理组合机组的方法主要有启发式方法和优化方法。最优组合顺序法是常用的一种启发式方法。优化方法应用成熟的有动态规划法、混合整数规划法等。诸如遗传算法、粒子群算法等优化的智能算法在机组组合方面也有研究和应用。

有功功率负荷的最优分配是指系统的有功功率负荷在各个正在运行的发电设备或发电厂之间的合理分配。通常所谓负荷的经济分配则是指这一方面。这方面的研究目前已有大量成果，最常用的是按所谓等耗量微增率准则的分配。不难发现，这一方面恰与前一方面相对，涉及的是电力系统中热备用容量的合理组合问题。对于可再生能源，只重点讨论风力发电和光伏发电的特点，它们属优先调度能源，不再讨论其组合顺序。

### 一、各类发电厂的运行特点和合理组合

限于篇幅，对于有功功率电源的最优组合问题，本书不详加讨论，只针对各类发电厂的运行特点，对它们承担负荷的合理顺序作一说明。

1. 各类发电厂的运行特点

在考虑电力系统中发电厂的组合时，应注意不同类型发电厂的特点和能源政策。为此，将不同类型发电厂的特点归纳如下。

（1）火力发电厂的特点：

1）火力发电厂的锅炉和汽轮机都有一个技术最小负荷，也就是如前所述的约束条件 $P_{Gmin}$。锅炉的技术最小负荷取决于锅炉燃烧的稳定性，其值约为额定负荷的 25%～70%，因

锅炉类型和燃料种类而异。汽轮机的技术最小负荷约为额定负荷的10%～15%。

2）火力发电厂锅炉和汽轮机的退出运行和再度投入不仅要耗费能量，而且要花费时间，又易于损坏设备。

3）火力发电厂的锅炉和汽轮机承担急剧变动的负荷时，与投入或退出时相似，既要额外耗费能量，又花费时间。

4）火力发电厂的锅炉和汽轮机有高温高压、中温中压、低温低压之分。其中，高温高压设备效率高，但可以灵活调节的范围窄。中温中压设备效率较前者低，但可以灵活调节的范围较前者宽。低温低压设备效率最低，技术经济指标最差，实践中不利用它们进行调节。

5）热电厂（供热式火力发电厂）与一般火电厂的区别在于热电厂的技术最小负荷取决于其热负荷，因而称强迫功率。而且，由于热电厂抽气供热，其效率较高。

（2）原子能发电厂的特点：

1）原子能发电厂反应堆的负荷基本上没有限制，因此，其技术最小负荷主要取决于汽轮机，也约为额定负荷的10%～15%。

2）原子能发电厂的反应堆和汽轮机退出运行和再度投入或承担急剧变动负荷时，也要耗费能量、花费时间，且易于损坏设备。

3）原子能发电厂的一次投资大，运行费用小。

（3）水力发电厂的特点：

1）为综合利用水能，保证河流下游的灌溉、通航，水电厂必须向下游释放一定水量，在释放这部分水量的同时发出的功率也是强迫功率。

2）水电厂的水轮机也有一个技术最小负荷，其值因水电厂的具体条件而异。

3）水电厂的水轮机退出运行和再度投入不需耗费很多能量，也不需花费很多时间，操作简单。这是水电厂的主要优点之一。

4）水电厂的水轮机承担急剧变动负荷时，不需额外耗费能量和花费时间。

5）水电厂水头过分低落时，水轮发电机组可发的功率要降低。换言之，水电厂不一定总能承担其额定容量范围内的负荷。

6）水电厂按其有无调节水库、调节水库的大小或其功能分为无调节、日调节、季调节、年调节、多年调节和抽水蓄能等几类。

无调节水库水电厂任何时刻发出的功率都取决于河流的天然流量，由于一昼夜间天然流量基本没有变化，因而这种水电厂一昼夜间发出的功率也基本没有变化。

有调节水库水电厂的运行方式主要取决于水库调度所给定的水电厂耗水量。洪水季节，给定的耗水量较大，为避免无益的溢洪弃水，往往满负荷运行。枯水季节，给定的耗水量较小，为尽可能有效利用这部分水量，节约火电厂的燃料消耗，往往承担急剧变动的负荷。至于日调节、季调节、年调节、多年调节之分，则取决于水库容量。水库容量越大，调节功能越强。

抽水蓄能水电厂与上列几种都不同，它名为水电厂实际起的是蓄能作用。在其上、下方各有一水库，系统负荷出现低谷时，抽水至上水库，储蓄水能；系统负荷出现高峰时，放水至下水库，同时发电。因此，其水源仅需维持泄漏和蒸发所需水量。

（4）风力发电和光伏发电的特点：

1）有功输出波动大：风力发电和光伏发电受季节、气象因素很大，致使其发电具有较大的间歇性与随机性。风电机组的功率与当前风速关系密切，在日内 24h，相邻几个小时的风力发电功率可能出现从满发到零或从零到满发的大幅变化。光伏发电受昼夜、阴晴的影响，白天正午时刻附近功率达到最大较大，夜晚几乎为零，并且在很短的时间内有功波动可能很大。风力发电与光伏发电的有功波动的差异在于：一是风力发电有功波动存在的时间范围较宽，需要持续跟踪；而光伏发电有功波动仅在很短时间内，太阳光强的迅速变化使其输出功率快速波动，需用快速响应的电源提供调整。二是风力发电功率较大时多处于夜间负荷水平较低时，对风力发电有功波动关注的重点在于风力发电功率突然增大导致的频率上升，而对光伏有功波动的关注则是光伏发电功率突然降低导致的频率下降。

2）调峰问题突出：当风力发电和光伏发电渗透率较大时都存在电力系统调峰问题。风电通常呈反调峰特性，即风力发电功率同日负荷变化趋势相反，在夜间负荷水平较低时风力发电的功率反而较高，这给电力系统调峰带来难度。当系统调峰容量受限时有可能在低负荷时段出现弃风情况。而光伏发电将改变每日最低和高峰负荷出现的时刻，并大大增加系统等效负荷的峰谷差。

2. 各类发电厂的合理组合

根据各类发电厂的运行特点可见：

一般，火电厂以承担基本不变的负荷为宜。这样可避免频繁开停设备或增减负荷。其中，高温高压电厂因效率最高，应优先投入；而且，由于它们可灵活调节的范围较窄，在负荷曲线的更基底部分运行更恰当。其次是中温中压电厂。低温低压电厂设备陈旧，效率很低，应及早淘汰。而在淘汰之前只能在高峰负荷期间用以发必要的功率。

原子能电厂的可调容量虽大，但因原子能电厂的一次投资大，运行费用小，建成后应尽可能利用，原则上应持续承担额定容量负荷，在负荷曲线的更基底部分运行。

无调节水库水电厂的全部功率和有调节水库水电厂的强迫功率都不可调，应首先投入。有调节水电厂的可调功率，在洪水季节，为防止弃水，往往也优先投入；在枯水季节则恰相反，应承担高峰负荷。在耗尽日耗水量的前提下，枯水季节将水电厂的可调功率移在后面投入，不仅可使火电厂的负荷更平稳，从而减少因开停设备或增减负荷而额外消耗的燃料，而且可使系统中的功率分配更合理，从而节约总的燃料消耗。更何况水电厂还有快速起动、快速增减负荷的突出优点。

抽水蓄能电厂在低谷负荷时，其水轮发电机组作电动机—水泵方式运行，因而应作负荷考虑；在高峰负荷时，其发电与常规水电厂无异。虽然这一抽水蓄能、放水发电循环的总效率只有 70%左右，但因这类电厂的介入，使火电厂的负荷进一步平稳，就系统总体而言，是很合理的。这类电厂常伴随原子能电厂出现，其作用是确保原子能电厂有平稳的负荷。但系统中严重缺乏调节手段时，也应考虑建设这类电厂。

综上所述，可将各类发电厂承担负荷的顺序大致排列如下：

枯水季节：

（1）无调节水电厂；

（2）有调节水电厂的强迫功率；

（3）热电厂的强迫功率；

（4）原子能电厂；

（5）燃烧当地劣质燃料的火电厂；

（6）热电厂的可调功率；

（7）高温高压火电厂；

（8）中温中压火电厂；

（9）低温低压火电厂（不一定投入）；

（10）有调节水电厂的可调功率；

（11）抽水蓄能水电厂。

洪水季节：

和枯水季节的不同在于这时有调节水电厂的可调功率往往也归入强迫功率成为不可调功率。

如上的发电厂承担负荷的顺序也可以图 5-4 所示的负荷曲线图表示，图中阴影部分表示抽水蓄能电厂蓄能和发电工作状况。由图可见，承担基本负荷的无调节水电厂、热电厂、燃烧当地劣质燃料的火电厂和原子能电厂一昼夜间发出的功率基本不变。随着电厂承担的负荷在负荷曲线图上部位的逐级上升，发出的功率变化也越来越大。担负高峰负荷的电厂一昼夜间发出的功率可能有很大变化。枯水季节，有调节水电厂甚至可能几经开停。

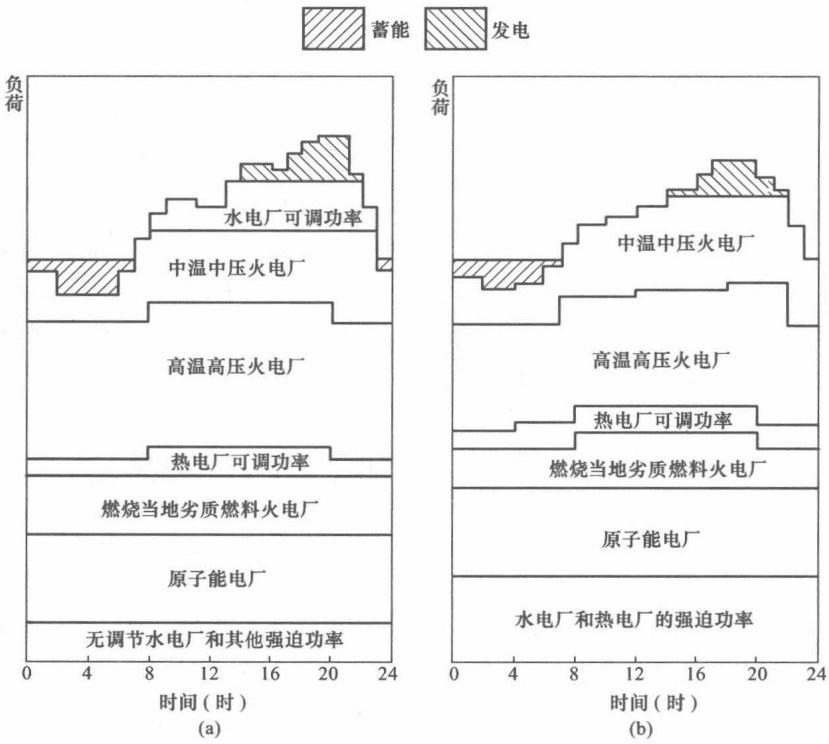



图 5-4　各类发电厂承担负荷顺序示意图

（a）枯水季节；（b）洪水季节

当然，在考虑系统中发电厂的合理组合问题时，不能忽视保证可靠供电、降低网络损耗、维持良好的电能质量和足够的系统稳定性等要求。

图 5-5 中作出了具有图 2-43 所示负荷曲线的电力系统中 8 个主要发电厂的日负荷曲线。

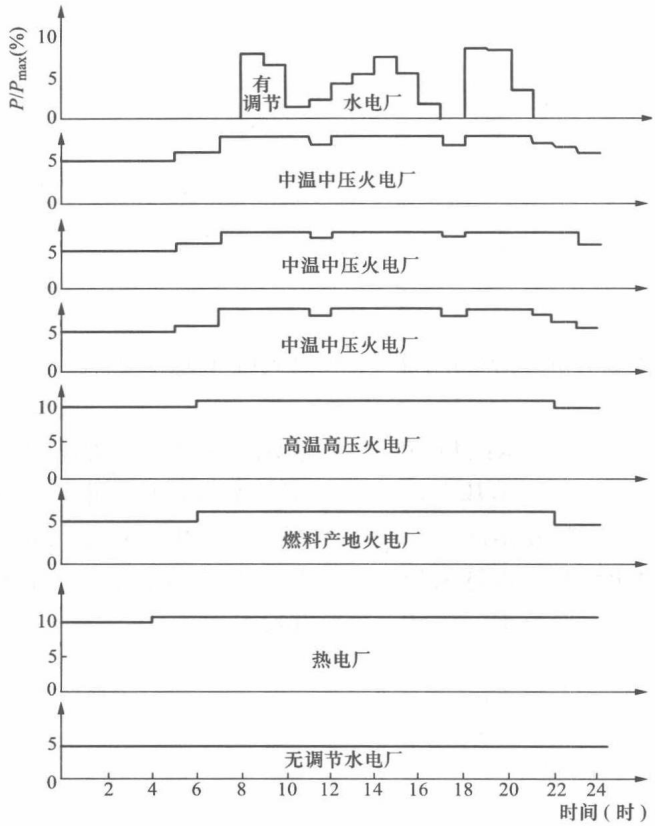



图 5-5 与图 2-43 相对应的各主要发电厂日负荷曲线（以系统发电负荷为基准）

由图可见，由于这个系统中具有一定容量的水电厂，大大减少了其他火电厂的负荷变动，无论在技术或经济上都十分有利。

最后需指出，负荷曲线的最高部位往往是兼负调整系统频率任务的发电厂的工作位置。系统中的负荷备用就设置在这种调频厂内。枯水季节往往就由系统中的大水电厂承担调频任务；洪水季节该任务就转移给中温中压火电厂。抽水蓄能电厂在其发电期间也可参加调频。但低温低压火电厂则因容量不足、设备陈旧，不能担负调频任务。

## 二、最优分配负荷时的目标函数和约束条件

### 1. 耗量特性

电力系统中有功功率负荷合理分配的目标是在满足一定约束条件的前提下，尽可能节约消耗的（一次）能源。因此，要分析这个问题，必须先明确发电设备单位时间内消耗的能源与发出有功功率的关系，即发电设备输入与输出的关系。该关系称为耗量特性，如图 5-6 所示。图中，纵坐标可为单位时间内消耗的燃料 $F$，例如，每小时多少吨含热量为 29.31MJ/kg 的标准煤；也可为单位时间内消耗的水量 $W$，例如，每秒钟多少立方米。横坐标则为以 kW 或 MW 表示的电功率 $P_G$。

耗量特性曲线上某一点纵坐标和横坐标的比值，即单位时间内输入能量与输出功率之比称为比耗量 $\mu$。显然，比耗量实际是原点和耗量特性曲线上某一点连线的斜率，$\mu=F/P_G$ 或 $\mu=W/P_G$。而当耗量特性纵横坐标单位相同时，它的倒数就是发电设备的效率 $\eta$。

耗量特性曲线上某一点切线的斜率称为耗量微增率 $\lambda$。耗量微增率是单位时间内输入能量微增量与输出功率微增量的比值，即 $\lambda=\Delta F/\Delta P=\mathrm{d}F/\mathrm{d}P$ 或 $\lambda=\Delta W/\Delta P=\mathrm{d}W/\mathrm{d}P$。

比耗量和耗量微增率虽通常都有相同的单位，如 t/(MW·h)，却是两个不同的概念。而且，它们的数值一般也不相等。只有在耗量特性曲线上某一特殊点 $m$，它们才相等，如图 5-7 所示。这一特殊点 $m$ 就是从原点作直线与耗量特性曲线相切时的切点。显然，在这一点，比耗量的数值恰最小。这个比耗量的最小值就称为最小比耗量 $\mu_{\min}$。附带指出，如前所述的合理组合发电设备的方法之一，就是按这最小比耗量由小到大的顺序，随负荷的由小到大增加，逐套投入发电设备；或负荷的由大到小减少，逐套退出发电设备[1]。

比耗量和耗量微增率的变化如图 5-8 所示。

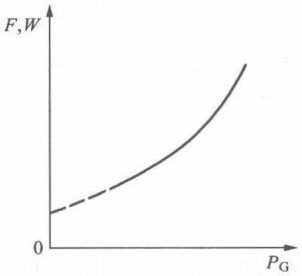



图 5-6　耗量特性

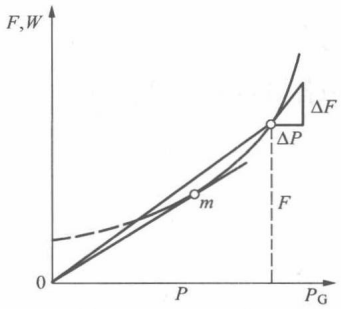



图 5-7　比耗量和耗量微增率

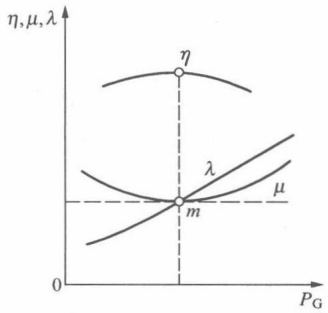



图 5-8　比耗量和耗量微增率的变化

2. 目标函数和约束条件

明确了有功功率负荷的大小和耗量特性，在系统中有一定备用容量时，就可考虑这些负荷在已运行发电设备或发电厂之间的最优分配问题。该问题实际上属非线性规划范畴。因在数学上，其性质是在一定的约束条件下，使某一目标函数为最优，而这些约束条件和目标函数都是各种变量即状态变量、控制变量、扰动变量的非线性函数。换言之，在数学上，该问题可表达为：

在满足等约束条件

$$f(x、u、d)=0$$

和不等约束条件

$$g(x、u、d)\leqslant 0$$

的前提下，使目标函数

$$C=C(x、u、d)$$

为最优。

问题在于，应如何表示分析有功功率负荷最优分配时的目标函数和约束条件。

由于讨论有功功率负荷最优分配的目的在于：在供应同样大小负荷有功功率 $\sum_{i=1}^{i=n}P_{Li}$ 的前提下，单位时间内的能源消耗最少。这里的目标函数应该就是总耗量。原则上，总耗量应与所有变量都有关，但通常认为，它只是各发电设备所发有功功率 $P_{Gi}$ 的函数，即这里的目标函数可写作

$$F_{\Sigma}=F_1(P_{G1})+F_2(P_{G2})+\cdots+F_n(P_{Gn})=\sum_{i=1}^{i=n}F_i(P_{Gi}) \tag{5-1}$$

式中　$F_i(P_{Gi})$ ——某发电设备发出有功功率 $P_{Gi}$ 时单位时间内所需消耗的能源。

这里的等约束条件也就是有功功率必须保持平衡的条件。就每个节点而言，该条件由式(4-43a) 可得

$$P_{Gi}-P_{Li}-U_i\sum_{j=1}^{j=n}U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij})=0 \tag{5-2a}$$

式中，$i=1, 2, \cdots, n$。

而就整个系统而言，则为

$$\sum_{i=1}^{i=n}P_{Gi}-\sum_{i=1}^{i=n}P_{Li}-\Delta P_{\Sigma}=0 \tag{5-2b}$$

式中的 $\Delta P_{\Sigma}$ 为网络总损耗。若不计网络损耗时，上式可改写为

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_{Gi} - \sum_{i=1}^{i=n} P_{Li} = 0 \tag{5-2c}$$

这里的不等约束条件有三，分别为各节点发电设备有功功率 $P_{Gi}$、无功功率 $Q_{Gi}$ 和电压大小不得逾越的限额，即

$$\left.\begin{aligned} P_{Gi\min} \leqslant P_{Gi} \leqslant P_{Gi\max} \\ Q_{Gi\min} \leqslant Q_{Gi} \leqslant Q_{Gi\max} \\ U_{i\min} \leqslant U_i \leqslant U_{i\max} \end{aligned}\right\} \tag{5-3}$$

式中的 $P_{Gi\max}$ 一般就取发电设备的额定有功功率。$P_{Gi\min}$ 则因发电设备的类型而异。例如，如上所述，火力发电设备的 $P_{Gi\min}$ 不得低于额定有功功率的 25%～70%。$Q_{Gi\max}$ 取决于发电机定子或转子绕组的温升；$Q_{Gi\min}$ 主要取决于发电机并列运行的稳定性和定子端部温升等。$U_{i\min}$ 和 $U_{i\max}$ 则由对电能质量的要求所决定。

系统中发电设备消耗的能源可能受限制。例如，水电厂一昼夜间消耗的水量受约束于水库调度。出现这种情况时，目标函数就不应再是单位时间内消耗的能源，而应是一段时间内消耗的能源，即应为

$$F_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=m} \int_0^{\tau} F_i(P_{Gi})\mathrm{d}t \tag{5-4}$$

而等约束条件除式（5-2）外，还应增加

$$\int_0^{\tau} W_j(P_{Gj})\mathrm{d}t = \text{定值} \tag{5-5}$$

上两式中，$F_i$ 可理解为单位时间内火力发电设备的燃料消耗；$W_j$ 为单位时间内水力发电设备的水量消耗；$\tau$ 为时间段长，例如 24h。而这里设 $i=1, 2, \cdots, m$ 为火力发电设备，$j=(m+1), (m+2), \cdots, n$ 为水力发电设备。

**三、最优分配负荷时的等耗量微增率准则**

首先讨论能源消耗不受限制时有功功率负荷的最优分配问题。这在实践中可理解为有功功率负荷在火力发电设备或火力发电厂之间的最优分配问题。而为了简化初步分析，将负荷的分配局限在两套发电设备或两个发电厂之间，并略去网络损耗。

数学上，分析这类问题往往可用求条件极值的拉格朗日乘数法。按这种方法，为求满足等约束条件 $f(P_{G1}, P_{G2})=0$ 时目标函数 $C=C(P_{G1}, P_{G2})$ 的最小值，可根据给定的目标函数和等约束条件建立一个新的、不受约束的目标函数，即拉格朗日函数

$$\begin{aligned} C^* &= C(P_{G1}, P_{G2}) - \lambda f(P_{G1}, P_{G2}) \\ &= F_1(P_{G1}) + F_2(P_{G2}) - \lambda(P_{G1} + P_{G2} - P_{L1} - P_{L2}) \end{aligned} \tag{5-6}$$

并求其最小值。式中的 $\lambda$ 称拉格朗日乘数。

由于拉格朗日函数中有三个变量 $P_{G1}$、$P_{G2}$、$\lambda$，求它的最小值时应有三个条件，即

$$\frac{\partial C^*}{\partial P_{G1}} = 0; \quad \frac{\partial C^*}{\partial P_{G2}} = 0; \quad \frac{\partial C^*}{\partial \lambda} = 0$$

而显然，这三个条件也就是

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial P_{G1}} C(P_{G1}, P_{G2}) - \lambda \frac{\partial}{\partial P_{G1}} f(P_{G1}, P_{G2}) = 0 \\ &\frac{\partial}{\partial P_{G2}} C(P_{G1}, P_{G2}) - \lambda \frac{\partial}{\partial P_{G2}} f(P_{G1}, P_{G2}) = 0 \\ &f(P_{G1}, P_{G2}) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{5-7}$$

由于 $\frac{\partial}{\partial P_{G1}}C(P_{G1},P_{G2})=\frac{dF_1(P_{G1})}{dP_{G1}}$，$\frac{\partial}{\partial P_{G2}}C(P_{G1},P_{G2})=\frac{dF_2(P_{G2})}{dP_{G2}}$，$\frac{\partial}{\partial P_{G1}}f(P_{G1},P_{G2})=1$，$\frac{\partial}{\partial P_{G2}}f(P_{G1},P_{G2})=1$，这些条件可改写为

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dF_1(P_{G1})}{dP_{G1}}-\lambda=0\\&\frac{dF_2(P_{G2})}{dP_{G2}}-\lambda=0\\&f(P_{G1},P_{G2})=P_{G1}+P_{G2}-P_{L1}-P_{L2}=0\end{aligned}\right\}\tag{5-8}$$

又由于$\frac{dF_1(P_{G1})}{dP_{G1}}$、$\frac{dF_2(P_{G2})}{dP_{G2}}$分别为发电设备1、2各自承担有功功率负荷 $P_{G1}$、$P_{G2}$时的耗量微增率 $\lambda_1$、$\lambda_2$，由式（5-8）中第一、二式可得

$$\lambda_1=\lambda_2=\lambda\tag{5-9}$$

这就是著名的等耗量微增率准则。它表示为使总耗量最小，应按相等的耗量微增率在发电设备或发电厂之间分配负荷。至于式（5-8）中的第三式则就是给定的等约束条件——功率平衡的条件。

如上的分析方法和导得的结论可推广运用于更多发电设备或发电厂之间的负荷分配。只是这时，式（5-6）应改写为

$$C^*=C(P_{G1},P_{G2},\cdots,P_{Gn})-\lambda f(P_{G1},P_{G2},\cdots,P_{Gn})\tag{5-10}$$

式（5-8）应改写为

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dF_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}}-\lambda=0\quad(i=1,2,\cdots,n)\\&\sum_{i=1}^{i=n}P_{Gi}-\sum_{i=1}^{i=n}P_{Li}=0\end{aligned}\right\}\tag{5-11}$$

式（5-9）应改写为

$$\lambda_1=\lambda_2=\cdots=\lambda_n=\lambda\tag{5-12}$$

直至目前为止，还未能涉及式（5-3）所示的不等约束条件。数学上求满足不等约束条件时目标函数的最小值已不再有困难，常用的有库恩—吐克尔（Kuhn-Tucker）乘数法等。而以下介绍的则是一种简化解法。

首先，式（5-3）中第二、三式所示的条件虽也不能背离，但它们和有功功率负荷的分配至少没有直接关系，可暂时搁置，待求得有功功率负荷的最优分配并转而计算潮流分布时再计及它们。其次，式（5-3）中第一式所示条件的处理也相当简单。当按等耗量微增率准则确定的某发电设备应发功率低于其下限 $P_{Gi\min}$或高于其上限 $P_{Gi\max}$时，该发电设备的应发功率就取 $P_{Gi\min}$或 $P_{Gi\max}$，如图5-9所示。图5-9中，发电设备1、2可按等耗量微增率准则分配负荷，但发电设备3、4则只能分别按下限 $P_{G3\min}$和上限 $P_{G4\max}$分配负荷。

等耗量微增率准则的运用并不困难。具体计算最优分配方案的步骤有些类似迭代解网络方程，简述如下：

（1）设耗量微增率的初值 $\lambda^{(0)}$。

（2）求与 $\lambda^{(0)}$对应的各发电设备应发功率 $P_{Gi}^{(0)}$。

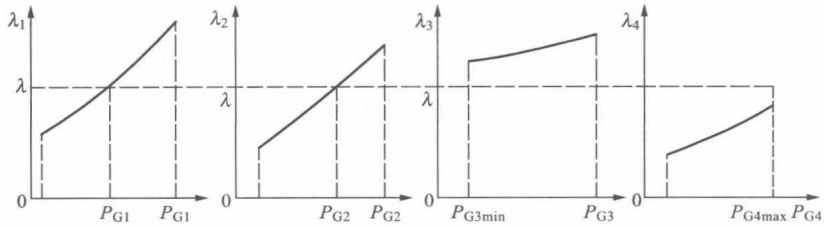



图 5-9 有功功率负荷的最优分配

在运用计算机计算时，可将 $P_{Gi}$ 看作是 $\lambda$ 的多项式，从而

$$P_{Gi}^{(0)} = \alpha_i + \beta_i\lambda^{(0)} + \gamma_i\lambda^{(0)2} + \cdots$$

式中的 $\alpha_i$、$\beta_i$、$\gamma_i$……已知。

（3）校验求得的 $P_{Gi}^{(0)}$ 是否满足等约束条件

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_{Gi}^{(0)} - \sum_{i=1}^{i=n} P_{Li} = 0$$

（4）如不能满足，则 $\Sigma P_{Gi} > \Sigma P_{Li}$ 时，取 $\lambda^{(1)} < \lambda^{(0)}$；$\Sigma P_{Gi} < \Sigma P_{Li}$ 时，取 $\lambda^{(1)} > \lambda^{(0)}$，自第二步开始重复计算。

（5）继续计算，直至满足等约束条件而后止。

这种计算步骤也相当于图 5-10 所示的图解步骤。图中，$\lambda$ 对应的为可满足等约束条件的最终解。

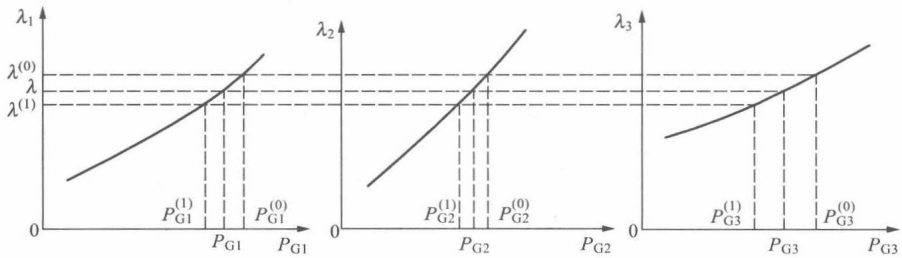



图 5-10 负荷最优分配的图解法

**【例 5-1】** 系统中三个发电厂可发有功功率的上下限分别为：

发电厂 1 $P_{G1min}=96$MW；$P_{G1max}=166$MW

发电厂 2 $P_{G2min}=100$MW；$P_{G2max}=240$MW

发电厂 3 $P_{G3min}=120$MW；$P_{G3max}=200$MW

它们的耗量微增率曲线则分别示于图 5-11（a）、（b）、（c）。这些曲线之所以会中断是由于原始的耗量特性不是平滑曲线。而后者之所以不平滑则主要由于发电厂中若干套机组的陆续按序投入。虽然这样，耗量微增率曲线的这种中断并不影响它们的使用。试完成：

（1）用图解法求负荷的最优分配方案；

（2）设这三个发电厂使用燃料的相对价格为 1∶0.87∶1.23，分析按电能成本分配负荷时的分配方案与前者有何不同。

**解** （1）任意取一耗量微增率 $\lambda$ 的值，例如，取 $\lambda=0.38$t/(MW·h)，由图 5-11 可得一组相应的发电厂功率，$P_{G1}=96$MW，$P_{G2}=154$MW，$P_{G3}=180$MW。从而，与之对应的系统发电负荷 $\Sigma P_{Gi}=\Sigma P_{Li}=430$MW。换言之，系统发电负荷为 430MW 时，应按如上方案分配。

另取一 $\lambda$ 值，可得另一组相应的 $P_{Gi}$，从而得另一个系统发电负荷 $\Sigma P_{Li}$。取一系列 $\lambda$ 值，即可由图解得表 5-1。表 5-1 所列就是对应不同负荷水平的最优分配方案。

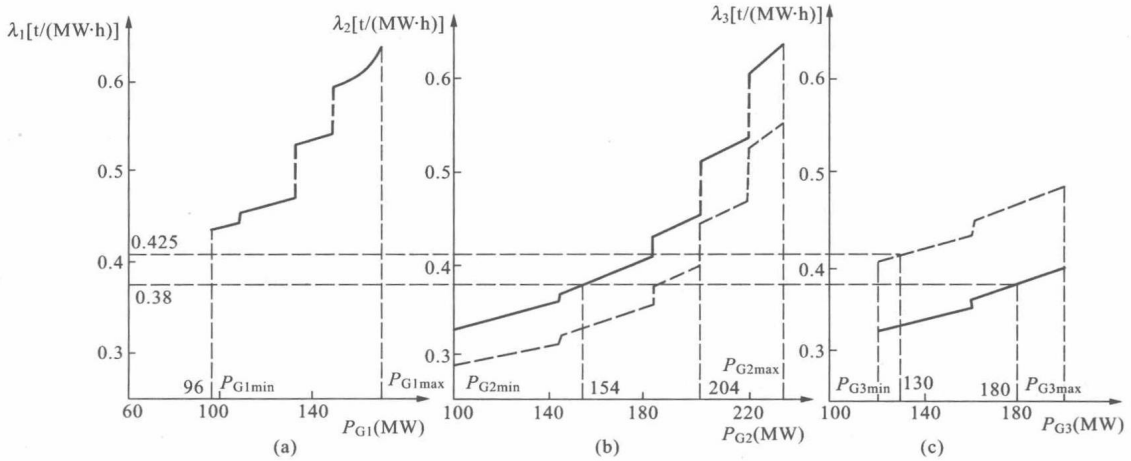



图 5-11　耗量微增率曲线

（2）燃料价格与耗量微增率相乘，所得就是以元/(MW·h) 表示的电能成本微增率。而按“等电能成本微增率准则”分配负荷的方案就是按电能成本分配时的最优方案。结合本例，为求取这种方案，只要将发电厂 2、3 的 $\lambda_2$、$\lambda_3$ 分别乘以 0.87、1.23，作出图 5-11 中虚线所示的微增率曲线，余下的图解步骤就和作表 5-1 时完全相同。

**表 5-1**　　**负荷最优分配方案**　　(MW)

| λ [t/(MW·h)] | $P_{G1}$ | $P_{G2}$ | $P_{G3}$ | $\Sigma P_{Li}$ | λ [t/(MW·h)] | $P_{G1}$ | $P_{G2}$ | $P_{G3}$ | $\Sigma P_{Li}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.32 | 96 | 100 | 120 | 316 | 0.50 | 132 | 204 | 200 | 536 |
| 0.34 | 96 | 122 | 140 | 358 | 0.52 | 132 | 210 | 200 | 542 |
| 0.36 | 96 | 144 | 160 | 400 | 0.54 | 148 | 220 | 200 | 568 |
| 0.38 | 96 | 154 | 180 | 430 | 0.56 | 148 | 222 | 200 | 570 |
| 0.40 | 96 | 172 | 200 | 468 | 0.58 | 148 | 222 | 200 | 570 |
| 0.42 | 96 | 182 | 200 | 478 | 0.60 | 155 | 222 | 200 | 577 |
| 0.44 | 108 | 190 | 200 | 498 | 0.62 | 163 | 230 | 200 | 593 |
| 0.46 | 116 | 204 | 200 | 520 | 0.64 | 166 | 240 | 200 | 606 |
| 0.48 | 132 | 204 | 200 | 536 | | | | | |

为比较两种分配方案，设系统发电负荷为 430MW。这时，如按燃料耗量分配负荷，对应于 λ=0.38t/(MW·h)，$P_{G1}$=96MW，$P_{G2}$=154MW，$P_{G3}$=180MW；如按电能成本分配负荷，对应于 λ=0.425t/(MW·h)❶，$P_{G1}$=96MW，$P_{G2}$=204MW，$P_{G3}$=130MW。由此可见，按电能成本分配时，使用廉价燃料的发电厂 2 应多发电，而使用高价燃料的发电厂 3 则应少发电。

**【例 5-2】** 同一发电厂内两套发电设备共同供电，它们的耗量特性分别为

$$F_1 = 2.5 + 0.25P_{G1} + 0.0014P_{G1}^2\,(\mathrm{t/h})$$

$$F_2 = 5.0 + 0.18P_{G2} + 0.0018P_{G2}^2\,(\mathrm{t/h})$$

即如图 5-12 所示。它们的可发有功功率上下限则分别为

$$P_{G1min} = 20\mathrm{MW};\quad P_{G1max} = 100\mathrm{MW}$$

$$P_{G2min} = 20\mathrm{MW};\quad P_{G2max} = 100\mathrm{MW}$$

试完成：

（1）试求负荷的最优分配方案和两套设备的综合耗量微增率曲线；

（2）设两套设备平均分配负荷，试求负荷为 100MW 时，每小时多消耗的燃料。

❶ 由于本例中给出的燃料价格系相对价格，既无必要也无可能将 λ 换算为以元/(MW·h) 表示的电能成本微增率。

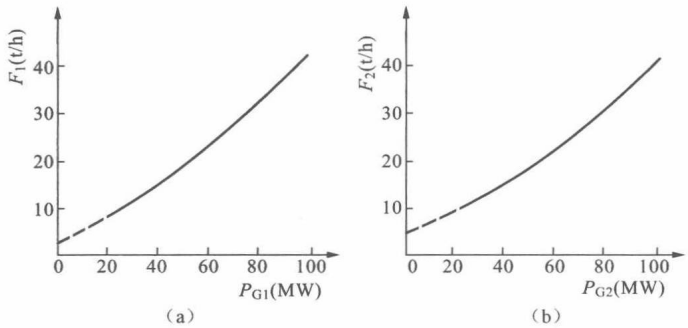



图 5-12 耗量特性

**解** (1) 由耗量特性得两套发电设备的耗量微增率分别为

$$\lambda_1 = 0.25 + 0.0028P_{G1}[\text{t/(MW·h)}]; \quad \lambda_2 = 0.18 + 0.0036P_{G2}[\text{t/(MW·h)}]$$

负荷 $P_L$ 为 40MW 时，两套设备都按下限发电，各承担 20MW，相应的耗量微增率为

$$\lambda_1 = 0.25 + 0.0028 \times 20 = 0.306[\text{t/(MW·h)}]; \quad \lambda_2 = 0.18 + 0.0036 \times 20 = 0.252[\text{t/(MW·h)}]$$

因此，负荷增加时，发电设备 2 应首先增加负荷，而发电设备 1 则仍按下限发电。这时，两套设备的综合耗量微增率应取决于发电设备 2。例如，负荷 $P_L$ 为 50MW 时，$P_{G1}=20$MW，$P_{G2}=30$MW。

$$\lambda_2 = 0.18 + 0.0036 \times 30 = 0.288[\text{t/(MW·h)}]$$

负荷增加，致使 $\lambda_2$ 也等于 0.306 并继续增加时，发电设备 1 才开始增加负荷。而 $\lambda=0.306$ [t/(MW·h)] 时，由

$$0.306 = 0.18 + 0.0036P_{G2}$$

可解得 $P_{G2}=35$MW。从而，负荷增加至 $P_L=P_{G1}+P_{G2}=20+35=55$ (MW) 并继续增加时，发电设备 1 才开始增加负荷。换言之，只有负荷大于 55MW 时，才真正有可能按等耗量微增率准则分配负荷。

按等耗量微增率准则分配负荷时的计算较简单，只要取不同 λ 值代入下列计算公式

$$P_{G1} = \frac{\lambda - 0.25}{0.0028}; \quad P_{G2} = \frac{\lambda - 0.18}{0.0036}; \quad P_L = P_{G1} + P_{G2}$$

分别计算 $P_{G1}$、$P_{G2}$、$P_L$。计算结果列于表 5-2。

**表 5-2 负荷最优分配方案** (MW)

| λ [t/(MW·h)] | 0.252 | 0.288 | 0.306 | 0.345 | 0.377 | 0.456 | 0.472 | 0.487 | 0.503 | 0.519 | 0.530 | 0.540 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_{G1}$ | 20 | 20 | 20 | 34 | 45.3 | 73.5 | 79 | 84.6 | 90.4 | 96 | 100 | 100 |
| $P_{G2}$ | 20 | 30 | 35 | 46 | 54.7 | 76.5 | 81 | 85.4 | 89.6 | 94 | 97 | 100 |
| $P_L$ | 40 | 50 | 55 | 80 | 100 | 150 | 160 | 170 | 180 | 190 | 197 | 200 |

由表 5-2 可见，$\lambda=0.530$ [t/(MW·h)]，$P_L=197$MW 时，发电设备 1 分配的负荷已达它的上限。因此，负荷继续增加时，增加的负荷应由发电设备 2 承担，两套设备的综合耗量微增率也就应取决于发电设备 2。

由表 5-2 可作负荷最优分配方案如图 5-13 所示，综合耗量微增率曲线如图 5-14 所示。

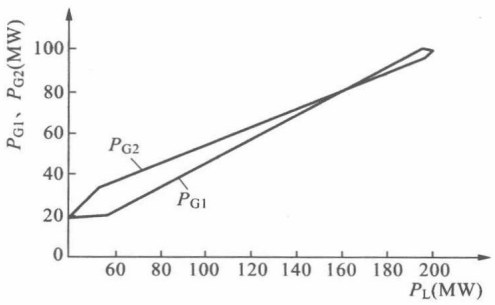



图 5-13 负荷最优分配方案

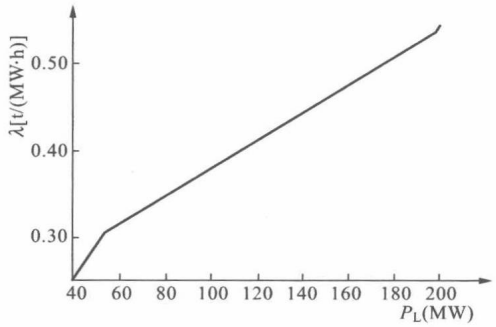



图 5-14 综合耗量微增率

（2）$P_L=100\text{MW}$，按最优分配时，$P_{G1}=45.3MW$、$P_{G2}=54.7\text{MW}$，总耗量为

$$F_1=2.5+0.25P_{G1}+0.0014P_{G1}^2=2.5+0.25\times45.3+0.0014\times45.3^2=16.698(\text{t/h})$$

$$F_2=5.0+0.18P_{G2}+0.0018P_{G2}^2=5.0+0.18\times54.7+0.0018\times54.7^2=20.232(\text{t/h})$$

$$F_\Sigma=F_1+F_2=16.698+20.232=36.93(\text{t/h})$$

$P_L=100\text{MW}$，按平均分配时，$P_{G1}=50\text{MW}$、$P_{G2}=50\text{MW}$，总耗量为

$$F_1=2.5+0.25P_{G1}+0.0014P_{G1}^2=2.5+0.25\times50+0.0014\times50^2=18.5(\text{t/h})$$

$$F_2=5.0+0.18P_{G2}+0.0018P_{G2}^2=5.0+0.18\times50+0.0018\times50^2=18.5(\text{t/h})$$

$$F_\Sigma=F_1+F_2=18.5+18.5=37.00(\text{t/h})$$

二者相差 0.07t/h。虽每小时仅相差 0.07t，但日积月累，数字也很可观。

**四、等耗量微增率准则的推广运用**

能源消耗受限制时有功功率负荷的最优分配问题，在实践中可理解为有功功率负荷在火力发电设备与水力发电设备或火力发电厂与水力发电厂之间的最优分配问题。因如前所述，水电厂消耗的水量受水库调度的约束。而为了简化分析，将负荷的分配局限于一个火力发电设备（厂）与一个水力发电设备（厂）之间，并略去网络损耗，且不计水头变化。后一个假设之所以需要是由于水头变化将使水轮机效率、其耗量特性乃至可发功率都发生变化。

这种情况下的目标函数由式（5-4）可得为

$$F_\Sigma=\int_0^\tau F_1(P_{T1})\mathrm{d}t \tag{5-13}$$

而等约束条件则由式（5-5）可得为

$$\int_0^\tau W_2(P_{H2})\mathrm{d}t=K_2=\text{定值} \tag{5-14}$$

并由式（5-2）可得为

$$P_{T1}+P_{H2}-P_{L1}-P_{L2}=0 \tag{5-15}$$

至于不等约束条件，由式（5-3）可见仍为

$$\left.\begin{aligned}&P_{T1\min}\leqslant P_{T1}\leqslant P_{T1\max};P_{H2\min}\leqslant P_{H2}\leqslant P_{H2\max}\\&Q_{T1\min}\leqslant Q_{T1}\leqslant Q_{T1\max};Q_{H2\min}\leqslant Q_{H2}\leqslant Q_{H2\max}\\&U_{1\min}\leqslant U_1\leqslant U_{1\max};U_{2\min}\leqslant U_2\leqslant U_{2\max}\end{aligned}\right\} \tag{5-16}$$

上列各式中，将原来表示一般发电设备的下标“G”改为“T”和“H”，以分别表示火力发电设备和水力发电设备，并以 $K_2$ 表示水力发电设备 2 在 0 至 $\tau$ 时间间隔内规定消耗的水量。

于是，除式（5-16）所示的不等约束条件仍可暂缓考虑外，当前要解决的问题是使在两个等约束条件下的目标函数为最优。而尤为不同的是，这些约束条件和目标函数现在都改为以对时间 $t$ 的积分形式出现。

为解决后一个问题可将 0 至 $\tau$ 时间间隔分成若干更短的时间段，而将式（5-13）、式（5-14）中的积分改为求和

$$F_\Sigma=\sum_{k=1}^{k=t}F_{1\cdot k}(P_{T1\cdot k})\Delta t_k \tag{5-17}$$

$$\sum_{k=1}^{k=t}W_{2\cdot k}(P_{H2\cdot k})\Delta t_k=K_2=\text{定值} \tag{5-18}$$

显然，只要时间段 $\Delta t$ 分得足够短，这样做是完全允许的。

与这样处理相对应，式（5-15）也应改写为

$$P_{T1\cdot k}+P_{H2\cdot k}-P_{L1\cdot k}-P_{L2\cdot k}=0 \quad (k=1,2,\cdots,t) \tag{5-19}$$

以表示在各个不同时间段的功率平衡关系。

然后运用拉格朗日乘数法建立新的、不受约束的目标函数，即拉格朗日函数。这时应注意，由于式（5-17）、式（5-18）都是能量的函数，引入等约束条件式（5-19）时，也应将其改为能量的函数。而且，由于这时的约束条件增加了，拉格朗日乘数的数目也应相应增加。

所建立的新的、不受约束的目标函数为

$$\begin{aligned}C^*=&\sum_{k=1}^{k=t}F_{1\cdot k}(P_{T1\cdot k})\Delta t_k-\sum_{k=1}^{k=t}\lambda_k[P_{T1\cdot k}+P_{H2\cdot k}-(P_{L1\cdot k}+P_{L2\cdot k})]\Delta t_k\\&+\gamma_2\Big[\sum_{k=1}^{k=t}W_{2\cdot k}(P_{H2\cdot k})\Delta t_k-K_2\Big]\end{aligned} \tag{5-20}$$

式中的 $\lambda_1$，$\lambda_2$，…，$\lambda_t$ 和 $\gamma_2$ 都是拉格朗日乘数，而其中的 $\gamma_2$ 则是为引入水电厂的约束条件而新增加的。

然后取

$$\frac{\partial C^*}{\partial P_{T1\cdot k}}=0;\quad \frac{\partial C^*}{\partial P_{H2\cdot k}}=0;\quad \frac{\partial C^*}{\partial \lambda_k}=0;\quad \frac{\partial C^*}{\partial \gamma_2}=0$$

以求取该目标函数为最小值时应有的条件。这些条件是

$$\left.\begin{aligned}\frac{dF_{1\cdot k}(P_{T1\cdot k})}{dP_{T1\cdot k}}-\lambda_k&=0 \quad (k=1,2,\cdots,t)\\ \gamma_2\frac{dW_{2\cdot k}(P_{H2\cdot k})}{dP_{H2\cdot k}}-\lambda_k&=0 \quad (k=1,2,\cdots,t)\\ P_{T1\cdot k}+P_{H2\cdot k}-(P_{L1\cdot k}+P_{L2\cdot k})&=0 \quad (k=1,2,\cdots,t)\\ \sum_{k=1}^{k=t}W_{2\cdot k}(P_{H2\cdot k})\Delta t_k-K_2&=0\end{aligned}\right\} \tag{5-21}$$

上式中共有 $3t+1$ 个独立方程式，恰与 $3t+1$ 个变量 $P_{T1\cdot 1}$，$P_{T1\cdot 2}$，…，$P_{T1\cdot t}$，$P_{H2\cdot 1}$，$P_{H2\cdot 2}$，…，$P_{H2\cdot t}$，$\lambda_1$，$\lambda_2$，…，$\lambda_t$ 和 $\gamma_2$ 相对应，可以求解。

这组方程式的第三、四式显然就是原始的等约束条件，而第一、二式则为在第 $k$ 时间段内最优分配负荷的条件。将这两式合并，可得

$$\frac{dF_{1\cdot k}(P_{T1\cdot k})}{dP_{T1\cdot k}}=\gamma_2\frac{dW_{2\cdot k}(P_{H2\cdot k})}{dP_{H2\cdot k}}=\lambda_k \quad (k=1,2,\cdots,t)$$

考虑到火力发电设备（厂）之间最优分配负荷的条件，严格来讲，是对某一瞬间而言的。因此，如时间段取得足够短，上式也可表示某一瞬间火力发电设备（厂）和水力发电设备（厂）之间最优分配负荷的条件。因而，可将式中的下标“$k$”略去，而将其改写为

$$\frac{dF_1(P_{T1})}{dP_{T1}}=\gamma_2\frac{dW_2(P_{H2})}{dP_{H2}}=\lambda \tag{5-22}$$

式中，$\frac{dF_1(P_{T1})}{dP_{T1}}$为火力发电的燃料耗量微增率 $\lambda_{T1}$；$\frac{dW_2(P_{H2})}{dP_{H2}}$为水力发电的水耗量微增率，因而可以用 $\lambda_{H2}$表示。于是，式（5-22）又可改写为

$$\lambda_{T1}=\gamma_2\lambda_{H2}=\lambda \tag{5-23}$$

由式（5-23）可见，只要将水力发电的水耗量微增率乘以某一个待定的拉格朗日乘数 $\gamma_2$，就可将指导火力发电设备（厂）之间负荷最优分配的等耗量微增率准则推广运用于火力

发电设备（厂）与水力发电设备（厂）之间负荷的最优分配。为此，需确定拉格朗日乘数 $\gamma_2$。

由式（5-22）可得

$$\gamma_2 = \frac{\mathrm{d}F_1(P_{\mathrm{T1}})/\mathrm{d}P_{\mathrm{T1}}}{\mathrm{d}W_2(P_{\mathrm{H2}})/\mathrm{d}P_{\mathrm{H2}}} = \frac{\mathrm{d}F_1(P_{\mathrm{T1}})}{\mathrm{d}W_2(P_{\mathrm{H2}})} \tag{5-24}$$

式中分子、分母上的 $\mathrm{d}P_{\mathrm{T1}}$、$\mathrm{d}P_{\mathrm{H2}}$ 之所以可相约，是由于问题仅涉及增减同样大小有功功率时火力或水力发电设备燃料或水耗量增减的多少。由式可见，如 $F_1$ 的单位为 t/h，$W_2$ 的单位为 $\mathrm{m^3/h}$，则 $\gamma_2$ 的单位为 $\mathrm{t/m^3}$。因此，这个拉格朗日乘数 $\gamma_2$ 实际上可看作是一个换算系数。

既然 $\gamma_2$ 可看作换算系数，水力发电设备（厂）在一定时间内可消耗的水量越多，单位重量燃料可折换的水量就越大，$\gamma_2$ 从而 $\gamma_2\lambda_{\mathrm{H2}}$ 也就越小，按等耗量微增率准则水力发电设备（厂）应分配的负荷也就越大；反之，水力发电设备（厂）应分配的负荷越小。

这个换算系数 $\gamma_2$ 可由迭代计算求得，简述如下：

（1）根据给定的可消耗水量 $K_2$ 设换算系数的初值 $\gamma_2^{(0)}$。

（2）求与 $\gamma_2^{(0)}$ 对应的、各个不同时刻的有功功率负荷最优分配方案。

（3）计算与该最优分配方案对应的消耗水量 $K_2^{(0)}$。

（4）校验求得的 $K_2^{(0)}$ 是否与给定的 $K_2$ 相等。

（5）$K_2^{(0)}>K_2$ 时，取 $\gamma_2^{(1)}>\gamma_2^{(0)}$；$K_2^{(0)}<K_2$ 时，取 $\gamma_2^{(1)}<\gamma_2^{(0)}$，自第二步开始重复计算。

（6）继续计算，直至求得的 $K_2^{(k)}$ 与给定的 $K_2$ 相等为止。

可能最后应选的 $\gamma_2$ 值很大，以致 $\gamma_2\lambda_{\mathrm{H2}}$ 较火力发电设备（厂）满负荷运行时的 $\lambda_{\mathrm{T1}}$ 更大。这表示水力发电设备（厂）只在火力发电设备（厂）的所有容量都投入后才承担负荷。水力发电设备（厂）以这种方式运行时的发电量和耗水量都最小。事实上，只有在枯水季节水电厂才以这种方式运行。也可能应选的 $\gamma_2$ 值很小，以致水力发电设备（厂）满负荷运行时的 $\gamma_2\lambda_{\mathrm{H2}}$ 都较火力发电设备（厂）的 $\lambda_{\mathrm{T1}}$ 小。这表示水力发电设备（厂）应不分昼夜满负荷运行，火力发电设备（厂）只承担余下的负荷。水力发电设备（厂）以这种方式运行时的发电量和耗水量都最大。事实上，只有在洪水季节水库不能拦蓄全部流入水库的水量时，水电厂才以这种方式运行。

显然，这样的分析方法和所得结论可推广适用于更多火力发电设备（厂）和水力发电设备（厂）之间的负荷分配。只是这时，式（5-20）应改写为

$$\begin{aligned} C^* = & \sum_{k=1}^{k=t}\sum_{i=1}^{i=m} F_{i\cdot k}(P_{\mathrm{T}i\cdot k})\Delta t_k - \sum_{k=1}^{k=t}\lambda_k\Big[\Big(\sum_{i=1}^{i=m} P_{\mathrm{T}i\cdot k} + \sum_{j=m+1}^{j=n} P_{\mathrm{H}j\cdot k}\Big) \\ & - \Big(\sum_{i=1}^{i=m} P_{\mathrm{L}i\cdot k} + \sum_{j=m+1}^{j=n} P_{\mathrm{L}j\cdot k}\Big)\Big]\Delta t_k + \sum_{j=m+1}^{j=n}\gamma_j\Big[\sum_{k=1}^{k=t} W_{j\cdot k}(P_{\mathrm{H}j\cdot k})\Delta t_k - K_j\Big] \end{aligned} \tag{5-25}$$

式（5-22）应改写为

$$\frac{\mathrm{d}F_i(P_{\mathrm{T}i})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{T}i}} = \gamma_j\frac{\mathrm{d}W_j(P_{\mathrm{H}j})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{H}j}} = \lambda \tag{5-26}$$

上两式中，$i=1, 2, \cdots, m$；$j=m+1, m+2, \cdots, n$。

式（5-23）应改写为

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_m = \gamma_{m+1}\lambda_{m+1} = \gamma_{m+2}\lambda_{m+2} = \cdots = \gamma_n\lambda_n = \lambda \tag{5-27}$$

但显然，这时的约束条件更多了，待定的换算系数 $\gamma_j$ 也更多，计算工作量将大为增加。

式（5-26）或式（5-27）就是所谓火力发电设备（厂）与水力发电设备（厂）之间最优分配负荷的协调方程式。

**【例 5-3】** 火电厂和水电厂共同供电，它们的容量都为 500MW。它们的耗量特性和耗量微增率曲线分别示于图 5-15 和图 5-16，简化后的日负荷曲线示于图 5-17。设水电厂的日耗水量 $K$ 给定为 $10^7\,\mathrm{m}^3$，试做在给定日耗水量下负荷的最优分配方案。

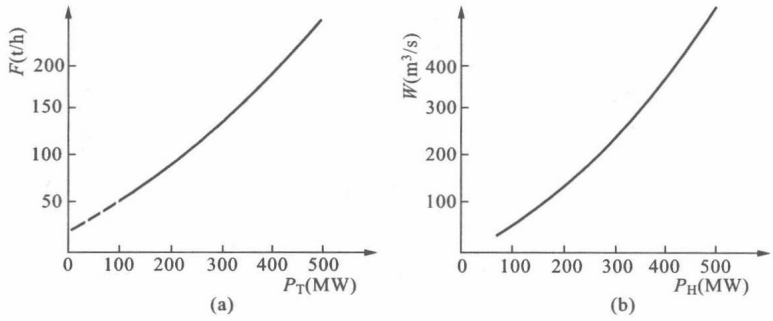



图 5-15 耗量特性

（a）火电厂；（b）水电厂

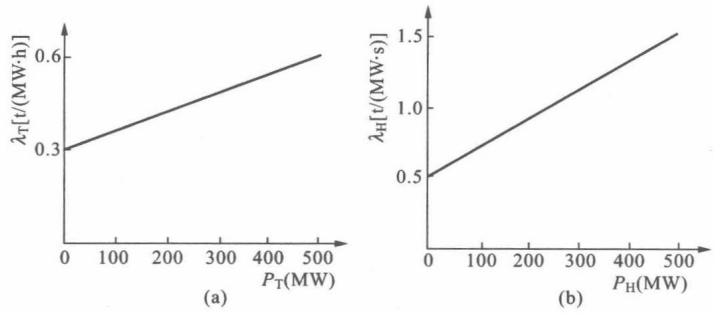



图 5-16 耗量微增率曲线

（a）火电厂；（b）水电厂

（不计水电厂的空载耗量时，由 $\lambda_H$ 可得水电厂水耗量的表示式）

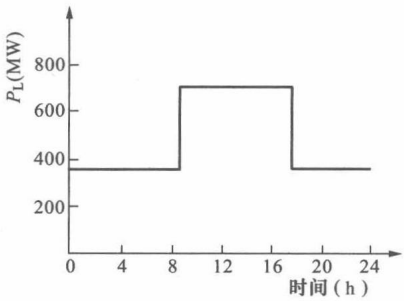



图 5-17 简化负荷曲线

**解** 由图 5-16 可列出这两个发电厂耗量微增率的表示式

$$\lambda_T = \frac{dF}{dP_T} = 0.3 + 0.0006P_T[\mathrm{t/(MW \cdot h)}]$$

$$\lambda_H = \frac{dW}{dP_H} = 0.5 + 0.002P_H[\mathrm{m^3/(MW \cdot s)}]$$

$$W = \int_0^{P_H} \frac{dW}{dP_H} dP_H = 0.5P_H + 0.001P_H^2(\mathrm{m^3/s})$$

按等耗量微增率准则，下午 18 时至次日上午 9 时应有

$$0.3 + 0.0006P'_T = \gamma(0.5 + 0.002P'_H)$$

上午 9 时至下午 18 时应有

$$0.3 + 0.0006P''_T = \gamma(0.5 + 0.002P''_H)$$

由功率平衡关系式应分别有

$$P'_T + P'_H = 350\mathrm{MW}$$

$$P''_T + P''_H = 700\text{MW}$$

单位时间内的水耗量应分别为

$$W' = 0.5P'_H + 0.001P'^2_H \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

$$W'' = 0.5P''_H + 0.001P''^2_H \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

水电厂的日耗水量应等于给定值

$$K = W' \times 15 \times 3600 + W'' \times 9 \times 3600 = 10^7(\text{m}^3)$$

上列七个方程式联立求解，就可解得最优分配方案。为此，任意取 $\gamma=0.60$ 代入按等耗量微增率准则列出的关系式，可得

$$0.3 + 0.006P'_T = 0.3 + 0.0012P'_H$$

$$0.3 + 0.006P''_T = 0.3 + 0.0012P''_H$$

将它们和功率平衡关系式联立求解，又可得

$$P'_T = 233.3\text{MW}; P'_H = 116.7\text{MW}$$

$$P''_T = 466.7\text{MW}; P''\text{H} = 233.3\text{MW}$$

以 $P'_H$、$P''_H$代入单位时间内水耗量表示式，可得

$$W' = 0.5 \times 116.7 + 0.001 \times 116.7^2 = 71.97(\text{m}^3/\text{s})$$

$$W'' = 0.5 \times 233.3 + 0.001 \times 233.3^2 = 171.08(\text{m}^3/\text{s})$$

再将它们代入水电厂的日耗水量表示式，最后得

$$K = 71.97 \times 15 \times 3600 + 171.08 \times 9 \times 3600 = 0.9429 \times 10^7(\text{m}^3)$$

由此可见，所取 $\gamma=0.60$ 过大，以致水电厂分担负荷过小，不能耗尽它应消耗的水量。

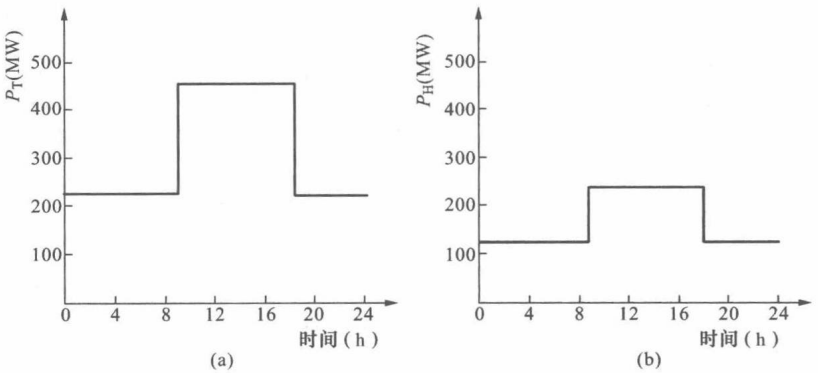



图 5-18　负荷最优分配方案

(a) 火电厂；(b) 水电厂

另取 $\gamma=0.54$，重复上列计算，可得 $K=1.1626\times10^7\text{m}^3$。显然，所取 $\gamma=0.54$ 又过小。但可以预期，应选的 $\gamma$ 值必在 0.54 至 0.60 之间。

重复如上计算，直至求得的 $K$ 十分接近给定的 $10^7\text{m}^3$。计算结果示于表 5-3。按表 5-3 可作负荷最优分配方案如图 5-18 所示。由图可见，由于水耗量的限制，水电厂始终以轻载运行，而火电厂在高峰负荷期间却接近满负荷。

**表 5-3　　负荷最优分配方案的计算**

| $\gamma$ | $P'_T$(MW) | $P'_H$(MW) | $W'$(m²/s) | $P''_T$(MW) | $P''_H$(MW) | $W''$(m³/s) | $K$(×10⁷m³) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.60 | 233.3 | 116.7 | 71.97 | 466.7 | 733.3 | 171.08 | 0.9429 |
| 0.54 | 207.1 | 142.9 | 91.87 | 432.1 | 267.9 | 205.72 | 1.1626 |
| 0.5844 | 226.9 | 123.1 | 76.70 | 458.1 | 241.9 | 179.47 | 0.9566 |

续表

| $\gamma$ | $P'_{\mathrm{T}}$(MW) | $P'_{\mathrm{H}}$(MW) | $W'$(m²/s) | $P''_{\mathrm{T}}$(MW) | $P''_{\mathrm{H}}$(MW) | $W''$(m³/s) | $K$(×10⁷m³) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.5829 | 226.3 | 123.7 | 77.15 | 457.3 | 242.7 | 180.25 | 1.0006 |
| 0.5832 | 226.4 | 123.6 | 77.08 | 457.5 | 242.5 | 180.05 | 0.9996 |

## 五、网络损耗的修正

### 1. 网损修正系数

以上的分析都是在不计网络损耗的前提下进行的。当网络损耗较大，例如系统中有长距离重载线路时，就应计及网络损耗对负荷分配的影响。原则上，计及网络损耗的影响并不困难，因只要在等约束条件即有功功率平衡关系式中增加一项网络总损耗 $\Delta P_{\Sigma}$，但具体计算时，工作量却很大。下面就直接从式（5-25）所示的较完整的拉格朗日函数开始，讨论这相当繁琐的问题。计及网络损耗时，式（5-25）应改写为

$$\begin{aligned} C^{*} = & \sum_{k=1}^{k=t}\sum_{i=1}^{i=m} F_{i\cdot k}(P_{\mathrm{T}i\cdot k})\Delta t_k - \sum_{k=1}^{k=t}\lambda_k\Big[\Big(\sum_{i=1}^{i=m} P_{\mathrm{T}i\cdot k} + \sum_{j=m+1}^{j=n} P_{\mathrm{H}j\cdot k}\Big) \\ & - \Big(\sum_{i=1}^{i=m} P_{\mathrm{L}i\cdot k} + \sum_{j=m+1}^{j=n} P_{\mathrm{L}j\cdot k} + \Delta P_{\Sigma k}\Big)\Big]\times \Delta t_k \\ & + \sum_{j=m+1}^{j=n}\gamma_j\Big[\sum_{k=1}^{k=t} W_{j\cdot k}(P_{\mathrm{H}j\cdot k})\Delta t_k - K_j\Big] \end{aligned} \tag{5-28}$$

然后取

$$\frac{\partial C^{*}}{\partial P_{\mathrm{T}i\cdot k}} = 0;\quad \frac{\partial C^{*}}{\partial P_{\mathrm{H}j\cdot k}} = 0;\quad \frac{\partial C^{*}}{\partial \lambda_k} = 0;\quad \frac{\partial C^{*}}{\partial \gamma_j} = 0$$

并计及 $\Delta P_{\Sigma k}$ 与所有 $P_{\mathrm{T}i\cdot k}$、$P_{\mathrm{H}j\cdot k}$ 都有关，可得

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}F_{i\cdot k}(P_{\mathrm{T}i\cdot k})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{T}i\cdot k}} - \lambda_k\Big(1 - \frac{\partial \Delta P_{\Sigma k}}{\partial P_{\mathrm{T}i\cdot k}}\Big) = 0 \\ \gamma_j\frac{\mathrm{d}W_{j\cdot k}(P_{\mathrm{H}j\cdot k})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{H}j\cdot k}} - \lambda_k\Big(1 - \frac{\partial \Delta P_{\Sigma k}}{\partial P_{\mathrm{H}j\cdot k}}\Big) = 0 \\ \sum_{i=1}^{i=m} P_{\mathrm{T}i\cdot k} + \sum_{j=m+1}^{j=n} P_{\mathrm{H}j\cdot k} - \Big(\sum_{i=1}^{i=m} P_{\mathrm{L}i\cdot k} + \sum_{j=m+1}^{j=n} P_{\mathrm{L}j\cdot k} + \Delta P_{\Sigma k}\Big) = 0 \\ \sum_{k=1}^{k=t} W_{j\cdot k}(P_{\mathrm{H}j\cdot k})\Delta t_k - K_j = 0 \end{aligned}\right\} \tag{5-29}$$

式中，$i=1, 2, \cdots, m$；$j=m+1, m+2, \cdots, n$；$k=1, 2, \cdots, t$。

这组方程式的第三、四式显然仍是原始的等约束条件，而第一、二式则仍为第 $k$ 时间段内最优分配负荷的条件。将这两式合并，并在合并的同时略去下标“$k$”以表示某一瞬间的关系，可得

$$\frac{\mathrm{d}F_i(P_{\mathrm{T}i})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{T}i}}\frac{1}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{\mathrm{T}i})} = \gamma_j\frac{\mathrm{d}W_j(P_{\mathrm{H}j})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{H}j}}\frac{1}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{\mathrm{H}j})} = \lambda \tag{5-30}$$

式中，乘数 $1/(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{\mathrm{T}i})$ 或 $1/(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{\mathrm{H}j})$ 是因计及网络损耗而有的修正系数。其中的偏导数 $\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{\mathrm{T}i}$ 或 $\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{\mathrm{H}j}$ 称为网损微增率。

由于 $\mathrm{d}F_i(P_{\mathrm{T}i})/\mathrm{d}P_{\mathrm{T}i}=\lambda_i$ 为燃料耗量微增率，$\mathrm{d}W_j(P_{\mathrm{H}j})/\mathrm{d}P_{\mathrm{H}j}=\lambda_j$ 为水耗量微增率，如再以 $L_i$、$L_j$ 表示网损修正系数，式（5-30）可简写为

$$\lambda_i L_i = \gamma_j\lambda_j L_j = \lambda \tag{5-31}$$

式（5-30）或式（5-31）就是计及网络损耗修正后火力与水力发电设备（厂）之间最优分配负荷的协调方程式。它实际上也是等耗量微增率准则的推广运用。

式（5-30）、式（5-31）都很简洁。因而，似乎计及网络损耗不会引起很大问题。其实不然。困难在于网损微增率的计算。因由网损微增率的定义 $\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{Ti}$、$\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{Hj}$ 可见，其物理意义为某发电厂所发功率的变化引起的网络总损耗的变化。因此，它们不仅与网络的结构、参数有关，而且还和各类变量都有关。下面讨论这网损微增率的计算。

2. 网损微增率的计算——转置雅可比矩阵法❶

计算网损微增率的方法很多，最早出现并广泛使用的是所谓损耗系数法或 $B_{mn}$ 系数法。但这种方法引入的假设条件较多，不够精确。下面介绍的是一种以潮流计算为基础的所谓转置雅可比矩阵法。

由潮流计算已知，各节点注入功率的代数和就等于网络的总损耗

$$\Delta\widetilde{S}_{\Sigma}=\Delta P_{\Sigma}+\mathrm{j}\Delta Q_{\Sigma}=\sum_{i=1}^{i=n}(P_i+\mathrm{j}Q_i)$$

由此可列出

$$\Delta\Delta P_{\Sigma}=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial P_i}\Delta P_i$$

设除 $i$ 节点和平衡节点 $s$ 外，其他节点注入的有功功率都保持不变，则由上式可得

$$\Delta\Delta P_{\Sigma *}=\frac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial P_i}\Delta P_i+\frac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial P_s}\Delta P_s$$

式中，$\Delta P_{\Sigma *}$ 的下标“$*$”表明网络损耗的变化只是由 $i$、$s$ 两节点注入有功功率的变化所引起。

另一方面，当只有 $i$、$s$ 两节点注入的有功功率可变时，$i$ 节点注入有功功率的增加将使平衡节点注入有功功率减少，并使网络损耗发生变化，即有

$$\Delta P_i=-\Delta P_s+\Delta\Delta P_{\Sigma *}$$

上两式中消去 $\Delta\Delta P_{\Sigma *}$，可得

$$\partial P_s/\partial P_i=\Delta P_s/\Delta P_i=-\frac{1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_i}{1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_s}$$

而由其中第二式又可得

$$\partial P_s/\partial P_i=\Delta P_s/\Delta P_i=-(1-\partial\Delta P_{\Sigma *}/\partial P_i)$$

从而可得

$$1-\partial\Delta P_{\Sigma *}/\partial P_i=\frac{1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_i}{1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_s}\tag{5-32}$$

为简化分析，设系统中电源全为火力发电设备（厂），则由式（5-30）可列出

$$\frac{\mathrm{d}F_i}{\mathrm{d}P_i}\frac{1}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_i)}=\frac{\mathrm{d}F_s}{\mathrm{d}P_s}\frac{1}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_s)}$$

从而有

$$\frac{\mathrm{d}F_i}{\mathrm{d}P_i}\frac{(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_s)}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_i)}=\frac{\mathrm{d}F_i}{\mathrm{d}P_i}\frac{1}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma *}/\partial P_i)}=\frac{\mathrm{d}F_s}{\mathrm{d}P_s}$$

---

❶ F. L. Alvarado. Panalty Factors from Newton's Method. IEEE Trans. on PAS Vol. PAS-97 Nov. /Dec. 1978: 2030～2040.

$$\frac{\mathrm{d}F_i}{\mathrm{d}P_i}\frac{1}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma *}/\partial P_i)}=\frac{\mathrm{d}F_i}{\mathrm{d}P_i}\frac{1}{-\partial P_s/\partial P_i}=L_{i*}\frac{\mathrm{d}F_i}{\mathrm{d}P_i}=\frac{\mathrm{d}F_s}{\mathrm{d}P_s}$$

由此可见，只要求得 $\partial P_s/\partial P_i$，就可得相应的网损微增率 $\partial\Delta P_{\Sigma *}/\partial P_i=1+\partial P_s/\partial P_i$ 和网损修正系数 $L_{i*}=-1/(\partial P_s/\partial P_i)$，并建立具有另一种形式的协调方程式

$$\frac{\mathrm{d}F_i}{\mathrm{d}P_i}\frac{1}{(-\partial P_s/\partial P_i)}=\frac{\mathrm{d}F_s}{\mathrm{d}P_s} \tag{5-33}$$

至此，求取网损微增率的问题已转化为求取偏导数 $\partial P_s/\partial P_i$，而这一偏导数可写作

$$\frac{\partial P_s}{\partial P_i}=\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=n}\frac{\partial P_s}{\partial\delta_j}\frac{\partial\delta_j}{\partial P_i}+\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=n}\frac{U_j\partial P_s}{\partial U_j}\frac{\partial U_j}{U_j\partial P_i}$$

或写作

$$\frac{\partial P_s}{\partial P_i}=\left[\left(\frac{\partial P_s}{\partial\boldsymbol{\delta}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\frac{\boldsymbol{U}\partial P_s}{\partial\boldsymbol{U}}\right)^{\mathrm{T}}\right]\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\boldsymbol{\delta}}{\partial P_i}\\[2ex]\dfrac{\partial\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{U}\partial P_i}\end{bmatrix} \tag{5-34a}$$

式中列向量 $\partial\boldsymbol{\delta}/\partial P_i$、$\partial\boldsymbol{U}/(\boldsymbol{U}\partial P_i)$ 的阶数分别为 $n-1$ 和 $m-1$。它们可由下列诸式按如下的步骤求取。先列出

$$\frac{\partial P_1}{\partial P_i}=\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=n}\frac{\partial P_1}{\partial\delta_j}\frac{\partial\delta_j}{\partial P_i}+\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=m}\frac{U_j\partial P_1}{\partial U_j}\frac{\partial U_j}{U_j\partial P_i}=0$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial P_i}=\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=n}\frac{\partial P_i}{\partial\delta_j}\frac{\partial\delta_j}{\partial P_i}+\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=m}\frac{U_j\partial P_i}{\partial U_j}\frac{\partial U_j}{U_j\partial P_i}=1$$

$$\frac{\partial P_n}{\partial P_i}=\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=n}\frac{\partial P_n}{\partial\delta_j}\frac{\partial\delta_j}{\partial P_i}+\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=m}\frac{U_j\partial P_n}{\partial U_j}\frac{\partial U_j}{U_j\partial P_i}=0$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial P_i}=\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=n}\frac{\partial Q_1}{\partial\delta_j}\frac{\partial\delta_j}{\partial P_i}+\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=m}\frac{U_j\partial Q_1}{\partial U_j}\frac{\partial U_j}{U_j\partial P_i}=0$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial P_i}=\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=n}\frac{\partial Q_i}{\partial\delta_j}\frac{\partial\delta_j}{\partial P_i}+\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=m}\frac{U_j\partial Q_i}{\partial U_j}\frac{\partial U_j}{U_j\partial P_i}=0$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial P_i}=\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=n}\frac{\partial Q_m}{\partial\delta_j}\frac{\partial\delta_j}{\partial P_i}+\sum_{\substack{j=1\\j\neq s}}^{j=m}\frac{U_j\partial Q_m}{\partial U_j}\frac{\partial U_j}{U_j\partial P_i}=0$$

归纳上列诸式，可列出

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial P_i}\\[2ex]\dfrac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial P_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial\boldsymbol{\delta}} & \dfrac{\boldsymbol{U}\partial\boldsymbol{P}}{\partial\boldsymbol{U}}\\[2ex]\dfrac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial\boldsymbol{\delta}} & \dfrac{\boldsymbol{U}\partial\boldsymbol{Q}}{\partial\boldsymbol{U}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\boldsymbol{\delta}}{\partial P_i}\\[2ex]\dfrac{\partial\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{U}\partial P_i}\end{bmatrix} \tag{5-34b}$$

式中的 $\partial\boldsymbol{P}/\partial\boldsymbol{\delta}$ 和 $\boldsymbol{U}\partial\boldsymbol{Q}/\partial\boldsymbol{U}$ 分别为 $(n-1)\times(n-1)$、$(m-1)\times(m-1)$ 阶方阵。不难发现，式中的系数矩阵就是以极坐标表示时牛顿—拉夫逊法潮流计算修正方程式（4-53）或式（4-54）中的系数矩阵，即雅可比矩阵。

归并式（5-34a）、式（5-34b），即可得

$$\frac{\partial P_s}{\partial P_i}=\left[\left(\frac{\partial P_s}{\partial\boldsymbol{\delta}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\frac{\boldsymbol{U}\partial P_s}{\partial\boldsymbol{U}}\right)^{\mathrm{T}}\right]\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial P_i}\\[2ex]\dfrac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial P_i}\end{bmatrix} \tag{5-35}$$

上式中的雅可比矩阵已简写如式（4-54）。如注意到上式等号右侧列向量中除 $\partial P_i/\partial P_i=1$ 外其余均为零，可将式（5-35）等号右侧转置，然后构筑求取 $\partial P_s/\partial \boldsymbol{P}$ 的矩阵方程如下

$$\partial P_s/\partial \boldsymbol{P}=[\mathbf{1}\quad \mathbf{0}]\left[\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\right]^{-1}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial P_s}{\partial \boldsymbol{\delta}}\\ \dfrac{\boldsymbol{U}\partial P_s}{\partial \boldsymbol{U}}\end{bmatrix} \tag{5-36}$$

式中单位矩阵 $\mathbf{1}$ 和零阵 $\mathbf{0}$ 的阶数分别为 $(n-1)\times(n-1)$、$(n-1)\times(m-1)$。

至此，就可从等号左侧 $n-1$ 阶列向量 $\partial P_s/\partial \boldsymbol{P}$ 中提取具有发电设备各节点的 $\partial P_s/\partial P_i$，以求取相应的网损微增率和网损修正系数。

至于式（5-36）等号右侧的列向量，则不难从平衡节点有功功率的表示式求取。而显然，这也是一个十分稀疏的向量。

如再注意到推导 $PQ$ 分解法修正方程式时曾略去雅可比矩阵的两个子阵 $N$、$J$，对式（5-36）也可作同样的简化，得❶

$$\partial P_s/\partial \boldsymbol{P}=(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}})^{-1}\partial P_s/\partial \boldsymbol{\delta} \tag{5-37}$$

显然，式（5-37）适合于与 $PQ$ 分解法潮流计算配合使用。

至此，可作计及网损修正时有功功率负荷最优分配与潮流分布配合计算的原理框图如图 5-19 所示。

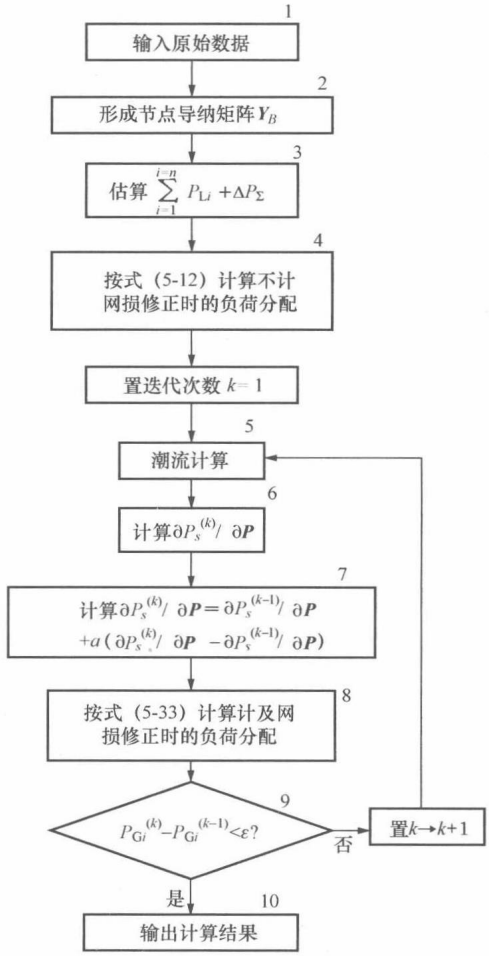



图 5-19　计及网损修正时有功功率负荷最优分配与潮流分布配合计算的原理框图

图中，第 1 框输入原始数据中除潮流计算所需者外，还应包括各发电设备的耗量特性和有功、无功功率限额。

第 2 框主要在形成节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_B$，而如以 $PQ$ 分解法计算潮流，则还需形成 $\boldsymbol{B}'$、$\boldsymbol{B}''$阵。

第 3 框只是估计一个 $\Delta P_\Sigma$ 值，用以估算所有发电设备应发的总功率 $\sum_{i=1}^{j=n} P_{Li}+\Delta P_\Sigma$。

第 4 框是一个接式（5-12）运用本章第二节第三小节中所述步骤求最优分配负荷的迭代过程。

第 5 框是以牛顿—拉夫逊法或 $PQ$ 分解法计算潮流的迭代过程。

第 6 框按式（5-36）或式（5-37）计算 $\partial P_s/\partial \boldsymbol{P}$。

第 7 框是为加速收敛而设置的，其中的加速因子 $\alpha$ 约为 0.6～0.7。

第 8 框与第 4 框相似，是一个按协调方程式（5-33）求计及网损修正时最优分配负荷的

❶ 刘中岳．电力系统经济调度中线损修正计算的一个新方法．南京工学院，1981（10）．

迭代过程。

第 9 框用以判别是否结束负荷分配—潮流计算—负荷分配的循环，即迭代是否已收敛。

第 10 框输出最优分配负荷的方案和相应的潮流计算结果。

显然，这一框图相当粗略。

由于这种方法利用了潮流计算时已求得的雅可比矩阵，因此它就称为转置雅可比矩阵法。

**表 5-4　各支路等值阻抗**

| 线段 | 阻抗 |
|---|---|
| 1-5 | 0.030+j0.103 |
| 2-5 | 0.080+j0.262 |
| 3-5 | 0.105+j0.347 |
| 2-3 | 0.033+j0.118 |
| 3-4 | 0.106+j0.403 |

**【例 5-4】** 简单系统接线如图 5-20 所示。采用标幺制时，图中各支路的等值阻抗见表 5-4，各节点的功率见表 5-5，各发电设备的特性见表 5-6。试求三发电设备之间有功功率的最优分配。

计算时，要求节点 4、5 的电压分别保持定值 1.05、1.04；并取图 5-19 中的允许误差 $\varepsilon$ 为 0.001。

**表 5-5　各节点有功、无功功率**

| 节点 | $P_L$ | $Q_L$ | $P_G$ | $Q_G$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.86 | 0.20 | 待定 | 0.092 |
| 2 | 0.30 | 0.12 | 0 | 0.119 |
| 3 | 0.70 | 0.03 | 0 | 0.134 |
| 4 | 0 | 0 | 待定 | 待定 |
| 5 | 0.80 | 0.20 | 待定 | 待定 |

**表 5-6　各发电设备特性**

| 节点 | $P_{Gmin}$ | $P_{Gmax}$ | $dF/dP_G$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.50 | 2.00 | $245+100P_G$ |
| 4 | 0.10 | 1.00 | $351+100P_G$ |
| 5 | 0.10 | 1.00 | $389+100P_G$ |

**解**　1. 求节点导纳矩阵

鉴于本例中未给出接地支路阻抗，为避免节点导纳矩阵之不能求逆，设 $y_{50}=j0.0924$，即相当于设有一容量为 0.100 的无功功率电源连接在节点 5，于是可得

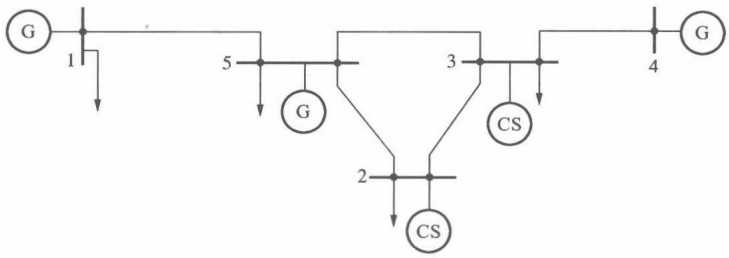



图 5-20　简单电力系统接线图

$$
\boldsymbol{Y}_B=\begin{bmatrix}
2.6067 & & & & -2.6067 \\
-j8.9495 & & & & +j8.9495 \\
 & 3.2641 & -2.1981 & & -1.0660 \\
 & -j11.3512 & +j7.8599 & & +j3.4913 \\
 & -2.1981 & 3.6074 & -0.6104 & -0.7989 \\
 & +j7.8599 & -j12.8208 & +j2.3208 & +j2.6401 \\
 & & -0.6104 & 0.6104 & \\
 & & +j2.3208 & -j2.3208 & \\
-2.6067 & -1.0660 & -0.7989 & & 4.4716 \\
+j8.9495 & +j3.4913 & +j2.6401 & & -j14.9885
\end{bmatrix}
$$

2. 计算不计网损修正时的负荷分配

设网络损耗 $\Delta P_{\Sigma}=0.06$，从而应发功率为

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_{Li}+\Delta P_{\Sigma}=2.66+0.06=2.72$$

按式（5-12）求得的各发电设备功率见表 5-7。表中还同时给出了完全不计网损时各发电设备应发功率，供参考。

**表 5-7　不计网损修正时的负荷分配**

| | $\Delta P_{\Sigma}=0.06$ | $\Delta P_{\Sigma}=0$ |
|---|---|---|
| $P_{G1}$ | 1.74 | 1.72 |
| $P_{G4}$ | 0.68 | 0.66 |
| $P_{G5}$ | 0.30 | 0.28 |

3. 计算潮流分布

进入图 5-19 中潮流计算—负荷分配的循环后，首先计算潮流，求各节点电压。每次潮流计算收敛后的节点电压见表 5-8。

**表 5-8　各 节 点 电 压**

| $k$ | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 节点 | $\lvert U\rvert$ | $\delta(°)$ | $\lvert U\rvert$ | $\delta(°)$ | $\lvert U\rvert$ | $\delta(°)$ | $\lvert U\rvert$ | $\delta(°)$ | $\lvert U\rvert$ | $\delta(°)$ |
| 1 | 1.0503 | 4.822 | 1.0508 | 4.952 | 1.0500 | 4.725 | 1.0500 | 4.746 | 1.0500 | 4.727 |
| 2 | 1.0137 | −3.183 | 1.0153 | −4.139 | 1.0152 | −3.873 | 1.0152 | −3.966 | 1.0152 | −3.939 |
| 3 | 1.0131 | −2.684 | 1.0161 | −4.079 | 1.0157 | −3.692 | 1.0159 | −3.827 | 1.0158 | −3.789 |
| 4 | 1.0483 | 11.809 | 1.0496 | 7.254 | 1.0500 | 8.499 | 1.0500 | 8.061 | 1.0499 | 8.185 |
| 5 | 1.0400 | 0.000 | 1.0400 | 0.000 | 1.0400 | 0.000 | 1.0400 | 0.000 | 1.0400 | 0.000 |

4. 计算 $\partial P_s/\partial \boldsymbol{P}$ 从而各网损修正系数 $L_{i*}$

进入潮流计算—负荷分配循环后的第二步是计算各网损修正系数。每次计算所得网损修正系数见表 5-9。

**表 5-9　网 损 修 正 系 数**

| $K$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $L_{1*}$ | 1.0348 | 1.0464 | 1.0485 | 1.0492 | 1.0493 |
| $L_{4*}$ | 1.0768 | 1.0679 | 1.0745 | 1.0732 | 1.0738 |
| $L_{5*}$ | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |

需要指出，由于本例中选节点 5 为平衡节点，$L_{5*}$ 始终为 1.0000。但由式（5-32）可以证明，虽因平衡节点的不同，网损修正系数将有所不同，却并不影响按协调方程式（5-33）分配功率的计算结果。

5. 计算计及网损修正时的负荷分配

潮流计算—负荷分配循环中的第三步是计算计及网损修正时的负荷分配。每次计算所得的各发电设备应发功率见表 5-10。表中还一并给出了相应的网损。由表可见，在脱离这一循环前，不可能有 $\sum_{i=1}^{i=n}(P_{Gi}-P_{Li})=\Delta P_{\Sigma}$ 的关系，但也可见，经两次迭代就已接近最优解。对照表 5-7、表 5-10 还可见，计及网损修正后，负荷分配将有明显变化。

**表 5-10　计及网损时的负荷分配和网损**

| $K$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_{G1}$ | 1.745 | 1.702 | 1.706 | 1.702 | 1.703 |
| $P_{G4}$ | 0.521 | 0.559 | 0.546 | 0.550 | 0.548 |
| $P_{G5}$ | 0.450 | 0.456 | 0.468 | 0.467 | 0.468 |
| $\Delta P_{\Sigma}$ | 0.069 | 0.059 | 0.060 | 0.059 | 0.059 |

6. 迭代收敛

迭代收敛，脱离潮流计算—负荷分配循环后，就可运用已求得的各节点电压计算网络中的其他变量。部分计算结果示于图 5-21。

由于本例中的潮流计算采用的是 $PQ$ 分解法，而 $\partial P_s/\partial \boldsymbol{P}$ 的计算采用的是近似公式(5-27)，为检验这种近似计算的可行性，将本例的计算结果与其他两种计算结果比较，见表5-11。表中，还一并列出了不计网损修正时的负荷分配。由表可见，这种近似计算方法有足够精确度，但不计网损修正则难以达到优化的目的。

**表 5-11　　几种计算方法的比较**

| 方法 | 本例 | 阻抗矩阵法❶ | 精确计算法❷ | 不计修正 |
|---|---|---|---|---|
| $P_{G1}$ | 1.703 | 1.705 | 1.702 | 1.740 |
| $P_G$ | 0.548 | 0.551 | 0.549 | 0.680 |
| $P_{G5}$ | 0.468 | 0.463 | 0.464 | 0.300 |
| $\Delta P_\Sigma$ | 0.059 | 0.059 | 0.055 | 0.060 |

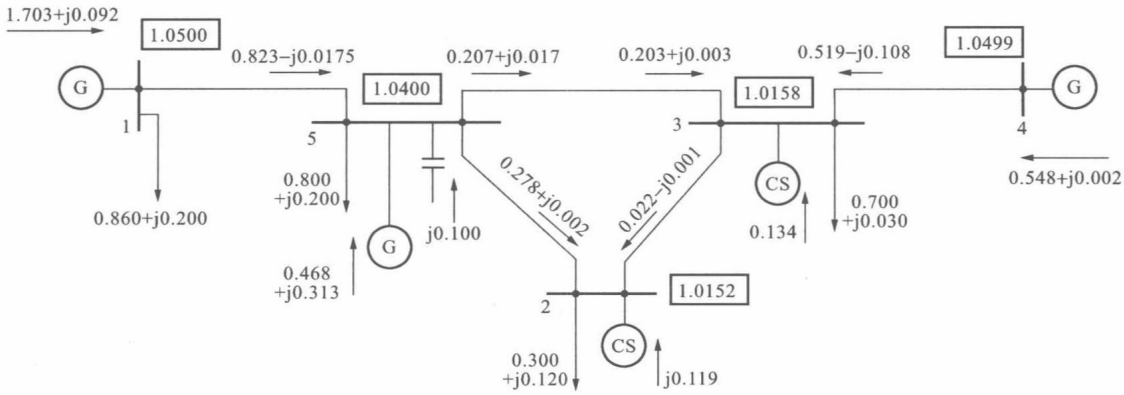



图 5-21　有功功率的最优分布

## 六、电力市场及其对电力系统经济运行的影响

当前，电力工业在全世界范围内发生着深刻的变化。从 20 世纪 80 年代开始，以英国为代表的西方发达资本主义国家开始进行电力市场化改革。其主要措施是打破传统电力工业一体化管理模式，通过电力企业私有化和民营化以及电力工业的重组，实现厂网分开，发电企业竞价上网，建立独立的管理体系，强化公平竞争和产业政策激励为目的的管制等。随后，澳大利亚、新西兰、阿根廷、美国以及其他欧洲国家都相继开始了电力工业的体制改革、结构重组和建立电力市场的工作。

市场化运行已经成为当今电力工业发展的必然趋势。电力工业的改革目标在于打破垄断，引入竞争机制，提高电力生产效率，使电价形成机制合理化，提供高质量、更安全的电力产品，促进电力工业本身的良性发展，并使全社会从改革中得到更好的经济效益和社会效益。由于电力工业的独特性和复杂性，电力市场建设仍然处在不断探索和完善过程中，到目前为止电力市场改革还没有形成一种通用的成功模式。

从 1998 年开始，我国也确定了在电力行业实行“厂网分开、竞价上网”的改革，并确定了山东、上海、浙江及东北的辽宁、吉林、黑龙江 6 个电网为首批“厂网分开”的试点单

❶ 张蔼乐. 火电厂间有功经济分配的计算. 南京工学院，1980 (9).

❷ A. H. EI-Abiad，F. J. Jaimes. A Method for Optimum Scheduling of Power and Voltage Magnitude. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems，1969，PAS-88 (4)：413～422

位。2002 年 2 月国务院颁发国发（2002）5 号文件——“电力体制改革方案”，确定了电力改革的主要任务和原则，正式拉开了中国电力市场改革的序幕。

电力行业破除了发、输、配、售一体化的垄断性运营体制，厂网分开，引入竞争，初步形成了电力市场主体多元化竞争格局，促进了电力行业的快速发展。

为解决制约电力行业科学发展的突出矛盾和深层次问题，2015 年 3 月《中共中央国务院关于进一步深化电力体制改革的若干意见》（中发［2015］9 号）正式下发。“9 号文”要求有序放开输配以外的竞争性环节电价，有序向社会资本开放配售电业务，有序放开公益性和调节性以外的发用电计划。“9 号文”的颁布和实施，对加快构建有效竞争的电力市场结构和市场体系，实现综合资源的优化配置，实施清洁、高效、安全、可持续发展的国家能源战略具有重要意义。

1. 电力市场基本模式

当前世界各国的市场交易模式大致可分为联营体（Pool）模式、双边交易模式（Bilateral Trades Model）和存在双边合同的联营体模式（Pool/Bilateral）。

（1）电力联营体（Pool）模式。电力联营体（Pool）模式也称为总量市场化模型。在这种模式下，一切电力交易必须在联营体内进行。Pool 模式最大的特点是将电网看作电能交易的中心，所有发电商以及所有用户与电网运营中心发生经济关系。所以发电商必须向 Pool 卖电，而用户必须从 Pool 买电。

电力交易中心的操作员每半小时或一小时从发电商接受各发电机的发电报价与可用容量。按照报价从低到高的顺序对发电机组进行排序直到此时间段内系统负荷均被满足为止。独立系统操作员（ISO）控制全系统发电机组的调度运行，维护系统运行的可靠性和安全性。联营体模式的优点在于采用中心控制的手段使市场成员都能享有同等机会参与市场竞争。

英国、智利、阿根廷等国以及美国 PJM 电力市场，澳大利亚的 Victoria 电力市场都属于这一类市场模式。

（2）双边交易（Bilateral Trades）模式。双边模式下，发电商与用户之间不通过电力交易中心进行电能交易，而是直接签订合同进行彼此电量及价格的交易。ISO 收到合同所规定的电量信息后，确保全网存在足够的输电容量使该合同得以实施。如果发现合同中的电能交易不能满足网络安全约束条件，则 ISO 将信息反馈给合同双方，要求修改合同内容。如果满足网络安全约束条件，ISO 负责进行调度运行。该交易模式的优点在于能够按照交易双方的意愿，满足交易双方对于价格以及电量稳定性的要求。

（3）存在双边合同的联营体模式（Pool/Bilateral）。双边交易模式一般不单独存在，而是与 Pool 模式共存，组成存在双边合同的联营体模式。这种模式被认为能有效地运用前述两种模式的优点，避免存在的问题，是各国电力市场运营模式的趋势。在双边合同的联营体模式下，用户与发电商可自由选择是通过电力交易中心进行电能交易，或直接签订双边合同进行交易。实际市场的运行调度分两个步骤完成：首先，系统在不考虑双边合同影响，特别是双边合同对于阻塞和网损的影响下，得到全网的运行调度计划；而后考虑双边合同的影响，由 ISO 判断全网安全可靠性是否得到满足，若不被满足，ISO 则要求电力交易中心或合同双方对交易进行修改。ISO 向所有市场提供开放均等的输电服务。参与双边合同的发电机组或用户按照合同规定的价格进行结算，而参与电力交易中心交易的机组或用户则按照结算价格进行结算。

各国电力市场正趋向第三种市场模式，如英国电力市场新模式、北欧四国、新英格兰、

美国加州等。

2. 电力市场中的电能交易

一个完整的电力市场，一般划分为中长期合约交易市场、期货与期权交易市场、日前交易市场、辅助服务交易市场、实时交易（平衡）市场几种。

（1）中期合约市场：中长期合约是中长期实物交货合同，它可以通过竞价产生，也可以双边签订。市场有序、规避风险、稳定价格是中长期合约市场的作用。

（2）期货与期权交易市场：期货交易是期货合约的交易，期权交易是一种权力的买卖。期货与期权交易市场的作用也是市场有序、规避风险、稳定价格。

（3）日前市场：落实中长期合同电量，组织日前竞价，通过竞争发现日前市场价格，制订满足电网安全和经济的机组开停机计划。

（4）实时平衡市场：组织实时不平衡市场，通过竞争发现实时市场价格。

（5）辅助服务市场：将调频市场和各种备用市场从提前市场中分离出来，建立单独的辅助服务市场，通过竞争发现保证电力商品质量的市场价值。

交易中心将通过日前电能市场和辅助服务市场制订大致可行的最优交易计划，并预先采购足够的发电辅助服务合同。另一方面，组织实施平衡市场，鼓励市场成员为实施调度和控制提供尽可能大的调度空间。另外，为了保持电价的相对稳定性，以及为电力工业的发展吸引足够的资金，组织电力期货市场。通过在以上五类主要市场中引入竞争机制，可以有计划地组织电力生产和交易，确保系统安全、可靠、经济地运行，为电力用户提供优质的电力，促进整个电力工业的健康、可持续发展。

3. 日前市场的交易模型[1]

下面简要介绍电力联营体（Pool）模式下日前市场的交易模型和算法。其他市场的交易模型和算法请参阅有关文献。

在发电、输电、配电市场全面开放的条件下，电能交易的目标函数是社会效益最高；而在仅开放发电市场的条件下，目标函数是购电费用最低。按购电费用结算方式的不同，目标函数可分为两种。目标函数 1：按电网统一边际成本结算的购电费用 $F_M$ 最低；目标函数 2：按各发电机组实际报价结算的购电费用 $F_B$ 最低。

在电力市场中为促进发电公司间的竞争，一般按电网统一边际成本结算，即按竞价过程中竞价成功机组的最高报价结算，电网边际成本 $C_{om}$ 为

$$C_{0M} = \max[C_{01}(P_1), C_{02}(P_2), \cdots, C_{0i}(P_i)]$$

式中 $P_i$——第 $i$ 个机组（或发电厂、发电公司）竞价获得的发电量，即发电功率（单位时段电量可用功率替代）；

$i$——机组序号，$i=1, 2, \cdots, N$（$N$ 机组总数）；

$C_{0i}$——机组 $i$ 的报价；

$C_{0i}(P_i)$——机组 $i$ 的报价曲线，是发电功率 $P_i$ 的函数。

购电费用 $F_M$ 可表示为

$$F_M = \min \sum_{i=1}^{N} C_{0M} P_i$$

[1] 于尔铿，周京阳，张学松. 电力市场竞价模型与原理. 电力系统自动化，2001，25（1）：24～27.

电力市场电能竞价同传统模式下的经济调度和机组启停一样需要满足一定的约束条件。例如功率平衡约束、旋转备用约束等系统功率需求约束、发电机组输出功率的上下限约束、发电机组输出功率速度约束、发电机组旋转备用速度约束、发电机组周期内发电量约束等机组特性约束以及支路潮流功率约束和节点电压约束等电网安全约束。

上述竞价模型的竞价单位是发电厂或发电公司，机组启停（或组合）问题属于发电厂或发电公司内部问题，报价曲线中包含机组启停因素。而如果竞价单位是机组，则电力市场竞价中应考虑机组启停问题，则目标函数变为

$$F_{\mathrm{M}} = \min \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} [C_{0\mathrm{M},t} u_{it} P_{it} + u_{it}(1 - u_{it-1}) F_{si}(\tau_{it-1})]$$

式中

$u_{it}$——发电机组 $i$ 在时段 $t$ 的运行方式，0 表示停机，1 表示开机；

$P_{it}$——机组 $i$ 在时段 $t$ 的功率；

$\tau_{it-1}$——机组 $i$ 在时段 $t-1$ 时已连续停机的时间；

$F_{si}(\tau_{it-1})$——机组 $i$ 在时段 $t$ 投运时的启动费用。

此时还要考虑机组的最小开机时间和最小停机时间约束。

电力市场下的电能竞价模型是一个多约束的非线性规划问题。由于按边际成本结算，目标函数是非解析函数，同时电厂报价曲线复杂，并随时间和供需关系变化，这都增加了确定电力市场下电能交易计划的难度。

求解电能竞价问题常用的方法主要有排队法、等报价法、动态规划法、线性规划法、网络流规划法等。不同的方法适用于解决不同类型的约束条件，各有优缺点。有兴趣的同学请查阅有关文献。

## 第三节　电力系统的频率调整

### 一、调整频率的必要性

电力系统的频率变动对用户、发电厂和电力系统本身都会产生不利影响，所以必须保持频率在额定值 50Hz 上下，且偏移不超过一定范围。

电力系统频率变动时，对用户的影响有：

用户使用的电动机的转速与系统频率有关。频率变化将引起电动机转速的变化，从而影响产品质量。例如，纺织工业、造纸工业等都将因频率变化而出现残次品。

近代工业、国防和科学技术都已广泛使用电子设备，系统频率的不稳定将会影响电子设备的工作。雷达、电子计算机等重要设施将因频率过低而无法运行。

频率变动对发电厂和系统本身也有影响：

火力发电厂的主要厂用机械——风机和泵，在频率降低时，所能供应的风量和水量将迅速减少，影响锅炉的正常运行。

低频率运行时，汽轮机叶片所受的应力将增加，会引起叶片的共振，缩短叶片的寿命，甚至使叶片断裂。

低频率运行时，发电机的通风量将减少，而为了维持正常电压，又要求增加励磁电流，以致使发电机定子和转子的温升都将增加。为了不超越温升限额，不得不降低发电机所发功率。

低频率运行时，由于磁通密度的增大，变压器的铁芯损耗和励磁电流都将增大。为了不超越温升限额，不得不降低变压器的负荷。

频率降低时，系统中的无功功率负荷将增大，如图 2-49（b）所示。而无功功率负荷的增大又将促使系统电压水平的下降。

总之，由于所有设备都是按系统额定频率设计的，系统频率质量的下降将影响各行各业。而频率过低时，甚至会使整个系统瓦解，造成大面积停电。

调整系统频率的主要手段是发电机组原动机的自动调节转速系统，或简称自动调速系统，特别是其中的调速器和调频器（又称同步器）。下面从自动调速系统的作用开始，讨论频率调整。

## 二、自动调速系统及其调节特性

### 1. 自动调速系统

自动调速系统的种类很多，以下介绍的是一种相当原始的机械调速系统——离心飞摆式。这种调速系统比较直观，但它的调节机理又和新型调速系统（如电液式调速系统）没有很大差别。

离心飞摆式调速系统的示意图如图 5-22，其作用原理如下：

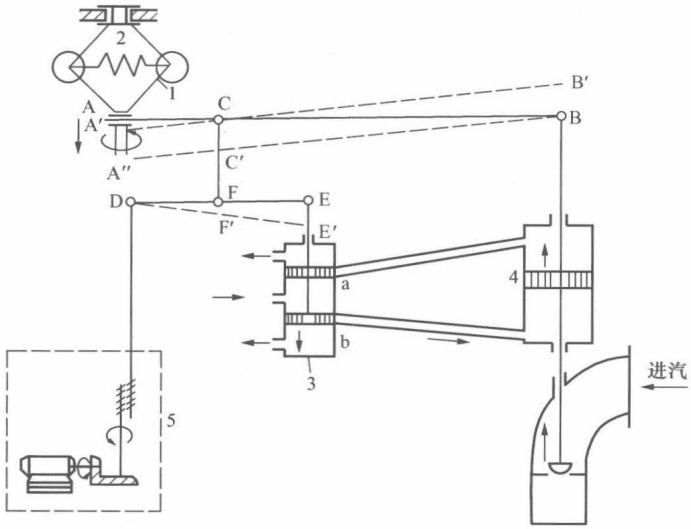



图 5-22 离心飞摆式调速系统示意图

1—飞摆；2—弹簧；3—错油门；4—油动机；5—调频器

调速器的飞摆由套筒带动转动，套筒则为原动机的主轴所带动。单机运行时，因机组负荷的增大，转速下降，飞摆由于离心力的减小，在弹簧的作用下向转轴靠拢，使 A 点向下移动到 A″。但因油动机活塞两边油压相等，B 点不动，结果使杠杆 AB 绕 B 点逆时针转动到 A″B。在调频器不动作的情况下，D 点也不动，因而在 A 点下降到 A″时，杠杆 DE 绕 D 点顺时针转动到 DE′，E 点向下移动到 E′。错油门活塞向下移动，使油管 a、b 的小孔开启，压力油经油管 b 进入油动机活塞下部，而活塞上部的油则经油管 a 经错油门上部小孔溢出。在油压作用下，油动机活塞向上移动，使汽轮机的调节汽门或水轮机的导向叶片开度增大，增加进汽量或进水量❶。

❶ 水轮机调速系统中还有缓冲器，但因缓冲器不影响静态特性，此处从略。

在油动机活塞上升的同时，杠杆 AB 绕 A 点逆时针转动，将连接点 C，从而错油门活塞提升，使油管 a、b 的小孔重新堵住。油动机活塞又处于上下相等的油压下，停止移动。由于进汽或进水量的增加，机组转速上升，A 点从 A″回升到 A′。调节过程结束。这时杠杆 AB 的位置为 A′CB′。分析杠杆 AB 的位置可见，杠杆上 C 点的位置和原来相同，因机组转速稳定后错油门活塞的位置应恢复原状；B′的位置较 B 高，A′的位置较 A 略低；相应的进汽或进水量较原来多，机组转速较原来略低。这就是频率的“一次调整”作用。

为使负荷增加后机组转速仍能维持原始转速，要求有“二次调整”。“二次调整”是借调频器完成的。调频器转动蜗轮、蜗杆，将 D 点抬高。D 点上升时，杠杆 DE 绕 F 点顺时针转动，错油门再次向下移动，开启小孔。在油压作用下，油动机活塞再次向上移动，进一步增加进汽或进水量。机组转速上升，离心飞摆使 A 点由 A′向上升。而在油动机活塞向上移动时，杠杆 AB 又绕 A 逆时针转动，带动 C、F、E 点向上移动，再次堵塞错油门小孔，调节过程结束。如 D 点的位移选择得恰当，A 点就有可能回到原来位置。这就是频率的“二次调整”作用。

2. 电源有功功率静态频率特性

电源有功功率静态频率特性通常可理解为发电机组中原动机机械功率的静态频率特性。原动机未配置自动调速系统时，其机械功率与角速度或频率的关系为

$$P_m = C_1\omega - C_2\omega^2 = C_1 f - C_2 f^2 \tag{5-38}$$

式中各变量都是标幺值；$C_1$、$C_2$ 为常数，而且，通常 $C_1 = 2C_2$。这个关系式可以图 5-23 所示的曲线表示，而这曲线又可作如下理解：机组转速很小时，即使蒸汽或水在叶轮上施加很大转矩 $M_m$，它的功率输出 $P_m$ 仍很小，因为功率是转矩和转速的乘积；机组转速很大时，由于进汽或进水速度难以跟上叶轮速度，它们在叶轮上施加的转矩很小，输出功率也很小；只有在额定条件下，转速和转矩都适中，它们的乘积最大，功率输出也最大。

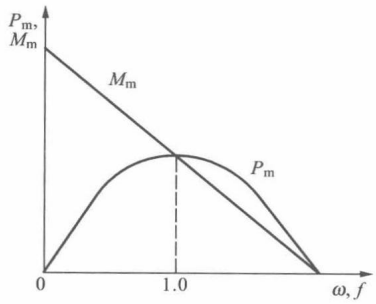



图 5-23　未配置自动调速系统时原动机的静态频率特性

原动机配置自动调速系统后，它的调速器随机组转速的变动不断改变进汽或进水量，使原动机的运行点不断从一根静态频率特性曲线向另一根静态频率特性曲线过渡，如图 5-24（a）中 $a'$-$a''$-$a'''$……。图中的曲线组是分别对应不同进汽或进水量的静态频率特性。连接不同曲线上运行点 $a'$、$a''$、$a'''$……的虚线 1-2-3 则是有调速器调节，或有频率的一次调整时的静态频率特性。其中，线段 2-3 之所以有下降的趋势是因为运行点转移到点 2 时，进汽或进水量已达最大值，调速器已不能再发挥作用，以致转速或频率进一步下降时，运行点只能沿对应最大进汽或进水量的频率特性转移，原动机的功率只能下降。

有时，为简化分析，常以直线 1-2 替代曲线 1-2；以直线 2-3′替代曲线 2-3，如图 5-24（b）所示。换言之，认为进汽或进水量达到最大值后，原动机的机械功率可保持不变。

调速系统中调频器的二次调整作用在于：原动机的负荷改变时，手动或自动地操作调频器，使有一次调整的静态频率特性平行移动，如图 5-25（a）所示。图中，实线所示的一组平行直线是一组仅有一次调整时的静态特性。有调频器的二次调整后，原动机的运行点就又不断从一根仅有一次调整的静态频率特性曲线过渡到另一根曲线，如图中 $b'$-$b''$-$b'''$-……所示。因此，曲线Ⅰ-Ⅱ或与它近似的直线Ⅰ-Ⅱ是有调频器的二次调整后，原动机的静态频率特

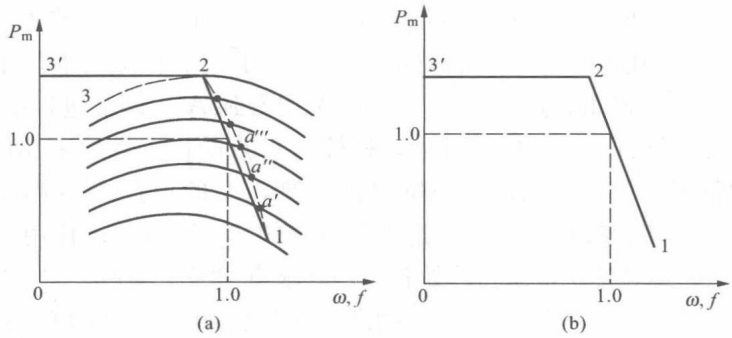



图 5-24 有一次调整时原动机的静态频率特性

（a）调速器的作用；（b）有调速器时的静态频率特性

性。这种静态频率特性有两种类型：一种称为无差调节，即负荷变动时，原动机的转速或频率保持不变，如图 5-25（a）所示；一种称为有差调节，即负荷变动时，原动机的转速或频率将有所变动（随负荷增大而降低），如图 5-25（b）所示。

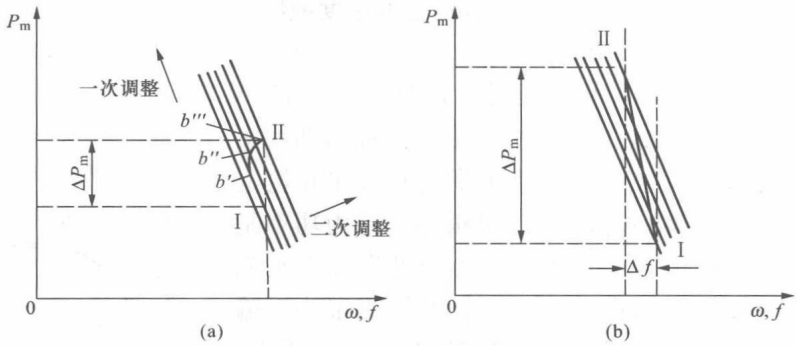



图 5-25 有二次调整时原动机的静态频率特性

（a）调频器的作用（无差调节）；

（b）有调频器时的静态频率特性（有差调节）

## 三、频率的一次调整

负荷和电源的有功功率静态频率特性已知时，分析频率的一次调整并不困难。为此，可先设系统中仅有一台发电机组和一个综合负荷，它们的静态频率特性分别如图 5-26（a）、（b）所示。这些特性曲线都已近似以直线替代。

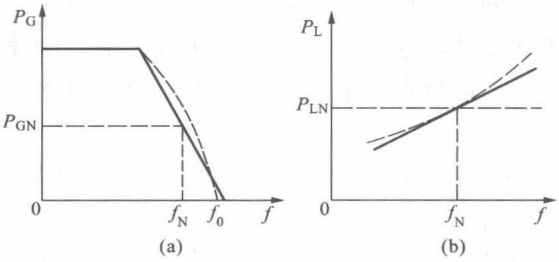



图 5-26 静态频率特性

（a）发电机组原动机；（b）综合负荷

这些代表频率特性的直线有各自的斜率。发电机组原动机或电源频率特性的斜率

$$K_G = -\Delta P_G/\Delta f \tag{5-39a}$$

称发电机的单位调节功率，以 MW/Hz 或 MW/(0.1Hz) 为单位。它的标幺值则是

$$K_{G*} = -\frac{\Delta P_G f_N}{P_{GN}\Delta f} = K_G f_N/P_{GN} \tag{5-39b}$$

发电机的单位调节功率标志着随频率的升降发电机组发出功率减少或增加的多少。这个单位调节功率和机组的调差系数 $\sigma$ 有互为倒数的关系。因机组的调差系数 $\sigma$ 为

$$\sigma=-\frac{\Delta f}{\Delta P_{\mathrm{G}}}=-\frac{f_{\mathrm{N}}-f_0}{P_{\mathrm{GN}}-0}=\frac{f_0-f_{\mathrm{N}}}{P_{\mathrm{GN}}}$$

以百分数表示则为

$$\sigma\%=-\frac{\Delta f P_{\mathrm{GN}}}{f_{\mathrm{N}}\Delta P_{\mathrm{G}}}\times 100=\frac{f_0-f_{\mathrm{N}}}{f_{\mathrm{N}}}\times 100$$

而由图 5-26（a）可见

$$K_{\mathrm{G}}=-\frac{\Delta P_{\mathrm{G}}}{\Delta f}=-\frac{P_{\mathrm{GN}}-0}{f_{\mathrm{N}}-f_0}=\frac{P_{\mathrm{GN}}}{f_0-f_{\mathrm{N}}}$$

从而

$$K_{\mathrm{G}}=\frac{1}{\sigma}=\frac{P_{\mathrm{GN}}}{f_{\mathrm{N}}\sigma\%}\times 100 \tag{5-40a}$$

或

$$K_{\mathrm{G}*}=\frac{1}{\sigma\%}\times 100 \tag{5-40b}$$

调差系数 $\sigma\%$ 或与之对应的发电机的单位调节功率是可以整定的，一般整定为如下的数值：

汽轮发电机组　$\sigma\%=3\sim5$ 或 $K_{\mathrm{G}*}=33.3\sim20$

水轮发电机组　$\sigma\%=2\sim4$ 或 $K_{\mathrm{G}*}=50\sim25$

而电力系统频率的一次调整问题主要就与这个调差系数或与之对应的发电机的单位调节功率有关。

综合负荷的静态频率特性也有一个斜率

$$K_{\mathrm{L}}=\Delta P_{\mathrm{L}}/\Delta f \tag{5-41a}$$

称负荷的单位调节功率，也以 MW/Hz 或 MW/(0.1Hz) 为单位。它的标幺值则是

$$K_{\mathrm{L}*}=\frac{\Delta P_{\mathrm{L}} f_{\mathrm{N}}}{P_{\mathrm{LN}}\Delta f}=K_{\mathrm{L}} f_{\mathrm{N}}/P_{\mathrm{LN}} \tag{5-41b}$$

负荷的单位调节功率标志着随频率的升降负荷消耗功率增加或减少的多少。它的标幺值在数值上就等于额定条件下负荷的频率调节效应。所谓负荷的频率调节效应是指一定频率下负荷随频率变化的变化率

$$\frac{\mathrm{d}P_{\mathrm{L}*}}{\mathrm{d}f_*}=\Delta P_{\mathrm{L}*}/\Delta f_*=K_{\mathrm{L}*} \tag{5-42}$$

显然，负荷的单位调节功率或频率调节效应不能整定。电力系统综合负荷的单位调节功率 $K_{\mathrm{L}*}$ 大致为 1.5。

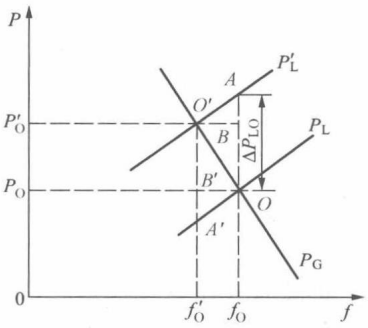


图 5-27　频率的一次调整

发电机组原动机的频率特性和负荷频率特性的交点就是系统的原始运行点，如图 5-27 中点 $O$。设在点 $O$ 运行时负荷突然增加 $\Delta P_{\mathrm{LO}}$，即负荷的频率特性突然向上移动 $\Delta P_{\mathrm{LO}}$，而发电机组功率不能及时随之变动，机组将减速，系统频率将下降。在系统频率下降的同时，发电机组的功率将因它的调速器的一次调整作用而增大，负荷的功率将因它本身的调节效应而减少。前者

沿原动机的频率特性向上增加，后者沿负荷的频率特性向下减少，经过一个衰减的振荡过程，抵达一新的平衡点，即图 5-17 中点 $O'$。

由于图 5-27 中 $OA=OB+BA=B'O'-B'A'$，而 $B'O'=\Delta P_G=-K_G\Delta f$，$B'A'=\Delta P_L=K_L\Delta f$，$OA=\Delta P_{LO}$，可得

$$\Delta P_{LO}=-(K_G+K_L)\Delta f$$

或

$$-\Delta P_{LO}/\Delta f=K_G+K_L=K_S \tag{5-43}$$

$K_S$ 称为系统的单位调节功率，也以 MW/Hz 或 MW/（0.1Hz）为单位。系统的单位调节功率也可用标幺值表示。以标幺值表示时的基准功率通常就取系统原始运行状态下的总负荷。系统的单位调节功率标志了系统负荷增加或减少时，在原动机调速器和负荷本身的调节效应共同作用下系统频率下降或上升的多寡。因此，从这个系统的单位调节功率 $K_S$ 可求取在允许的频率偏移范围内系统能承受多大的负荷增减。

需注意，自式（5-39）开始的推导过程中，始终取功率的增大和频率的上升为正。因此，上式等号左侧的负号表示，随负荷的增大，系统频率将下降。至于单位调节功率 $K_G$、$K_L$ 以及 $K_S$ 本身则都为正值。

由式（5-43）可见，系统的单位调节功率取决于两方面，即发电机的单位调节功率和负荷的单位调节功率。因为负荷的单位调节不可调，要控制、调节系统的单位调节功率只有从控制、调节发电机的单位调节功率或调速器的调差系统入手。

看来只要将调差系数整定得小些或发电机的单位调节功率整定得大些就可保证频率质量。但实际上由于系统中不止一台发电机组，调差系统不能整定得过小。为说明这一问题，不妨设想将调差系数整定为零的极端情况。这时，似乎负荷的变动不会引起频率的变动，从而可确保频率恒定。但这样就要出现负荷变化量在各发电机组之间的分配无法固定，即将使各发电机组的调速系统不能稳定工作的问题。因此，为保证调速系统本身运行的稳定性，不能采用过小的调差系数或过大的单位调节功率。

而且，系统中不止一台发电机组时，有些机组可能因已满负荷，以致它们的调速器受负荷限制器的限制不能再参加调整。这就使系统中总的发电机单位调节功率下降。也可认为，由于这些机组已不能再参加调整，它们的调差系数为无限大，从而使全系统发电机组的等值调差系数增大。例如，系统中有 $n$ 台发电机组，$n$ 台机组都参加调整时

$$K_{GN}=K_{G1}+K_{G2}+\cdots+K_{G(n-1)}+K_{Gn}=\sum_{i=1}^{i=n}K_{Gi}$$

$n$ 台机组中仅有 $m$ 台参加调整，即第 $m+1$，$m+2$，…，$n$ 台机组不参加调整时

$$K_{GM}=K_{G1}+K_{G2}+\cdots+K_{G(m-1)}+K_{Gm}=\sum_{i=1}^{i=m}K_{Gi}$$

显然

$$K_{GN}>K_{GM}$$

如将 $K_{GN}$ 和 $K_{GM}$ 换算为以 $n$ 台发电机组的总容量为基准的标幺值，则这些标幺值的倒数就是全系统发电机组的等值调差系数，即

$$\frac{\sigma_N\%}{100}=\frac{1}{K_{GN*}};\quad \frac{\sigma_M\%}{100}=\frac{1}{K_{GM*}}$$

显然

$$\sigma_M\% > \sigma_N\%$$

由于上述两方面的原因，使系统中总的发电机单位调节功率和系统的单位调节功率都不可能很大。正因为这样，依靠调速器进行的一次调整只能限制周期较短、幅度较小的负荷变动引起的频率偏移。负荷变动周期较长、幅度较大的调频任务自然地落到了二次调整方面。

**【例 5-5】** 设系统中发电机组的容量和它们的调差系数分别为：

水轮机组　100MW/台×5 台＝500MW　$\sigma\%=2.5$

　　75MW/台×5 台＝375MW　$\sigma\%=2.75$

汽轮机组　100MW/台×6 台＝600MW　$\sigma\%=3.5$

　　50MW/台×20 台＝1000MW　$\sigma\%=4.0$

较小容量汽轮机组合计　1000MW　$\sigma\%=4.0$

即系统发电机组总容量为 3475MW。系统总负荷为 3300MW，负荷的单位调节功率 $K_{L*}=1.5$。试计算：(a) 全部机组都参加调频；(b) 全部机组都不参加调频；(c) 仅水轮机组参加调频；(d) 仅水轮机组和 20 台 50MW 汽轮机组参加调频等四种情况下系统的单位调节功率 $K_S$。计算结果分别以 MW/Hz 和标幺值表示。

**解**　按 $K_G=\dfrac{P_{GN}}{f_N\sigma\%}\times 100$ 计算各类发电机组的 $K_G$：

5×100MW 水轮机组　$K_G=\dfrac{500}{50\times 2.5}\times 100=400$ (MW/Hz)

5×75MW 水轮机组　$K_G=\dfrac{375}{50\times 2.75}\times 100=273$ (MW/Hz)

6×100MW 汽轮机组　$K_G=\dfrac{600}{50\times 3.5}\times 100=343$ (MW/Hz)

20×50MW 汽轮机组　$K_G=\dfrac{1000}{50\times 4.0}\times 100=500$ (MW/Hz)

1000MW 小容量汽轮机组　$K_G=\dfrac{1000}{50\times 4.0}\times 100=500$ (MW/Hz)

计算负荷的 $K_L$　$K_L=K_{L*}P_{LN}/f_N=1.5\times 3300/50=90$ (MW/Hz)

求得这些 $K_G$ 和 $K_L$ 后，就可计算各种不同情况下的 $K_S$。例如，所有机组全部参加调频时

$$K_S=\Sigma K_G+K_L=(400+273+343+500+500)+99=2115(\text{MW/Hz})$$

所有机组都不参加调频时

$$K_S=K_L=99\text{MW/Hz}$$

其他计算从略，计算结果见表 5-12。

**表 5-12　系统单位调节功率 $K_S$ 和 $K_{S*}$ 的计算**

| 参加调频情况 | 5×100MW 水轮机 | | 5×75MW 水轮机 | | 6×100MW 汽轮机 | | 20×50MW 汽轮机 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $K_G$ | | $K_G$ | | $K_G$ | | $K_G$ | |
| | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 |
| a | 400 | 6.06 | 273 | 4.14 | 343 | 5.20 | 500 | 7.58 |
| b | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

续表

| 参加调频情况 | 5×100MW 水轮机 | | 5×75MW 水轮机 | | 6×100MW 汽轮机 | | 20×50MW 汽轮机 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $K_G$ | | $K_G$ | | $K_G$ | | $K_G$ | |
| | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 |
| c | 400 | 6.06 | 273 | 4.14 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| d | 400 | 6.06 | 273 | 4.14 | 0 | 0 | 500 | 7.58 |

| 参加调频情况 | 1000MW 小容量汽轮机 | | 电　源 | | 负　荷 | | 系　统 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $K_G$ | | $K_{G\Sigma}$ | | $K_L$ | | $K_S$ | |
| | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 | 有名值 (MW/Hz) | 标幺值 |
| a | 500 | 7.58 | 2016 | 30.56 | 99 | 1.5 | 2115 | 32.06 |
| b | 0 | 0 | 0 | 0 | 99 | 1.5 | 99 | 1.5 |
| c | 0 | 0 | 673 | 10.20 | 99 | 1.5 | 772 | 11.70 |
| d | 0 | 0 | 1173 | 17.78 | 99 | 1.5 | 1272 | 19.28 |

以标幺值计算时，按 $K_{G*}=\dfrac{100\times P_{GN}}{\sigma\%\times P_{LN}}$ 直接换算为以负荷的额定容量作基准的 $K_{G*}$：

5×100MW 水轮机组　　$K_{G*}=\dfrac{100\times 500}{2.5\times 3300}=6.06$

5×75MW 水轮机组　　$K_{G*}=\dfrac{100\times 375}{2.75\times 3300}=4.14$

6×100MW 汽轮机组　　$K_{G*}=\dfrac{100\times 600}{3.5\times 3300}=5.20$

20×50MW 汽轮机组　　$K_{G*}=\dfrac{100\times 1000}{4.0\times 3300}=7.58$

1000MW 小容量汽轮机组　　$K_{G*}=\dfrac{100\times 1000}{4.0\times 3300}=7.58$

负荷的 $K_{L*}$ 已知为 1.5。于是，所有机组全部参加调频时

$$K_{S*}=\Sigma K_{G*}+K_{L*}=(6.06+4.14+5.20+7.58+7.58)+1.5=32.06$$

所有机组都不参加调频时

$$K_{S*}=K_{L*}=1.5$$

其他计算从略，计算结果见表 5-12。

由表 5-12 所列的 $K_{G\Sigma}$ 还可求各种情况下的等值调差系数：

所有机组全部参加调频时　　$\sigma_\Sigma\%=\dfrac{1}{30.56}\times 100=3.28$

所有机组都不参加调频时　　$\sigma_\Sigma\%=\dfrac{100}{0}=\infty$

仅水轮机组参加调频时　　$\sigma_\Sigma\%=\dfrac{100}{10.20}=9.8$

水轮机组和 20 台 50MW 汽轮机组参加调频时　　$\sigma_\Sigma\%=\dfrac{100}{17.78}=5.61$

## 四、频率的二次调整

如前所述，频率的二次调整就是手动或自动地操作调频器使发电机组的频率特性平行地上下移动，从而使负荷变动引起的频率偏移可保持在允许范围内。例如，图 5-28 中，如不进行二次调整，则在负荷增大 $\Delta P_{LO}$后，运行点将转移到 $O'$，即频率将下降为 $f'_O$、功率将增加为 $P'_O$。在一次调整的基础上进行二次调整就是在负荷变动引起的频率下降 $\Delta f'$越出允许范围时，操作调频器，增加发电机组发出的功率，使频率特性向上移动。设发电机组增发 $\Delta P_{GO}$，则运行点又将从点 $O'$转移到点 $O''$。点 $O''$对应的频率为 $f''_O$、功率为 $P''_O$，即频率下降。由于进行了二次调整由仅有一次调整时的 $\Delta f'$减少为 $\Delta f''$，可以供应负荷的功率则由仅有一次调整时的 $P'_O$增加为 $P''_O$。显然，由于进行了二次调整，系统的运行质量有了改善。

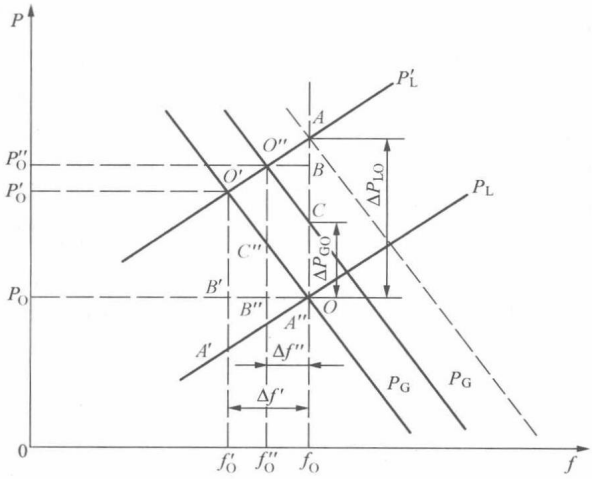



图 5-28　频率的二次调整

由图 5-28 还可见，只进行一次调整时，负荷的原始增量 $\Delta P_{LO}$可分解为两部分：一部分是因调速器的调整作用而增大的发电机组功率$-K_G\Delta f'$(图中 $B'O'$)，另一部分是因负荷本身的调节效应而减少的负荷功率 $K_L\Delta f'$(图中 $B'A'$)。不仅进行一次调整而且还进行二次调整时，这个负荷增量 $\Delta P_{LO}$可分解为三部分：一部分是由于进行了二次调整，发电机组增发的功率 $\Delta P_{GO}$（图中 $OC$)；另一部分仍是由于调速器的调整作用而增大的发电机组功率$-K_G\Delta f''$(图中 $CB=B''C''$)；第三部分仍是由于负荷本身的调节效应而减少的负荷功率 $K_L\Delta f''$（图中 $AB=B''A''$)。于是，相似于式（5-43）可得

$$\Delta P_{LO}-\Delta P_{GO}=-(K_G+K_L)\Delta f$$

$$-\frac{\Delta P_{LO}-\Delta P_{GO}}{\Delta f}=K_G+K_L=K_S \tag{5-44}$$

如 $\Delta P_{GO}=\Delta P_{GO}$，即发电机组如数增发了负荷功率的原始增量 $\Delta P_{LO}$，则 $\Delta f=0$，亦即实现了所谓无差调节。无差调节如图 5-28 中虚线所示。

观察式（5-44）可见，有二次调整时，除增加一项因操作调频器而增发的功率 $\Delta P_{GO}$外，其他和仅有一次调整时没有不同。而正是因为发电机组增发了这一部分功率，系统频率的下降才有所减少，负荷所能获得的功率才有所增加。

如上的结论可推广运用于系统中有 $n$ 台机组，且由第 $n$ 台机组担负二次调整任务的情况。因这种情况相当于有一台机组进行二次调整、$n$ 台机组进行一次调整。从而，类似式（5-44）可直接列出

$$-\frac{\Delta P_{LO}-\Delta P_{GNO}}{\Delta f}=K_{GN}+K_L=K_S \tag{5-45}$$

比较式（5-44）、式（5-45）可见，由于 $n$ 台机组的单位调节功率 $K_{GN}$远大于一台机组，在同样的功率盈亏（$\Delta P_L-\Delta P_G$）下，系统的频率变化要比仅有一台机组时小得多。

由上可见，进行二次调整时，系统中负荷的增减基本上要由调频机组或调频厂承担。虽

可适当增大其他机组或电厂的单位调节功率以减少调频机组或调频厂的负担，但数值毕竟有限。这就使调频厂的功率变动幅度远大于其他电厂。如调频厂不位于负荷中心，则这种情况可能使调频厂与系统其他部分联系的联络线上流通的功率超出允许值。这样，就出现了在调整系统频率的同时控制联络线上流通功率的问题。

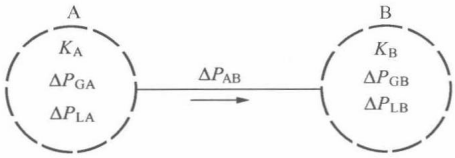



图 5-29 两个系统的联合

为讨论这个问题，将一个系统分成两部分或看作是两个系统的联合，如图 5-29 所示。图中 $K_A$、$K_B$ 分别为联合前 A、B 两系统的单位调节功率。而为使讨论的结论有更普遍的意义，设 A、B 两系统中都设有进行二次调整的电厂，它们的功率变量分别为 $\Delta P_{GA}$、$\Delta P_{GB}$；A、B 两系统的负荷变量则分别为 $\Delta P_{LA}$、$\Delta P_{LB}$。设联络线上的交换功率 $P_{AB}$ 由 A 向 B 流动时为正值。

于是，在联合前，对于 A 系统

$$\Delta P_{LA}-\Delta P_{GA}=-K_A\Delta f_A$$

对于 B 系统

$$\Delta P_{LB}-\Delta P_{GB}=-K_B\Delta f_B$$

联合后，通过联络线由 A 向 B 输送的交换功率，对于 A 系统，也可看作是一个负荷，从而

$$\Delta P_{LA}+\Delta P_{AB}-\Delta P_{GA}=-K_A\Delta f_A \tag{5-46a}$$

对于 B 系统，该交换功率也可看作是一个电源，从而

$$\Delta P_{LB}-\Delta P_{AB}-\Delta P_{GB}=-K_B\Delta f_B \tag{5-46b}$$

联合后，两系统的频率应相等，即实际上应有 $\Delta f_A=\Delta f_B=\Delta f$，可得

$$(\Delta P_{LA}-\Delta P_{GA})+(\Delta P_{LB}-\Delta P_{GB})=-(K_A+K_B)\Delta f$$

或

$$\Delta f=-\frac{(\Delta P_{LA}-\Delta P_{GA})+(\Delta P_{LB}-\Delta P_{GB})}{K_A+K_B} \tag{5-47}$$

以此代入式（5-46a）或式（5-46b），又可得

$$\Delta P_{AB}=\frac{K_A(\Delta P_{LB}-\Delta P_{GB})-K_B(\Delta P_{LA}-\Delta P_{GA})}{K_A+K_B} \tag{5-48}$$

令 $\Delta P_{LA}-\Delta P_{GA}=\Delta P_A$、$\Delta P_{LB}-\Delta P_{GB}=\Delta P_B$，$\Delta P_A$、$\Delta P_B$ 分别为 A、B 两系统的功率缺额，则式（5-46）～式（5-48）可改写为

$$\left.\begin{aligned}\Delta P_A+\Delta P_{AB}&=-K_A\Delta f\\ \Delta P_B-\Delta P_{AB}&=-K_B\Delta f\end{aligned}\right\} \tag{5-49}$$

$$\Delta f=-\frac{\Delta P_A+\Delta P_B}{K_A+K_B} \tag{5-50}$$

$$\Delta P_{AB}=\frac{K_A\Delta P_B-K_B\Delta P_A}{K_A+K_B} \tag{5-51}$$

由式（5-50）可见，联合系统频率的变化取决于该系统总的功率缺额和总的系统单位调节功率。这理应如此，因两系统联合后，本应看作是一个系统。由式（5-51）可见，如 A 系统没有功率缺额，即 $\Delta P_A=0$，联络线上由 A 流向 B 的功率要增大；反之，如 B 系统没有功率缺额，即 $\Delta P_B=0$，联络线上由 A 流向 B 的功率要减少。而如 B 系统的功率缺额完全由 A 系统增发的功率所抵偿，即 $\Delta P_B=-\Delta P_A$，则 $\Delta f=0$，$\Delta P_{AB}=\Delta P_B=-\Delta P_A$。这种情况下，虽可保持系统的频率不变，B 系统的功率缺额 $\Delta P_B$ 或 A 系统增发的功率 $-\Delta P_A$ 却要如数通

过联络线由 A 向 B 传输。这也就是调频厂设在远离负荷中心而且要实现无差调节的情况。

应该指出，如上的结论对自动二次调整（自动调频）也同样适用，因讨论中始终没有涉及调整的过程。

**【例 5-6】** 两系统由联络线连接为一联合系统。正常运行时，联络线上没有交换功率流通。两系统的容量分别为 1500MW 和 1000MW；各自的单位调节功率（分别以两系统容量为基准的标幺值）示于图 5-30。设 A 系统负荷增加 100MW，试计算下列情况下的频率变量和联络线上流过的交换功率：(1) A、B 两系统机组都参加一次调频；(2) A、B 两系统机组都不参加一次调频；(3) B 系统机组不参加一次调频；(4) A 系统机组不参加一次调频。

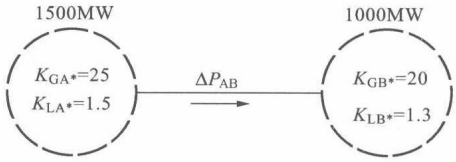



图 5-30　两个系统的联合

**解**　将以标幺值表示的单位调节功率折算为有名值

$$K_{GA} = K_{GA*} P_{GAN}/f_N = 25 \times 1500/50 = 750(\text{MW/Hz})$$

$$K_{GB} = K_{GB*} P_{GBN}/f_N = 20 \times 1000/50 = 400(\text{MW/Hz})$$

$$K_{LA} = K_{LA*} P_{GAN}/f_N = 1.5 \times 1500/50 = 45(\text{MW/Hz})$$

$$K_{LB} = K_{LB*} P_{GBN}/f_N = 1.3 \times 1000/50 = 26(\text{MW/Hz})$$

1. 两系统机组都参加一次调频时

$\Delta P_{GA}=\Delta P_{GB}=\Delta P_{LB}=0$；$\Delta P_{LA}=100\text{MW}$；$K_A=K_{GA}+K_{LA}=795\text{MW/Hz}$，$K_B=K_{GB}+K_{LB}=426\text{MW/Hz}$；$\Delta P_A=100\text{MW}$，$\Delta P_B=0$。

$$\Delta f = -\frac{\Delta P_A + \Delta P_B}{K_A + K_B} = -\frac{100}{795+426} = -0.082(\text{Hz})$$

$$\Delta P_{AB} = \frac{K_A \Delta P_B - K_B \Delta P_A}{K_A + K_B} = \frac{-426 \times 100}{795+426} = -34.9(\text{MW})$$

这种情况正常，频率下降不多，通过联络线由 B 向 A 输送的功率也不大。

2. 两系统机组都不参加一次调频时

$\Delta P_{GA}=\Delta P_{GB}=\Delta P_{LB}=0$；$\Delta P_{LA}=100\text{MW}$；$K_{GA}=K_{GB}=0$；$K_A=K_{LA}=45\text{MW/Hz}$，$K_B=K_{LB}=26\text{MW/Hz}$；$\Delta P_A=100\text{MW}$，$\Delta P_B=0$。

$$\Delta f = -\frac{\Delta P_A + \Delta P_B}{K_A + K_B} = -\frac{100}{45+26} = -1.41(\text{Hz})$$

$$\Delta P_{AB} = \frac{K_A \Delta P_B - K_B \Delta P_A}{K_A + K_B} = \frac{-26 \times 100}{45+26} = -36.6(\text{MW})$$

这种情况最严重，发生在 A、B 两系统的机组都已满载，调速器受负荷限制器的限制已无法调整，只能依靠负荷本身的调节效应。这时，系统频率质量无法保证。

3. B 系统机组不参加一次调频时

$\Delta P_{GA}=\Delta P_{GB}=\Delta P_{LB}=0$；$\Delta P_{LA}=100\text{MW}$；$K_{GA}=750\text{MW/Hz}$；$K_{GB}=0$；$K_A=K_{GA}+K_{LA}=795\text{MW/Hz}$，$K_B=K_{LB}=26\text{MW/Hz}$；$\Delta P_A=100\text{MW}$，$\Delta P_B=0$。

$$\Delta f = -\frac{\Delta P_A + \Delta P_B}{K_A + K_B} = -\frac{100}{795+26} = -0.122(\text{Hz})$$

$$\Delta P_{AB} = \frac{K_A \Delta P_B - K_B \Delta P_A}{K_A + K_B} = \frac{-26 \times 100}{795+26} = -3.17(\text{MW})$$

这种情况说明，由于 B 系统机组不参加调频，A 系统的功率缺额主要由该系统本身机组的调速器进行一次调频加以补充。B 系统所能供应的，实际上只是由于联合系统频率略有下降，它的负荷略有减少，而使该系统略有富裕的 3.17MW。

其实，A 系统增加的 100MW 负荷，是被三方面分担了。其中，A 系统发电机组一次调频增发 $0.122\times750=91.35\text{MW}$；A 系统负荷因频率下降减少 $0.122\times45=5.48\text{MW}$；B 系统负荷因频率下降减少 $0.122\times$

26=3.17MW。

4. A 系统机组不参加一次调频时

$\Delta P_{GA}=\Delta P_{GB}=\Delta P_{LB}=0$；$\Delta P_{LA}=100\text{MW}$；$K_{GA}=0$，$K_{GB}=400\text{MW/Hz}$；$K_A=K_{LA}=45\text{MW/Hz}$，$K_B=K_{GB}+K_{LB}=426\text{MW/Hz}$；$\Delta P_A=100\text{MW}$，$\Delta P_B=0$。

$$\Delta f=-\frac{\Delta P_A+\Delta P_B}{K+K_B}=-\frac{100}{45+426}=-0.212(\text{Hz})$$

$$\Delta P_{AB}=\frac{K_A\Delta P_B-K_B\Delta P_A}{K_A+K_B}=\frac{-426\times 100}{45+426}=-90.5(\text{MW})$$

这种情况说明，由于 A 系统机组不参加调频，该系统的功率缺额主要由 B 系统供应，以致联络线上要流过可能会越出限额的大量交换功率。

比较上列几种情况，自然会提出，在一个庞大而复杂的电力系统中可采用分区调整，即局部的功率盈亏就地调整平衡的方案。因这样做既可保证频率质量，又不至过分加重联络线的负担。下例中即将见到，这确是一种常用的方案。

**【例 5-7】** 例 5-6 中，试计算下列情况下的频率偏移和联络线上流过的功率：（1）A、B 两系统的机组都参加一、二次调频，A、B 两系统都增发 50MW；（2）A、B 两系统的机组都参加一次调频，A 系统并有机组参加二次调频，增发 60MW；（3）A、B 两系统的机组都参加一次调频，B 系统并有机组参加二次调频，增发 60MW；（4）A 系统所有机组都参加一次调频，并有部分机组参加二次调频，增发 60MW，B 系统有一半机组参加一次调频，另一半机组为负荷限制器所限制，不能参加调频。

**解** 1. A、B 两系统机组都参加一、二次调频，且都增发 50MW 时

$\Delta P_{GA}=\Delta P_{GB}=50\text{MW}$；$\Delta P_{LA}=100\text{MW}$，$\Delta P_{LB}=0$；$K_A=K_{GA}+K_{LA}=795\text{MW/Hz}$，$K_B=K_{GB}+K_{LB}=426\text{MW/Hz}$；$\Delta P_A=100-50=50$（MW），$\Delta P_B=-50\text{MW}$。

$$\Delta f=-\frac{\Delta P_A+\Delta P_B}{K_A+K_B}=-\frac{50-50}{795+426}=0$$

$$\Delta P_{AB}=\frac{K_A\Delta P_B-K_B\Delta P_A}{K_A+K_B}=\frac{795\times(-50)-426\times 50}{795+426}=-50(\text{MW})$$

这种情况说明，由于进行了二次调频，发电机增发功率的总和与负荷增量平衡，系统频率无偏移，B 系统增发的功率全部通过联络线输往 A 系统。

2. A、B 两系统机组都参加一次调频，且 A 系统有部分机组参加二次调频，增发 60MW 时

$\Delta P_{GA}=60\text{MW}$，$\Delta P_{GB}=0$；$\Delta P_{LA}=100\text{MW}$，$\Delta P_{LB}=0$；$K_A=K_{GA}+K_{LA}=795\text{MW/Hz}$，$K_B=K_{GB}+K_{LB}=426\text{MW/Hz}$；$\Delta P_A=100-60=40$（MW），$\Delta P_B=0$。

$$\Delta f=-\frac{\Delta P_A+\Delta P_B}{K_A+K_B}=-\frac{40}{795+426}=-0.0328(\text{Hz})$$

$$\Delta P_{AB}=\frac{K_A\Delta P_B-K_B\Delta P_A}{K_A+K_B}=\frac{-426\times 40}{795+426}=-14(\text{MW})$$

这种情况较理想，频率偏移很小，通过联络线由 B 系统输往 A 系统的交换功率也较小。

3. A、B 两系统机组都参加一次调频，且 B 系统有部分机组参加二次调频，增发 60MW 时

$\Delta P_{GA}=0$，$\Delta P_{GB}=60\text{MW}$；$\Delta P_{LA}=100\text{MW}$，$\Delta P_{LB}=0$；$K_A=K_{GA}+K_{LA}=795\text{MW/Hz}$，$K_B=K_{GB}+K_{LB}=426\text{MW/Hz}$；$\Delta P_A=100\text{MW}$，$\Delta P_B=-60\text{MW}$。

$$\Delta f=-\frac{\Delta P_A+\Delta P_B}{K_A+K_B}=-\frac{100-60}{795+426}=-0.0328(\text{Hz})$$

$$\Delta P_{AB}=\frac{K_A\Delta P_B-K_B\Delta P_A}{K_A+K_B}=\frac{795\times(-60)-426\times 100}{795+426}=-74(\text{MW})$$

这种情况和上一种相比，频率偏移相同，因联合系统的功率缺额都是 40MW。联络线上流过的交换功率中增加了 B 系统由于有部分机组进行二次调频而增发的 60MW。联络线上传输大量交换功率是不希望发生的。

4. A 系统所有机组都参加一次调频，并有部分机组参加二次调频，增发 60MW，B 系统仅有一半机组

参加一次调频时

$\Delta P_{GA}=60MW$，$\Delta P_{LA}=100MW$；$K_A=K_{GA}+K_{LA}=795MW/Hz$；$\Delta P_A=100-60=40$（MW）；$\Delta P_{GB}=0$，$\Delta P_{LB}=0$；$K_B=\frac{1}{2}K_{GB}+K_{LB}=200+26=226$（MW/Hz）；$\Delta P_B=0$。

$$\Delta f=-\frac{\Delta P_A+\Delta P_B}{K_A+K_B}=-\frac{40}{795+226}=-0.0391(\mathrm{Hz})$$

$$\Delta P_{AB}=\frac{K_A\Delta P_B-K_B\Delta P_A}{K_A+K_B}=\frac{-226\times 40}{795+226}=-8.85(\mathrm{MW})$$

这种情况说明，由于B系统中有一半机组不能参加调频，频率的偏移将增大，但也正由于有一半机组不能参加调频，B系统所能供应A系统，从而通过联络线传输的交换功率将有所减少。

**五、频率调整厂的选择**

无论手动或自动二次调频，总需选择一个或几个发电厂担负这二次调整任务。这种调频厂必须满足一定的要求，诸如，调整容量应足够大，调整速度应足够快，调整范围内的经济性能应较好，调整时不致引起系统内部或系统间联络线工作的困难，等等。

关于调整容量，由式（5-45）可得

$$\Delta P_{GNO}=\Delta P_{LO}+K_s\Delta f \tag{5-52}$$

即调整容量取决于负荷变动的幅度、允许的频率偏移以及系统的单位调节功率。其中允许的频率偏移取决于对电能质量的要求，通常已知；系统的单位调节功率取决于各发电机组调速器调差系数的整定值和负荷的频率调节效应，通常也可求；只有负荷变动的幅度有其随机性质，较难确定。但统计资料表明，负荷在预计值附近随机变动的概率分布属正态分布。因此，如要求频率偏移保持在允许范围内的概率能达0.95，负荷变动的幅度应按$\pm 2\sigma$考虑。这里的$\sigma$就是负荷变动的标准差。而统计资料还表明，这个标准差的百分值大体与系统容量的平方根成反比。例如，容量为2000MW的系统，$\sigma$约为3%；容量为20000MW的系统，$\sigma$约为1%。于是，对于一个容量为20000MW的系统，如允许的频率偏移为±0.1Hz；系统的单位调节功率为2000MW/Hz，负荷变动的幅度按$\pm 2\sigma$考虑，即式（5-52）中的$\Delta P_{LO}=2\times 2\times 1\%\times 20000=800$（MW）；系统的调整容量应为$\Delta P_{GNO}=800-2000\times 2\times 0.1=400$（MW），亦即应为系统容量的2%。如再计及高峰（或低谷）负荷来临时，按给定负荷曲线发电的负荷监视厂可能调整得不够及时或预计的负荷可能不够准确，还应将求得的数值适当放大。

但调整容量$\Delta P_{GNO}$并非就是调频厂的容量。因如前所述，火电厂的锅炉和汽轮机都有它们的技术最小负荷，其中锅炉约为额定容量的25%（中温中压火电厂）至70%（高温高压火电厂）；汽轮机约为额定容量的10%～15%。换言之，火电厂受锅炉最小负荷的限制，可调容量仅为其额定容量的30%（高温高压火电厂）至75%（中温中压火电厂）。因此，如上述20000MW系统中由高温高压火电厂作调频厂，则调频厂或调频机组的总容量应在400/0.30=1333（MW）左右；如改由中温中压火电厂调频，则这个容量可下降为400/0.75=533（MW）左右。水电厂的可调容量既受向下游释放水量的限制又受水轮机技术最小负荷的限制，而这二者又因各水电厂的具体条件不同而不同。一般情况下，水电厂的可调容量大于火电厂，即使保守地估计，也可认为水电厂的可调容量约为其额定容量的50%。

除调整容量外，调整速度也是一个重要问题。一个容量为5000MW的系统中，负荷上升的速度可达15～20MW/min。但急剧的负荷变动将使火电厂的锅炉、汽轮机受损伤或因燃烧不稳定而引起熄火。一般认为，高温高压锅炉从70%～80%额定负荷上升至满负荷约需1～5min；中温中压锅炉从50%额定负荷上升至满负荷仅需1min，比较快；汽轮机很慢，在50%～100%

额定负荷范围内，每分钟仅达2%～5%。因此，火电厂中限制调整速度的主要是汽轮机。水电厂水轮机负荷变动的速度高得多，每分钟可达50%～400%。当然，过分急剧的负荷变动也会损坏水电厂的设备。

原子能电厂虽可调容量较大，调整速度也不低于一般火电厂，但由于原子能电厂的运行费用低，通常都以满负荷运行，不考虑以这类电厂调频。

综上可见，从可调容量和调整速度这两个对调频厂的基本要求出发，系统中有水电厂时，一般应选水电厂作调频厂；没有水电厂或水电厂不宜承担调频任务时，例如洪水季节，则选中温中压火电厂作调频厂。抽水蓄能电厂每天可有4～8h甚至10h放水发电，放水发电时，这种电厂与水电厂无异。因此，根据地理位置和布局特点，也可考虑其在这一段时间内参与调频。

不仅如此，选择水电厂作调频厂经济上也较合理。因如前所述，水电厂机组的退出、投入或迅速增减负荷不需额外耗费能量，而火电厂则没有这特点。至于联络线的传输能力，虽是选择调频厂时应考虑的一个因素，却不是决定因素，因为必要时可采取其他措施来克服联络线工作的困难。

当仅由一个电厂担负调频任务时，往往有可能使调整容量不够大。这时就要根据上述原则确定几个调频厂，并分别规定它们的调整范围和顺序。例如，图5-5中，规定位于负荷曲线最高部位的有调节水电厂为第一调频厂，频率偏移超出一定范围时，由该厂进行二次调整；以下的三个中温中压火电厂为第二调频厂，频率偏移更大时，依次参加二次调整。该水电厂不承担调频任务时，则以第一、二个中温中压火电厂为第一调频厂；第三个以及另一个未示于图5-5中的中温中压火电厂为第二调频厂。

当仅由一台机组进行二次调整时，往往还可能使调整速度不够快。这时就要有几台机组同时调整。而手动操作调频器时，为防止调整过程中的混乱，又常常不允许同时调整几台机组。这就促使现代电力系统几乎无例外地采用自动调频方式。由于自动调频装置可同时控制若干台机组的调频器，实现二次调整的自动化不仅可解决调整速度问题，在经济上也是有利的。因这时可将负荷的变动分散地由若干台机组承担，改变了手动调整时少数机组频繁而大幅度地变动功率的情况。不难想见，实现自动调频，对克服联络线工作的困难也是有利的。

**六、关于自动负荷—频率控制**[9]

广义的自动调频往往又称自动负荷—频率控制（ALFC）或自动发电控制（AGC），但后二者有时还有经济调度控制（EDC）的内涵。具体而言，这时自动负荷—频率控制的功能有三：

（1）保持系统频率等于或十分接近额定值。

（2）保持系统内各区域间或联合系统内各子系统间的交换功率为给定值。

（3）保持各发电设备以最经济的方式运行。

以下，拟先就调频器的调整方式和区域或子系统的调整准则作一说明，然后再对整个控制系统作一简介。

1. 调频器的调整方式

调频器的典型调整方式有三种，即比例调节、积分调节和微分调节。负荷突然增大$\Delta P_{LO}$时，这三种调整方式的响应即频率和调频机功率$\Delta P_{GO}$的变化规律分别如图5-31（a）、（b）、（c）所示。由图可见，按频率偏移比例地增大调频机功率时，不可能做到频率无差。按频率偏移的微分增大这一功率时只能在频率下降的初始阶段减缓频率的下降，而最终效果则与无调节无异。只有按频率偏移的积分增大$\Delta P_{GO}$时，才能做到频率无差，因频率偏移完全消失前，存在

频率偏差 $\Delta f$，使得 $\int \Delta f \mathrm{d}t$ 持续增大，从而 $\Delta P_{GO}$ 也将持续增大，直至频率恢复至原始值 $f_O$、$\Delta P_{GO}=\Delta P_{LO}$ 为止。因此，为满足频率无差的要求，往往采用比例积分调节的方式。这时应有

$$\Delta P_{GO}=-K_I\int \Delta f \mathrm{d}t$$

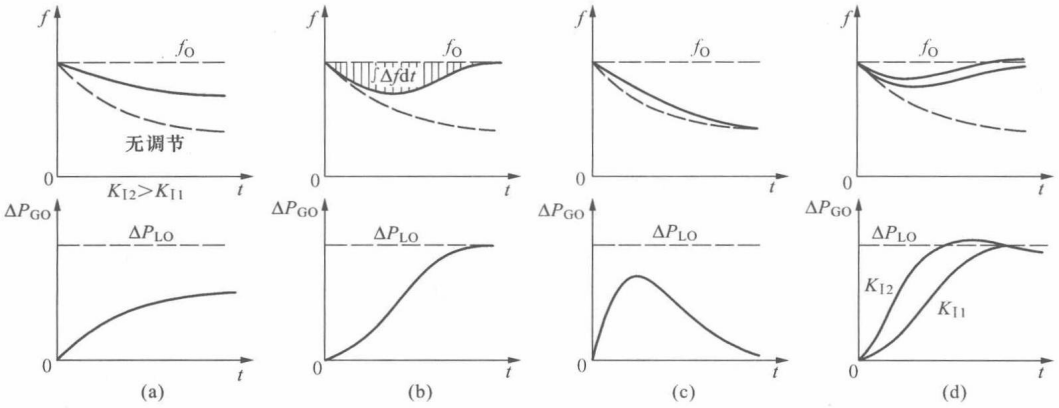



图 5-31　不同调整方式的响应

(a) 比例调节；(b) 积分调节；(c) 微分调节；(d) 比例积分调节

而相应的响应则示于图 5-31 (d)。此处的 $K_I$ 为比例调节的放大系数，其值不宜大，以避免调频机的动作过于频繁。

2. 区域或子系统的调整准则——区域控制偏差

区域或子系统的调整准则常以区域控制偏差（$ACE$）表示，可分按频率偏差调整、按交换功率偏差调整、按频率和交换功率偏差调整三种。由于区域控制偏差与该区域中调频厂应发功率之间在采用比例积分调整方式时为

$$\Delta P_{GS}=-K_I\int (ACE)\mathrm{d}t$$

不难理解，所谓区域控制偏差其实就是该区域中调频厂在调整其功率时所力图消除的偏差。而式中等号右侧的负号则表示，区域控制偏差为负值时，应增发功率。至于上列三种准则的适用范围，则大致如下：

(1) 按频率偏差调整时，只能保证系统频率不变，不能控制联络线上流通的功率。因此，这种准则仅适用于系统结构紧凑、电厂间有密切联系的场合。

(2) 按交换功率偏差调整时，只能保证联络线上的交换功率不变，不能控制系统频率。因此，这种准则仅适用于联合系统中各子系统间或同一系统中各区域间联络线上流通的交换功率受技术、经济等条件的约束而不能任意变化的场合，例如，受可靠供电技术条件约束，受不同企业间协议、合同约束的场合。

(3) 按频率和交换功率偏差调整时的区域控制偏差为

$$ACE_S=K_S\Delta f+\Delta P_{ex}$$

式中　$K_S$——$S$ 子系统或 $S$ 区域的单位调整功率；

$\Delta P_{ex}$——该子系统或区域经联络线与其他子系统或区域交换功率的代数和，$\Delta P_{ex}$ 为正值表示有净功率输出。

这一调整准则是现代联合电力系统或大电力系统普遍采用的准则。这其实是各子系统或区域保证其控制范围内功率就地平衡的准则。以下的讨论，就主要围绕这一准则。但在此之前，先对按这些准则调整的效果作一比较。为此，设图 5-29 中 A、B 两系统负荷分别增长 $\Delta P_{LA}$、$\Delta P_{LB}$，但仅由 A 系统中调频厂按不同准则调频。于是，以 $\Delta P_{GB}=0$ 代入式（5-46a）、式（5-46b）并计及不同调频准则时，可得调整过程结束进入稳态后，各有关变量的表达式见表 5-13。

**表 5-13　　不同调整准则的调整效果**

| $ACE_A$ | $\Delta f$ | $\Delta P_{AB}$ | $K_A\Delta f+\Delta P_{AB}$ |
|---|---|---|---|
| $\Delta f$ | 0 | $-\Delta P_{LB}/K_B$ | $-\Delta P_{LB}/(K_A+K_B)$ |
| $\Delta P_{AB}$ | $\Delta P_{LB}$ | 0 | $\Delta P_{LB}K_A/(K_A+K_B)$ |
| $\Delta P_{GA}$ | $\Delta P_{LA}+\Delta P_{LB}$ | $\Delta P_{LA}-\Delta P_{LB}K_A/K_B$ | $\Delta P_{LA}$ |

由表可见，$ACE_A=\Delta f$、$\Delta P_{AB}$时，确实可得 $\Delta f=0$、$\Delta P_{AB}=0$ 的效果。但 $ACE_A=K_A\Delta f+\Delta P_{AB}$时，无论 $\Delta f$ 或 $\Delta P_{AB}$都不为零。因当 $\Delta P_{LB}\neq 0$ 而 $\Delta P_{GB}=0$ 时，虽 A 系统中调频厂增发 $\Delta P_{GA}=\Delta P_{LA}$，且 A、B 两系统都参与一次调频，联合系统的频率仍将下降 $\Delta P_{LB}/(K_A+K_B)$。而由于频率下降，A 系统有剩余的 $\Delta P_{LB}K_A/(K_A+K_B)$ 输往 B 系统。但为 B 系统中调频厂也参加调频，并取 $ACE_B=K_B\Delta f+\Delta P_{AB}=K_B\Delta f-\Delta P_{AB}$，则不难看出，进入稳态后有

$$\Delta f=0;\Delta P_{AB}=0$$

$$\Delta P_{GA}=\Delta P_{LA};\Delta P_{GB}=\Delta P_{LB}$$

即可以严格地实现功率的就地平衡。

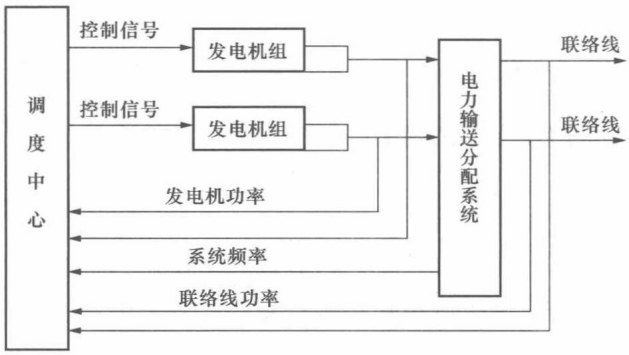



图 5-32　调度通信系统示意图

3. 自动负荷—频率控制的实现

综上所述，为实现按 $ACE_S=K_S\Delta f+\Delta P_{ex}$调整，必须建立通往电力系统调度中心的通信系统，如图 5-32 所示。由这一系统获取各发电机发出功率、各联络线传输功率以及系统频率的信息，并向各发电厂乃至发电机发布相应的控制信号。至于自动负荷—频率控制系统的工作原理，则示于图 5-33。

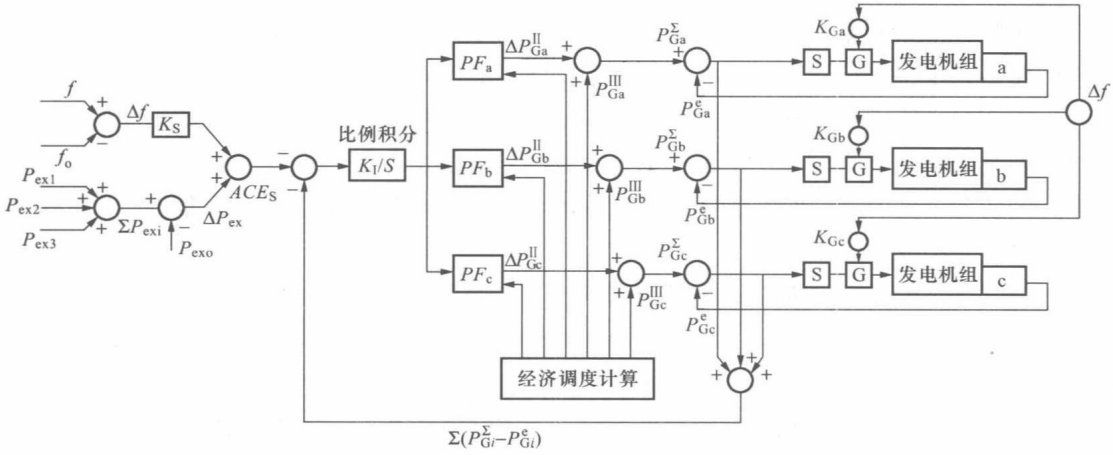



图 5-33　自动负荷—频率控制工作原理示意图

G—调速器；S—调频器；$PF$—参与因子

由图可见，系统中出现频率或交换功率的偏差时，就可通过测量和计算确定区域控制偏差 $ACE_S$。再经比例积分环节，即可得按这一准则进行频率调整时所需增减的功率总值。将这一需增减的功率总值分配给区域或子系统中各调频厂或调频机组时，所遵循的准则仍是等耗量微增率，具体则按所谓参与因子（$PF_i$）分配。说明如下：

设区域或子系统中调频机组 a、b、c 按等微增率准则或协调方程式分担的功率分别为 $P_{Ga}^{III}$、$P_{Gb}^{III}$、$P_{Gc}^{III}$；设出现功率缺额后如仍按等微增率准则分担功率，它们应增发的功率分别为 $\Delta P_{Ga}^{II}$、$\Delta P_{Gb}^{II}$、$\Delta P_{Gc}^{II}$；则由图 5-34 不难发现，$\frac{d\lambda_i}{dP_i}$或$\frac{d^2F_i}{dP_i^2}$越小的机组分担的功率越多。因此，可令各机组按 $d\lambda_i/dP_i$ 的反比分担功率，亦即可定义参与因子为

$$PF_i = \frac{1/(d\lambda_i/dP_i)}{\sum_{i=1}^{i=m}[1/(d\lambda_i/dP_i)]} = \frac{1/(d^2F_i/dP_i^2)}{\sum_{i=1}^{i=m}[1/(d^2F_i/dP_i^2)]}$$

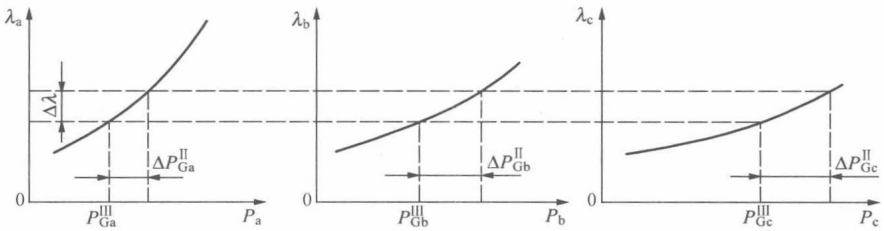



图 5-34　参与因子的确定

并令各机组按参与因子分担功率。式中，$m$ 为调频机组数。由此可见，所谓参与因子，其实就对应于区域或子系统中出现功率盈亏而需进行调整时，各调频机组应分担的份额。

需要指出，由于系统中负荷时刻变动，不仅各机组的应发功率 $P_{Gi}^{II}$，它们的参与因子 $PF_i$ 也不可能一成不变，所以需不断修改。修改 $P_{Gi}^{II}$和 $PF_i$ 的任务由设在调度中心的计算机完成。这就是所谓的经济调度计算。自动负荷—频率控制系统中引入经济调度计算后，该系统就具备了经济调度控制（EDC）功能。

至此，事实上已说明了图 5-33 的主要内容——功率分配机理，余下的只是调频器和调速器的调整动作。仅需指出，由于一、二、三次调频的响应时间不同，为保证控制系统整体的稳定，各机组应发功率 $P_{Gi}^{\Sigma}$与实发功率 $P_{Gi}^{e}$的偏差反馈是不可或缺的。一般情况下，由调速器完成的一次调频响应时间为 2～20s，按 $ACE$ 进行的二次调频响应时间约为 1min，三次调频或经济调度计算的周期则长达 5min 以上。

显然，自动负荷—频率控制系统是一个不必运行人员干预的闭环控制系统。在实现这种闭环控制前，需要完成的准备工作很多，其中包括建立完整的通信系统，配齐可靠的执行元件，等等。

## 小　　结

本章围绕电力系统中有功功率的最优分布和频率调整——电力系统运行静态优化的主要问题之一，展开了较广泛的讨论。

为开展运行优化工作，首先必须掌握负荷曲线、备用容量和耗量特性。因不明确负荷，

无从谈论它的最优分配；不具备备用，不存在最优分配的条件；不掌握发电设备的耗量特性，就没有最优分配的依据。

运行优化首先要解决发电设备（或发电厂）的最优组合，也就是系统中冷备用的合理分布问题。按照各类发电厂的特点，它们的合理组合顺序大致如图 5-4 所示。

运行优化还要解决广义的频率调整，或有功功率—频率控制问题，其中包括频率的一、二、三次调整。

频率的一次调整是系统中所有发电机组都要分担的调整任务，依靠调速器完成，只能做到有差。一次调整的频率偏移是 $\Delta f=-\Delta P_{\mathrm{LO}}/K_{\mathrm{S}}$。

频率的二次调整，即通常所谓的频率调整，只是系统中被选出的调频发电机组应承担的调整任务，依靠调频器完成，可以做到无差。二次调整的频率偏移为 $\Delta f=-(\Delta P_{\mathrm{LO}}-\Delta P_{\mathrm{GNO}})/K_{\mathrm{S}}$。为避免系统间联络线的过负荷，应对联络线上的交换功率进行监视和调整。交换功率的变化量为

$$\Delta P_{\mathrm{AB}}=\frac{K_{\mathrm{A}}(\Delta P_{\mathrm{LB}}-\Delta P_{\mathrm{GB}})-K_{\mathrm{B}}(\Delta P_{\mathrm{LA}}-\Delta P_{\mathrm{GA}})}{K_{\mathrm{A}}+K_{\mathrm{B}}}$$

频率的三次调整是系统中所有按给定负荷曲线发电的发电机组分担的调整任务。这任务的分配以系统总耗量最小为目标，受约束于系统中有功、无功功率都必须保持平衡以及各类变量都不得逾越一定限额。

负荷最优分配的基本准则是等耗量微增率准则

$$\frac{\mathrm{d}F_1(P_{\mathrm{G1}})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{G1}}}=\frac{\mathrm{d}F_2(P_{\mathrm{G2}})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{G2}}}=\frac{\mathrm{d}F_3(P_{\mathrm{G3}})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{G3}}}=\cdots=\frac{\mathrm{d}F_n(P_{\mathrm{G}n})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{G}n}}=\lambda$$

而当系统中既有火力又有水力发电设备时，应先根据给定的水耗量确定换算系数 $\gamma=\mathrm{d}F(P_{\mathrm{T}})/\mathrm{d}W(P_{\mathrm{H}})$，然后再运用等耗量微增率准则

$$\frac{\mathrm{d}F_1(P_{\mathrm{T1}})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{T1}}}=\cdots=\frac{\mathrm{d}F_m(P_{\mathrm{T}m})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{T}m}}=\gamma_{(m+1)}\frac{\mathrm{d}W_{(m+1)}(P_{\mathrm{H}(m+1)})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{H}(m+1)}}$$

$$=\cdots=\gamma_n\frac{\mathrm{d}W_n(P_{\mathrm{H}n})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{H}n}}=\lambda$$

当必须计及网络损耗时，还应对等耗量微增率准则作网损修正

$$\frac{\mathrm{d}F_i(P_{\mathrm{T}i})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{T}i}}\frac{1}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{\mathrm{T}i})}=\gamma_j\frac{\mathrm{d}W_j(P_{\mathrm{H}j})}{\mathrm{d}P_{\mathrm{H}j}}\frac{1}{(1-\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{\mathrm{H}j})}$$

网损修正时运用的网损微增率有各种不同的计算方法，较精确的有转置雅可比矩阵法，其简化计算公式为

$$\partial P_{\mathrm{s}}/\partial\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}})^{-1}\partial P_{\mathrm{s}}/\partial\boldsymbol{\delta}$$

它适合于与 $PQ$ 分解法潮流计算配合使用。

自动负荷—频率控制是集一、二、三次调频于一体的控制方式，相应的系统则属闭环系统。这种系统常用比例积分调节并按区域控制偏差和参与因子分配功率盈亏。

# 第六章　电力系统的无功功率和电压调整

电力系统中的有功功率电源是集中在各类发电厂中的发电机；无功功率电源除发电机外，还有电容器、调相机和静止补偿器等，分散在各变电站。供应有功功率和电能必须消耗能源，但无功功率电源一旦设置后，就可随时使用而不再有其他经常性耗费。系统中无功功率损耗远大于有功功率损耗。正常稳态运行时，全系统频率相同，频率调整集中在发电厂，调频手段只有调整原动机功率一种。电压水平则全系统各点不同，而且，电压调整可分散进行，调压手段也多种多样。凡此种种，使电力系统的无功功率和电压调整与有功功率和频率调整有很大不同。

本章主要阐述电力系统中无功功率的最优分布和电力系统的电压调整两个问题。而前者又可分为无功功率电源的最优分布和无功功率负荷的最优补偿两方面；后者除个别调压措施外，还有几种调压措施的组合问题。

## 第一节　电力系统中无功功率的平衡

### 一、无功功率负荷和无功功率损耗

1. 无功功率负荷

各种用电设备中，除相对很小的白炽灯照明负荷只消耗有功功率、为数不多的同步电动机可发出一部分无功功率外，大多数都要消耗无功功率。因此，无论工业或农业用户都以滞后功率因数运行，其值为 0.6～0.9。其中，较大的数值对应于采用大容量同步电动机的场合。

无功功率负荷曲线的变化规律虽大体与有功功率相似，也并非完全相同。其最大值可能出现在白昼而不是傍晚，如图 2-45（b）所示。原因在于，系统总负荷的成分一昼夜间各不相同。白昼，工业用电比重大；傍晚，生活用电等比重将增加，而二者的功率因数不同。大致可认为，如白昼和傍晚有功功率负荷的峰值约略相等，白昼无功功率负荷的峰值将大于傍晚；反之，如白昼有功功率负荷的峰值远小于傍晚，白昼和傍晚无功功率负荷的峰值将约略相等。

但无论是电力系统的运行或设计部门，一般都不编制无功功率负荷曲线而只编制无功功率平衡表或各枢纽点电压曲线。而且，这些表格或曲线也只是隔一段时间制作一次。对无功功率管理之所以与对有功功率不同，原因仍在于无功功率与有功功率本身性质的不同。

2. 变压器中的无功功率损耗

变压器中的无功功率损耗分两部分，即励磁支路损耗和绕组漏抗中损耗。其中，励磁支路损耗的百分值基本上等于空载电流 $I_0$ 的百分值，约为 1%～2%；绕组漏抗中损耗，在变压器满载时，基本上等于短路电压 $U_k$ 的百分值，约为 10%。因此，对于一台变压器或一级变压的网络而言，变压器中的无功功率损耗并不大，满载时约为它额定容量的百分

之十几。

但对多电压级网络，变压器中的无功功率损耗就相当可观。以一个五级变压的网络为例，设电厂中 10/220kV 升压，网络中 220/110、110/35、35/10、10/0.4kV 降压至用户，典型计算的结果表明：

| | 所有变压器都满载 | 所有变压器都半载 |
|---|---|---|
| 变压器的励磁支路损耗 | 7% | 7% |
| 变压器绕组漏抗中损耗 | 50% | 12.5% |
| 变压器中总损耗 | 57% | 19.5% |
| 变压器损耗/变压器负荷 | 57/100 | 39/100 |

由此可见，系统中变压器的无功功率损耗占相当大比例，较有功功率损耗大得多。

3. 电力线路上的无功功率损耗

电力线路上的无功功率损耗也分两部分，即并联电纳和串联电抗中的无功功率损耗。并联电纳中的无功功率损耗又称充电功率，与线路电压的平方成正比，呈容性。串联电抗中的无功功率损耗与负荷电流的平方成正比，呈感性。因此，线路作为电力系统的一个元件究竟消耗容性或感性无功功率就不能肯定。但如利用第二章第三节第四小节中曾作过简单介绍的自然功率的概念，可作一大致估计：当通过线路输送的有功功率大于自然功率时，线路将消耗感性无功功率；当通过线路输送的有功功率小于自然功率时，线路将消耗容性无功功率。而所以能作这样估计的理论基础则是式（2-62），其前提是线路“无损耗”且负荷功率因数为 1。一般，通过 110kV 及以下线路输送的功率往往大于自然功率；通过 500kV 线路输送的功率大致等于自然功率。通过 220kV 线路输送的功率则因线路长度而异，线路较长时，小于自然功率；线路较短时，大于自然功率。

**二、无功功率电源[10]**

1. 发电机

同步发电机既是有功功率电源，又是最基本的无功功率电源。它所能发出的无功功率已在第二章第一节第二、三小节中作了详细讨论，此处不再重复。

2. 电容器和调相机

并联电容器只能向系统供应感性无功功率。它所供应的感性无功功率与其端电压的平方成正比。

调相机实质上是只能发无功功率的发电机。它在过励运行时向系统供应感性无功功率，欠励运行时从系统吸取感性无功功率。欠励运行时的容量约为过励运行时容量的 50%。这些也就是作为无功功率电源的调相机的运行极限。

3. 静止补偿器和静止调相机

静止补偿器和静止调相机是分别与电容器和调相机相对应而又同属“灵活交流输电系统”范畴的两种无功功率电源。前者出现在 20 世纪 70 年代初，是这一“家族”的最早成员，目前已为人们所熟知；后者则尚待扩大试运行的规模。

静止补偿器的全称为静止无功功率补偿器（SVC），有各种不同型式。目前常用的有晶闸管控制电抗器型（TCR 型）、晶闸管开关电容器型（TSC 型）和饱和电抗器型（SR 型）三种，分别如图 6-1（a）、（b）、（c）所示。它们的静态电压特性（伏安特性），则分别示于图 6-2（a）、（b）、（c）。

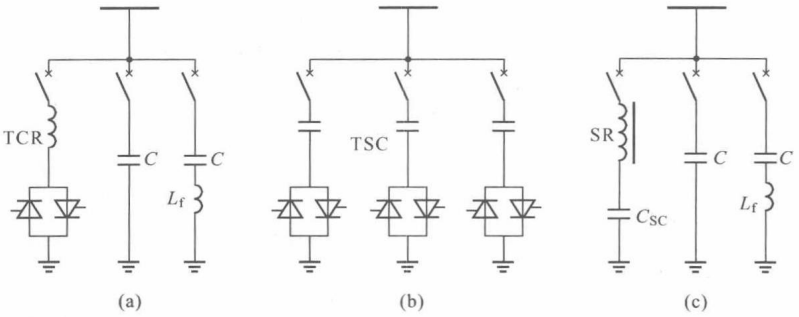



图 6-1　静止补偿器

（a）TCR 型；（b）TSC 型；（c）SR 型

TCR 型补偿器由 TCR 和若干组不可控电容器组成。与电容 $C$ 串联的电感 $L_f$ 则与其构成串联谐振回路，兼作高次谐波的滤波器，滤去由 TCR 产生的 5、7、11、…等次谐波电流。仅有 TCR 时，补偿器的基波电流如图 6-2（a）中点画线所示，其值取决于晶闸管的触发角，而后者又取决于设定的控制规律和系统的运行状况等。仅有电容器 $C$ 时，补偿器的电流如图中虚线所示，即随其端电压的增大而增大。TCR 与电容器同时投入时，补偿器的电流如图中实线所示。这是补偿器的正常运行方式。因此，这种型式补偿器的运行范围就在图中 $I_{Cmax}$ 与 $I_{Lmax}$ 之间。

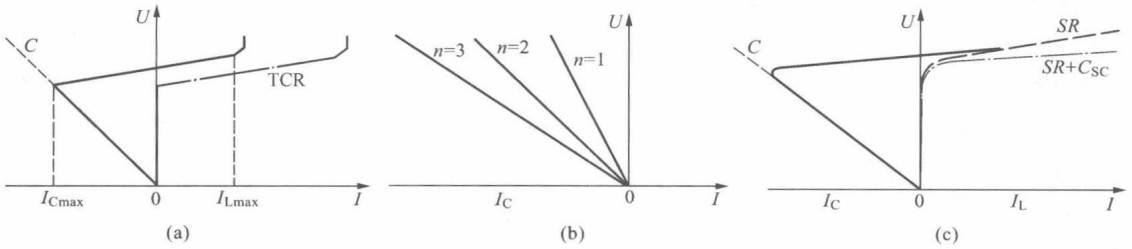



图 6-2　静止补偿器的伏安特性

（a）TCR 型；（b）TSC 型；（c）SR 型

TSC 型补偿器的工作原理最简单，它其实只是以晶闸管开关取代了常规电容器所配置的机械式开关。而其电流显然就正比于其端电压和投入电容器的组数 $n$，如图 6-2（b）所示。

SR 型补偿器中的滤波回路与 TCR 型补偿器的相似。与饱和电抗器串联的电容 $C_{SC}$ 则用以校正饱和电抗器伏安特性的斜率，其作用如图 6-2（c）中虚线和点画线所示。而这种补偿器整体的伏安特性则如图中实线所示。

不难发现，由于这种补偿器中实际并无可控电力电子开关器件，严格说，它不应属灵活交流输电系统范畴。

不论何种型式的静止补偿器，它们之所以能作无功功率电源产生感性无功功率，依靠的仍是其中的电容器。而电容器所能产生的感性无功功率则与其端电压的平方成正比。因此，当系统电压水平过于低下，迫切需要补偿器增加其感性无功功率输出时，补偿器往往无法增加——如图 6-2（b）以及图 6-2（a）、（c）中电压低于伏安特性拐点时。这是作为无源元件的静止补偿器所无法克服的缺陷。

静止补偿器的这一缺陷正是有源元件调相机的独特优点。因为即使不计调相机所配自动

调节励磁装置的作用，它在过励运行时所发出的感性无功功率为 $Q_C=(E_q-U)\ U/x_d$，从而 $\partial Q_C/\partial U=(E_q-2U)/x_d$，亦即 $E_q<2U$ 时，调相机发出的感性无功功率将随其端电压的下降而增加，而 $E_q<2U$ 的条件则一般都可满足。

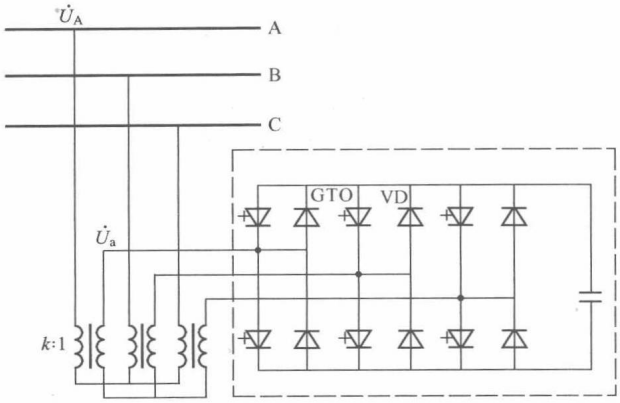



图 6-3 静止调相机

受这一情况的启发，出现了静止同步补偿器（Statcom）的设想。其示意图如图 6-3 所示。不难发现，它其实相当于半个综合潮流控制器，而且，其工作原理也和图 3-51 中的换流器 1 以及与之相连的电容器相似。具体而言，以电容器为电压源，借可关断晶闸管 GTO 和二极管 VD 组成的换流器控制其交流侧电压 $U_a$，使之与系统电压 $U_A$ 同相位，则当 $U_a>U_A/k$ 时，静止同步补偿器将向系统输出感性无功功率；反之，$U_a<U_A/k$ 时，将由系统输入感性无功功率。重要的是，由于此处换流器交流侧电压 $U_a$ 完全可控，不存在静止补偿器因端电压取决于系统电压而带来的缺陷。静止同步补偿器具有调节速度快、运行范围宽、补偿电流谐波含量低等优点，目前已被广泛应用于输配电、冶金、工矿、风能发电等领域。

4. 并联电抗器

就感性无功功率而言，并联电抗器显然不是电源而是负荷，但在某些电力系统中的确装有这种设施，用以吸取轻载或空载线路过剩的感性无功功率。而对高压远距离输电线路而言，它还有提高输送能力，降低过电压等作用。

最后，将电容器、调相机和各种静止补偿器的性能作一比较，列于表 6-1。由表可见，TCR 型静止补偿器虽有很多优点，产生高次谐波却是它的最大缺点。反之，调相机虽有很多缺点，它的电压调节效应，即 $-\partial Q_C/\partial U$ 有正值，亦即端电压下降时其输出感性无功功率将增大，却是其独特优点。

**表 6-1 电容器、调相机和静止补偿器的比较**

| 性 能 | 电 容 器 | 调 相 机 | 静止补偿器 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | TCR 型 | TSC 型 | SR 型 |
| 调节范围 | 超前 | 超前/滞后 | 超前/滞后 | 超前 | 超前/滞后 |
| 控制方式 | 不连续 | 连续 | 连续 | 不连续 | 连续 |
| 调节灵活性 | 差 | 好 | 很好 | 好 | 差 |
| 启动速度 | 中等 | 慢 | 很快 | 快 | 快 |
| 反应速度 | 快 | 慢 | 快 | 快 | 快 |
| 调节精度 | 差 | 好 | 很好 | 差 | 好 |
| 产生高次谐波 | 无 | 少 | 多 | 无 | 少 |
| 电压调节效应 | 负 | 正 | 正（一定范围内） | 负 | 正（一定范围内） |
| 承受过电压能力 | 无 | 好 | 中等 | 无 | 好 |
| 有功功率损耗 | 0.3%～0.5% | 1.5%～3.0% | <1% | 0.3%～0.5% | <1% |

续表

| 性　能 | 电　容　器 | 调　相　机 | 静止补偿器 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | TCR 型 | TSC 型 | SR 型 |
| 单位容量投资 | 低 | 高 | 中等 | 中等 | 中等 |
| 维护检修 | 方便 | 不方便 | 方便 | 方便 | 不常维修 |
| 其他 | | 过负荷能力较强；增大系统短路电流 | | | 过负荷能力强；噪声大 |

## 三、无功功率的平衡

系统中无功功率的平衡关系与有功功率相似，即

$$\Sigma Q_{GC} - \Sigma Q_L - \Delta Q_\Sigma = 0 \tag{6-1}$$

式中，电源供应的无功功率 $Q_{GC}$ 由两部分组成，即发电机供应的无功功率 $Q_G$ 和补偿设备供应的无功功率 $Q_C$，而补偿设备供应的无功功率又分调相机供应的 $Q_{C1}$、并联电容器供应的 $Q_{C2}$ 和静止补偿器供应的 $Q_{C3}$ 三部分。因此，$\Sigma Q_{GC}$ 可分解为

$$\Sigma Q_{GC} = \Sigma Q_G + \Sigma Q_C = \Sigma Q_G + \Sigma Q_{C1} + \Sigma Q_{C2} + \Sigma Q_{C3} \tag{6-2}$$

式（6-1）中，负荷消费的无功功率 $Q_L$ 可按负荷的功率因数计算。未经改善的负荷功率因数一般不高，仅达 0.6～0.9，即负荷消费的无功功率为其有功功率的 0.5～1.3 倍。但因规程对电力用户的功率因数有一定限制，例如，不得低于 0.90 等，系统运行部门作无功功率平衡时，可按规程规定确定负荷消费的无功功率 $\Sigma Q_L$。

式（6-1）中，无功功率损耗 $\Delta Q_\Sigma$ 包括三部分：变压器中的无功功率损耗 $\Delta Q_T$，线路电抗中的无功功率损耗 $\Delta Q_x$，线路电纳中的无功功率损耗 $\Delta Q_b$。而如前所述，$\Delta Q_b$ 属容性，如将其看作感性无功功率损耗，则应为负值。因此，$\Delta Q_\Sigma$ 可分解为

$$\Delta Q_\Sigma = \Delta Q_T + \Delta Q_x - \Delta Q_b \tag{6-3}$$

根据如上的平衡关系，定期作无功功率平衡计算的内容大体是：

（1）参考累积的运行资料确定未来的、有代表性的预想有功功率日负荷曲线。

（2）确定出现无功功率日最大负荷时系统中有功功率负荷的分配。

（3）假设各无功功率电源的容量和配置情况以及某些枢纽点的电压水平。

（4）计算系统中的潮流分布。

（5）根据潮流分布情况，统计出平衡关系式中各项数据，判断系统中无功功率能否平衡。

（6）如统计结果表明系统中无功功率有缺额，则应变更上列假设条件，重作潮流分布计算；而如无功功率始终无法平衡，则应考虑增设无功电源的方案。

无疑，如上的计算中，无论有功功率或无功功率的分布都应力求最优。

应该强调指出，进行无功功率平衡计算的前提应是系统的电压水平正常，正如考虑有功功率平衡的前提是系统频率正常一样。而如不能在正常电压水平下保证无功功率的平衡，系统的电压质量总不能保证。例如，对于图 6-4 所示的无功功率负荷（包括损耗）静态电压特性，如系统电源所能供应的无功功率为 $\Sigma Q_{GCN}$，由无功功率平衡的条件决定的电压为 $U_N$，设此电压对应于系统的正常电压水平。如系统电源所能供应的无功功率仅为 $\Sigma Q_{GC}$，则无功功率虽也能平衡，平衡条件所决定的电压将为低于正常的电压 $U$。这种情况下，虽

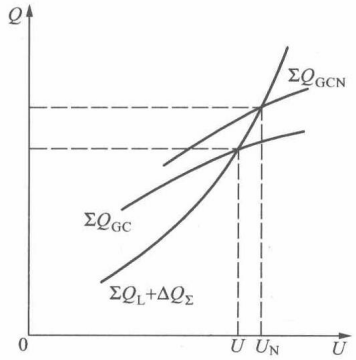



图 6-4 无功功率平衡和系统电压水平的关系

可采取某些措施，如改变某台变压器的变比以提高局部地区的电压水平，但如不能增加系统电源所能供应的无功功率 $Q_{GC}$，则系统的电压质量总不能获得全面改善。这是因为，系统中无功功率电源不足时的无功功率平衡是由于系统电压水平的下降，无功功率负荷（包括损耗）本身的具有正值的电压调节效应使全系统的无功功率需求（$\Sigma Q_L+\Delta Q_\Sigma$）有所下降而达到的。

从而还可见，和有功功率一样，系统中也应保持一定的无功功率备用。否则，负荷增大时，电压质量仍无法保证。这个无功功率备用容量一般可取最大无功功率负荷的 7%～8%。

**【例 6-1】** 系统接线如图 6-5 所示。图中各元件参数如下：

发电机 G　2×50MW，10.5kV，$\cos\varphi=0.85$。

变压器 T-1　2×63MVA，10.5/121kV，$P_0=60$kW，$P_k=300$kW，$I_0\%=0.8$，$U_k\%=10.5$。

变压器 T-2、T-3　2×20MVA，110/11kV，$P_0=22$kW，$P_k=135$kW，$I_0\%=0.8$，$U_k\%=10.5$。

线路 l-1　2×LGJ-150/20，40km；$r_1=0.21\Omega/\text{km}$，$x_1=0.405\Omega/\text{km}$，$b_1=2.81\times10^{-6}\text{s/km}$。

线路 l-2　2×LGJ-95/20，40km；$r_1=0.33\Omega/\text{km}$，$x_1=0.418\Omega/\text{km}$，$b_1=2.72\times10^{-6}\text{s/km}$。

试作无功功率平衡。

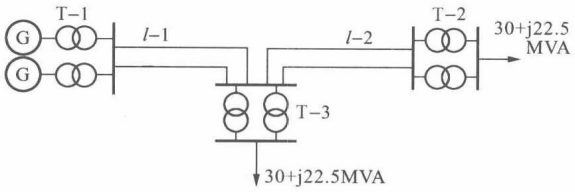



图 6-5 110kV 系统接线图

**解** 由图 6-5 可见负荷功率因数为 0.80，但给定的发电机额定功率因数为 0.85。为使发电机能以高于额定的功率因数运行，将负荷功率因数补偿为 0.90，即将负荷改变为 30+j14.5MVA。为此，需在两个变电站各装设补偿设备 8Mvar，并按补偿后的负荷功率 30+j14.5MVA 和网络额定电压 110kV 计算潮流分布。

变压器 T-2、T-3 额定负荷时的功率损耗为

$$P_0=22\text{kW};\quad Q_0=20000\times\frac{I_0\%}{100}=160(\text{kvar})$$

$$P_k=135\text{kW};\quad Q_k=20000\times\frac{U_k\%}{100}=2100(\text{kvar})$$

最大负荷时，变压器 T-2、T-3 中的功率损耗为

$$\Delta P_T=2P_0+2P_k\left(\frac{S}{2\times S_N}\right)^2=2\times22+2\times135\times\frac{30^2+14.5^2}{(2\times20)^2}=0.232(\text{MW})$$

$$\Delta Q_T=2Q_0+2Q_k\left(\frac{S}{2\times S_N}\right)^2=2\times160+2\times2100\times\frac{30^2+14.5^2}{(2\times20)^2}=3.234(\text{Mvar})$$

线路 $l$-2 末端的充电功率为

$$\Delta Q_y=\frac{1}{2}\times2b_1lU_N{}^2=\frac{1}{2}\times2\times2.72\times10^{-6}\times40\times110^2$$
$$=1.316(\text{Mvar})$$

通过线路 $l$-2 传输的功率为

$$\tilde{S}_2 = (30 + j14.5) + (0.232 + j3.234) - j1.316 = 30.232 + j16.418(\text{MVA})$$

线路 $l$-2 电阻、电抗中损耗的功率为

$$\Delta\tilde{S}_{Z2} = \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_N^2}(r_2 + jx_2) = \frac{30.232^2 + 16.418^2}{110^2}\left(\frac{40 \times 0.33}{2} + j\frac{40 \times 0.418}{2}\right)$$
$$= 0.645 + j0.818(\text{MVA})$$

线路 $l$-2 始端的充电功率为

$$\Delta Q_y = \frac{1}{2} \times 2b_1 l U_N{}^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2.72 \times 10^{-6} \times 40 \times 110^2 = 1.316(\text{Mvar})$$

变压器 T-3 高压侧的功率为

$$\tilde{S} = (30 + j14.5) + (0.232 + j3.234) = 30.232 + j17.734(\text{MVA})$$

线路 $l$-1 末端的充电功率为

$$\Delta Q_y = \frac{1}{2} \times 2b_1 l U_N{}^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2.81 \times 10^{-6} \times 40 \times 110^2 = 1.36(\text{Mvar})$$

通过线路 $l$-1 传输的功率为

$$\tilde{S}_1 = (30.232 + j16.418) + (0.645 + j0.818) - j1.316 + (30.232 + j17.734) - j1.36$$
$$= 61.11 + j32.29(\text{MVA})$$

线路 $l$-1 电阻、电抗中损耗的功率为

$$\Delta\tilde{S}_{Z1} = \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_N^2}(r_1 + jx_1) = \frac{61.11^2 + 32.29^2}{110^2}\left(\frac{40 \times 0.21}{2} + j\frac{40 \times 0.405}{2}\right)$$
$$= 1.66 + j3.198(\text{MVA})$$

线路 $l$-1 始端的充电功率为

$$\Delta Q_y = \frac{1}{2} \times 2b_1 l U_N{}^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2.81 \times 10^{-6} \times 40 \times 110^2 = 1.36(\text{Mvar})$$

通过变压器 T-1 的功率为

$$\tilde{S} = (61.11 + j32.29) + (1.66 + j3.198) - j1.36 = 62.77 + j34.13(\text{MVA})$$

变压器 T-1 额定负荷时的功率损耗为

$$P_0 = 60\text{kW};\quad Q_0 = 63000 \times \frac{I_0\%}{100} = 504(\text{kvar})$$

$$P_k = 300\text{kW};\quad Q_k = 63000 \times \frac{U_k\%}{100} = 6615(\text{kvar})$$

最大负荷时，变压器 T-1 中的功率损耗为

$$\Delta P_T = 2P_0 + 2P_k\left(\frac{S}{2 \times S_N}\right)^2 = 2 \times 60 + 2 \times 300 \times \frac{62.77^2 + 34.13^2}{(2 \times 63)^2} = 0.313(\text{MW})$$

$$\Delta Q_T = 2Q_0 + 2Q_k\left(\frac{S}{2 \times S_N}\right)^2 = 2 \times 504 + 2 \times 6615 \times \frac{62.77^2 + 34.13^2}{(2 \times 63)^2} = 5.262(\text{Mvar})$$

发电机应发的功率为

$$\tilde{S}_G = (62.77 + j34.13) + (0.313 + j5.262) = 63.083 + j39.392(\text{MVA})$$

如发电机以额定功率因数运行，则这时发电机可供应的无功功率为

$$Q_G = P_G \tan\varphi_N = 63.083 \times 0.62 = 39.095(\text{Mvar})$$

略小于应发的 39.392Mvar。这一差额可借降低发电机的运行功率因数或增加补偿设备的容量来弥补。

## 第二节　电力系统中无功功率的最优分布

如前所述，无功功率的最优分布包括无功功率电源的最优分布和无功功率负荷的最优补偿两个方面。但在讨论这两方面问题之前，有必要对提高负荷的自然功率因数，即降低负荷

对无功功率需求的重要性作一说明。因为面对十分低劣的负荷自然功率因数谈论无功功率的最优分布，显然是舍本逐末。

也如前所述，负荷的自然功率因数为0.6～0.9，其中较大的数值对应于采用大容量同步电动机的场合。但事实上，如不采取一定的措施，往往连0.6～0.9都不能达到。以占系统负荷大多数的异步电动机为例，其无功功率可近似表示为

$$Q = Q_0 + (Q_N - Q_0)\left(\frac{P_m}{P_N}\right)^2$$

式中：$P_N$、$Q_N$分别为电动机额定负荷时的有功功率、无功功率；$P_m$为电动机输出的有功功率；$Q_0$为电动机空载时的无功功率，$Q_0 \approx (0.6 \sim 0.7)\ Q_N$。

因此，电动机的负荷率越低，功率因数越低。例如，$P_m = 0.2P_N$时，根据上式，电动机的功率因数将为0.28～0.31。因此，在工业企业中，不使电动机的容量过多地超过被拖动机械所需的功率，是提高负荷自然功率因数的重要措施。而限制电动机的空载运行，对提高负荷的自然功率因数也有很大作用。

为提高负荷的自然功率因数，还可在某些设备上以同步电动机代替异步电动机。因同步电动机不仅可不需系统供应无功功率，甚至还可向系统输出无功功率，从而显著提高负荷的自然功率因数。而且，除换用同步电动机外，在某些使用绕线式异步电动机的场合，又可将异步电动机同步化，即在转子绕组中通以直流励磁，将其改作同步电动机运行。

将负荷的自然功率因数尽可能提高后，才考虑采用补偿设备人为地提高负荷功率因数，以及包括这些补偿设备在内的各种无功功率电源的最优分布问题。

## 一、无功功率电源的最优分布

### 1. 等网损微增率准则

分析了有功功率负荷的最优分配之后，分析无功功率电源的最优分布已没有多少困难，因为这也是一个静态优化问题。需要注意的是：这里的目标函数和约束条件与分析有功功率负荷最优分配时不同。

优化无功功率电源分布的目的在于降低网络中的有功功率损耗。因此，这里的目标函数就是网络总损耗$\Delta P_\Sigma$。在除平衡节点外其他各节点的注入有功功率$P_i$已给定的前提下，可以认为，这个网络总损耗$\Delta P_\Sigma$仅与各节点的注入无功功率$Q_i$有关，从而与各无功功率电源的功率$Q_{Gi}$有关。这里的$Q_{Gi}$既可理解为发电机发出的感性无功功率，也可理解为无功功率补偿设备即电容器、调相机或静止补偿器供应的感性无功功率。因为它们在改变网络总损耗方面的作用相同。于是，分析无功功率电源最优分布时的目标函数可写作

$$\Delta P_\Sigma(Q_{G1}, Q_{G2}, \cdots, Q_{Gn}) = \Delta P_\Sigma(Q_{Gi}) \tag{6-4}$$

分析无功功率电源最优分布时的等约束条件显然就是无功功率必须保持平衡的条件。就整个系统而言，这个条件为

$$\sum_{i=1}^{i=n} Q_{Gi} - \sum_{i=1}^{i=n} Q_{Li} - \Delta Q_\Sigma = 0 \tag{6-5}$$

式中的$\Delta Q_\Sigma$为网络无功功率总损耗。

由于分析无功功率电源最优分布时，除平衡节点外其他各节点的注入有功功率已给定，这里的不等约束条件较分析有功功率负荷最优分配时少一组，即为

$$\left.\begin{aligned} Q_{Gi\min} \leqslant Q_{Gi} \leqslant Q_{Gi\max} \\ U_{i\min} \leqslant U_i \leqslant U_{i\max} \end{aligned}\right\} \tag{6-6}$$

列出目标函数和约束条件后，就可运用拉格朗日乘数法求最优分布的条件。为此，先根据已列出的目标函数和等约束条件建立新的、不受约束的目标函数，即拉格朗日函数

$$C^* = \Delta P_\Sigma(Q_{Gi}) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{i=n} Q_{Gi} - \sum_{i=1}^{i=n} Q_{Li} - \Delta Q_\Sigma\right) \tag{6-7}$$

并求其最小值。

由于拉格朗日函数中有 $n+1$ 个变量，即 $n$ 个 $Q_{Gi}$ 和一个拉格朗日乘数，求取其最小值时应有 $n+1$ 个条件，它们是

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial C^*}{\partial Q_{Gi}} = \frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{Gi}} - \lambda\left(1 - \frac{\partial \Delta Q_\Sigma}{\partial Q_{Gi}}\right) = 0 \quad (i = 1,2,\cdots,n) \\ &\frac{\partial C^*}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{i=n} Q_{Gi} - \sum_{i=1}^{i=n} Q_{Li} - \Delta Q_\Sigma = 0 \end{aligned}\right\} \tag{6-8}$$

上式可改写为

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{G1}} \frac{1}{(1 - \partial \Delta Q_\Sigma / \partial Q_{G1})} &= \frac{\partial \Delta Q_\Sigma}{\partial Q_{G2}} \frac{1}{(1 - \partial \Delta Q_\Sigma / \partial Q_{G2})} = \cdots \\ &= \frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{Gn}} \frac{1}{(1 - \partial \Delta Q_\Sigma / \partial Q_{Gn})} = \lambda \\ &\sum_{i=1}^{i=n} Q_{Gi} - \sum_{i=1}^{i=n} Q_{Li} - \Delta Q_\Sigma = 0 \end{aligned}\right\} \tag{6-9}$$

显然，式（6-9）中的第一式就是所谓等网损微增率准则，而第二式则是无功功率平衡关系式。

还不难看出，式（6-9）中的第一式与有功功率负荷最优分配时的协调方程式(5-30)相对应。式中的网损微增率 $\partial \Delta P_\Sigma / \partial Q_{Gi}$，与有功功率负荷最优分配时的耗量微增率 $\partial F_\Sigma / \partial P_{Gi}$ 相对应；式中的乘数 $1/(1 - \partial \Delta Q_\Sigma / \partial Q_{Gi})$ 则与协调方程式中的有功功率网损修正系数 $1/(1 - \partial \Delta P_\Sigma / \partial P_{Gi})$ 相对应，因而是无功功率网损修正系数。

但需指出，如上的分析并没有引入不等约束条件。实际计算时，当某一变量，例如 $Q_{Gi}$，逾越它的上限 $Q_{Gi\max}$ 或下限 $Q_{Gi\min}$ 时，可取 $Q_{Gi} = Q_{Gi\max}$ 或 $Q_{Gi} = Q_{Gi\min}$。

**【例 6-2】** 简化后的 60kV 等值网络如图 6-6 所示。图中，各负荷节点的无功功率负荷分别为

$$Q_{L1} = 10\text{Mvar}; \quad Q_{L2} = 7\text{Mvar}$$
$$Q_{L3} = 5\text{Mvar}; \quad Q_{L4} = 8\text{Mvar}$$

各线段的电阻已示于图中。设无功功率补偿设备的总容量给定为 17Mvar，试在不计无功功率网损的前提下确定这些无功功率电源的最优分布。

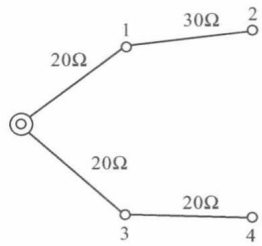


图 6-6　等值网络图

**解**　首先列出因无功功率流动而产生的有功功率网损表示式

$$\begin{aligned} \Delta P_\Sigma = \Sigma \frac{Q_l^2}{U_N^2} r_l &= \frac{1}{U_N^2}[20(Q_{L1} - Q_{C1} + Q_{L2} - Q_{C2})^2 \\ &+ 30(Q_{L2} - Q_{C2})^2 + 20(Q_{L3} - Q_{C3} + Q_{L4} - Q_{C4})^2 \\ &+ 20(Q_{L4} - Q_{C4})^2] = \frac{1}{60^2}[20(17 - Q_{C1} - Q_{C2})^2 \\ &+ 30(7 - Q_{L2})^2 + 20(13 - Q_{C3} - Q_{C4})^2 + 20(8 - Q_{C4})^2] \end{aligned}$$

然后求网损微增率

$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C1}} = -\frac{40}{60^2}(17 - Q_{C1} - Q_{C2}); \quad \frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C2}} = \frac{1}{60^2}[40(17 - Q_{C1} - Q_{C2}) + 60(7 - Q_{C2})]$$

$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C3}}=-\frac{40}{60^2}(13-Q_{C3}-Q_{C4});\quad \frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C4}}=-\frac{1}{60^2}[40(13-Q_{C3}-Q_{C4})+40(8-Q_{C4})]$$

不计无功功率网损时的等网损微增率准则由式（6-9）中第一式可得为

$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C1}}=\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C2}}=\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C3}}=\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C4}}$$

等约束条件则由式（6-9）中第二式可得为

$$Q_{C1}+Q_{C2}+Q_{C3}+Q_{C4}=17$$

于是可解得

$$Q_{C1}=3.5\text{Mvar};\ Q_{C2}=7\text{Mvar};$$
$$Q_{C3}=-1.5\text{Mvar};\ Q_{C4}=8\text{Mvar}$$

$Q_{C3}$为负值表示如负荷节点 3 原已装设补偿设备，应从该节点调出 1.5Mvar 至其他节点。而如不能从该节点调出补偿设备，则应置 $Q_{C3}=0$，重列网损表示式

$$\Delta P_\Sigma=\Sigma\frac{Q_i^2}{U_N^2}r_i=\frac{1}{U_N^2}[20(Q_{L1}-Q_{C1}+Q_{L2}-Q_{C2})^2+30(Q_{L2}-Q_{C2})^2$$
$$+20(Q_{L3}-0+Q_{C4}-Q_{C4})^2+20(Q_{L4}-Q_{C4})^2]$$
$$=\frac{1}{60^2}[20(17-Q_{C1}-Q_{C2})^2+30(7-Q_{L2})^2+20(13-Q_{C4})^2+20(8-Q_{C4})^2]$$

重求网损微增率

$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C1}}=-\frac{40}{60^2}(17-Q_{C1}-Q_{C2});\quad \frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C2}}=-\frac{1}{60^2}[40(17-Q_{C1}-Q_{C2})+60(7-Q_{C2})];$$
$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C4}}=-\frac{1}{60^2}[40(13-Q_{C4})+40(8-Q_{C4})]$$

按

$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C1}}=\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C2}}=\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_{C4}}$$

和

$$Q_{C1}+Q_{C2}+Q_{C4}=17$$

重新解得

$$Q_{C1}=3\text{Mvar};\ Q_{C2}=7\text{Mvar};\ Q_{C4}=7\text{Mvar}。$$

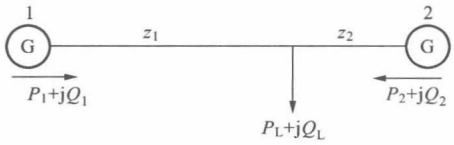



图 6-7　两发电厂网络

**【例 6-3】** 两发电厂联合向一个负荷供电如图 6-7 所示。图中，$z_1=0.10+j0.40$，$z_2=0.04+j0.08$。设发电厂母线电压均为 1.0；负荷功率 $S_L=P_L+jQ_L=1.2+j0.7$，其有功部分由两发电厂平均分担。试确定无功功率的最优分布。

**解**　按题意列出有功、无功功率损耗的表示式

$$\Delta P_\Sigma=\frac{P_1^2+Q_1^2}{U^2}r_1+\frac{P_2^2+Q_2^2}{U^2}r_2=(P_1^2+Q_1^2)\times 0.10+(P_2^2+Q_2^2)\times 0.04$$

$$\Delta Q_\Sigma=\frac{P_1^2+Q_1^2}{U^2}x_1+\frac{P_2^2+Q_2^2}{U^2}x_2=(P_1^2+Q_1^2)\times 0.40+(P_2^2+Q_2^2)\times 0.08$$

然后计算各网损微增率

$$\partial\Delta P_\Sigma/\partial Q_1=0.20Q_1;\quad \partial\Delta P_\Sigma/\partial Q_2=0.08Q_2$$
$$\partial\Delta Q_\Sigma/\partial Q_1=0.80Q_1;\quad \partial\Delta Q_\Sigma/\partial Q_2=0.16Q_2$$

由式（6-9）中第一式得

$$\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_1}\frac{1}{(1-\partial\Delta Q_\Sigma/\partial Q_1)}=\frac{\partial \Delta P_\Sigma}{\partial Q_2}\frac{1}{(1-\partial\Delta Q_\Sigma/\partial Q_2)}$$

则

$$\frac{0.20Q_1}{1-0.08Q_1}=\frac{0.08Q_2}{1-0.16Q_2}$$

由式（6-9）中第二式得

$$Q_1+Q_2-Q_L-\Delta Q_\Sigma=0$$

则 $Q_1+Q_2-0.70-0.40\ (0.6^2+Q_1^2)\ -0.08\ (0.6^2+Q_2^2)\ =0$

运用图解法联立解上两式见图 6-8，可得

$$Q_1 \approx 0.248;\quad Q_2 \approx 0.688$$

为进行比较，以下不计无功功率网损修正，由式（6-9）中第一式得

$$\partial\Delta P_\Sigma/\partial Q_1 = \partial\Delta P_\Sigma/\partial Q_2$$

则

$$0.20Q_1=0.08Q_2$$

由式（6-9）中第二式得

$$Q_1+Q_2-Q_L-\Delta Q_\Sigma = 0$$

则

$$Q_1+Q_2-0.70-0.40\ (0.6^2+Q_1^2)\ -0.08\ (0.6^2+Q_2^2)\ =0$$

联立解上两式又可得

$$Q_1 = 0.268;\quad Q_2 = 0.670$$

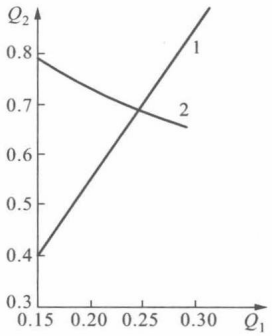



图 6-8　以图解法求 $Q_1$、$Q_2$

比较这两种计算结果可见，不计无功功率网损修正，将会给计算结果带来明显误差。

2. 网损微增率的计算——转置雅可比矩阵法❶

导得等网损微增率准则后，就要求计算网损微增率，其中包括 $\partial\Delta P_\Sigma/\partial Q_{Gi}$ 和 $\partial\Delta Q_\Sigma/\partial Q_{Gi}$。但和第五章第二节第五小节中不同，这里的网损微增率 $\partial\Delta P_\Sigma/\partial Q_{Gi}$ 是用以作判据的，而第五章中的 $\partial\Delta P_\Sigma/\partial P_{Gi}$ 只是一个修正因素，相当于这里的 $\partial\Delta Q_\Sigma/\partial Q_{Gi}$。因此，求取 $\partial\Delta P_\Sigma/\partial Q_{Gi}$、$\partial\Delta Q_\Sigma/\partial Q_{Gi}$，特别是前者时，不宜作过多简化。

求取这两个微增率的原理与求取 $\partial\Delta P_\Sigma/\partial P_{Gi}$ 相似，即仍可采用转置雅可比矩阵法，但处理上略有不同，说明如下。

基于网络损耗既是所有节点功率的函数，也是所有节点电压的函数，即

$$\Delta P_\Sigma = F(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}) = f(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{U})$$

可列出

$$[(\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{P})^{\mathrm{T}}(\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{Q})^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{P}\\ \Delta\boldsymbol{Q}\end{bmatrix}=[(\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{\delta})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{U}\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{U})^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\delta}\\ \Delta\boldsymbol{U}/\boldsymbol{U}\end{bmatrix}$$

将潮流计算时的修正方程式

$$\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{P}\\ \Delta\boldsymbol{Q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\delta}\\ \Delta\boldsymbol{U}/\boldsymbol{U}\end{bmatrix}$$

代入，可得

$$[(\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{P})^{\mathrm{T}}(\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{Q})^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}=[(\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{\delta})^{\mathrm{T}}(U\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{U})^{\mathrm{T}}]$$

再将上式转置，又可得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{P}\\ \partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{Q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{\delta}\\ \boldsymbol{U}\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{U}\end{bmatrix}$$

于是，可解得

$$\begin{bmatrix}\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{P}\\ \partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{Q}\end{bmatrix}=\left[\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\right]^{-1}\begin{bmatrix}\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{\delta}\\ \boldsymbol{U}\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{U}\end{bmatrix}\tag{6-10}$$

而由解得的 $\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{Q}$ 中就可提取待求的 $\partial\Delta P_\Sigma/\partial Q_{Gi}$。

至于式中的 $\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{\delta}$ 和 $\boldsymbol{U}\partial\Delta P_\Sigma/\partial\boldsymbol{U}$ 项，如注意到 $\Delta P_\Sigma=P_1+P_2+\cdots+P_n$，就不难列出

❶ H. H. Happ. Optimal power Dispatch，IEEE Trans. on PAS，Vol. PAS—93 May/June 1974：820～830.

$$\left.\begin{aligned}\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial\delta_j &= \sum_{i=1}^{i=n}\partial \boldsymbol{P}_i/\partial\delta_0 j\\ U_j\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{U}_j &= \sum_{i=1}^{i=n}\boldsymbol{U}_j\partial \boldsymbol{P}_i/\partial \boldsymbol{U}_j\end{aligned}\right\}\tag{6-11}$$

式中，$j=1, 2, \cdots, n$。换言之，它们之中每个元素都是 $\boldsymbol{H}$ 阵或 $\boldsymbol{N}$ 阵中相应行诸元素之和，因而不难求取。

相似地，可不加推导直接列出求取 $\partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial Q_{Gi}$ 的计算式如下

$$\begin{bmatrix}\partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{P}\\ \partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{Q}\end{bmatrix}=\left[\begin{bmatrix}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\right]^{-1}\begin{bmatrix}\partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{\delta}\\ \boldsymbol{U}\partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{U}\end{bmatrix}\tag{6-12}$$

而其中 $\partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial\boldsymbol{\delta}$、$\boldsymbol{U}\partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial\boldsymbol{U}$ 的每个元素都是 $\boldsymbol{J}$ 阵或 $\boldsymbol{L}$ 阵中相应行诸元素之和。

最后需指出，推导式（6-10）和式（6-12）的出发点是：$\Delta P_{\Sigma}$ 或 $\Delta Q_{\Sigma}$ 是所有节点功率或电压的函数，而所有节点则指全部 $PQ$ 节点、$PV$ 节点和平衡节点。但潮流计算时建立的雅可比矩阵中，不仅不含与平衡节点相对应的行和列，甚至也不含与 $PV$ 节点无功功率相对应的行和列。因此，为进行如上计算，需补足所缺行、列，使雅可比矩阵的四个子阵 $\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{J}$、$\boldsymbol{L}$ 的阶数都达 $n\times n$。

此外，实践表明，由于对 $\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial Q_{Gi}$、$\partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial Q_{Gi}$ 的精确度要较对 $\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial P_{Gi}$ 的高，式（6-10）、式（6-12）不能进一步简化。

3. 无功功率电源的最优分布

确立了最优分布的等网损微增率准则，导得了网损微增率的计算公式，余下的问题只是反复作常规的潮流分布计算以求取无功功率电源的最优分布。

为进行这种计算，首先要给定除平衡节点外其他各节点的有功功率 $P_i$ 和 $PQ$ 节点的无功功率 $Q_i^{(0)}$、$PV$ 节点的电压大小 $U_i^{(0)}$。而在计算高峰负荷下的无功电源分布时，第一次给定的 $Q_i^{(0)}$ 和 $U_i^{(0)}$ 应按尽可能多投入无功功率补偿设备和尽可能提高系统的电压水平考虑。

然后作潮流分布和网损微增率 $\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial Q_{Gi}$、$\partial\Delta Q_{\Sigma}/\partial Q_{Gi}$、$\dfrac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{Gi}}\Big/\left(1-\dfrac{\partial\Delta Q_{\Sigma}}{\partial Q_{Gi}}\right)$ 的计算。

根据求得的各节点修正后的有功网损微增率调整 $Q_i$ 和 $U_i$，调整的原则是：网损微增率大的节点应减小 $Q_i$ 或降低 $U_i$，即令这些节点的无功功率电源少发无功功率；网损微增率小的节点应增大 $Q_i$ 或提高 $U_i$，即令这些节点的无功功率电源多发无功功率。

按调整后的 $Q_i$ 和 $U_i$ 再作潮流计算，并再次求取网损微增率。而这种调整是否恰当还可从平衡节点有功功率的变化中考察。因平衡节点有功功率的增减也就是网损 $\Delta P_{\Sigma}$ 的增减。

这样反复若干次，直至网损 $\Delta P_{\Sigma}$ 不能再减小为止。

应该指出，网损 $\Delta P_{\Sigma}$ 不能再减小时，各节点的网损微增率未必能全部相等。因在调整过程中，有些节点的 $Q_i$ 或 $U_i$ 可能已抵达它们的上限或下限。而不难理解，只有 $Q_i$ 在限额内的节点，网损微增率才相互相等；$Q_i=Q_{i\max}$ 的节点，网损微增率总小于这个数值；$Q_i=Q_{i\min}$ 的节点，网损微增率总大于这个数值。

显然，如上的计算中实际上引入了试探法。而众所周知，试探法的计算量很大。因此，在工程实践中往往采用以网络损耗为目标函数，节点功率方程、电压和电源功率为约束条件的所谓无功功率/电压优化计算程序。尽管如此，以上的讨论对基本原理的理解仍是有益的。

## 二、无功功率负荷的最优补偿

### 1. 最优网损微增率准则

所谓无功功率负荷的最优补偿是指最优补偿容量的确定、最优补偿设备的分布和最优补偿顺序的选择等问题。这些问题的数学分析较困难，以致不得不作若干简化。但由于这些问题和其他问题不同，主要和系统规划有关，而在规划阶段，很多原始资料都不够精确，从而也就没有必要片面追求数学分析的严格性。

在系统中某节点 $i$ 设置无功功率补偿设备的先决条件是由于设置补偿设备而节约的费用大于为设置补偿设备而耗费的费用。以数学表示式表示则为

$$C_e(Q_{Ci}) - C_C(Q_{Ci}) > 0$$

式中　$C_e(Q_{Ci})$ ——由于设置了补偿设备 $Q_{Ci}$ 而节约的费用；

$C_C(Q_{Ci})$ ——设置补偿设备 $Q_{Ci}$ 而需耗费的费用。

显然，确定节点 $i$ 最优补偿容量的条件就是

$$C = C_e(Q_{Ci}) - C_C(Q_{Ci}) \tag{6-13}$$

具有最大值。

由于设置了补偿设备而节约的费用 $C_e$ 就是因设置补偿设备每年可减小的电能损耗费用，其值为

$$C_e(Q_{Ci}) = \beta(\Delta P_{\Sigma 0} - \Delta P_{\Sigma})\tau_{max} \tag{6-14}$$

式中　$\beta$——单位电能损耗价格，元/(kW·h)；

$\Delta P_{\Sigma 0}$、$\Delta P_{\Sigma}$——设置补偿设备前后全网最大负荷下的有功功率损耗，kW；

$\tau_{max}$——全网最大负荷损耗小时数。

为设置补偿设备 $Q_{Ci}$ 而需耗费的费用包括两部分，一部分为补偿设备的折旧维修费，另一部分为补偿设备投资的回收费，其值都与补偿设备的投资成正比，即

$$C_C(Q_{Ci}) = (\alpha + \gamma)K_C Q_{Ci} \tag{6-15}$$

式中　$a$、$\gamma$——折旧维修率和投资回收率；

$K_C$——单位容量补偿设备投资，元/kvar。

将式（6-14）、式（6-15）代入式（6-13），可得

$$C = \beta(\Delta P_{\Sigma 0} - \Delta P_{\Sigma})\tau_{max} - (\alpha + \gamma)K_C Q_{Ci} \tag{6-16}$$

令式（6-16）对 $Q_{Ci}$ 的偏导数等于零，可解得

$$\frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{Ci}} = -\frac{(\alpha + \gamma)K_C}{\beta \tau_{max}} \tag{6-17}$$

式（6-17）就是确定节点 $i$ 最优补偿容量的具体条件。由于式中等号左侧是节点 $i$ 的网损微增率，等号右侧相应地就称最优网损微增率，其单位为 kW/kvar，且常为负值，表示每增加单位容量无功补偿设备所能减少的有功损耗。最优网损微增率也称无功功率经济当量。

由式（6-17）可列出如下的最优网损微增率准则

$$\frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{Ci}} \leqslant -\frac{(\alpha + \gamma)K_C}{\beta \tau_{max}} = \gamma_{eq} \tag{6-18}$$

式中　$\gamma_{eq}$——最优网损微增率。

该准则表明，只应在网损微增率具有负值，且小于 $\gamma_{eq}$ 的节点设置无功功率补偿设备。设置的容量则以补偿后该点的网损微增率仍为负值，且仍不大于 $\gamma_{eq}$ 为限。而设置补偿设备

节点的先后，则以网损微增率的大小为序，首先从 $\partial\Delta P_{\Sigma}/\partial Q_{Ci}$ 最小的节点开始。

等网损微增率是无功电源最优分布的准则，而最优网损微增率或无功功率经济当量则是衡量无功负荷最优补偿的准则，综合运用这两个准则就可统一地解决无功补偿设备的最优补偿容量和最优分布问题。

**【例 6-4】** 对于例 6-2 所示网络，假设已知最大负荷损耗时间 $\tau=5000\text{h}$；无功功率补偿设备采用电容器，其单位容量投资 $K_C$ 与电能损耗价格 $\beta$ 的比值为 $K_C/\beta=800$；折旧维修率和投资回收率分别为 $\alpha=0.10$，$\gamma=0.10$。试完成：(1) 求补偿设备总容量分别为 20、22、24、26、28、30Mvar 时的最优分布；(2) 求最优补偿容量及其分布；(3) 设该网络电压级升高为 110kV，分析升压后的最优补偿问题。

**解** (1) 补偿容量分别为 20、22、24、26、28、30Mvar 时的最优分布。网络中各节点的网损微增率与例 6-2 同，仍分别为

$$\frac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{C1}}=-\frac{40}{60^2}\times(17-Q_{C1}-Q_{C2});\quad \frac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{C2}}=-\frac{1}{60^2}\times[40\times(17-Q_{C1}-Q_{C2})+60\times(7-Q_{C2})]$$

$$\frac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{C3}}=-\frac{40}{60^2}\times(13-Q_{C3}-Q_{C4});\quad \frac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{C4}}=-\frac{1}{60^2}\times[40\times(13-Q_{C3}-Q_{C4})+40\times(8-Q_{C2})]$$

约束条件为

$$Q_{C1}+Q_{C2}+Q_{C3}+Q_{C4}=Q_{C\Sigma}$$

其中，$Q_{C\Sigma}$ 分别为 20、22、24、26、28、30Mvar。

按等网损微增率准则联立解这些关系式，可得不同补偿设备总容量下的最优分布方案，见表 6-2。

**表 6-2　　无功功率补偿设备的最优分布**　　(Mvar)

| $Q_{C\Sigma}$ | $Q_{C1}$ | $Q_{C2}$ | $Q_{C3}$ | $Q_{C4}$ | $\partial\Delta P_{\Sigma}^{(60)}/\partial Q_{Ci}$ | $\partial\Delta P_{\Sigma}^{(110)}/\partial Q_{Ci}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 5 | 7 | 0 | 8 | −0.0556 | −0.0165 |
| 22 | 6 | 7 | 1 | 8 | −0.0444 | −0.0132 |
| 24 | 7 | 7 | 2 | 8 | −0.0333 | −0.0099 |
| 26 | 8 | 7 | 3 | 8 | −0.0222 | −0.0066 |
| 28 | 9 | 7 | 4 | 8 | −0.0111 | −0.0033 |
| 30 | 10 | 7 | 5 | 8 | 0 | 0 |

由表 6-2 可见，总补偿容量足够大时，距电源远的负荷点以获得完全补偿，即 $Q_{Ci}=Q_{Li}$ 为宜；总补偿容量与总负荷容量相等时，所有负荷都以获得完全补偿为宜。

(2) 最优补偿容量及其分布。求得不同补偿设备总容量下的最优分布后，就可计算与之对应的各节点相互等同的网损微增率。例如，$Q_{C\Sigma}=20\text{Mvar}$ 时，$Q_{C1}=5\text{Mvar}$、$Q_{C2}=7\text{Mvar}$、$Q_{C4}=8\text{Mvar}$，从而

$$\frac{\partial\Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{C1}}=-\frac{40}{60^2}\times(17-Q_{C1}-Q_{C2})=-\frac{40}{60^2}\times(17-5-7)=-0.0556$$

$Q_{C\Sigma}$ 为其他值时的计算结果也示于表 6-2。按表 6-2 可作图 6-9。

然后由已知的 $\tau_{max}$、$K_C/\beta$、$\alpha$、$\gamma$ 计算最优网损微增率 $\gamma_{eq}$

$$\gamma_{eq}=-\frac{(\alpha+\gamma)K_C}{\tau_{max}\beta}=-\frac{(0.10+0.10)\times 800}{5000}=-0.032$$

由求得的 $\gamma_{eq}$ 按图 6-9 得 $Q_{C\Sigma}=24.24\text{Mvar}$，而按此求得的各负荷点补偿设备容量分布则为

$$Q_{C1}=7.12\text{Mvar};\ Q_{C2}=7\text{Mvar};$$

$$Q_{C3}=2.12\text{Mvar};\ Q_{C4}=8\text{Mvar}$$

(3) 系统电压升高时，网损和网损微增率的绝对值都按电压的平方反比减小。由此可求得系统电压为 110kV 时的网损微增率见表 6-2 和图 6-9。由图 6-9 可见，这时如仍取 $\gamma_{eq}=-0.032$，则完全没有必要设置任何补偿设备。因系统电压升高后，网损大大下降，因设置补偿设备、降低网损而节约的费用反而不如为

设置补偿设备而耗费的费用大。

虽然这样，不能由此得出结论，认为一般都宜通过高压网络输送无功功率。恰相反，高压网络中一般都仅输送少量无功功率。例如，220kV 输电线路长度在 100～350km 之间时，线路始端功率因数一般在 0.92～1.00 之间。线路越长，则功率因数越高。本例之所以与一般情况不同，是由于本例所示网络的线路长度实际仅 30～50km。负荷既靠近发电厂，自然以不设置附加的补偿设备，而由发电机直接供应无功功率为宜。何况还不应忽视，沿线路输送大量无功功率时，线路末端的电压质量将得不到保证。

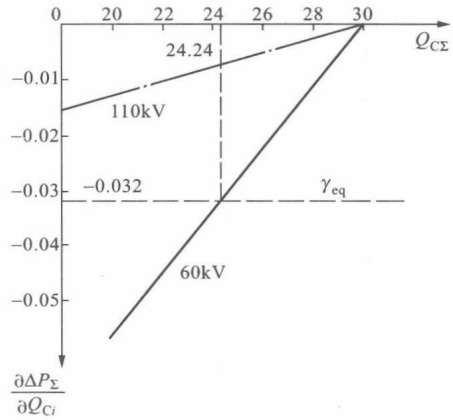



图 6-9　最优补偿容量的确定

2. 无功功率负荷的最优补偿

运用最优网损微增率准则确定系统中无功负荷的最优补偿时，由于在系统中设置或添置无功补偿设备总应以充分利用已有无功电源为前提，计算的第一个方案总应是已有的无功功率电源在最大负荷时的最优分布方案。这种计算已如本章第二节第一小节中所述。

以该方案为基础考虑设置或添置无功补偿设备时，可根据该方案的计算结果，选出系统中所有的无功功率分点，并计算它们的网损微增率。因网损微增率最小的节点总是系统中某一个无功功率分点。而且，这个无功功率分点多半也是系统中最低电压点。

如网损微增率最小节点为节点 $i$，在该节点设置一定容量的无功补偿设备，重作潮流分布计算，并求取在新情况下各无功功率分点的网损微增率。

由于在节点 $i$ 设置补偿设备后，该节点的网损微增率将增大，从而网损微增率最小的无功功率分点将转移，例如，转移至节点 $j$。据此，再在节点 $j$ 设置一定容量的无功补偿设备，重复如对节点 $i$ 的所有计算。

每隔几次如上的计算，应穿插一次本节第一小节中介绍的无功电源最优分布计算，即调整一次已有无功电源的运行方式。因为经过这样或那样补偿后，无功电源的分布已不可能仍为最优。

当所有节点的网损微增率都约略等于 $\gamma_{eq}$ 时，还应校验一次节点电压是否能满足要求。如发现某些节点电压过低，可适当增大 $\gamma_{eq}$，即适当减小它的绝对值，重作如上计算。显然，这实质上是为兼顾电压质量的要求而增大补偿容量，因而求得的已不再是经济上最优的补偿方案。

如需确定无功补偿设备的调整范围，还应按本节第一小节中介绍的方法，作一次最小负荷时无功电源最优分布的计算。某节点按最大负荷应设置的与按最小负荷应投入的补偿设备容量的差额，就是这个节点的补偿设备应有的调整范围。

无疑，由于这些计算中也引入了试探法，也将耗费很多时间。

## 第三节　电力系统的电压调整——电压管理和借发电机、变压器调压

### 一、调整电压的必要性

电力系统的电压和频率一样也需要经常调整。由于电压偏移过大时，会影响工农业生产产品的质量和产量，损坏设备，甚至引起系统性的“电压崩溃”，造成大面积停电。

系统电压降低时，发电机的定子电流将因其功率角的增大而增大。如定子电流原已达额定值，则电压降低后，将使其超过额定值。为使发电机定子绕组不致过热，不得不减少发电机所发功率。相似地，系统电压降低后，也不得不减少变压器的负荷。

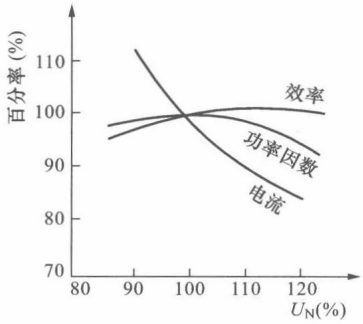



图 6-10 异步电动机的电压特性

当系统电压降低时，各类负荷中占比重最大的异步电动机的转差率增大，从而电动机各绕组中的电流将增大，温升将增加，效率将降低，寿命将缩短，如图 6-10 所示。而且，某些电动机驱动的生产机械的机械转矩与转速的高次方成正比，转差增大、转速下降时，其功率将迅速减少。而发电厂用电动机组功率的减少又将反而影响锅炉、汽轮机的工作，影响发电厂所发功率。尤为严重的是，系统电压降低后，电动机的起动过程将大为增长，电动机可能在起动过程中因温度过高而烧毁。

电炉的有功功率是与电压的平方成正比的，炼钢厂中的电炉将因电压过低而影响冶炼时间，从而影响产量。

系统电压过高将使所有电气设备绝缘受损。而且，变压器、电动机等的铁芯要饱和，铁芯损耗增大，温升将增加，寿命将缩短。

照明负荷，尤其是白炽灯，对电压变化的反应最灵敏。电压过高，白炽灯的寿命将大为缩短；电压过低，亮度和发光效率又要大幅度下降，如图 6-11（a）所示。日光灯的反应较迟钝，但电压偏离其额定值时，也将缩短其寿命，如图 6-11（b）所示。

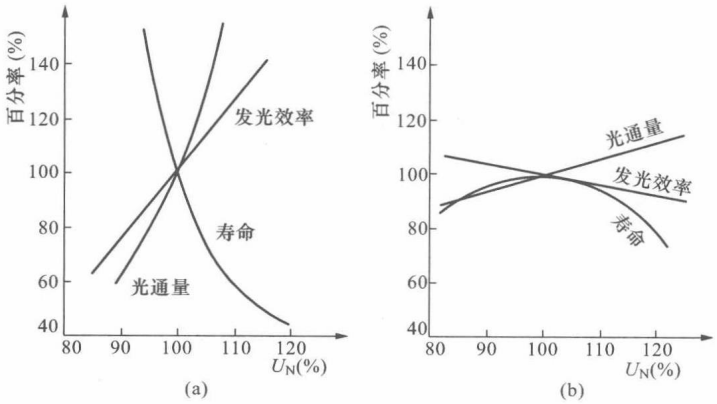



图 6-11 照明负荷的电压特性

（a）白炽灯；（b）日光灯

至于因系统中无功功率短缺，电压水平低下，某些枢纽变电站母线电压在微小扰动下顷刻之间的大幅度下降，即图 6-12 所示的“电压崩溃”现象，则更是一种将导致系统瓦解的灾难性事故。

不仅电压偏移过大会影响工农业生产，电压的微小波动也会造成不良后果。例如，由于电压波动引起的灯光闪烁将使人疲劳。国外对此问题已研究多年，图 6-13 所示就是最近公布的人类视觉对电压波动的可感范围。由图可见，对于 2～18Hz 的波动，人体非常敏感。相信这一问题在我国也将提上议事日程。

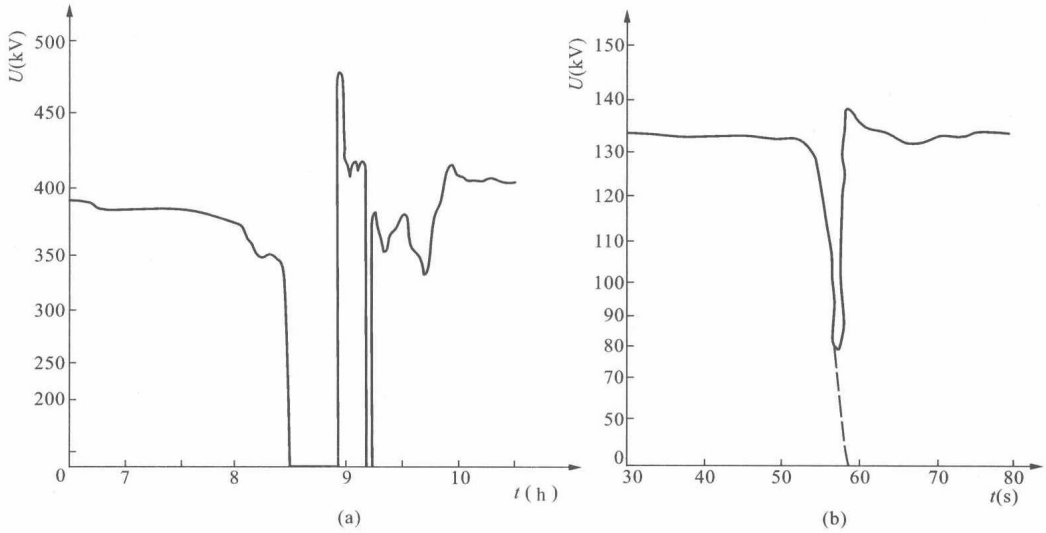



图 6-12　“电压崩溃”现象记录

（a）电压反复崩溃（法国）；（b）电压濒临崩溃（瑞典—丹麦）

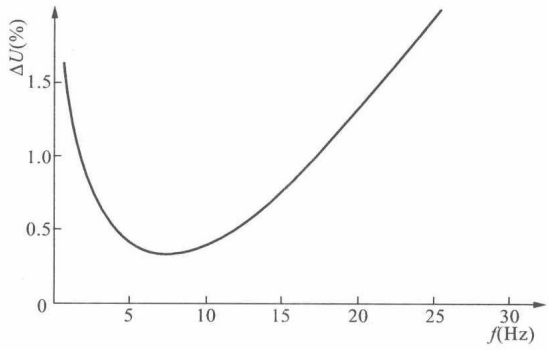



图 6-13　人类视觉对电压波动的可感范围

综上所述，在保证系统中无功功率平衡的基础上，如同调整控制频率一样，调整控制电压，使其偏移和波动保持在允许范围内，是系统运行的又一重要问题。

## 二、电压波动和电压管理

### 1. 电压波动

在讨论频率调整时曾将系统中有功负荷的变动以及由这些变动引起的频率偏移分成三种。讨论电压调整时，也可将有功、无功负荷的变动以及这些变动引起的电压偏移分成两类。习惯上所谓的电压调整仅针对周期长、波及面大，主要由生产、生活和气象变化引起的负荷和电压变动。但实践证明，冲击性或间歇性负荷引起的电压波动的波及面虽不如前者大，对系统电压的不良影响也不容忽视。属于这一类的负荷主要有往复式泵、电弧炉、卷扬机、通风设备等。其中：

往复式泵、压缩机等引起的电压波动频率大约为 2～20Hz；

电弧炉、电焊机等引起的电压波动频率大约为 0.2～2Hz；

卷扬机、起重机等引起的电压波动大约为 0.5～10 次/min；

通风设备、矿井水泵等引起的电压波动大约为 2～30 次/h。

在这类负荷中，以电弧炉最受关注，因电弧炉负荷电流大，可达 $10^4 \sim 10^5$A。而且，电弧炉负荷变动的频率最易形成不良后果。

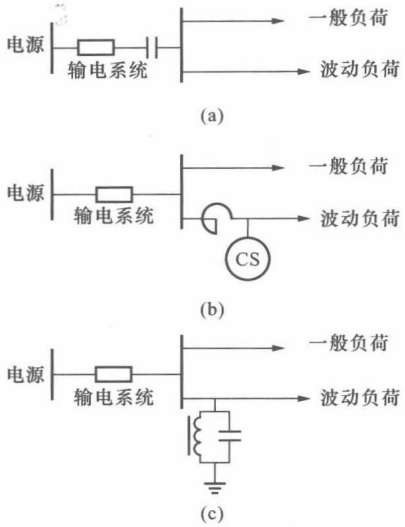



图 6-14 限制电压波动的措施

（a）设置串联电容器；（b）设置调相机和电抗器；（c）设置静止补偿器

限制这类负荷变动所引起电压波动的措施很多。诸如：由大容量变电站以专用母线或线路单独向这类负荷供电；在发生电压波动的地点和电源之间设置串联电容器；在这类负荷附近设置调相机，并在其供电线路上串联电抗器；在这类负荷的供电线路上设置静止补偿器；如图 6-14（a）、（b）、（c）所示。

在这些措施中，串联电容器的作用显然在抵偿线路等的感抗，从而限制电压波动的幅度。调相机的作用在于供给波动负荷以波动的无功功率；与之配合使用的电抗器则相似于发电厂或变电站的出线电抗器，起维持公共母线电压的作用。

至于静止补偿器，则以饱和电抗器型的效果最好，它几乎可以完全消除电压波动。因由图 6-2（c）所示其伏安特性可见，随端电压的下降，其电流将自动地由感性转变为容性，从而输电线路中的电压降落将因此而减小，一般负荷的供电电压将因此而维持恒定。

2. 电压管理

解决了电压波动问题，就可进而讨论一般所谓的电压调整。这种电压调整针对由以下几种原因引起的电压变动：由于生产、生活、气象变化带来的，大体上也就是讨论调频问题时所谓的第三种负荷变动；个别设备因故障而退出运行造成的网络阻抗变化；系统接线方式改变引起的功率分布和网络阻抗变化。上述种种原因引起的电压变动相当可观，在较大的电力系统中，最大电压损耗可能达 20%～30%以上。

但由于电力系统结构复杂，负荷极多，如对每个用电设备电压都进行监视和调整，不仅没有可能，而且也无必要。电力系统电压的监视和调整可通过监视、调整电压中枢点的电压而实现。所谓电压中枢点是指某些可反映系统电压水平的主要发电厂或枢纽变电站母线。因很多负荷都由这些中枢点供电，如能控制住这些点的电压偏移，也就控制住了系统中大部分负荷的电压偏移。于是，电力系统的电压调整问题也就转化为保证各电压中枢点的电压偏移不越出给定范围的问题。

为对中枢点电压进行控制，必须先确定中枢点电压的允许变动范围，亦即不止一次提到过的不等约束条件 $U_{imin} < U_i < U_{imax}$。这项工作就是所谓中枢点电压曲线的编制。

设有图 6-15（a）所示由中枢点 i 向两个负荷 j、k 供电的简单网络。设负荷 j、k 的简化日负荷曲线如图 6-15（b）、（c）所示；设由于这两个负荷功率的流通，线路 i-j、i-k 上的电压损耗分别如图 6-15（d）、（e）所示；设 j、k 两负荷允许的电压偏移都是±5%，如图 6-15（f）。

于是，根据负荷 j 对电压的要求，0～8 时中枢点 i 应维持的电压为

$$U_j + \Delta U_{ij} = (0.95 \sim 1.05)U_N + 0.04U_N = (0.99 \sim 1.09)U_N$$

8～24 时应维持的电压为

$$U_j + \Delta U_{ij} = (0.95 \sim 1.05)U_N + 0.10U_N = (1.05 \sim 1.15)U_N$$

根据负荷 k 对电压的要求，0～16 时中枢点 i 应维持的电压为

$$U_k + \Delta U_{ik} = (0.95 \sim 1.05)U_N + 0.01U_N = (0.96 \sim 1.06)U_N$$

16～24 时应维持的电压为

$$U_k + \Delta U_{ik} = (0.95 \sim 1.05)U_N + 0.03U_N = (0.98 \sim 1.08)U_N$$

根据这些要求可作中枢点 i 电压的允许变动范围如图 6-16（a）、（b）。

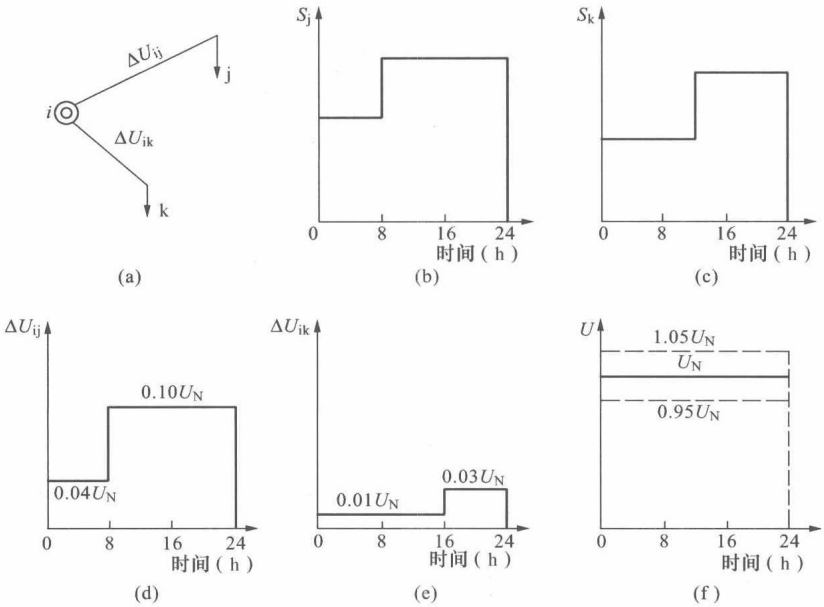



图 6-15　简单网络的电压损耗

（a）简单网络；（b）负荷 j 的日负荷曲线；（c）负荷 k 的日负荷曲线；

（d）$\Delta U_{ij}$的变化；（e）$\Delta U_{ik}$的变化；（f）负荷 j、k 允许的电压偏移

将图 6-16（a）、（b）合并，就可得同时满足负荷 j、k 要求的，中枢点 i 电压的允许变动范围如图 6-17（a）中阴影部分所示。

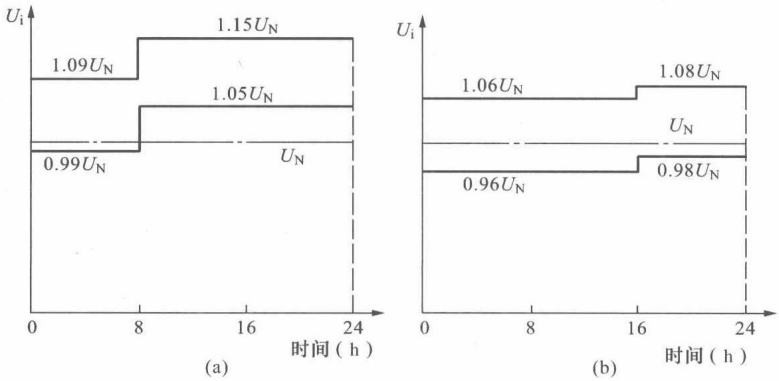



图 6-16　中枢点 i 电压的允许变动范围

（a）根据负荷 j 的要求；（b）根据负荷 k 的要求

由图可见，虽负荷 j、k 允许的电压偏移都是±5%，即都有 10%的允许变动范围，但由于中枢点 i 与这些负荷之间线路上电压损耗 $\Delta U_{ij}$、$\Delta U_{ik}$的大小和变化规律都不相同，要同时满足这两个负荷对电压质量的要求，中枢点电压的允许变动范围大大缩小了，最小时仅有 1%。

于是可以想见，如各线路电压损耗 $\Delta U_{ij}$、$\Delta U_{ik}$的大小和变化规律相差更悬殊，完全可能出现在某些时间段内，中枢点电压不论取何值都不能同时满足两个负荷对电压质量要求的情况。例如，设 8～24 时 $\Delta U_{ij}$增大为 $0.12U_N$，则 8～16 时的 8 个小时内，中枢点 i 的电压就不论取何值都不能同时满足负荷 j、k 对电压质量的要求，如图 6-17（b）所示。显然，一旦出现这种情况，仅借控制中枢点电压已不足以控制所有负荷处电压，必须考虑采取其他措施。

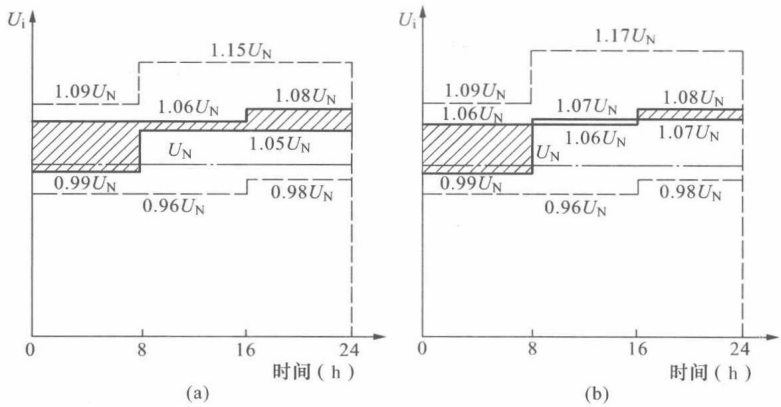



图 6-17　中枢点 i 电压的允许变动范围

（a）能同时满足负荷 j、k 的要求；（b）不能同时满足负荷 j、k 的要求

以上介绍的主要是系统运行部门的电压管理工作。作系统规划设计时，由于由较高电压级系统供电的较低电压级网络尚未建成，甚至还未兴建；各负荷点对电压质量的要求还不明确；不可能计算这些较低电压级网络中的电压损耗，从而提出对中枢点电压的要求，可按下述原则大致确定一个中枢点电压的允许变动范围。

如由中枢点供电的各负荷变化规律大体相同，考虑到高峰负荷时供电线路上电压损耗大，将中枢点电压适当升高以抵偿部分甚至全部电压损耗的增大；低谷负荷时供电线路上电压损耗小，将中枢点电压适当降低以抵偿部分甚至全部电压损耗的减小，完全有可能满足负荷对电压质量的要求。这种高峰负荷时升高电压、低谷负荷时降低电压的中枢点电压调整方式称为逆调压。供电线路较长、负荷变动较大的中枢点往往要采用这种调压方式。逆调压时，高峰负荷时可将中枢点电压升高至 $105\%U_N$，低谷负荷时将其下降为 $U_N$。

与逆调压相对，对供电线路不长、负荷变动不大的中枢点，允许采取顺调压。所谓顺调压，就是高峰负荷时允许中枢点电压略低；低谷负荷时，允许中枢点电压略高。一般情况下，顺调压时，高峰负荷时的中枢点电压允许不低于 $102.5\%U_N$，低谷负荷时允许不高于 $107.5\%U_N$。

介于上述两种情况之间的中枢点，还可采取常调压，即在任何负荷下都保持中枢点电压为一基本不变的数值，例如，（102%～105%）$U_N$。

如上所述的都是系统正常运行时的调压要求。系统中发生故障时，对电压质量的要求允

许适当降低，通常允许故障时的电压偏移较正常时再增大5%。

**三、借改变发电机端电压调压**

明确了对电压调整的要求，就可进而研究为达到这些要求而采用的手段。在各种调压手段中，首先应考虑调节发电机电压，因为这是一种不需耗费投资且最直接的调压手段。

现代的同步发电机可在额定电压的95%～105%范围内保持以额定功率运行。在发电机不经升压直接用发电机电压向用户供电的简单系统中，如供电线路不很长、线路上电压损耗不很大，一般就借调节发电机励磁，改变其母线电压，使之实现逆调压以满足负荷对电压质量的要求。以图6-18（a）所示简单系统为例，设各部分网络最大、最小负荷时的电压损耗分别如图所示。则最大负荷时，由发电机母线至最远负荷处的总电压损耗为20%，最小负荷时为8.0%，即最远负荷处的电压变动范围为12.0%。如发电机母线采用逆调压，最大负荷时升高至105%$U_N$，最小负荷时下降为$U_N$；如变压器的变比$k_*=U_{I}U_{IIN}/U_{II}U_{IN}=1/1.10$，即一次侧电压为线路额定电压时，二次侧的空载电压较线路额定电压高10%，则全网的电压分布将如图6-18（b）所示。由图可见，这种情况下，最远负荷处的电压偏移最大负荷时为－5%，最小负荷时为＋2%，即都在一般负荷要求的±5%范围内。

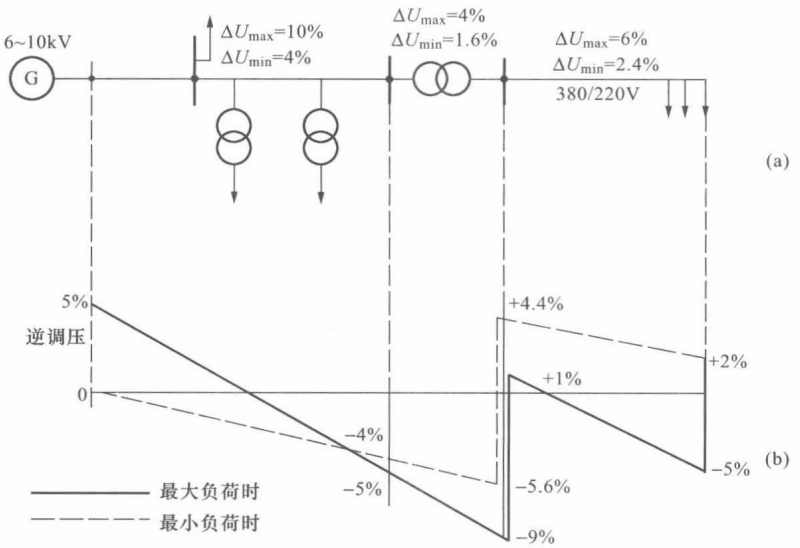



图6-18　发电机母线逆调压的效果

（a）简单系统接线图；（b）电压分布情况

发电机经多级变压向负荷供电时，仅借发电机调压往往不能满足负荷对电压质量的要求。以图6-19所示系统为例，最大、最小负荷时由发电机母线至最远负荷处的电压损耗分别为35%、14%，即最远负荷处的电压变动范围为21%。这时，即使因发电机母线采用逆调压可将变动范围缩小5%，即缩小为16%，但这样大的变动已不能满足一般负荷的要求。而再扩大发电机母线电压的调整幅度又不可能，因发电机电压母线上往往还连接有其他负荷，它们距发电厂一般不远，大幅度地改变发电机母线电压又将使这部分负荷对电压质量的要求得不到满足。

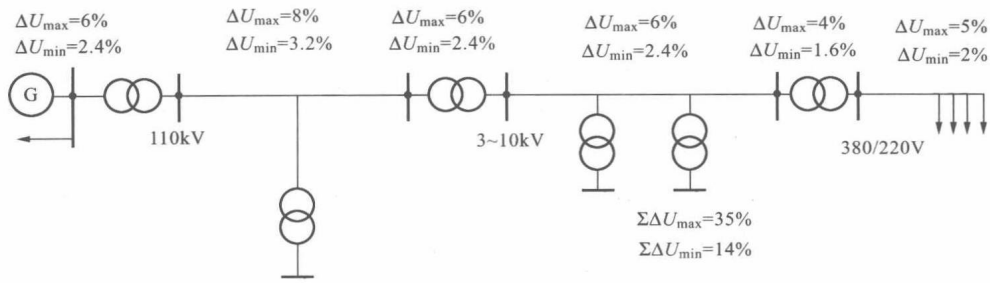



图 6-19　多电压级系统中的电压损耗

## 四、借改变变压器变比调压

双绕组变压器的高压绕组和三绕组变压器的高、中压绕组往往有若干分接头可供选择，例如，可有 $U_N \pm 5\%$ 或 $U_N \pm 2\times 2.5\%$，即可有三个或五个分接头供选择。其中，对应于 $U_N$ 的分接头常称主接头或主抽头。

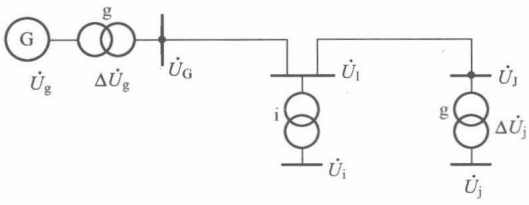



图 6-20　变压器分接头的选择

既然变压器的分接头或者它的变比可以选择，那么合理地选择变压器的分接头也可调整电压。下面以图 6-20 中变压器 i、g 为例，介绍分接头的选择方法。设图中变电站 i 最大负荷时高压母线电压为 $U_{Imax}$，变压器中的电压损耗为 $\Delta U_{imax}$，归算到高压侧的低压母线电压为 $U_{imax}$，低压母线要求的实际电压为 $U'_{imax}$，则应选的分接头由

$$U'_{imax} = U_{imax}/k_{imax} = (U_{Imax} - \Delta U_{imax})/k_{imax} = (U_{Imax} - \Delta U_{imax})U_{Ni}/U_{tImax}$$

可得为

$$U_{tImax} = (U_{Imax} - \Delta U_{imax})U_{Ni}/U'_{imax} \tag{6-19a}$$

式中　$k_{imax}$——变压器 i 最大负荷时应选择的变比；

$U_{Ni}$——变压器 i 低压绕组的额定电压；

$U_{tImax}$——变压器 i 最大负荷时应选择的高压绕组分接头电压。

相似地，该变压器最小负荷时应选择的高压绕组分接头电压为

$$U_{tImin} = (U_{Imin} - \Delta U_{imin})U_{Ni}/U'_{imin} \tag{6-19b}$$

式中各符号与式（6-19a）中各符号一一对应。

但普通变压器不能在有载情况下更改分接头，即最大、最小负荷下只能选用同一个分接头。为使这两种情况下变电站低压母线实际电压偏离要求的 $U'_{imax}$、$U'_{imin}$ 大体相等，变压器高压绕组的分接头电压应取 $U_{tImax}$ 和 $U_{tImin}$ 的平均值

$$U_{tI} = \frac{U_{tImax} + U_{tImin}}{2} \tag{6-20}$$

根据这 $U_{tI}$ 选择一最接近的分接头后，再按选定的分接头校验低压母线上的实际电压能否满足要求。一般地，如以额定电压的百分数表示的 $U_{imax} - U_{imin}$ 不大于以额定电压的百分数表示的 $U'_{imax} - U'_{imin}$，则恰当地选择分接头总可使低压母线实际电压满足对调压的要求。

发电厂升压变压器分接头的选择方法和上面介绍降压变压器分接头的选择方法基本相同。差别仅在于由高压母线电压推算低压母线电压时，因功率是从低压侧流向高压侧的，应

将变压器中电压损耗和高压母线电压相加，即这时的分接头选择应按如下的计算公式进行

$$U_{tGmax} = (U_{Gmax} + \Delta U_{gmax})U_{Ng}/U'_{gmax} \tag{6-21a}$$

$$U_{tGmin} = (U_{Gmin} + \Delta U_{gmin})U_{Ng}/U'_{gmin} \tag{6-21b}$$

$$U_{tG} = \frac{U_{tGmax} + U_{tGmin}}{2} \tag{6-22}$$

式中各符号的含义可参照式（6-9）、式（6-20）。

如以额定电压百分数表示的 $U_{imax}-U_{imin}$ 大于 $U'_{imax}-U'_{imin}$，则不论怎样选择分接头，低压母线的实际电压总不能满足对调压的要求。这时，只能使用有载调压变压器。有载调压变压器不仅可在有载情况下更改分接头，而且调节范围也较大，通常可有 $U_N \pm 3\times 2.5\%$ 或 $U_N \pm 4\times 2.0\%$，即有 7 个至 9 个分接头可供选择。使用有载调压变压器时，可分别按式（6-19a）、式（6-19b）或式（6-21a）、式（6-21b）选择最大、最小负荷时应选用的分接头。

一般地，如系统中无功功率不缺乏，凡采用普通变压器不能满足调压要求的场合，诸如由长线路供电的、负荷变动很大的、系统间联络线两端的变压器以及某些发电厂的变压器，采用有载调压变压器后，都可满足调压要求。

除采用系列生产的、内装有载调压开关的有载调压变压器外，还可采用第三章第四节第二小节中介绍的附加串联加压器。附加串联加压器一般都可有载调节。当然，采用某些由晶闸管控制的设施，灵活性将更大。

**【例 6-5】**　三绕组变压器的额定电压为 110/38.5/6.6kV，等值电路如图 6-21 所示。各绕组最大负荷时流通的功率已示于图中，最小负荷为最大负荷的二分之一。设与该变压器相连的高压母线电压最大、最小负荷时分别为 112、115kV；中、低压母线电压偏移最大、最小负荷时分别允许为 0、+7.5%，试选择该变压器高、中压绕组的分接头。

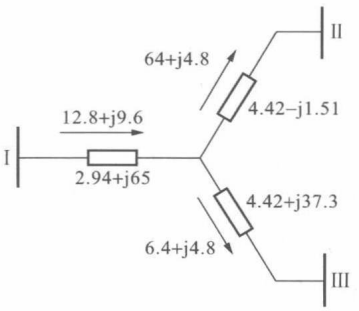



图 6-21　三绕组变压器等值电路

**解**　按给定条件求得的各绕组中电压损耗见表 6-3，归算至高压侧的各母线电压见表 6-4。

按表 6-4，根据低压母线对调压的要求，选择高压绕组的分接头。最大负荷时，低压母线电压要求为 6kV，从而

$$U_{tmax} = 104.1 \times \frac{6.6}{6} = 114.5(\text{kV})$$

**表 6-3　各绕组电压损耗　(kV)**

| 负荷水平 | 高压绕组 | 中压绕组 | 低压绕组 |
|---|---|---|---|
| 最大负荷 | 5.91 | 0.197 | 1.980 |
| 最小负荷 | 2.88 | 0.093 | 0.935 |

**表 6-4　各母线电压　(kV)**

| 负荷水平 | 高压母线 | 中压母线 | 低压母线 |
|---|---|---|---|
| 最大负荷 | 112 | 105.9 | 104.1 |
| 最小负荷 | 115 | 112.0 | 111.1 |

最小负荷时，低压母线电压要求不高于 1.075×6=6.45（kV），从而

$$U_{tmin} = 111.1 \times \frac{6.6}{6.45} = 113.7(\text{kV})$$

取它们的平均值（114.5+113.7)/2=114.1，可选用 110+5%，即 115.5kV 的分接头。这时，低压母线电压：

最大负荷时，$104.1\times\frac{6.6}{115.5}=5.95$（kV），最小负荷时，$111.1\times\frac{6.6}{115.5}=6.35$（kV）。

低压母线电压偏移：

最大负荷时，$\frac{5.95-6}{6}\times100=-0.833$；最小负荷时，$\frac{6.35-6}{6}\times100=+5.83$。

虽最大负荷时的电压较要求低 0.833%，但由于分接头之间的电压差为 2.5%，求得的电压偏移距要求不超过 1.25%是允许的。

选定高压绕组的分接头后即可选择中压绕组的分接头。最大负荷时，中压母线电压要求为 35kV，从而，由 $35=105.9U'_{tmax}/115.5$ 可得

$$U'_{tmax}=35\times\frac{115.5}{105.9}=38.2(\text{kV})$$

最小负荷时，中压母线电压要求不高于 $1.075\times35=37.6$（kV），从而，由 $37.6=112U'_{tmin}/115.5$

因此

$$U'_{tmin}=37.6\times\frac{115.5}{112}=38.8(\text{kV})$$

取它们的平均值 $(38.2+38.8)/2=38.5$，可就选用 38.5kV 的主接头。这时，中压母线电压最大负荷时，$105.9\times\frac{38.5}{115.5}=35.3$（kV）；最小负荷时，$112\times\frac{38.5}{115.5}=37.3$（kV）。

中压母线电压偏移：

最大负荷时，$\frac{35.3-35}{35}\times100=0.86$；最小负荷时，$\frac{37.3-35}{35}\times100=6.57$。

可见都能满足要求。

于是，该变压器应选的分接头电压或变比为 115.5/38.5/6.6kV。

## 第四节　电力系统的电压调整——借补偿设备调压和组合调压

以上介绍的借发电机和变压器调压，除采用附加串联加压器外，都是无需附加设备的调压手段，但它们只适用于系统中无功功率可以平衡或具有一定储备的场合。系统中无功功率不够充裕时，就要考虑采用各种附加的补偿设备进行调压。这些补偿设备大体可分两类，即串联补偿和并联补偿。所谓串联补偿就指串联电容器补偿；而所谓并联补偿则指并联电容器、调相机和静止补偿器。串联电容器在调压方面的作用很简单，无非是抵偿线路的感抗。但由于串联电容器补偿之单纯用于调压并不多见，以下将集中讨论并联补偿。

### 一、借补偿设备调压

1. 各种补偿设备的调节方式

并联补偿设备虽有电容器、调相机、静止补偿器之分，它们的作用却都是在重负荷时发出感性无功功率，补偿负荷所需，以减少由于输送这些感性无功功率而在线路上产生的电压降落，提高负荷端电压。具体的调节方式则因不同的补偿设备而异。

并联电容器，包括晶闸管开关的并联电容器，都不能调节，只能分组投切以改变其供应的感性无功功率。

调相机的调节方式是借改变其励磁电流 $i_f$ 以改变其供应或吸取的感性无功功率。端电压为定值时，无功功率与励磁电流之间基本为线性关系，如图 6-22（a）所示。而如将图中的纵坐标改为定子电流的大小，它就成为众所周知的同步电机的 $U$ 形曲线。

静止补偿器中，饱和电抗器型不可控，其工作原理已如前述，它们主要用以限制电压波动。晶闸管控制电抗器型的调节方式则显然是借改变晶闸管的触发角 $\alpha$ 来改变电抗器吸取的无功功率，从而调节补偿器供应或吸取的感性无功功率。端电压为定值时，该无功功率与触

发角之间大体有余弦关系，如图 6-22（b）所示。

由于调节方式不同，这些补偿设备的运行方式也各不相同，如图 6-23 所示。作图 6-23 的前提是要求补偿后负荷节点的感性无功功率为定值。由图可见，采用并联电容器时，这一要求实际上无法达到。

2. 补偿设备容量的计算

设有简单系统如图 6-24 所示。由图可列出设置补偿设备后

$$U_i^2=\left[U_{jC}+\frac{P_j r_{ij}+(Q_j-Q_C)x_{ij}}{U_{jC}}\right]^2+\left[\frac{P_j x_{ij}-(Q_j-Q_C)r_{ij}}{U_{jC}}\right]^2$$

式中，$U_{jC}$为设置补偿设备后归算到高压侧的变电站低压母线电压。

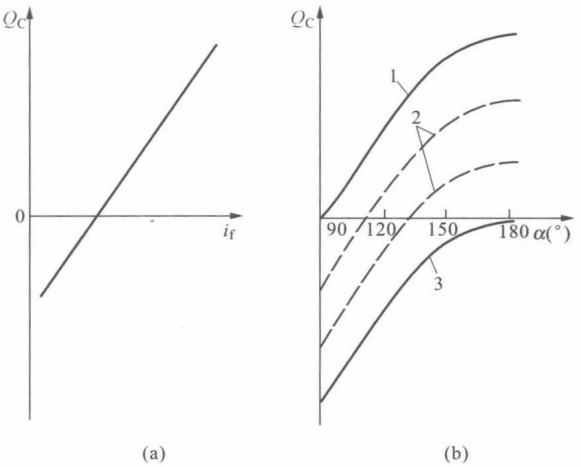



图 6-22　调相机和静止补偿器的调节方式

（a）调相机；（b）静止补偿器

1—投入全部电容器；2—投入部分电容器；3—不投入电容器

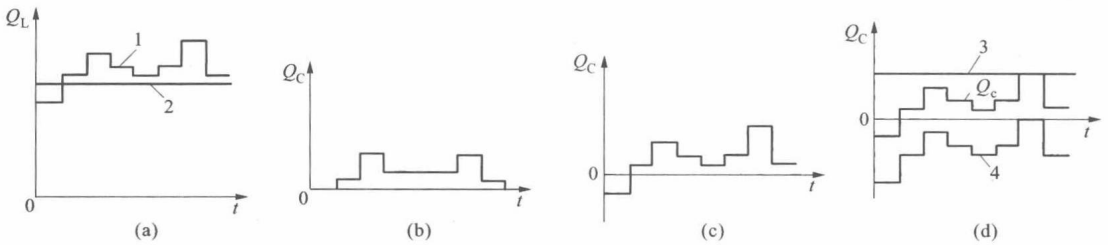



图 6-23　各种并联补偿设备的运行方式

（a）负荷功率；（b）电容器功率；（c）调相机功率；（d）静止补偿器功率

1—补偿前负荷功率；2—补偿后负荷功率；3—电容器支路功率；4—电抗器支路功率

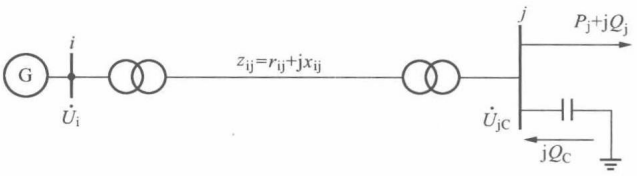



图 6-24　具有并联补偿设备的简单系统

由上式可得

$$\frac{z_{ij}^2}{U_{jC}^2}Q_C^2-2\left(\frac{z_{ij}^2}{U_{jC}^2}Q_j+x_{ij}\right)Q_C+\left[U_{jC}^2-U_i^2+2\ (P_j r_{ij}+Q_j x_{ij})\ +\frac{z_{ij}^2}{U_{jC}^2}\ (P_j^2+Q_j^2)\right]=0 \quad (6\text{-}23)$$

如电源电压 $U_i$ 已知，要求的 $U_{jC}$也已给定，则式（6-23）中除 $Q_C$ 外所有参数和变量均属已知，可以求解。解得的 $Q_C$ 如为正值，表示补偿设备应供应感性无功功率；反之，则应吸取感性无功功率。

式（6-23）虽精确，实践中却不常用，因代入其中的原始数据未必都足够精确。实践中常用的是另一种简化算式，其推导过程如下：

设计算图 6-24 所示输电系统的电压降落时可略去其横分量，则设置补偿设备前

$$U_i = U_j + \frac{P_j r_{ij} + Q_j x_{ij}}{U_j}$$

式中，$U_j$ 为设置补偿设备前归算到高压侧的变电站低压母线电压。设置补偿设备后

$$U_i = U_{jC} + \frac{P_j r_{ij} + (Q_j - Q_C) x_{ij}}{U_{jC}}$$

设这两种情况下 $U_i$ 保持不变，则由上列两式可得

$$U_j + \frac{P_j r_{ij} + Q_j x_{ij}}{U_j} = U_{jC} + \frac{P_j r_{ij} + (Q_j - Q_C) x_{ij}}{U_{jC}}$$

由此可解得

$$Q_C = \frac{U_{jC}}{x_{ij}}\left[(U_{jC} - U_j) + \left(\frac{P_j r_{ij} + Q_j x_{ij}}{U_{jC}} - \frac{P_j r_{ij} + Q_j x_{ij}}{U_j}\right)\right]$$

式中方括号内第二部分一般不大，可略去。从而，上式可改写为

$$Q_C = \frac{U_{jC}}{x_{ij}}(U_{jC} - U_j) \tag{6-24}$$

显然，上式较式（6-23）简单得多。

附带指出，对于较复杂网络，式（6-23）、式（6-24）中的 $z_{ij} = r_{ij} + jx_{ij}$ 应为电源与装设补偿设备节点之间的等值阻抗。例如，图 3-17（a）中，如拟在节点 6 装设补偿设备，则相应的 $z_{ij}$ 可近似取

$$z_{ij} = Z_{T1} + \frac{(z_{l1} + z_{l2}) z_{l3}}{z_{l1} + z_{l2} + z_{l3}} + Z_{T3}$$

3. 最小补偿设备容量的确定

式（6-23）、式（6-24）只是确定并联补偿设备容量的一般算式。事实上，按调压要求确定这些补偿设备容量时，不能不计及变压器的变比。为说明此问题，将式（6-24）改以变电站低压侧电压 $U'_{jC}$、$U_j$ 表示，得

$$Q_C = \frac{U'_{jC}}{x_{ij}}\left(U'_{jC} - \frac{U_j}{k}\right)k^2 \tag{6-25}$$

式中 $U'_{jC}$——变电站低压侧要求保持的电压（kV）；

$U_j$——设置补偿设备前归算至高压侧的变电站低压母线电压（kV）；

$x_{ij}$——归算至高压侧的母线 i、j 之间总电抗（Ω）；

$Q_C$——需设置的无功功率补偿设备容量（Mvar）；

$k$——降压变压器变比 $U_j/U_{Nj}$。

由上式可见，待定的补偿设备容量 $Q_C$ 不仅取决于调压要求，而且取决于变压器变比。因此，应首先确定这一变比。

这一变比的确定与选用的补偿设备种类有关。如选用电容器，则因电容器只能发出感性无功功率，提高电压；不能吸取感性无功功率，降低电压；它们只在重负荷时投入，轻负荷时，可能部分甚至全部退出。因此，选用电容器时，变压器的分接头应按最小负荷时电容器全部退出运行的条件考虑，即按 $U_{tJmin} = U_{jmin} U_{Nj} / U'_{jmin}$ 选择。选定 $U_{tJmin}$ 后，将其代入式（6-25），再按最大负荷时的调压要求确定应设置的电容器容量。这样，可充分利用电容器的容量，使在满足调压要求的前提下，使用的电容器最少。

如选用调相机，则因调相机既能过励运行输出感性无功功率，又能欠励运行吸取感性无

功功率，变压器变比的选择应兼顾这两种情况。为此，可设调相机欠励运行时的容量为过励运行时额定容量的二分之一，并在最大负荷时过励按额定容量运行，最小负荷时欠励按二分之一额定容量运行。于是，由式（6-25）可列出，最大负荷时

$$Q_C = \frac{U'_{jCmax}}{x_{ij}}\left(U'_{jCmax} - \frac{U_{jmax}}{k}\right)k^2 = \frac{U'_{jCmax}}{x_{ij}}(kU'_{jCmax} - U_{jmax})k$$

最小负荷时

$$-\frac{1}{2}Q_C = \frac{U'_{jCmin}}{x_{ij}}\left(U'_{jCmin} - \frac{U_{jmin}}{k}\right)k^2 = \frac{U'_{jCmin}}{x_{ij}}(kU'_{jCmin} - U_{jmin})k$$

两式相除，可得

$$-2 = \frac{U'_{jCmax}(kU'_{jCmax} - U_{jmax})}{U'_{jCmin}(kU'_{jCmin} - U_{jmin})}$$

或

$$-2U'_{jCmin}(kU'_{jCmin} - U_{jmin}) = U'_{jCmax}(kU'_{jCmax} - U_{jmax}) \tag{6-26}$$

按式（6-26）求得变比后即可选择分接头，而将与之对应的变比代入式（6-25），并按最大负荷时的调压要求就可确定应选用的调相机容量。这样，可保证在满足调压要求的前提下选用的调相机容量最小，因它在过励和欠励运行时的容量都得到了充分利用。

无疑，如上的选择调相机容量的方法，完全可以推广适用于选择静止补偿器的容量。而为此，只要按补偿器的额定容性和感性无功功率容量，对式（6-26）中等号左侧的乘数作相应的修改。

最后，应指出，按调压要求确定的补偿设备容量往往不同于经济上最优的补偿设备容量。而如按调压要求确定的补偿设备容量大于经济上最优的补偿设备容量，则应按调压要求设置补偿设备，因电压质量必须首先保证。

**【例 6-6】** 简单系统接线如图 6-25 所示。降压变电站低压侧母线要求常调压，保持 10.5kV。试确定采用下列无功功率补偿设备时的设备容量：(1) 补偿设备采用电容器；(2) 补偿设备采用调相机。

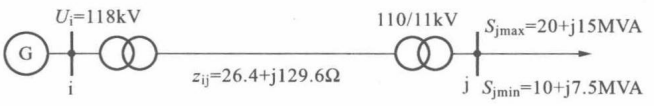



图 6-25　简单系统接线图

**解**　设置补偿设备前，最大负荷时变电站低压侧归算至高压侧的电压为

$$U_{jmax} = U_i - \frac{P_{jmax}r_{ij} + Q_{jmax}x_{ij}}{U_i} = 118 - \frac{20\times 26.4 + 15\times 129.6}{118} = 97.1(\text{kV})$$

最小负荷时为

$$U_{jmin} = U_i - \frac{P_{jmin}r_{ij} + Q_{jmin}x_{ij}}{U_i} = 118 - \frac{10\times 26.4 + 7.5\times 129.6}{118} = 107.5(\text{kV})$$

1. 补偿设备采用电容器时

按常调压要求确定最小负荷时补偿设备全部退出运行条件下应选用的分接头电压

$$U_{tJmin} = U_{jmin}\frac{U_{Nj}}{U'_{jmin}} = 107.5\times\frac{11}{10.5} = 112.6(\text{kV})$$

选用 110+2.5%即 112.75kV 的分接头，并以此代入式（6-25），按最大负荷时的高压要求确定 $Q_C$

$$Q_C = \frac{U'_{jCmax}}{x_{ij}}\left(U'_{jCmax} - U_{jmax}\frac{U_{Nj}}{U_{tJ}}\right)\frac{U_{tJ}^2}{U_{Nj}^2} = \frac{10.5}{129.6}\times\left(10.5 - 97.1\times\frac{11}{112.75}\right)\times\frac{112.75^2}{11^2}$$
$$= 8.74(\text{Mvar})$$

验算电压偏移：最大负荷时补偿设备全部投入

$$U_{jCmax}=118-\frac{20\times 26.4+(15-8.74)129.6}{118}=106.65(\text{kV})$$

低压母线实际电压为

$$U'_{jCmax}=106.65\times\frac{11}{112.75}=10.4(\text{kV})$$

最小负荷时补偿设备全部退出，已知 $U_{jmin}=107.5\text{kV}$，可得低压母线实际电压为

$$U'_{jmin}=107.5\times\frac{11}{112.75}=10.49(\text{kV})$$

最大负荷时的电压偏移为

$$\frac{10.5-10.4}{10.5}\times 100=0.95$$

最小负荷时的电压偏移为

$$\frac{10.5-10.49}{10.5}\times 100=0.12$$

可见选择的电容器容量能满足常调压的要求。

2. 补偿设备采用调相机时

首先按式（6-26）确定应选用的变比

$$-2U'_{jCmin}(kU'_{jCmin}-U_{jmin})=U'_{jCmax}(kU'_{jCmax}-U_{jmax})$$

$$-2\times 10.5(k\times 10.5-107.5)=10.5(k\times 10.5-97.1)$$

解得 $k=9.91$，从而 $U_{tJ}=9.91\times 11=108.99$（kV）。选用主接头 110kV，并以此代入式（6-25），按最大负荷时的调压要求确定 $Q_C$

$$Q_C=\frac{U'_{jCmax}}{x_{ij}}\left(U'_{jCmax}-U_{jmax}\frac{U_{Nj}}{U_{tJ}}\right)\frac{U_{tJ}^2}{U_{Nj}^2}=\frac{10.5}{129.6}\times\left(10.5-97.1\times\frac{11}{110}\right)\times\frac{110^2}{11^2}=6.40(\text{MVA})$$

选用容量为 7.5MVA 的调相机。

验算电压偏移：最大负荷时调相机过励满载运行，输出 7.5Mvar 感性无功功率

$$U_{jCmax}=118-\frac{20\times 26.4+(15-7.5)\times 129.6}{118}=105.3(\text{kV})$$

低压母线实际电压为

$$U'_{jCmax}=105.3\times\frac{11}{110}=10.53(\text{kV})$$

最小负荷时，调相机欠励满载运行，吸取 3.75Mvar 感性无功功率

$$U_{jCmin}=118-\frac{10\times 26.4+(7.5+3.75)\times 129.6}{118}=103.4(\text{kV})$$

低压母线实际电压为

$$U'_{jCmin}=103.4\times\frac{11}{110}=10.34(\text{kV})$$

最大负荷时的电压偏移为

$$\frac{10.53-10.5}{10.5}\times 100=0.3$$

最小负荷时的电压偏移为

$$\frac{10.34-10.5}{10.5}\times 100=-1.52$$

可见选用的调相机容量是恰当的。最小负荷时适当减小吸取的感性无功功率就可使低压母线电压达到 10.5kV。换言之，选用的调相机容量还有一定裕度。

## 二、几种调压措施的比较

如前所述，在各种调压手段中，应首先考虑利用发电机调压，因为这种措施不用附加设

备，所以不需附加投资。当发电机母线没有负荷时，一般可在95%～105%范围内调节；发电机母线有负荷时，一般采用逆调压。合理使用发电机调压通常都可减轻其他调压措施的负担。

变压器的变比或分接头虽可选择或改变，但一般只能在变压器退出运行的条件下才能作这种改变。因此，作为经常性的调压措施，所谓借改变变压器的变比调压，只能理解为采用有载调压变压器或串联加压器。而采用串联加压器时，需附加设备。

对于无功功率供应较充裕的系统，采用各种类型有载调压变压器调压显得灵活而有效。尤其是系统中个别负荷的变化规律以及它们距电源的远近相差悬殊时，不采用有载调压变压器几乎无法满足所有负荷对电压质量的要求。有载调压变压器的特殊功能还体现在系统间联络线以及中低压配电网络中的应用方面。系统间联络线上装设串联加压器后可使两个系统的电压调整互不影响，即可以做到所谓分散调压；中低压配电网络则因线路电阻较大，借改变无功功率分布调压效果不显著，往往不得不采用装设带载调压开关的有载调压变压器。

在需要附加设备的调压措施中，对无功功率不足的系统，首要问题是增加无功功率电源，因此以采用并联电容器、调相机或静止补偿器为宜。这种系统中采用串联加压器并不能解决改善电压质量的问题。因个别串联加压器的采用，虽能调整网络中无功功率的流通从而使局部地区的电压有所提高，但其他地区的无功功率却因此而更感不足，电压质量也因此而更加下降。而且，采用并联补偿设备还可降低网络中的功率和能量损耗。至于并联电容器、调相机和静止补偿器的比较则已如本章第一节第二小节中所述。

作为调压措施，串联补偿电容器由于设计、运行等方面的原因，目前应用得很少。

最后应指出，为合理选择调压措施，应进行技术经济比较。所选措施不仅应技术上优越，可完全满足调压要求，而且要有最优的经济指标。经济比较时，对每个参与比较的方案都应计算它的折旧维修费、投资回收费和电能损耗费。三项指标之和最小的方案才是经济上最优的方案。具体比较方法从略。

### 三、几种调压措施的组合——组合调压

1. 组合调压的分析方法

既然不同的调压措施各有优缺点，自然会提出将它们组合起来以取长补短的方案。而为此，需分析负荷变化和各类调压措施同时调整时的综合效果。

分析这种综合调整效果时，可将有关变量分成三类：

(1) 以各类调压措施的调整量（包括各发电机电压、各变压器变比、各并联补偿设备容量的调整量）为控制变量，因为正是这些调压措施的调整控制着系统电压。

(2) 以负荷的变化量（包括各有功、无功功率负荷的变化量）为扰动变量，因为正常运行时，主要影响系统电压的正是这些不断变化的负荷。

(3) 以节点电压和支路无功功率的因变量（包括各中枢点电压和各主干线无功功率的因变量）为状态变量。由于电压的变动总伴随着无功功率潮流的变动，无功功率潮流的变动又影响着有功功率网损，降低网损则始终不能忽视，需将支路无功功率的因变量也列入状态变量。

然后可列出如下的矩阵方程式

$$\begin{bmatrix}\Delta U\\ \\ \Delta Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial U}{\partial U_G} & \dfrac{\partial U}{\partial k} & \dfrac{\partial U}{\partial Q_C}\\ \dfrac{\partial Q}{\partial U_G} & \dfrac{\partial Q}{\partial k} & \dfrac{\partial Q}{\partial Q_C}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta U_G\\ \Delta k\\ \Delta Q_C\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{\partial U}{\partial P_L} & \dfrac{\partial U}{\partial Q_L}\\ \dfrac{\partial Q}{\partial P_L} & \dfrac{\partial Q}{\partial Q_L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta P_L\\ \\ \Delta Q_L\end{bmatrix} \tag{6-27a}$$

式中的 $\Delta \boldsymbol{U}$、$\Delta \boldsymbol{Q}$、$\Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{G}}$、$\Delta \boldsymbol{k}$、$\Delta \boldsymbol{Q}_{\mathrm{C}}$、$\Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{L}}$、$\Delta \boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}}$ 都是列向量。它们的阶数分别对应于需控制电压的中枢点数、需控制无功功率的主干线数；可发挥控制作用的发电机、变压器、并联补偿设备数；变化着的有功、无功功率负荷数。

显然，如这些控制变量和扰动变量都不很大，以致式中的所有偏导数都可看作是定值，则由式（6-27a）可直接得既计及各负荷的变化，又计及各调压措施的调整作用时，各中枢点电压和各主干线无功功率的变动。这就是分析组合调压的基本方法。这种方法实际上源于所谓敏感度分析，因就电力系统而言，敏感度就指以状态向量 $\boldsymbol{x}$ 表征的系统运行状况对控制向量 $\boldsymbol{u}$ 和扰动向量 $\boldsymbol{d}$ 的变化敏感到何等程度。也因此，式（6-27a）就称分析调压问题时的敏感度方程，式中的两个系数矩阵都称敏感度矩阵，而该式则可简写为

$$\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{S}_{\mathrm{u}}\, \Delta \boldsymbol{u} + \boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}\, \Delta \boldsymbol{d} \tag{6-27b}$$

**【例 6-7】** 简单系统接线如图 6-26 所示。已知该系统敏感度矩阵中有关元素如下

$$\begin{bmatrix} \Delta U_3 \\ \Delta Q_{\mathrm{G1}} \\ \Delta Q_{\mathrm{G2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial U_3}{\partial k_1} & \dfrac{\partial U_3}{\partial U_{\mathrm{G1}}} \\ & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta U_{\mathrm{G1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{\partial U_3}{\partial P_{\mathrm{L3}}} & \dfrac{\partial U_3}{\partial Q_{\mathrm{L3}}} \\ \dfrac{\partial Q \partial Q_{\mathrm{G1}}}{\partial P_{\mathrm{L3}}} & \dfrac{\partial Q_{\mathrm{G1}}}{\partial Q_{\mathrm{L3}}} \\ \dfrac{\partial Q_{\mathrm{G2}}}{\partial P_{\mathrm{L3}}} & \dfrac{\partial Q_{\mathrm{G2}}}{\partial Q_{\mathrm{L3}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{\mathrm{L3}} \\ \Delta Q_{\mathrm{L3}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.383 & 0.363 \\ & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta U_{\mathrm{G1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.010 & -0.040 \\ 0.080 & 0.400 \\ 0.050 & 0.440 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{\mathrm{L3}} \\ \Delta Q_{\mathrm{L3}} \end{bmatrix}$$

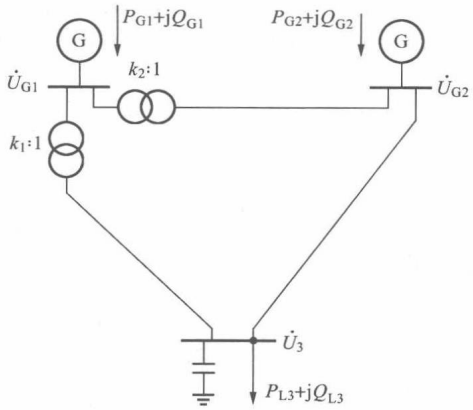



图 6-26 简单系统接线图

试分析：（1）负荷变化对 $U_3$、$Q_{\mathrm{G1}}$、$Q_{\mathrm{G2}}$ 的影响；（2）变压器变比、发电机电压变化对 $U_3$ 的影响；（3）并联电抗器补偿对 $U_3$ 的影响。分析时分不计和计及线路对地电纳 $b=3.0$ 时的两种情况。设原始运行方式下 $U_{30}=0.9789$。

**解** 1. 负荷变化对 $U_3$、$Q_{\mathrm{G1}}$、$Q_{\mathrm{G2}}$ 的影响由已知的敏感度矩阵可直接列出

$$\Delta U_3 = -0.01\Delta P_{\mathrm{L3}} - 0.04\Delta Q_{\mathrm{L3}}$$
$$\Delta Q_{\mathrm{G1}} = 0.08\Delta P_{\mathrm{L3}} + 0.40\Delta Q_{\mathrm{L3}}$$
$$\Delta Q_{\mathrm{G2}} = 0.05\Delta P_{\mathrm{L3}} + 0.44\Delta Q_{\mathrm{L3}}$$

由其中第一式可见，负荷增大，负荷端电压将下降，而且，无功负荷的增大与负荷端电压下降之间的关系更密切。由其中第二、三式可见，负荷减小，发电机的无功功率减小，从而发电机的励磁将减小。

如将线路电纳中的无功功率也看作负荷，该负荷将为

$$Q'_{\mathrm{L3}} = -bU_3^2$$

从而

$$\Delta Q'_{\mathrm{L3}} = -2bU_{30}\Delta U_3 = -2\times 3.0\times 0.9789\Delta U_3 = -5.87\Delta U_3$$

以此代入

$$\Delta U_3 = -0.01\Delta P_{\mathrm{L3}} - 0.04(\Delta Q_{\mathrm{L3}} + \Delta Q'_{\mathrm{L3}})$$

可得

$$\Delta U_3 = -0.01\Delta P_{\mathrm{L3}} - 0.04\Delta Q_{\mathrm{L3}} + 0.235\Delta U_3$$

由此可解得

$$\Delta U_3=\frac{-0.01\Delta P_{L3}-0.04\Delta Q_{L3}}{1-0.235}=-0.013\Delta P_{L3}-0.052\Delta Q_{L3}$$

由上式可见，计及线路对地电纳时，负荷端电压的敏感度将提高30%，即负荷增大时，其端电压的下降将较不计线路对地电纳时大30%。因线路充电功率随负荷端电压的平方变化，此电压的下降将促使通过线路传输的无功功率增大，以致使其下降得更多。在采用并联电容器补偿时，同样会发生这种情况，这也就是所谓电容器之具有负值的电压调节效应。

再将 $\Delta Q'_{L3}=-5.87\Delta U_3$ 代入

$$\Delta Q_{G1}=0.08\Delta P_{L3}+0.40(\Delta Q_{L3}+\Delta Q'_{L3})$$
$$\Delta Q_{G2}=0.05\Delta P_{L3}+0.44(\Delta Q_{L3}+\Delta Q'_{L3})$$

可得

$$\Delta Q_{G1}=0.08\Delta P_{L3}+0.40\Delta Q_{L3}-2.35\Delta U_3$$
$$\Delta Q_{G2}=0.05\Delta P_{L3}+0.44\Delta Q_{L3}-2.58\Delta U_3$$

计及 $\Delta U_3=-0.013\Delta P_{L3}-0.052\Delta Q_{L3}$，又可得

$$\Delta Q_{G1}=0.11\Delta P_{L3}+0.52\Delta Q_{L3}$$
$$\Delta Q_{G2}=0.084\Delta P_{L3}+0.574\Delta Q_{L3}$$

由上两式可见，计及线路电容时，负荷减小，发电机的无功功率减小，从而发电机的励磁将减小得较不计线路电纳时更小，以致有可能使发电机超前运行。

2. 变压器变比、发电机电压变化对 $U_3$ 的影响

由已知的敏感度矩阵可列出不计和计及线路对地电纳时

$$\Delta U_3=-0.383\Delta k_1-0.01\Delta P_{L3}-0.04\Delta Q_{L3}$$
$$\Delta U_3=-0.383\Delta k_1-0.01\Delta P_{L3}-0.04(\Delta Q_{L3}+\Delta Q'_{L3})$$

计及 $\Delta Q'_{L3}=-5.87\Delta U_3$，可得

$$\Delta U_3=-0.383\Delta k_1-0.01\Delta P_{L3}-0.04\Delta Q_{L3}$$
$$\Delta U_3=-0.500\Delta k_1-0.013\Delta P_{L3}-0.052\Delta Q_{L3}$$

由上两式可见，改变变压器变比是一种有效的调压措施。变比变化5%，负荷端电压将变化约2%；计及线路对地电纳时，这种变化更大。

由敏感度矩阵还可列出不计和计及线路对地电纳时

$$\Delta U_3=0.363\Delta U_{G1}-0.01\Delta P_{L3}-0.04\Delta Q_{L3}$$
$$\Delta U_3=0.363\Delta U_{G1}-0.01\Delta P_{L3}-0.04(\Delta Q_{L3}+\Delta Q'_{L3})$$

计及 $\Delta Q'_{L3}=-5.87\Delta U_3$，又可得

$$\Delta U_3=0.363\Delta U_{G1}-0.01\Delta P_{L3}-0.04\Delta Q_{L3}$$
$$\Delta U_3=0.474\Delta U_{G1}-0.013\Delta P_{L3}-0.052\Delta Q_{L3}$$

由上两式可见，改变发电机电压的效果和改变变压器变比相似。

3. 并联电抗器补偿对 $U_3$ 的影响

在线路末端设置并联电抗器补偿时，电抗器吸取的无功功率为 $Q''_{L3}=U_3^2/x_L$，从而 $\Delta Q''_{L3}=2U_{30}\Delta U_3/x_L$。设 $1/x_L$ 分别等于0、$b/2$、$b$，即相当于不设并联电抗、并联电抗补偿线路电纳的一半或全部，则 $\Delta Q''_{L3}$ 分别等于0、$2.937/\Delta U_3$、$5.87\Delta U_3$。

以这三种情况代入

$$\Delta U_3=0.363\Delta U_{G1}-0.383\Delta k_1-0.01\Delta P_{L3}-0.04(\Delta Q_{L3}+\Delta Q'_{L3}+\Delta Q''_{L3})$$

并计及 $\Delta Q'_{L3}=-5.87\Delta U_3$，可得 $\Delta U_3$ 依次为

$$\Delta U_3=0.474\Delta U_{G1}-0.500\Delta k_1-0.013\Delta P_{L3}-0.052\Delta Q_{L3}$$
$$\Delta U_3=0.411\Delta U_{G1}-0.434\Delta k_1-0.011\Delta P_{L3}-0.045\Delta Q_{L3}$$

$$\Delta U_3 = 0.363\Delta U_{G1} - 0.383\Delta k_1 - 0.010\Delta P_{L3} - 0.040\Delta Q_{L3}$$

比较上列三式，设置并联电抗器将降低负荷端电压对负荷变化的敏感度，即负荷减小时，负荷端电压的上升将比不设电抗器时少。并联电抗器的设置还将降低负荷端电压对变压器变比、发电机电压变化的敏感度，即为使负荷端电压提高同样幅度，变压器变比或发电机电压的提高将较不设电抗器时多。

2. 分析组合调压时矩阵 $\boldsymbol{S}_u$ 的各个元素

由式（6-27a）或式（6-27b）都可见，负荷的变化和调压措施的调整对中枢点电压和主干线无功功率的影响互不相关，可以分别考察。因此，如只要求研究组合调压的调整效果，可设各负荷功率为定值而单独运用式中的第一个敏感度矩阵 $\boldsymbol{S}_u$ 进行分析。这样，问题的关键就转化为如何建立这一矩阵。

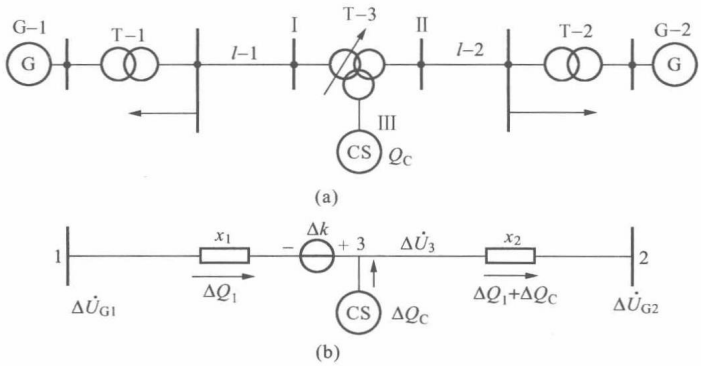



图 6-27 简单系统

（a）接线图；（b）简化等值网络

对于复杂系统，这一矩阵的建立可有两种途径：一是运用计算机等计算工具作潮流计算，求各控制变量单独变化时所有状态变量的变化量，按列形成；二是在系统中进行实测。

对于简单系统，则还可以解析法求取其中各元素。以图 6-27（a）所示系统为例，说明这些元素的求取。设该系统中共采用三种调压措施，即改变发电机端电压、改变变压器变比、改变并联补偿设备的无功功率。系统具有图 6-27（b）所示等值网络。作图 6-27（b）时，为简化分析，略去了各元件的电阻和导纳，并设并联补偿设备（以调相机为代表）就直接连接在三绕组变压器高、中压绕组等值电抗的连接点。图中，以 $\Delta k$ 表示由于三绕组变压器变比的改变而出现的附加电动势；略去负荷，因如上所述，负荷功率的变动可单独分析。

运用这等值网络就可求取敏感度矩阵 $\boldsymbol{S}_u$ 中各元素。但为了避免繁琐，以下仅推导与 $\boldsymbol{U}_3$、$\boldsymbol{Q}_1$ 有关的各项偏导数。

（1）$\dfrac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{U}_G}$、$\dfrac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{U}_G}$的推导。发电厂 1 发电机端电压改变 $\Delta U_{G1}$ 而其他调压措施都不参加调整时，由 $\Delta U_{G1} \approx \Delta Q_1 (x_1 + x_2) / U_N$ 可得 $\Delta Q_1 = \Delta U_{G1} U_N / (x_1 + x_2)$。而运用标幺制时，$U_N = 1.0$，从而 $\Delta Q_1 = \Delta U_{G1} / (x_1 + x_2)$。

节点 3 电压的变化量则由图 6-28（a）可见为 $\Delta U_3 = \Delta Q_1 x_2 = \Delta U_{G1} x_2 / (x_1 + x_2)$。

由此可得

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial Q_1}{\partial U_{G1}}=\frac{\Delta Q_1}{\Delta U_{G1}}=\frac{1}{x_1+x_2}\\ \frac{\partial U_3}{\partial U_{G1}}=\frac{\Delta U_3}{\Delta U_{G1}}=\frac{x_2}{x_1+x_2}\end{aligned}\right\}\tag{6-28}$$

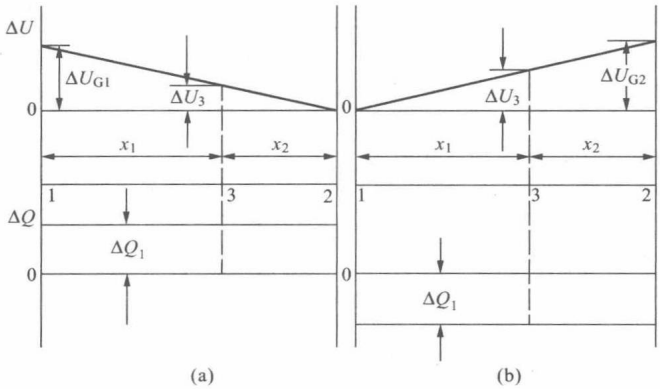



图 6-28　改变发电机端电压时网络中电压和无功功率的变化

（a）改变 $U_{G1}$；（b）改变 $U_{G2}$

相似地可得

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial Q_1}{\partial U_{G2}}=\frac{\Delta Q_1}{\Delta U_{G2}}=-\frac{1}{x_1+x_2}\\ \frac{\partial U_3}{\partial U_{G2}}=\frac{\Delta U_3}{\Delta U_{G2}}=\frac{x_1}{x_1+x_2}\end{aligned}\right\}\tag{6-29}$$

需注意，这里设 $Q_1$ 由发电厂 1 流向发电厂 2 为正。

（2）$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{Q}_G}$、$\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{Q}_G}$的推导。调相机无功功率改变 $\Delta Q_C$ 而其他调压措施都不参加调整时，为将 $\Delta Q_C$ 注入网络，调相机端的电压 $U_3$ 必须提高 $\Delta U_3$。而这 $\Delta U_3$ 又因有 $\Delta Q_1$ 和（$\Delta Q_C+\Delta Q_1$）在 $x_1$ 和 $x_2$ 中流通而降落在这两个电抗中。因而可列出

$$\left.\begin{aligned}-\Delta Q_1 x_1=\Delta U_3\\ (\Delta Q_C+\Delta Q_1)x_2=\Delta U_3\end{aligned}\right\}$$

由此可解得

$$\left.\begin{aligned}\Delta Q_1=-\frac{x_2}{x_1+x_2}\Delta Q_C\\ \Delta U_3=\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\Delta Q_C\end{aligned}\right\}$$

从而

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U_3}{\partial Q_C}=\frac{\Delta U_3}{\Delta Q_C}=\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\\ \frac{\partial Q_1}{\partial Q_C}=\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_C}=-\frac{x_2}{x_1+x_2}\end{aligned}\right\}\tag{6-30}$$

观察图 6-29 可见，这时调相机增发的功率 $\Delta Q_C$ 实际上将从节点 3 分别流向节点 1、2，即由于调相机增发无功功率，由节点 1 向节点 3 传输的无功功率将有所减少，由节点 3 向节

点 2 传输的无功功率将有所增加。

（3）$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\boldsymbol{k}}$、$\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{k}}$的推导。如将变压器变比定义为 $k=U_{\mathrm{II}}/U_{\mathrm{I}}$，则当施加在变压器一次侧的电压不变而将一次绕组的分接头向下移 $\Delta k$，例如 $\Delta k=2.5\%$时，由于变压器的变比增大了 2.5%，二次侧的电压相应地要提高 2.5%。这提高的 $\Delta k$ 相当于一个附加电动势。它的作用是增大发电厂 1 向发电厂 2 传输的无功功率，即将有 $\Delta Q_1=\Delta k/(x_1+x_2)$。而与此同时，节点 3 的电压将升高 $\Delta U_3=\Delta Q_1 x_2=\Delta k x_2/(x_1+x_2)$，如图 6-30 所示。由此可得

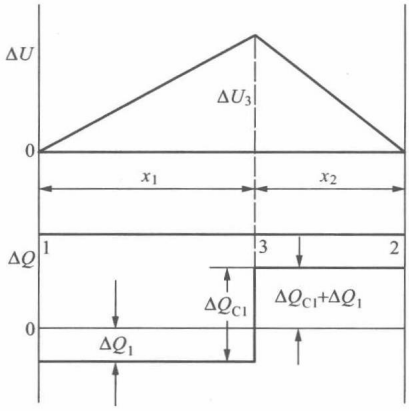



图 6-29 改变调相机功率时网络中电压和无功功率的变化

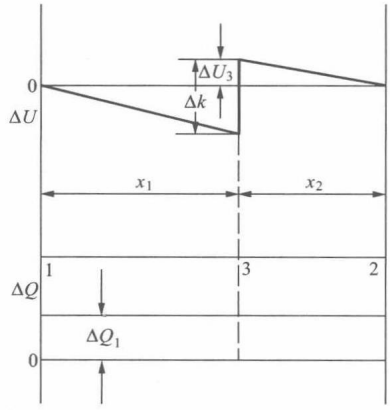



图 6-30 改变变压器变比时网络中电压和无功功率的变化

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial Q_1}{\partial k}&=\frac{\Delta Q_1}{\Delta k}=\frac{1}{x_1+x_2}\\ \frac{\partial U_3}{\partial k}&=\frac{\Delta U_3}{\Delta k}=\frac{x_2}{x_1+x_2}\end{aligned}\right\}\tag{6-31}$$

至于采用串联电容器补偿时调整容抗 $x_{\mathrm{C}}$ 的效果，也可仿照如上的推导，由 $Q_1\Delta(x_1+x_2)+(x_1+x_2)\Delta Q_1=0$，并计及 $\Delta(x_1+x_2)=-\Delta x_{\mathrm{C}}$，得

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x_{\mathrm{C}}}=\frac{Q_{10}}{x_1+x_2}$$

式中 $Q_{10}$——调整前由发电厂 1 向发电厂 2 传输的无功功率。

而如设电容器组就装设在简化等值网络中附加电动势 $\Delta k$ 的位置，则显然可得

$$\frac{\partial U_3}{\partial x_{\mathrm{C}}}=\frac{Q_{10}x_2}{x_1+x_2}$$

比较$\frac{\partial Q_1}{\partial k}$、$\frac{\partial Q_1}{\partial x_{\mathrm{C}}}$、$\frac{\partial U_3}{\partial k}$、$\frac{\partial U_3}{\partial x_{\mathrm{C}}}$的表示式可见，由于串联补偿电容中的电压降落为负值，增大容抗的作用也相当于增加附加电动势。但串联电容器时增加的附加电动势与改变变压器变比时增加的附加电动势不同，其值不仅与容抗，而且还与原始输送的无功功率 $Q_{10}$ 成正比。这说明串联电容器的调压作用是随负荷功率因数的提高而逐渐减小的。

最后，归纳式（6-28）～式（6-31）就可建立如下的敏感度矩阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{u}}$

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{u}}=\begin{bmatrix}\frac{\partial U_3}{\partial U_{\mathrm{G1}}} & \frac{\partial U_3}{\partial U_{\mathrm{G2}}} & \frac{\partial U_3}{\partial Q_{\mathrm{C}}} & \frac{\partial U_3}{\partial k}\\ \frac{\partial Q_1}{\partial U_{\mathrm{G1}}} & \frac{\partial Q_1}{\partial U_{\mathrm{G2}}} & \frac{\partial Q_1}{\partial Q_{\mathrm{C}}} & \frac{\partial Q_1}{\partial k}\end{bmatrix}$$

$$
= \begin{bmatrix} \dfrac{x_2}{x_1+x_2} & \dfrac{x_1}{x_1+x_2} & \dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2} & \dfrac{x_2}{x_1+x_2} \\ \dfrac{1}{x_1+x_2} & \dfrac{-1}{x_1+x_2} & \dfrac{-x_2}{x_1+x_2} & \dfrac{1}{x_1+x_2} \end{bmatrix}
$$

$$
= \frac{1}{x_1+x_2}\begin{bmatrix} x_2 & x_1 & x_1x_2 & x_2 \\ 1 & -1 & -x_2 & 1 \end{bmatrix} \tag{6-32}
$$

相似地，对于图 6-31 所示系统，可得

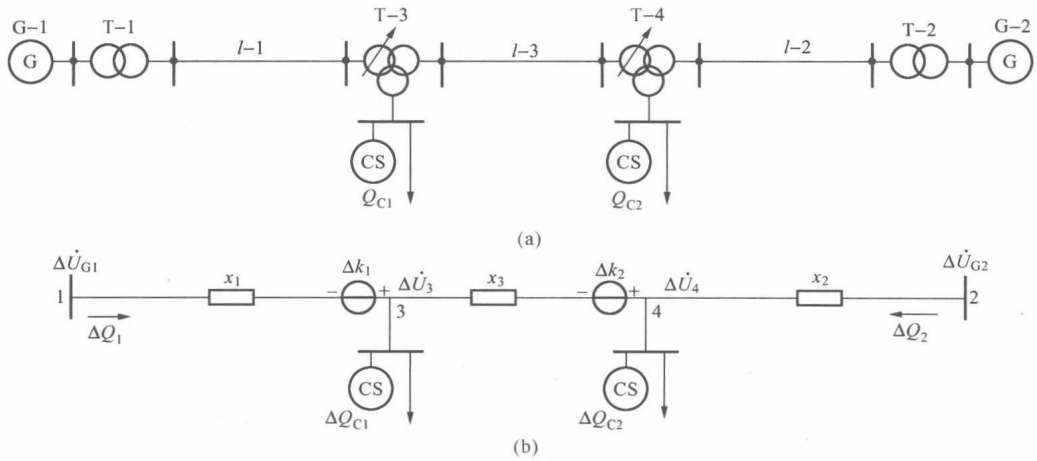



图 6-31　简单系统

（a）接线图；（b）简化等值网络

$$
\boldsymbol{S}_u = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial U_3}{\partial k_1} & \dfrac{\partial U_3}{\partial k_2} & \dfrac{\partial U_3}{\partial Q_{C1}} & \dfrac{\partial U_3}{\partial Q_{C2}} & \dfrac{\partial U_3}{\partial U_{G1}} & \dfrac{\partial U_3}{\partial U_{G2}} \\ \dfrac{\partial U_4}{\partial k_1} & \dfrac{\partial U_4}{\partial k_2} & \dfrac{\partial U_4}{\partial Q_{C1}} & \dfrac{\partial U_4}{\partial Q_{C2}} & \dfrac{\partial U_4}{\partial U_{G1}} & \dfrac{\partial U_4}{\partial U_{G2}} \\ \dfrac{\partial Q_1}{\partial k_1} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial k_2} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial Q_{C1}} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial Q_{C2}} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial U_{G1}} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial Q_{G2}} \\ \dfrac{\partial Q_2}{\partial k_1} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial k_2} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial Q_{C1}} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial Q_{C2}} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial U_{G1}} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial U_{G2}} \end{bmatrix}
$$

$$
= \frac{1}{x_1+x_2+x_3}\begin{bmatrix} x_2+x_3 & -x_1 & x_1(x_2+x_3) & x_1x_2 & x_2+x_3 & x_1 \\ x_2 & x_2 & x_1x_2 & x_2(x_1+x_3) & x_2 & x_1+x_3 \\ 1 & 1 & -(x_2+x_3) & -x_2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -x_1 & -(x_1+x_3) & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{6-33}
$$

**【例 6-8】** 系统接线如图 6-32 所示，归算至 110kV 侧的等值网络如图 6-33 所示，原始运行方式如图 6-34所示。试计算发电机 2 电压升高 6%、变压器变比减小 2.5%、投入调相机并发出无功功率 10MVA 时，变电站中压母线电压和 110kV 线路上无功功率潮流的变化。

**解**　由于三绕组变压器中压绕组等值电抗为零，可认为变电站中压母线电压就等于高、中压绕组等值阻抗连接点的电压，而调相机则直接连接在该连接点，图 6-33 所示的等值网络就可简化如图 6-31（b）所示。

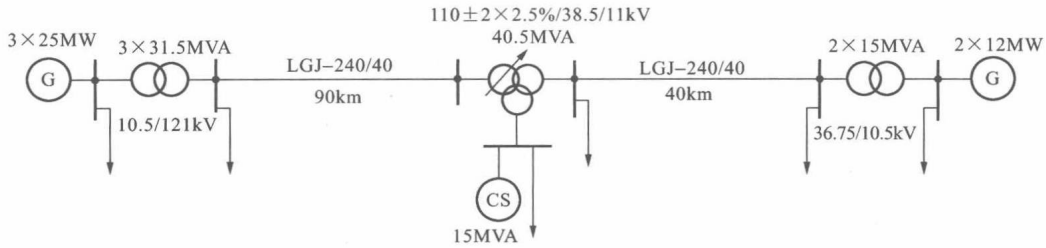



图 6-32　系统接线图

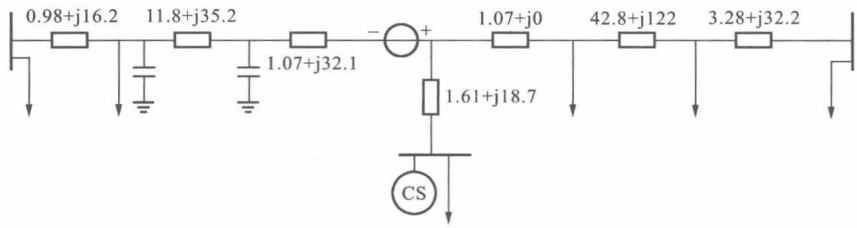



图 6-33　等值网络图

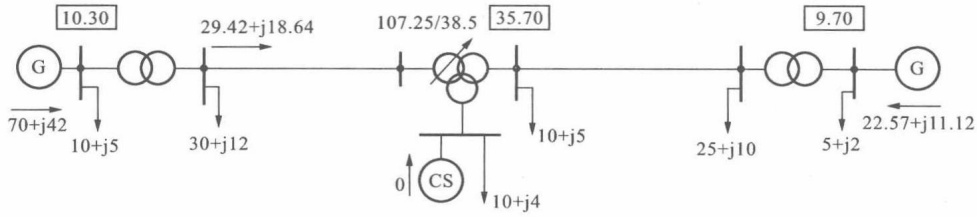



图 6-34　原始运行方式

在这个简化等值网络中

$$x_1 = 16.2 + 35.2 + 32.1 = 83.5\Omega;\quad x_2 = 122 + 32.2 = 154.2\Omega$$

取 $S_B = 100\text{MVA}$，$U_B = 115\text{kV}$，将它们折算为标幺值

$$x_{1*} = 83.5 \times \frac{100}{115^2} = 0.632;\quad x_{2*} = 154.2 \times \frac{100}{115^2} = 1.167$$

于是

$$\frac{\partial U_{3*}}{\partial U_{G1*}} = \frac{x_{2*}}{x_{1*} + x_{2*}} = \frac{1.167}{0.632 + 1.167} = 0.65$$

$$\frac{\partial Q_{1*}}{\partial U_{G1*}} = \frac{1}{x_{1*} + x_{2*}} = \frac{1}{0.632 + 1.167} = 0.556$$

$$\frac{\partial U_{3*}}{\partial U_{G2*}} = \frac{x_{1*}}{x_{1*} + x_{2*}} = \frac{0.632}{0.632 + 1.167} = 0.35$$

$$\frac{\partial U_{1*}}{\partial Q_{G2*}} = \frac{-1}{x_{1*} + x_{2*}} = \frac{-1}{0.632 + 1.167} = -0.556$$

$$\frac{\partial U_{3*}}{\partial Q_{C*}} = \frac{x_{1*}x_{2*}}{x_{1*} + x_{2*}} = \frac{0.632 \times 1.167}{0.632 + 1.167} = 0.41$$

$$\frac{\partial Q_{1*}}{\partial U_{C*}} = \frac{-x_{2*}}{x_{1*} + x_{2*}} = \frac{-1.167}{0.632 + 1.167} = -0.65$$

$$\frac{\partial U_{3*}}{\partial k_*}=\frac{x_{2*}}{x_{1*}+x_{2*}}=\frac{1.167}{0.632+1.167}=0.65$$

$$\frac{\partial Q_{1*}}{\partial k_*}=\frac{1}{x_{1*}+x_{2*}}=\frac{1}{0.632+1.167}=0.556$$

已知

$$\Delta U_{G1*}=0;\quad \Delta U_{G2*}=0.06$$

$$\Delta Q_{C*}=0.10;\quad \Delta k_*=-0.025$$

可得

$$\begin{aligned}\Delta U_{G3*}&=\frac{\partial U_{3*}}{\partial U_{G2*}}\Delta U_{G2*}+\frac{\partial U_{3*}}{\partial Q_{C*}}\Delta Q_{C*}+\frac{\partial U_{3*}}{\partial k_*}\Delta k_*\\&=0.35\times0.06+0.41\times0.10+0.65\times(-0.025)=0.04575\end{aligned}$$

$$\Delta U_3=\Delta U_{3*}U_B=0.04575\times115\times\frac{38.5}{107.25}=1.89(\text{kV})$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_{1*}&=\frac{\partial Q_{1*}}{\partial U_{G2*}}\Delta U_{G2*}+\frac{\partial Q_{1*}}{\partial Q_{C*}}\Delta Q_{C*}+\frac{\partial Q_{1*}}{\partial k_*}\Delta k_*\\&=-0.556\times0.06-0.65\times0.10+0.556\times(-0.025)=-0.1123\end{aligned}$$

$$\Delta Q_1=\Delta Q_{1*}S_B=-0.1123\times100=-11.23\text{Mvar}$$

由原始运行方式已知变电站中压母线电压为 35.7kV，可得调整后该电压为 35.7+1.89=37.59（kV）；110kV 线路上传输的无功功率为 18.64Mvar，可得调整后该无功功率为 18.64−11.23=7.41（Mvar）。而将发电厂 2 发电机电压升高 0.06×10.5=0.63（kV）、变压器变比由 107.25/38.5/11kV 改变为 110/38.5/11kV、投入调相机并发出 10Mvar 无功功率时，按常规潮流分布计算求得的变电站中压母线电压为 37.7kV、110kV 线路上传输的无功功率则为 7.59Mvar（参见图 6-35）。可见运用这种方法近似估算电压和无功功率变化量的结果还是可以满意的。误差之由来在于求取敏感度矩阵各元素时采取的假设，如略去各元件电阻、导纳，等等。因此，如能运用实测数据进行计算可得相当精确的结果。

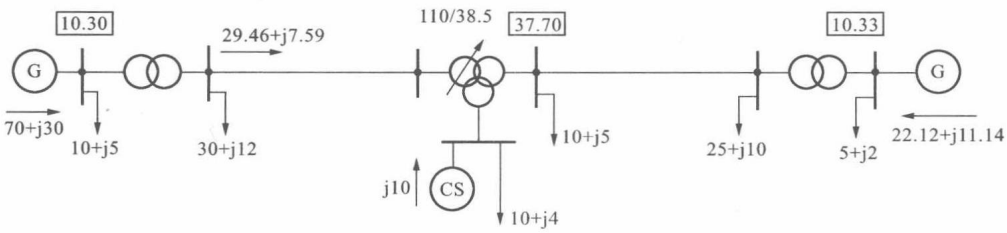



图 6-35　调整后运行方式

3. 几种调压措施的组合

导得图 6-31 所示简单系统敏感度矩阵 $\boldsymbol{S}_u$ 中各元素的表示式后，还可结合该图运用它们分析如下几种典型的组合调压的调整效果。

（1）改变发电机 1 电压 $U_{G1}$ 和发电机 2 电压 $U_{G2}$。改变 $U_{G1}$ 和 $U_{G2}$ 而且 $\Delta U_{G1}=\Delta U_{G2}$ 时，由 $\frac{\partial U_3}{\partial U_{G1}}$、$\frac{\partial U_3}{\partial U_{G2}}$ 的表示式可见

$$\Delta U_3=\frac{\partial U_3}{\partial U_{G1}}\Delta U_{G1}+\frac{\partial U_3}{\partial U_{G2}}\Delta U_{G2}=\left(\frac{x_2}{x_1+x_2}+\frac{x_1}{x_1+x_2}\right)\Delta U_{G1}=\Delta U_{G1}=\Delta U_{G2}$$

由 $\frac{\partial Q_1}{\partial U_{G1}}$、$\frac{\partial Q_1}{\partial U_{G2}}$ 的表示式可见

$$\Delta Q_1 = \frac{\partial Q_1}{\partial U_{G1}}\Delta U_{G1} + \frac{\partial Q_1}{\partial U_{G2}}\Delta U_{G2} = \left(\frac{1}{x_1+x_2} - \frac{1}{x_1+x_2}\right)\Delta U_{G1} = 0$$

说明这种组合调压可改变整个系统的电压水平，但不改变系统中无功功率的分布。

（2）改变发电机 1 电压 $U_{G1}$ 和变压器变比 $k$。改变 $U_{G1}$ 和 $k$ 且 $\Delta U_{G1} = -\Delta k$ 时，由 $\frac{\partial U_3}{\partial U_{G1}}$、$\frac{\partial U_3}{\partial k}$ 的表示式可见

$$\Delta U_3 = \frac{\partial U_3}{\partial U_{G1}}\Delta U_{G1} + \frac{\partial U_3}{\partial k}\Delta k = \left(\frac{x_2}{x_1+x_2} - \frac{x_2}{x_1+x_2}\right)\Delta U_{G1} = 0$$

由 $\frac{\partial Q_1}{\partial U_{G1}}$、$\frac{\partial Q_1}{\partial k}$ 的表示式可见

$$\Delta Q_1 = \frac{\partial Q_1}{\partial U_{G1}}\Delta U_{G1} + \frac{\partial Q_1}{\partial k}\Delta k = \left(\frac{1}{x_1+x_2} - \frac{1}{x_1+x_2}\right)\Delta U_{G1} = 0$$

说明这种组合调压可改变三绕组变压器高压侧的电压水平，但不改变中压侧的电压水平和整个系统中的无功功率分布。

（3）改变发电机 1 电压 $U_{G1}$ 和调相机功率 $Q_C$。改变 $U_{G1}$ 和 $Q_C$ 而且 $\Delta U_{G1} = x_2\Delta Q_C$ 时，由 $\frac{\partial U_3}{\partial U_{G1}}$、$\frac{\partial U_3}{\partial Q_C}$ 的表示式可见

$$\Delta U_3 = \frac{\partial U_3}{\partial U_{G1}}\Delta U_{G1} + \frac{\partial U_3}{\partial Q_C}\Delta Q_C = \left(\frac{x_2}{x_1+x_2} + \frac{1}{x_2}\times\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)\Delta U_{G1} = \Delta U_{G1}$$

由 $\frac{\partial Q_1}{\partial U_{G1}}$、$\frac{\partial Q_1}{\partial Q_C}$ 的表示式可见

$$\Delta Q_1 = \frac{\partial Q_1}{\partial U_{G1}}\Delta U_{G1} + \frac{\partial Q_1}{\partial Q_C}\Delta Q_C = \left(\frac{1}{x_1+x_2} - \frac{1}{x_2}\times\frac{x_2}{x_1+x_2}\right)\Delta U_{G1} = 0$$

说明这种组合调压可使三绕组变压器中压侧的电压水平随发电机 1 电压的改变而改变，但不改变高压侧的无功功率分布。

（4）改变变压器变比 $k$ 和调相机功率 $Q_C$。改变 $k$ 和 $Q_C$ 而且 $\Delta k = -x_1\Delta Q_C$ 时，由 $\frac{\partial U_3}{\partial k}$、$\frac{\partial U_3}{\partial Q_C}$ 的表示式可见

$$\Delta U_3 = \frac{\partial U_3}{\partial k}\Delta k + \frac{\partial U_3}{\partial Q_C}\Delta Q_C = \left(-x_1\times\frac{x_2}{x_1+x_2} + \frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)\Delta Q_C = 0$$

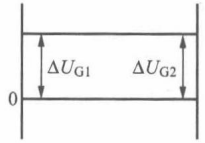
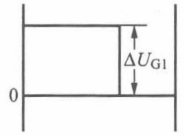
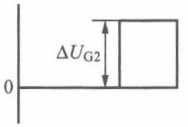
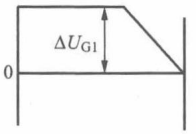
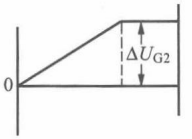
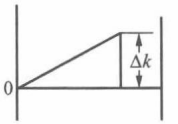
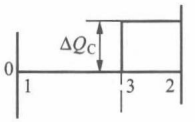
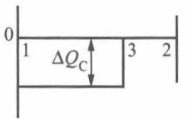
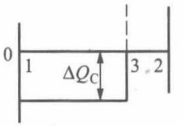
由 $\frac{\partial Q_1}{\partial k}$、$\frac{\partial Q_1}{\partial Q_C}$ 的表示式可见

$$\Delta Q_1 = \frac{\partial Q_1}{\partial k}\Delta k + \frac{\partial Q_1}{\partial Q_C}\Delta Q_C = \left(-x_1\times\frac{1}{x_1+x_2} - \frac{x_2}{x_1+x_2}\right)\Delta Q_C = -\Delta Q_C$$

说明这种组合调压可使调相机增发的无功功率全部向三绕组变压器高压侧输送，但不改变中压侧的电压水平。

依此类推，可作表 6-5。

**表 6-5　　几种调压措施两两组合时的调整效果**

| 调压措施 | | 改变发电机 1 电压 $U_{G1}$ 和发电机 2 电压 $U_{G2}$ | 改变发电机 1 电压 $U_{G1}$ 和变压器变比 $k$ | 改变发电机 2 电压 $U_{G2}$ 和变压器变比 $k$ | 改变发电机 1 电压 $U_{G1}$ 和调相机功率 $Q_C$ | 改变发电机 2 电压 $U_{G2}$ 和调相机功率 $Q_C$ | 改变变压器变比 $k$ 和调相机功率 $Q_C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 电压变化情况 | |  |  |  |  |  |  |
| 无功功率变化情况 | |  |  |  |  |  |  |
| 调整效果 | $\Delta U_3$ | $\Delta U_{G1}$ 或 $\Delta U_{G2}$ | 0 | $\Delta U_{G2}$ | $\Delta U_{G1}$ | $\Delta U_{G2}$ | 0 |
| | $\Delta Q_1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\Delta Q_C$ | $-\Delta Q_C$ |
| | 条件* | $\Delta U_{G1}=\Delta U_{G2}$ | $\Delta U_{G1}=-\Delta k$ | $\Delta U_{G2}=\Delta k$ | $\Delta U_{G1}=x_2\Delta Q_C$ | $\Delta U_{G2}=x_1\Delta Q_C$ | $\Delta k=-x_1\Delta Q_C$ |
| 调整特点 | | 可改变整个系统的电压水平，但不改变系统中无功功率的分布 | 可改变三绕组变压器高压侧的电压水平，但不改变中压侧电压水平和整个系统中的无功功率分布 | 可改变三绕组变压器中压侧的电压水平，但不改变高压侧电压水平和整个系统中的无功功率分布 | 可使三绕组变压器高压侧的电压水平随发电机 1 电压的改变而改变，但不改变高压侧的无功功率分布 | 可使三绕组变压器中压侧的电压水平随发电机 2 电压的改变而改变，但不改变中压侧的无功功率分布 | 可使调相机增发的无功功率全部向三绕组变压器高压侧输送，但不改变中压侧的电压水平 |

* 条件系指为达到如上调整效果所需的条件。

## 小　结

本章围绕电力系统中无功功率的最优分布和电压调整——电力系统运行静态优化的另一个主要问题，展开了广泛的讨论。

为开展这方面的运行优化工作，电力系统必须保证在正常电压水平下的无功功率平衡，并有一定储备。

电力系统的无功功率平衡计算较有功功率平衡计算复杂，因电力系统的无功功率电源不仅有发电机，还有电容器、调相机和静止补偿器等。而且，电力系统中无功功率损耗的计算也较有功功率损耗计算复杂。

发电机所能供应的无功功率可由它们的运行极限图确定。电容器、调相机和静止补偿器则按额定容量考虑。

变压器和线路对地电纳中的无功功率损耗基本上与负荷无关。变压器电抗中的无功功率损耗常远大于电阻中的有功功率损耗。高压线路电抗中的损耗则与负荷电流的平方有关。

在保证电能质量和运行经济性两方面的要求中，应首先考虑电能质量——电压调整问题。电压调整除减小周期长、幅度大、波及面广的电压变动外，还应克服周期短、幅度和波及面都不如前者宽的电压波动。而且，后者的重要性正日益明显。解决这一问题的有效措施之一是采用静止补偿器。

控制周期长、幅度大、波及面广的电压变动可控制系统中电压中枢点的电压偏移。这些中枢点电压的允许变动范围则可根据负荷对电压的要求以及供电线路上的电压损耗确定。进行这种控制、调整的主要措施有借改变发电机端电压调压、借改变变压器变比调压、借设置并联补偿设备调压等。

改变发电机端电压之所以应优先考虑，由于采用这种调压措施不需设置任何附加设备，简单、经济。但它的缺点则在于可调范围有限。有载条件下改变变压器变比是一种有效的调压措施。系统中无功功率充裕时，采用这种措施的调整效果很明显。设置并联补偿设备——电容器、调相机和静止补偿器，虽需增设附加设备、增加投资，但由于这类措施同时还能降低网损，往往也是可取的，其中尤其是静止补偿器应予以充分重视。

由于系统结构日益复杂，不同调压措施的组合问题日益重要。运用敏感度方程分析它们的综合效果简捷而准确，而如能运用实测数据建立式中的敏感度矩阵则更为理想。

无功功率最优分布包括两部分内容，即无功功率电源的最优分布和无功功率负荷的最优补偿。二者都以网损微增率为衡量的标准，因它们都以降低网损为目标。

无功功率电源最优分布的基本准则是等网损微增率准则

$$\frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{G1}} \frac{1}{(1-\partial \Delta Q_{\Sigma}/\partial Q_{G1})} = \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{G2}} \frac{1}{(1-\partial \Delta Q_{\Sigma}/\partial Q_{G2})} = \cdots$$

$$= \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{Gn}} \frac{1}{(1-\partial \Delta Q_{\Sigma}/\partial Q_{Gn})} = \lambda$$

其中，网损微增率 $\partial \Delta P_{\Sigma}/\partial Q_{Gi}$、$\partial \Delta Q_{\Sigma}/\partial Q_{Gi}$ 可分别由

$$\begin{bmatrix} \partial \Delta P_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{P} \\ \partial \Delta P_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} = \left[ \begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{N} \\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \partial \Delta P_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{\delta} \\ \boldsymbol{U} \partial \Delta P_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{U} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \partial \Delta Q_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{P} \\ \partial \Delta Q_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} \quad \left[\begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{N} \\ \boldsymbol{J} & \boldsymbol{L} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\right]^{-1} \begin{bmatrix} \partial \Delta Q_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{\delta} \\ \boldsymbol{U}\partial \Delta Q_{\Sigma}/\partial \boldsymbol{U} \end{bmatrix}$$

求取，但上两式不能再简化。

无功功率负荷最优补偿的基本准则是最优网损微增率准则

$$\frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial Q_{ci}} \leqslant \gamma_{\mathrm{eq}}; \quad \gamma_{\mathrm{eq}} = -\frac{(\alpha+\gamma)K_{\mathrm{c}}}{\beta \tau_{\max}}$$

综合运用等网损微增率和最优网损微增率准则可统一解决无功补偿的最优容量和最优分布问题。

但按经济上最优的条件确定的无功功率电源容量及其分布必须服从电压质量的要求。而按电压质量要求的无功功率电源容量又必须服从无功功率平衡的要求。

# 参 考 文 献

[1] 南京工学院主编．电力系统．北京：电力工业出版社，1980.
[2] 西安交通大学等合编．电力系统计算．北京：水利电力出版社，1978.
[3] 华智明，岳湖山．电力系统稳态计算．四川：重庆大学出版社，1991.
[4] 陆敏政．电力系统习题集．北京：水利电力出版社，1990.
[5] O. I. Elgerd. Electric Energy System Theory：An Introduction. New York：McGraw-Hill Book Co.，1971（1st Edition），1982（2nd Edition）.
[6] I. J. Nagrath，D. P. Kothari. Modern Power System Analysis. New Delhi：Tata McGraw-Hill Co. Ltd.，1980.
[7] A. Brameller et al. Sparsity——Its practical application to system analysis. London：Pitman Publishing，1976.
[8] 吴际舜．电力系统静态安全分析．上海：上海交通大学出版社，1985.
[9] A. J. Wood，B. F. Wollenberg. Power Generation，Operation，and Control. New York：John Wiley &Sons，1984.
[10] T. J. E. Miller. Reactive Power Control in Electric Systems. New York：John Wiley&Sons，1982.
[11] 丁道齐．复杂大电网安全性分析．北京：中国电力出版社，2010.
[12] R. Mohan Mathur，Rajiv k. Varma. 基于晶闸管的柔性交流输电控制装置．徐政，译．北京：机械工业出版社，2005.