



普通高等教育“十二五”规划教材

传热学

刘彦丰 高正阳 梁秀俊 编著



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

普通高等教育“十二五”规划教材

工程流体力学（第二版）	杜广生
泵与风机（第四版）	何川
工程热力学（第二版）	严家骏
传热分析与计算	李友荣

传热学

刘彦丰

锅炉原理（第三版）	周强泰
锅炉课程设计	赵伶俐
汽轮机原理	黄树红
汽轮机课程设计	张燕平
热力发电厂（第二版）	郑体宽
热力发电厂课程设计（第二版）	黄新元
自动控制原理（第二版）	巨林仓
电厂热工过程自动控制	王建国
热工测量及仪表（第四版）	朱小良
热工控制系统	谷俊杰
动力工程测试技术	黄素逸
工程燃烧学	冉景煜
热电冷联产原理与技术	葛斌
现代发电厂概论（第三版）	文锋
能源科学导论	黄素逸
能源监测与评价	黄素逸
热能与动力工程专业英语（第三版）	阎维平



关注我,关注更多好书



中国电力出版社教材中心

教材网址 <http://jc.cepp.sgcc.com.cn>

服务热线 010-63412706 63412548

ISBN 978-7-5123-7125-5



9 787512 371255 >

定价: 45.00 元



教育部 107 年度 12 月 實施計畫

傳動學

107 年度 12 月 實施計畫

107 年度 12 月 實施計畫



普通高等教育“十二五”规划教材

主要内容

传热学

编著 刘彦丰 高正阳 梁秀俊

主审 王秋旺 杜小泽



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

TK124-43

25

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材。

全书分基础传热学、传热学分析和传热学专题三篇，共13章。基础传热学篇由第1~6章组成，主要介绍了导热、对流传热、辐射传热的基本概念与基本应用；如何利用能量守恒的思想分析复杂的传热问题；工业上重要的传热设备——换热器的热设计等。传热学分析篇由第7~12章组成，主要介绍了导热问题的数学描写、分析求解与数值求解导热问题的基本方法；对流传热问题的数学描写、部分典型对流传热问题的分析解、相变传热；辐射传热中角系数的计算、多表面间辐射传热的计算及气体辐射等。第13章为传热学专题篇，对部分有关传热的研究方法及应用专题做了简单介绍。

本书的编写是对传热学教材进行改革的一次较为大胆的尝试，在强调培养学生分析、解决实际传热问题能力的同时，充分考虑学生学习与理解新知识的特点，教学内容分层次编排，部分内容相对独立，便于取舍。本书可作为能源动力类、机械类、建筑与环境类专业“传热学”课程的教材，适用于40~72学时的教学安排，也可供其他有关专业的师生及工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

传热学/刘彦丰, 高正阳, 梁秀俊编著. —北京: 中国电力出版社, 2015.2

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5123-7125-5

I. ①传… II. ①刘…②高…③梁… III. ①传热学-高等学校-教材 IV. ①TK124

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 014549 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街19号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2015年2月第一版 2015年2月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 18.5印张 452千字

定价 45.00元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前 言

传热学是研究由温差引起的热量传递规律的一门学科。由于传热学在科学技术领域的广泛应用,它已成为许多工科专业的一门重要技术基础课程。一门课程的学习,不仅应使学生掌握相关的知识,还应该能够使学生的综合能力得到锻炼和提高。这就需要教师能够真正理解学生的学习过程,以提高学生的学习效果为目标开展教学。本书的作者近年来围绕这一教学理念不断开展教学改革的实践和探索,并且为了适应教学改革的需要编写了《传热学》内部讲义,在中国电力出版社的鼓励和支持下,经过不断地修改和补充,现予出版。

本书的主要特点体现在以下几个方面:

(1) 教学内容分层次。本书将传统传热学内容整理成了两个层次,分别为基础传热学篇和传热学分析篇。将传热学中最基本的概念、理论和应用等提炼出来,形成传热学的基础知识,称之为基础传热学篇。这一部分内容没有过多的理论推导,学生学习相对容易,同时也是学生学习该课程必须掌握的内容。将以理论分析为主的内容、导热问题的数值解法和相变传热等整理成了传热学分析篇。学生在学习基础传热学之后,再进行该部分的学习,困难会降低,同时也可进一步加深对原有内容的理解。

(2) 注重对综合性传热问题的分析。我们日常生活及实际工程中的传热问题多是综合的,在这些问题中往往是多种传热模式共存。能够正确分析问题中存在哪些传热模式,并利用能量守恒定律分析它们之间的相互关系,是解决问题的关键。因此,本书第1章和第5章都是强调对学生该方面能力的培养。本书还在例题和习题的设计上,尝试采用典型问题贯穿的形式。如本书多处对高温金属件自然冷却问题进行分析,在第1章例题中对其涉及的传热模式和能量守恒关系进行分析,在第3章习题中计算其对流传热表面传热系数,在第5章习题中利用集总参数模型分析金属件温度的变化,在第8章和第9章习题中又进一步采用分析解法和数值解法求解该问题。类似的问题还有对多层玻璃窗、平板式太阳能集热器、等截面直肋片、换热器等的传热分析和计算。这种方法有利于提高学生的学习兴趣,加深学生对重要知识的掌握程度,培养学生分析和解决综合问题的能力。

(3) 采用了传热模式的概念。从机理上,热量的传递有导热、热对流、热辐射三种基本方式,但工程上更关注的则是纯导热、对流传热和辐射传热三种热量传递的现象。因此,本书将导热、对流传热、辐射传热定义为热量传递的三种基

本模式。对具体传热问题进行分析时，分析清楚传热模式即可，而不必分析其机理。

本书第 1、2、4、5、6、12 章和第 13 章的 13.1~13.3 节由刘彦丰编写，第 3、10、11 章和第 13 章的 13.5 节由高正阳编写，第 7、8、9 章和第 13 章的 13.4 节由梁秀俊编写，全书由刘彦丰统稿。

本书由王秋旺教授和杜小泽教授审稿。两位对本书的初稿进行了认真的审阅，并提出了许多宝贵的意见和建议，在此向他们表示衷心感谢。在前期的试用中，华北电力大学（保定）李斌、高建强、方立军、高鹏、刘璐和董静兰也都提出过有益的建议，编者在此一并致谢。

限于编者水平，书中疏漏和不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

编者

2014 年 12 月

目 录

前言

第一篇 基础传热学

第 1 章 概述	3
1.1 传热学的研究内容及其应用	3
1.2 热量传递的机理和模式	6
1.3 能量守恒定律在分析传热现象中的应用	12
思考题	15
习题	16
第 2 章 导热	18
2.1 导热问题的分类和导热基本定律	18
2.2 导热系数与导热问题的研究方法	20
2.3 无内热源的一维稳态导热	22
2.4 非稳态导热的集总参数模型	29
思考题	33
习题	33
第 3 章 对流传热	35
3.1 影响对流传热的因素及分类	35
3.2 边界层概念及对流传热的研究方法	38
3.3 相似原理及其在传热学中的应用	42
3.4 管、槽内强制对流传热	51
3.5 外部流动强制对流传热	62
3.6 自然对流传热	70
思考题	78
习题	78
第 4 章 辐射传热	81
4.1 热辐射的基本概念	81
4.2 黑体辐射的基本定律	85

4.3	实际物体的辐射特性与基尔霍夫定律	90
4.4	角系数及两表面封闭系统的辐射传热	94
	思考题	96
	习题	97
第5章	综合传热及传热过程	99
5.1	综合传热问题的分析	99
5.2	传热过程的分析 and 计算	104
	思考题	112
	习题	112
第6章	换热器	115
6.1	换热器的形式	115
6.2	间壁式换热器的传热分析	119
6.3	换热器的平均传热温差	120
6.4	换热器的污垢热阻	125
6.5	换热器的热计算——平均温差法	127
6.6	换热器的热计算——效能与传热单元数法	131
	思考题	135
	习题	135

第二篇 传热学分析

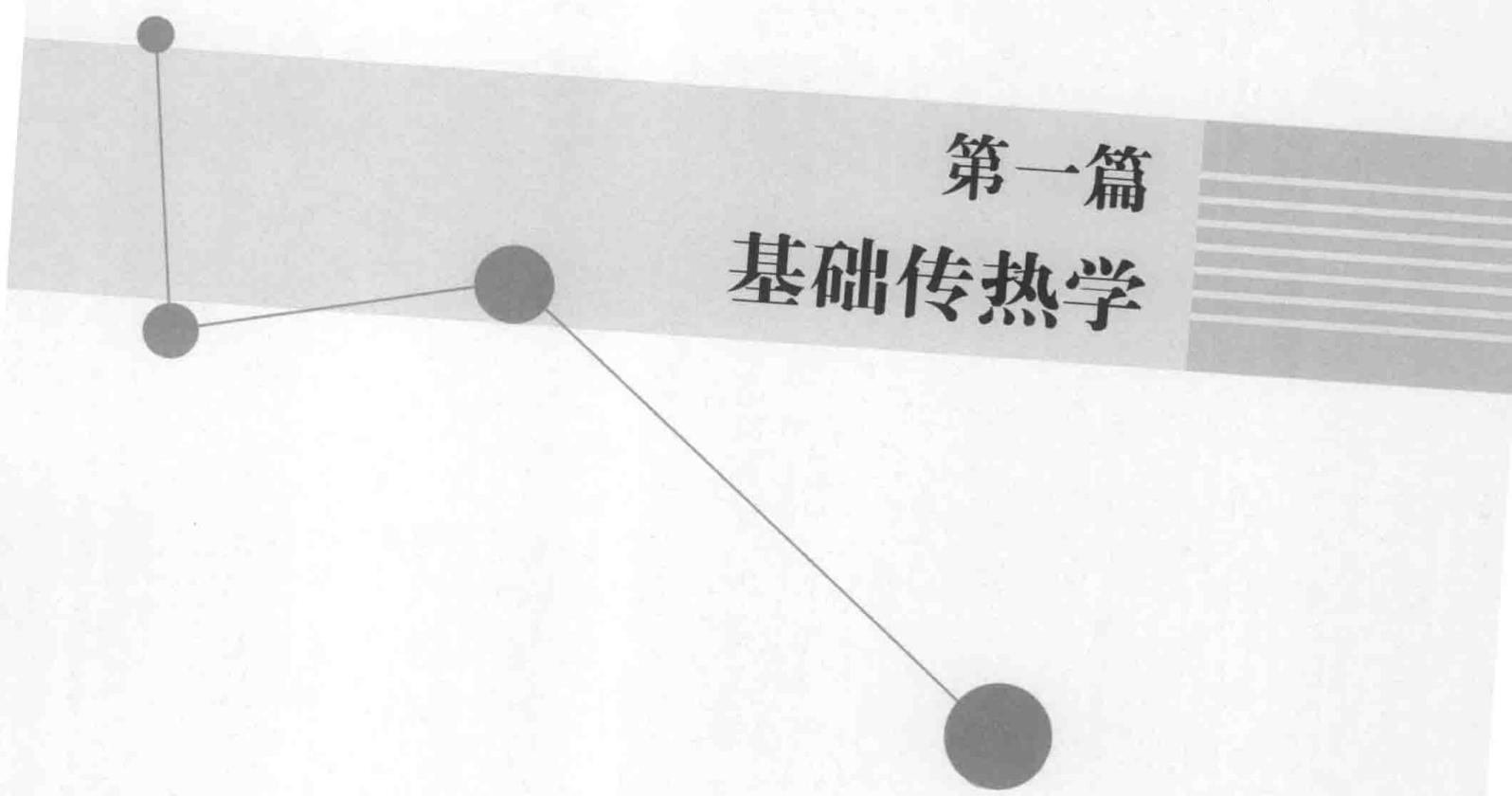
第7章	稳态导热	139
7.1	导热问题的数学描写	139
7.2	具有内热源的一维稳态导热	146
7.3	等截面直肋的导热	148
7.4	多维稳态导热	153
	思考题	156
	习题	156
第8章	非稳态导热	159
8.1	对流边界下的一维非稳态导热	159
8.2	半无限大物体的非稳态导热	165
8.3	特定几何形状物体的多维非稳态导热	167
	思考题	170
	习题	171

第 9 章 导热问题的数值解法	173
9.1 有限差分法的基本原理	173
9.2 导热数值解法的实例分析	179
思考题	185
习题	185
第 10 章 单相流体对流传热理论解	188
10.1 对流传热的数学描写	188
10.2 边界层对流传热微分方程组	191
10.3 外掠平板层流的流动与换热分析解	192
10.4 湍流流动换热与比拟理论	196
10.5 管内层流充分发展段对流传热分析解	199
10.6 竖壁自然对流层流流动与换热分析解	202
思考题	204
习题	204
第 11 章 相变对流传热	206
11.1 凝结传热	206
11.2 沸腾传热	212
思考题	218
习题	218
第 12 章 辐射传热的计算	220
12.1 角系数的计算方法	220
12.2 两表面间的辐射传热	226
12.3 多表面间的辐射传热	229
12.4 辐射传热的强化与削弱	235
12.5 气体辐射	236
思考题	242
习题	243

第三篇 传热学专题

第 13 章 传热学专题	247
13.1 温度测量方法简介	247
13.2 隔热材料简介	249
13.3 传热问题数值计算商用软件简介	251

13.4	热管技术简介	253
13.5	传质学基础	255
	附录	262
附录 1	常用单位换算表	262
附录 2	金属材料的密度、比热容和导热系数	263
附录 3	保温材料、耐火材料、建筑材料及其他材料的密度和导热系数 ...	265
附录 4	几种材料的导热系数与温度间的拟合关系	267
附录 5	1 标准大气压下干空气的热物理性质	268
附录 6	1 标准大气压下标准烟气的热物理性质	270
附录 7	1 标准大气压下过热水蒸气的热物理性质	271
附录 8	饱和水的热物理性质	272
附录 9	干饱和水蒸气的热物理性质	274
附录 10	1 标准大气压下一些气体的热物理性质	276
附录 11	一些液体的热物理性质	278
附录 12	液态金属的热物理性质	281
附录 13	无限大平板非稳态导热线算图	282
附录 14	长圆柱非稳态导热线算图	283
附录 15	球体非稳态导热线算图	284
附录 16	部分毕渥数下对应特征方程 (8-17) 的前 6 个根 μ_n	285
附录 17	部分毕渥数下对应特征方程 (8-21) 的前 6 个根 μ_n	286
附录 18	误差函数表	287
	参考文献	288



第一篇
基础传热学

第1章 概述

本章将介绍如下几个问题：传热学的研究内容；传热学在一些典型工程技术领域的应用；热量传递的机理和基本模式；如何确定实际问题中的传热模式；如何利用能量守恒定律分析传热问题。掌握这些传热学的基础知识和基本分析方法至关重要。

1.1 传热学的研究内容及其应用

1.1.1 传热学的研究内容

热能是自然界最普遍的一种能量存在形式。宇宙中一切物质，无论是像人、树木一样的生物体，还是像尘土、冰川一样的非生物体，都具有一定的热能。物质具有热能多少的宏观表现就是其温度的高低。根据热力学第二定律，凡是有温差的地方，就有热能自发地从高温物体传向低温物体，或从物体的高温部分传向低温部分。在不会引起歧义的情况下，通常也将热能传递称为热量传递。

传热学就是研究在温差作用下热量传递规律及其应用的一门科学。传热学和热力学都属于物理学中热学的分支。传热学的研究历史最早可追溯到1701年，英国科学家牛顿(I. Newton)在估算烧红铁棒的温度时，就提出了被后人称为牛顿冷却定律的数学表达式。1804~1822年，法国物理学家毕渥(J. B. Biot)、傅里叶(J. B. J. Fourier)等开始了导热问题的系统研究。1800年，英国天文学家赫歇尔(F. W. Herschel)在观察太阳光谱的热效应时发现了红外线，随后众多的物理学家对热辐射进行了理论和实验研究。到20世纪30年代，传热学逐渐成为一门独立的学科。

虽然热量传递的三种基本机理(热传导、热对流和热辐射)是大家所熟知的，但是一个具体问题究竟包含哪一种或哪几种热量传递方式，这些热量传递方式之间是怎样的关系，还需要利用传热学知识去判断，这也是研究传热问题的基础。温差是传热的条件，确定物体内部的温度分布就成为传热问题研究的核心。在很多的工程问题中，我们还必须定量计算热量传递的速率，以便对换热设备进行设计或者优化。以上这些内容就构成了传热学的主要研究内容。

传热学中常用热流量和热流密度表示热量传递速率的大小。热流量表示单位时间内通过某一给定面积的热量，用符号 Φ 表示，其国际单位是W；热流密度则是单位时间内通过单位面积的热量，用 q 表示，国际单位为 W/m^2 。

1.1.2 传热学的工程应用

传热不仅是常见的自然现象，而且广泛存在于工程技术的各个领域。在能源动力、建筑环境、材料冶金、石油化工、机械制造、航空航天等工业中，传热学发挥着极其重要的作用；生物医学、电气电子、食品加工、轻工纺织、农业生产等领域也都在不同程度上依赖传热研究的最新成果。虽然在各行业中遇到的传热问题千差万别，但从传热研究的角度这些问题大致可分为两种：一种主要是为了确定物体内部或空间区域中的温度分布，以便对其温度进行控制，使设备能安全地运行；另一种则主要是为了计算传热过程中热量传递的速率，以及确定在一定条件下强化传热或削弱传热的技术途径。

下面对一些技术领域或工程中的传热现象及其应用情况进行简单介绍，以帮助读者对传热学的应用背景和研究对象有一个初步的认识。

(1) 火力发电厂。火力发电厂是利用煤、石油、天然气等燃料生产电能的工厂。图 1-1 所示为火力发电厂生产过程示意图，燃料在锅炉中燃烧加热水使之成为蒸汽，将燃料的化学能转变成热能；蒸汽推动汽轮机旋转，热能转换成机械能；然后汽轮机带动发电机旋转，将机械能转变成电能。整个过程在实现能量转换的同时也存在着大量的热量传递过程。

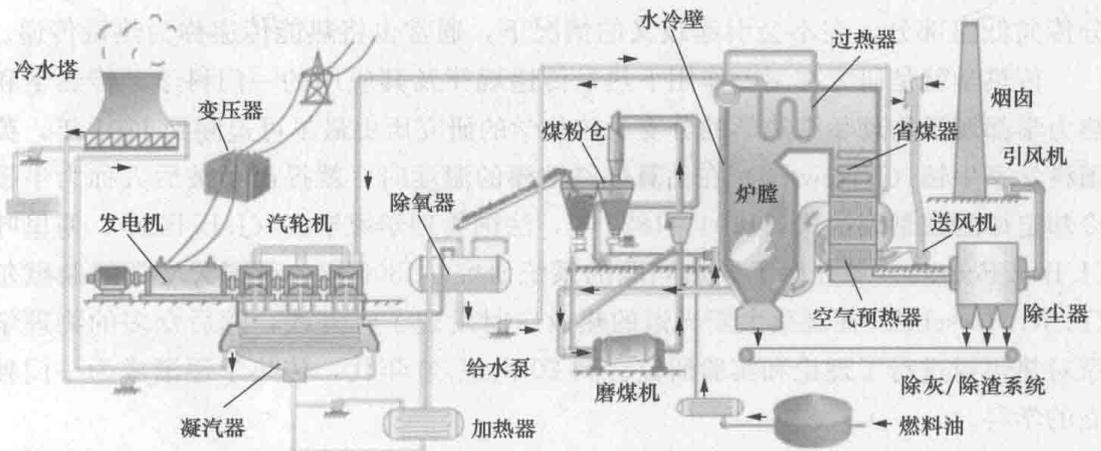


图 1-1 火力发电厂生产过程示意图

锅炉的水冷壁、过热器、再热器、省煤器、空气预热器及凝汽器等都是两种流体进行热交换的设备，这些设备的热力性能设计及其运行都直接影响机组的技术经济指标。机组中一些厚壁设备，如汽包、汽轮机的汽缸壁等，在启动、停机或变工况运行中其内部的温度控制对机组的安全性有重要的影响。发电机转子、定子及铁芯冷却技术的提高也是大机组发展中的一项关键技术。

(2) 建筑环境工程。为人们提供舒适的居住场所，同时最大化地节约能源消耗，是现代建筑设计的重要指标之一。在我国，目前建筑能耗约占全社会总能耗的 1/3，其中最大的是采暖和制冷，与气候条件相近的发达国家相比，我国建筑

采暖能耗要高很多。因此,建筑物围护结构(墙体、门窗、屋顶等)的保温、隔热性能设计,将太阳能利用与建筑设计相结合,提高建筑物内暖通空调设备的能源利用效率都极为重要。

如图 1-2 所示,平板式太阳能集热器是收集太阳辐射能量进行热利用的一种装置,其中涉及多种形式的传热问题。近年来,随着技术的不断成熟,该装置也越来越多地用在节能建筑上得到使用。

随着人民生活水平的提高,空调得到越来越普遍的应用。图 1-3 所示为蒸汽压缩式空调制冷系统原理及蒸发器。系统中冷凝器和蒸发器传热性能的改进,对缩小空调体积、提高能效起着关键的作用,目前高效空调的制冷能效比(额定制冷量与额定功耗的比值)已达到 6.0。

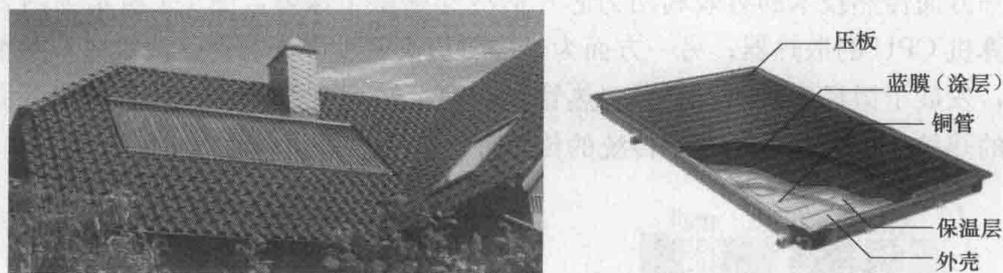


图 1-2 平板式太阳能集热器及其在建筑上的应用

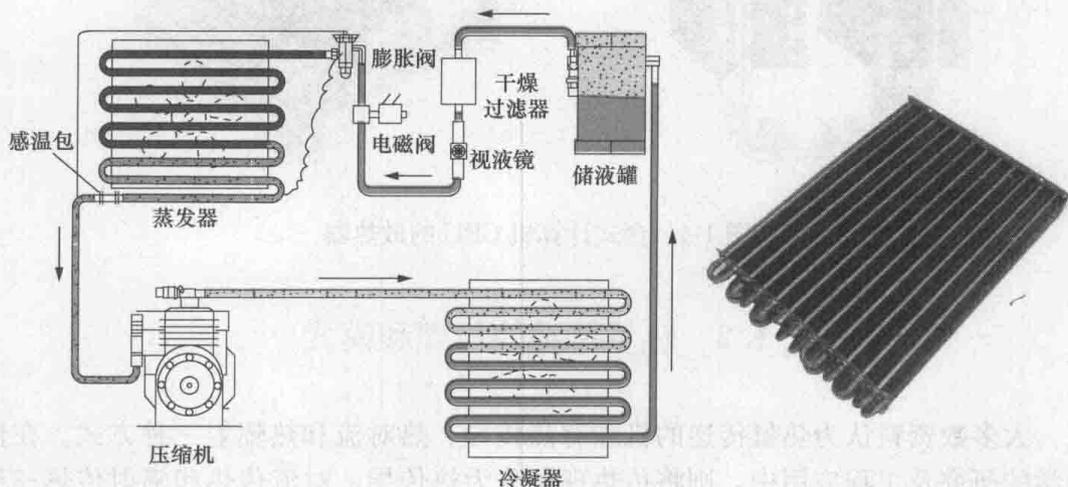


图 1-3 蒸汽压缩式空调制冷原理及蒸发器

(3) 航空航天。太空中飞行的航天器,向阳面和背阴面有很大的温差,如何阻挡太阳的高温热辐射和本身向低温(3K)太空的热辐射,确保座舱内宇航员的正常生活、工作,以及仪器设备的安全运行,在重返大气层时如何抵挡与大气摩擦产生的上千摄氏度高温,都是重要的工程传热问题。

(4) 金属热处理。在机械制造行业中,也存在着大量的传热问题,金属热处

理是其中最为典型的情况。金属热处理是将金属工件放在一定的介质中加热到适宜的温度，并在该温度下保持一定时间后，在不同的介质（空气、水、油）中冷却，通过改变金属材料表面或内部的显微组织结构来控制其性能的一种工艺。对热处理过程中不同工作条件、不同材质及几何形状下工件的温度场进行预测和控制，均需用到传热学的知识。

(5) 电子芯片的冷却。随着微电子制造技术的不断进步，蚀刻尺寸（在一个硅晶圆上所能蚀刻的一个最小尺寸）已从早期的 $3\mu\text{m}$ 发展到现在的 $20\sim 60\text{nm}$ 。虽然器件尺寸的缩小使得芯片上每个器件的功耗有所降低，但是电路的集成度增加了几个数量级，整个电子芯片单位面积上产生的热量急剧上升。如果不能及时将该热量散出，电子芯片温度就会上升，当温度超过一定极限就会发生故障或失效。一方面传热技术的有效利用为芯片的冷却提供了保障，图 1-4 所示为两款台式计算机 CPU 的散热器；另一方面为了应对更高密度电子芯片（或设备）的散热问题，发展了微尺度换热器、微型热管、微型记忆合金百叶窗、纳米流体等微细尺度的热控技术，这也拓展了传统的传热理论。

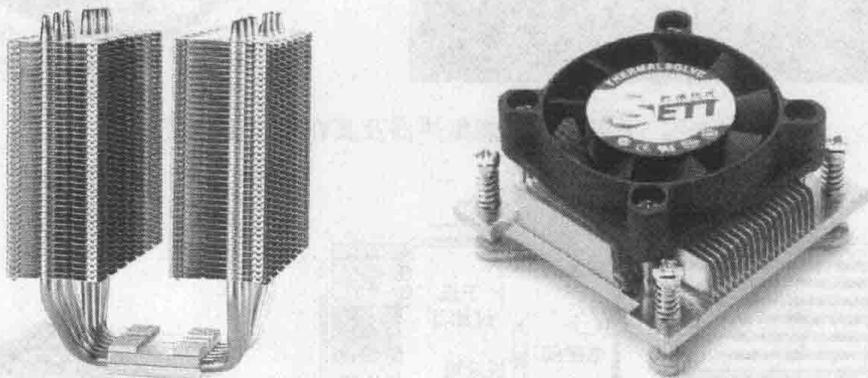


图 1-4 台式计算机 CPU 的散热器

1.2 热量传递的机理和模式

大多数资料认为热量传递的机理有热传导、热对流和热辐射三种方式。在传热学的研究及工程应用中，则将传热现象分为热传导、对流传热和辐射传热三种基本模式。

1.2.1 热传导

热传导也称为导热，是指依靠分子、原子及自由电子等微观粒子的随机热运动（热扩散）而引起的热量传递现象。通常导热发生在相互接触且温度不同的物体之间，或一个物体内部温度不同的各部分之间。如图 1-5 所示，手握金属棒的一端，将另一端伸进灼热的火焰，就会有热量通过金属棒传到手掌，这种热量传递现象就是由导热而引起的。典型的热传导问题还有：通过建筑物墙体的热量传

递、热力管道由内向外的散热、金属热处理过程中其内部的热量传递等。

导热是物体的固有属性，固体、液体和气体中都可能发生导热。从微观的角度来看，气体、液体、导电固体和非导电固体的导热机理是不同的。在气体中，导热是由分子的热运动和分子间的相互碰撞所引起的热量传递。图 1-6 所示为气体中热量传递的示意图，气体的温度越高，其分子的平均动能越大，不同能量水平的分子相互碰撞，使热量由高温处向低温处传递。在非导电固体中，导热是通过晶格的振动，即分子、原子在其平衡位置附近的振动来实现的，图 1-7 所示为非导电固体通过晶格振动导热的示意图。在导电固体中有相当多的自由电子，如图 1-8 所示，它们在晶格之间像气体分子那样运动，自由电子的运动在导电固体的导热中起着主要作用。对于液体的导热

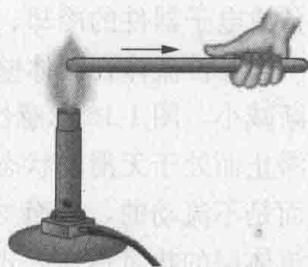


图 1-5 导热的示意图

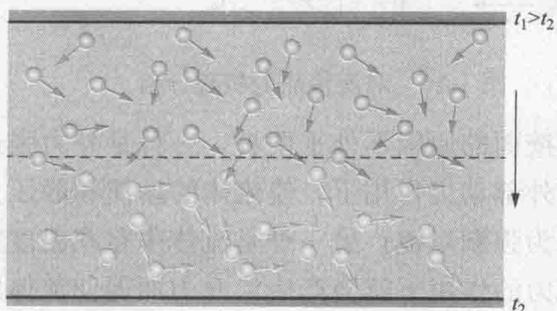


图 1-6 气体中热量传递的示意图

机理，至今还存在两种不同的观点。一种观点认为定性上类似于气体，只是分子间的距离更小、分子的相互作用更强；另一种则认为液体的导热机理类似于非导电固体，主要靠晶格的振动。微观机理的进一步论述已超出本书的范围，本书只讨论导热现象的宏观规律。

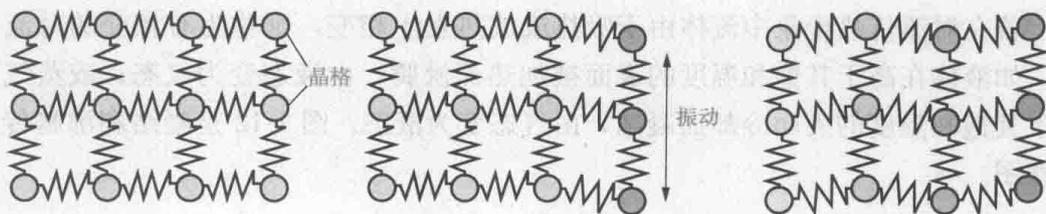


图 1-7 非导电固体中热量传递的示意图

1.2.2 热对流与对流传热

热对流是指流体发生宏观运动，由于流体迁移携带引起的热量传递。但是，当流体内存在温差时，也必将产生导热现象，因此，热对流往往和流体的导热同时发生。

传热学中一般不讨论单独的热对流问题，而是研究与之相关的对流传热（也称为对流

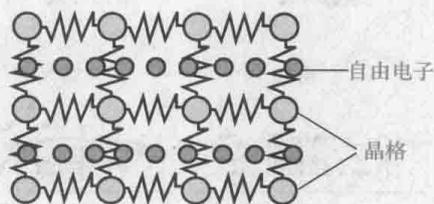


图 1-8 导电固体中热量传递的示意图

换热)，它是指流体与固体壁面之间有相对运动，且两者之间存在温度差时发生的热量传递现象。图 1-9 所示为对流传热的示意图，比较典型的对流传热问题有：

房间内空气与墙壁的换热、淬火过程中金属表面与周围流体的换热、冷风对电器设备或电子器件的冷却、工业换热器中冷、热流体与壁面的换热等。

当黏性流体在固体壁面上流动时，由于黏性的作用，在靠近壁面的地方流速逐渐减小，图 1-10 示意性地表示了这种近壁面处流速的变化，而在贴壁处流体将被滞止而处于无滑动状态。换句话说，贴壁处总会存在一个极薄的流体层相对于壁面是不流动的，壁面与流体间的热量传递必须穿过这个流体层，而穿过不流动的流体层的热量传递方式只能是导热。因此，从机理上来分析，对流传热包含了紧贴固体壁面处的纯导热和流体当中的热对流及导热。对流传热属于热量传递的一种模式。

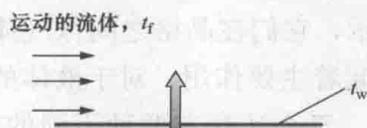


图 1-9 对流传热示意

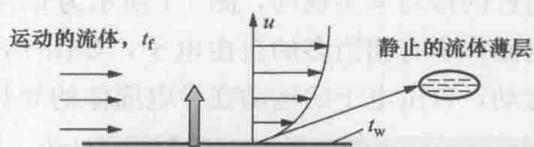


图 1-10 对流传热的机理分析

在对流传热现象中，驱使流体流过壁面的原因不外乎两种。一种是外力强迫流体流动，如在风机、泵或其他压差等外部动力作用下，使流体的动能和静压力提高，从而获得宏观速度，这种流动称为强制对流；另一种是流体中存在温度差异，导致流体中产生密度差异，在体积力的作用下就会产生浮升力而促使流体发生流动，这种流动称为自然对流。图 1-11 所示为强制对流和自然对流传热对比的示意图。

若在对流传热现象中流体由于吸热或放热发生相变，则称为有相变的对流传热。如液体在高于其饱和温度的表面被加热而沸腾，由液态变为气态；或蒸气被低于其饱和温度的表面冷却而凝结，由气态变为液态。图 1-12 是凝结和沸腾传热示意图。

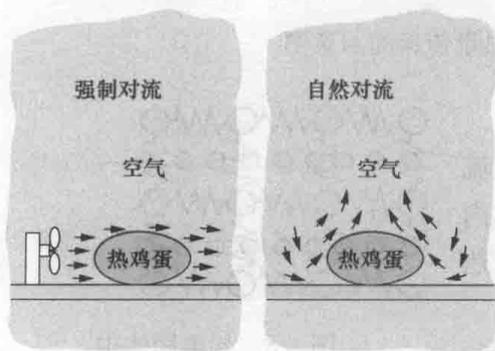


图 1-11 强制对流与自然对流的示意图

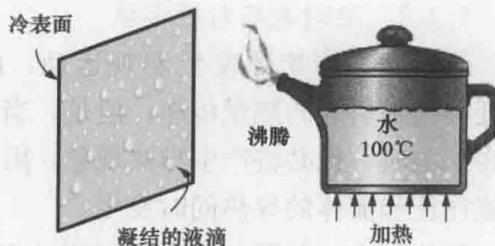


图 1-12 凝结与沸腾的示意图

无论是哪一类对流传热，其热流量目前仍使用牛顿冷却公式计算，即

$$\Phi = hA\Delta t \quad (1-1)$$

$$\Delta t = t_w - t_f (t_w > t_f), \text{ 或 } \Delta t = t_f - t_w (t_w < t_f)$$

式中： h 为整个固体表面上的平均表面传热系数， $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ； A 为流体与固体表面接触的面积， m^2 ； t_w 为固体表面的平均温度， $^{\circ}\text{C}$ ； t_f 为流体温度， $^{\circ}\text{C}$ 。

为了使读者对表面传热系数的大小有一个初步的印象，在表 1-1 中列举了一些对流传热过程的 h 数值范围。

表 1-1 一些对流传热的表面传热系数数值范围

对流传热类型	表面传热系数 h [$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$]
空气自然对流传热	1~10
水自然对流传热	200~1000
空气强制对流传热	5~100
高压水蒸气强制对流传热	500~3500
水强制对流传热	1000~15 000
水沸腾	2500~35 000
水蒸气凝结	5000~25 000

1.2.3 热辐射与辐射传热

辐射是指以波或粒子的形式传递能量的过程。任何物体均由微观的粒子（电子、质子、离子等）构成，并且处在不停的微观运动中，若由于某种原因，微观粒子的运动状态发生改变，就会伴随着辐射能量的产生。有多种原因可以诱使物体向外发射辐射，例如 γ 射线是原子核能级跃迁蜕变时释放出的射线，无线电波是导体中电流强弱的交替改变产生的电磁波。仅仅由物体内部微观粒子的热运动使物体向外发射辐射能的现象称为热辐射。

不同的辐射线具有不同的频率和波长。在日常生活和工业上常见的温度范围内，热射线的波长主要在 $0.1 \sim 100 \mu\text{m}$ 之间，包括部分紫外线、可见光 ($0.38 \sim 0.76 \mu\text{m}$) 和部分红外线三个波段。图 1-13 所示为热射线在整个电磁波谱中的位置。其中可见光又可按波长从长到短分为红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫七色光，红外线又可分为近红外 ($0.76 \sim 25 \mu\text{m}$) 和远红外 ($25 \sim 1000 \mu\text{m}$)。

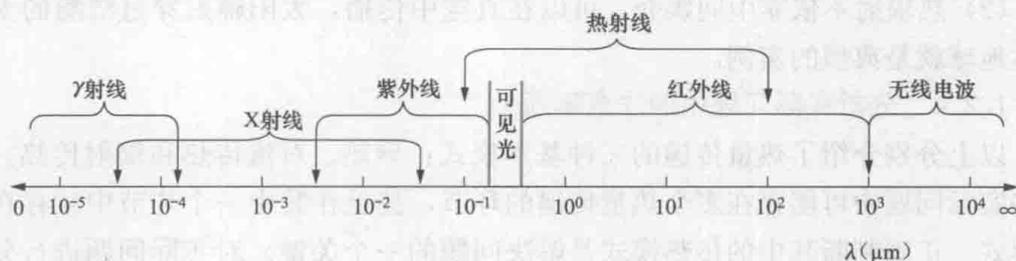


图 1-13 电磁波谱

物体产生的热辐射随波长的分布规律与其温度紧密相关。在工业上所遇到的温度范围内，即 2000K 以下，大部分辐射能量位于近红外的范围内，在可见光范围内的能量最多不超过 1.3% 。太阳辐射是与我们的日常生活紧密相关的，太阳相当于一个温度约为 5762K 的物体，太阳辐射的能量主要集中在 $0.2 \sim 3 \mu\text{m}$ 的波长范围内，且可见光所占的比例约为 45% 。

对于大多数的固体和液体，内部分子发出的热辐射被临近分子强烈吸收，

因此,由固体或液体表面向外发出的热辐射是由离暴露表面约 $1\mu\text{m}$ 之内的分子发出的。同样,当热辐射线穿过空间,落到固体或液体表面上,除了一部分能量将被表面反射以外,其余的将被表面薄层里密集分子吸收。虽然像玻璃、石英之类的固体和多数液体对可见光具有一定的透射性,但对红外辐射同样表现出强烈的吸收性。正因为这些原因,通常将固体或液体向外发出和吸收热辐射看作一种表面物理现象,即取决于材料的表面性质、特征和温度,与其内部状况无直接关系。

O_2 、 N_2 等具有对称结构的双原子气体无发射和吸收热辐射的能力,称为热辐射的透热介质,或非辐射性气体。因此,通常可将空气作为非辐射性气体。而 CO_2 、 H_2O (气)、 SO_2 、氟利昂等多原子气体和结构不对称的双原子气体(如 CO) 则具有辐射能力(包括辐射和吸收),它们被称为辐射性气体。工业上含碳燃料燃烧所产生的烟气一般含有大量的二氧化碳和水蒸气,因此必须将其作为辐射性气体考虑。例如在锅炉的炉膛内,燃料燃烧产生的热量就是主要通过烟气的热辐射传递给炉膛四周并联管组成的水冷包壳(水冷壁)的。

自然界中各个物体(固体或液体)都不停地向空间发出热辐射,同时又不断地吸收其他物体发出的热辐射。当两物体之间存在温差,并且被透热介质隔开时,两物体表面就会以热辐射的方式进行能量交换,其结果使高温物体失去热量,低温物体获得热量,这种热量传递现象称为辐射传热(或辐射换热)。

相比于导热和对流传热,辐射传热具有以下特点:

(1) 辐射传热总是伴随着物体的热力学能与辐射能这两种能量形式之间的相互转化,物体发射热辐射时,其热力学能转化为辐射能,在物体吸收热辐射时,辐射能又转化为物体的热力学能。

(2) 热辐射不依靠中间媒介,可以在真空中传播,太阳辐射穿过浩瀚的太空到达地球就是典型的实例。

1.2.4 分析实际问题中的注意事项

以上分别介绍了热量传递的三种基本模式:导热、对流传热和辐射传热。在一些实际问题中可能存在多个热量传递的环节,甚至在其中一个环节中就存在多种模式。正确判断其中的传热模式是解决问题的一个关键。对实际问题进行分析时,需要注意以下几点:

(1) 在不透热射线的密实固体内的热量传递只有导热。

(2) 对于像玻璃、塑料等固体材料以及液体,若表面有可见光波段的辐射存在,还需考虑该部分辐射在其内部的传递和吸收。

(3) 对于没有外力推动的液体和气体,若内部存在温度差异,必然会产生密度的差异,但是若密度增加的方向与体积力场方向一致,则不会产生浮升力,其内部的热量传递仍是导热,否则就会产生自然对流。

(4) 有宏观流动的流体与固体表面的换热一定有对流传热。但若流体为气体

(如空气), 则表面还必与其可见的其他表面进行辐射传热。

(5) 对于表面与外界的辐射传热, 一定要明确是与哪个表面或介质之间发生辐射传热的。

1.2.5 稳态传热与非稳态传热

无论是哪一种热量传递现象, 如果系统中各点的温度不随时间而改变则称为稳态传热, 反之则称为非稳态传热。本书在导热问题中会涉及非稳态过程, 而对于对流传热和辐射传热只讨论稳态的情况。

例题 1-1 图 1-14 中在两个温度不同的水平夹层内有液体存在, 试分析 (a) 和 (b) 中冷、热表面间热量传递的模式有何不同?

题解:

(a) 中热量传递的模式为热传导。虽然水平夹层中液体上、下有温度差, 也存在密度差异, 但是下层的温度低、密度大, 上层温度高、密度小。密度增加的方向与重力场方向一致, 不会产生浮升力。此外, 上、下表面发出的热辐射都属于红外辐射, 无法穿透液体层, 因此两表面之间不会有辐射传热的存在。

(b) 中热量传递的模式为自然对流传热。该情况正好与 (a) 相反, 下层流体密度小, 上层流体密度大, 因此在重力场作用下, 流体发生宏观的运动, 流体与上、下壁面之间发生自然对流传热。

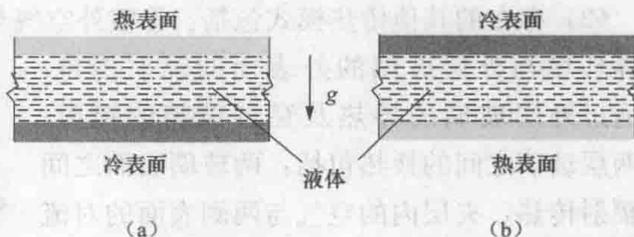


图 1-14 例题 1-1 附图

例题 1-2 如图 1-15 所示, 将一个高温的金属件悬吊在房间中, 分析其冷却过程的传热模式。

题解:

该问题中的热量传递分为两个环节, 首先是热量从金属件的内部向表面的传递, 然后通过表面向周围环境的散热。由于金属件的温度随时间变化, 故该问题属于非稳态传热。

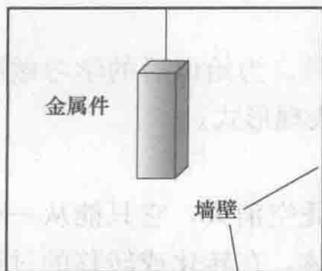


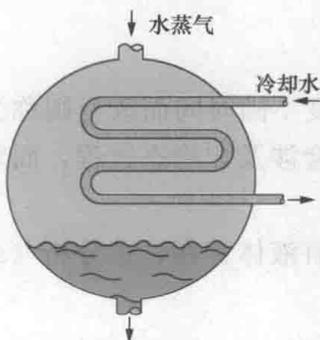
图 1-15 例题 1-2 附图

在第一个环节, 即热量从金属件的内部向表面的传递, 传热模式只能是导热。在第二个环节, 金属件表面与环境的换热又分两个方面, 一方面是与周围空气进行的对流传热, 且属于自然对流传热; 另一方面是与周围墙壁进行的辐射传热。

例题 1-3 换热器是工业上常见的一种设备, 它将热流体的部分热能传递给冷流体, 使流体温度达到工艺流程规定的指标。图 1-16 给出了一种用于将水蒸气凝结的换热器示意图, 分析其中存在的传热模式。

题解:

该问题中的热量传递分为三个环节,分别是:从水蒸气到冷却管外壁面的传热;从冷却管外壁面到内壁面的传热;从冷却管内壁面到冷却水的传热。



在第一个环节中,水蒸气在冷却管外壁面凝结释放热量,属于有相变的对流传热;在第二个环节中,热量以导热的形式从冷却管外壁面传到内壁面;在第三个环节中,冷却管内壁面与冷却水进行强制对流传热。

例题 1-4 对一个双层玻璃窗的传热模式进行分析(见图 1-17)。分析的条件是:夏季的白天,有太阳光线照射到玻璃窗,室外的空气温度高于室内的空气温度。

题解:

(1) 多数普通玻璃对可见光具有很高的穿透性(大于 90%以上),因此大部分太阳辐射可以直接穿过玻璃到达室内。

(2) 存在的其他传热模式包括:①室外空气与外层玻璃的外表面的对流传热,外界环境与外层玻璃的外表面的辐射传热;②通过外层玻璃的导热及穿过玻璃的辐射;③两层玻璃之间的换热包括:两玻璃表面之间的辐射传热、夹层内的空气与两侧表面的对流传热(若间距和温差很小时,也可视为导热);④通过内层玻璃的导热及穿过玻璃的辐射;⑤内层玻璃窗表面与室内空气的自然对流传热,也有与其他表面的辐射传热。

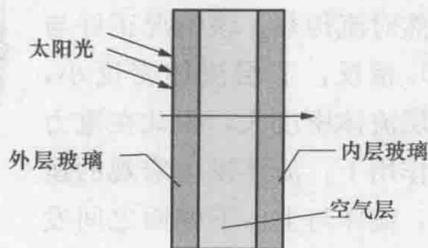


图 1-17 例题 1-4 附图

1.3 能量守恒定律在分析传热现象中的应用

在传热现象分析中,能量守恒定律是非常重要的工具。为给以后的学习做准备,现给出能量守恒定律在分析传热现象中的一些具体表现形式。

1.3.1 能量守恒定律的基本形式

能量守恒定律指出:能量既不会凭空产生,也不会凭空消失,它只能从一种形式转化为其他形式,或者从一个物体转移到另一个物体,在转化或转移的过程中,能量的总量不变。能量守恒定律是自然界最普遍、最重要的基本定律之一。能量守恒定律可表示为如下形式:

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E \quad (1-2)$$

式中: E_{in} 和 E_{out} 分别为进入和离开系统的总能量; ΔE 为系统总能量的增加。

系统的总能量 E 包括：①系统的热力学能。广义热力学能是指构成系统的所有分子无规则运动动能（内动能）、分子间相互作用势能（内位能）、分子内部以及原子核内部各种形式能量的总和。内动能是温度的函数，对应的这部分能量也称为显能；内位能的改变将影响物质相态（固态、液态和气态）的转变，这部分能量则称为潜能。内动能和内位能之和就是我们在传热研究中关心的热能。由于通常的物理过程不涉及分子内部以及原子核内部能量的变化，所以热能也可看作是狭义的热力学能。②系统的动能和势能。动能取决于物体的宏观运动速度，势能取决于物体在外力场中所处的位置。它们都是因为物体做机械运动而具有的能量，所以合称为机械能。

通过边界进、出系统的能量包括：①以传热模式（导热、对流传热或辐射传热）传递的热量；②在系统边界处发生的功（由于边界移动、轴转动等），外界对系统做功，或系统对外界做功；③工质携带的能量，如果有流体流入、流出系统，则流体必定携带相应的热能和机械能。

在传热问题的研究中，有时候会遇到分子内部或原子核内部储存能量（即除热能以外的热力学能部分）的改变，其改变部分通常会转化成热能。如物体内部存在化学反应时，将有化学能与热能的转换；物体内部有核反应时，核能转变为热能；物体内部有电流通过时，电能转变为热能。对于这些系统内产生的热量，通常将其当作系统的内热源。若系统存在内热源，则式（1-2）的能量守恒关系式可改写为如下形式，即

$$E_{\text{in}} - E_{\text{out}} + Q_{\text{g}} = \Delta E_{\text{st}} \quad (1-3)$$

式中： E_{st} 为仅包括系统总能量中的热能和机械能； Q_{g} 为内热源所生成的热量。

内热源产生热量的多少与产生热源的容积及热源强度有关。内热源强度定义为内热源在单位体积内单位时间所产生的热量，用符号 $\dot{\Phi}$ 表示，单位是 W/m^3 。若系统内热源强度均匀，则有

$$Q_{\text{g}} = \dot{\Phi} V \Delta \tau \quad (1-4)$$

下面对几种常见包含传热现象的控制系统进行能量守恒分析。

1.3.2 封闭控制容积

对于如图 1-18 所示的一个封闭的控制容积，它的边界通过传热与外界交换能量，容积内部有内热源存在，系统没有机械能的变化。对于该类型问题，在一个时间段 $\Delta \tau$ 内，其能量守恒关系可表示为如下具体形式，即

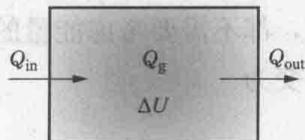


图 1-18 封闭控制容积的能量守恒关系

$$Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}} + Q_{\text{g}} = \Delta U \quad (1-5)$$

式中： ΔU 是储存在控制容积中热能的增量； Q_{in} 和 Q_{out} 为通过界面传入和传出控制容积的热量。

在单位时间内, 考虑上面的能量守恒关系, 可用式 (1-6) 表达, 即

$$\frac{dU}{d\tau} = \Phi_{in} - \Phi_{out} + V\dot{\Phi} \quad (1-6)$$

式中: $dU/d\tau$ 为系统的热力学能增加速率; Φ_{in} 和 Φ_{out} 是通过界面传入和传出控制容积的热量。对于稳态问题, 必定有 $dU/d\tau=0$ 。

1.3.3 稳定流动的开口控制容积

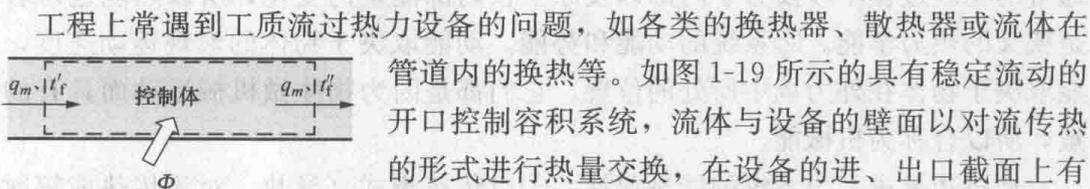


图 1-19 稳定流动的
开口控制容积

工程上常遇到工质流过热力设备的问题, 如各类的换热器、散热器或流体在管道内的换热等。如图 1-19 所示的具有稳定流动的开口控制容积系统, 流体与设备的壁面以对流传热的形式进行热量交换, 在设备的进、出口截面上有流体的流入和流出。流体流动处于稳定状态。

在本书所讨论的问题中, 认为流体无内热源, 没有机械能与功的转化, 系统进、出口截面上机械能的变化也很小, 流体可作为不可压缩流体处理。

在单位时间内, 该开口控制容积的能量守恒关系可表示为

$$\Phi = q_m(h_{out} - h_{in}) \quad (1-7)$$

式中: Φ 为流体与设备的边界上以对流传热形式传入的热量; q_m 为进出截面的质量流量, kg/s; h 为流体比焓, J/kg, 下标 “in” 和 “out” 表示进、出截面。

对于无相变的流动过程, 式 (1-7) 也可以写成

$$\Phi = q_m c_p (t''_i - t'_i) \quad (1-8)$$

式中: c_p 为流体的平均比定压热容; t'_i 和 t''_i 为进、出截面的流体的平均温度。

对于相变的流动过程, 式 (1-7) 表示为

$$\Phi = q_m r \quad (1-9)$$

式中: r 为流体的汽化潜热 (蒸发焓), J/kg。

1.3.4 表面的能量守恒

在传热学的研究中, 也经常对系统或物体的某一表面进行能量守恒关系的分析。在这种情况下, 控制表面既没有体积, 也没有质量, 无论稳态还是非稳态问题, 都不需要考虑能量的储存, 也不需要考虑内热源是否存在。此时能量守恒方程变为

$$\Phi_{in} = \Phi_{out} \quad (1-10)$$

例题 1-5 对例题 1-2 高温金属件冷却过程中的能量守恒关系进行分析。

题解:

例题 1-2 题解已对金属件冷却过程中的传热模式进行了分析。热量从金属件的内部以导热形式向表面传递, 金属件表面以对流传热和辐射传热的形式向外界散热。

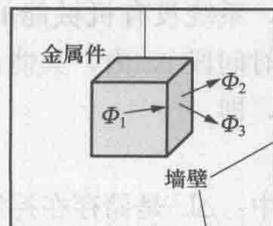


图 1-20 例题 1-5 附图

若以金属件整个外表面作为研究对象,可利用式(1-10)列出任意时刻整个表面的能量守恒关系为

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

式中: Φ_1 、 Φ_2 、 Φ_3 分别为从金属件内部以导热形式传向表面的热流量、金属件表面的对流散热热流量和辐射散热热流量。

若以整个金属件作为研究对象,则可利用式(1-6)列出任意时刻整个金属件的能量守恒关系为

$$\int_V \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} dV = -(\Phi_2 + \Phi_3)$$

讨论:通过对该问题的分析可知,对一个具体的传热现象分析,如何选取研究对象,需要根据问题的具体特点和研究目的来确定。

例题 1-6 若例题 1-3 中的换热器在如下参数下稳定运行:饱和蒸汽的温度为 33°C ,蒸汽流量为 2kg/s ,冷却水的进口温度为 18°C ,出口温度为 26°C 。忽略换热器向外界的散热,计算所需冷却水的流量。

题解:

分析:根据例题 1-3 的分析,该换热器中有三个热量传递环节,即冷却管外壁面凝结形式的对流传热、从冷却管外壁面到内壁面的导热、冷却管内壁面与冷却水进行的强制对流传热。在稳定运行下,且忽略换热器向外界的散热时,三个环节所传递的热流量相等。

计算:根据附录查得 33°C 下水的汽化潜热为 2423.56kJ/kg ,利用式(1-9)可得换热器蒸汽凝结放出的热流量为

$$\Phi = q_m r = 2 \times 2423.560 = 4847.120(\text{W})$$

冷却水的平均温度为 $\bar{t}_f = (t'_f + t''_f)/2 = (18 + 26)/2 = 22(^\circ\text{C})$,查附录,并做差值计算得冷却水平均比定压热容 $c_p = 4181\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

利用式(1-10)可得换热器冷却水的流量为

$$q_m = \frac{\Phi}{c_p(t''_f - t'_f)} = \frac{4847.120}{4181 \times (26 - 18)} = 144.92(\text{kg/s})$$



思考题

- 1-1 说明热对流与对流传热的联系和区别。
- 1-2 与导热和对流传热相比,辐射传热有何特点?
- 1-3 热辐射与其他形式的辐射有何区别?
- 1-4 有无可能发生无温差的传热,或热量由低温物体传至高温物体的情形?
- 1-5 你认为传热学与热力学的研究对象和研究内容有什么相同和不同?
- 1-6 说明热力学能、热能和热量的区别。
- 1-7 什么叫做内热源?内热源的强度如何表示?

1-8 为什么针对控制容积和针对表面的能量平衡关系有根本的差别?

1-9 一位家庭主妇告诉她的工程师丈夫说,站在打开门的冰箱前会感觉很冷。丈夫说不可能,理由是冰箱内没有风扇,不会将冷风吹到她的身上。你觉得是妻子说得对,还是丈夫说得对?为什么?

1-10 夏季会议室中的空调把室温定在 24°C , 同一个房间在冬季供暖季内将室温也调到 24°C 。但是夏季室内人们穿短裤、裙子感觉舒适,冬季则必须穿长袖上衣、长裤甚至毛衣才舒适。请问这是为什么?

1-11 解释冬天玻璃暖房的温室效应是如何形成的。

习 题

1-1 在冬天,某房间内有取暖设备,室内的空气温度高于室外。试对通过房间墙壁(单层砖墙)的散热过程进行分析,说明各环节的传热模式。

1-2 试分析一个灌满热水的暖水瓶(由抽真空的双层玻璃构成)的散热过程及其中的各传热模式。

1-3 一个可近似看作圆球形的食物(例如鸡蛋),在沸水中煮熟后取出进行冷却。指出下面几种冷却过程中食物表面的传热模式:①放在一个大容器的静止冷水中;②用流动的冷水冲击;③悬放在室内;④悬放在室内,同时用冷风吹。

1-4 厂房内有一根输送热水的管道,管道材质为普通碳钢,其外面包有保温层,对其中的热量传递模式进行分析。

1-5 对火力发电厂中锅炉省煤器的热量传递模式进行分析。

1-6 对蒸气压缩式空调制冷系统中的冷凝器和蒸发器热量传递模式进行分析。

1-7 一个电烙铁,通电后其温度将逐渐升高,分析其中的传热模式及能量守恒关系。

1-8 附图是一个散热器的实物图,其底面接触热源,温度较高,平行的散热片之间有冷空气流过。对其中的热量传递模式进行分析。

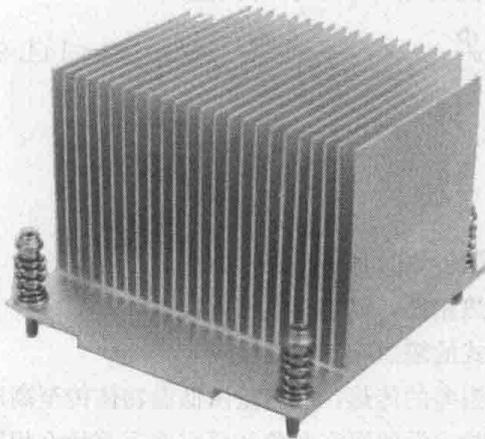


图 1-21 习题 1-8 附图

1-9 对一个平房屋顶所涉及的传热模式进行分析：①在白天，有太阳辐射投射到屋顶表面，且室外温度高于室内温度；②在晚上，室内温度高于室外温度。

1-10 有一个家用电加热壶，其加热功率为 2000W，容量为 1.7L。若某次烧水测定中，5min 将 20℃ 的水加热到了 100℃。计算：①水的平均升温速率；②加热过程中有多少的热量散失。

1-11 热线风速仪是工业上用于测量空气流速的一种仪器。其原理是将感测元件——一根通以电流而被加热的细金属丝置于通道中，当气体流过它时将带走一定的热量，该热量与流体的速度有关。某热线风速仪的探头直径为 0.5mm，长度为 20mm。通过标定已知 $u=6.25 \times 10^{-5} h^2$ ，式中速度 u 和表面传热系数 h 的单位分别为 m/s 和 $W/(m^2 \cdot K)$ 。在一次应用中，空气温度为 20℃，风速仪探头表面温度稳定后为 70℃，加热丝的功率为 0.5W。计算表面传热系数及风速。

1-12 某类型的核燃料是由铀混合物粉末烧结成的二氧化铀陶瓷芯块，其形状可看作直径为 1cm 的长圆柱，在额定负荷时，其热功率相当于 $\dot{\phi}=1.5 \times 10^7 W/m^3$ 的内热源。在核燃料棒的外侧是厚度为 2mm 的锆合金套管。①计算锆合金套管外表面的热流密度；②若用 $t_f=120^\circ C$ 的介质进行冷却，表面传热系数 $h=3000 W/(m^2 \cdot K)$ ，计算锆合金套管外表面的温度。

第2章 导 热

在第1章中已经指出,导热是指依靠分子、原子及自由电子等微观粒子的随机热运动而引起热量传递的现象。导热主要发生在相互接触且温度不同的物体之间,或一个物体内部温度不同的各部分之间。本章主要介绍下面几个问题:导热问题的基本分类;导热现象遵循的基本定律;表征材料导热性能的物性参数——导热系数;典型的无内热源、稳态、一维导热问题的分析求解;以及非稳态导热的集总参数模型。

2.1 导热问题的分类和导热基本定律

2.1.1 导热问题的分类

1. 按照导热体的温度随时间的变化

在导热过程中,如果各空间位置处的温度不随时间发生变化,则称为稳态导热,否则为非稳态导热。

应该说,绝对的稳态导热是不存在的,所谓的稳态导热,只是在一定的时间范围内,物体的温度变化足够小,我们将其近似处理的情况。例如,对于一个房间墙壁,仅仅研究其在某一时间段内的导热,且内、外侧温度基本不变,就可以将其近似简化为一个稳态问题。工程中许多热力设备在恒定工况下运行时,其设备部件内部各处的导热常可以看作稳态问题。

绝大多数的非稳态导热是由导热体换热条件的变化引起的。例如一年四季或一天24h大气温度的变化引起的地表层、房屋建筑墙壁温度变化与导热过程;工程中热力设备(如蒸汽轮机、内燃机及喷气发动机等)在启动、停机或改变工况时引起的零部件内的温度变化与导热过程;热加工、热处理工艺中工件在加热或冷却时的温度变化和导热过程;火车在制动时由刹车瓦与车轮之间的摩擦热而引起的车轮的温度变化与导热过程等。

2. 按照导热体的温度在空间上的变化

按照导热体内的温度在空间坐标维度上的变化情况,可以将导热问题分为一维、二维和三维导热。在分析实际问题时,尽量将其简化为较低维数的问题,可以降低分析求解的难度。此外,选取合适的坐标系对分析问题也很有帮助。典型的一维导热体有平壁、圆筒壁和球壳。

平壁,也称为平板、大平壁或无限大平壁,是在直角坐标系中的一维导热体。如图2-1所示,通常是指其宽度 W 和高度 H 远大于厚度 δ 的平板状物体,对于这

种情况，物体边缘散热的影响可以忽略不计，即忽略沿物体高度与宽度方向的变化，而只考虑沿厚度方向的变化，亦即一维导热。经验证实，当平壁的高度和宽度大于厚度的10倍时，可视作无限大平壁，简称大平壁或平壁，例如玻璃窗、墙壁等。

圆柱或圆筒壁则是在柱坐标系中的一维导热体。如图2-2所示，通常是指圆筒壁长度远大于半径上的厚度情况，此时，圆筒壁两端散热的影响可以忽略不计，而只考虑沿半径方向的变化，亦即柱坐标系中的一维导热。如工厂的蒸汽管道，各种液、气体输送管道，以及供暖热水管道等。

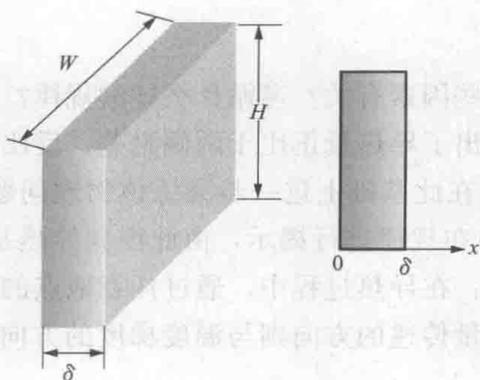


图 2-1 平壁示意图

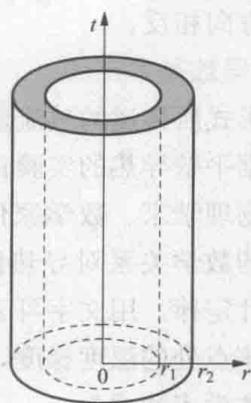


图 2-2 圆筒壁示意图

对于球或球壳形状的几何物体，如球形储气罐、储液罐等，一般其温度也是沿径向变化，其内部导热可以看作是在球坐标系中的一维问题。

2.1.2 温度场和温度梯度

1. 温度场

物体内的温度分布称为温度场。连续分布介质的温度场可用函数的形式表示，如对于在直角坐标系中三维的非稳态导热体，其温度场可表示为 $t=f(x, y, z, \tau)$ ；若导热体属于直角坐标系中的一维稳态导热，则其温度场为 $t=f(x)$ 。确定导热体中的温度场是研究导热问题的核心内容。

2. 等温面和等温线

在一个非等温的物体内部，把同一瞬间物体内部温度相同的各点连接起来构成的面称为等温面，它可能是平面，也可能是曲面。在任何一个二维的截面上，等温面表现为等温线。在对导热问题的研究中，常采用等温线的形式定性描述物体内的温度场情况。图2-3所示为等温线表示的一个物体内的温度场示例。

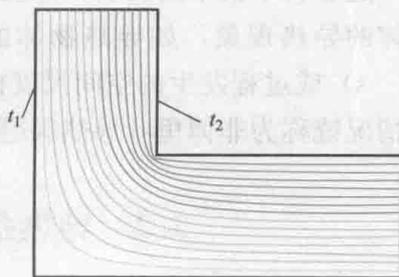
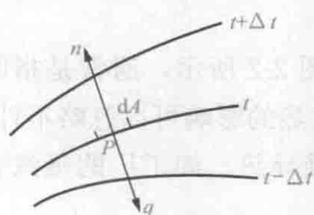


图 2-3 温度场的图示

3. 温度梯度

热流只能在两个等温线（面）之间进行传递，在具有连续温度场的物体内部，如图 2-4 所示，过任意一点 P 温度变化率最大的方向位于等温线的法线方向上，



称过点 P 的最大温度变化率为温度梯度，用 $\text{grad}t$ 表示，即

$$\text{grad}t = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta t}{\Delta n} \right) = \frac{\partial t}{\partial n} \quad (2-1)$$

温度梯度是矢量，其方向指向温度增加的方向，

图 2-4 等温线与温度梯度 热量总是从高温流向低温。因此，热流的方向总是与温度梯度的方向相反。

2.1.3 导热基本定律

以导热形式所传递的热流量与哪些因素有关？遵循什么样的规律？法国物理学家毕渥根据平壁导热的实验首先提出了导热系数正比于两侧温差、反比于壁厚的规律。法国物理学家、数学家傅里叶在此基础上进一步凝练该物理问题的本质，并用更严谨的数学关系对导热问题内在规律进行揭示，由此得到导热基本定律，也称为傅里叶定律。用文字可表述为：在导热过程中，通过任意地点的导热热流密度正比于该点处的温度梯度，而热量传递的方向则与温度梯度的方向相反，傅里叶定律的数学表达式为

$$\mathbf{q} = -\lambda \text{grad}t \quad (2-2)$$

式中： λ 为材料的导热系数（或热导率），与导热体的材料有关， $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

在直角坐标系下，各坐标轴方向上的热流密度分量可表示为

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}, q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}, q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \quad (2-3)$$

对于通过垂直于温度梯度的某截面（面积为 A ）的热流量为

$$\Phi = -\lambda A \text{grad}t \quad (2-4)$$

傅里叶定律揭示了导热热流与局部温度梯度间的内在联系，若已知导热体内部的温度分布，便可以利用导热基本定律确定导热的热流密度或热流量，它是研究导热问题的理论基础。

随着科学技术的发展，以及研究领域的扩展，现在也发现一些不遵守傅里叶定律的导热现象，如导热物体的温度极低（接近 0K ）、过程的时间极短（小于 10^{-12}s ）或过程发生的空间尺度极小（与微观粒子的平均自由行程相接近时）。这些情况统称为非傅里叶导热问题，本书仅讨论服从傅里叶定律的导热问题。

2.2 导热系数与导热问题的研究方法

2.2.1 导热系数

导热系数是物质的热物性参数，表示该物质导热能力的大小。根据傅里叶定

律的数学表达式, 有

$$\lambda = \frac{q}{|\text{grad}t|} \quad (2-5)$$

式(2-5)说明, 导热系数等于温度梯度的绝对值为1K/m时的热流密度。导热系数与材料的种类及其所处的状态有关。虽然现有理论提供了多数情况下物质内导热过程微观机理解释, 但是这些理论还不够完善, 除了理想气体和晶体等比较简单情况以外, 绝大多数材料不能用理论方法精确计算其导热系数。各种实际应用材料的导热系数主要是根据式(2-5)通过实验测得的。不同材料的导热系数数值差别很大, 表2-1列出了一些典型材料在常温下的导热系数数值。

表 2-1 几种典型材料在 20℃ 时的导热系数数值

材料名称	λ [W/(m·K)]	材料名称	λ [W/(m·K)]
金属 (固体):		液体:	
纯银	427	水 (0℃)	0.551
纯铜	398	水 (20℃)	0.599
黄铜 (70%Cu, 30%Zn)	109	水银 (汞)	7.90
纯铁	81.1	饱和氨水	0.479
碳钢 (约 0.5%C)	49.8	11 号润滑油	0.143
非金属 (固体):		气体: (大气压力)	
玻璃	0.65~0.71	空气	0.0259
水泥	0.3	氮气	0.0256
软木板	0.044~0.079	氢气	0.177
冰 (0℃)	2.22	水蒸气 (0℃)	0.0183

从表2-1可以看出: 一般金属的导热系数大于非金属的导热系数 (相差1~2个数量级); 纯金属的导热系数大于它的合金; 对于同一种物质来说, 固态的导热系数最大, 气态的导热系数最小。例如同样是在0℃, 冰的导热系数为2.22W/(m·K), 水的导热系数为0.551W/(m·K), 水蒸气的导热系数为0.0183W/(m·K)。

国家标准 GB/T 4272—2008 中规定, 在平均温度为298K (25℃) 时的导热系数不大于0.08W/(m·K) 的材料称为保温材料 (或绝热材料), 如膨胀塑料、膨胀珍珠岩、矿渣棉等。绝大多数保温材料具有多孔或纤维结构, 这些材料不是均匀介质, 它们的导热系数均是表观导热系数, 或称作折算导热系数。相当于和多孔材料物体具有相同的形状、尺寸和边界温度, 且通过的导热热流量也相同的某种均质物体的导热系数。

一般来说, 所有物质的导热系数都是温度的函数。大多数纯金属的导热系数随温度的升高而减小, 例如在10K 的温度下, 纯铜的导热系数可达12000 W/(m·K);

而一般合金与非金属、气体的导热系数则随温度的升高而增大；大多数液体的导热系数随温度的升高而减小，而水、甘油等强缔合液体的导热系数随温度的升高而增大。详细情况可参考有关手册。对于绝大多数材料，其导热系数可以近似地

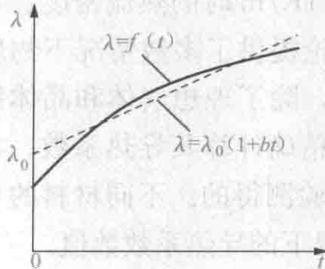


图 2-5 导热系数 λ 与温度 t 的关系

认为随温度线性变化，表示为

$$\lambda = \lambda_0(1 + bt) \quad (2-6)$$

式中： λ_0 为按式 (2-6) 计算的材料在 0°C 下的导热系数数值，并非材料在 0°C 下的导热系数真实值，如图 2-5 所示； b 为由实验确定的常数，其数值与物质的种类有关。

2.2.2 导热问题的研究方法

对于纯导热问题的研究，目前主要采用数学分析的方法和数值计算的方法。

1. 数学分析的方法

在充分认识与分析导热物理过程的基础上，借助于合理的假设与简化，建立问题的物理模型，并给出对应的数学描写（数学模型），然后通过数学的方法理论上求解出导热体的温度分布，这就是采用数学分析的方法求解导热问题。傅里叶于 1822 年发表了著名论著《热的解析理论》，成功地完成了创建导热理论的任务，并采用数学方法求解了一些典型几何形状物体的导热问题。本书中导热问题的求解多是通过数学分析法进行的。

2. 数值求解与数值模拟

数值求解物理问题的基本思想是：把原来在空间与时间域内连续的物理量场用有限个离散点上的值的集合来代替，通过一定的原则建立起这些离散点上物理量值的代数方程（亦称为离散方程），求解所建立起来的代数方程组获得所求离散点上物理量值。数值模拟也叫计算机模拟，它以计算机为手段，通过数值计算和图像显示的方法，达到对工程问题和物理问题乃至自然界各类问题研究的目的。目前，数值模拟已成为很多科学和技术领域的重要研究手段。传热问题是最早使用数值模拟研究的物理问题之一，而且从 20 世纪 70 年代起就已形成了传热学的一个新兴的分支——数值传热学。本书将在第 9 章专门介绍导热问题的数值求解。

2.3 无内热源的一维稳态导热

本节将对典型一维几何体（平壁、圆筒壁和球壳）的无内热源、稳态导热问题进行分析，给出它们内部的温度分布规律及导热量的计算公式。

2.3.1 通过平壁的稳态导热

1. 单层平壁

在 2.1 节我们已对平壁做了介绍，它是在直角坐标系中的一维问题，虽然问

题简单, 但其在工程上却应用广泛。现在讨论如下情况的平壁导热问题, 已知: 平壁的面积 A , 厚度为 δ , 两侧面温度 t_1 、 t_2 恒定不变, 材料的导热系数 λ 为常数, 内部无其他热源存在。

建立如图 2-6 所示的示意图及坐标系, 并取厚度为 dx 的微元段作为研究对象。

由于平壁处于稳态, 平壁中各处的热力学能不发生变化, 平壁内也没有其他的热源存在, 利用式 (1-6) 封闭控制容积的能量守恒关系, 可得

$$\Phi_{\text{in}} - \Phi_{\text{out}} = 0 \quad (2-7)$$

在该问题中 Φ_{in} 和 Φ_{out} 就是微元段左、右两侧的导热量, 说明对于该问题, 平板内任意截面上的导热量保持不变, 即 $d\Phi/dx=0$ 。

温度仅沿 x 方向变化, 其温度梯度必然为

$$\text{grad}t = \frac{dt}{dx} \quad (a)$$

此时, 导热基本定律可表示为

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dx} \quad (b)$$

因此可得

$$\frac{d\Phi}{dx} = \frac{d}{dx} \left(-\lambda A \frac{dt}{dx} \right) = 0 \quad (c)$$

平壁的面积 A 和导热系数 λ 均为常数, 式 (c) 变为

$$\frac{d^2t}{dx^2} = 0 \quad (d)$$

式 (d) 表示了平壁内温度随坐标 x 方向的变化规律, 该微分方程的通解为

$$t = c_1x + c_2 \quad (e)$$

为确定通解中的两个待定系数, 可利用平壁两侧面的温度条件

$$x = 0, \quad t = t_1 \quad (f)$$

$$x = \delta, \quad t = t_2$$

将 (f) 代入 (e) 可解得

$$c_2 = t_1, \quad c_1 = -\frac{t_1 - t_2}{\delta} \quad (g)$$

则平壁内的温度分布为

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\delta}x \quad (2-8)$$

可见, 当导热系数 λ 为常数时, 平壁内稳态导热的温度呈线性分布, 温度分布曲线的斜率为

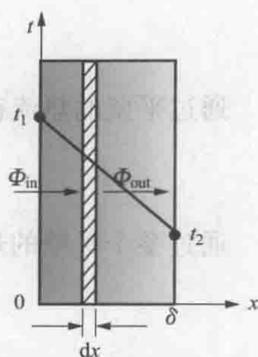


图 2-6 平壁
导热示意图

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{t_1 - t_2}{\delta}$$

通过平壁的热流密度可由傅里叶定律得出

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \lambda \frac{t_1 - t_2}{\delta}$$

通过整个平壁的热流量为

$$\Phi = Aq = A\lambda \frac{t_1 - t_2}{\delta} \quad (2-9)$$

热量传递与自然界中的其他传递过程，如电量的传输、动量的传递、质量的传递有类似之处。各种传递过程的共同规律可归结为：过程中的传递量=过程的动力/过程的阻力。

在电学的直流电路中，通过电路的电流由欧姆定律给出

$$I = \frac{U}{R}$$

在传热学研究中，也经常将一些热量传递过程与电路中的电流传递过程相对应，并得到热阻的概念。

对于单层平壁的稳态导热为

$$\Phi = A\lambda \frac{t_1 - t_2}{\delta} = \frac{\Delta t}{R} \quad (2-10)$$

式中： $R = \delta / (\lambda A)$ 称为通过平壁的导热热阻，K/W。

对于平壁的单位面积而言，导热热阻为 $R_A = \delta / \lambda$ ，称为面积热阻，单位为 $\text{m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}$ 。以后在不至于混淆的情况下均称为热阻。

按照类似的方法，对流传热的牛顿冷却公式 (1-1) 也可表示成

$$\Phi = \frac{t_w - t_f}{1/(hA)} = \frac{\Delta t}{R} \quad (2-11)$$

式中： $R = 1/(hA)$ 称为对流传热热阻，K/W。单位面积上的对流传热热阻为 $1/h$ 。

热阻概念的建立为复杂热量传递过程的分析带来很大的便利。比如，可以借用比较熟悉的串、并联电路的分析方法来分析热量传递过程，也称为热网络分析法。

2. 多层平壁

多层平壁是指由几层不同材料叠在一起组成的平壁。例如，房屋的墙壁，以红砖为主体，内有白灰层，外抹水泥砂浆；锅炉炉墙，内壁为耐火材料层，外为钢板，中间为保温材料。

下面以图 2-7 所示的三层平壁作为讨论对象，假设三层平壁材料的导热系数分别为 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 ，且为常数，厚度分别为 δ_1 、 δ_2 、 δ_3 ，平壁两侧外表面分别保持均匀恒定的温度 t_1 、 t_4 。各层之间的接触非常紧密，因此相互接触的表面具有相同的温度，假定分别为 t_2 、 t_3 。分析通过这个多层平壁的热流密度或

热流量。

显然,通过该三层平壁的导热为稳态导热,通过各层的热流量相同。运用前面提出的热阻概念进行分析。该问题中的热量传递属于三个平板导热的串联过程,可以用图中下面的热网络图表示热量传递过程,通过平壁的热流量等于两侧的总温差除以三个环节的总热阻,可得

$$\Phi = \frac{t_1 - t_4}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{A\lambda_1} + \frac{\delta_2}{A\lambda_2} + \frac{\delta_3}{A\lambda_3}} \quad (2-12)$$

以上是以三层平壁为例进行的分析,以此类推,通过 n 层平壁的热流量计算公式为

$$\Phi = Aq = A \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (2-13)$$

例题 2-1 在考虑一个建筑物冬天的采暖设计中,需要确定平房屋顶的散热情况。已知房顶的长和宽分别为 5m 和 4m,房顶的厚度为 25cm,房顶材料的导热系数为 $0.8\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。若在晚上屋顶内、外侧面平均温度维持在 15°C 和 -5°C ,试计算:①在晚上通过房顶散热的热流量;②计算一个晚上(按 10h 计算)通过房顶散失的热量。

题解:

画示意图如图 2-8 所示。

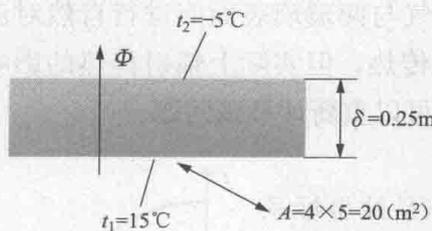


图 2-8 例题 2-1 附图

分析:①由于房顶的长和宽都远大于厚度,所以通过房顶的导热看作直角坐标系中一维的导热问题;②根据题意,屋顶内、外表面温度稳定,所以通过屋顶的导热为稳态导热;③屋顶的导热系数可看作恒定值。对这样的问题,可用公式(2-10)计算其热流量。

计算:(1)通过屋顶散热的热流量为

$$\Phi = \lambda A \frac{t_1 - t_2}{\delta} = 0.8 \times (5 \times 4) \frac{15 - (-5)}{0.25} = 1280(\text{W})$$

(2)一个晚上(按 10h 计算)通过房顶散失的热量为

$$Q = \Phi \Delta \tau = 1280 \times 10 = 12.8(\text{kWh})$$

例题 2-2 在考虑一个建筑物冬天的采暖设计中,需要确定窗户的散热情况。已知窗户是采用双层玻璃构成的,如图 2-9 所示,每块玻璃的高度为 1.5m,宽为 1m,厚度为 4mm,玻璃的导热系数为 $0.65\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,双层玻璃间的距离为

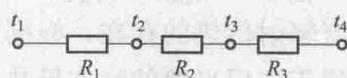
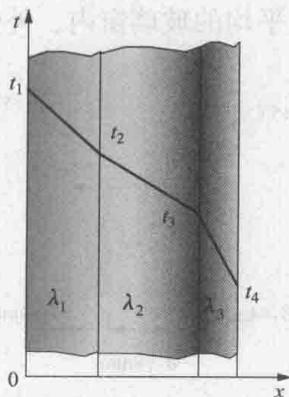


图 2-7 多层平壁导热示意图

8mm, 假定夹层内的空气完全静止, 空气的导热系数为 $0.025\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。若在晚上平均的玻璃窗内、外侧表面温度维持在 15°C 和 -5°C 。试计算: ①在晚上通过该双层玻璃窗散热的热流量 (暂不考虑两层玻璃之间的辐射传热); ②如果采用单层玻璃, 其他条件不变, 其热损失是双层玻璃的多少倍?

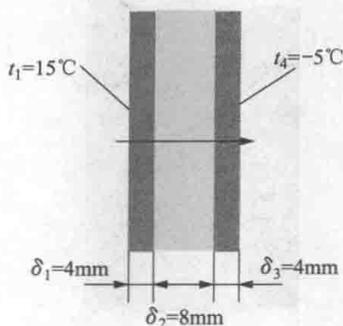


图 2-9 例题 2-2 附图

通过该双层玻璃窗散热过程可看作由三个环节组成: ①通过内层玻璃的导热; ②两层玻璃之间的换热, 根据题意假定夹层内的空气完全静止, 存在空气层的导热, 同时, 两玻璃表面之间也会有辐射传热的存在, 根据题意暂不考虑; ③通过外层玻璃的导热。因此, 该问题属于三层平壁的稳态导热。

计算: (1) 在晚上通过该双层玻璃窗散热的热流量可利用公式 (2-12) 计算, 即

$$\Phi = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{A\lambda_1} + \frac{\delta_2}{A\lambda_2} + \frac{\delta_3}{A\lambda_3}} = \frac{A(t_1 - t_4)}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{(1.5 \times 1) \times [15 - (-5)]}{\frac{0.004}{0.65} + \frac{0.008}{0.025} + \frac{0.004}{0.65}} = 90.28(\text{W})$$

(2) 如果采用单层玻璃, 玻璃窗散热的热流量可利用公式 (2-10) 计算, 即

$$\Phi = \lambda A \frac{t_1 - t_2}{\delta} = 0.65 \times (1.5 \times 1) \frac{15 - (-5)}{0.004} = 4875(\text{W})$$

又因为 $\frac{4875}{90.28} = 54$, 所以其热损失是双层玻璃的 54 倍。

讨论: ①本例题中将两玻璃间隙中的空气看作完全静止, 在实际中, 若上、下温度不均, 有可能发生内部的环流, 此时, 空气与两玻璃表面间进行自然对流传热。②本例题中没有考虑两层玻璃之间的辐射传热, 但实际上辐射传热的影响还是比较大的, 读者在学习了辐射传热知识后, 可以重新计算该问题。

2.3.2 通过圆筒壁的稳态导热

如 2.1 节所述, 通过圆筒壁的导热可以看作是柱坐标系中的一维导热问题。这里主要讨论通过圆筒壁的稳态导热, 分析在导热系数为常数时圆筒壁内部的温度分布并给出热流量的计算公式。

如图 2-10 所示, 已知一单层圆筒壁的内、外半径分别为 r_1 、 r_2 , 长度为 l , 内、外壁面维持均匀恒定的温度 t_1 、 t_2 , 材料的导热系数 λ 为常数, 壁内无其他热源存在。

仿照对于单层平壁的分析方法, 可知在该问题中, 温度仅沿 r 方向变化, 此时, 导热基本定律可表示为

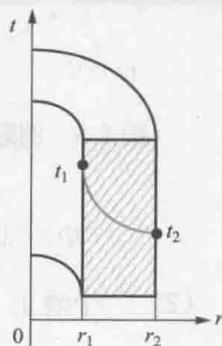


图 2-10 单层圆筒壁的稳态导热

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dr} \quad (2-14)$$

在稳态情况下, 圆筒壁内沿坐标 r 方向的热流量为常数, 可得

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{d}{dr} \left(-\lambda A \frac{dt}{dr} \right) = 0 \quad (a)$$

圆筒壁的导热面积 ($A = 2\pi r l$) 随半径 r 变化, 导热系数 λ 为常数, 则式 (a) 变为

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) = 0 \quad (b)$$

对式 (b) 进行两次积分, 可得该微分方程的通解为

$$t = c_1 \ln r + c_2 \quad (c)$$

为确定通解中的两个待定系数, 可利用圆筒壁两侧面的温度条件

$$\begin{aligned} r = r_1, t = t_1 \\ r = r_2, t = t_2 \end{aligned} \quad (d)$$

将 (d) 代入 (c) 可解得

$$c_1 = -\frac{t_1 - t_2}{\ln(r_2/r_1)}, \quad c_2 = t_1 + \frac{t_1 - t_2}{\ln(r_2/r_1)} \ln r_1 \quad (e)$$

因此, 圆筒壁内的温度分布为

$$t = t_1 - (t_1 - t_2) \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} \quad (2-15)$$

可见, 壁内的温度分布为对数曲线。温度沿 r 方向的变化率为

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{t_1 - t_2}{\ln(r_2/r_1)} \times \frac{1}{r} \quad (f)$$

式 (f) 说明温度变化率的绝对值沿 r 方向逐渐减小, 如图 2-10 中所示。

通过整个圆筒壁的热流量计算公式为

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dr} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{t_1 - t_2}{R} \quad (2-16)$$

式中: $R = \frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{r_2}{r_1}$ 为整个圆筒壁的导热热阻, K/W。

对于单位长度的圆筒壁, 其热流量为

$$\Phi_l = \frac{\Phi}{l} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{t_1 - t_2}{R_l} \quad (2-17)$$

式中: $R_l = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}$ 为单位长度圆筒壁的导热热阻, m·K/W。

对于由不同材料组成的多层圆筒壁的稳态导热, 亦可仿照多层平壁的分析方法进行求解, 在此不再赘述。

例题 2-3 某工程应用的换热器, 其内部的换热管采用的是内径为 16mm、壁

厚为 1mm 的钢管, 已知换热管内侧的管壁平均温度为 85℃, 换热管外侧的管壁平均温度为 50℃, 管材的导热系数为 40W/(m·K), 计算单根换热管每米长度上所传递的热流量。

题解:

分析: ①通过管道壁的导热看作是圆柱坐标系中一维的导热问题; ②根据题意, 换热管内外侧的温度恒定, 所以可当作稳态导热; ③根据题意, 管材的导热系数可看作定值。

计算: 通过换热管每米长度上的热流量可由式 (2-17) 计算, 即

$$\Phi_l = \frac{2\pi\lambda(t_1 - t_2)}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2 \times 3.14 \times 40 \times (85 - 50)}{\ln(18/16)} = 74646(\text{W/m})$$

2.3.3 通过球壳的稳态导热

对于内、外表面都保持均匀温度的球壳, 其内部的导热属于球坐标系中的一维问题。现讨论如下的问题: 一个单层球壳, 内、外半径分别为 r_1 、 r_2 , 球壳内、外壁面分别维持均匀恒定的温度 t_1 、 t_2 , 球壁材料的导热系数 λ 为常数。确定球壳内的温度分布规律及导热热量。

在球坐标系中的一维 (径向) 导热基本定律可表示为

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dr} = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dt}{dr} \quad (2-18)$$

在稳态情况下, 球壳内沿坐标 r 方向的热流量为常数, 导热系数 λ 为常数, 可得

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{d}{dr} \left(4\pi r^2 \frac{dt}{dr} \right) = 0$$

利用给定的球壳两侧条件, 内、外半径 r_1 、 r_2 处温度分别为 t_1 、 t_2 , 对上式进行两次积分, 可求得球壁内的温度分布为

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{1/r_1 - 1/r_2} (1/r_1 - 1/r) \quad (2-19)$$

通过整个球壳的热流量为

$$\Phi = \frac{4\pi\lambda(t_1 - t_2)}{1/r_1 - 1/r_2} \quad (2-20)$$

例题 2-4 圆球导热仪是测定粒状和粉末状材料导热系数的一种仪器, 它的

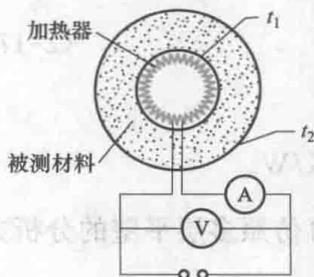


图 2-11 例题 2-4 附图

实验原理就是应用通过球壳稳态导热热流量的计算方法。图 2-11 所示为该仪器实验原理图, 导热仪的主体由两层同心的薄壁纯铜球壳组成, 在球的内部安装有加热器, 被测材料填充在内、外球壳中间。若在某次实验中, 测得稳定情况下, 球壳内、外表面的平均温度分别为 50℃和 30℃, 通电的电压和电流分别为 20V 和 0.3A。已知圆球导热仪的内壳直径为 80mm, 外壳

直径为 160mm。计算该实验中材料的导热系数为多少?

题解:

分析: 由题意, 稳定情况下, 内部电加热器产生的热量全部通过被测材料传到表面散热, 利用通过整个球壳的热流量计算公式 (2-20) 可计算出被测材料的导热系数。

计算: 稳定情况下, 通过被测材料导热的热流量即为电加热器的功率为

$$\Phi = IU = 0.3 \times 20 = 6(\text{W})$$

由公式 (2-20) 得被测材料的导热系数为

$$\lambda = \frac{\Phi \times (1/r_1 - 1/r_2)}{4\pi(t_1 - t_2)} = \frac{6 \times (2/0.08 - 2/0.16)}{4 \times 3.14 \times (50 - 30)} = 0.3[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$$

2.4 非稳态导热的集总参数模型

2.4.1 非稳态导热的类型

根据物体温度随时间变化的特点, 非稳态导热可以分为两类: 瞬态导热和周期性导热。所谓瞬态导热是指物体内任意位置的温度随时间连续升高 (加热过程) 或连续下降 (冷却过程), 直至逐渐趋近于某个新的平衡温度, 或者随着时间的推移呈现不规则的变化。这类非稳态过程一般是由边界换热突然发生阶跃变化, 内热源瞬间发生或停止, 或者内热源强度随时间改变等情况引起的。而周期性非稳态导热过程则主要是由边界换热的周期性变化引起的, 导致物体内的温度也呈现出周期性的反复升降。本书对于非稳态问题主要讨论瞬态导热的情况。

2.4.2 非稳态导热的集总参数模型

对于一个非稳态的导热体, 其内部温度既随空间变化, 也随时间变化, 如在直角坐标系中其温度场可表示为 $t=f(x, y, z, \tau)$ 。但是在一些实际工程问题中, 有时并不特别关心其内部温度在空间上的差异, 而仅希望知道其平均温度随时间的变化, 这时可采用非稳态导热的集总参数模型进行近似分析。在非稳态导热的集总参数模型中将导热体的温度仅看作是时间 τ 的函数: $t=f(\tau)$, 而与空间坐标无关, 这样的问题也称为零维非稳态问题, 可用集总参数模型的物体称为集总体。集总参数模型可以大大简化问题的复杂程度, 在对问题进行计算或复杂问题的动态仿真计算中常常用到。

对于零维的非稳态导热体, 可将整个导热体作为控制体, 其能量守恒关系遵循封闭控制容积的能量守恒关系式 (1-6)。根据集总体的概念, 其单位时间的热力学能增加速率可表示为

$$\frac{dU}{d\tau} = \int_V \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} dV = \rho c V \frac{dt}{d\tau}$$

因此, 集总体的能量守恒关系可写成如下形式, 即

$$\rho c V \frac{dt}{d\tau} = \Phi_m - \Phi_{out} + V\dot{\phi} \quad (2-21)$$

如果确定了导热体与环境的换热方式,并能给出其热流量的计算式,便可由式(2-21)这个常微分方程得到导热体平均温度随时间的变化规律。

2.4.3 物体被液体加热或冷却过程的集总参数模型分析

物体被液体加热或冷却是工程中常见的一类非稳态导热现象,该过程中物体表面通过对流传热的形式与环境交换热量,从而使物体热力学能增加或降低。现在利用集总参数模型分析物体平均温度随时间的变化规律。

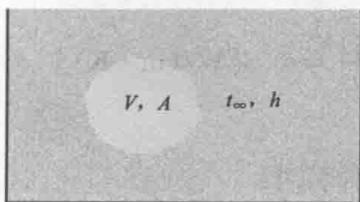


图 2-12 集总参数模型分析示意图

设有一个任意形状物体,如图 2-12 所示,其体积为 V , 表面面积为 A , 密度 ρ 、比热容 c 及导热系数 λ 为常数,初始温度为 t_0 。突然将该物体放入温度为 t_∞ 的液体中,设 $t_0 > t_\infty$, 物体表面和液体之间对流传热的表面传热系数 h 为常数,设定液体的温度始终不变。确定该物体在冷却过程中平均温度随时间的变化规律。

对于该问题,边界上仅有以对流传热形式传出的热量,且其热流量可由式(1-1)的牛顿冷却公式表示,因此式(2-21)具体为

$$\rho c V \frac{dt}{d\tau} = -hA(t - t_\infty) \quad (2-22)$$

为使上面的方程齐次化,引入过余温度 $\theta = t - t_\infty$, 式(2-22)可改写为

$$\rho c V \frac{d\theta}{d\tau} = -hA\theta \quad (2-23)$$

该一阶常微分方程的通解为

$$\theta = c_1 \exp\left(-\frac{hA}{\rho c V} \tau\right) \quad (a)$$

利用物体初始温度为 t_0 的条件,即 $\tau = 0, \theta = t_0 - t_\infty = \theta_0$, 可得通解中的常数为

$$c_1 = \theta_0 \quad (b)$$

将(b)代入(a), 可得由过余温度 θ 表示的物体平均温度随时间的变化关系为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty} = \exp\left(-\frac{hA}{\rho c V} \tau\right) \quad (2-24)$$

对式(2-24)进行整理,也可得计算物体在冷却过程中到达某个温度所需时间的表达式为

$$\tau = -\frac{\rho c V}{hA} \ln \frac{\theta}{\theta_0} \quad (2-25)$$

上述各式是对物体被冷却的情况导出的,但同样适用于被加热的场合。

集总参数模型是对非稳态导热的一种简化分析方法,它只能给出物体平均温度随时间的变化规律。如果问题中需要清楚了解内部温度在空间分布上的差异,

就不能采用该方法。

2.4.4 时间常数

式(2-24)的结果表明,导热体与流体之间的温差按指数规律衰减,当时间趋近无限大时,其温差为零。式中 $\rho cV/(hA)$ 具有时间的量纲,因此令

$$\tau_c = \frac{\rho cV}{hA} \quad (2-26)$$

式中: τ_c 为时间常数, s。

当物体的冷却(或加热)时间等于时间常数,即 $\tau = \tau_c$ 时,由式(2-24)得 $\theta/\theta_0 = 36.8\%$,即物体的过余温度达到初始过余温度的36.8%,如图2-13所示。时间

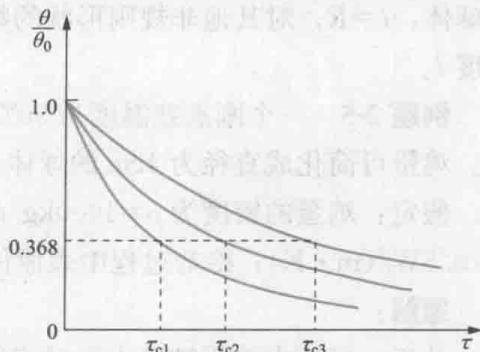


图 2-13 不同时间常数物体的温度变化

常数反映物体对周围环境温度变化响应的快慢,时间常数越小,物体的温度变化越快,越迅速地接近周围流体的温度。

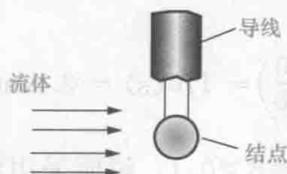


图 2-14 热电偶示意图

热电偶是常用的一种温度测量元件,图2-14所示为用热电偶测量流体温度时的示意图。热电偶的工作原理和形式将在第13章中详细介绍。热电偶的时间常数是一个重要的参数,反映了热电偶对被测流体温度响应的快慢。

2.4.5 集总参数模型的适用条件

如前所述,集总参数模型是求解非稳态导热问题的一种简化方法,它只是得到了物体平均温度随时间的变化规律。那么,使用此模型有多大的误差?与哪些因素有关?

通过定性分析可知,在其他条件相同的情况下:如果导热体的导热系数越大,其温度趋于均匀的能力越大,导热体内的温度差异越小;几何尺寸越小,导热体内的温度不均匀性越小;若表面传热系数 h 越小,则通过表面与流体交换的热流量越少,物体内部的温度差异越小。上面三个参数的共同影响程度可用一个无量纲参数表示,即

$$Bi = \frac{hl}{\lambda} = \frac{l/\lambda}{1/h} \quad (2-27)$$

该无量纲参数称为毕渥数 Bi ,它定性表示非稳态导热中,内部导热热阻(l/λ)与外部表面换热热阻($1/h$)的相对大小。 l 是物体的特征长度,一般取对物理过程影响最大的物体几何尺寸。

非稳态导热过程中毕渥数越小,使用集总参数模型带来的误差也越小。由对一维非稳态导热问题的分析解(见第8章)可以得到,当毕渥数有

$$Bi \leq 0.1 \quad (2-28)$$

时, 导热体中最大与最小的过余温度之差小于 5%, 对于一般工程计算, 此时认为整个物体温度已足够均匀。使用式 (2-28) 时, 其中的特征长度 l 按如下方法确定: 对厚度为 2δ 的且双面加热或冷却的平板, $l=\delta$; 对半径为 R 的无限长圆柱和球体, $l=R$; 对其他非规则形状的物体, 可用体积与表面积的值来作为特征长度 l 。

例题 2-5 一个刚煮熟温度为 90°C 的鸡蛋, 将其放入温度为 20°C 的冷水中冷却。鸡蛋可简化成直径为 4cm 的球体。试计算鸡蛋的平均温度降到 35°C 所需的时间。假定: 鸡蛋的密度为 $\rho=1000\text{kg}/\text{m}^3$, 比热容为 $c=3310\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, 导热系数 $\lambda=0.5\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 冷却过程中表面传热系数为 $h=200\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。

题解:

分析: 问题中鸡蛋被冷水以对流传热方式冷却, 且仅需计算平均温度的变化, 因此可按非稳态导热的集总参数模型进行计算。

计算: 鸡蛋可简化为直径 4cm 的球体, 因此其体积与表面积之比为 $V/A=d/6$ 。

利用式 (2-25), 可得

$$\tau = -\frac{\rho c V}{h A} \ln \frac{\theta}{\theta_0} = -\frac{1000 \times 3310}{200} \times (0.04/6) \ln \left(\frac{35-20}{90-20} \right) = 170(\text{s}) = 2.8\text{min}$$

讨论: ①该问题中的毕渥数为 $Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{200 \times 0.02}{0.5} = 8 > 0.1$, 说明采用集总参数模型计算可能有较大的误差; ②例题计算的是鸡蛋平均温度达到 35°C 的时间, 因此 2.8min 时鸡蛋中心的温度不一定达到了此温度。

例题 2-6 用热电偶测量某管道内的液体的温度。假如使用热电偶的结点直径是 2mm 的球体, 相关的物性参数是: 密度 $\rho=8500\text{kg}/\text{m}^3$, 比热容 $c=400\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, 导热系数 $\lambda=30\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。热电偶与流体间的表面传热系数为 $350\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。①计算该热电偶的时间常数; ②热电偶的过余温度降低到初始过余温度 1% 所用的时间。

题解:

分析: 按非稳态导热的集总参数模型分析本问题中热电偶的温度响应特性。

计算: (1) 根据时间常数的定义式 (2-26) 得该热电偶的时间常数为

$$\tau_c = \frac{\rho c V}{h A} = \frac{\rho c}{h} \times \frac{d}{6} = \frac{8500 \times 400 \times 0.002}{350 \times 6} = 3.24(\text{s})$$

(2) 热电偶的过余温度降低到初始过余温度 1% 所用的时间可由公式 (2-25) 计算, 即

$$\tau = -\frac{\rho c V}{h A} \ln \frac{\theta}{\theta_0} = -\tau_c \ln \frac{\theta}{\theta_0} = -3.24 \times \ln(0.01) = 14.9(\text{s})$$

讨论: 本问题分析的是用热电偶测量某管道内的液体温度, 如果管道内的流体是空气, 则热电偶表面不但与周围气流有对流传热, 也会与管道壁面存在辐射传热, 前面的分析就不再完全适用。在学习有关辐射传热的计算后, 读者可以重

新分析该问题。

思考题

- 2-1 一个物体内的等温线能否相交？等温线能否在物体内中断？
- 2-2 试写出傅里叶定律的数学表达式，并说明其中各个符号的意义。
- 2-3 为何大多数保温材料为多孔材料？
- 2-4 现代宇航工程和超低温工程中应用的超级绝热材料的导热系数可以低到 $10^{-4} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 以下，该数值已经大大低于导热性能最低的气体介质。试分析它是如何实现的。
- 2-5 传热学中的平壁是指什么样的情况？
- 2-6 对于稳态、无内热源的平壁，若导热系数为常数，其内部的温度呈线性分布，若导热系数按照式 (2-6) 变化，其内部的温度分布如何？
- 2-7 若多层平壁（或圆筒壁）中有一层内含有内热源，还是否能采用热阻的概念进行分析？
- 2-8 一单层圆筒壁的内、外半径分别为 r_1 、 r_2 ，内、外壁面维持均匀恒定的温度 t_1 、 t_2 ，材料的导热系数 λ 为常数，壁内无其他热源存在。图 2-10 给出的是 $t_1 > t_2$ 时的温度分布示意图，若 $t_1 < t_2$ ，请画出其温度分布示意图。
- 2-9 简述集总参数模型的物理概念和应用条件。
- 2-10 什么叫时间常数？某仪表厂生产的测温元件的说明书上给出了测温元件时间常数的具体数值，该值是否可信？为什么？

习 题

2-1 一块可看作大平壁的物体，其厚度为 300mm，其内部的温度分布为： $t = 200 - 2000x^2$ ($^{\circ}\text{C}$)。式中 x 的单位为 m，平壁材料的导热系数为 $0.5 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。①画出平壁内温度分布图；②计算通过平壁两侧的热流密度。

2-2 一炉子的炉墙厚 30cm，总面积 120 m^2 ，平均导热系数 $1.2 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，内、外壁温分别为 800°C 和 50°C 。试计算通过炉墙的热损失。如果标准煤的热值为 $2.93 \times 10^4 \text{ kJ}/\text{kg}$ ，计算每天因热损失要用掉多少千克标准煤？

2-3 某房间玻璃窗的高度为 1.5m、宽为 1.2m、厚度为 4mm，玻璃的导热系数为 $0.7 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。在某冬季夜间，室内外的空气温度分别为 15°C 和 -5°C ，若已知玻璃窗内、外侧对流传热的表面传热系数分别为 $5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 和 $20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。计算：①通过该玻璃窗的热损失，忽略玻璃内外表面的辐射影响；②玻璃窗外表面的温度。

2-4 一面由 4 种材料组成的复合平壁，其断面如图 2-15 所示，复合壁的上、下表面绝热，两侧温度均匀，分别为 $t_1 = 40^{\circ}\text{C}$ 和 $t_4 = 20^{\circ}\text{C}$ 。若已知复合壁的几何尺寸 $H = 0.1 \text{ m}$ ， $H_B = H_C =$

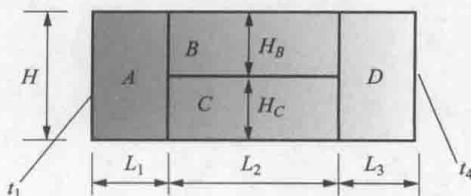


图 2-15 习题 2-4 附图

0.05m, $L_1=L_3=0.05\text{m}$, $L_2=0.1\text{m}$; 四种材料的导热系数分别为: $\lambda_A=\lambda_D=\lambda_B=20\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $\lambda_C=1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 垂直纸面取单位长度。①将该问题按照一维问题对待, 计算通过该复合壁的热流量; ②该问题是否为严格的一维问题?

2-5 有一根蒸汽管道, 外径为 150mm, 外敷设导热系数为 $0.12\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 的保温材料。若已知正常情况下, 保温层内、外表面温度分别为 250、 40°C 。为使单位长度的热损失不大于 $160\text{W}/\text{m}$, 问保温层的厚度多少才能满足要求?

2-6 在一根外径为 100mm 的热力管道外拟包覆两层绝热材料, 一种材料的导热系数为 $0.06\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 另一种为 $0.12\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 两种材料的厚度都取 50mm。试比较把导热系数小的材料紧贴管壁, 或把导热系数大的材料紧贴管壁这两种方法对保温效果的影响, 假设在两种做法中, 绝热层内、外表面的温差保持不变。

2-7 一外径为 0.6m、壁厚为 0.05m 的球罐, 其中装满了具有一定放射性的化学废料, 其单位体积产生的热量为 $10^5\text{W}/\text{m}^3$ 。该罐被置于温度 $t_f=25^\circ\text{C}$ 的水流中冷却, 对流传热的表面传热系数 $h=3000\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。球罐用铬镍钢钢板制成, 其导热系数为 $15\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。①确定球罐的外表面温度; ②确定球罐的内表面温度。

2-8 一块单侧面积为 A 、厚度为 δ 、初温为 t_0 的平板, 一侧表面突然受到恒定热流密度 q 的加热, 另一侧表面则受温度为 t_∞ 的气流冷却, 表面传热系数为 h 。试列出该平板平均温度随时间变化的微分方程式。

2-9 一热电偶初始温度为 25°C , 后被置于真实温度为 200°C 的液体中。已知热结点与流体间的表面传热系数为 $350\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, 热电偶结点可近似看成半径为 1mm 的球, 结点的物性为: $\rho=8500\text{kg}/\text{m}^3$, $c_p=400\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $\lambda=20\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。试计算: ①该热电偶的时间常数; ②5s 后热电偶的读数为多少?

2-10 在一生产线上需将直径为 40mm 的球状黄铜工件进行冷却, 已知工件的初始温度为 85°C , 工件在 2min 的时间内匀速通过一温度为 30°C 的恒温水浴池, 工件表面与流体间的表面传热系数为 $240\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, 工件的物性为 $\rho=8500\text{kg}/\text{m}^3$, $c_p=380\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $\lambda=110\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。试计算: ①经过水浴后工件的温度; ②若水浴中工件的冷却通道总长为 4m, 工件之间没有间隙, 计算为保持水浴的恒温, 需要对水浴安装多大功率的冷却器?

图 2-10 所示为一复合壁结构示意图, 该壁由四种材料 A、B、C、D 组成。材料 A 和 D 的导热系数均为 $20\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 材料 B 的导热系数为 $1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 材料 C 的导热系数为 $1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。壁的结构参数如下: 材料 A 的厚度为 0.05m , 材料 B 的厚度为 0.1m , 材料 C 的厚度为 0.05m , 材料 D 的厚度为 0.05m 。壁的一侧温度为 t_1 , 另一侧温度为 t_2 。垂直纸面取单位长度。

图 2-11 所示为一蒸汽管道保温结构示意图。管道外径为 150mm , 保温层厚度为 δ 。保温层的导热系数为 $0.12\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。管道内表面温度为 250°C , 保温层外表面温度为 40°C 。单位长度的热损失为 $160\text{W}/\text{m}$ 。求保温层的厚度 δ 。

图 2-12 所示为一球罐结构示意图。球罐外径为 0.6m , 壁厚为 0.05m 。球罐内装满了放射性化学废料, 单位体积产生的热量为 $10^5\text{W}/\text{m}^3$ 。球罐置于温度为 25°C 的水流中冷却, 表面传热系数为 $3000\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。球罐材料的导热系数为 $15\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。求球罐的内、外表面温度。

图 2-13 所示为一平板结构示意图。平板厚度为 δ , 单侧面积为 A 。平板初温为 t_0 。平板一侧受到恒定热流密度 q 的加热, 另一侧受到温度为 t_∞ 的气流冷却, 表面传热系数为 h 。求平板平均温度随时间变化的微分方程式。

图 2-14 所示为一热电偶结构示意图。热电偶结点可近似看成半径为 r_0 的球。热电偶初始温度为 25°C , 后被置于真实温度为 200°C 的液体中。已知热结点与流体间的表面传热系数为 $350\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, 热电偶结点的物性为: $\rho=8500\text{kg}/\text{m}^3$, $c_p=400\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $\lambda=20\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。求热电偶的时间常数和 5s 后的读数。

图 2-15 所示为一球状黄铜工件冷却示意图。工件直径为 40mm , 初始温度为 85°C 。工件在 2min 的时间内匀速通过一温度为 30°C 的恒温水浴池。工件表面与流体间的表面传热系数为 $240\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, 工件的物性为 $\rho=8500\text{kg}/\text{m}^3$, $c_p=380\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $\lambda=110\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。求经过水浴后工件的温度和水浴中工件的冷却通道总长为 4m 时, 为保持水浴的恒温, 需要对水浴安装多大功率的冷却器。



图 2-10 复合壁结构示意图



图 2-11 蒸汽管道保温结构示意图

第3章 对 流 传 热

对流传热是指流体与固体壁面之间有相对运动,且两者之间存在温差时发生的热量传递现象。第1章中分析了对流传热的机理,给出了计算对流传热量的牛顿冷却公式。本章主要介绍:影响对流传热的因素、工程上常见的对流传热类型、流动边界层和温度边界层概念、相似原理以及计算无相变对流传热表面传热系数的特征数关联式。

3.1 影响对流传热的因素及分类

3.1.1 影响对流传热的因素

根据1.2节中对流传热机理分析可知,在对流传热过程中,热量的传递包含了紧贴固体壁面处的纯导热和流体当中的热对流及导热。因此,凡是影响流体导热和热对流的因素都将对对流传热产生影响。归纳起来,主要有以下几个方面。

1. 流动的起因

对流传热中驱使流体在某一壁面上流动的原因不外乎两种,一种是通过外界施加强迫力,这种流动称为强制对流;另一种是由于流体中存在温度差,由此在流体中产生密度差异,在体积力的作用下就会产生浮升力而促使流体流动,称为自然对流。流动起因不同,流体内的速度分布、温度分布就不同,对流传热的规律也必然不同。

2. 流体的种类及其物理性质

流体的种类不同,其物理性质的差异必将对对流传热造成影响。影响对流传热的物性参数有导热系数、密度、比热容、黏度、体胀系数和汽化潜热等,下面逐一介绍。

(1) 导热系数 λ [$\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$]。它直接影响流体以导热形式传递热量的能力,在紧贴固体壁面处,导热系数则起关键作用。例如,常温下水的导热系数大约是空气的20多倍,因此在相同的流动状态下水的对流传热能力远远大于空气。

(2) 密度 ρ (kg/m^3) 和比热容 c [$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$]。通常将密度和比热容的乘积称为流体的体积热容,它的大小是单位体积流体携带并转移热量能力的标志。仍以水和空气为例,常温下水的体积热容为 $4186 \text{ kJ}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$,而空气仅为 $1.21 \text{ kJ}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$,两者相差数千倍。

(3) 黏度。动力黏度 η ($\text{Pa}\cdot\text{s}$) 或运动黏度 ν (m^2/s) 均是表征流体黏性的参数。流体的黏度越大, 流体流动的阻滞越大, 热对流效果越差。动力黏度 η 与运动黏度 ν 的关系为: $\eta = \nu\rho$ 。

(4) 体胀系数 α_v (K^{-1})。其定义是在压力不变的条件下, 单位温度变化时流体体积的相对变化。体胀系数影响体积力场中的流体因密度差而产生的浮升力的大小, 因此对自然对流产生影响。

(5) 汽化潜热 r (kJ/kg)。当流体在对流传热过程中发生相变时, 如液体在对流传热过程中被加热而沸腾, 由液态变为气态; 或蒸气在对流传热过程中被冷却而凝结, 由气态变为液态, 这样的对流传热称为有相变的对流传热。在相变传热中, 流体会发生汽化潜热的释放或吸收, 根据流体汽化潜热的不同, 凝结和沸腾传热的表面传热系数要比无相变对流传热高出几倍甚至几十倍。

3. 换热表面的几何因素

换热表面的几何形状、尺寸、表面与流体的相对位置以及表面粗糙度等几何因素将影响流体的流动状态、速度分布和温度分布, 对对流传热产生显著的影响。例如流体在圆管内的流动和流体横掠圆管的外部流动, 平板热面朝上和热面朝下形成的自然对流, 这些情况下它们的流动和换热规律都相差很大。

4. 换热表面和流体的物理条件

换热表面和流体的物理条件中最重要的是它们的温差, 多数情况下, 换热表面和流体的温差越大, 对流传热越强烈。此外, 流体的温度还会影响流体的物理性质, 从而影响对流传热的效果。流体的压力和温度也是决定换热过程流体是否发生相变的因素, 从而改变对流传热的特点。

5. 流动的状态

实际流体的流动有层流和湍流(紊流)两种流态。如图 3-1 所示, 层流时流速缓慢, 流体在平行于壁面方向流动, 宏观上层与层之间互不混合, 因此垂直于流动方向上的热量传递主要靠导热。湍流时流体内存在强烈的脉动和旋涡, 使各部分流体之间迅速混合。流体湍流时的热量传递除了导热之外主要靠流体宏观的湍流脉动, 因此湍流对流传热比层流对流传热强烈。

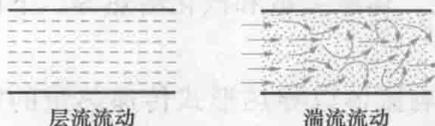


图 3-1 流动状态示意图

流体的流动状态不是影响对流传热的独立因素, 而是受前面 4 个方面因素综合影响的宏观表现。

3.1.2 对流传热的分类

影响对流传热的因素很多, 为了理论研究和工程计算的方便, 需要将对流传热进行分类。在 1.2 节已根据流体流动的起因将对流传热分为强制对流传热和自然对流传热; 根据换热过程中流体是否有相变, 将对流传热分为无相变对流传热和有相变对流传热, 有相变的对流传热主要是凝结和沸腾。下面对强制对流传热和自然对流传热中的典型情况做进一步介绍。

1. 强制对流传热的主要类型

根据流体与壁面的相对位置，强制对流传热又分为内部流动和外部流动的对流传热。最典型的内部流动当属圆管内的流动，非圆形管道又包括矩形管道、椭圆形管道、三角形截面的管道等，如图 3-2 所示。

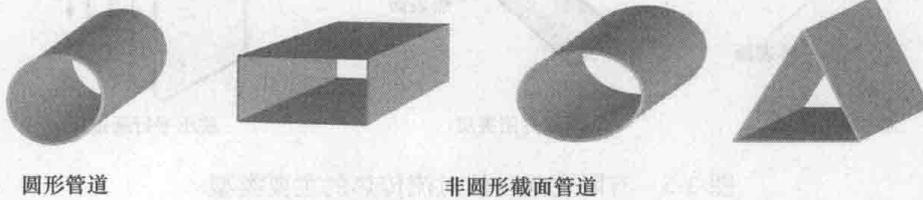


图 3-2 典型的内部流动管道截面形状

外部流动是指流体的流动是非受限的，典型的情况有外掠平板、横向外掠单管、横向外掠管束等，如图 3-3 所示。

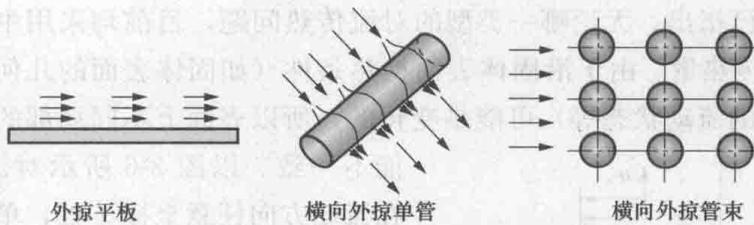


图 3-3 典型的外部流动情况

2. 自然对流的主要类型

自然对流传热中，流体与壁面的相对位置对其换热有着极为重要的影响。根据流体流动空间的大小，将自然对流传热分为大空间自然对流传热和有限空间自然对流传热。大空间自然对流是指流体的流动不受周围其他壁面干扰的情况，否则称为有限空间自然对流传热。图 3-4 所示为一些大空间自然对流传热的主要类型，图 3-5 则给出了一些有限空间自然对流传热的主要类型。

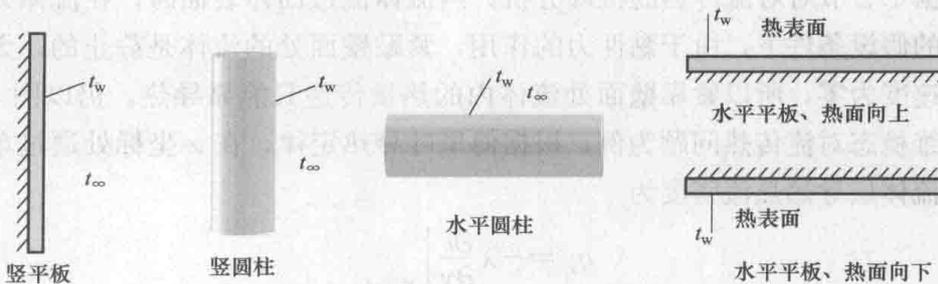


图 3-4 大空间自然对流传热的主要类型

以上给出的对流传热类型，在每一种情况下，还要判别其流动的状态是层流

还是湍流，有时也有层流与湍流的过渡区状态。



图 3-5 有限空间自然对流传热的主要类型

3.2 边界层概念及对流传热的研究方法

3.2.1 局部表面传热系数与温度场的关系

在 1.2 节已指出，无论哪一类型的对流传热问题，目前均采用牛顿冷却公式 (1-1) 计算其传热量。由于沿固体表面换热条件（如固体表面的几何条件、表面温度以及流体的流动状态等）可能是变化的，所以表面上不同局部的换热状况可能不一致。

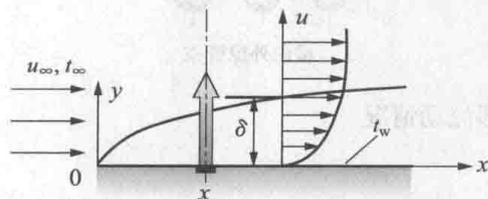


图 3-6 流动边界层的示意图

以图 3-6 所示对流传热为例，在流动方向任意坐标 x 处，单位面积传热量为

$$q_x = h_x(t_w - t_\infty) \quad (3-1)$$

式中： h_x 为在该局部处的表面传热系数； q_x 为在该局部处的对流传热热流密度值。

整个对流传热面积 A 上的平均表面传热系数 h 与局部表面传热系数 h_x 之间的关系为

$$h = \frac{1}{A} \int_A h_x dA \quad (3-2)$$

根据 1.2 节对对流传热的机理分析，当流体流过固体表面时，在流体为连续性介质的假设条件下，由于黏性力的作用，紧贴壁面处的流体是静止的，无滑移流动，速度为零，所以紧靠壁面处流体内的热量传递只能靠导热。仍以图 3-6 所示的二维稳态对流传热问题为例，根据傅里叶导热定律，在 x 坐标处通过单位面积贴壁流体层导热热流密度为

$$q_x = -\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0,x} \quad (3-3)$$

式中： λ 为流体的导热系数； $\left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0,x}$ 为壁面 x 处 y 方向的流体温度梯度。

联立式 (3-1) 和式 (3-3)，可得局部表面传热系数的表达式为

$$h_x = - \frac{\lambda}{(t_w - t_\infty)} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x} \quad (3-4)$$

式(3-4)给出了表面传热系数与温度场之间的关系。由此可知,要想求得表面传热系数,首先必须求出流体的温度场,而流体的温度场与速度场密切相关。流体的速度场是由连续性微分方程和动量微分方程来描写的,而温度场则由能量微分方程描写。因此,描写对流传热的微分方程有连续性微分方程、动量微分方程和能量微分方程。

例题 3-1 沿竖壁(恒壁温)自然对流传热层流换热时,局部表面传热系数 h_x 与壁面高度 x 之间的关系为 $h_x = cx^{-1/4}$, 式中 c 为常数。试推导整个竖壁(高度为 L) 上的平均表面传热系数 h 。

题解:

计算: 取单位宽度的竖壁作为分析对象,利用公式(3-2)可得

$$h = \frac{1}{A} \int_A h_x dA = \frac{1}{L} \int_0^L cx^{-1/4} dx = \frac{4}{3} \frac{1}{L} cL^{3/4} = \frac{4c}{3} L^{-1/4}$$

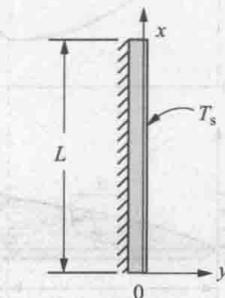


图 3-7 例题 3-1 附图

3.2.2 边界层概念

从上面的分析可知,对流传热与流体的流动情况紧密相关,要想通过理论方法求得对流传热的表面传热系数,必须首先求得流场的分布。19世纪初期,法国物理学家纳维(Navier)和英国力学家斯托克斯(Stokes)提出了著名的黏性流体的基本运动方程——N-S方程,但因其数学的复杂性无法直接求解。1904年,德国物理学家普朗特(Prandtl)借助于理论研究和几个简单的实验,证明了流体绕固体流动中,流场可以分成两个区域:一是固体表面很薄一层的边界层区域,在其内部黏性起着主要的作用;二是该层以外的主流区域,这里黏性摩擦可以忽略不计。基于这个假设,普朗特成功地解释了经典流体动力学(忽略了流体的摩擦)的结果与实验结果有明显矛盾的原因。普朗特学派还利用边界层的特点对N-S方程做了最大程度的简化,最终完全用数学分析方法求得了一些问题的流场分布。因此,边界层理论在流体力学的研究上具有划时代的作用。普朗特创立的边界层理论以及此后波尔豪森提出的热边界层的概念,也是理论求解和定性分析对流传热问题的重要理论基础。

1. 流动边界层

下面仍以流体外掠平板的强制对流传热为例说明流动边界层的定义、特征及其形成和发展过程。当黏性流体在固体壁面上流动时,由于黏性的作用,在靠近壁面的地方流速逐渐减小,如图3-6所示,这一速度发生明显变化的流体薄层称为流动边界层(或速度边界层)。通常规定速度达到 $0.99u_\infty$ 处到壁面的距离为流动边界层的厚度,用 δ 表示。

边界层内是黏性流体的流动,因此边界层内流体的流态就有层流和湍流的区别。如图 3-8 所示,在平板的前沿 $x=0$ 处,流动边界层的厚度 $\delta=0$ 。随着流体向前流动,由于动量的传递,壁面处黏性力的影响逐渐向流体内部发展,流动边界层越来越厚。在距平板前沿的一段距离之内,边界层内的流动处于层流状态,这段边界层称为层流边界层。随着边界层的加厚,边界层边缘处黏性力的影响逐渐减弱,惯性力的影响相对加大。当边界层达到一定厚度之后,边界层的边缘开始出现扰动,并且随着向前流动,扰动的范围越来越大,逐渐形成旺盛的湍流区(或称为湍流核心),边界层过渡为湍流边界层。在层流边界层和湍流边界层中间为过渡区。即使在湍流边界层内,在紧靠壁面处,仍然有一薄层流体保持层流,称为层流底层。层流底层内具有很大的速度梯度,而湍流核心内由于强烈的扰动混合使速度趋于均匀,速度梯度较小。

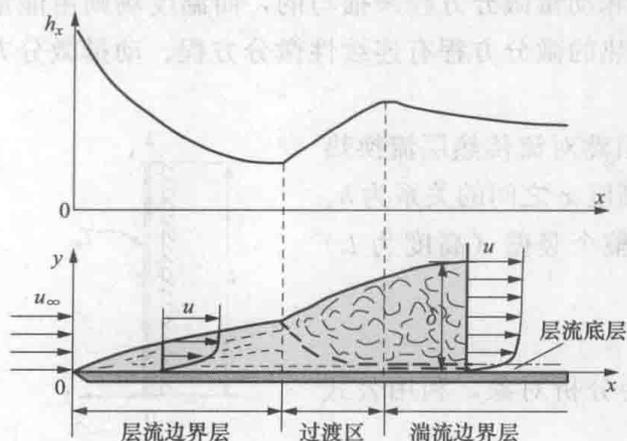


图 3-8 流体外掠平板时流动边界层的形成与发展及局部表面传热系数变化示意图

即使在湍流边界层内,在紧靠壁面处,仍然有一薄层流体保持层流,称为层流底层。层流底层内具有很大的速度梯度,而湍流核心内由于强烈的扰动混合使速度趋于均匀,速度梯度较小。

以上对流动边界层的介绍是以流体外掠平板的强制对流为例来说明的,对于其他情况可能会有所区别。如圆管内的流动,流体在壁面上形成轴对称的环状流动边界层,并且随着管长的增加,其边界层边缘将在圆管的中心线处汇合;又如对于外掠圆柱或球状的固体表面流动,其表面的边界层有可能出现脱体(亦称分离)现象,具体情况请参见本章第 4、5 节的内容。

2. 热边界层

当流体流过与其温度不同的固体表面时,流体温度的变化,理论上可以延伸到无穷远处,但通常其变化主要发生在壁面附近的薄层中。在流动边界层概念的启发下,1921 年波尔豪森(E. Pohlhausen)引入了热边界层的概念。在固体壁面附近,流体温度发生明显变化的薄层称为热边界层(或温度边界层)。通常规定流体过余温度 $t-t_w=0.99(t_\infty-t_w)$ 处到壁面的距离为热边界层的厚度,用 δ_t 表示。图 3-9 所示为流体外掠等温平板时的热边界层示意图。

运用热边界层的概念,流体的温度场也可以分成两个区域:热边界层区与主流区。在主流区,流体的温度变化几乎可以忽略(小于 1%),因此,对流体的温度场研究可以集中到热边界层区域。

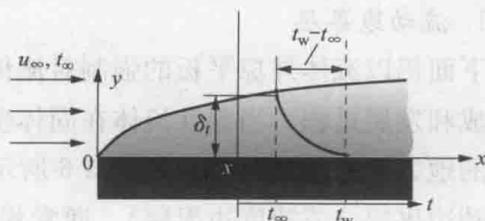


图 3-9 流体外掠等温平板时的热边界层

3. 流动边界层与热边界层的关系

流动边界层的发展反映了流体运动中动量扩散的程度，除了流场的影响外，流体的黏性起重要作用。运动黏度 ν 越大，动量扩散的程度越广，流动边界层厚度 δ 越大。热边界层的发展则反映了运动流体中热量扩散的程度，流体的热扩散率 $a = \lambda / (\rho c)$ ，单位为 m^2/s ，热扩散率 a 越大，热量扩散的程度越广，热边界层厚度 δ_t 越大。

流体的无量纲物性参数普朗特数 $Pr = \nu / a$ ，反映了流体中动量扩散与热扩散能力的对比（即反映了流动边界层与热边界层的相对厚薄）。对于外掠等温平板的强制对流传热，图 3-10 示意性地表示了不同普朗特数下流动边界层与热边界层的相对大小。除了液态金属和高黏度的油，多数流体的普朗特数在 1 附近，其流动边界层与热边界层比较接近。

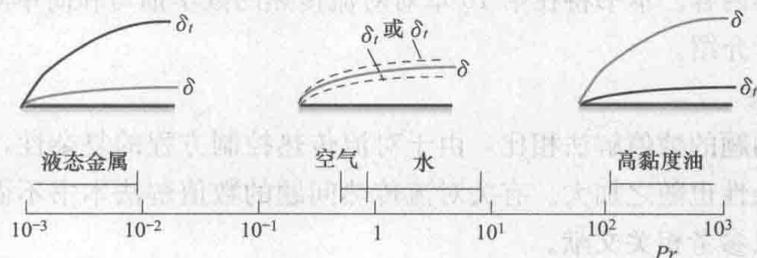


图 3-10 不同普朗特数下流动边界层与热边界层的相对大小关系

4. 利用边界层概念定性分析表面传热系数的大小

边界层概念表明，固体壁面附近的温度分布和流动情况对对流传热的强弱有显著影响。同样条件下，热边界层越薄，壁面附近流体的温度梯度越大，对流传热越强。在热边界层内流动若是层流，垂直于流动方向上的热量传递主要靠导热，热对流作用相对较弱；若是湍流，湍流核心内由于强烈的扰动混合使速度和温度都趋于均匀，速度梯度和温度梯度都较小，热量传递主要靠热对流，但是在层流底层中具有很大的速度梯度和温度梯度，热量传递主要靠导热。

在工程上，常常需要对对流传热过程进行强化，提高其表面传热系数。从前面的分析可以得出，对于无相变的对流传热问题：若流动是层流状态，可以采取增加壁面附近流体的扰动和混合以强化换热；若流动是湍流状态，凡是能够减薄或破坏边界层发展的措施都能强化换热。例如对于管内单相对流传热的强化，可以采用如图 3-11 所示的螺旋槽管、内插纽带、内螺纹管等形式。

3.2.3 对流传热的研究方法

研究对流传热的主要目的之一就是确定不同换热条件下表面传热系数的计算式，主要方法有以下三种。

1. 分析解法

所谓分析解法，就是用数学分析的方法求解描写对流传热的微分方程或积分

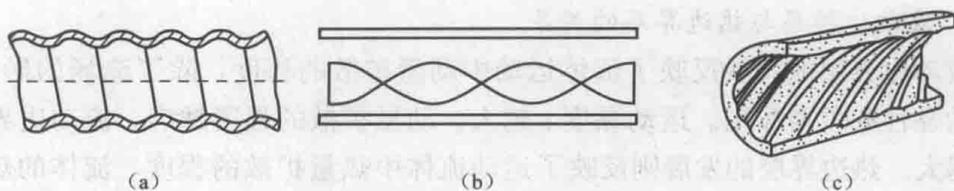


图 3-11 几种管内单相对流传热的强化方法

(a) 螺旋槽管; (b) 内插纽带; (c) 内螺纹管

方程及其单值性条件。因此,根据对流传热的物理模型建立描写对流传热的数学模型是分析法的必要条件。尽管目前分析法只能求解简单的对流传热问题,但因其求解过程所依据的数学分析基础比较严谨,物理概念和逻辑推理比较清晰,求解结果以函数的形式表示,能清楚地显示各种因素对对流传热的影响,仍然是对流传热的基础内容。本书将在第 10 章对对流传热的数学描写和简单对流传热问题的分析解进行介绍。

2. 数值法

与导热问题的数值解法相比,由于对流传热控制方程的复杂性,其数值解法的难度和复杂性也随之加大。有关对流传热问题的数值解法本书不做介绍,感兴趣的读者可以参考相关文献。

3. 实验法

由于分析法的局限性及数值法的可靠性所限,相似原理指导下的实验研究仍然是解决复杂对流传热问题的主要方法,并且随着现代测量技术的进步,以前无法进行的对流传热微细结构和现象的观测现在得以实现,对尚未解决的对流传热(如湍流换热、沸腾换热等)机理的探索发挥着关键性的作用。由于测量精确度的提高,实验结果也常用来检验其他方法的准确性。

3.3 相似原理及其在传热学中的应用

正如前面所述,在相似原理指导下的实验研究仍是进行对流传热研究的主要方法。相似原理的概念在工程流体力学中已介绍过,本节重点介绍相似原理在传热学中的应用。

3.3.1 相似原理简介

1. 物理现象相似的定义

物理现象相似是指同类物理现象中,所有同名物理量在所有对应时刻、对应地点的数值成比例。这里所谓同类物理现象,是指用相同内容与形式的微分方程描述的现象。所谓对应时刻,也称为相似时间,是指时间坐标对应成比例的瞬间,对于稳态过程,无时间相似的问题。所谓对应地点,也称为相似地点,是指空间坐标对应成比例的地点,显而易见,几何条件相似是物理现象相似的前提。

2. 相似原理

可以把相似原理的主要内容归纳为三个基本定理。

(1) 相似第一定理。对于一组相似的物理现象，其中可能含有若干个物理量在对应地点的数值——成比例，虽然各物理量的相似倍数可以彼此不等，但是各物理量的相似倍数也不是相互独立的，它们之间存在一定的相互关联。下面以两个相似的对流传热问题为例进行分析，假设对流传热现象 A 与对流传热现象 B 相似，则其局部表面传热系数的表达式均可用 (3-4) 式表示，为此可得

$$\text{对于现象 A: } h_{Ax} = - \frac{\lambda_A}{(t_{Aw} - t_{A\infty})} \left. \frac{\partial t_A}{\partial y_A} \right|_{y_A=0, x_A} \quad (\text{a})$$

$$\text{对于现象 B: } h_{Bx} = - \frac{\lambda_B}{(t_{Bw} - t_{B\infty})} \left. \frac{\partial t_B}{\partial y_B} \right|_{y_B=0, x_B} \quad (\text{b})$$

由物理量场相似的定义，有

$$\frac{x_A}{x_B} = \frac{y_A}{y_B} = \frac{l_A}{l_B} = C_l, \quad \frac{h_{Ax}}{h_{Bx}} = \frac{h_A}{h_B} = C_h, \quad \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = C_\lambda, \quad \frac{t_{Aw}}{t_{Bw}} = \frac{t_{A\infty}}{t_{B\infty}} = \frac{t_A}{t_B} = C_t \quad (\text{c})$$

式中： C_l 、 C_h 、 C_λ 、 C_t 分别为几何尺寸、表面传热系数、导热系数和温度场的相似倍数。

将上述相似倍数代入式 (a)，经整理可得

$$\frac{C_h C_l}{C_\lambda} h_{Bx} = - \frac{\lambda_B}{(t_{Bw} - t_{B\infty})} \left. \frac{\partial t_B}{\partial y_B} \right|_{y_B=0, x_B} \quad (\text{d})$$

比较 (b) 与 (d) 式，显然可得

$$\frac{C_h C_l}{C_\lambda} = 1 \quad (\text{e})$$

可见 3 个相似倍数之间不是独立的，存在着上式所示的制约关系。因此可得

$$\frac{h_{Ax} x_A}{\lambda_A} = \frac{h_{Bx} x_B}{\lambda_B}, \quad \frac{h_A l_A}{\lambda_A} = \frac{h_B l_B}{\lambda_B} \quad (\text{f})$$

上式中， $h_x x / \lambda$ 和 hl / λ 均是无量纲的量，这样的无量纲量被称为相似特征数（简称为特征数），也被称为准则数。该相似特征数用德国物理学家努赛尔 (W. Nusselt) 的名字命名，称为努赛尔数，用 Nu 表示，其定义为

$$Nu = \frac{hl}{\lambda} \quad (\text{3-5})$$

式中： h 为表面传热系数； λ 为流体的导热系数； l 为表面的特征长度，通常选择对对流传热有显著影响的几何尺寸作为特征长度。

Nu 数是对流传热现象中一个重要的特征数。

式 (f) 表明，A、B 两个对流传热现象相似，则其对应的努塞尔数必然相等，即

$$(Nu_x)_A = (Nu_x)_B, \quad Nu_A = Nu_B$$

式中： Nu_x 、 Nu 分别为局部努塞尔数和平均努塞尔数。

相似第一定理可表示为：两个物理现象相似，则它们对应的同名特征数必

相等。

对于一个物理现象，其中可能涉及多个特征数，若能给出物理现象的完整数学描写，采用如获得努塞尔数的相似分析法（也称为相似常数法），对每一个控制方程进行分析，便可得到所有的特征数。此外，量纲分析法也是寻找特征数的重要方法，而且量纲理论是相似理论的基础，尤其适用于只知道影响因素还列不出控制方程的问题。

量纲分析理论中有一个重要的 π 定理，其内容为：一个表示 n 个物理量间关系的量纲一致的方程式，一定可以转换成包含 $n-r$ 个独立的无量纲特征数间的关系式， r 是 n 个物理量中所涉及的基本量纲的数目。

下面以稳定的单相介质管内对流传热问题为例，介绍应用量纲分析法导出特征数及其关系的过程。根据对影响对流传热的因素分析，可得

$$h = f(u, d, \lambda, \eta, \rho, c_p) \quad (3-6)$$

本问题中有 7 个基本的物理量，其中包含 4 个基本量纲——时间的量纲 T 、长度的量纲 L 、质量的量纲 M 及温度的量纲 Θ ，即 $n=7$ ， $r=4$ ，故可以组成 3 个无量纲量。

现选定其中 4 个物理量作为基本物理量，这些基本物理量的量纲必须包括 4 个基本量纲，且它们的量纲一定是独立的。本问题中取 u 、 d 、 λ 和 η 为基本物理量。将基本物理量逐一与其余各量一起组成无量纲量，用字母 π 表示无量纲量，则有

$$\pi_1 = u^{a_1} d^{b_1} \lambda^{c_1} \eta^{d_1} \cdot h \quad (g)$$

$$\pi_2 = u^{a_2} d^{b_2} \lambda^{c_2} \eta^{d_2} \cdot \rho \quad (h)$$

$$\pi_3 = u^{a_3} d^{b_3} \lambda^{c_3} \eta^{d_3} \cdot c_p \quad (i)$$

应用量纲和谐原理来确定上述所有待定指数。先以 π_1 为例，可列出其中各物理量的量纲如下：

$$\dim u = LT^{-1}, \dim d = L, \dim \lambda = ML\Theta^{-1}T^{-3}$$

$$\dim \eta = ML^{-1}T^{-1}, \dim h = M\Theta^{-1}T^{-3}$$

其中， \dim 表示量纲，将上述物理量的量纲代入 (g) 式，并将量纲相同的项合并得

$$\dim \pi_1 = L^{a_1+b_1+c_1-d_1} M^{c_1+d_1+1} \Theta^{-c_1-1} T^{-a_1-3c_1-d_1-3}$$

为使上式等号左边的 π_1 为无量纲量，上式等号右边各量纲的指数必为零，故得

$$\left. \begin{aligned} a_1 + b_1 + c_1 - d_1 &= 0 \\ c_1 + d_1 + 1 &= 0 \\ -c_1 - 1 &= 0 \\ -a_1 - 3c_1 - d_1 - 3 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

由此解得 $a_1=0$ ， $b_1=1$ ， $c_1=-1$ ， $d_1=0$ ，所以有

$$\pi_1 = u^{a_1} d^{b_1} \lambda^{c_1} \eta^{d_1} \cdot h = \frac{hd}{\lambda} = Nu$$

同理, 以 π_2 和 π_3 为例进行分析可得

$$\pi_2 = u^{a_2} d^{b_2} \lambda^{c_2} \eta^{d_2} \cdot \rho = \frac{\rho u d}{\eta} = \frac{u d}{\nu} = Re$$

$$\pi_3 = \frac{\eta c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a} = Pr$$

π_1 和 π_2 分别为以管子内径为特征长度的 Nu 数和 Re 数。

由此可得, 稳定的单相介质管内对流传热问题包含 Nu 、 Re 和 Pr 三个特征数。

(2) 相似第二定理。同类物理现象包含的特征数必是一致的, 因此物理量之间的关系也可以由特征数之间的关系进行描述。例如, 式 (3-6) 所表示的单相介质管内对流传热问题中各物理量的关系可表示为

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (3-7)$$

相似第二定理可表示为: 对于彼此相似的物理现象, 相似特征数之间的关系都相同。因此, 对某个具体的物理过程所获得的特征数方程也适用于其他与之相似的同类物理现象。

(3) 相似第三定理。相似第三定理给出了判断两个同类现象相似的条件, 可表示为: 凡同类现象, 若同名已定特征数相等, 且单值性条件相似, 那么这两个现象一定相似。所谓已定特征数是指由问题的已知量组成的那些特征数, 如式 (3-7) 中的 Re 数和 Pr 数; 而单值性条件是指使所研究的问题能被唯一确定下来的条件, 包括几何条件、物理条件、时间条件 (稳态问题不需要) 和边界条件。

3. 相似原理在指导实验上的作用

根据相似原理, 若希望通过实验对一物理问题进行研究, 实验可以在物理问题的原型上进行, 也可以在与之相似的模型上进行, 在模型上进行的实验常被称为模化实验。通常在模型上进行实验更易实现, 且耗资少、节省时间。在实验方案的设计上, 仅需研究各特征数之间的关系, 而不必单独研究每一个物理量的影响, 因此实验的次数可以大大减少。整理成的特征数之间的关联式, 可以应用到任何在特征数变化范围内的相似的同类物理现象。总之, 相似原理回答了如何安排实验、如何整理实验数据、实验结果适用范围的几个问题, 相似原理是指导实验的一个理论。

在模化实验中, 单值性条件中的几何条件相似比较容易做到, 通常将原形按一定比例缩小 (或放大) 制作实验模型。但有些物理条件的相似却很难达到, 如由于物性随温度变化, 保持各物性场相似就很困难。在实践中通常采用近似模拟法或局部模拟法。所谓近似模拟法就是忽略次要条件, 只保持主要条件相似。例如进行流体外掠管束的对流传热实验研究时, 只对管束中的一根管子加热或冷却, 只研究该管子的对流传热规律。由这种近似模拟法所获得的特征数关联式一

般也能满足工程计算的要求。

3.3.2 特征数关联式的确定

用实验方法研究对流传热问题的主要目的是获得特征数关联式。下面以单相流体在管内强制对流传热实验为例,说明用实验的方法研究对流传热问题的主要步骤,实验原理如图 3-12 所示。

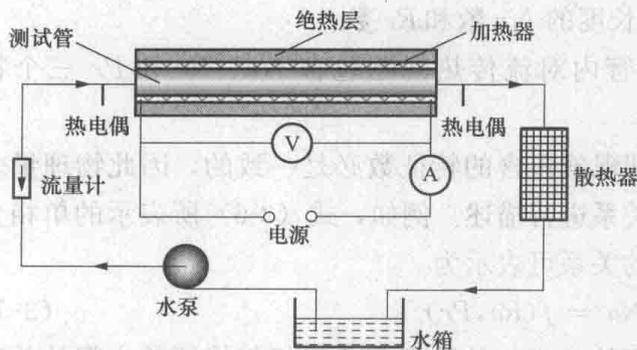


图 3-12 管内强制对流传热的实验原理图

量,哪些需要间接测量,哪些是可以根据定性温度确定的物性参数。该问题中, Nu 、 Re 中的流体导热系数 λ 和运动黏度 ν 及 Pr 数均为物性参数,因此需要测定流体进、出口温度;特征长度为管子内径 d ,为已知或直接测量的物理量;流速 u 一般采用测量流量的间接方法获得; Nu 中的 h 也需要间接测量加热功率,再由牛顿冷却公式计算而得。

(3) 设计实验系统,并确定各待测物理量的变化范围,一般来说,物理量变化范围越宽,实验点越多,关联式的准确性越高。本实验中,可以改变流量或改变管径获得不同的 Re 数,为了获得较宽范围的 Pr 数则可采用不同的流体。

(4) 整理实验数据,将所测量的实验数据首先整理成相关的特征数,但确定这些特征数之间的具体函数形式往往带有经验的性质。大量的经验证明,对于单相流体的强制对流,式 (3-6) 可用简单的幂函数形式表示如下,即

$$Nu = cRe^n Pr^m \quad (3-8)$$

式中:系数 c 和指数 n 、 m 都需要由实验数据确定,具体可按下面所示的两步进行。对于管内的湍流对流传热,对式 (3-8) 两边取对数,可得

$$\lg Nu = \lg c + n \lg Re + m \lg Pr \quad (3-9)$$

舍伍德 (Shwewood) 首先固定 Re 数,将同一 Re 数下不同种类流体的实验数据按式 (3-9) 整理成图 3-13 所示的形式,从而可以确定指数 m 的值,即

$$m = \frac{\lg 200 - \lg 40}{\lg 62 - \lg 1.15} \approx 0.4$$

然后再将 $\lg (Nu/Pr^{0.4})$ 和不同 $\lg Re$ 的数据整理成图 3-14 所示的形式,从这样的对数坐标图上可得 $c=0.023$, $n=0.8$ 。于是其实验结果可整理成如下的特征数关联式,即

(1) 确定对流传热现象的类型,采用相似分析法或量纲分析法得到其中所包含的特征数。该问题属于管内的强制对流传热,前面已分析得到该类问题的特征数为 Nu 、 Re 和 Pr 。

(2) 根据每个特征数的构成,分析实验中要测量的物理量,并确定哪些可以直接测量,

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4} \quad (3-10)$$

当实验点的数据很多时，常采用逐步线性回归方法确定关联式中的常数和各指数。

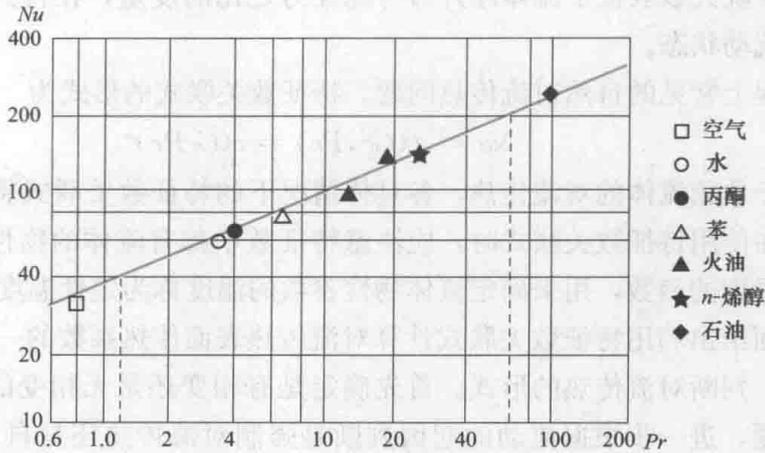


图 3-13 Pr 数对管内湍流强制对流传热的影响

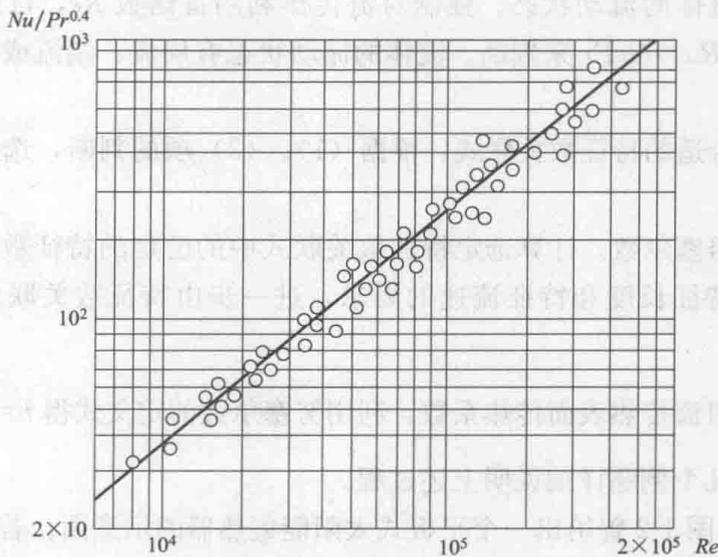


图 3-14 管内湍流强制对流传热的实验结果

3.3.3 特征数关联式的选择和使用

目前，工程上大多数常见的对流传热现象，前人已对其进行了实验研究。多数的单相流体的强制对流传热问题，其特征数关联式较多可表示为式 (3-8) 的形式。而对于自然对流传热问题，浮升力是其流体流动的重要作用力，利用量纲分析法或相似分析法可得其中的一个重要特征数——格拉晓夫数，其定义为

$$Gr = \frac{g\alpha_v\Delta t l^3}{\nu^2} \quad (3-11)$$

式中： g 为重力加速度； Δt 为壁面温度与环境温度（即未受壁面温度影响的流体温度）之差； l 为表面的特征长度； ν 为流体的运动黏度； α_v 为流体的体胀系数（理想气体的体胀系数可用 $\alpha_v = 1/T$ 计算）。

格拉晓夫数表征了流体浮升力与黏性力之比的度量，在自然对流传热中反映流体的流动状态。

工程上常见的自然对流传热问题，特征数关联式的形式为

$$Nu = f(Gr, Pr) = c(GrPr)^n \quad (3-12)$$

对于单相流体的对流传热，各具体情况下的特征数关联式将在接下来的几节给出。在使用特征数关联式时，应注意特征数中都有流体的物性参数，通常物性参数是温度的函数，用来确定流体物性参数的温度称为定性温度。

下面给出利用特征数关联式计算对流传热表面传热系数的一般顺序：

(1) 判断对流传热的形式。首先确定是有相变还是无相变的问题。若是无相变的问题，进一步根据流动的起因判断是强制对流传热还是自然对流传热问题。然后根据壁面的几何形状及流体与壁面的相对位置关系，将问题对应到 3.1 节所给出的对流传热分类形式。

(2) 判断流体的流动状态。强制对流传热利用雷诺数 Re ，自然对流传热用 Gr 或者瑞利数 $Ra = GrPr$ 来判断。流体的流动状态有层流、湍流或层流到湍流的过渡区。

(3) 选择合适的特征数关联式。根据 (1)、(2) 项的判断，选择合适的特征数关联式。

(4) 计算努塞尔数。计算选定特征数关联式中的已定的特征数，计算时注意对定性温度、特征长度和特征流速的要求，进一步由特征数关联式计算出努塞尔数。

(5) 计算对流传热表面传热系数。利用努塞尔数的定义式得 $h = \frac{\lambda}{l} Nu$ 。

下面通过几个例题详细说明上述过程。

例题 3-2 图 1-2 曾给出一个平板式太阳能集热器的示意图。若在某次对集热器性能的实验测定中得到如下数据：透明玻璃盖板（图中的压板）表面温度为 35°C ，沿集热器表面宽度方向有微风，风速为 4m/s ，空气的温度为 25°C 。已知盖板表面的长度（或高度）为 1.5m ，宽度为 1m 。①试计算盖板表面对流传热的平均表面传热系数；②计算整个盖板表面对流传热的热流量。

注：对于外掠等温平板的对流传热，若计算整个平板上的平均表面传热系数，推荐使用下面的特征数关联式：若平板末端仍处于层流，则有 $Nu = 0.664Re^{1/2}Pr^{1/3}$ ；若平板末端已处于湍流，则有 $Nu = (0.037Re^{4/5} - 871)Pr^{1/3}$ 。判断层流与湍流的临界雷诺数为 $Re_c = 5 \times 10^5$ ，此关联式使用中，定性温度为边界层中的平均温度，即 $t_m = (t_w + t_\infty)/2$ ，特征长度为平板总长，特征速度为来流速度。

题解:

分析: ①太阳能集热器透明盖板上表面与周围空气的对流传热属于外掠等温平板的强制对流传热; ②首先利用推荐的特征数关联式计算出表面传热系数, 然后可利用牛顿冷却公式计算对流传热的热流量。

计算: (1) 边界层的平均温度为

$$t_m = (t_w + t_\infty)/2 = (35 + 25)/2 = 30(^{\circ}\text{C})$$

对于空气, 30°C 的物性参数分别为 $\nu = 1.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\lambda = 2.59 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $Pr = 0.7282$ 。在流动方向末端处的雷诺数为

$$Re = \frac{ul}{\nu} = \frac{4 \times 1}{1.6 \times 10^{-5}} = 2.5 \times 10^5$$

整个平板上的流动均属于层流, 因此整个平板上的平均表面传热系数可用下式计算, 即

$$Nu = 0.664Re^{1/2}Pr^{1/3} = 0.664 \times (2.5 \times 10^5)^{1/2} \times 0.7282^{1/3} = 298.7$$

$$h = \frac{\lambda}{l}Nu = \frac{2.59 \times 10^{-2}}{1} \times 298.7 = 7.73 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

(2) 整个集热器盖板表面对流传热的热流量为

$$\Phi = Ah(t_w - t_\infty) = (1 \times 1.5) \times 7.73 \times (35 - 25) = 115.9 (\text{W})$$

例题 3-3 一个管内强制对流传热实验原理如图 3-12 所示, 在测试管子外表面均匀地绕着电阻带作为加热器, 其外还包有保温层。已知: 测试管的内径 d 为 17mm, 长度 l 为 1.5m。在某次实验中, 测得如下数据: 进、出测试管的水温分别为 20°C 和 30°C , 水的流量 q_m 为 0.22 kg/s , 测试管内表面的平均温度为 50°C , 加热器的功率 P 为 9486 W , 测得绝热层的散热损失 η 为 2% 。①直接利用已知参数和测试数据计算管内对流传热的表面传热系数; ②利用下面推荐的特征数关联式计算表面传热系数。

注: 对于直管道内的强制对流传热, 若计算整个管道的平均表面传热系数, 当管内处于湍流状态, 常使用下面的特征数关联式: $Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^n$, 流体被加热 $n = 0.4$, 流体被冷却 $n = 0.3$ 。该公式的适用条件为: $0.7 \leq Pr \leq 160$, $Re \leq 10^4$, 管长与内径的比值 $l/d \geq 60$; 对于流体为水的情况, 流体与管壁温差应小于 30°C 。此关联式使用中, 定性温度采用入口流体温度与出口温度的平均值 t_f (也称为流体平均温度), 管子内径作为特征长度, 特征速度一般为定性温度下管截面平均流速。

题解:

分析: ①在该实验中, 加热器的有效热量将以对流传热的形式传递给管内的水, 利用牛顿冷却公式即可计算出表面传热系数。②判断问题中的各参数是否满足推荐的特征数关联式, 若满足则选用该关联系计算, 否则需查取更合适的关联系计算。

计算: (1) 根据分析得, 测试管内对流传热的热流量为

$$\Phi = P \times (1 - \eta) = 9486 \times (1 - 2\%) = 9297 (\text{W})$$

测试管的内表面积为 $A = \pi dl = 3.14 \times 0.017 \times 1.5 = 0.08 \text{ (m}^2\text{)}$ ，测试管内水的平均温度为： $t_f = (20 + 30) / 2 = 25 \text{ (}^\circ\text{C)}$ 。

利用牛顿冷却公式，表面传热系数为

$$h = \frac{\Phi}{A(t_w - t_f)} = \frac{9297}{0.08 \times (50 - 25)} = 4648.5 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

(2) 拟利用推荐的特征数关联式 $Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^n$ 来计算表面传热系数。根据关联式的说明，定性温度为测试管内水的平均温度 $t_f = 25^\circ\text{C}$ ，该温度下水的主要物性参数通过查附录 8 利用插值法计算得：比定压热容为 $c_p = 4.179 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，导热系数为 $\lambda = 0.61 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，普朗特数 $Pr = 6.22$ ，运动黏度 $\nu = 0.905 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ，密度为 $\rho = 996.95 \text{ kg}/\text{m}^3$ 。

管内的截面积为 $A_c = \pi d^2 / 4 = 3.14 \times 0.017^2 / 4 = 2.27 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)}$ ，管内定性温度下截面平均流速（即特征速度）为

$$u = \frac{q_m / \rho}{A_c} = \frac{0.22 / 996.95}{2.27 \times 10^{-4}} = 0.97 \text{ (m/s)}$$

该问题的特征长度 l 为管子内径 d ，因此，雷诺数为

$$Re = \frac{ul}{\nu} = \frac{0.97 \times 0.017}{0.905 \times 10^{-6}} = 18221 > 10^4$$

流动状态为湍流，普朗特数 $Pr = 6.22$ 在所要求的范围内，流体与管壁温差为 25°C ，小于 30°C ，管长与内径的比值 $l/d = 1.5/0.017 = 88 \geq 60$ 。该问题的条件符合推荐特征数关联式的使用条件，且流体被加热， $n = 0.4$ 。则有

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4} = 0.023 \times 18221^{0.8} \times 6.22^{0.4} = 125.6$$

$$h = \frac{\lambda}{l}Nu = \frac{0.61}{0.017} \times 125.6 = 4505 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

讨论：第一种方法通常是利用实验方法获得管内表面传热系数的方法。对于本例题的情况，流体为水，管道也是最一般的光滑管，所以已经有适用的特征数关联式，用两种方法计算仅是为了做个对比。

例题 3-4 一根水平放置于室内的蒸汽管道，其保温层的外径 $d = 360 \text{ mm}$ ，正常情况下，保温层表面的温度为 40°C ，室内的空气温度为 20°C 。①采用推荐的特征数关联式计算管道外表面自然对流的表面传热系数；②计算每米管长上的对流散热量。

注：对于大空间的自然对流传热，推荐特征数关联式 $Nu = c(GrPr)^n = cRa^n$ 。对于水平圆柱的情况，当 Ra 在 $10^4 \sim 10^9$ 范围内时， $c = 0.53$ ， $n = 0.25$ ；当 Ra 在 $10^9 \sim 10^{12}$ 范围内时， $c = 0.13$ ， $n = 0.33$ 。定性温度为边界层内的平均温度，即 $t_m = (t_w + t_\infty) / 2$ ，特征长度为圆柱的外径。

题解：

分析：管道表面通过两种方式散热，一种是表面与空气的自然对流散热，另

一种是表面向环境的辐射散热。本题只要求计算自然对流散热，且属于水平横圆柱表面的自然对流传热问题，可采用推荐的特征数关联式计算。

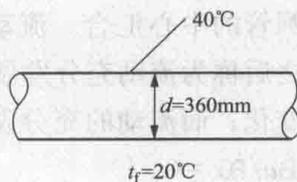


图 3-15 例题 3-4 示意图

计算：(1) 定性温度为 $t_m = \frac{40+20}{2} = 30^\circ\text{C}$ ，查得空气物性参数为

$$\lambda = 0.02588 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}); \nu = 1.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}; Pr = 0.7282;$$

$$\alpha = 1/T_m = 1/(273 + 30) = 0.0033 \text{ K}^{-1}$$

则

$$Gr = \frac{g\alpha(t_w - t_\infty)d^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 0.0033 \times (40 - 20) \times 0.36^3}{(1.6 \times 10^{-5})^2} = 1.18 \times 10^8$$

瑞利数 $Ra = Gr \cdot Pr = 8.6 \times 10^7$ ，所以 $c = 0.53$ ， $n = 0.25$ ，利用特征数关联式得

$$Nu = c(GrPr)^n = 0.53 \times (8.6 \times 10^7)^{0.25} = 51.04$$

$$h = (\lambda/l) \times Nu = (0.02588/0.36) \times 51.04 = 3.7 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

(2) 把管道每米长度上自然对流的散热量记为 $q_{l,c}$ ，根据牛顿冷却公式得

$$q_{l,c} = h\pi d(t_w - t_f) = 3.7 \times 3.14 \times 0.36 \times (40 - 20) = 83.65 (\text{W}/\text{m})$$

3.4 管、槽内强制对流传热

本节主要以圆形截面的管道为例说明内部流动强制对流传热的一些特点，并给出不同流动状态下工程上常用的特征数关联式，最后对于非圆形截面的管内强制对流问题进行说明。

3.4.1 管内对流传热的流动和传热特点

1. 流动状态

流体在管内的流动状态根据雷诺数 Re 判断。对于工业和日常生活中常用的普通圆管，雷诺数 ($Re = ud/\nu$) $Re \leq 2300$ 时，流态为层流； $2300 < Re < 10^4$ 时，为由层流到湍流的过渡区； $Re > 10^4$ 时，流态为旺盛湍流。在计算雷诺数时，用管子的内径作为特征长度，管子截面的平均流速作为特征速度，采用管子进、出口截面上流体温度的平均值作为定性温度。在后面所给的特征数关联式中，除非有特殊说明，其用到的特征长度、特征速度和定性温度也均采用该方法确定。

若已知管内的质量流量 q_m ，由于 $q_m = u \frac{\pi d^2}{4} \rho$ ，雷诺数用 $Re = \frac{4q_m}{\pi d \eta}$ 计算更为方便。

2. 流动的入口段与充分发展段

内部流动与外部流动的最大区别在于，它的边界层形成会受到壁面的限制。以图 3-16 所示的管内层流流动为例，对于流体从大空间流进圆管的稳态流动，从管子进口处开始，流动边界层厚度随流动方向 x 的增加而增加，最后边界层的边

缘在圆管的中心汇合。流动边界层在圆管中心线汇聚之前的阶段称为流动入口段，之后称为流动充分发展段。在流动入口段，管子横截面上的速度分布沿 x 不断变化；而流动的充分发展段，圆管横截面上的速度分布将不再随 x 而变化，即有 $\partial u/\partial x=0$ 。

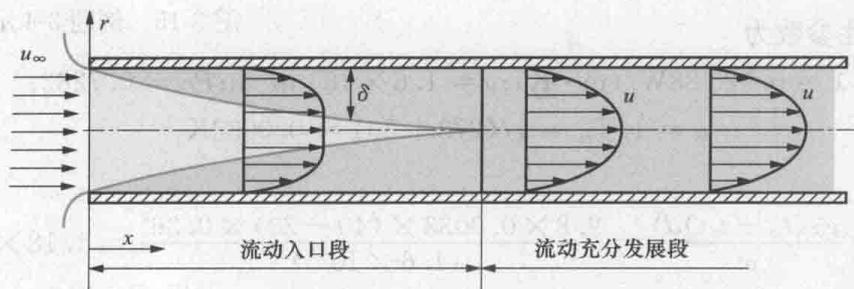


图 3-16 管内层流流动的边界层的发展

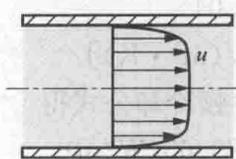


图 3-17 管内湍流时的速度分布

若在充分发展阶段流动状态为湍流，则入口段内边界层的流动状态会出现从层流到过渡区再到湍流的转变。充分发展阶段截面的速度分布不再是二次曲线，而是近壁处梯度更大，中间更趋平缓，如图 3-17 所示。

若管内流动为层流，入口段的长度主要取决于流体的 Re 及管道内径 d ，其关系可表示为

$$l_f/d \approx 0.05Re \quad (3-13)$$

若管内流动为湍流，入口段的长度与雷诺数没有太大的关系，而且比层流时短得多，一般可按式 (3-14) 估计，即

$$10 \leq l_f/d \leq 60 \quad (3-14)$$

3. 换热的入口段与充分发展段

如果流体和管壁之间有温差，也会形成热边界层，热边界层从管子进口处开始发展，并沿流动方向逐渐加厚。与流动边界层相类似，热边界层在圆管中心汇聚之前的阶段称为换热入口段，之后称为换热充分发展段。图 3-18 所示为管内流体被壁面冷却过程的热边界层发展示意图，与流动情况的区别是，即使在换热的充分发展段，流体的温度仍沿 x 和 r 方向不断变化。但在换热充分发展段，各个截面上的无量纲过余温度却不随 x 变化，即

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{t-t_w}{t_f-t_w} \right) = 0 \quad (3-15)$$

式中： t_w 、 t_f 分别为任意截面上管壁温度与管截面流体平均温度， t_f 随流体流动是变化的， t_w 是否变化取决于热边界条件。

下面来分析在换热充分发展段局部表面传热系数的变化。根据式 (3-15) 可知，各个截面上的无量纲过余温度仅仅是径向坐标 r 的函数，因此在壁面处有

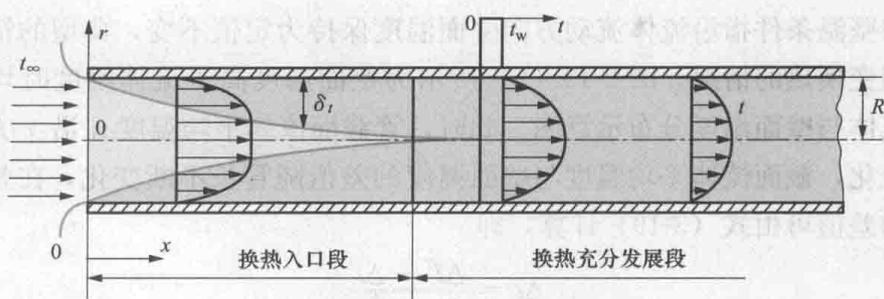


图 3-18 管内热边界层的发展

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{t - t_w}{t_i - t_w} \right)_{r=R} = - \frac{1}{(t_w - t_i)} \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} = \text{常数} \quad (3-16)$$

将局部表面传热系数的表达式 (3-4) 应用于壁面处得

$$h_x = - \frac{\lambda}{(t_w - t_i)} \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=R,x} \quad (3-17)$$

若考虑导热系数为常数的情况, 则在换热充分发展段局部表面传热系数 h_x 是一个常数, 它与 x 无关。无论流动状态是层流还是湍流, 该结论都适用。

若管内流动为层流, 则换热入口段的长度可表示为

$$l_i/d \approx 0.05 Re Pr \quad (3-18)$$

若管内流动为湍流, 则换热入口段的长度几乎与普朗特数无关, l_i 可用式 (3-14) 近似计算。

3.4.2 两种热边界条件

管内强制对流传热热边界条件有均匀热流与均匀壁温两种典型情况, 牛顿冷却公式中 Δt 的计算方法在两种热边界条件下是不同的。所谓均匀热流条件指管壁上任何位置处壁面与流体间对流传热热流密度 (局部热流密度) 是相同的, 如在管外采用电加热的方法。图 3-19 (a) 所示为壁面温度高于流体温度时均匀热流条件下流体与壁面温度分布示意图, 在换热充分发展段 h_x 为定值, 由于 $q_x = h_x \Delta t_x$, q_x 也不随 x 变化, 所以壁面与截面流体的平均温度差值不变。若流体的质量流量和比热容不变, 还可推导得到流体的平均温度如图中所示那样随管长线性变化的关系式。

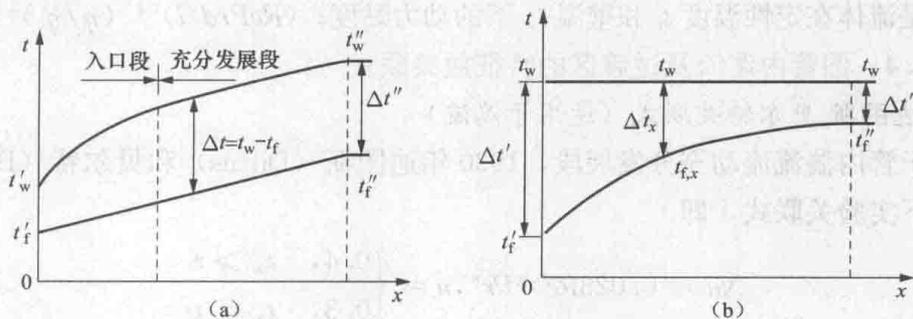


图 3-19 两种热边界条件下壁面温度与截面的流体平均温度曲线

(a) 均匀热流边界; (b) 均匀壁温边界

均匀壁温条件指沿流体流动方向壁面温度保持为定值不变, 典型的情况是管外侧是相变换热的情况。图 3-19 (b) 所示为壁面温度高于流体温度时均匀壁温条件下流体与壁面温度分布示意图。此时, 管截面流体平均温度 t_f 沿 x 方向按指数规律变化, 截面流体平均温度与壁面温度的差值随管长不断变化, 在整个长度上的平均差值可由式 (3-19) 计算, 即

$$\Delta t = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}} \quad (3-19)$$

如果进口温差与出口温差相差不大 ($\Delta t' / \Delta t'' < 2$), 也可用进出口温差的算术平均值进行计算, 其计算的偏差小于 4%。式 (3-19) 的推导可见第 6 章换热器平均温差的推导方法。

3.4.3 圆管内层流流动的特征数关联式

1. 在流动和换热的充分发展段

对于管内流动状态为层流, 且进入流动和换热的充分发展段的情况, 其表面传热系数可以通过理论分析求解而得到 (详见 10.5 节内容)。

在均匀热流条件下

$$Nu = 4.36 \quad (3-20)$$

在均匀壁温条件下

$$Nu = 3.66 \quad (3-21)$$

以上两式表明, 在管内流动状态为层流的充分发展段 Nu 与 Re 无关, 且是个常数。

2. 在流动和换热的入口段

管内为层流情况下, 其入口段较长, 很多工程问题会处于流动和换热的入口段, 或者入口段的长度在整个管长中占很大的比例。对此, 推荐采用席德-塔特 (Sieder-Tate) 关联式来计算长度为 l 的管道的平均 Nu 数, 即

$$Nu = 1.86(RePrd/l)^{1/3} (\eta_i/\eta_w)^{0.14} \quad (3-22)$$

式 (3-22) 适用于均匀壁温条件, 且 $0.48 < Pr < 16700$; $0.0044 < \eta_i/\eta_w < 9.75$, η_i 、 η_w 分别是流体在定性温度 t_f 和壁温 t_w 下的动力黏度; $(RePrd/l)^{1/3} (\eta_i/\eta_w)^{0.14} \geq 2$ 。

3.4.4 圆管内湍流及过渡区的特征数关联式

1. 迪图斯-贝尔特关联式 (适用于湍流)

对于管内湍流流动充分发展段, 1930 年迪图斯 (Dittus) 和贝尔特 (Boelter) 提出如下实验关联式, 即

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^n, n = \begin{cases} 0.4, & t_w > t_f \\ 0.3, & t_w < t_f \end{cases} \quad (3-23)$$

该式适用条件为: $0.7 \leq Pr \leq 160$, $Re \geq 10^4$, 管长与内径的比值 $l/d \geq 60$; 流体与管壁温差, 气体不超过 50°C , 水不超过 30°C , 油不超过 10°C ; 均匀热流或均匀

壁温的直管道。

迪图斯-贝尔特公式仍是目前工程上应用广泛的一个关联式，对于管长、温差超过了限定范围或是弯管的情况，可以对式(3-23)进行如下修正后使用，即

$$Nu = c_t c_l c_r 0.023 Re^{0.8} Pr^n \quad (3-24)$$

式中： c_t 、 c_l 、 c_r 分别为温差修正系数、管长修正系数和弯管修正系数。

(1) 温差修正。引入温差修正的原因是：当温差过大，超过原来的范围后，流体物性参数（特别是黏性）的不均匀性将对表面传热产生较大影响，从而造成原关联式的使用误差。具体修正方法如下。

$$\text{气体被加热:} \quad c_t = (T_f/T_w)^{0.5} \quad (3-25a)$$

$$\text{气体被冷却:} \quad c_t = 1 \quad (3-25b)$$

$$\text{液体被加热:} \quad c_t = (\eta_f/\eta_w)^{0.11} \quad (3-25c)$$

$$\text{液体被冷却:} \quad c_t = (\eta_f/\eta_w)^{0.25} \quad (3-25d)$$

(2) 管长修正。由对管内热边界层的发展分析可知，在入口段边界层较薄，其局部的表面传热系数大于充分发展段的值。迪图斯-贝尔特公式的适用条件 $l/d \geq 60$ 表明入口段的影响可以忽略。所以当管长较短时，需要考虑入口段的影响，管长修正系数 c_l 可用下式计算，即

$$c_l = 1 + (d/l)^{0.7} \quad (3-26)$$

(3) 弯管修正。如果管道是弯曲的，在弯管段流体流动方向改变产生离心力，离心力会导致如图3-20所示的二次环流，这相当于对流体流动增加了扰动，使对流传热得到强化。弯管的弯曲半径 R 越小，二次环流的影响越大。对于弯管段，利用迪图斯-贝尔特公式计算出的表面传热系数偏小。弯管修正系数 c_r 可按下列公式计算。

对于气体：

$$c_r = 1 + 1.77(d/R) \quad (3-27)$$

对于液体：

$$c_r = 1 + 10.3(d/R)^3 \quad (3-28)$$

2. 席德-塔特关联式 (适用于湍流)

对于流体与管壁温度相差较大的情况，建议采用席德-塔特 (Sieder-Tate) 关联式，即

$$Nu = 0.027 Re^{0.8} Pr^{1/3} (\eta_f/\eta_w)^{0.14} \quad (3-29)$$

式(3-29)的适用条件为： $0.7 \leq Pr \leq 16700$ ， $Re \geq 10^4$ ， $l/d \geq 60$ ，均匀热流或均匀壁温边界条件的直管道。

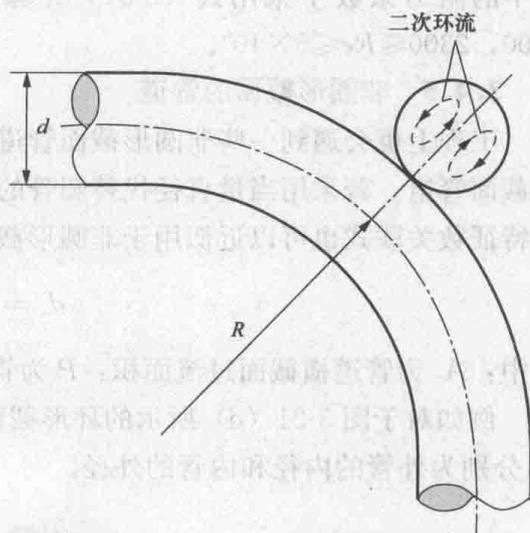


图 3-20 弯管段二次环流示意图

需要说明的是,迪图斯-贝尔特和席德-塔特关联式形式简单,主要用于管内处于旺盛的湍流区,计算与实验数据误差在 25% 以内。

3. 佩图霍夫关联式 (适用于湍流)

对于湍流充分发展段,佩图霍夫 (Petukhov) 关联式具有较高的计算精度,即

$$Nu = \frac{(f/8)RePr}{1.07 + 12.7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (3-30)$$

式中: f 为管道阻力系数。

对于光滑管, f 可利用式 (3-31) 计算,即

$$f = (1.82 \lg Re - 1.64)^{-2} \quad (3-31)$$

该关联式的适用条件为 $0.5 < Pr < 2000$, $10^4 < Re < 5 \times 10^6$, 均匀热流和均匀壁温条件的直管道。在 $0.5 < Pr < 200$ 范围计算偏差为 6%, 在 $200 < Pr < 2000$ 范围计算偏差为 10%。

4. 格尼林斯基关联式 (适用于湍流及过渡区)

格尼林斯基 (Gnielinski) 对佩图霍夫关联式进行了适当修改,改变后的关联式也可适用于管内过渡区的情况。格尼林斯基关联式为

$$Nu = \frac{(f/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (3-32)$$

式中的阻力系数 f 采用式 (3-31) 计算,该关联式的适用条件为: $0.5 \leq Pr \leq 2000$, $2300 \leq Re \leq 5 \times 10^6$ 。

3.4.5 非圆形截面的管道

工程上也会遇到一些非圆形截面管道的情况,图 3-21 所示为几种典型的非圆形截面管道。若采用当量直径代替圆管的内径作为特征长度,前面很多针对圆管的特征数关联式也可以近似用于非圆形截面管道,当量直径的定义式为

$$d_e = \frac{4A_c}{P} \quad (3-33)$$

式中: A_c 为管道横截面过流面积; P 为管道横截面被流体润湿的周长。

例如对于图 3-21 (d) 所示的环形截面通道,其当量直径为 $d_e = d_1 - d_2$, d_1 、 d_2 分别为外管的内径和内管的外径。

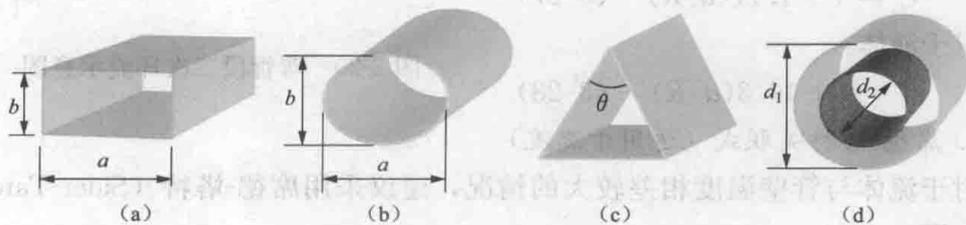


图 3-21 几种典型的非圆形截面管道

(a) 矩形截面; (b) 椭圆形截面; (c) 等腰三角形截面; (d) 环形截面

对于如矩形截面或等腰三角形这样的非圆形截面,表面传热系数是沿周界变化

的,在角落处接近于零,所以用圆管的关联式计算的结果代表的是周界上的平均值。

对于湍流流动(仍采用 $Re > 10^4$)的非圆形截面通道,用圆管的关联式计算的准确度还是较高的。对于处于充分发展段的层流流动($Re \leq 2300$),像圆管一样也有理论分析的结果,表 3-1~表 3-3 所示为一些代表性的结果。

表 3-1 不同截面形状管道内层流充分发展段努塞尔数 Nu

截面形状	a/b 或 θ	Nu	
		均匀热流边界	均匀壁温边界
矩形截面	1	3.61	2.98
	2	4.12	3.39
	3	4.79	3.96
	4	5.33	4.44
	6	6.05	5.14
	8	6.49	5.60
	∞	8.24	7.54
椭圆形截面	1	4.36	3.66
	2	4.56	3.74
	4	4.88	3.79
	8	5.09	3.72
	16	5.18	3.65
等腰三角形截面	10°	2.45	1.61
	30°	2.91	2.26
	60°	3.11	2.47
	90°	2.98	2.34
	120°	2.68	2.00

表 3-2 环形空间层流充分发展段努塞尔数 Nu (一侧绝热,另一侧均匀壁温)

内外径之比 d_2/d_1	内壁 Nu	外壁 Nu	内外径之比 d_2/d_1	内壁 Nu	外壁 Nu
0	—	3.66	0.25	7.37	4.23
0.05	17.46	4.06	0.50	5.74	4.43
0.10	11.56	4.11	1.00	4.86	4.86

表 3-3 环形空间层流充分发展段努塞尔数 Nu (两侧维持均匀热流)

内外径之比 d_2/d_1	内壁 Nu	外壁 Nu	内外径之比 d_2/d_1	内壁 Nu	外壁 Nu
0	—	4.36	0.40	6.58	4.98
0.05	17.81	4.79	0.60	5.91	5.10
0.10	11.91	4.83	0.80	5.58	5.24
0.20	8.50	4.83	1.00	5.38	5.38

3.4.6 管壳式换热器壳侧流体表面传热系数

对于简单的管壳式换热器(关于换热器的详细介绍见第 6 章),如果管间无折

流板, 管外流体可按平行管束流动考虑, 可应用管内强制对流计算公式, 只需将式中的内径改为管间的当量直径。当换热器内装有 25% 圆缺折流板, 如图 3-22 和图 3-23 所示, $Re=2000\sim 10^6$ 时, 可使用科恩 (Kern) 提出的关联式计算, 其形式为

$$Nu = 0.36Re^{0.55} Pr^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_w} \right)^{0.14} \quad (3-34a)$$

式中的特征长度、特征速度和定性温度的计算将在下面进行说明。



图 3-22 管壳式换热器示意图

(1) 特征长度取壳程流动的当量直径, 它与管子的排列方式有关, 两种典型的排列方式是正方形排列和正三角形排列, 如图 3-23 所示。

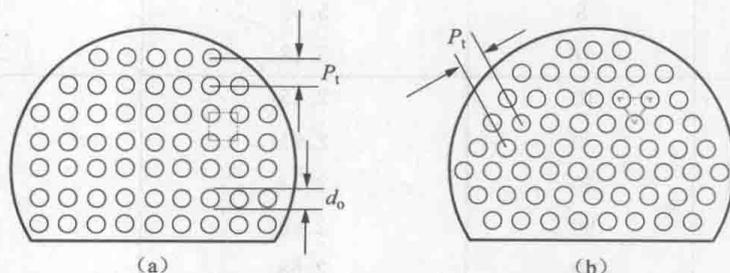


图 3-23 折流板及典型的管束排列方式

(a) 正方形排列; (b) 正三角形排列

管子正方形排列时有

$$d_e = \frac{4 \left(P_t^2 - \frac{\pi}{4} d_o^2 \right)}{\pi d_o} \quad (3-34b)$$

管子正三角形排列时有

$$d_e = \frac{4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} P_t^2 - \frac{\pi}{4} d_o^2 \right)}{\pi d_o} \quad (3-34c)$$

式中: P_t 为相邻两管管心距; d_o 为管子的外径。

(2) 特征流速采用下面的公式进行计算, 即

$$u = \frac{q_m}{\rho A_o} \quad (3-35)$$

式中: A_o 为壳侧流体的流通截面积。

A_o 按式 (3-36) 计算, 即

$$A_o = BD \left(1 - \frac{d_o}{P_t}\right) \quad (3-36)$$

式中: B 为折流板的间距; D 为换热器壳体的内径。

(3) 定性温度取壳侧流体进出口的平均温度。

例题 3-5 有一个对 14 号润滑油进行冷却的装置是将油管放入大的冷水浴中。已知油管内径 3cm、长 4m 的薄壁铜管, 水浴温度恒定为 20°C , 需冷却油的质量流量为 0.1kg/s , 入口温度为 52°C , 计算经该冷却装置后油的出口温度是多少?

题解:

分析: 单位时间内润滑油经过该冷却装置释放的热量都是通过与管壁的对流传热进行的, 因此有 $\Phi = q_m c_p (t'_i - t''_i) = hA\Delta t$ 。本问题要计算的是油的出口温度 t''_i , 但是在计算温差和表面传热系数中都需要已知出口温度, 因此必须先假定一个 t''_i 。最后再判断假定值是否合适, 若不合适, 调整后重新进行计算, 直到满足计算精度。此外, 由于管道为薄壁铜管, 可将管内对流传热视为恒壁温 ($t_w = 20^\circ\text{C}$) 的情况。

计算: 假定油的出口温度为 48°C (本假定值是经过多次计算后得到的值), 则流体定性温度为: $t_f = \frac{48+52}{2} = 50^\circ\text{C}$; 查得定性温度下 14 号润滑油的物性参数为: $\rho = 874.8\text{kg/m}^3$, $c_p = 2077\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $\lambda = 0.145\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $Pr = 956$, $\nu = 7.65 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$, $\eta_t = 6.7 \times 10^{-2}\text{Pa} \cdot \text{s}$, $\eta_w = 3.67 \times 10^{-2}\text{Pa} \cdot \text{s}$ 。

则雷诺数为

$$Re = \frac{4q_m}{\pi d \eta} = \frac{4 \times 0.1}{3.14 \times 0.03 \times 6.7 \times 10^{-2}} = 63.4$$

流动状态为层流, 计算换热的入口段长度为

$$l_i \approx 0.05 Re Pr d = 0.05 \times 63.4 \times 956 \times 0.03 = 90.9(\text{m})$$

本油管长为 4m, 所以管内的换热处于换热的入口段。

可利用关联式 (3-22) 计算努赛尔数为

$$\begin{aligned} Nu &= 1.86 (Re Pr d / l)^{1/3} (\eta_t / \eta_w)^{0.14} \\ &= 1.86 \times (63.4 \times 956 \times 0.03 / 4)^{0.33} \times (6.7 / 3.67)^{0.14} = 15.2 \end{aligned}$$

表面传热系数为

$$h = Nu \lambda / d = 15.2 \times 0.145 / 0.03 = 73.7 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

在管子入口处温差 $\Delta t' = 52 - 20 = 32^\circ\text{C}$, 出口处温差 $\Delta t'' = 48 - 20 = 28^\circ\text{C}$, $\Delta t' / \Delta t'' < 2$, 因此用算术平均温差, $\Delta t = (\Delta t' + \Delta t'') / 2 = 30^\circ\text{C}$ 。

由牛顿冷却公式计算的对流传热量为

$$\Phi' = hA\Delta t = h\pi d l \Delta t = 73.7 \times 3.14 \times 0.03 \times 4 \times 30 = 833(\text{W})$$

再由润滑油的能量守恒式计算润滑油放出的热流量为

$$\Phi'' = q_m c_p (t'_i - t''_i) = 0.1 \times 2077 \times (52 - 48) = 831(\text{W})$$

两者误差为

$$\frac{\Phi' - \Phi''}{\Phi} = \frac{833 - 831}{833} \times 100\% = 0.24\%$$

工程上一般将该误差控制在 2% 以内的范围, 因此可认为假定的出口温度 48°C 就是所求的温度。

讨论: ①这种需要先假定未知量的计算方法是工程计算中常遇到的问题, 为避免假定值偏差太大, 可先根据一些典型数据做近似计算, 来预估未知量大概的区间; ②本问题中流体为润滑油, 其黏度很大, 因此其流动状态为层流, 且换热的入口段很长。

例题 3-6 采用管外均匀缠绕电加热丝的方式对冷水进行加热。已知圆管内径为 $d=2\text{cm}$, 单位管长的加热功率为 2.45kW/m , 冷水的流量为 0.22kg/s , 入口温度为 18°C 。试计算: ①需要多长的加热管才能将冷水加热到 22°C ; ②管子出口处的壁温。

题解:

分析: ①将冷水加热到指定温度所需的热量可以用 $\Phi = q_m c (t'_i - t''_i)$ 计算, 单位管长加热功率已知, 因此可计算所需管长。②计算出管内表面传热系数后, 可由 $\Phi = hA\Delta t$ 计算出温差, 从而可得管子出口处的壁温。

计算: 流体定性温度为 $t_f = \frac{18+22}{2} = 20^\circ\text{C}$; 查得定性温度下水的物性参数为: $\rho = 998.2\text{kg/m}^3$, $c_p = 4183\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $\lambda = 0.599\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $Pr = 7.02$, $\nu = 1.006 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$, $\eta_f = 1.004 \times 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}$ 。

(1) 加热水所需的热流量为

$$\Phi = q_m c_p (t'_i - t''_i) = 0.22 \times 4183 \times (22 - 18) = 3681(\text{W})$$

所需管长为

$$l = \frac{\Phi}{P} = \frac{3681}{2450} = 1.5(\text{m})$$

(2) 管内的雷诺数为

$$Re = \frac{4q_m}{\pi d \eta} = \frac{4 \times 0.22}{3.14 \times 0.02 \times 1.004 \times 10^{-3}} = 13957$$

流动为湍流, 选用迪图斯-贝尔特关联式进行计算, 即

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} = 0.023 \times 13957^{0.8} \times 7.02^{0.4} = 103.7$$

$$h = Nu \lambda / d = 103.7 \times 0.599 / 0.02 = 3105.8[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

利用牛顿冷却公式可得, 流体与壁面的温差为

$$\Delta t = \frac{\Phi}{hA} = \frac{3681}{3105.6 \times 3.14 \times 0.02 \times 1.5} = 12.6(^\circ\text{C})$$

管长 $l/d = 1.5/0.02 = 75 > 60$, 温差 $\Delta t = 12.6^\circ\text{C} < 30^\circ\text{C}$, 所以不需要进行管长和温差的修正。

出口处壁面温度为

$$t_w = t'_t + \Delta t = 22 + 12.6 = 34.6(^{\circ}\text{C})$$

讨论：在计算努赛尔数时也可采用格尼林斯基关联式，即

$$f = (1.82 \lg Re - 1.64)^{-2} = (1.82 \times \lg 13\,957 - 1.364)^{-2} = 0.0285$$

$$Nu = \frac{(f/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} = \frac{(0.0285/8) \times (13\,957 - 1000) \times 7.02}{1 + 12.7 \times (0.0285/8)^{0.5} \times (7.02^{2/3} - 1)} = 107$$

$$h = Nu\lambda/d = 107 \times 0.599/0.02 = 3204[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

两关联式计算的偏差为 $\frac{3204 - 3105}{3105} \times 100\% = 3.2\%$ ，说明对于本问题，用两关联式计算的结果相差不大。

例题 3-7 有一管壳式换热器，已知换热管的内径为 17mm，单根管子的根数为 50 根，单程管长为 4m。热水走管程，热水的流量为 33t/h 热水的进、出口温度分别为 55 $^{\circ}\text{C}$ 和 45 $^{\circ}\text{C}$ 。试计算该换热器管内侧的表面传热系数。

题解：

计算：流体定性温度为 $t_f = \frac{55 + 45}{2} = 50(^{\circ}\text{C})$ ；查得定性温度下水的物性参数为： $\rho = 988\text{kg}/\text{m}^3$ ， $c_p = 4174\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $\lambda = 0.648\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $Pr = 3.54$ ， $\nu = 0.556 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ， $\eta_t = 0.549 \times 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}$ 。

单根管子的质量流量为

$$q_m = \frac{33/3.6}{50} = 0.183(\text{kg}/\text{s})$$

管内的雷诺数为

$$Re = \frac{4q_m}{\pi d \eta} = \frac{4 \times 0.183}{3.14 \times 0.017 \times 0.549 \times 10^{-3}} = 25\,009$$

流动为湍流，选用迪图斯-贝尔特关联式进行计算

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4} = 0.023 \times 25\,009^{0.8} \times 3.54^{0.4} = 111$$

$$h = Nu\lambda/d = 111 \times 0.648/0.017 = 4227[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

例题 3-8 对于例题 3-7 所述的管壳式换热器，若已知换热管的外径为 19mm，管子采用正三角形布置，相邻两管管心距为 25mm，换热器内装有 25% 圆缺折流板，折流板的间距为 200mm，换热器的壳体内径为 325mm。被加热的冷水走壳程，冷水的流量为 11t/h，冷水的进、出口温度分别为 15 $^{\circ}\text{C}$ 和 45 $^{\circ}\text{C}$ ，管壁的平均温度为 50 $^{\circ}\text{C}$ 。试计算该换热器壳侧的表面传热系数。

题解：

计算：流体定性温度为 $t_f = \frac{15 + 45}{2} = 30(^{\circ}\text{C})$ ；查得定性温度下水的物性参数为： $\rho = 995.7\text{kg}/\text{m}^3$ ， $c_p = 4174\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $\lambda = 0.618\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $Pr = 5.42$ ， $\nu = 0.805 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ， $\eta_t = 0.801 \times 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}$ ， $\eta_w = 0.549 \times 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}$ 。

壳侧流体的质量流量为

$$q_m = 11/3.6 = 3.06(\text{kg}/\text{s})$$

壳侧的当量直径为

$$d_e = \frac{4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}P_t^2 - \frac{\pi}{4}d_o^2\right)}{\pi d_o} = \frac{4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}0.025^2 - \frac{\pi}{4}0.019^2\right)}{3.14 \times 0.019} = 0.0173(\text{m})$$

壳侧的流通面积为

$$A_o = BD\left(1 - \frac{d_o}{P_t}\right) = 0.2 \times 0.325 \times \left(1 - \frac{0.019}{0.025}\right) = 0.0156(\text{m}^2)$$

壳侧的流速为

$$u = \frac{q_m}{\rho A_o} = \frac{3.06}{995.7 \times 0.0156} = 0.197(\text{m/s})$$

壳侧的雷诺数为

$$Re = \frac{ud_e}{\nu} = \frac{0.197 \times 0.0173}{0.805 \times 10^{-6}} = 4233$$

选用科恩关联式进行计算, 即

$$Nu = 0.36Re^{0.55}Pr^{1/3}\left(\frac{\eta}{\eta_w}\right)^{0.14} = 0.36 \times 4233^{0.55} \times 5.42^{0.33} \times \left(\frac{5.42}{7.02}\right)^{0.14} = 59.9$$

壳侧的表面传热系数为

$$h = Nu\lambda/d = 59.9 \times 0.618/0.0173 = 2139.9[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

3.5 外部流动强制对流传热

本节主要介绍流体外掠平板、横掠单管(含非圆形截面)、管束、球等物体表面的强制对流传热问题, 重点是给出各自的流动和传热特点及工程上常用的特征数关联式。

3.5.1 流体外掠平板

1. 边界层内的流动状态

在本章边界层的概念介绍中都是以流体外掠平板为例进行的, 因此有关其流动和换热的特点在此不再重复。

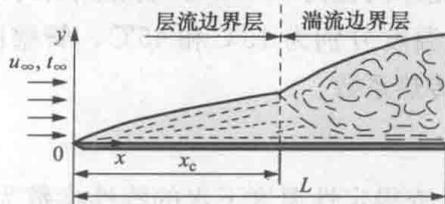


图 3-24 外掠平板对流传热

由于沿流动方向, 边界层不断增厚, 边界层内流体流量不断增加, 在不同截面处边界层内流体流动的雷诺数是不同的, 任意截面 x 处(见图 3-24)边界层的局部雷诺数 Re_x 按下式计算, 即

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu} \quad (3-37)$$

式中: u_∞ 为来流流速。

流动状态由层流向湍流转变的临界雷诺数为

$$Re_c = \frac{u_\infty x_c}{\nu} = 5 \times 10^5 \quad (3-38)$$

式中： x_c 为局部雷诺数达临界值处的 x 坐标，称为临界距离。

判断平板上边界层是层流边界层还是混合边界层有两种方法：①利用平板末端雷诺数判断，若平板末端局部雷诺数已大于临界雷诺数，边界层属于混合边界层，否则为层流边界层；②对比 x_c 与平板总长度，若 x_c 小于平板总长度，则边界层属于混合边界层，否则为层流边界层。此处忽略了过渡区，认为在临界距离处流动直接从层流转变到湍流。

2. 特征数关联式

流体外掠平板对流传热的边界条件也有均匀壁温与均匀热流两种，两种条件下的特征数关联式不同，下面分别介绍。在计算中用来流速度作为特征速度，壁面温度与来流温度的平均值 $t_m = (t_w + t_\infty)/2$ 作为定性温度，局部点上的特征数计算中特征长度取流动方向的距离 x ，计算整个平板的平均值时特征长度则取整个平板的总长度 L 。

(1) 均匀壁温条件。层流段局部努赛尔数计算式为

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad (3-39)$$

适用条件为： $0.6 < Pr < 50$ ， $Re < 5 \times 10^5$ 。

湍流段局部努赛尔数计算式为

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad (3-40)$$

适用条件为： $0.6 \leq Pr \leq 60$ ， $5 \times 10^5 \leq Re \leq 10^7$ 。

工程计算更多用到平板上的平均表面传热系数，可按照式 (3-2) 计算平均表面传热系数。应注意，对于混合边界层，需将局部表面传热系数在层流段和湍流段进行分段积分。

层流边界层时的整个平板的平均努赛尔数为

$$Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad (3-41)$$

混合边界层时的整个平板的平均努赛尔数为

$$Nu = (0.037 Re^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \quad (3-42)$$

对于液态金属（普朗特数远小于 1）在等温平板上的层流流动，显然式 (3-39) 不再适用，此时可用式 (3-43) 计算，即

$$Nu_x = 0.565 (Re_x Pr)^{1/2} (Pr < 0.05) \quad (3-43)$$

丘吉尔 (Churchill) 和欧之 (Ozoe) 推荐了一个可适用于全 Pr 数范围的外掠等温平板层流流动对流传热的关联式，且计算精度为 $\pm 1\%$ ，计算式为

$$Nu_x = \frac{0.3387 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.0468/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \quad (3-44)$$

(2) 均匀热流条件。局部表面传热系数计算式为

$$\text{层流: } Nu_x = 0.453Re_x^{1/2}Pr^{1/3} \quad (3-45)$$

$$\text{湍流: } Nu_x = 0.0308Re_x^{4/5}Pr^{1/3} \quad (3-46)$$

以上两式适用于 $0.5 \leq Pr \leq 1000$ 的流体。

式 (3-47) 则适用于均匀热流条件全 Pr 范围内的层流情况, 即

$$Nu_x = \frac{0.4637Re_x^{1/2}Pr^{1/3}}{[1 + (0.0207/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \quad (3-47)$$

利用式 (3-45) 还可得到层流边界层时的整个平板的平均努赛尔数为

$$Nu = 0.68Re^{1/2}Pr^{1/3} \quad (3-48)$$

3.5.2 流体横掠单管和球体

1. 边界层与局部传热特性

流体横掠单管是指流体沿着垂直于管子轴线的方向流过管子表面。与流体外掠平板边界层不同, 流体横掠单管形成的边界层可能发生边界层分离 (也就是横掠脱体), 流动状态不同, 边界层分离点位置也不同, 本节用图 3-25 所示角度 φ 作为管壁不同点的坐标。

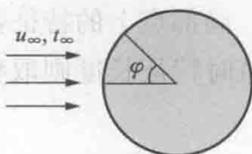


表 3-4 所示为不同雷诺数下流体横掠圆管边界层发展与分离特性。若 $Re < 5$, 则流体平滑、无分离地

流过圆柱表面, 不发生边界层的分离, 边界层内的流动为层流状态; 如果 $Re > 5$, 则会发生边界层分离, 并在分离点后形成旋涡。在 $5 < Re < 1.5 \times 10^5$ 范围内, 边界层分离前流动状态为层流, 分离点在 $\varphi \approx 80^\circ \sim 85^\circ$ 位置; 在 $Re > 1.5 \times 10^5$ 范围, 边界层从层流过渡到湍流后才发生分离, 分离点在 $\varphi \approx 140^\circ$ 位置。

表 3-4 不同雷诺数下流体横掠圆管边界层发展与分离特性

序号	$Re = \frac{u_\infty d}{\nu}$	边界层流形	脱体特性
1	$Re \leq 5$		不脱体
2	$5 < Re \leq 40$		开始脱体, 尾流出现涡
3	$40 < Re \leq 150$		脱体, 尾流形成层流涡街
4	$150 < Re \leq 3 \times 10^5$		脱体前边界层保持层流, 湍流涡街

续表

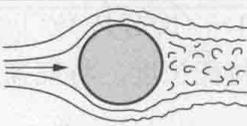
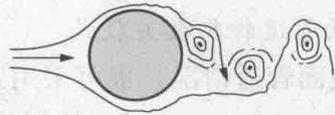
序号	$Re = \frac{u_\infty d}{\nu}$	边界层流形	脱体特性
5	$3 \times 10^5 < Re \leq 3.5 \times 10^6$		边界层从层流过渡到湍流再脱体, 尾流紊乱、变窄
6	$Re > 3.5 \times 10^6$		又出现湍流涡街, 但比第4种情况狭窄

图 3-26 所示为圆管表面不同位置局部努塞尔数变化曲线, 该曲线反映出边界层发展与分离对局部传热特性的影响。可以看出, 图中有“V”型和“W”型两类曲线。最下面两条曲线为“V”型曲线, 为边界层在层流条件下发生边界层分离的局部努塞尔数变化曲线。在边界层分离点前, 随边界层发展增厚, 局部努塞尔数不断下降, 在分离点后, 形成的涡强化了对流传热, 局部努塞尔数增大, 且越往后, 局部努塞尔数也就越大。上面四条线为“W”型曲线, 为边界层在湍流条件下发生分离的局部努塞尔数曲线。在分离点前的层流边界层区, 随着边界层发展增厚, 局部努塞尔数不断下降; 当边界层流动由层流向湍流转化时, 局部努塞尔数显著增大; 边界层流动完全转化为湍流后, 随边界层进一步增厚, 局部努塞尔数表现为下降趋势; 在边界层分离点后, 在分离区涡的作用下, 局部努塞尔数又表现为上升趋势。

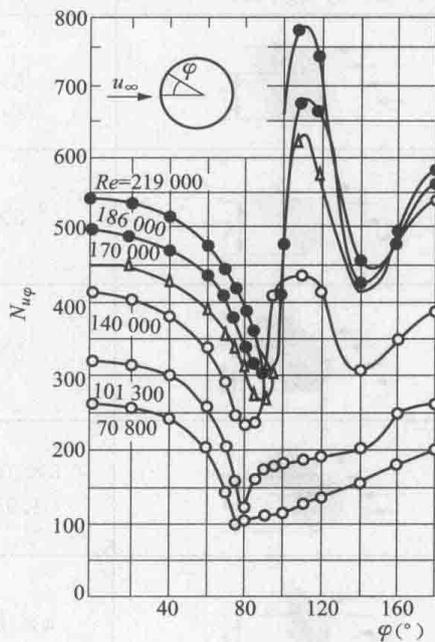


图 3-26 管壁不同位置局部努塞尔数曲线

2. 流体横掠圆管特征数关联式

对于流体横掠圆管的平均表面传热系数, 可用下面的关联式计算, 即

$$Nu = CRe^n Pr^{1/3} \quad (3-49)$$

表 3-5 式 (3-49) 中 C 、 n 值

Re	C	n
0.4~4	0.989	0.330
4~40	0.911	0.385
40~4000	0.683	0.466
4000~40 000	0.193	0.618
40 000~400 000	0.0266	0.805

式 (3-49) 中的 C 与 n 的值见表 3-5; 定性温度为边界层平均温度 $t_m = (t_w + t_\infty)/2$; 特征长度为圆管外径 d ; 特征速度为来流速度 u_∞ 。该式适用于 $Pr > 0.7$ 的情况。该式对空气的实验验证范围为 $t_\infty = 15.5 \sim 980^\circ\text{C}$, $t_w = 21 \sim 1046^\circ\text{C}$ 。

丘吉尔 (Churchill) 与朋斯登 (Bernstein) 提出了如下适用范围更宽泛的特征数关联式, 即

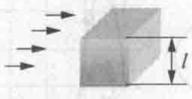
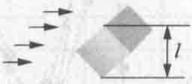
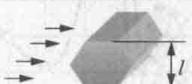
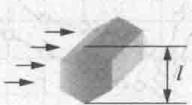
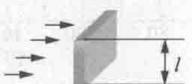
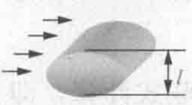
$$Nu = 0.3 + \frac{0.62Re^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282\,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad (3-50)$$

式 (3-50) 中的定性温度、特征长度、特征速度与式 (3-49) 相同; 适用范围为: $10^2 < Re < 10^7$, $RePr > 0.2$ 。

3. 流体横掠非圆截面管道特征数关联式

对于气体横掠非圆截面管道情况, 也可采用式 (3-49) 进行计算, 式中的 C 、 n 见表 3-6。定性温度为 $t_m = (t_w + t_\infty)/2$; 特征长度 l 见表 3-6; 特征速度为来流速度。

表 3-6 非圆截面管 C 、 n 值及特征长度

特征长度示意	Re 适用范围	C	n
	$5 \times 10^3 \sim 10^5$	0.102	0.675
	$5 \times 10^3 \sim 10^5$	0.246	0.588
	$5 \times 10^3 \sim 10^5$	0.153	0.638
	$5 \times 10^3 \sim 1.95 \times 10^4$ $1.95 \times 10^4 \sim 10^5$	0.160 0.0385	0.638 0.782
	$4 \times 10^3 \sim 1.5 \times 10^4$	0.228	0.731
	$2.5 \times 10^3 \sim 1.5 \times 10^4$	0.248	0.612

4. 流体横掠圆球的特征数关联式

流体横掠圆球的平均表面传热系数可用下面的关联式计算, 即

$$Nu = 2 + (0.4Re^{1/2} + 0.06Re^{2/3}) Pr^{0.4} \left(\frac{\eta_\infty}{\eta_w} \right)^{1/4} \quad (3-51)$$

式 (3-51) 中的定性温度为来流温度 t_∞ , 特征长度为圆球外径 d , 特征速度为来流速度 u_∞ ; 适用范围为: $3.5 \leq Re \leq 8.0 \times 10^4$, $0.7 \leq Pr \leq 380$; 式中 η_∞ 与 η_w 的定性温度分别为 t_∞ 与 t_w 。

3.5.3 流体横掠管束

工程上很多传热设备的传热面都是由多根管子组成的管束。设备运行过程中,一种流体在管内流过,与管内表面进行对流传热;另一种流体在管外横向掠过管束,与管外表面进行对流传热。

1. 横掠管束流动与换热的特点

(1) 两种不同的排列方式。管束的排列方式通常有顺排(也称为顺列)与叉排(也称为错列)两种,如图3-27所示。垂流动方向上管子的间距称为横向节距 S_1 ,沿流动方向上管子的间距称为纵向节距 S_2 。这两种排列方式各有优缺点:叉排管束对流体的扰动比顺排剧烈,因此对流传热效果也好于顺排管束;但顺排管束的流动阻力比叉排小,而且管外表面的污垢比较容易清除。

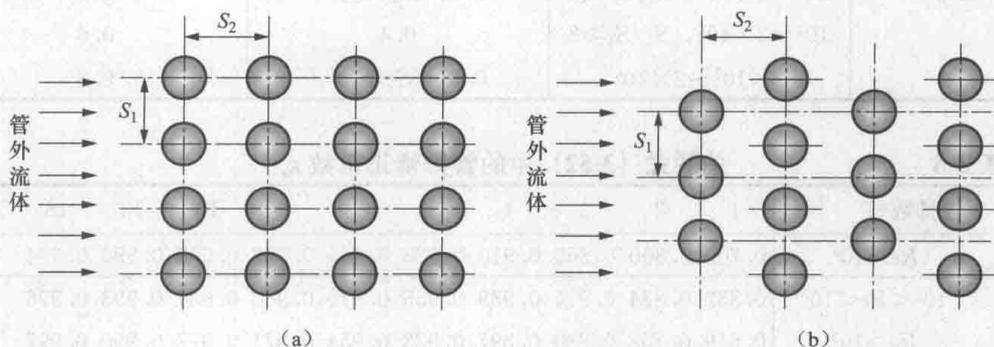


图 3-27 横掠管束的对流传热

(a) 顺排(顺列); (b) 叉排(错列)

(2) 管排数对换热的影响。流体冲刷管束的第1排管子时,其换热情况与横掠单管的情况相似,但是从第2排管子开始,每一排管子都要受到前排管子尾流的影响,相当于来流的扰动加强,相应其表面传热系数也逐渐增加,一般当管排数达到一定数目(15排左右)后,这种影响就基本稳定。在横掠管束的实验中,一般先确定整个管束的平均表面传热系数与管排数无关时的实验关联式,对于较少的管排数引入修正系数进行修正。

2. 横掠管束的特征数关联式

对于流体外掠管束的对流传热,茹卡乌思卡斯(Zhukauskas)汇集了大量实验数据,总结出计算管束平均表面传热系数的关联式为

$$Nu = CRe^m Pr_i^{0.36} \left(\frac{Pr_i}{Pr_w} \right)^{0.25} \epsilon_n \quad (3-52)$$

式(3-52)中,常数 C 和 m 的值列于表3-7中。 ϵ_n 为管排数的修正系数,其数值列于表3-8中。该关联式适用范围为 $1 < Re < 2 \times 10^6$, $0.6 < Pr_i < 500$; 式中除 Pr_w 采用管束平均壁面温度 t_w 为定性温度外,其他物性参数的定性温度均为管束进出口流体的平均温度 t_f ; 特征长度为单管外径; 特征速度为管束中的最大流速。如图3-28所示,在顺列管束中,在横向节距方向,相邻两管间流速即为最大流速;

对于错列管束，管束中若截面 1 与截面 2 的截面积分别为 A_1 与 A_2 ，截面 1 处流量为截面 2 处的 2 倍，若 $A_1 < 2A_2$ ，则 u_1 为最大流速；反之， u_2 为最大流速。

表 3-7 关联式 (3-52) 中的常数 C 和 m 的数值

排列方式	Re	C	m
顺排	$1 \sim 10^2$	0.9	0.4
	$10^2 \sim 10^3$	0.52	0.5
	$10^3 \sim 2 \times 10^5$	0.27	0.63
	$2 \times 10^5 \sim 2 \times 10^6$	0.033	0.8
叉排	$1 \sim 5 \times 10^2$	1.04	0.4
	$5 \times 10^2 \sim 10^3$	0.7	0.5
	$10^3 \sim 2 \times 10^5, S_1/S_2 \leq 2$	$0.35 (S_1/S_2)^{0.2}$	0.6
	$10^3 \sim 2 \times 10^5, S_1/S_2 \geq 2$	0.4	0.6
	$2 \times 10^5 \sim 2 \times 10^6$	$0.31 (S_1/S_2)^{0.2}$	0.8

表 3-8 关联式 (3-52) 中的管排修正系数 ϵ_n

管排数 n	1	2	3	4	5	7	9	10	13	15	≥ 16
顺排 $Re > 10^3$	0.700	0.800	0.865	0.910	0.928	0.954	0.972	0.978	0.990	0.994	1.0
叉排 $10^2 < Re < 10^3$	0.832	0.874	0.914	0.939	0.955	0.970	0.980	0.984	0.993	0.996	1.0
叉排 $Re \geq 10^3$	0.619	0.758	0.840	0.897	0.923	0.954	0.971	0.977	0.990	0.997	1.0

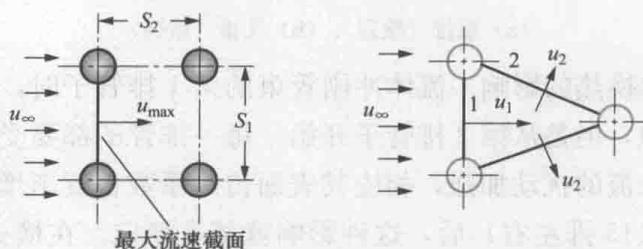


图 3-28 管束中最大流速示意图

式 (3-52) 仅适用于流体流动方向与管束垂直，即称为冲击角 $\psi = 90^\circ$ 的情况。如果 $\psi < 90^\circ$ ，对流传热将减弱，可在式 (3-52) 的右边乘以一个修正系数 ϵ_ψ 来计算管束的平均表面传热系数。修正系数 ϵ_ψ 随冲击角的变化曲线如图 3-29 所示。如果冲击角 $\psi = 0$ ，即流体纵向流过管束，可按管内强制对流传热计算，特征长度取管束间流通截面的当量直径 d_e 。

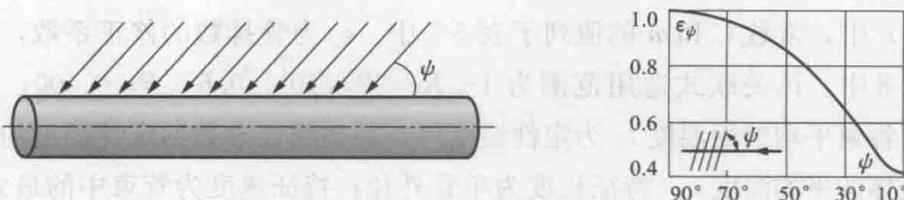


图 3-29 冲击角及修正系数 ϵ_ψ 曲线

例题 3-9 一根输送蒸汽的架空管道，外径为 10cm，管道外保温层破损脱落，使管道外表面直接暴露在空气中。若管道外表面温度为 110℃，速度为 6m/s 的冷风横向吹过管道，冷风温度为 10℃，冷风压力为 1 个标准大气压，求每米管道的对流散热损失。

题解：

分析：管道表面通过两种方式散热，一种是表面与冷空气的对流散热，另一种是表面向环境的辐射散热，本题只要求计算对流散热。管道的对流散热属于流体横掠单管对流传热，表面传热系数的计算公式可采用式 (3-49) 或式 (3-50)。

计算：定性温度为 $t_m = \frac{110+10}{2} = 60^\circ\text{C}$ ，定性温度下空气物性参数为： $\lambda = 0.028\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ； $\nu = 1.896 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$ ； $Pr = 0.7202$ 。

计算雷诺数为

$$Re = \frac{ud}{\nu} = \frac{6 \times 0.1}{1.897 \times 10^{-5}} = 31\,646$$

选用关联式 (3-49) 进行计算，查得 $C=0.193$ ， $n=0.618$ ，则有

$$Nu = 0.193 \times 31\,646^{0.618} \times 0.7202^{1/3} = 104.5$$

表面传热系数为

$$h = Nu\lambda/d = 104.5 \times 0.028/0.1 = 29.4[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

每米管道的对流散热损失为

$$q_1 = hA\Delta t = 29.4 \times \pi \times 0.1 \times (110 - 10) = 923.16(\text{W}/\text{m})$$

讨论：若选用式 (3-50) 进行计算，则有

$$\begin{aligned} Nu &= 0.3 + \frac{0.62Re^{1/2}Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282\,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \\ &= 0.3 + \frac{0.62 \times 31\,646^{1/2} \times 0.7202^{1/3}}{[1 + (0.4/0.7202)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{31\,646}{282\,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} = 104.5 \end{aligned}$$

对于该问题两关联式计算结果非常接近，若采用程序编程计算，关联式 (3-50) 有更大的优越性。

例题 3-10 管式空气预热器是常见的工程传热设备，用于加热空气。图 3-30 为一管式空气预热器示意图，在该空气预热器中，初始温度为 20℃ 的空气横掠温度为 120℃ 的顺列管束，空气进入管束前平均流速为 4.5m/s。管束沿空气流动方向有 6 排，在垂直于空气流动方向有 10 排，单根管外径为 $d = 1.5\text{cm}$ 。管束横向节距 S_1 与纵向节距 S_2 均为 5cm。管束中空气的压力可视为 1 个标准大气压，求每米长管束的

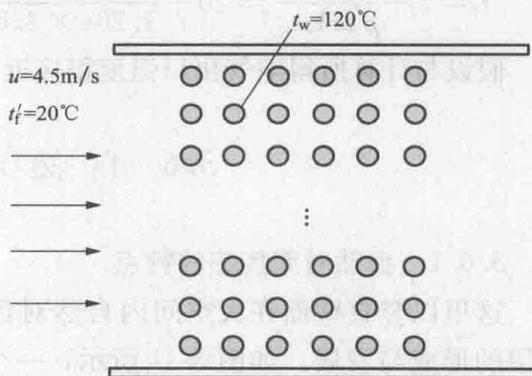


图 3-30 例题 3-10 附图

对流传热量。

题解：

分析：求对流传热量的关键是计算表面传热系数 h ，由于管束出口空气温度未知，无法确定定性温度，需先假设出口空气温度，然后进行迭代试算。

计算：假设管束出口空气温度为 $t_f'' = 30^\circ\text{C}$ ，定性温度为 $t_f = \frac{20+30}{2} = 25$ ($^\circ\text{C}$)，查得定性温度下空气物性参数为： $\rho_f = 1.184\text{kg/m}^3$ ， $c_p = 1.007\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $\lambda_f = 0.02551\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\nu_f = 1.562 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$ ； $Pr_f = 0.7296$ ；入口处空气物性参数为 $\rho' = 1.204\text{kg/m}^3$ ；壁温下空气物性参数为： $Pr_w = 0.7073$ 。

管束间最大空气流速为

$$u_{\max} = \frac{u\rho'S_1}{\rho_f(S_1 - d)} = \frac{4.5 \times 1.204 \times 0.05}{1.184 \times (0.05 - 0.015)} = 6.537(\text{m/s})$$

计算雷诺数为

$$Re = \frac{ud}{\nu} = \frac{6.537 \times 0.015}{1.562 \times 10^{-5}} = 6277.7$$

查表 3-8 得管排修正系数为： $\epsilon_n = 0.941$ ，则

$$\begin{aligned} Nu_f &= 0.27Re_f^{0.63}Pr_f^{0.36}\left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{0.25}\epsilon_n \\ &= 0.27 \times 6277.7^{0.63} \times 0.7296^{0.36} \times \left(\frac{0.7296}{0.7073}\right)^{0.25} \times 0.941 = 56.60 \end{aligned}$$

$$h = Nu\lambda/d = 56.64 \times 0.02551/0.015 = 95.92[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

空气与壁面对数平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{(120 - 20) - (120 - 30)}{\ln \frac{120 - 20}{120 - 30}} = 94.9(^\circ\text{C})$$

对流传热量为

$$\Phi = hA\Delta t_m = 95.92 \times \pi \times 0.015 \times 10 \times 6 \times 94.9 = 25725.21(\text{W})$$

空气出口温度为

$$t_f'' = t_f' + \frac{\Phi}{\rho u A_c c_p} = 20 + \frac{25725.21}{1.204 \times 4.5 \times 10 \times 0.05 \times 1007} = 29.43(^\circ\text{C})$$

假设与计算所得空气出口温度很接近，可不再重新计算。

3.6 自然对流传热

3.6.1 自然对流传热的特点

这里以竖直壁面在大空间内自然对流传热为例来介绍自然对流传热过程边界层的形成与发展。如图 3-31 所示，一个具有均匀温度 t_w 的竖直壁面位于一大空间内，远离壁面的流体处于静止状态。假定静止流体的温度 t_∞ 低于壁面温度

t_w ，靠近壁面的流体受热升温，密度下降，在重力场作用下向上流动。

在壁面下端，流体的流动状态处于层流，随着高度的增加，壁面附近流体的密度与静止流体密度的差异越来越大，所产生的浮升力变大，流动越趋强烈，流动状态有可能转变到湍流。图 3-32 所示为这两种典型流动状态的示意图。图 3-33 定性给出了边界层内的温度和速度的分布。可以看出，沿垂直于流动的方向，边界层内流体温度由贴壁处的 t_w 逐渐降低，直至环境流体温度 t_∞ 。边界层内的速度分布则是两头为零而中间大，贴壁处由于黏性作用流体速度为零，在边界层边界处，流体速度基本为主流区速度也等于零，在边界层的中部某处速度有一个峰值。

图 3-33 同时还示意性给出了沿竖壁高度局部表面传热系数的变化情况，在竖壁的下端，边界层内的流动为层流，随边界层厚度增加，局部表面传热系数逐渐减小，当边界层内流动由层流向湍流转变时，局部表面传热系数迅速增大，随后又随边界层的增厚稍微减小。

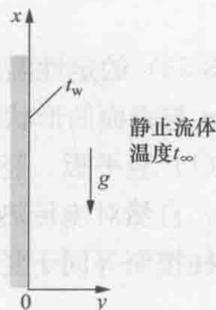


图 3-31 热竖壁表面的自然对流传热

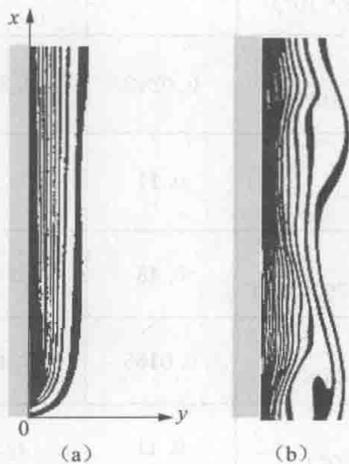


图 3-32 热竖壁表面自然对流的两种流动状态
(a) 层流；(b) 湍流

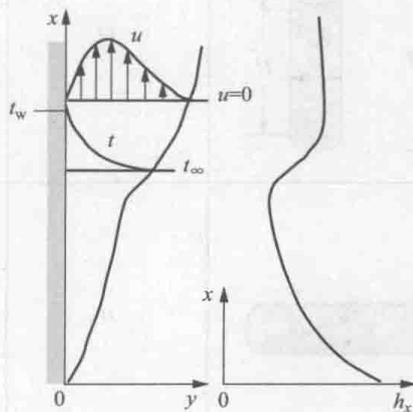


图 3-33 热竖壁表面边界层内温度、速度分布及局部表面传热系数变化

3.6.2 大空间自然对流传热特征数关联式

与外部流动的强制对流相类似，大空间自然对流传热时其边界层的发展不受壁面的限制。自然对流传热壁面的换热条件也有均匀壁温和均匀热流两种典型的情况，下面分别介绍它们的特征数关联式。

1. 均匀壁温条件

对于壁面温度均匀为 t_w ，附近静止流体的温度为 t_∞ 的大空间自然对流传热，牛顿冷却公式和格拉晓夫数的温差均用 $t_w - t_\infty$ 或 $t_\infty - t_w$ 。特征数关联式大多可表

示为下面的形式, 即

$$Nu = C(GrPr)^n = CRa^n \quad (3-53)$$

式 (3-53) 的定性温度为边界层内流体的平均温度 $t_m = (t_w + t_\infty)/2$, 式中的常数 C 和 n 与表面的形状、放置方式及边界层内的流动状态有关, 下面具体介绍。

(1) 竖平板、竖圆柱及横圆柱。表 3-9 所示为对于竖平板、竖圆柱和横圆柱表面, 自然对流传热关联式 (3-53) 中的系数 C 、指数 n 和特征长度。应当指出, 竖圆柱按照等同于竖平板进行处理的条件限于以下情况, 即

$$\frac{d}{H} \geq \frac{35}{Gr_H^{1/4}} \quad (3-54)$$

对于直径小而高的圆柱或丝, 其表面的曲率将会影响边界层的发展, 并且在 Gr 很低时, 这种竖圆柱的自然对流传热进入以导热机理为主的范围。

表 3-9 竖平板、竖圆柱及横圆柱在均匀壁温条件下式 (3-53) 中的 C 和 n 值

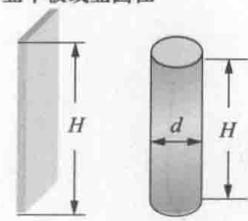
壁面形状与位置	特征长度	流态及 Gr 适用范围	系数 C 、指数 n	
			C	n
竖平板或竖圆柱 	H	层流 ($1.43 \times 10^4 \sim 3 \times 10^9$)	0.59	1/4
		过渡区 ($3 \times 10^9 \sim 2 \times 10^{10}$)	0.0292	0.39
		湍流 ($> 2 \times 10^{10}$)	0.11	1/3
横圆柱 	d	层流 ($1.43 \times 10^4 \sim 5.76 \times 10^8$)	0.48	1/4
		过渡区 ($5.76 \times 10^8 \sim 4.65 \times 10^9$)	0.0165	0.42
		湍流 ($> 4.65 \times 10^9$)	0.11	1/3

表 3-9 给出的结果是根据边界层内的流动状态进行分段表示的关联式。丘吉尔 (Churchill) 和邱 (Chu) 推荐了能够适用于整个 Ra 范围内的关联式, 对等温竖平板、竖圆柱, 其形式为

$$Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (3-55)$$

对等温横圆柱, 其形式为

$$Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387Ra^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (3-56)$$

(2) 水平平板。对于等温水平平板表面的自然对流传热, 若平板的温度 t_w 高于环境流体温度 t_∞ , 则称为热表面 ($t_w > t_\infty$), 若 $t_w < t_\infty$, 则是冷表面。对于热面

向下和冷面向上的情况,见图 3-34 (c) 和图 3-34 (d), 流体相应的下降或上升会受到平板的阻挡, 流动必须在水平方向上进行, 直到可以从板的边缘下降或上升, 因此换热效果较差。相反, 对于热面向上和冷面向下的情况, 见图 3-34 (a) 和图 3-34 (b), 其流动分别受到下降和上升流体团的驱动, 换热更有效。推荐采用下面的关联式计算平均的努塞尔数。

对于热面向下和冷面向上的情况, 有

$$Nu = 0.27(GrPr)^{1/4} (10^5 \leq GrPr \leq 10^{10}) \quad (3-57)$$

对于热面向上和冷面向下的情况, 有

$$Nu = 0.54(GrPr)^{1/4} (10^4 \leq GrPr \leq 10^7) \quad (3-58a)$$

$$Nu = 0.15(GrPr)^{1/4} (10^7 \leq GrPr \leq 10^{11}) \quad (3-58b)$$

以上三个关联式中特征长度为

$$L = A_p/P \quad (3-59)$$

式中: A_p 、 P 分别为平板的传热面积及其周界边长。

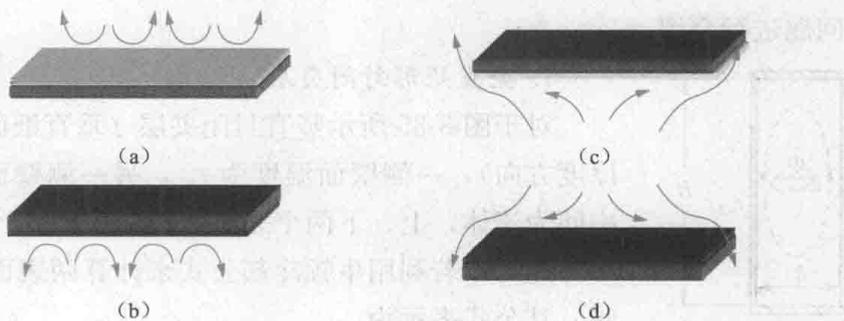


图 3-34 水平平板表面的自然对流传热

(a) 热面向上; (b) 冷面向下; (c) 热面向下; (d) 冷面向上

(3) 球表面。对于等温球体表面的自然对流传热, 其特征数关联式可用下式计算, 即

$$Nu = 2 + \frac{0.589(GrPr)^{1/4}}{[1 + (0.469/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \quad (3-60)$$

式 (3-60) 定性温度亦为边界层平均温度 $t_m = (t_w + t_\infty)/2$, 特征长度为球体的直径, 使用范围为 $Pr \geq 0.7$, $Ra \leq 10^{11}$ 。

2. 均匀热流条件

电子元件表面散热多属于均匀热流边界条件。此时壁面热流密度 q 是固定的, 壁面温度分布不均且未知, 计算的目的是确定局部壁面温度 t_w 。下面针对水平热平板, 给出两种近似的计算方法。

(1) 采用均匀壁温下的关联式。先假设水平平板表面的温度, 再利用特征数关联式 (3-57) 或式 (3-58) 获得平均的表面传热系数, 然后利用牛顿冷却公式求解出热流密度, 与已知的热流密度进行比较, 再调整壁温, 直到满足要求。

(2) 采用专门的关联式。对于热面向上的情况, 推荐采用下列特征数关联式, 即

$$Nu = 1.076(Gr^* Pr)^{1/6} \quad (3-61)$$

热面向下时有

$$Nu = 0.747(Gr^* Pr)^{1/6} \quad (3-62)$$

式中: Gr^* 为修正的格拉晓夫数。

Gr^* 的计算式具体为

$$Gr^* = GrNu = \frac{g\alpha_v q l^4}{\nu^2 \lambda} \quad (3-63)$$

式 (3-61) 与式 (3-62) 的适用范围为: $6.37 \times 10^5 \leq Gr^* \leq 1.12 \times 10^8$; 对于矩形平板, 特征长度取短边长。

3.6.3 有限空间自然对流传热特征数关联式

在有限空间, 自然对流传热时其边界层的发展将受到另外一侧壁面的限制。两侧壁面的温度多是不同的, 流体在一侧被加热, 又在另一侧被冷却。下面对一些典型问题进行介绍。

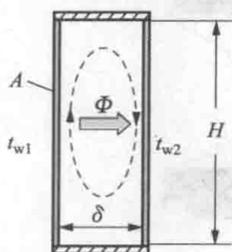


图 3-35 竖直矩形封闭夹层自然对流

1. 竖直矩形封闭夹层

对于图 3-35 所示竖直封闭夹层 (垂直纸面方向远大于厚度方向), 一侧壁面温度为 t_{w1} , 另一侧壁面温度为 t_{w2} , 中间为流体, 上、下两个表面绝热。

此时, 若利用牛顿冷却公式来计算两表面之间的传热量, 其公式表示为

$$\Phi = hA(t_{w1} - t_{w2}) \quad (3-64)$$

同样, 在计算格拉晓夫数 Gr 时的温差也用两壁面的温差 $t_{w1} - t_{w2}$, 流体的定性温度采用 $(t_{w1} + t_{w2})/2$, 而特征长度则取冷、热两个表面之间的距离 δ 。因此, 格拉晓夫数表示为

$$Gr_{\delta} = \frac{g\alpha_v(t_{w1} - t_{w2})\delta^3}{\nu^2} \quad (3-65)$$

实验表明, 当 $Gr_{\delta} \leq 2860$ 时, 两表面之间的热量传递主要依靠流体的导热。只有超过该数值后, 才开始形成自然对流。对于流体为液体的情况, 推荐采用下面的关联式, 即

$$Nu = 0.42Ra^{1/4} Pr^{0.012} \left(\frac{H}{\delta}\right)^{-0.3} \quad (3-66a)$$

适用条件为: $10 < H/\delta < 40$, $1 < Pr < 2 \times 10^4$, $10^4 < Ra < 10^7$ 。

$$Nu = 0.46Ra^{1/3} \quad (3-66b)$$

适用条件为: $1 < H/\delta < 40$, $1 < Pr < 20$, $10^6 < Ra < 10^9$ 。

式 (3-66a) 和式 (3-66b) 中, 瑞利数 $Ra = Gr_{\delta} Pr$ 。

对于流体为空气的情况, 则推荐下列关联式, 即

$$Nu = 0.197Ra^{1/4} \left(\frac{H}{\delta}\right)^{-1/9} \quad (3-67a)$$

适用条件为: $8.6 \times 10^3 \leq Gr_{\delta} \leq 2.9 \times 10^5$, $11 \leq H/\delta \leq 42$ 。

$$Nu = 0.073Ra^{1/3} \left(\frac{H}{\delta}\right)^{-1/9} \quad (3-67b)$$

适用条件为: $2.9 \times 10^5 \leq Gr_{\delta} \leq 1.6 \times 10^7$, $11 \leq H/\delta \leq 42$ 。

2. 水平矩形封闭夹层

对于图 3-36 所示水平封闭夹层, 由高温壁面通过夹层流体传给低温壁面的热量仍按式 (3-64) 计算。当 $t_{w1} < t_{w2}$ 时夹层流体以纯导热方式传递热量, 此时相当于 $h = \lambda/\delta$, λ 为流体的导热系数。若 $t_{w1} > t_{w2}$, 则夹层流体有可能产生流动。但实验表明, 当 $Gr_{\delta} \leq 2430$ 时, 产生的浮升力克服不了黏性阻力, 仍不会产生对流现象; 只有当 $Gr_{\delta} > 2430$ 后, 才开始形成自然对流。并推荐采用下面的关联式, 即

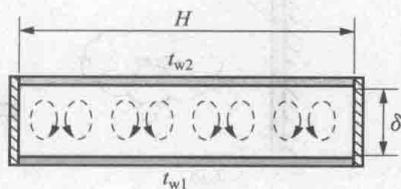


图 3-36 水平矩形封闭夹层自然对流

若夹层流体为 $Pr = 0.5 \sim 2$ 的气体, 则有

$$Nu = 0.195Ra^{1/4} \quad (3-68a)$$

适用条件为 $10^4 < Ra < 4 \times 10^5$, $0.5 < Pr < 2$ 。

$$Nu = 0.068Ra^{1/3} \quad (3-68b)$$

适用条件为 $4 \times 10^5 < Ra < 10^7$, $0.5 < Pr < 2$ 。

若夹层内流体为水、硅油或水银, 则有

$$Nu = 0.069Ra^{1/3} Pr^{0.074} \quad (3-69)$$

适用条件为 $3 \times 10^5 < Ra < 7 \times 10^9$ 。

3. 倾斜矩形封闭夹层

对于图 3-37 所示倾斜布置的矩形封闭夹层, 在 $t_{w1} > t_{w2}$ 的条件下, 霍兰斯 (Hollands) 等人提出的关联式在其适用范围内与现有数据符合较好, 即

$$Nu = 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708}{Ra \cos \theta} \right]^+ \left\{ 1 - \frac{1708 [\sin(1.8\theta)]^{1.6}}{Ra \cos \theta} \right\} + \left[\frac{(Ra \cos \theta)^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \quad (3-70)$$

图 3-37 倾斜矩形封闭夹层自然对流

式 (3-70) 的适用条件为 $Ra < 10^5$, $0^\circ < \theta < 70^\circ$, $H/\delta \geq 12$ 。[]⁺ 表示如果括号中的值为负, 则必须取零。

对于 $H/\delta < 12$ 的情况, 可用式 (3-71) 计算, 即

$$Nu = Nu_{\theta=0^\circ} \left(\frac{Nu_{\theta=90^\circ}}{Nu_{\theta=0^\circ}} \right)^{\theta/\theta_{cr}} (\sin \theta_{cr})^{\theta/(4\theta_{cr})} \quad (0^\circ < \theta < \theta_{cr}) \quad (3-71)$$

θ_{cr} 为临界倾角, 具体数值见表 3-10。

表 3-10 θ_{cr} 值

H/δ	θ_{cr}
1	25°
3	53°
6	60°
12	67°
>12	70°

例题 3-11 一尺寸为 $0.5\text{m} \times 0.5\text{m}$ 的平板, 放置于温度为 20°C 的大房间中, 平板一侧温度为 100°C , 另一侧绝热, 求如图 3-38 所示三种情况下平板的自然对流散热热量。

题解:

分析: 三种情况下, 平板的放置方式不同, 表面对流传热的类型不同, 应分别计算。

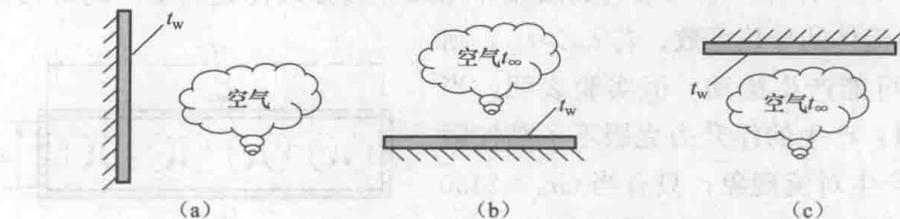


图 3-38 例题 3-11 附图

(a) 竖直放置; (b) 热面向上; (c) 热面向下

计算: 定性温度为 $t_m = \frac{100+20}{2} = 60^\circ\text{C}$, 查得空气物性参数为 $\lambda = 0.02808\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $\nu = 1.896 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$, $Pr = 0.7202$, $\alpha_v = 1/T_m = 1/(273 + 60) = 0.003\text{K}^{-1}$ 。

(1) 图 3-38 (a) 所示情况, 有

$$Gr = \frac{g\alpha_v(t_w - t_\infty)l^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 0.003 \times (100 - 20) \times 0.5^3}{(1.896 \times 10^{-5})^2} = 8.18 \times 10^8$$

$Ra = GrPr = 8.18 \times 10^8 \times 0.7202 = 5.89 \times 10^8$, 选用关联式 (3-55) 计算, 即

$$Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$$

$$= \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \times (5.89 \times 10^8)^{1/6}}{[1 + (0.492/0.7202)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 104.6$$

$$h = Nu\lambda/l = 104.6 \times 0.02808/0.5 = 5.87[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

$$\Phi = hA\Delta t = 5.87 \times 0.5 \times 0.5 \times (100 - 20) = 117.5(\text{W})$$

(2) 图 3-38 (b) 所示情况, 特征长度为

$$L = \frac{A_p}{P} = \frac{0.5 \times 0.5}{4 \times 0.5} = 0.125(\text{m})$$

$$Ra = \frac{g\alpha_v(t_w - t_\infty)L^3}{\nu^2} Pr = \frac{9.8 \times 0.003 \times (100 - 20) \times 0.125^3}{(1.896 \times 10^{-5})^2} \times 0.7202 = 9.2 \times 10^6$$

选用关联式 (3-58a) 计算, 即

$$Nu = 0.54Ra^{1/4} = 0.54 \times (9.2 \times 10^6)^{1/4} = 29.74$$

$$h = Nu\lambda/l = 29.74 \times 0.02808/0.125 = 6.68[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

$$\Phi = hA\Delta t = 6.68 \times 0.5 \times 0.5 \times (100 - 20) = 133.6(\text{W})$$

(3) 图 3-38 (c) 所示情况, 特征长度为

$$L = \frac{A}{P} = \frac{0.5 \times 0.5}{4 \times 0.5} = 0.125(\text{m})$$

$$Ra = \frac{g\alpha_v(t_w - t_\infty)L^3}{\nu^2} Pr = \frac{9.8 \times 0.003 \times (100 - 20) \times 0.125^3}{(1.896 \times 10^{-5})^2} \times 0.7202 = 9.2 \times 10^6$$

选用关联式 (3-57) 计算, 即

$$Nu = 0.27Ra^{1/4} = 0.27 \times (9.2 \times 10^6)^{1/4} = 14.87$$

$$h = Nu\lambda/l = 14.87 \times 0.02808/0.125 = 3.34[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

$$\Phi = hA\Delta t = 3.34 \times 0.5 \times 0.5 \times (100 - 20) = 66.81(\text{W})$$

讨论: 同样几何形状和表面温度的平板, 由于放置形式不同, 表面的自然对流传热量有很大的差别, 说明了流体与固体表面相对位置对自然对流传热的重要性。

例题 3-12 一竖直放置的双层玻璃高 1.2m, 夹层宽 8mm, 夹层内为 1 个大气压的空气。夹层一侧玻璃温度为 14.2°C, 另一侧玻璃温度为 -4.2°C, 双层玻璃面积为 1.5m², 求通过夹层空气的对流传热量。

题解:

计算: 定性温度为 $t_m = \frac{14.2 - 4.2}{2} = 5^\circ\text{C}$, 查得空气物性参数为: $\lambda = 0.02401\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $\nu = 1.382 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$, $Pr = 0.735$, $\alpha_v = 1/T_m = 1/(273 + 10) = 0.0036\text{K}^{-1}$ 。则有

$$Gr_\delta = \frac{g\alpha_v(t_1 - t_2)\delta^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 0.0036 \times (14.2 + 4.2) \times 0.008^3}{(1.382 \times 10^{-5})^2} = 1740.1$$

由于 $Gr_\delta \leq 2860$ 时, 可以认为两表面之间的热量传递主要依靠流体的导热。此时, 也可看做表面传热系数 $h = \lambda/\delta$ 的情况, 即

$$h = \lambda/\delta = 0.02401/0.008 = 3[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

$$\Phi = hA(t_1 - t_2) = 3 \times 1.5 \times (14.2 + 4.2) = 82.8(\text{W})$$

例题 3-13 一平板式太阳能集热器其断面形式如图 3-37 所示, 是倾斜矩形封闭空间。已知其高度 $H = 1.5\text{m}$, 玻璃盖板与吸热板间的距离为 4cm, 其放置的倾角为 60°, 下侧吸热板的表面温度为 80°C, 上侧玻璃盖板的内表面温度为 40°C。计算单位面积上吸热板与玻璃盖板间的自然对流传热量。

题解:

计算: 定性温度为 $t_m = \frac{80 + 40}{2}^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C}$, 查得空气物性参数为: $\lambda = 0.02808\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $\nu = 1.896 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$, $Pr = 0.7202$, $\alpha_v = 1/T_m = 1/(273 + 60) = 0.003\text{K}^{-1}$ 。则有

$$Ra = \frac{g\alpha_v(t_1 - t_2)L^3}{\nu^2} Pr = \frac{9.8 \times 0.003 \times (80 - 40) \times 0.04^3}{(1.896 \times 10^{-5})^2} \times 0.7202 = 150786$$

$H/L=37.5$, 选用式 (3-70) 即

$$\begin{aligned} Nu &= 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708}{Ra \cos \theta} \right]^+ \left\{ 1 - \frac{1708 [\sin(1.8\theta)]^{1.6}}{Ra \cos \theta} \right\} + \left[\frac{(Ra \cos \theta)^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \\ &= 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708}{150786 \times \cos 60^\circ} \right]^+ \left\{ 1 - \frac{1708 \times [\sin(1.8 \times 60^\circ)]^{1.6}}{150786 \times \cos 60^\circ} \right\} \\ &\quad + \left[\frac{(150786 \times \cos 60^\circ)^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ = 3.72 \end{aligned}$$

$$h = Nu\lambda/\delta = 3.72 \times 0.02808/0.04 = 2.61 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

$$\Phi = hA(t_1 - t_2) = 2.61 \times 1 \times (80 - 40) = 104.6 (\text{W})$$



思考题

- 3-1 解释流体的物性参数对对流传热的影响。
- 3-2 简单分析流体的流动速度是如何影响对流传热的。
- 3-3 简述流动边界层和温度边界层的定义。
- 3-4 如何用边界层概念定性分析对流传热的强弱?
- 3-5 无相变强制对流传热问题, 特征数关联式是否一定要采用幂函数形式? 为什么?
- 3-6 现需实验得到空气在水平横管外自然对流传热实验关联式, 请根据相似理论, 设计实验系统, 确定实验方法。
- 3-7 流动的充分发展段和换热的充分发展段有何特点?
- 3-8 对于管内流动, 在均匀热流边界的充分发展段, 为何截面上流体平均温度随管长线性变化?
- 3-9 圆管内层流流动充分发展段的表面传热系数是否为常数?
- 3-10 解释为何短管、小管径管、螺旋管可以强化管内的对流传热。
- 3-11 外掠平板对流传热时, 局部的表面传热系数如何随流动距离 x 变化?
- 3-12 横掠圆管对流传热时, 局部的表面传热系数如何随夹角 φ 变化?
- 3-13 在横掠管束的对流传热过程中, 管排数对平均的表面传热系数是如何影响的?
- 3-14 影响自然对流传热的因素有哪些? 大空间和有限空间的自然对流传热是如何划分的?
- 3-15 夏季从冰箱里拿出的一个长圆柱形冰块竖直悬挂在室内, 过一段时间后, 其上部和下部相比, 哪个地方融化得更快? 并解释。



习题

- 3-1 在水沸腾实验中, 对置于水中的不锈钢管进行电加热。已知不锈钢管外径为 4mm, 加热段长 10cm, 测得加热功率为 50W, 管子表面的平均温度为 109℃, 水的压力为 $1.013 \times 10^5 \text{Pa}$ 。试计算该实验中沸腾传热的表面传热系数为多少。
- 3-2 在一次测定空气横向流过单管的对流传热实验中, 得到下列数据: 管壁平均温度

为 69°C ，空气温度为 20°C ，管子外径为 14mm ，加热段长 80mm ，提供给加热段的功率为 8.5W 。如果全部热量通过对流传热传给空气，试问此时的对流传热表面传热系数是多少？

3-3 水流过一个 55°C 的恒温水平壁面，已经测出某处壁面法线方向的水流温度分布为 $t=55-50\left(\frac{y}{0.001}-\frac{y^3}{2.7\times 10^{-8}}\right)$ ， y 为离开壁面的法向距离，单位为 m 。如果水的主流温度为 25°C ，水的导热系数取 $0.643\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ，计算此处壁面的表面传热系数。

3-4 在一台缩小为实物 $1/10$ 的模型中，用 20°C 的空气来模拟实物中平均温度为 200°C 空气的加热过程。实物中空气的平均流速为 $10\text{m}/\text{s}$ ，问模型中的流速应为多少？若模型中的平均表面传热系数为 $200\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，求相应实物中的值。在这一实验中，模型与实物中流体的 Pr 数并不严格相等，你认为这样的模化实验有无实用价值？

3-5 已知：有人曾经给出了流体外掠正方形柱体（其一面与来流方向垂直）的传热数据如表 3-11 所示。采用 $Nu=cRe^nPr^m$ 的关系式来整理数据并取 $m=1/3$ ，试确定其中的常数 c 与指数 n 。在上述 Re 及 Pr 的范围内，当正方形柱体的截面对角线与来流方向平行时，可否用此式进行计算？为什么？

表 3-11

习题 3-5 附表

Nu	Re	Pr
41	5000	2.2
125	20 000	3.9
117	41 000	0.7
202	90 000	0.7

3-6 一个管式冷凝器，冷凝器的管束采用外径为 22mm 、壁厚为 1.5mm 的黄铜管，单根管子的长度为 7m ，管外侧是温度为 33°C 的饱和水蒸气凝结，管内侧是经过处理的循环水。若管内循环水的进口温度为 18°C ，设计的管内流速为 $1.6\text{m}/\text{s}$ 。计算管内的表面传热系数及循环水的出口温度。

3-7 一个套管式换热器，中间管是冷却水，外侧环形空间是需要被冷却的 14 号润滑油，套管外有保温材料。已知中心管的外径是 21mm ，外管的内径是 27mm ，润滑油的流量是 $0.2\text{kg}/\text{s}$ ，进口温度是 70°C 。为使润滑油的温度降到 30°C ，计算润滑油与内管外表面的表面传热系数。

3-8 以题 3-7 的数据为基础，若已知中心管的内径为 19mm ，冷却水的入口温度为 15°C 。若冷却水的流量分别为 0.4 、 $0.5\text{kg}/\text{s}$ 和 $0.6\text{kg}/\text{s}$ ，计算对应情况下的内管内表面的表面传热系数。

3-9 $1.013\times 10^5\text{Pa}$ 下的空气在内径为 76mm 的直管内流动，空气的入口温度为 20°C ，入口体积流量为 $0.02\text{m}^3/\text{s}$ ，管外有电加热片加热，电加热片外侧保温很好，忽略向外的散热。为把空气加热到 60°C ，计算所需的管长和管子内壁的平均温度。

3-10 将一块长度为 0.4m 的薄平板水平放入风洞中进行实验。已知气流的温度为 20°C ，通过电加热维持平板的温度为 120°C 。①若空气流速度均匀为 $10\text{m}/\text{s}$ ，计算距平板前沿 0.1 、 0.2 、 0.3m 和平板末端的局部表面传热系数；②计算空气流速度从 $5\sim 50\text{m}/\text{s}$ 变化时，平均的表面传热系数。

3-11 厂房外有一外径为 300mm 的蒸汽管道, 其外侧敷设有厚度为 30mm 的保温材料。若在某段时间, 测得保温层外侧壁温为 40°C , 室外空气温度为 10°C , 风速为 6m/s (横向吹过该管道)。①计算管道外侧对流传热的表面传热系数; ②计算单位管长上的对流散热量。

3-12 某热线风速仪的探头直径为 0.5mm , 长度为 20mm 。实验风速范围为 $1\sim 20\text{m/s}$, 空气温度为 20°C , 假设风速仪探头表面温度稳定后为 70°C , 忽略辐射的影响。①计算实验范围内的表面传热系数 h 。②你能否根据实验结果得到风速与表面传热系数之间的关系式?

3-13 用一个直径为 1mm 的球形结点热电偶测量管道内的热空气温度。若已知管道内空气的实际温度为 180°C , 空气速度从 $5\sim 50\text{m/s}$ 变化, 计算其表面传热系数的变化。

3-14 某燃煤锅炉的管式空气预热器设计参数为: 管子外径为 40mm , 管束采用叉排布置, 沿流动方向的总排数为 44, 管束横向节距 $S_1 = 76\text{mm}$, 纵向节距 $S_2 = 44\text{mm}$, 空气横向冲刷管束, 空气的平均温度为 150°C , 出口温度为 170°C , 管壁外表面的平均温度为 185°C , 在管排中心线截面上的空气流速 (即最小截面上的流速) 为 6m/s 。试确定管束与空气的表面传热系数。

3-15 一室内的蒸汽管道, 其保温层的外径 $d = 360\text{mm}$, 正常情况下, 保温层表面的温度为 45°C , 室内的空气温度为 20°C , 管道水平段长 5m , 垂直段高 2m 。计算该管道表面自然对流的散热量。

3-16 假设把人体简化为直径等于 25cm 、高 1.75m 的等温圆柱, 并忽略两端的散热, 人体衣着与皮肤的表面温度取 30°C , 室内空气的温度为 25°C 。计算人体表面对流传热的表面传热系数和热流量。

3-17 一房间内安装有一方形暖气片, 其结构尺寸为: 高 600mm , 外表面面积为 0.3m^2 。如果在冬季维持室内温度为 20°C , 测得暖气片表面壁温为 45°C 。①计算暖气片与空气的表面传热系数; ②该暖气片的对流传热热流量。

3-18 一平板式太阳能集热器在盖板和吸热板之间形成倾斜矩形封闭空间。已知其高度 $H = 1.5\text{m}$, 放置的倾角为 60° , 下侧吸热板的表面温度为 80°C , 上侧玻璃盖板的内表面温度为 40°C , 计算玻璃盖板与吸热板间的距离从 $3\sim 10\text{cm}$ 变化时, 单位面积上吸热板与玻璃盖板间的自然对流散热量。

3-19 已知一高温金属件的初始温度均匀为 330°C , 现将其放入空气恒为 30°C 的环境中冷却, 试分析和计算金属件自然冷却到 90°C 的过程中其表面与空气自然对流表面传热系数随时间的变化情况。①假设金属件为直径为 0.3m 的圆球; ②假设金属件为直径为 0.3m 、高 2m 的竖圆柱, 忽略圆柱上、下两端的散热; ③假设金属件为高 2m 、宽 2m 、厚度为 0.3m 的竖平板, 忽略平板四个周面的散热。

第4章 辐射传热

两物体表面以热辐射的方式进行热量交换的现象称为辐射传热。在第1章中已介绍了有关热辐射和辐射传热的基本定义。本章介绍的内容包括：热辐射相关的一些基本概念；黑体辐射遵循的三个基本定律；实际物体的辐射和吸收特性，描述物体辐射和吸收特性关系的基尔霍夫定律；以及两表面组成封闭系统的辐射传热计算。

4.1 热辐射的基本概念

4.1.1 物体辐射能量的表示

物体表面发射辐射能的多少与表面的温度及表面的性质有关系，同时，发射的辐射也可能包含各种波长的能量，且辐射能量将分布于其上方的整个空间（称为半球空间）。一般用辐射力、光谱辐射力、定向辐射力和定向辐射强度等表征一个物体表面发出热辐射能量的多少。

1. 辐射力

辐射力是在单位时间内，物体单位表面积向其半球空间所有方向发射的全部波长的辐射能总和，用符号 E 表示，单位为 W/m^2 。

辐射力表示的是表面发射的总辐射能，也是工程计算中使用最多的辐射参数之一。

2. 光谱辐射力

物体发射的某一特定波长的辐射能用光谱辐射力表示，它指在单位时间内，物体单位表面积向半球空间所有方向发射的从 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 波长范围内单位波长的辐射能，用符号 E_λ 表示，单位为 $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$ 或 W/m^3 。

辐射力与光谱辐射力之间的关系为

$$E = \int_0^{\infty} E_\lambda d\lambda \quad (4-1)$$

3. 定向辐射力

为了说明物体表面向空间指定方向发出辐射能的多少，首先介绍立体角的概念。在半径为 r 的球面上取一块面积 A ，将所取球面的边界所有点与球心相连，其所围成的空间角度称为立体角，并用 Ω 表示，单位是球面度，用 sr 表示。立体角的大小由式 (4-2) 计算，即

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \quad (4-2)$$

因此，整个半球面所对应的立体角为 $2\pi \text{sr}$ 。

在球坐标系中，如图 4-1 所示，确定的空间方向可由所在的经度角 ϕ 和纬度角 θ 来表示，若在 (ϕ, θ) 方向上取一微小的球面 dA_c ，则其对应的立体角称为微元立体角，表示为

$$d\Omega = \frac{dA_c}{r^2} = \frac{r \sin\theta d\phi \cdot r d\theta}{r^2} = \sin\theta d\phi d\theta \quad (4-3)$$

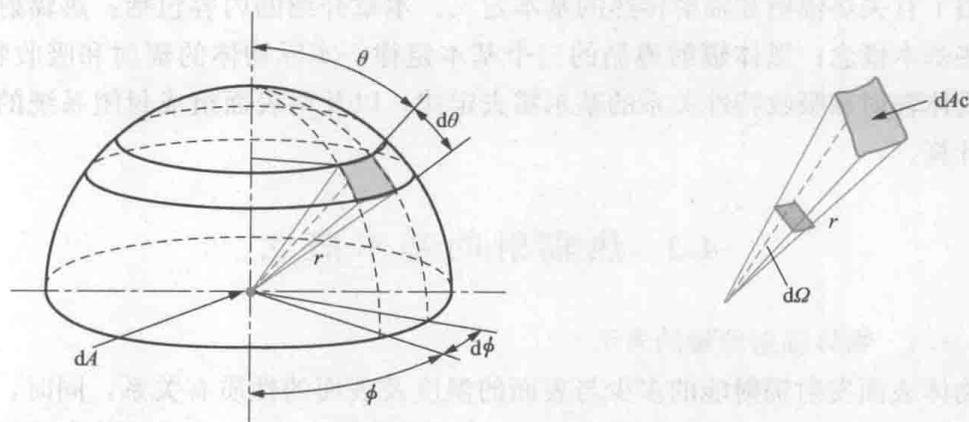


图 4-1 立体角示意图

在单位时间内，物体单位表面积向空间指定方向单位立体角内所发射的全部波长的辐射能量称为定向辐射力，用符号 E_θ 表示，单位是 $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr})$ 。通常物体表面发出的辐射能在经度角 ϕ 方向是均匀的，因此，定向辐射力符号中只用纬度角 θ 作为下标来表示其空间方向。

辐射力与定向辐射力之间的关系为

$$E = \int_{\Omega=2\pi} E_\theta d\Omega \quad (4-4)$$

4. 定向辐射强度

定向辐射强度是另一个常用的表征物体表面向空间指定方向发出辐射能多少的参数，它是在单位时间内，物体单位可见面积向空间指定方向单位立体角内所发射的全部波长的辐射能量，用符号 I_θ 表示。可见面积为从指定方向看到的发射表面面积，如图 4-2 所示，如实际的发射表面面积为 dA ，则从与发射面法线成 θ 角度的 P 方向看到的可见面积为 $dA \cos\theta$ 。

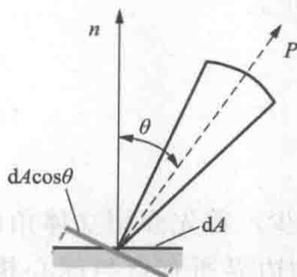


图 4-2 可见面积的示意图

定向辐射强度与定向辐射力有如下的关系，即

$$E_\theta = I_\theta \cos\theta \quad (4-5)$$

4.1.2 表面对辐射的吸收、反射和透射

在第 1 章中曾介绍，当热射线落到固体或液体表面上，有可能被吸收、反射

或透射。各部分所占的比例除与材料的表面性质、特征和温度有关，还与投射到表面的热射线波长分布有关。

1. 吸收比、反射比与透射比

通常将单位时间内投射到物体表面单位面积上的全波长范围内的辐射能称为投入辐射，用 G 表示，单位为 W/m^2 。如图 4-3 所示，若对于投入辐射 G ，表面吸收、反射和透射的部分分别为 G_a 、 G_ρ 和 G_τ ，则 G_a 、 G_ρ 、 G_τ 所占的份额分别为

$$\alpha = \frac{G_a}{G}, \rho = \frac{G_\rho}{G}, \tau = \frac{G_\tau}{G} \quad (4-6)$$

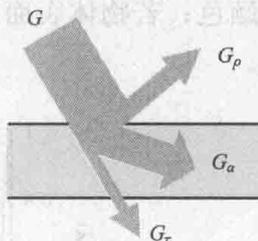


图 4-3 物体对热辐射的吸收、反射与透射示意图

式中： α 、 ρ 、 τ 分别为物体对投射辐射能的吸收比、反射比与透射比。

于是有

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (4-7)$$

2. 光谱吸收比、光谱反射比和光谱透射比

如果仅对某一波长的辐射进行研究，单位时间内投射到物体单位表面积上的某一特定波长 λ 的辐射能 G_λ ，其中被物体表面吸收、反射和透射的部分分别为 $G_{a\lambda}$ 、 $G_{\rho\lambda}$ 和 $G_{\tau\lambda}$ ，所占的份额分别为

$$\alpha(\lambda) = \frac{G_{a\lambda}}{G_\lambda}, \rho(\lambda) = \frac{G_{\rho\lambda}}{G_\lambda}, \tau(\lambda) = \frac{G_{\tau\lambda}}{G_\lambda} \quad (4-8)$$

式中： $\alpha(\lambda)$ 、 $\rho(\lambda)$ 、 $\tau(\lambda)$ 分别为物体对该波长辐射能的光谱吸收比、光谱反射比和光谱透射比。

与式 (4-7) 类似，有

$$\alpha(\lambda) + \rho(\lambda) + \tau(\lambda) = 1 \quad (4-9)$$

实际物体的光谱吸收比 $\alpha(\lambda)$ 、光谱反射比 $\rho(\lambda)$ 和光谱透射比 $\tau(\lambda)$ 一般都是波长的函数。图 4-4 所示为普通浮法玻璃的光谱特性，由图可知，玻璃对 $0.3 \sim 3\mu\text{m}$ 范围内的辐射具有很高的透射比，而对大于 $4\mu\text{m}$ 的辐射，透射比几乎为零。在 1.2 节中已指出，除了像玻璃、石英之类的固体和多数液体对可见光具有一定的透射性，通常可认为固体或液体对投入的热辐射不存在穿透现象，即透射比为 0，因此式 (4-7) 和式 (4-9) 可简化为

$$\alpha + \rho = 1 \quad (4-10)$$

$$\alpha(\lambda) + \rho(\lambda) = 1 \quad (4-11)$$

图 4-5 和图 4-6 分别给出了几种金属和非金属材料在室温下的光谱吸收比随波长的变化。可以看出，有些材料，如磨光的铜和铝，光谱吸收比随波长变化不大；但有些材料，如阳极氧化的铝、粉墙面、白瓷砖等，光谱吸收比随波长变化很大。我们日常生活中看到的物体颜色就是物体表面对可见光选择性吸收和反射所造成的。如我们看到的一件红颜色的上衣，是因为该衣服面料对波长在 $0.62 \sim$

0.76mm 区间的辐射光谱反射比很大,而对可见光其他部分的辐射光谱吸收比很大、光谱反射比很小造成的。若物体表面对可见光能全部的吸收,则物体表现为黑颜色;若物体表面对可见光范围的辐射都均匀吸收和反射,则物体表现为灰色。

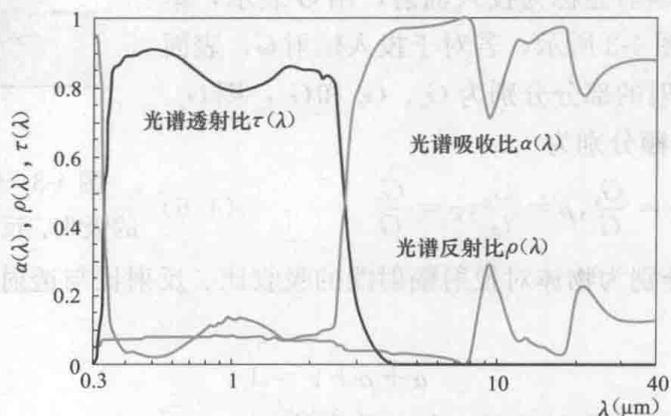


图 4-4 普通浮法玻璃的光谱特性

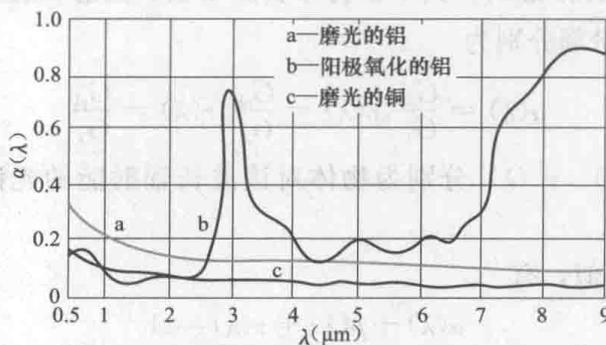


图 4-5 一些金属材料的光谱吸收比

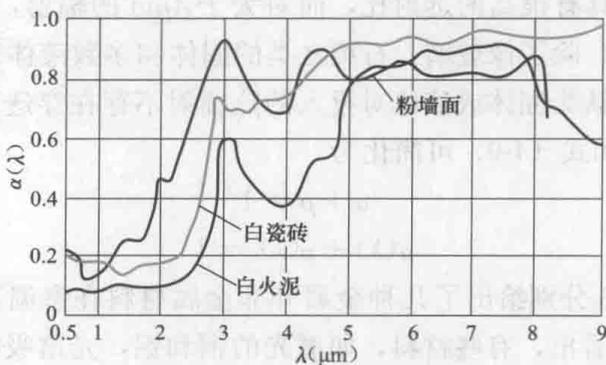


图 4-6 一些非金属材料的光谱吸收比

物体的吸收比与光谱吸收比存在如下的关系,即

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha(\lambda) G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda} \quad (4-12)$$

由式(4-12)可以看出,由于实际物体的光谱吸收比随波长变化,使实际物体的吸收比 α 不仅取决于物体本身材料的种类、温度及表面性质,还与投入辐射的波长分布有关,因此与投入辐射能的发射体状况有关。

3. 镜反射和漫反射

物体表面对热辐射的反射有两种情况:镜反射和漫反射。如图4-7所示,若反射的辐射从一个方向离开表面,且反射角等于入射角,则为镜反射;而反射的辐射沿空间各个方向离开表面的则为漫反射。物体表面对热辐射的反射情况取决于物体表面的粗糙程度和投射辐射能的波长。当物体表面粗糙尺度小于投射辐射能的波长时,就会产生镜反射,例如高度抛光的金属表面就容易产生镜反射;当物体表面粗糙尺度大于投射辐射能的波长时,就会产生漫反射。对全波长范围的热辐射能完全镜反射或完全漫反射的实际物体是不存在的,但绝大多数工程材料对热辐射的反射近似漫反射。

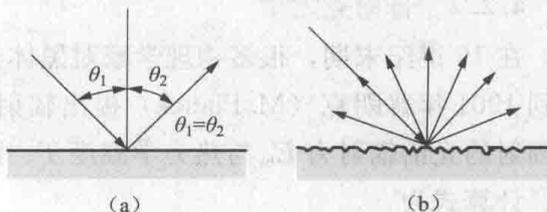


图4-7 镜反射与漫反射示意图

(a) 镜反射; (b) 漫反射

4.1.3 理想的辐射表面

为了进行辐射规律的研究,人们提出了几种理想的辐射表面:吸收比 $\alpha=1$ 的物体称为黑体;反射比 $\rho=1$ 的物体称为白体;透射比 $\tau=1$ 的物体称为透明体;光谱吸收比 $\alpha(\lambda)$ 为常数的物体称为灰体。

自然界中不存在绝对的黑体、白体和透明体,但有些物体在属性上会比较接近这些理想模型。例如磨光的金属表面接近于白体,空气可近似看作透明体,灯黑则比较接近于黑体。

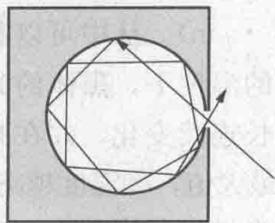


图4-8 人工黑体示意图

黑体是在辐射研究中应用最多的理想辐射表面,根据黑体的特性,可以用人工的方法制造出接近于黑体的模型。图4-8所示为一个人工黑体模型的示意图,利用吸收比较大的材料制作一个空腔,并在空腔的壁面上开一个小孔,若小孔的面积与空腔壁面积相比足够小,则通过小孔进入空腔的辐射能经过空腔壁面的多次吸收和反射后,几乎全部被吸收,相当于小孔的吸收比非常接近1,即接近于黑体。

4.2 黑体辐射的基本定律

黑体是一个理想的物体,它能够把来自各个方向、各种波长的辐射能全部吸

收。那么黑体表面向外界发射辐射的情况又如何？下面有关黑体热辐射的三个基本定律分别揭示了黑体的辐射力、光谱辐射力和定向辐射力的分布规律。

4.2.1 斯忒藩-玻耳兹曼定律

斯忒藩 (J. Stefan) -玻耳兹曼 (D. Boltzmann) 定律确定了黑体的辐射力与热力学温度之间的关系，它首先由斯忒藩在 1879 年从实验中得出，后来玻耳兹曼于 1884 年运用热力学理论进行了证明，其表达式为

$$E_b = \sigma T^4 = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (4-13)$$

式中： $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ，为斯忒藩-玻耳兹曼常数，又称为黑体辐射常数； C_0 为黑体辐射系数，其值为 $5.67 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ，下角码 b 表示黑体。

斯忒藩-玻耳兹曼定律是辐射传热计算的基础，又称为四次方定律。可以看出随温度上升，物体的辐射力将急剧上升。

4.2.2 普朗克定律

在 19 世纪末期，很多物理学家对黑体光谱辐射力的分布规律进行了研究，但直到 1901 年普朗克 (M. Planck) 提出辐射具有粒子特性，才从理论上确定了黑体辐射的光谱辐射力 E_{ba} 与热力学温度 T 、波长 λ 之间的函数关系，称为普朗克定律。计算式为

$$E_{\text{ba}} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/(\lambda T)} - 1} \quad (4-14)$$

式中： $C_1 = 3.743 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$ 为普朗克第一常数； $C_2 = 1.439 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K}$ 为普朗克第二常数。

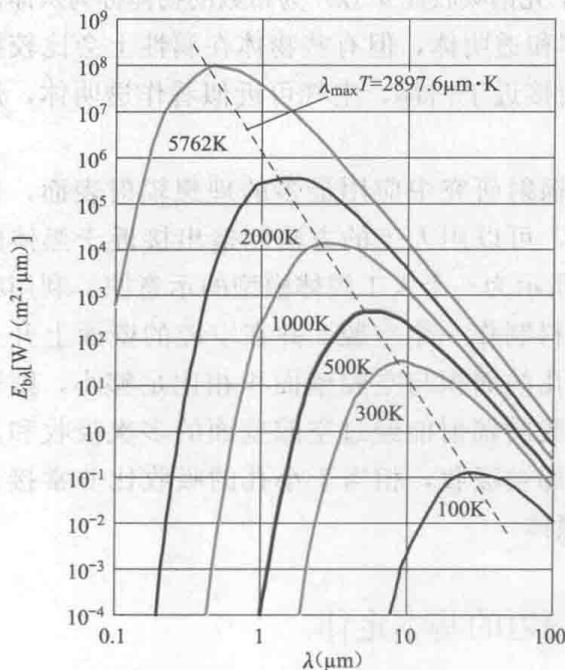


图 4-9 黑体的光谱辐射力

图 4-9 所示为依据普朗克定律计算的一些典型温度下黑体的光谱辐射力随波长变化的曲线，图中采用了对数坐标系，且光谱辐射力的单位是 $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$ 。从中可以看出：①在一定的温度下，黑体的光谱辐射力随波长连续变化，并在某一波长下具有最大值；②温度越高，同一波长下的光谱辐射力越大；③随着温度的升高，光谱辐射力取得最大值对应的波长 λ_{max} 减小，即温度升高，其发出的辐射能量向短波方向移动；④将每个温度下光谱辐射力的峰值点连成一条直线，可表示为

$$\lambda_{\max} T = 2897.6 (\mu\text{m} \cdot \text{K}) \quad (4-15)$$

式(4-15)可由普朗克定律表达式(4-14)求极值得到,但实际上维恩(Wein)早在1891年已通过经典热力学理论推导出了该关系式,所以式(4-15)也被称为维恩位移定律。太阳辐射相当于5762K的黑体辐射,由此可计算出其光谱辐射力取得最大值对应的波长 $\lambda_{\max} = 0.503 \mu\text{m}$,正好处于可见光范围。

4.2.3 兰贝特定律

黑体的辐射能在空间上的分布遵循兰贝特(Lambert)定律,若用定向辐射力来表示,其关系为

$$E_{\theta} = E_n \cos\theta \quad (4-16)$$

式中: E_n 为表面法线方向的定向辐射力。

式(4-16)是由兰贝特在1860年提出来的,后人称为兰贝特定律,或兰贝特余弦定律。辐射能在空间上的分布遵循兰贝特定律的表面称为漫射表面。漫射表面对于投入辐射的反射(漫反射)也是按照兰贝特定律分布的。

黑体属于漫射表面,它表明黑体的定向辐射力在表面的法线方向上最强,偏离法线方向时,辐射能量按偏离角度的余弦规律递减,显然,当 $\theta = 90^\circ$ 时定向辐射力变成零。

根据式(4-5)给出的定向辐射强度与定向辐射力的关系,兰贝特定律也可用式(4-17)表示,即

$$I_{\theta_1} = I_{\theta_2} = \dots = I_n = I \quad (4-17)$$

说明,对于漫射表面,其定向辐射强度在整个半球空间上保持不变。图4-10所示为漫射表面定向辐射力和定向辐射强度随纬度角 θ 变化的情况。

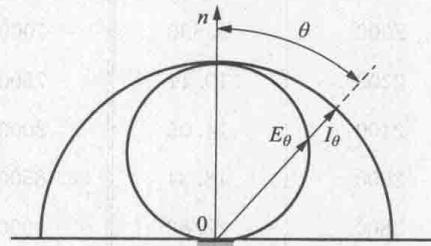


图4-10 漫射表面

利用辐射力与定向辐射力的关系式(4-4)及式(4-16),对于漫射表面,还可以证明,辐射力与表面法线方向的定向辐射力有如下关系,即

$$E = \pi E_n \quad (4-18)$$

即表面的辐射力等于 π 倍的表面法向的定向辐射力。

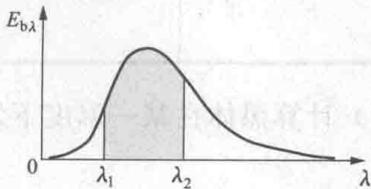


图4-11 黑体在波段 $\lambda_1 \sim \lambda_2$ 内的辐射能示意图

4.2.4 黑体辐射能按波段的分布

在工程上的一些辐射问题中,常常需要计算某一波长范围(或称波段) $\lambda_1 \sim \lambda_2$ 内的辐射能 $E_{b(\lambda_1-\lambda_2)}$ (也称为波段辐射力)。下面讨论黑体波段辐射力 $E_{b(\lambda_1-\lambda_2)}$ 的计算方法,如图4-11所示。将光谱辐射能在波长 $\lambda_1 \sim \lambda_2$ 范围内做定积分,即

$$E_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda = \int_0^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda} d\lambda \quad (4-19)$$

为方便计算,常用 $F_{b(0\sim\lambda)}$ 表示黑体在 $0\sim\lambda$ 波段辐射能占辐射力 E_b 的百分数,即

$$F_{b(0\sim\lambda)} = \frac{\int_0^\lambda E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = \frac{\int_0^\lambda \frac{c_1}{\lambda^5 [\exp(c_2/\lambda T) - 1]} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{c_1}{\sigma(\lambda T)^5 [\exp(c_2/\lambda T) - 1]} d(\lambda T) = f(\lambda T) \quad (4-20)$$

式(4-20)表明:任意温度下,在 $0\sim\lambda$ 波段,辐射能份额 $F_{b(0\sim\lambda)}$ 仅是 λT 乘积的函数。 $F_{b(0\sim\lambda)}$ 称为黑体辐射函数。黑体辐射函数的具体数值见表 4-1。

表 4-1 黑体辐射函数表

λT ($\mu\text{m} \cdot \text{K}$)	$F_{b(0\sim\lambda)}$ (%)	λT ($\mu\text{m} \cdot \text{K}$)	$F_{b(0\sim\lambda)}$ (%)	λT ($\mu\text{m} \cdot \text{K}$)	$F_{b(0\sim\lambda)}$ (%)
1000	0.0323	3800	44.38	16 000	97.38
1100	0.0916	4000	48.13	18 000	98.08
1200	0.214	4200	51.64	20 000	98.56
1300	0.434	4400	54.92	22 000	98.89
1400	0.782	4600	57.96	24 000	99.12
1500	1.290	4800	60.79	26 000	99.30
1600	1.979	5000	63.41	28 000	99.43
1700	2.862	5500	69.12	30 000	99.53
1800	3.946	6000	73.81	35 000	99.70
1900	5.225	6500	77.66	40 000	99.79
2000	6.690	7000	80.83	45 000	99.85
2200	10.11	7500	83.46	50 000	99.89
2400	14.05	8000	85.64	55 000	99.92
2600	18.34	8500	87.47	60 000	99.94
2800	22.82	9000	89.07	70 000	99.96
3000	27.36	9500	90.32	80 000	99.97
3200	31.85	10 000	91.43	90 000	99.98
3400	36.21	12 000	94.51	100 000	99.99
3600	40.40	14 000	96.29		

利用黑体辐射函数表,可以很容易地用式(4-21)计算黑体在某一温度下发射的任意波段的辐射能量,即

$$E_{b(\lambda_1\sim\lambda_2)} = [F_{b(0\sim\lambda_2 T)} - F_{b(0\sim\lambda_1 T)}] E_b \quad (4-21)$$

例题 4-1 一炉膛内火焰的平均温度为 1500K,炉墙上有一看火孔。试计算:
①看火孔的辐射力。该辐射能中波长为 $2\mu\text{m}$ 的光谱辐射力是多少?哪一种波长下的能量最多?
②若看火孔是直径 50mm 的圆孔,在看火孔正前方 0.5m 处,有一

直径为 10mm 的热流计,问该热流计所测到的看火孔的辐射能为多少?

题解:

分析: 由于看火孔只占炉墙面积的很小比例,所以将看火孔向外的辐射看作是黑体辐射。

计算: (1) 根据斯忒藩-玻耳兹曼定律,可得看火孔的辐射力为

$$E_b = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 = 5.67 \times \left(\frac{1500}{100} \right)^4 = 287 (\text{kW}/\text{m}^2)$$

根据普朗克定律,可得波长为 $2\mu\text{m}$ 的光谱辐射力为

$$E_{b\lambda=2\mu\text{m}} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1} = \frac{3.742 \times 10^{-16} \times (2 \times 10^{-6})^{-5}}{e^{1.4388 \times 10^4 / (2 \times 10^{-6} \times 1500)} - 1} = 9.69 \times 10^{10} (\text{W}/\text{m}^3)$$

由维恩位移定律得

$$\lambda_{\text{max}} = 2897/1500 = 1.93 (\mu\text{m})$$

(2) 热流计处于看火孔的法向,可首先计算其法向的定向辐射力,再利用热流计对应的立体角,根据式 (4-18),看火孔的法向的定向辐射力为

$$E_n = E_b / \pi = 287 / 3.14 = 91.4 [\text{kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{sr})]$$

看火孔和热流计的面积分别为

$$A_1 = \frac{\pi}{4} D_1^2 = \frac{\pi}{4} (50 \times 10^{-3})^2 = 0.0019625 (\text{m}^2)$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} D_2^2 = \frac{\pi}{4} (10 \times 10^{-3})^2 = 0.000785 (\text{m}^2)$$

热流计对应的立体角为

$$\Omega = \frac{A_2}{r^2} = \frac{0.000785}{(0.5)^2} = 0.000314 (\text{sr})$$

热流计得到的看火孔的辐射能为

$$\Phi = A_1 E_n \Omega = 91.4 \times 0.0019625 \times 0.000314 = 0.056 (\text{W})$$

例题 4-2 试计算太阳辐射中可见光所占的比例和 $0 \sim 3.0\mu\text{m}$ 的波长辐射所占的比例。

题解:

分析: 太阳可认为是表面温度为 $T=5762\text{K}$ 的黑体,可见光的波长范围是 $0.38 \sim 0.76\mu\text{m}$ 。

计算: (1) 对于可见光部分, $\lambda_1=0.38\mu\text{m}$, $\lambda_2=0.76\mu\text{m}$, 于是有

$$\lambda_1 T = 0.38 \times 5762 = 2190 (\mu\text{m} \cdot \text{K})$$

$$\lambda_2 T = 0.76 \times 5762 = 4380 (\mu\text{m} \cdot \text{K})$$

查黑体辐射函数表并插值计算可得

$$F_{b(0-\lambda_1)} = 9.94\%$$

$$F_{b(0-\lambda_2)} = 54.59\%$$

可见光所占的比例为

$$F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = F_{b(0-\lambda_2)} - F_{b(0-\lambda_1)} = 54.59\% - 9.94\% = 44.65\%$$

(2) 对于 $0 \sim 3.0 \mu\text{m}$ 的波长辐射, 已知 $\lambda = 3 \mu\text{m}$, $\lambda T = 3 \times 5762 = 17\,286 (\mu\text{m} \cdot \text{K})$, 利用黑体辐射函数表并插值计算可得

$$F_{b(0-\lambda)} = 97.83\%$$

讨论: 本题计算结果与本节前面引用的结果一致, 表明太阳辐射能量主要集中在 $0 \sim 3.0 \mu\text{m}$ 的波长范围内。

4.3 实际物体的辐射特性与基尔霍夫定律

实际物体向外界发出的辐射能除与表面的温度有关, 也与其材料的性质、表面状态等有关, 因此还无法用确定的函数关系表示, 目前只能将实际物体表面与黑体相比较, 以确定其辐射的特性。

4.3.1 实际物体的辐射特性

黑体不但具有最大吸收辐射的能力, 同时也是在相同温度下具有最大辐射能力的物体。为了说明实际物体的辐射特性, 引入发射率、光谱发射率和定向发射率三个概念。

1. 发射率

实际物体的辐射力 E 与同温度下黑体的辐射力 E_b 之比称为该物体的发射率 (也称为黑度), 用符号 ϵ 表示, 即

$$\epsilon = \frac{E}{E_b} \quad (4-22)$$

发射率的大小反映了物体发射辐射能的能力的大小。在工程计算中, 实际物体的辐射力 E 可以根据发射率的定义式由式 (4-23) 计算, 即

$$E = \epsilon E_b = \epsilon \sigma T^4 \quad (4-23)$$

应该指出, 实际物体的辐射力并不严格与热力学温度的四次方成正比, 所存在的偏差包含在由实验确定的发射率 ϵ 数值之中。

2. 光谱发射率

实际物体的光谱辐射力 E_λ 与同温度下黑体的光谱辐射力 $E_{b\lambda}$ 之比称为该物体的光谱发射率 (或称为光谱黑度), 用符号 $\epsilon(\lambda)$ 表示, 即

$$\epsilon(\lambda) = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}} \quad (4-24)$$

从图 4-12 (a) 可以看出, 虽然实际物体表面的光谱辐射力整体上与普朗克定律表示的黑体光谱辐射力相类似, 但是其随波长是不规则变化的; 图 4-12 (b) 则给出了实际表面光谱发射率随波长变化关系的示意图, 图中也给出了灰体的光谱发射率, 虽然其光谱发射率小于 1, 但其值却不随波长而变化。

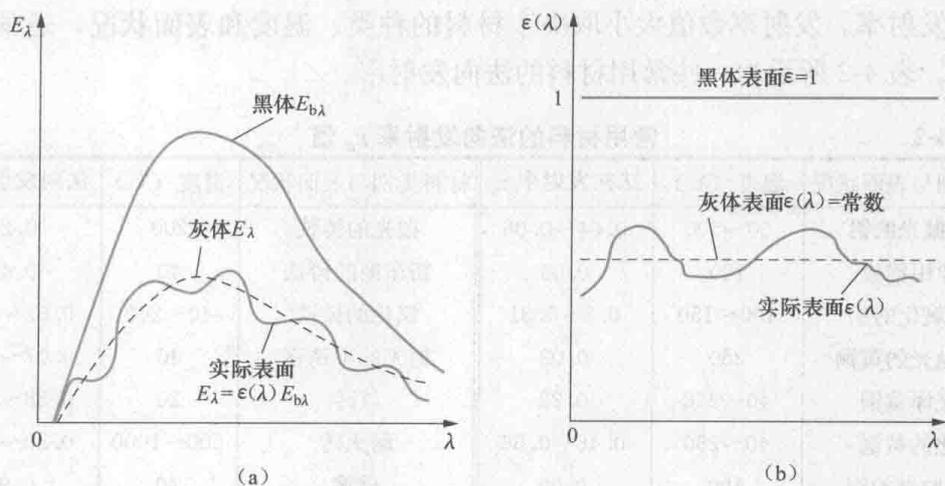


图 4-12 实际物体表面与黑体、灰体辐射力和发射率的比较

(a) 实际物体的光谱辐射力示意图；(b) 实际物体的光谱发射率示意图

实际物体的发射率与其光谱发射率具有如下的关系，即

$$\epsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{\int_0^\infty \epsilon(\lambda) E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} \quad (4-25)$$

3. 定向发射率

实际物体的辐射在空间各个方向的分布不完全遵循兰贝特定律。为了说明实际物体辐射强度的方向性，引入定向发射率的定义：在与发射面法线成 θ 角的方向上，实际表面的定向辐射力 E_θ 与同温度下黑体在该方向的定向辐射力 $E_{b\theta}$ 之比称为该物体在 θ 方向的定向发射率（或称为定向黑度），用 $\epsilon(\theta)$ 表示，即

$$\epsilon(\theta) = \frac{E_\theta}{E_{b\theta}} = \frac{I(\theta)}{I_b} \quad (4-26)$$

图 4-13 所示为典型金属与非金属表面的定向发射率随 θ 角的变化示意图。由图可知，对于多数非金属表面，在 $\theta < 45^\circ$ 的范围内，其值变化不大，但随后逐渐变小；而对于多数金属表面，在 $\theta < 45^\circ$ 的范围内变化也不大，但之后是逐渐增加，然后再变小。尽管实际表面的定向发射率 $\epsilon(\theta)$ 都随 θ 变化，但是它们的半球平均发射率（即发射率）与法向发射率的相对比值却变化很小，对于金属这个比值在 1.0~1.3 之间，对于非金属比

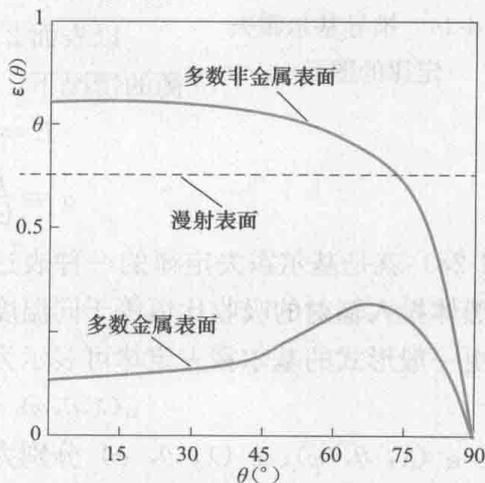


图 4-13 典型金属与非金属表面的定向发射率

值在 0.93~1.0 之间。因此在工程上遇到的绝大多数材料，常用法向发射率近似

作为其发射率。发射率数值大小取决于材料的种类、温度和表面状况，通常由实验测定。表 4-2 所示为一些常用材料的法向发射率。

表 4-2 常用材料的法向发射率 ϵ_n 值

材料类别与表面状况	温度 (°C)	法向发射率 ϵ_n	材料类别与表面状况	温度 (°C)	法向发射率 ϵ_n
高度抛光的铝	50~500	0.04~0.06	抛光的铸铁	200	0.21
工业用铝板	100	0.09	新车削的铸铁	40	0.44
严重氧化的铝	100~150	0.2~0.31	氧化的铸铁	40~260	0.57~0.68
高度抛光的黄铜	260	0.03	抛光的不锈钢	40	0.07~0.17
无光泽黄铜	40~260	0.22	红砖	20	0.88~0.93
氧化的黄铜	40~260	0.46~0.56	耐火砖	500~1000	0.80~0.90
高度抛光的铜	100	0.02	玻璃	40	0.94
轻微抛光的铜	40	0.12	各种颜色的油漆	40	0.92~0.96
氧化变黑的铜	40	0.76	雪	-12~0	0.82
抛光的钢	40~260	0.07~0.1	水(大于 0.1mm 厚)	0~100	0.96
轧制的钢板	40	0.65	人体皮肤	32	0.98
严重氧化的钢板	40	0.8			

4.3.2 基尔霍夫定律

黑体表面的发射率和吸收比相等且均为 1。那么实际物体表面的发射率和吸收比又有何关系？

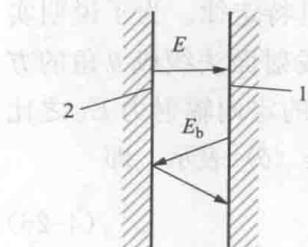


图 4-14 推导基尔霍夫定律的图示

研究图 4-14 所示的辐射传热系统，表面 1 和表面 2 为两个相距很近的平行表面，其表面积都很大，每个表面发出的辐射都全部落到对方的表面上。现假定表面 1 为黑体，温度为 T ；表面 2 为实际物体表面，其辐射力为 E 、发射率为 ϵ 、吸收比为 α ，温度亦为 T 。

以表面 2 的单位面积作为研究对象，在处于热平衡的情况下，其能量守恒关系为

$$E = \alpha E_b \quad (4-27)$$

$$\alpha = \frac{E}{E_b} = \epsilon \quad (4-28)$$

式 (4-28) 就是基尔霍夫定律的一种表达式，它表明：在热平衡条件下，任何物体对黑体投入辐射的吸收比恒等于同温度下该物体的发射率。

更一般形式的基尔霍夫定律可表示为

$$\alpha(\lambda, \theta, \varphi) = \epsilon(\lambda, \theta, \varphi) \quad (4-29)$$

式中： $\alpha(\lambda, \theta, \varphi)$ 、 $\epsilon(\lambda, \theta, \varphi)$ 分别为表面的定向光谱吸收比和定向光谱发射率，它们都仅仅是表面的固有性质，与辐射传热中对方是否为黑体或是否处于热平衡没有任何关系。因此，式 (4-29) 是无条件成立的。

若表面为漫射表面，则有

$$\alpha(\lambda) = \varepsilon(\lambda) \quad (4-30)$$

若表面既是漫射表面，又是灰体表面，则称为漫灰表面，必有

$$\alpha = \varepsilon \quad (4-31)$$

式(4-31)表明，若实际物体表面可以当作漫灰表面，则其发射率等于其吸收比。除非对于极度磨光的金属表面，绝大多数工程材料都可以近似视为漫射表面；在工程上常见的温度范围 ($T \leq 2000\text{K}$)，大部分辐射能处于红外波长范围内，绝大多数工程材料的光谱辐射特性在该波长范围内变化不大，因此近似地当作灰体处理不会产生很大的误差。

需注意的是，研究物体表面对太阳能的吸收时，就不能简单地将物体当作灰体，而错误地认为对太阳能的吸收比等于自身辐射的发射率。这是因为近 50% 的太阳辐射位于可见光的波长范围内，而自身热辐射位于红外波长范围内。一般物体对太阳辐射的吸收比与自身辐射的发射率有较大的差别。现在已开发出利用在太阳能集热器上的选择性表面涂层材料，对太阳能的吸收比高达 0.95，而发射率只有 0.05 左右，这样有利于太阳能的吸收，并减少自身的辐射散热损失。

例题 4-3 若某平板式太阳能集热器的吸收表面涂有选择性涂层，涂层表面可作为漫射体，表面的光谱吸收比如图 4-15 所示，试计算该涂层在表面温度为 60°C 和 727°C 时的表面发射率。

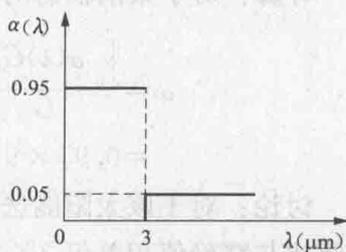


图 4-15 例题 4-3 附图

题解：

分析：由于题中指出该涂层为漫射表面，所以附图给出的光谱吸收比 $\alpha(\lambda)$ ，也是光谱发射率 $\varepsilon(\lambda)$ 。

在 $0 \sim 3\mu\text{m}$ 范围内， $\varepsilon_1 = 0.95$ ， $\lambda > 3\mu\text{m}$ ，则 $\varepsilon_2 = 0.05$ 。

计算：(1) 在表面温度为 60°C 时，对应 $\lambda = 3\mu\text{m}$ 有

$$\lambda T = 3 \times (273 + 60) = 999(\mu\text{m} \cdot \text{K})$$

利用黑体辐射函数表查得 $F_{b(0 \sim 3)} = 0.032\%$ 。

因此有

$$F_{b(3 \sim \infty)} = 1 - 0.032\% = 99.968\%$$

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{\int_0^3 \varepsilon_1 E_{b\lambda} d\lambda + \int_3^\infty \varepsilon_2 E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = \varepsilon_1 F_{b(0 \sim 3)} + \varepsilon_2 F_{b(3 \sim \infty)}$$

$$= 0.95 \times 0.032\% + 0.05 \times 99.968\% = 0.0498$$

(2) 在表面温度为 727°C 时，对应 $\lambda = 3\mu\text{m}$ ，有

$$\lambda T = 3 \times (273 + 727) = 3000(\mu\text{m} \cdot \text{K})$$

利用黑体辐射函数表查得 $F_{b(0 \sim 3)} = 27.32\%$ 。

因此有

$$F_{b(3 \sim \infty)} = 1 - 27.32\% = 72.68\%$$

$$\begin{aligned}\epsilon &= \frac{E}{E_b} = \frac{\int_0^3 \epsilon_1 E_{b\lambda} d\lambda + \int_3^\infty \epsilon_2 E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = \epsilon_1 F_{(0\sim 3)} + \epsilon_2 F_{(3\sim\infty)} \\ &= 0.95 \times 27.32\% + 0.05 \times 82.68\% = 0.3\end{aligned}$$

讨论:

(1) 通过本题的计算结果看到, 虽然是同一个表面, 但由于其光谱发射率随波长变化, 所以, 在不同的温度下, 其发射率不同。

(2) 该选择性涂层在较低的温度下, 其发射的辐射能主要在大于 $3\mu\text{m}$ 的红外区域, 因此计算其辐射时, 可直接利用 $\lambda > 3\mu\text{m}$ 时的发射率值 $\epsilon_2 = 0.05$ 。

例题 4-4 计算例题 4-3 中的太阳能集热器吸热表面对太阳辐射的吸收比。

题解:

分析: 例题 4-3 附图 4-15 中已给出了表面光谱吸收比 $\alpha(\lambda)$ 随波长的变化关系, 在 $0 \sim 3\mu\text{m}$ 范围内, $\alpha_1 = 0.95$, 在 $\lambda > 3\mu\text{m}$, $\alpha_2 = 0.05$, 且在例题 4-2 中已得到了太阳辐射在 $0 \sim 3.0\mu\text{m}$ 波长范围内所占的比例。

计算: 对于太阳辐射的吸收比, 即

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\int_0^\infty \alpha(\lambda) G_\lambda d\lambda}{G} = \alpha_1 F_{(0\sim 3)} + \alpha_2 F_{(3\sim\infty)} \\ &= 0.95 \times 97.83\% + 0.05 \times (1 - 97.83\%) = 0.93\end{aligned}$$

讨论: 对于该太阳能选择性涂层吸热表面, 直接利用其在 $0 \sim 3\mu\text{m}$ 范围内的吸收比与精确值相差仅 2%。

4.4 角系数及两表面封闭系统的辐射传热

前面主要是介绍了物体表面的辐射和吸收特性, 但在工程上更多关心的是两个或多个表面之间以辐射形式交换热量的计算。研究表面之间的辐射传热, 不但要了解各表面自身的辐射, 还要考虑表面对投入辐射的多次吸收和反射。而投入表面的能量来自空间各个方向, 因此, 通常需将一个封闭系统作为辐射传热研究对象。此外, 表面之间的相对几何位置对其辐射传热有着重要的影响。

4.4.1 角系数的概念

为了考虑表面的几何形状及表面之间几何位置对辐射传热的影响, 常引入角系数的概念。其定义为: 离开表面 1 的辐射能中落到表面 2 上的份额 (百分数) 为表面 1 对表面 2 的角系数, 并用 $X_{1,2}$ 表示。同样, 表面 2 对表面 1 的角系数用 $X_{2,1}$ 表示。

若所研究的表面是漫射的, 且表面性质 (主要是发射率) 和温度均匀, 则物体表面的温度和发射率的大小就只影响物体向外发射辐射能的多少, 而不影响在空间的相对分布, 因而不影响辐射能落到其他表面上的百分数, 于是角系数是一

个纯几何因子。关于角系数的特点及计算方法将在第 12 章进行介绍。

4.4.2 两表面组成封闭系统的辐射传热特例

图 4-16 所示为部分两表面组成封闭系统的辐射传热情况。图 4-16 (a) 所示为一个圆面 1 与半球表面 2 组成的封闭系统；图 4-12 (b) 中的 1 和 2 可以代表两个球表面，也可以看作是两个长圆柱的表面；图 4-12 (c) 中的 1 和 2 代表两个无限靠近的平行大表面；图 4-12 (d) 表示的是一个小的物体表面 1 与将其包围的大壁面 2 组成的封闭系统。

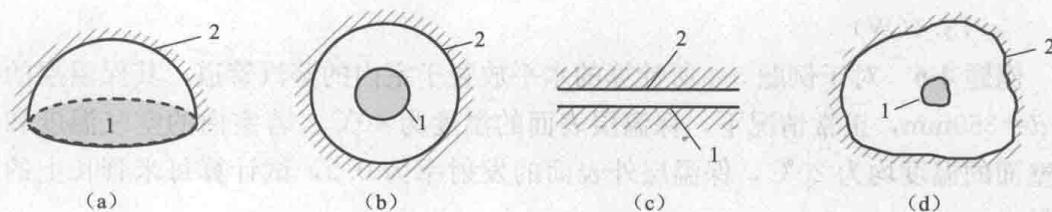


图 4-16 部分两表面组成的封闭系统的辐射传热特例

对于上述两表面组成的辐射传热系统，若物体 1 的表面积为 A_1 ，温度为 T_1 ，发射率为 ϵ_1 ，物体 2 的表面积为 A_2 ，温度为 T_2 ，发射率为 ϵ_2 ，且两物体表面均可以按漫灰表面处理，表面之间为非辐射性气体。则两表面之间的辐射传热热流量可表示为

$$\Phi = \frac{\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1\epsilon_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}} + \frac{1-\epsilon_2}{A_2\epsilon_2}} \quad (4-32)$$

由于角系数具有相对性，即 $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ ，所以式 (4-32) 中的 $\frac{1}{A_1 X_{1,2}}$ 可用 $\frac{1}{A_2 X_{2,1}}$ 代替。式中 $\frac{1-\epsilon_1}{A_1\epsilon_1}$ 、 $\frac{1-\epsilon_2}{A_2\epsilon_2}$ 分别为表面 1 与表面 2 的表面辐射热阻， $\frac{1}{A_1 X_{1,2}}$ 或 $\frac{1}{A_2 X_{2,1}}$ 为两表面间的空间辐射热阻。角系数的相对性、式 (4-32) 的详细推导以及表面辐射热阻和空间辐射热阻等将在本书第 12 章中进行详细说明。

对于图 4-16 (c) 所示情况，由于 $A_1 = A_2$ ，且 $X_{1,2} = X_{2,1} = 1$ ，则式 (4-32) 可简化为

$$\Phi = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad (4-33)$$

对于图 4-16 (d) 所示情况，由于 $A_1 \ll A_2$ ，且 $X_{1,2} = 1$ ，则式 (4-32) 可简化为

$$\Phi = \epsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-34)$$

例题 4-5 对于例题 2-2 所分析的双层玻璃窗户的散热问题，现计算双层玻璃窗内表面之间的辐射热流量。计算条件为：双层玻璃窗两表面之间的距离为 8mm，两玻璃窗内表面温度分别为 14.2°C 和 -4.2°C ，玻璃窗内表面的发射率为

0.9, 玻璃的面积为 1.5m^2 。

题解:

分析: 双层玻璃窗内表面之间的辐射热可以看作两无限靠近的平行表面之间的问题。

计算: 按照式 (4-33), 双层玻璃窗内表面之间的辐射热流量为

$$\Phi = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} = \frac{1.5 \times 5.67 \times 10^{-8} \times [(273 + 14.2)^4 - (273 - 4.2)^4]}{\frac{1}{0.9} + \frac{1}{0.9} - 1} = 73.4(\text{W})$$

例题 4-6 对于例题 3-4 所计算的水平放置于室内的蒸汽管道, 其保温层的外径 $d=360\text{mm}$, 正常情况下, 保温层表面的温度为 40°C 。若室内的空气温度和房间壁面的温度均为 20°C , 保温层外表面的发射率为 0.5, 试计算每米管长上的散热量。

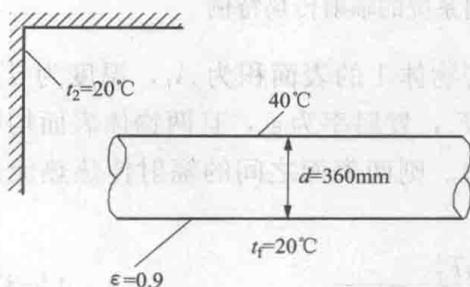


图 4-17 例题 4-6 示意图

题解:

画示意图见图 4-17。

分析: ①管道表面与环境的换热有与周围空气的自然对流传热, 也有与周围环境壁面的辐射传热; ②在例题 3-4 中已计算出自然对流的散热量; ③管道表面与周围环境壁面的辐射传热是与周围房间壁面的换热, 且可以看作是小物体表面与包壳之间的辐射传热。

之间的辐射传热。

计算: (1) 例题 3-4 已计算出管道每米长度上自然对流的散热量 $q_{l,c}$, 即

$$q_{l,c} = h\pi d(t_w - t_f) = 3.7 \times 3.14 \times 0.36 \times (40 - 20) = 83.7(\text{W/m})$$

(2) 按照公式 (4-34), 管道每米长度上通过辐射传热的散热量记为 $q_{l,r}$, 则有

$$q_{l,r} = \epsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = 0.5 \times 3.14 \times 0.36 \times 5.67 \times 10^{-8} \times [(273 + 40)^4 - (273 + 20)^4] = 71.4(\text{W/m})$$

(3) 每米管长上的散热量为

$$q_l = q_{l,c} + q_{l,r} = 83.7 + 71.4 = 155.1(\text{W/m})$$

讨论: 从计算结果可以看出, 本问题表面的自然对流散热与辐射散热的量级是相当的。日常生活中人体、暖气片等散热问题也需同时考虑自然对流散热与辐射散热。

思考题

4-1 辐射力、光谱辐射力和定向辐射力有何区别?

- 4-2 物体的吸收比是否是表面的自身性质参数?
- 4-3 解释黑体与黑颜色物体、灰体与灰颜色物体的区别。
- 4-4 “灰体的吸收比是个常数”对不对?
- 4-5 在热辐射的理论中为何引入黑体的概念?
- 4-6 用文字表述黑体光谱辐射力的分布规律。
- 4-7 漫射表面是如何定义的? 对于漫射表面, 是否意味着辐射能在半球空间各方向上是均匀分布的?
- 4-8 物体表面发射率是否是表面的自身性质参数?
- 4-9 在什么条件下表面的光谱发射率与光谱吸收比相等?
- 4-10 什么是漫灰表面? 在何条件下实际表面可以当作是漫灰表面?

习 题

4-1 一物体表面温度为 207°C , 表面发射率为 0.65。计算: ①该物体表面的辐射力; ②若该表面在波长 $\lambda=10\mu\text{m}$ 处, 光谱发射率 $\epsilon_{\lambda}=0.6$, 计算该波长下其光谱辐射力; ③若已知该表面为漫射表面, 计算其表面法线方向和在 $\theta=45^{\circ}$ 处的定向辐射力。

4-2 地球的直径为 $1.29 \times 10^7 \text{m}$, 太阳的直径为 $1.39 \times 10^9 \text{m}$, 日地平均距离为 $1.5 \times 10^{11} \text{m}$ 。太阳可以近似视为表面温度约为 5762K 的黑体, 若把地球也看作黑体且忽略大气层的存在, 宇宙空间的背景温度可近似当作 0K 。①试估算地球表面的平均温度; ②在地球表面的平均温度下, 其最大的光谱辐射力所对应的波长为多少?

4-3 试确定一个 100W 灯泡的发光效率, 已知灯丝的直径为 0.5mm , 长度为 15mm , 发光时灯丝可看作是温度为 2900K 的黑体。发光效率是指灯泡发出的可见光占其电功率的百分比。

4-4 已知材料 A、B 的光谱发射率 $\epsilon(\lambda)$ 与波长的关系如图 4-18 所示, 试估计两种材料的发射率 ϵ 随温度变化的特性, 并说明理由。

4-5 一个物体表面在 1000K 的光谱发射率大致为 $\epsilon(\lambda)$ 如下的分段函数:

$$\epsilon(\lambda) = \begin{cases} 0.4, & 0 \leq \lambda < 2\mu\text{m} \\ 0.7, & 2 \leq \lambda < 6\mu\text{m} \\ 0.3, & 6 \leq \lambda < \infty\mu\text{m} \end{cases}$$

计算该表面在此温度下的平均发射率及辐射力。

4-6 一个等温的空腔球壳, 其内壁的吸收比为 0.6, 在壁面上开一个小孔, 小孔的面积占总面积的 0.6%, 计算该小孔的吸收比是否大于 99.6%。球壳壁为漫射表面。

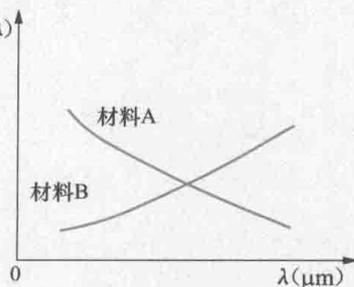


图 4-18 习题 4-4 附图

4-7 计算夏季与冬季站立在室温同为 25°C 的房间内的人体与环境的换热热流量。已知站立人体与空气间的自然对流表面传热系数取 $2.6 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, 人体衣着与皮肤的表面温度取 30°C , 表面发射率为 0.9, 夏季室内墙壁温度取 26°C , 冬季取 15°C 。可将人体简化为直径等于 25cm 、高 1.75m 的圆柱体, 并忽略人体与地面的导热及通过呼吸交换的热量。

第5章 综合传热及传热过程

前面几章分别对导热、对流传热和辐射传热三种传热模式的基本概念和基本计算方法做了介绍。但是在实际问题中，它们往往并非单独出现，而是多种基本传热模式并存。对于该类问题，首先需分析清楚传热模式，并分析它们之间的能量守恒关系，再计算每一种传热模式的热流量，最终完成对问题的求解。本章首先介绍几个综合传热问题，再专门介绍工程上一种典型综合传热问题——“传热过程”。

5.1 综合传热问题的分析

5.1.1 热电偶测量气体温度时的误差分析

热电偶是常用的一种温度测量元件。在 2.4 节曾分析过用热电偶测量流体（主要是液体）温度时的时间常数，它反映热电偶对流体温度变化响应的快慢。现在讨论用热电偶测量气体温度时，由于热电偶与容积壁面存在辐射传热引起的误差及其减小的方法。

图 5-1 所示为用裸露的热电偶测量管道内的气体温度的示意图。暂时考虑流体是非辐射性气体的情况。热电偶与周围环境的换热包括：热电偶与气体之间的对流传热、热电偶与管道的内壁面间的辐射传热及沿导线的导热。一般由于导线很细，所以可以忽略导热的影响，其存在的辐射传热属于小物体表面与包壳之间的问题。若热电偶已放置在管道内很长时间，

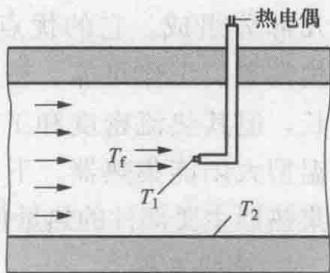


图 5-1 用裸露的热电偶测量气体温度示意图

图 5-1 用裸露的热电偶测量流体的温度也不变化，即稳态情况下，以热电偶的结点作为研究对象，其能量守恒关系可表示为如下形式，即

$$Ah(t_f - t_1) = A\epsilon_1\sigma(T_1^4 - T_2^4) \quad (5-1)$$

式中： h 为热电偶结点与气体之间的表面传热系数； ϵ_1 为热电偶结点的表面发射率； t_f 为气体的温度； t_1 和 T_1 分别为用摄氏温标和绝对温标表示的热电偶结点温度， t_1 的值也就是热电偶的测量结果； T_2 为气体通道内壁面的绝对温度。

由式 (5-1) 可以得出热电偶的测温误差为

$$t_f - t_1 = \frac{\epsilon_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{h} \quad (5-2)$$

可见，热电偶的测温误差与热电偶结点和气体管道壁面之间的辐射传热量成正

比,与表面传热系数 h 成反比。取 $t_1=800^\circ\text{C}$ 、 $t_2=500^\circ\text{C}$ ($T_2=773\text{K}$)、 $\epsilon_1=0.5$ 、 $h=100\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 时,用式 (5-2) 计算出的热电偶的测量值应为 673.6°C ,其绝对误差达到 126.4°C ,相对误差达 15.8% 。

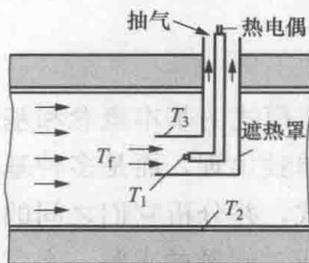


图 5-2 带遮热罩的抽气式热电偶测温示意图

从式 (5-2) 可见,为了减少热电偶的测量误差,可以采用减小热电偶结点的表面发射率,提高气流与热电偶结点的表面传热系数,提高管道壁内表面温度的方法来实现。在实际工程上,当用热电偶来测量高温气体的温度时,常采用在热电偶外侧加装抽气式遮热罩的方法以减小其测量误差,如图 5-2 所示。加装遮热罩后,热电偶结点是与遮热罩的表面进行辐射传热,显然其温度 T_3 高于管道壁温 T_2 。为了进一步减少测温误差,通常遮热罩做成抽气式,以提高热电偶结点附近气体的流动速度,加强对流传热,提高表面传热系数 h 。

5.1.2 平板式太阳能集热器的传热分析

平板式太阳能集热器是吸热体表面基本为平板形状的非聚光型集热器。图 1-2 曾给出了其典型结构图。图 5-3 所示则为平板式太阳能集热器传热分析的示意图,它主要由吸热板、透明盖板、隔热层和外壳等几部分组成。它的优点是采光面积大、结构简单、工作可靠、初投资低、使用寿命长,但其热流密度和工质温度低,属于低温型太阳能集热器。下面对平板型太阳能集热器主要部件的热量传递进行分析。

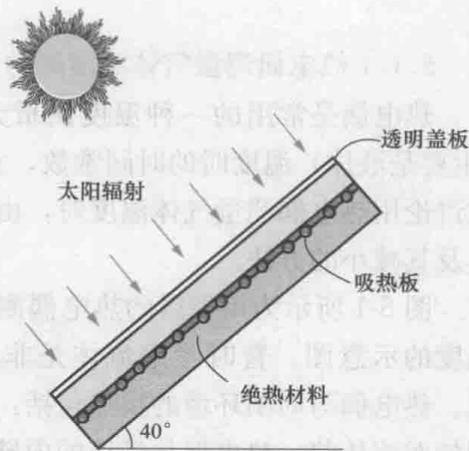


图 5-3 平板型太阳能集热器示意图

1. 透明盖板

透明盖板是覆盖在吸热板上方的一层能透过太阳辐射的盖层。透明盖板通常采用平板玻璃做成。玻璃对可见光和 $\lambda < 3\mu\text{m}$ 的红外辐射有很大的穿透比,而对 $\lambda > 3\mu\text{m}$ 的红外辐射的穿透比却很小,如图 5-4 所示。于是,绝大部分的太阳辐射可以穿过太阳能集热器的透明盖板到达吸热面,而常温下吸热面所发射的长波红外辐射却不能从盖板透射出去,使集热器既吸收了太阳辐射又减少了本身的辐射散热损失,形成了所谓的温室效应。同时,透明盖板

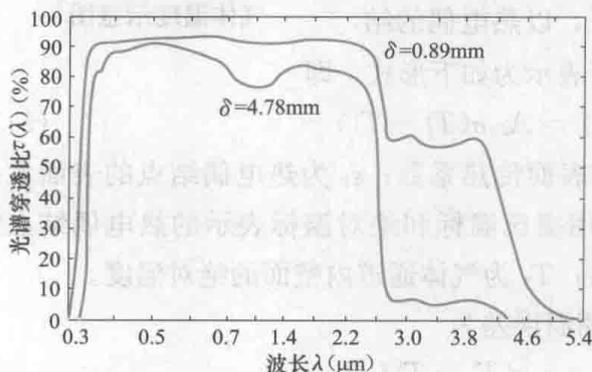


图 5-4 玻璃的光谱穿透比与波长的关系举例

的存在还减少了吸热板对大气的对流传热。

透明盖板上表面与天空进行辐射传热，也与外面的空气进行对流传热；透明盖板下表面则与吸热板进行辐射传热，与内部空间的空气进行对流传热。

2. 吸热板

吸热板是集热器内吸收太阳能并向工质传递热量的部件，由吸热面板和与吸热面板有良好热结合的流体管道或通道组成。

当平板型太阳能集热器工作时，太阳辐射穿过透明盖板后，投射在吸热板上，被吸热板吸收的能量转化成热能。其中一部分热量传递给吸热板内的传热工质，使工质的温度升高，作为集热器的有用能量输出；另一部分热量则通过吸热板向上、下空间传递而散失，成为集热器的热量损失。

吸热板向上、下空间热量散失的具体形式为：①通过下面保温隔热材料以导热形式向外部散热，一般此项所占比例不大；②吸热板与透明盖板之间以辐射形式交换热量，由盖板散失到外部；③吸热板与透明盖板之间存在空气层，以自然对流传热形式交换热量，再由盖板散失到外部。

为了使吸热板能最大限度地吸收太阳辐射能并将其转化成热能，在其表面覆盖选择性吸收涂层。例题 4-3 和例题 4-4 曾对选择性吸收涂层表面的吸收和辐射特性做过计算。理想的选择性吸收涂层能够对短波辐射 ($0\sim 3\mu\text{m}$) 具有较高的光谱吸收比，同时，对 $\lambda > 3\mu\text{m}$ 的红外辐射具有很低的光谱吸收比，也就是说在常温下具有很低的光谱发射率。这意味着选择性表面涂层能吸收较多的太阳辐射能，而自身的辐射散热损失又很少。

例题 5-1 某平板式太阳能集热器结构与图 5-3 形式相同。在一次性能实验的测试中得到如下数据：太阳的直接投入辐射 $G=600\text{W}/\text{m}^2$ ，盖板表面温度 t_s 为 35°C ，在沿集热器表面宽度方向有微风，风速为 $4\text{m}/\text{s}$ ，空气的温度为 25°C 。并且已知：盖板表面的长度（或高度）为 1.5m 、宽度为 1m ，盖板对太阳辐射的透射比为 0.87 ，自身辐射的发射率为 0.94 ，天空的温度为 $t_{\text{sky}}=15^\circ\text{C}$ ，计算该集热器的集热效率（实际吸热量与投入辐射的比值）。

题解：

分析：①将整个集热器作为研究对象；②集热器的下面和侧面可以看做绝热，没有热量的传递，其上表面（盖板）的换热形式有吸收太阳的投入辐射、与天空的辐射传热、与周围空气的对流传热。

计算：通过盖板表面进入集热器的热流量为

$$\Phi_{\text{in}} = \tau_s GA = 0.87 \times 600 \times (1.5 \times 1) = 783(\text{W})$$

盖板表面与流过表面的空气有对流传热，在例题 3-2 中已对其对流传热的热流量进行了计算，且为

$$\Phi_c = Ah(t_w - t_\infty) = (1 \times 1.5) \times 7.88 \times (35 - 25) = 118.2(\text{W})$$

盖板表面与天空的辐射传热可看作是小物体表面与包壳之间的问题，可得

$$\begin{aligned}\Phi_r &= \varepsilon A \sigma (T_s^4 - T_{\text{sky}}^4) = 0.94 \times (1.5 \times 1) \times 5.67 \times 10^{-8} \\ &\quad \times [(35 + 273)^4 - (15 + 273)^4] \\ &= 169.5 (\text{W})\end{aligned}$$

因此, 该集热器实际吸收的热流量为

$$\Phi_{\text{gain}} = \Phi_{\text{in}} - \Phi_c - \Phi_r = 783 - 118.2 - 169.5 = 495.3 (\text{W})$$

集热器效率为

$$\eta = \Phi_{\text{gain}} / (AG) = 495.3 / (1.5 \times 600) = 55.0\%$$

例题 5-2 仍以上题中的太阳能集热器为例。若在性能实验中得到如下测试数据: 太阳的直接投入辐射 $G=600\text{W}/\text{m}^2$, 内部吸热板表面温度为 t_p 为 80°C , 玻璃盖板内表面温度为 40°C 。并且已知: 盖板表面的长度 (或高度) 为 1.5m , 宽度为 1m , 盖板与吸热板的间距为 4cm , 盖板对太阳辐射的透射比为 0.87 , 盖板自身的发射率为 0.94 , 吸热板对太阳能的吸收比为 0.93 , 吸热板自身的发射率为 0.09 , 吸热板与盖板之间自然对流传热的表面传热系数为 $2.85\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。计算该集热器的集热效率 (实际吸热量与投入辐射的比值)。

题解:

分析: ①虽然该问题与例题 5-1 的研究对象一致, 但实验测量的数据不同, 因此需采用不同的研究对象, 可以把集热器的吸热板表面作为研究对象; ②本节正文已对吸热板表面的换热形式进行了分析。

计算: 通过玻璃盖板表面投入到吸热板表面的热流量在例题 5-1 中已计算, 其为

$$\Phi_{\text{in}} = \tau_s GA = 0.87 \times 600 \times (1.5 \times 1) = 783 (\text{W})$$

被吸热板所吸收的热流量为

$$\Phi_{p,\text{in}} = \alpha_p \Phi_{\text{in}} = 0.93 \times 783 = 728.2 (\text{W})$$

吸热板与透明盖板之间以辐射形式交换热量, 且它们之间的辐射传热可以看作两个无限靠近的平行表面之间的问题, 利用公式 (4-33) 得

$$\begin{aligned}\Phi_r &= \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1.5 \times 5.67 \times 10^{-8} \times [(273 + 80)^4 - (273 + 40)^4]}{\frac{1}{0.09} + \frac{1}{0.94} - 1} \\ &= 45.1 (\text{W})\end{aligned}$$

吸热板与透明盖板之间存在空气层, 以自然对流传热形式交换热量, 其热流量为

$$\Phi_c = Ah(t_w - t_{\infty}) = (1 \times 1.5) \times 2.85 \times (80 - 40) = 171 (\text{W})$$

该集热器实际吸收并传给工质的热流量为

$$\Phi_{\text{gain}} = \Phi_{p,\text{in}} - \Phi_r - \Phi_c = 728.2 - 45.1 - 171 = 512 (\text{W})$$

集热器效率为

$$\eta = \Phi_{\text{gain}} / (AG) = 512 / (1.5 \times 600) = 56.9\%$$

讨论：①本问题中吸热板与盖板之间自然对流传热的表面传热系数是直接给出的，若是未知的，也可根据第3章所给的特征数关联式进行计算得到；②通过本例题的条件可以看出，由于吸热板与透明盖板之间空气层的存在，其自然对流的散热损失远大于辐射散热损失，若想进一步提高效率，可采取措施减弱对流传热的影响。

5.1.3 复合传热

工程上有时候也会遇到辐射性气体与固体表面的换热情况，此时，气体不但与固体表面有对流传热，也会存在辐射传热。这种对流传热与辐射传热同时存在的换热过程称为复合传热。对于复合传热，工程上为了计算方便，通常将辐射传热热流量折算成对流传热热流量的形式，即

$$\Phi_r = h_r A (t_w - t_f) \quad (5-3)$$

式中： h_r 为辐射传热表面传热系数（习惯上称为辐射传热系数）。

于是，复合传热的热流量可以表示为

$$\Phi = \Phi_c + \Phi_r = (h_c + h_r) A (t_w - t_f) = h A (t_w - t_f) \quad (5-4)$$

式(5-4)中 h 为复合传热系数，计算式为

$$h = h_c + h_r \quad (5-5)$$

这种对辐射传热采用对流传热形式处理的方法，有时也应用于两个表面间的辐射传热。例如，对于小物体表面与包壳之间的辐射传热，可以定义相应的辐射传热表面传热系数如下，即

$$h_r = \frac{\epsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2} \quad (5-6)$$

这种情况多用在环境的壁面温度与气体温度相近的情况。

采用式(5-2)计算辐射性气体测温误差时， h 应为复合传热系数。

例题 5-3 例题 1-2 和 1-5 讨论的是一个高温金属件悬吊在房间中冷却过程的问题。若金属件的体积为 V 、外表面积为 A ，初始温度均匀为 t_0 ，房间内的空气温度为 t_∞ ，房间内的壁面温度为 t_w ，金属件表面的发射率为 ϵ 。确定该金属件在冷却过程中平均温度随时间的变化规律。

题解：

分析：①在例题 1-2 中已分析金属件表面将以对流传热的形式向周围空气散热，同时，表面还将以辐射传热的形式向周围的壁面散热；②可以将金属件当作一个集总体处理；③问题中没有给出表面向周围空气对流散热的表面传热系数，因此暂时假设其为 h 。

求解：根据例题 1-5 的分析和集总体的能量守恒关系(2-21)式，可得

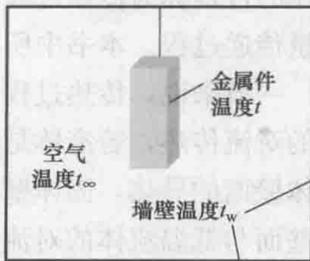


图 5-5 例题 5-3 示意图

$$\rho c V \frac{dt}{dt} = -(\Phi_c + \Phi_r)$$

任意时刻表面对流传热的热流量为

$$\Phi_c = Ah(T - T_\infty)$$

任意时刻表面辐射传热的热流量为

$$\Phi_r = \varepsilon A(T^4 - T_w^4)$$

将 Φ_c 和 Φ_r 代入集总体金属件的能量守恒关系式得

$$\rho c V \frac{dT}{d\tau} = -hA(T - T_\infty) - \varepsilon A(T^4 - T_w^4)$$

简化后得

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{-hA(T - T_\infty) - \varepsilon A(T^4 - T_w^4)}{\rho c V}$$

上式即为金属件冷却过程中平均温度随时间的变化规律。

讨论：①前面我们仅仅假设了对流传热的表面传热系数为 h ，若要进行实际计算，就需要首先按照对流传热的计算方法将其计算出来，但是计算表面表面传热系数又需要金属件的表面温度，因此需要相互耦合，迭代计算；②由于金属件表面温度变化，表面传热系数 h 也必然在整个冷却过程中变化，计算时可根据情况取平均值或分时间段计算；③若空气温度和墙壁温度相等或很相近，可引入辐射传热表面传热系数的概念，这样可利用公式 (2-24) 进行计算。

5.2 传热过程的分析 and 计算

5.2.1 传热过程

在工程上，有许多温度不同的两种流体进行热量交换的现象，并且冷、热流体由固体壁面隔开。例如火力发电厂锅炉烟道内的烟气与过热器内蒸汽、烟气与省煤器内给水、烟气与空气预热器内空气之间的换热，又如一些工厂中油冷却器内热油与冷却水的热量交换、空调蒸发器或冷凝器中制冷工质与外界空气的热量交换。在传热学上，这种热量从固体壁面一侧的流体通过固体壁面传递到另一侧流体的过程称为传热过程。这里“传热过程”有其特定的含义，并非泛指一般的热量传递过程。本书中所出现的“传热过程”也都是特指这一类的问题。

一般来说，传热过程由三个相互串联的热量传递环节组成：①高温流体与壁面的对流传热，若流体是辐射性气体，也包括流体与壁面间的辐射传热；②通过固体壁面的导热，固体壁面的形状可以是单层或多层的平壁、圆筒壁或其他形式；③壁面与低温流体的对流传热，同样也可能包括流体与壁面间的辐射传热。

对于传热过程所传递的热流量通常采用传热方程式进行计算，具体形式如下，即

$$\Phi = Ak(t_{t1} - t_{t2}) = Ak\Delta t \quad (5-7)$$

式中： A 为流体与固体壁面的接触面积，对于不同的壁面形状有不同的具体规定；

k 为总传热系数 (简称传热系数), $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$; t_{f1} 和 t_{f2} 分别为高温流体和低温流体的温度; Δt 为冷、热流体的传热温差, 若两流体温度在传热过程中沿壁面变化, 近似计算时, t_{f1} 和 t_{f2} 取流体的算术平均温度即可, 更精确的传热温差计算将在第 6 章介绍。

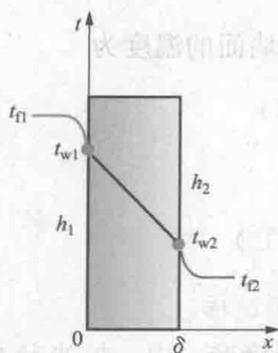
总传热系数 k 表征了传热过程综合传热性能的强弱程度, 它与传热过程的三个环节都有关系。本节接下来将针对不同的固体壁面形式, 推导其总传热系数的计算方法。在此, 先给出不同流体间传热过程总传热系数的大致范围, 见表 5-1。

表 5-1 传热系数的大致范围

流体	k [$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$]
气体到气体 (常压)	10~30
气体到高压水蒸气或水	10~100
油到水	100~600
凝结有机物蒸气到水	500~1000
水到水	1000~2500
凝结水蒸气到水	2000~6000

5.2.2 通过平壁的传热过程

讨论如图 5-6 所示的情况, 一个面积为 A 、厚度为 δ 、导热系数为 λ 的平壁,



平壁左侧远离壁面处的流体温度为 t_{f1} , 表面传热系数为 h_1 , 平壁右侧远离壁面处的流体温度 t_{f2} , 表面传热系数为 h_2 , 且 $t_{f1} > t_{f2}$ 。假设平壁两侧的流体温度及表面传热系数都不随时间而变化。

这显然是一个稳态的传热过程, 由平壁左侧的对流传热、平壁的导热及平壁右侧的对流传热三个串联的热量传递环节组成。

对于平壁左侧流体与左侧壁面之间的对流传热, 根据牛顿冷却公式得

$$\Phi = Ah_1(t_{f1} - t_{w1}) \quad (a)$$

对于平壁的导热有

$$\Phi = A\lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} \quad (b)$$

对于平壁右侧流体与右侧壁面之间的对流传热, 同样可得

$$\Phi = Ah_2(t_{w2} - t_{f2}) \quad (c)$$

在稳态情况下, (a)、(b)、(c) 三式计算的热量 Φ 是相同的, 由此可得

$$\Phi = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{Ah_1} + \frac{\delta}{A\lambda} + \frac{1}{Ah_2}} \quad (5-8)$$

式 (5-8) 也可以通过热阻的分析方法直接写出。将式 (5-8) 与传热方程式 (5-7) 相对比, 可得通过单层平壁的传热过程传热系数为

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} \quad (5-9)$$

若某一侧流体为辐射性气体,将该侧的表面传热系数直接用复合传热系数代替即可。此外,若是通过多层平壁的传热过程,只需将式(5-9)中导热的面积热阻改为多层平壁导热的面积热阻之和。

例题 5-4 一房屋的混凝土外墙厚度为 $\delta=150\text{mm}$,混凝土的导热系数为 $\lambda=1.5\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$,冬季室外空气温度为 $t_{t2}=-10^\circ\text{C}$,表面传热系数为 $h_2=20\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$,室内空气温度为 $t_{t1}=25^\circ\text{C}$,表面传热系数为 $h_1=5\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。假设墙壁及两侧的空气温度及表面传热系数都不随时间而变化,求单位面积墙壁的散热损失及内、外墙壁面的温度 t_{w1} 、 t_{w2} 。

题解:

分析:由给定条件可知,这是一个通过平壁的稳态传热过程。

计算:根据式(5-8),通过墙壁的热流密度,即单位面积墙壁的散热损失为

$$q = \frac{t_{t1} - t_{t2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} = \frac{25 - (-10)}{\frac{1}{5} + \frac{0.15}{1.5} + \frac{1}{20}} = 100(\text{W}/\text{m}^2)$$

各个环节的热流密度相等,利用牛顿冷却公式可得,内墙面的温度为

$$t_{w1} = t_{t1} - q \frac{1}{h_1} = 25 - 100 \times \frac{1}{5} = 5(^\circ\text{C})$$

外墙面的温度为

$$t_{w2} = t_{t2} + q \frac{1}{h_2} = -10 + 100 \times \frac{1}{20} = -5(^\circ\text{C})$$

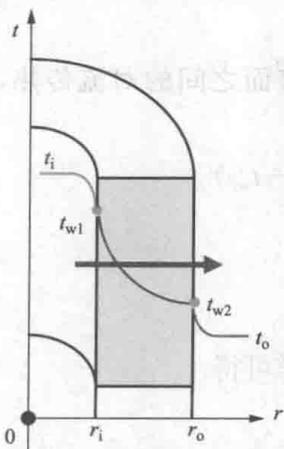


图 5-7 单层圆筒壁的稳态导热 运用热阻的概念,很容易写出通过圆管壁传热的热流量计算公式,即

$$\Phi = \frac{t_i - t_o}{\frac{1}{\pi d_i l h_i} + \frac{1}{2\pi l \ln \frac{d_o}{d_i}} + \frac{1}{\pi d_o l h_o}} \quad (5-10)$$

圆筒壁的内、外侧表面积不相等,在利用传热方程式时,工程上常用管的外表面积作为传热面积 $A=\pi d_o l$ 。比较式(5-10)和传热方程式(5-7)可得,通过圆筒壁传热过程的总传热系数为

5.2.3 通过圆筒壁的传热过程

如图 5-7 所示,一单层圆筒壁,内、外半径分别为 r_i 、 r_o (内径和外径分别为 d_i 、 d_o),长度为 l ,导热系数为 λ ,圆筒壁内、外两侧的流体温度分别为 t_i 、 t_o ,且 $t_i > t_o$,两侧的表面传热系数分别为 h_i 、 h_o 。

很显然,这是一个由圆管内侧的对流传热、圆管壁的导热及圆管外侧的对流传热三个热量传递环节组成的传热过程。

在稳态情况下,通过各个环节的热流量相等。

$$k = \frac{1}{\frac{d_o}{d_i} \frac{1}{h_i} + \frac{d_o}{2\lambda} \ln \frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o}} \quad (5-11)$$

例题 5-5 对某电厂的省煤器传热过程进行计算时, 已知如下数据: 烟气与管外侧进行对流传热和辐射传热的复合传热系数为 $h_o = 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$; 省煤器管的规格为 $\phi 28 \times 4 \text{ mm}$ (外径是 28 mm , 壁厚是 4 mm), 管材的导热系数为 $\lambda = 40 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$; 管内水侧的表面传热系数为 $h_i = 5400 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试计算该传热过程三个环节的单位管长的热阻及以管外面积为基准的总传热系数。

题解:

计算: 三个环节的单位管长上的热阻分别为

$$\text{烟气侧热阻 } R_o = \frac{1}{\pi d_o l h_o} = \frac{1}{3.14 \times 0.028 \times 1 \times 100} = 0.1137 \text{ (K/W)}$$

$$\text{管壁的导热热阻 } R_\lambda = \frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{d_o}{d_i} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 40 \times 1} \ln \left(\frac{28}{20} \right) = 0.00134 \text{ (K/W)}$$

$$\text{水侧热阻 } R_i = \frac{1}{\pi d_i l h_i} = \frac{1}{3.14 \times 0.02 \times 1 \times 5400} = 0.00295 \text{ (K/W)}$$

$$\text{总热阻为 } R = R_o + R_\lambda + R_i = 0.1137 + 0.00134 + 0.00295 = 0.118 \text{ (K/W)}$$

以管外面积为基准的总传热系数为

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{\frac{d_o}{d_i} \frac{1}{h_i} + \frac{d_o}{2\lambda} \ln \frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o}} = \frac{1}{\pi d_o l \times R} \\ &= \frac{1}{3.14 \times 0.028 \times 1 \times 0.118} = 96.4 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})] \end{aligned}$$

讨论: ①烟气侧热阻、管壁的导热热阻和水侧热阻分别占总热阻的 96.4% 、 1.1% 和 2.5% 。说明烟气侧热阻在总热阻中占有主要地位, 它具有改变总热阻的最大潜力。②由于管壁的导热热阻和水侧热阻在总热阻中所占比例很小, 因此工程上进行省煤器热力计算时常常略去这两项。

5.2.4 临界热绝缘直径

对于通过平壁的传热过程, 其传热量必定随平壁厚度的增加而减小。但是对于通过圆筒壁的传热过程却未必是这样。分析式 (5-10), 增加圆筒壁的厚度, 相当于增加 d_o , 在其他条件不变的情况下, 圆管内侧的对流传热热阻 $\frac{1}{\pi d_i l h_i}$ 不变, 圆管壁的导热热阻 $\frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{d_o}{d_i}$ 变大, 但是管外侧的对流传热热阻 $\frac{1}{\pi d_o l h_o}$ 变小, 因此, 无法确定总的热阻是变大还是变小。如果将式 (5-10) 对 d_o 求导并令其等于零, 则有

$$\frac{d\Phi}{dd_o} = \frac{(t_i - t_o) \left(\frac{1}{2\pi\lambda d_o} - \frac{1}{\pi h_o (d_o)^2} \right)}{- \left(\frac{1}{\pi d_i l h_i} + \frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{\pi d_o l h_o} \right)^2} = 0$$

由此得通过圆筒壁传热量为最大值的条件为

$$d_o = d_{cr} = \frac{2\lambda}{h_o} \quad (5-12)$$

式中： d_o 为临界热绝缘直径，记为 d_{cr} 。在圆筒壁外径小于 d_{cr} 之前，随着 d_o 的增加传热量将增大；但若圆筒壁外径大于 d_{cr} 之后，则随着 d_o 的增加传热量将减小。

那么，对一般的热力管道，会不会出现在管外侧增加保温层，反而使得其散热量增大的情况？取代表性的数据 $\lambda=0.1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、 $h_o=10\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 来分析，计算得临界热绝缘直径为 2cm。一般热力管道的直径会大于此值，因此出现该问题的情况并不多。

临界热绝缘直径多用在对电缆绝缘层厚度的计算上。虽然电缆绝缘层向外的散热过程不属于传热过程（没有内侧的对流传热环节），但并不影响采用此概念来对其外层绝缘层的作用进行分析。在电缆绝缘层外径小于 d_{cr} 之前，增加绝缘层的厚度，既有利于绝缘，又有利于电缆的散热，但若绝缘层外径大于 d_{cr} 之后，则将阻碍电缆的散热。

例题 5-6 一铝电线的外径为 3mm，外包导热系数为 $\lambda=0.15\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 的聚苯氯乙烯作为绝缘层。假设环境温度（周围空气及壁面）为 20°C ，绝缘层表面与环境的复合传热系数为 $10\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，铝线表面温度要控制 70°C 以下。试计算：①该条件下的临界热绝缘直径；②绝缘层厚度为 2mm 时单位长度上能够保证的散热量。

题解：

计算：（1）该条件下的临界热绝缘直径为

$$d_{cr} = \frac{2\lambda}{h_o} = \frac{2 \times 0.15}{10} = 0.03(\text{m}) = 30\text{mm}$$

（2）单位长度上能够保证的散热量为

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{t_{wi} - t_o}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{\pi d_o h_o}} = \frac{70 - 20}{\frac{1}{2 \times 3.14 \times 0.15} \ln \left(\frac{3 + 2 \times 2}{3} \right) + \frac{1}{3.14 \times 7 \times 10^{-3} \times 10}} \\ &= 9.18(\text{W}/\text{m}) \end{aligned}$$

讨论：从计算结果看到，在该条件下临界热绝缘直径为 30mm，增加绝缘层后的直径仍小于该数值，绝缘层是有利于散热的。

5.2.5 肋片及通过肋壁的传热过程

在工程上，经常会遇到需要增强对流传热的情况，由牛顿冷却公式可知，其途径主要有：①增大壁面与流体的温差，这种方法有时会受到具体工艺技术的制约；②提高对流传热的表面传热系数 h ，但对于流体为气体的情况， h 的提高仍然受限；③增大对流传热面积，在工程上则主要采用肋片的形式来实现。肋片又称为翅片，是指从基础换热表面上伸展出来的固体表面。图 1-3 中的蒸发器和图 1-4 中计算机 CPU 散热器上都装有肋片。

1. 主要的肋片形式

图 5-8 所示为典型的从平直表面扩展出去的肋片形式。其中图 5-8 (a) 所示肋片的断面是矩形的，所以称作矩形肋片；图 5-8 (b) 所示的形式则称作三角形肋片。

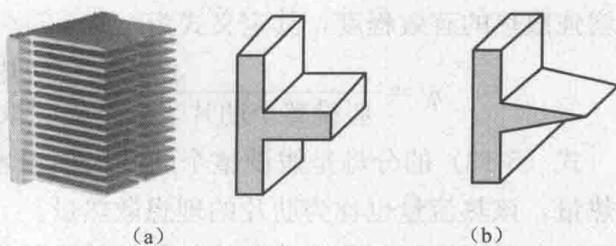


图 5-8 平直表面上的肋片

(a) 矩形；(b) 三角形

图 5-9 所示为两种从圆管壁扩展出去的肋片形式。其中图 5-9 (a) 所示的肋片长度方向和圆管的轴向一致，称为直肋片；图 5-9 (b) 所示的肋片形式称为环肋。除此之外，还有针形肋和外螺纹管等形式。

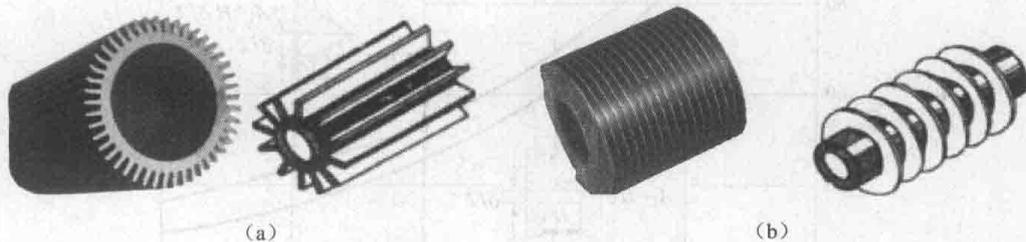


图 5-9 圆管壁外侧的肋片形式

(a) 直肋；(b) 环肋

图 5-8 中的矩形肋和图 5-9 中的直肋沿其高度方向上的截面积是不变的，类似这样形式的肋片又称为等截面直肋。

对于由多根管子组成的管束，有时候将肋片做成一体的形式，然后整体套到管束上，如图 5-10 所示，这样的肋片也称为大套片。

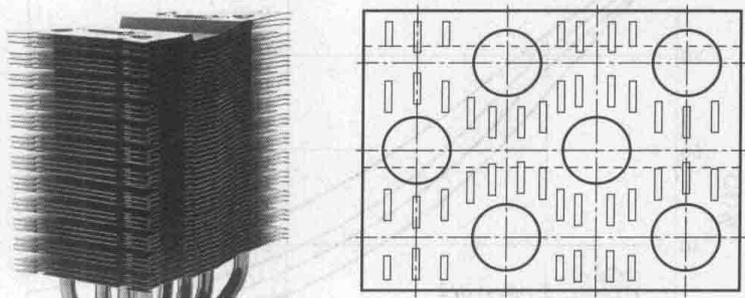


图 5-10 管束外的大套片

2. 肋片效率

在基础的散热表面上敷设肋片，主要是想通过增加面积来增大对流传热的热流量。但是肋片表面的温度是随肋片的高度变化的，所以肋片的形状和尺寸（特别是高度）对增强换热的强度有重要的影响。通常用肋片效率 η_f 来表示采用肋片

后增强散热的有效程度，其定义式为

$$\eta_f = \frac{\text{肋片实际散热量 } \Phi}{\text{假设整个肋片表面处于肋根温度下的散热量 } \Phi_0} \quad (5-13)$$

式(5-13)的分母是假设整个肋片表面温度处于肋根(基础表面)温度下的散热量，该热流量也称为肋片的理想散热量。

一些学者已将部分形式肋片的肋片效率整理成为计算图的形式。图5-11所示为等截面直肋和三角形肋的效率曲线，图5-12所示为环肋的效率曲线，其他形式可参考有关文献或手册。这样，就可以通过这些计算图得到肋片效率，从而利用式(5-13)计算出肋片的实际散热量。

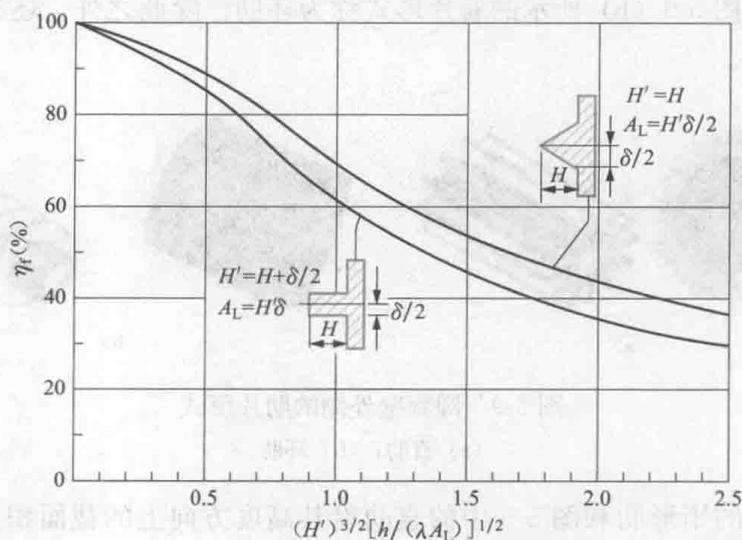


图 5-11 等截面直肋和三角形肋的效率曲线

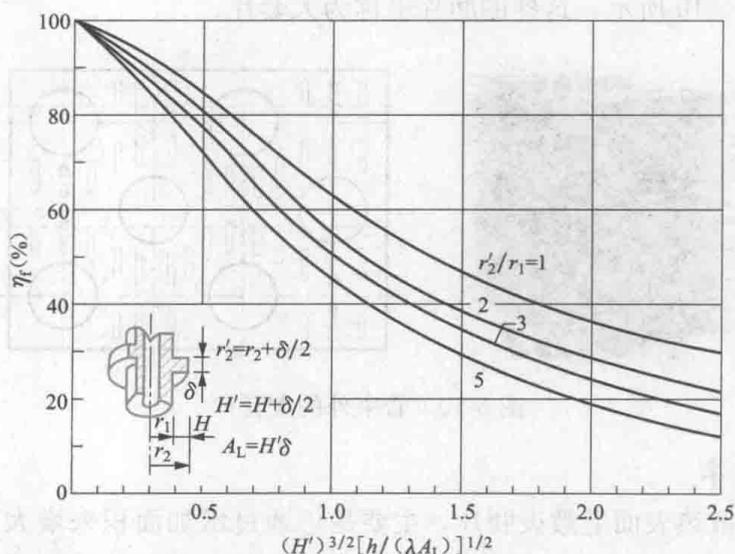


图 5-12 环肋的效率曲线

3. 肋面总效率

以上讨论的是单个肋片的效率。正如图 5-8~图 5-10 所示, 肋片总是成组应用的。以图 5-13 为例, 设肋片周围流体的温度为 t_f , 流体与整个表面的表面传热系数为 h , 肋片的表面积为 A_f , 未被肋片占据的基础表面积为 A_r , 整个肋片侧换热面积为 A_0 , $A_0 = A_f + A_r$ 。则该表面总的对流传热热流量为

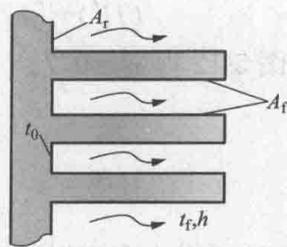


图 5-13 肋面总效率示意图

$$\begin{aligned}\Phi &= hA_r(t_0 - t_f) + \eta_f hA_f(t_0 - t_f) = h(A_r + \eta_f A_f)(t_0 - t_f) \\ &= A_0 h(t_0 - t_f) \left(\frac{A_r + \eta_f A_f}{A_0} \right) = \eta_0 A_0 h(t_0 - t_f)\end{aligned}\quad (5-14)$$

其中 η_0 , 称为肋面总效率, 计算式为

$$\eta_0 = \frac{A_r + \eta_f A_f}{A_0} \quad (5-15)$$

4. 通过肋壁的传热过程

如果传热过程中的固体壁面其中一侧有肋片, 则传热过程为通过肋壁的传热过程。整个过程同样包括三个环节, 且在稳态情况下, 各环节的热流量相等。

假定是在平壁的一侧敷设肋片构成的肋壁, 肋片侧流体的温度为 t_{f2} , 流体与整个表面的表面传热系数为 h_2 , 整个肋片侧换热面积为 A_2 , 按照热阻的分析方法可以写出通过肋壁传热的热流量计算公式为

$$\Phi = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{h_1 A_1} + \frac{\delta}{\lambda A_1} + \frac{1}{\eta_0 h_2 A_2}} = \frac{A_1 (t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\eta_0 h_2 \beta}} \quad (5-16)$$

式中: $\beta = A_2/A_1$, 为肋化系数, 即加肋后总表面积与未加肋时表面积的比值。工程上肋化后的表面肋化系数一般远大于 1 (从几倍到十几倍), 因此, 通过在低传热系数表面加装肋片可以大大降低该侧的热阻, 从而起到强化传热的作用。

例题 5-7 某翅片管的外径为 25mm, 翅片的高度为 6mm, 翅片厚度为 0.2mm, 翅片材料的导热系数为 $36\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, 外侧的表面传热系数为 $110\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, 计算该肋片的效率。

题解:

计算: 肋片的主要几何数据为 $r_1 = 25/2 = 12.5$ (mm), $H = 6\text{mm}$, $r_2 = r_1 + H = 12.5 + 6 = 18.5$ (mm), $\delta = 0.2$ (mm); 材料的导热系数和外侧的表面传热系数为 $\lambda = 36\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $h = 110\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。

首先计算查图 5-12 所需的计算参数, 即

$$r_2'/r_1 = (r_2 + \delta/2)/r_1 = (18.5 + 0.1)/12.5 = 1.488$$

$$H' = H + \frac{\delta}{2} = 6 + 0.1 = 6.1(\text{mm})$$

$$A_f = H'\delta = 6.1 \times 0.2 = 1.22(\text{mm}^2)$$

$$(H')^{3/2} [h/(\lambda A_1)]^{1/2} = 0.000476 \times 1582.58 = 0.753$$

则查图 5-12 得 $\eta_f = 0.7$ 。

思考题

- 5-1 为什么采用装抽气式遮热罩的方法可以减小热电偶的测量误差?
- 5-2 平板式太阳能集热器吸热板与玻璃盖板间的距离对集热效果有何影响?
- 5-3 何为临界热绝缘直径?
- 5-4 何为“传热过程”?它与一般的热量传递过程有何区别?
- 5-5 一般什么情况下在散热表面敷设肋片?

习题

- 5-1 如图 5-14 所示,用裸露的热电偶测量管道中气体的温度,稳定后,热电偶所指示的温度为 175°C 。已知管道内壁温度为 90°C ,高温气流与热电偶结点的表面传热系数为 $320\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$,热电偶结点的表面发射率为 0.6 。试求高温气体的真实温度及测量误差。

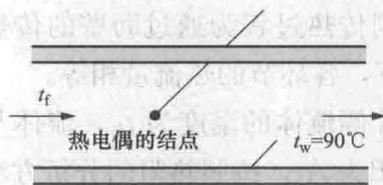


图 5-14 习题 5-1 附图

5-2 在某一产品的制造过程中,在厚度为 $\delta_s = 1.0\text{mm}$ 的基板上紧贴一层透明的薄膜,其厚度为 $\delta_f = 0.2\text{mm}$ 。薄膜表面有一冷却气流流过,其温度为 $t_f = 20^\circ\text{C}$,对流传热的表面传热系数为 $h = 40\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。同时,有一股辐射能 q 透过薄膜投射到薄膜与基板的结合面上,如图 5-15 所示。已知,基板的另一面温度 $t_1 = 30^\circ\text{C}$,生产工艺要求薄膜与基板结合面的温度 t_0 为 60°C ,薄膜的导热系数为 $\lambda_f = 0.02\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,基板的导热系数为 $\lambda_s = 0.06\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。投射到结合面上的辐射热流可全部被结合面吸收,薄膜对 60°C 的辐射是不透明的。试确定辐射热流密度应为多大。

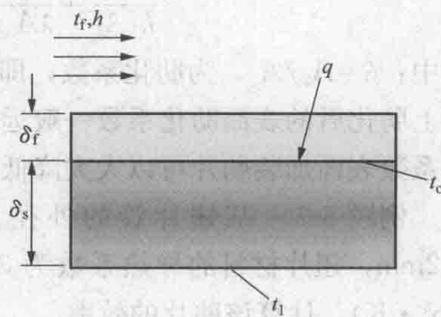


图 5-15 习题 5-2 附图

5-3 一单层玻璃窗,高 1.5m ,宽 1m ,玻璃厚 3mm ,玻璃的导热系数为 $\lambda = 1.05\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,室内、外的空气温度分别为 20°C 和 5°C ,室内、外空气与玻璃窗之间对流传热的表面传热系数分别为 $h_1 = 5\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 和 $h_2 = 20\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试求玻璃窗的散热损失及玻璃的导热热阻、两侧的对流传热热阻。

5-4 有一台传热面积为 12m^2 的氨蒸发器。氨液的蒸发温度为 0°C ,被冷却水的进口温度为 9.7°C 、出口温度为 5°C ,已知蒸发器的传热量为 6900W 。试计算:①该蒸发器的总传热系数;②冷却水的流量。

5-5 一个管式冷凝器,管外侧是饱和水蒸气的凝结,管内侧是经过处理的循环水。冷凝器的管束采用外径为 22mm ,壁厚为 1.5mm 的黄铜管。①若已知管外水蒸气凝结的表面

传热系数为 $11050\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，管内侧循环水与内表面的表面传热系数为 $6210\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，黄铜的导热系数为 $110\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，计算冷凝器洁净状况下的总传热系数（以管外面积为基准）；②若该冷凝器由 320 根长度为 7m 的管子组成，管外蒸汽的温度为 33°C ，管内循环水的平均温度为 18°C ，计算该冷凝器的传热量。

5-6 重新对例题 2-2 中双层玻璃窗的散热进行分析和计算。如图 5-16 所示，每块玻璃的高度为 1.5m，宽为 1m，厚度为 4mm，玻璃的导热系数为 $0.65\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，双层玻璃间的距离为 8mm。若在晚上平均的室内、外空气温度维持在 20°C 和 -7°C ，试计算在晚上通过该双层玻璃窗散热的热流量。

5-7 一个电子元件采用等截面直肋片组进行强化散热。已知肋片采用铝材制作，其导热系数为 $160\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，肋片的高度为 20mm，肋片厚度为 0.5mm，肋间距为 1mm，肋片表面的复合传热系数为 $25\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。①计算该肋片的效率；②若肋片根部温度为 50°C ，周围空气温度为 20°C ，肋片组的长和宽均为 60mm，计算该肋片组的总散热量。

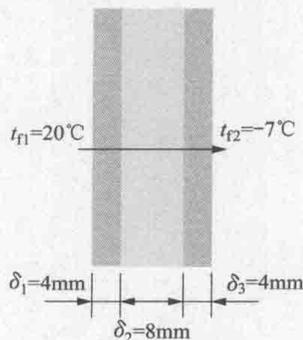


图 5-16 习题 5-6

附图

5-8 在一个管内的对流传热实验中， 10°C 的水以 $1.6\text{m}/\text{s}$ 的速度流入内径为 28mm、外径为 31mm、长 1.5m 的管子。管子外表面均匀地绕着电阻带作为加热器，其外还包有保温层。加热器的总功率为 42.05kW ，通过保温层的散热损失为 2%，试确定：①管子出口处的平均水温；②管内对流传热的表面传热系数；③管子外表面的平均壁温 [管材的导热系数取 $18\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$]。

5-9 现要对厂房内的一蒸汽管进行保温，已知管道内的壁面温度为 330°C ，管子的外径为 133mm，壁厚为 3mm，管材的导热系数为 $22\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。若要求保温后外表面温度不超过 45°C ，现选用导热系数为 $0.08\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 的保温材料进行保温，试问保温材料的厚度为 80mm 时能否满足要求？（保温层外包有很薄的不锈钢板，其表面发射率 0.5。厂房内的空气及墙壁温度取 25°C ，管道为水平布置。）

5-10 在考虑一建筑物冬季的采暖设计中，需要确定平屋顶的传热情况。屋顶可看作是南北方向 5m、东西方向 10m 的长方形表面。①若测得一个时段内屋顶外表面温度为 10°C ，空气的温度为 -4°C ，有 5 级的北风（风速为 $10\text{m}/\text{s}$ ），计算房顶的对流传热的热流量。②若房顶表面涂有涂层，其光谱吸收比随波长的变化关系可近似表示为： $0 \leq \lambda < 1\mu\text{m}$ ， $\alpha(\lambda) = 0.6$ ； $1 \leq \lambda < 3\mu\text{m}$ ， $\alpha(\lambda) = 0.4$ ； $3 \leq \lambda < \infty\mu\text{m}$ ， $\alpha(\lambda) = 0.2$ ，太阳辐射可近似看作 6000K 黑体的辐射。若投入到房顶单位面积的阳光辐射为 $500\text{W}/\text{m}^2$ ，计算该房顶单位时间吸收的太阳辐射能量。③若天空温度按 250K 考虑，房顶表面的辐射特性利用②中给出的数据，且涂层可按漫射表面处理，房顶表面的温度仍取为 10°C ，计算该房顶单位时间与天空辐射的热流量。④若房顶的厚度为 0.2m，材料的导热系数为 $0.2\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，按照以上的计算结果计算此时房顶的内侧（室内侧）温度。

5-11 对一个高温金属件的冷却过程进行分析和计算。金属件为直径 0.3m 的圆球，金属材料为铬钢 $W_G = 17\%$ 。金属件初始温度均匀为 330°C ，将其竖直悬挂于室内进行冷却，室内空气及墙壁温度均为 30°C ，金属件表面发射率取 0.7。计算金属件的平均温度降到 90°C 所需时间。

第6章 换 热 器

在工程上,用来实现热量从热流体传递到冷流体的装置称为换热器(或热交换器)。在这种设备中,一种流体温度较高,放出热量;另一种流体温度较低,吸收热量。换热器在工业生产中的应用极为普遍,例如动力工业中锅炉设备的过热器、省煤器、空气预热器;电厂热力系统中的凝汽器、除氧器、给水加热器;冶金工业中高炉的热风炉,炼钢生产工艺中的空气或煤气预热器;在化工、轻工、石油等领域也有大量的换热器应用场合。

6.1 换热器的形式

6.1.1 换热器的分类

换热器的种类繁多,按照其工作原理,可分为混合式、回热式(或称蓄热式)及间壁式三大类。

混合式换热器是通过冷、热流体的直接接触、混合进行热量交换的换热器,又称接触式换热器。混合式换热器一般用于冷、热流体都是同一种物质(如冷水和热水、水和水蒸气等)的情况,有时也用于冷、热流体虽然不是同一种物质,但混合换热后非常容易分离(如水和空气)的情况。例如,在发电厂的冷水塔中,热水由上往下喷淋,而冷空气自下而上吸入,在填充物的水膜表面或飞沫及水滴表面,热水和冷空气相互接触进行换热,热水被冷却,冷空气被加热,然后依靠两流体本身的密度差得以及时分离。在工程实际中,绝大多数情况下的冷、热流体不允许相互混合,所以混合式换热器在应用上受到了限制。

回热式换热器是冷、热两种流体依次交替地流过同一换热面(蓄热体)进行热量交换的换热器。当热流体流过时,换热面吸收并积蓄热流体放出的热量;当冷流体流过时,换热面又将热量释放给冷流体,通过换热面这种交替式的吸、放热过程实现冷、热流体间的热量交换。大型锅炉的回转式空气预热器、冶金工业中炼钢平炉的蓄热室都是这种换热器。

间壁式换热器是冷、热流体由壁面隔开进行换热的热交换器。两种流体不直接接触,热量通过壁面进行传递。前面提到的发电厂热力系统中的凝汽器、给水加热器都属于间壁式换热器;发电厂中锅炉的过热器、省煤器、管式空气预热器也可以看作是间壁式换热器;一些设备润滑系统的油冷却器,还有化工、轻工、石油等领域中使用的加热器、冷却器、蒸发器等也都属于间壁式换热器。

6.1.2 间壁式换热器的主要形式

间壁式换热器是工业上应用最多的一种换热器，在间壁式换热器中热量由热流体到冷流体的传递过程正是第5章所介绍的“传热过程”。从形式上，间壁式换热器又分多种类型，下面对常见的间壁式换热器做进一步的介绍。

1. 套管式换热器

套管式换热器是由直径不同的管道制成的同心套管，一种流体走管内，另一种流体走环隙，图6-1所示为最简单的套管式换热器示意图。根据两种流体的流动方向不同，又有顺流布置和逆流布置的区别。图6-2所示为一种套管式换热器的实物图。套管式换热器的优点是结构简单，能承受高压、高温，应用方便；它的主要缺点是流动阻力大，金属消耗量多。套管式换热器的换热面较小，因此适用于传热量不大或流体流量较小的情形。

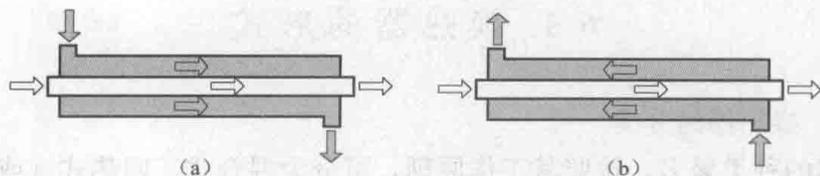


图 6-1 套管式换热器示意图

(a) 顺流；(b) 逆流

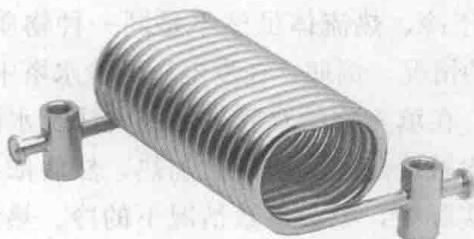


图 6-2 套管式换热器实物图

2. 管壳式换热器

管壳式（又称列管式）换热器是最典型的间壁式换热器，主要由壳体、管束、管板和封头等部分组成，壳体多呈圆筒形，内部装有平行管束，管束固定于管板上。图6-3所示为一管壳式换热器示意图，图6-4和图6-5所示为一个实际管壳式换热器的外观图和内部管束布置图。

在管壳式换热器内进行换热的两种流体，一种在管内流动，其行程称为管程；另一种在管外流动，其行程称为壳程。为提高管内流体的速度，可在两端封头内设置隔板，将全部管子平均分隔成若干组。这样，流体可每次只通过部分管子而往返管束多次，称为多管程。在壳侧增加纵向隔板或把几个壳程串联起来也能得到多壳程结构。图6-3所示的换热器中壳程流体是一



图 6-3 简单的管壳式换热器示意图

个流程，而管内流体经历了两个管程，因此可称为 1-2 型换热器（此处 1 表示壳程数，2 表示管程数）。

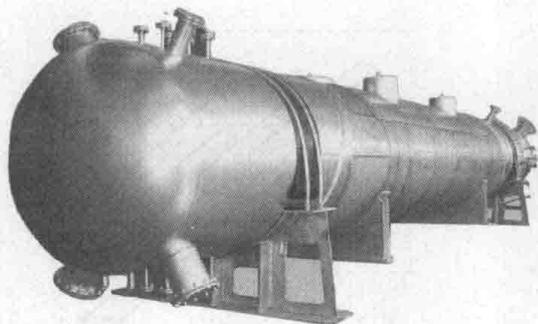


图 6-4 管壳式换热器的外观

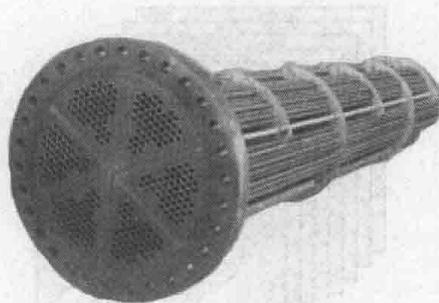


图 6-5 管壳式换热器的内部管束

为提高管外流体表面传热系数，通常在壳体内安装一定数量的横向折流挡板。折流挡板不仅可防止流体短路，增加流体速度，还迫使流体按规定路径多次横向冲刷管束。常用的挡板有圆缺形和圆盘形两种，前者应用更为广泛。近年来，国内外还开发出一些新型的折流板形式，如螺旋折流板和折流杆等形式，图 6-6 所示为一种螺旋折流板的结构图，图 6-7 所示为一个折流杆结构的换热器管束。

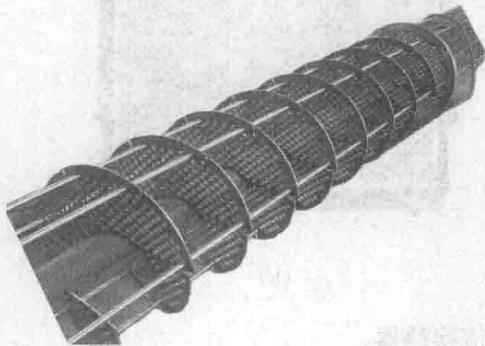


图 6-6 螺旋折流板

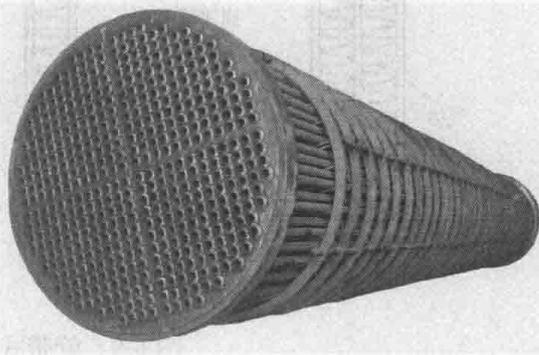


图 6-7 折流杆结构的管束

管壳式换热器在工业上的应用有着悠久的历史，而且至今仍在所有换热器中占据主导地位。

3. 交叉流换热器

交叉流换热器也是间壁式换热器的主要形式，多用在液体与气体的换热情况，对由空气作为冷却介质的情况也常称为散热器。根据换热面的结构形式，又有管束式、管带式 and 板翅式等。图 6-8 所示为管束式交叉流换热器的示意图。图 6-8 (a) 中的管束带有翅片，以强化该侧的换热，家用空调器中的蒸发器和冷凝器多采用此形式换热器；图 6-8 (b) 中的管束为光管形式，电厂锅炉中的过热器、省煤器和管式空气预热器多为此形式。图 6-9 (a) 所示为管带式换热器的结

构示意图, 换热管多是椭圆或扁平管, 在两管之间是带状的翅片; 图 6-9 (b) 所示为采用管带式结构的汽车散热器实物图。

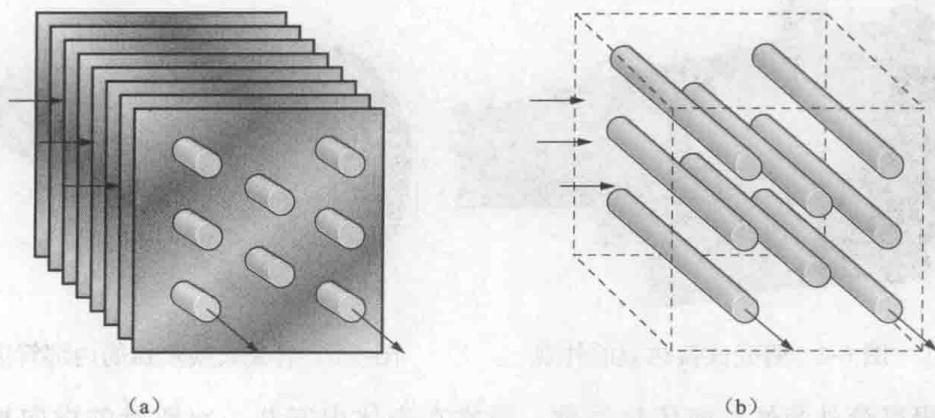


图 6-8 管束式交叉流换热器示意图

(a) 带翅片管束; (b) 光管管束

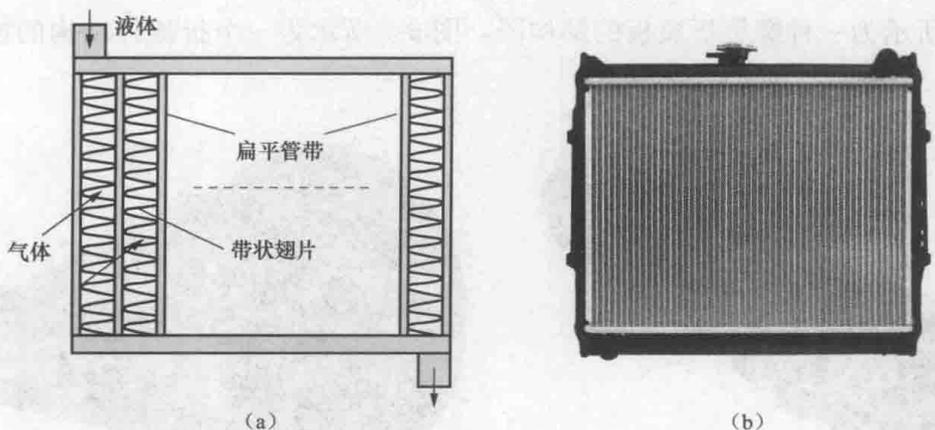


图 6-9 管带式交叉流换热器

(a) 结构示意图; (b) 实物图

4. 板式换热器

板式换热器是主要用于液体与液体换热的一种高效换热器, 其结构如图 6-10 (a) 所示。它由若干片压制成型的波纹状金属传热板片叠加而成, 相邻板片之间用特制的密封垫片隔开, 冷、热流体分别交替地流过各自的流道并通过板片传递热量。传热板片是板式换热器的关键元件, 图 6-10 (b) 所示为一些传热板的形式, 板的表面压制出各种类型的波纹从而可以大大增加其换热面积。板式换热器具有传热系数高、阻力相对较小、结构紧凑、金属消耗量低、使用灵活性大 (传热面积可以灵活变更)、拆装清洗方便等优点, 已广泛应用于供热采暖系统及食品、医药、化工等行业。

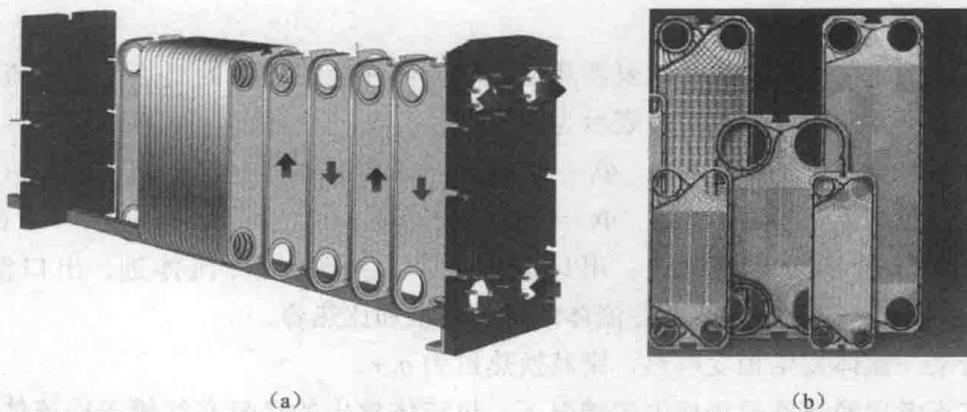


图 6-10 板式换热器示意图

(a) 结构示意图; (b) 传热板

以上介绍了 4 种常见的间壁式换热器的形式, 工程上需要根据不同的应用条件 (冷、热流体的性质、温度、压力范围、易污染程度等) 加以选择。

6.2 间壁式换热器的传热分析

6.2.1 传热过程分析

在间壁式换热器中, 冷、热流体由壁面隔开, 各自在固体壁面的一侧流动, 热流体通过固体壁面将热量传给冷流体。因此, 间壁式换热器的热量传递原理符合传热过程所特指的情况。热量传递过程分为三个环节: ①热流体与壁面的对流传热; ②通过壁面的导热; ③冷流体与壁面的对流传热。若一侧流体属于辐射性气体, 则该侧流体与壁面的换热还包括辐射传热。在实际中, 当换热器运行一段时间后, 换热面上常会积起水垢、污泥、油污、烟灰之类的覆盖物垢层, 有时还出现由于换热面与流体的相互作用发生腐蚀而引起的覆盖物垢层, 所有这些垢层都会引起通过壁面导热热阻的增加。

6.2.2 传热计算的基本方程

1. 传热方程式

间壁式换热器的热量传递原理符合传热过程, 因此, 其传热量可由传热方程式 (5-7) 计算, 即

$$\Phi = Ak(t_{f1} - t_{f2}) = Ak\Delta t_m \quad (6-1)$$

但是应注意, 该问题中热、冷流体的温度 t_{f1} 、 t_{f2} 在换热器的不同位置可能是不同的, 因此在计算时, 应取冷、热流体的平均温度差 Δt_m 进行计算, 6.3 节将进行详细的说明。对于应用最多的套管式和管壳式换热器, 其间壁材料一般均为单层的圆管, 此时换热器的总传热系数可用式 (5-10) 计算。若考虑管子内、外侧各种垢层的影响, 总传热系数计算公式中还要增加相应的污垢热阻项。本章 6.4 节将讨论污垢热阻对传热的影响。

2. 热平衡方程式

对于换热器的计算，必然要涉及热、冷流体在换热器中的换热量，若流体在换热器中不发生相变，它们可表示为

$$\Phi_1 = q_{m1} c_1 (t_1' - t_1'') \quad (6-2)$$

$$\Phi_2 = q_{m2} c_2 (t_2'' - t_2') \quad (6-3)$$

式中： t_1' 、 t_1'' 分别为热流体进、出口温度； t_2' 、 t_2'' 分别为冷流体进、出口温度； q_{m1} 、 q_{m2} 和 c_1 、 c_2 分别为热、冷流体的质量流量和比热容。

若某一流体发生相变换热，则其换热量为 $q_m r$ 。

在不考虑换热器散热损失的情况下，热流体放出的热量必然等于冷流体吸收的热量。这时热平衡方程式可写为

$$\Phi = \Phi_1 = \Phi_2 \quad (6-4)$$

$$\Phi = q_{m1} c_1 (t_1' - t_1'') = q_{m2} c_2 (t_2'' - t_2') \quad (6-5)$$

式 (6-5) 表示了在换热器中，冷、热流体温度变化、流量之间的关系。

6.3 换热器的平均传热温差

6.3.1 算术平均温差

在间壁式换热器中，冷、热流体的温度沿流向不断变化（相变换热除外）。图 6-11 所示为套管式换热器中冷、热流体的温度变化情况。冷、热流体在换热器中的算术平均温差为

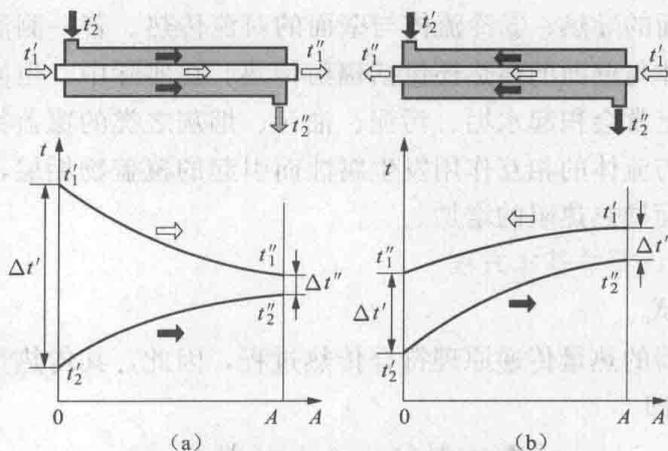


图 6-11 换热器中流体温度沿程变化示意图

(a) 顺流；(b) 逆流

$$\Delta t_m = \frac{t_1' + t_1''}{2} - \frac{t_2' + t_2''}{2} = \frac{\Delta t' + \Delta t''}{2} \quad (6-6)$$

式中： $\Delta t'$ 和 $\Delta t''$ 为换热器两端的端差，表示换热器一端，冷、热流体的温度差值。

对于顺流换热器，进、出口两端的端差分别为 $\Delta t' = t_1' - t_2'$ 、 $\Delta t'' = t_1'' - t_2''$ ；对于逆流情况，换热器两端的端差则分别为 $\Delta t' = t_1'' - t_2'$ 、 $\Delta t'' = t_1' - t_2''$ 。显然，算术

平均温差没有能反映出真实的冷、热流体的温度差值。但是,当换热器两端的端差之比不超过 1.7 时,其误差小于 2.3%,工程上也常规定,以此作为使用算术平均温差的依据。

6.3.2 顺流和逆流换热器的对数平均温差

精确的换热器平均温差应按式 (6-7) 计算,即

$$\Delta t_m = \frac{1}{A} \int_0^A \Delta t dA \quad (6-7)$$

若能分析出换热器中冷、热流体温度差 Δt 沿换热面的变化规律,代入式 (6-7) 就可以得到换热器的精确平均温差。

下面以顺流式换热器为例来进行推导,如图 6-12 所示。在换热面 A_x 处,热、冷流体温差为 Δt ,取微元换热面积 dA 作为研究对象,在该微元换热面积上,热流体的温度变化为 dt_1 ,冷流体的温度变化为 dt_2 。

为了分析问题的方便,特做以下简化假设:

①热、冷流体的质量流量 q_{m1} 、 q_{m2} 和比热容 c_1 、 c_2 在整个换热表面上都是常数;②总传热系数 k 沿换热表面不变;③热流体散失的热量全部传给冷流体,无向外的散热损失。

在所取的微元面上应用传热方程式为

$$d\Phi = k\Delta t dA \quad (a)$$

热流体通过微元面后放出的热量为

$$d\Phi = -q_{m1} c_1 dt_1 \quad (b)$$

冷流体通过微元面后吸收的热量

$$d\Phi = q_{m2} c_2 dt_2 \quad (c)$$

经过微元换热面,冷、热流体的温度差 Δt 的变化可表示为

$$d(\Delta t) = dt_1 - dt_2 \quad (d)$$

把式 (b)、式 (c) 代入式 (d),则有

$$d(\Delta t) = -d\Phi \left(\frac{1}{q_{m1} c_1} + \frac{1}{q_{m2} c_2} \right) \quad (e)$$

令 $\mu = \frac{1}{q_{m1} c_1} + \frac{1}{q_{m2} c_2}$, 将式 (a) 代入式 (e) 得

$$d(\Delta t) = -\mu d\Phi = -\mu k \Delta t dA \quad (f)$$

分离变量并积分得

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t_x} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = \int_0^{A_x} -\mu k dA \quad (g)$$

式中: $\Delta t'$ 和 Δt_x 分别为换热器进口和沿程任意位置的传热温差。

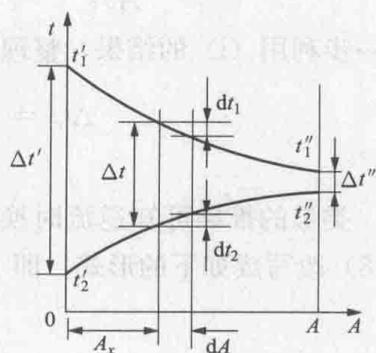


图 6-12 顺流换热器中平均温差的推导

整理后得

$$\frac{\Delta t_x}{\Delta t'} = e^{-\mu k A_x} \quad (\text{h})$$

说明温差沿换热面做负指数规律变化。

在换热器的出口端, 可得

$$\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = e^{-\mu k A} \quad (\text{i})$$

将式 (h) 代入式 (6-7), 在整个换热面上积分, 得换热器的平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{1}{A} \int_0^A \Delta t_x dA = \frac{\Delta t'}{A} \int_0^A e^{-\mu k A_x} dA_x = \frac{\Delta t'}{-\mu k A} (e^{-\mu k A} - 1) \quad (\text{j})$$

进一步利用 (i) 的结果, 整理式 (j) 得顺流布置换热器的平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}} \left(\frac{\Delta t''}{\Delta t'} - 1 \right) = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}} \quad (6-8)$$

类似的推导可知逆流时换热器平均温差也可用式 (6-8) 表示, 习惯上把式 (6-8) 改写成如下的形式, 即

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} \quad (6-9)$$

式中: Δt_{\max} 、 Δt_{\min} 分别为换热器端差 $\Delta t'$ 、 $\Delta t''$ 中的大者和小者。

对于顺流换热器, Δt_{\max} 为 $\Delta t'$, Δt_{\min} 为 $\Delta t''$; 对于逆流情况, 则需要计算才知道何处为 Δt_{\max} 和 Δt_{\min} 。因为式 (6-9) 中出现对数运算, 所以由其计算的温差称为对数平均温差。

6.3.3 其他流动形式下的对数平均温差

对于其他流动形式, 可以看作是介于顺流和逆流之间, 其平均传热温差可以采用下式计算, 即

$$\Delta t_m = \psi (\Delta t_m)_{\text{cf}} \quad (6-10)$$

式中: $(\Delta t_m)_{\text{cf}}$ 为对于给定的进、出口温度, 按照逆流布置时的对数平均温差; ψ 为小于 1 的温差修正系数。

ψ 的数值取决于流动形式和 P 、 R 两个无量纲参数, 其计算式分别为

$$P = \frac{t_2' - t_2''}{t_1' - t_1''}, \quad R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2' - t_2''} \quad (6-11)$$

为了工程上计算方便, 已将常见流动形式的温差修正系数绘制成线算图, 在有关传热学或换热器的设计手册中可以查到。图 6-13~图 6-16 所示为 4 种流动形式的线算图。可以看出, 当 R 接近或大于 4 时, ψ 随 P 变化剧烈, 查图容易产生较大的误差, 这时可用 $1/R$ 代替 R 、用 PR 代替 P 来查有关线算图。

6.3.4 不同流动布置形式的比较

在相同的冷、热流体进、出口温度下, 逆流布置的换热器平均温差最大, 顺

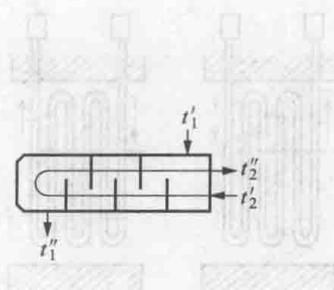
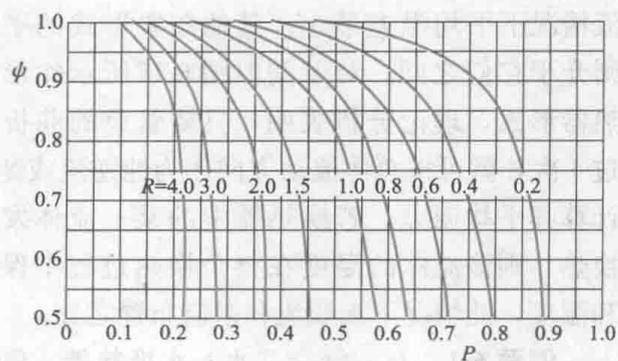


图 6-13 1壳程, 2、4、6、8...管程的 ψ 值

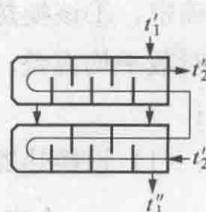
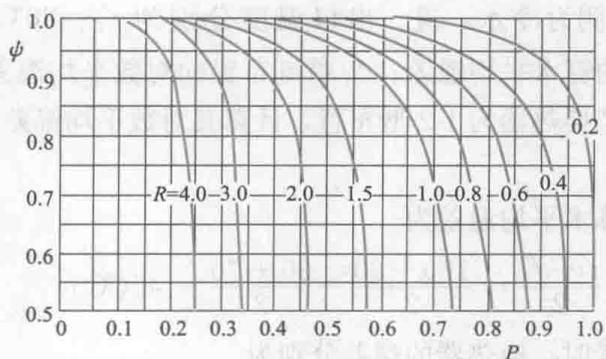


图 6-14 2壳程, 4、8、12...管程的 ψ 值

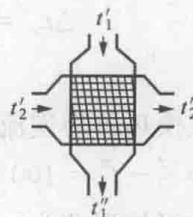
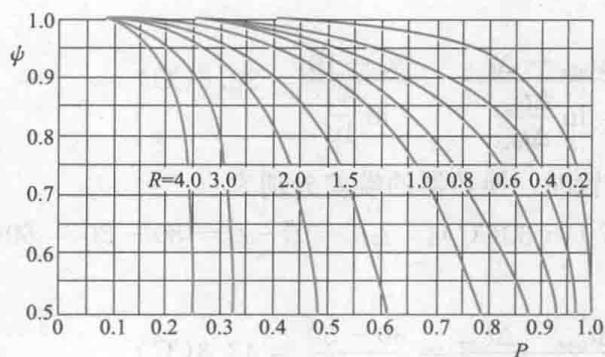


图 6-15 一次交叉流, 两种流体各自不混合时的 ψ 值

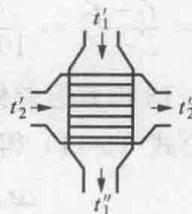
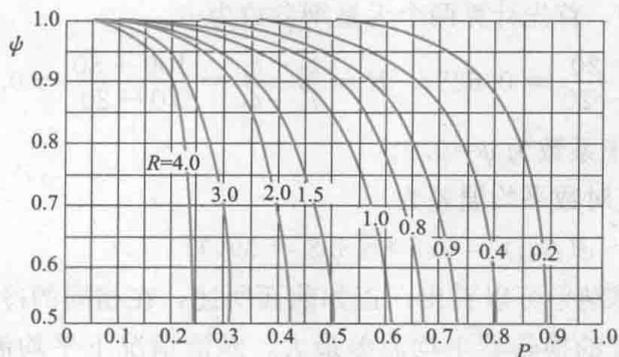


图 6-16 一次交叉流, 一种流体混合, 另一种流体不混合时的 ψ 值

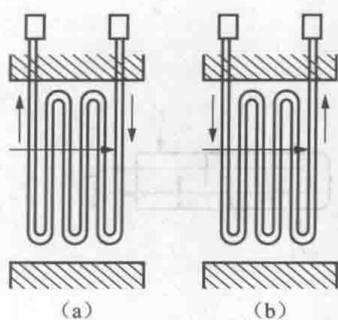


图 6-17 可作为逆流和顺流处理的蛇形管束
(a) 逆流; (b) 顺流

流情况下平均温差最小, 其他布置形式的平均温差则介于它们之间。对于类似图 6-17 所示蛇形管束换热器形式, 理论分析表明, 只要管束的曲折次数超过 4 次, 就可按总体流动方向作为纯逆流或纯顺流来计算其平均温差。若换热器中的某一流体发生相变换热, 则该流体的温度在整个换热过程中保持在饱和温度, 此情况下无顺流和逆流布置之分。

例题 6-1 有一管壳式水—水换热器, 管内为热水, 进、出口温度分别为 $t'_1=100^\circ\text{C}$ 和 $t''_1=80^\circ\text{C}$; 壳侧为冷水, 进、出口温度分别为 $t'_2=20^\circ\text{C}$ 和 $t''_2=70^\circ\text{C}$ 。试确定: ①该换热器的算术平均温差; ②顺流布置的对数平均温差; ③逆流布置的对数平均温差; ④若换热器为 1-2 型布置, 计算其对数平均温差。

题解:

计算: (1) 该换热器的算术平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{t'_1 + t''_1}{2} - \frac{t'_2 + t''_2}{2} = \frac{100 + 80}{2} - \frac{20 + 70}{2} = 45(^\circ\text{C})$$

(2) 该换热器为顺流布置时, 换热器的端差分别为

$$\Delta t' = t'_1 - t'_2 = 100 - 20 = 80(^\circ\text{C}), \quad \Delta t'' = t''_1 - t''_2 = 80 - 70 = 10(^\circ\text{C})$$

其对数平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} = \frac{80 - 10}{\ln \frac{80}{10}} = 33.6(^\circ\text{C})$$

(3) 该换热器为逆流布置时, 换热器的端差分别为

$$\Delta t' = t'_1 - t''_2 = 100 - 70 = 30(^\circ\text{C}), \quad \Delta t'' = t''_1 - t'_2 = 80 - 20 = 60(^\circ\text{C})$$

其对数平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} = \frac{60 - 30}{\ln \frac{60}{30}} = 43.3(^\circ\text{C})$$

(4) 该换热器为 1-2 型, 首先计算两个无量纲参数为

$$P = \frac{t''_2 - t'_2}{t'_1 - t'_2} = \frac{70 - 20}{100 - 20} = 0.625, \quad R = \frac{t'_1 - t''_1}{t'_2 - t'_2} = \frac{100 - 80}{70 - 20} = 0.4$$

查图 6-13 得其温差修正系数为 $\psi=0.9$ 。

利用公式 (6-11) 得其对数平均温差为

$$\Delta t_m = \psi(\Delta t_m) = 0.9 \times 43.3 = 39(^\circ\text{C})$$

讨论: 由本例题的计算结果可以看出, 正如前面所述, 在相同的冷、热流体进、出口温度下, 逆流布置的换热器平均温差最大, 顺流情况下平均温差最小, 其他布置形式的平均温差则介于它们之间。在该问题中, 逆流情况下, 若利用算

术平均计算,其误差为 3.9%,而顺流情况下误差则达到了 33.9%,其原因是换热器两端的端差相差太大。

6.4 换热器的污垢热阻

换热器在经过一段时间的实际运行之后,常常在换热面上集结水垢、淤泥、油污和灰尘等覆盖物。这些覆盖物垢层在传热过程中都表现为附加的热阻,使传热系数减小,从而导致换热性能下降。进行传热计算时必须考虑垢层导致的传热热阻,这种热阻称为污垢热阻,记为 R_f ,其单位为 $\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$ 。对于一台换热器,运行一段时间后,可通过实验测定总传热系数的变化,由式 (6-12) 计算污垢热阻,即

$$R_f = \frac{1}{k} - \frac{1}{k_0} \quad (6-12)$$

式中: k_0 为清洁换热面的传热系数; k 为有污垢的换热面的传热系数。

污垢热阻的产生势必会降低换热器的换热能力,造成使用过程中运行费用的增加。由于污垢产生的机理复杂,目前尚未找到避免污垢产生的好办法。工程上常用的做法是,在设计换热器时考虑污垢热阻而适当增加换热面积,同时对运行中的换热器进行定期的清洗,以保证污垢热阻不超过设计时选用的数值。污垢热阻一般通过实验方法来确定。表 6-1 所示为部分典型工质单位面积污垢热阻的经验数据,其他更多的污垢热阻数据可参考相关文献。

表 6-1 典型工质污垢热阻的经验数据

流 体	污垢热阻 [$\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$]	说明
蒸馏水	0.000 088	
海水	0.000 088	水温 $\leq 52^\circ\text{C}$
海水	0.000 176	水温 $> 52^\circ\text{C}$
自来水或井水	0.000 176	水温 $\leq 52^\circ\text{C}$
自来水或井水	0.000 352	水温 $> 52^\circ\text{C}$
干净的空气或水蒸气	0.000 088	
2 号燃料油	0.000 35	
6 号燃料油	0.000 88	
变压器油或机械润滑油	0.000 176	
燃煤烟气	0.000 176	

计算有污垢的换热器的传热系数时,若换热器两侧传热面积不相等,则必须考虑传热面积的影响。对于一台管壁两侧均结垢的换热器,以管子外壁面为计算依据的总传热系数可表示为

$$k = \frac{1}{\left(\frac{1}{h_o} + R_o\right) + \frac{d_o}{2\lambda} \ln\left(\frac{d_o}{d_i}\right) + \left(R_i + \frac{1}{h_i}\right) \left(\frac{d_o}{d_i}\right)} \quad (6-13)$$

式中： h_i 、 h_o 分别为管子内、外侧的表面传热系数； R_i 、 R_o 分别为管子内、外侧的污垢热阻； d_i 、 d_o 分别为管子的内、外直径。

例题 6-2 一台逆流式管壳换热器，换热器的换热面积为 $A=0.892\text{m}^2$ 。在刚投入工作（换热面洁净无垢）时，测得热流体进、出口温度分别为 $t'_1=360^\circ\text{C}$ 、 $t''_1=300^\circ\text{C}$ ，冷流体进、出口温度分别为 $t'_2=30^\circ\text{C}$ 、 $t''_2=200^\circ\text{C}$ 。已知热流体的质量流量与比热容乘积为 $q_{m1}c_1=2500\text{W/K}$ 。在运行一年后发现，在 $q_{m1}c_1$ 、 $q_{m2}c_2$ 及 t'_1 、 t'_2 保持不变的情况下，测得冷流体只能被加热到 162°C 。试计算运行一年后换热器的污垢热阻及热流体的出口温度。

题解：

计算：在洁净状态下，换热器的换热量为

$$\Phi = q_{m1}c_1(t'_1 - t''_1) = 2500 \times (360 - 300) = 150(\text{kW})$$

换热器的端差分别为

$$\Delta t' = t'_1 - t''_2 = 360 - 200 = 160(^\circ\text{C}), \quad \Delta t'' = t''_1 - t'_2 = 300 - 30 = 270(^\circ\text{C})$$

其对数平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} = \frac{270 - 160}{\ln \frac{270}{160}} = 210.2(^\circ\text{C})$$

洁净状态下换热器总传热系数为

$$k_o = \frac{\Phi}{A \Delta t_m} = \frac{150\,000}{0.892 \times 210.2} = 800[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

利用热平衡方程式可得冷流体的 $q_{m2}c_2$ 为

$$q_{m2}c_2 = \frac{\Phi}{(t''_2 - t'_2)} = \frac{150\,000}{200 - 30} = 882.4(\text{W/K})$$

换热器运行一年后，冷流体只能被加热到 162°C ，此时换热器的换热量为

$$\Phi = q_{m2}c_2(t'_2 - t'_2) = 882.4 \times (162 - 30) = 116\,471(\text{W})$$

根据热平衡方程式得热流体的出口温度为

$$t''_1 = t'_1 - \frac{\Phi}{q_{m1}c_1} = 360 - \frac{116\,471}{2500} = 313.4(^\circ\text{C})$$

换热器的端差分别为

$$\Delta t' = t'_1 - t'_2 = 360 - 162 = 198(^\circ\text{C}),$$

$$\Delta t'' = t''_1 - t'_2 = 313.4 - 30 = 283.4(^\circ\text{C})$$

其对数平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} = \frac{283.4 - 198}{\ln \frac{283.4}{198}} = 238.2(^\circ\text{C})$$

运行一年结垢后换热器总传热系数为

$$k = \frac{\Phi}{A \Delta t_m} = \frac{116\,471}{0.892 \times 238.2} = 548.2[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

此时, 根据公式 (6-12), 换热器的污垢热阻为

$$R_f = \frac{1}{k} - \frac{1}{k_0} = \frac{1}{548.2} - \frac{1}{800} = 0.000\ 574 [(\text{m}^2 \cdot \text{K})/\text{W}]$$

例题 6-3 一台管壳式水—水换热器, 其管束采用的是内径为 16mm、壁厚为 1mm 的钢管。若管材的导热系数 $\lambda = 40\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, 管子外侧的表面传热系数 $h_o = 1500\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, 管子内侧的表面传热系数 $h_i = 3270\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试计算: ①管子内外在清洁情况下, 换热器的总传热系数; ②考虑换热器可能结垢的总传热系数, 管外为蒸馏水, 管内为自来水, 水温为 90°C ; ③忽略管材的导热热阻计算情况②情况下的总传热系数。

题解:

计算: (1) 管子内外清洁情况下的换热器总传热系数可按公式 (5-11) 计算, 即

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{1}{\frac{d_2}{d_1} \frac{1}{h_1} + \frac{d_2}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{h_2}} = \frac{1}{\frac{0.018}{0.016} \times \frac{1}{3270} + \frac{0.018}{2 \times 40} \times \ln \frac{0.018}{0.016} + \frac{1}{1500}} \\ &= \frac{1}{0.000\ 34 + 0.000\ 027 + 0.000\ 67} = 964 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})] \end{aligned}$$

(2) 若考虑换热器可能的结垢情况, 需计算流体的污垢热阻, 查表 6-1 得管外侧的污垢热阻 $0.000\ 088 (\text{m}^2 \cdot \text{K})/\text{W}$, 管内侧的污垢热阻 $0.000\ 352 (\text{m}^2 \cdot \text{K})/\text{W}$ 。利用公式 (6-13) 得

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{\left(\frac{1}{h_o} + R_o\right) + \frac{d_o}{2\lambda} \ln\left(\frac{d_o}{d_i}\right) + \left(R_i + \frac{1}{h_i}\right) \left(\frac{d_o}{d_i}\right)} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{1}{1500} + 0.000\ 088\right) + \frac{0.018}{2 \times 40} \times \ln \frac{0.018}{0.016} + 0.000\ 352 \times \frac{18}{16} + \frac{0.018}{0.016} \times \frac{1}{3270}} \\ &= \frac{1}{0.000\ 75 + 0.000\ 027 + 0.000\ 396 + 0.000\ 34} = 661 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})] \end{aligned}$$

(3) 忽略管材的导热热阻, 则总传热系数为

$$k = \frac{1}{0.000\ 75 + 0.000\ 396 + 0.000\ 34} = 673 [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

讨论: 比较上面的计算结果发现, 在该问题中, 若考虑污垢热阻, 其总传热系数将下降 31.4%, 管材的导热热阻比两侧的表面对流换热热阻小一个数量级; 而忽略管材的导热热阻, 对于问题②总传热系数的计算则仅有 1.8% 的误差。

6.5 换热器的热计算——平均温差法

6.5.1 热计算的类型

换热器的热计算是指关于换热器传热性能方面的计算, 分为两种类型: 设计

计算和校核计算。设计计算是根据生产任务给出的设计要求和参数,设计一个换热器,确定换热器的类型和所需要的传热面积,一般是给定两流体的流量和两种流体进、出口温度中的3个。校核计算则是针对已有或已选定面积的换热器,在非设计工况条件下核算其是否能完成预定的换热任务,一般是给出换热器的结构(换热面积)、类型、两流体的流量和进口温度,需要核算流体的出口温度及传热量。换热器的热计算有平均温差法和效能与传热单元数法两种,本节介绍平均温差法。

6.5.2 平均温差法

采用平均温差法进行换热器的热计算,是直接利用传热方程式(6-1)、热平衡方程式(6-5),对数平均温差计算式(6-9)和(6-10)进行计算的方法。下面分别介绍采用平均温差法进行设计计算和校核计算的步骤。

1. 设计计算

(1) 由热平衡方程计算未知的流体温度和传热量。

(2) 确定换热器的类型。

(3) 计算换热器的平均温差。

(4) 根据手册选取总传热系数。

(5) 利用传热方程式计算换热器初选面积。

(6) 根据初步计算的换热器面积,进行工艺设计。以管壳式换热器为例,首先根据手册确定管程和壳程工质的流速,进而确定换热器的具体形式和尺寸(如圆管的直径、长度、根数、管束的布置方式等),确定当前换热器的设计面积。

(7) 计算两流体侧的表面传热系数,进而计算出换热器的总传热系数,以及换热器的计算面积。

(8) 比较(6)和(7)中的换热器面积,一般要求 $\frac{\text{设计面积}}{\text{计算面积}} = 1.15 \sim 1.25$ 即符合要求,则计算终止,否则重新进行(4)~(7)的计算。

在实际工程问题中,若工质的种类及参数均属于标准范围,通常是直接按标准选择通用规格的换热器;此外,在换热器热计算结束后,还需进行流动阻力计算,若阻力过大,也需要重新进行工艺设计。

换热器总传热系数的大致范围可见表5-1,表6-2所示为管壳式换热器中常见流体流速的推荐范围。

表 6-2 管壳式换热器中常用流速的范围

介质	新鲜水	循环水	低黏度油	高黏度油	气体
管程流速 (m/s)	0.8~1.5	1.0~2.0	0.8~1.8	0.5~1.5	5~30
壳程流速 (m/s)	0.5~1.5	0.5~1.5	0.4~1.0	0.3~0.8	2~15

2. 校核计算

在校核计算中,冷、热流体的进、出口温度中,一般仅知道两个,有两个未

知。因此通常采用试算法，先假定某一未知的温度，最后再进行校验，具体步骤如下：

(1) 假定某一未知的流体温度，根据热平衡方程式计算另一个未知的流体出口温度和换热量 Φ' 。

(2) 根据两流体进、出口温度和换热器的类型，计算两流体侧的表面传热系数及换热器的总传热系数。

(3) 计算换热器的对数平均温差。

(4) 根据传热方程式计算换热器的传热量 Φ'' 。

(5) 由于 Φ' 的计算基于假定的某一未知流体温度，在此需比较 Φ' 和 Φ'' 。一般来说，两者总是不相等的，如果误差不超过一定的范围（一般不超过 $\pm 5\%$ ，更高要求的设备不超过 $\pm 2\%$ ），则认为（1）中假设的温度与实际相符，计算结束。如果误差超过要求，则需要重新假定流体出口温度，回到（1）重新计算。

例题 6-4 要设计一台采用逆流布置的管壳式水—水换热器，要求的条件是：管内为热水，进、出口温度分别为 $t'_1 = 100^\circ\text{C}$ 和 $t''_1 = 80^\circ\text{C}$ ，热水的流量为 4.159kg/s ；管外为冷水，进、出口温度分别为 $t'_2 = 20^\circ\text{C}$ 和 $t''_2 = 70^\circ\text{C}$ 。若换热器的管束采用的是内径为 16mm 、壁厚为 1mm 的钢管，管子的总数为 53 根，单管程布置，假设管子内、外清洁，且换热器的总传热系数为 $964\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，计算每根管子的长度。

题解：

分析：该问题虽属于设计计算，但是问题中已给出了换热器布置的基本形式及总传热系数，因此只需计算换热器的总换热量和平均温差，便可利用传热方程式确定换热器的面积，从而计算出每根管子的长度。

计算：管内的热水平均温度为 $(100 + 80) / 2 = 90^\circ\text{C}$ ，在此温度下，其比热容为 $4208\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，换热器的换热量可由热流体的放热计算，即

$$\Phi = q_m c_1 (t'_1 - t''_1) = 4.159 \times 4208 \times (100 - 80) = 350\,021(\text{W})$$

由例题 6-1 的结果可知，换热器的对数平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} = \frac{60 - 30}{\ln \frac{60}{30}} = 43.3(^{\circ}\text{C})$$

换热器的面积为

$$A = \frac{\Phi}{k \Delta t_m} = \frac{350\,021}{964 \times 43.3} = 8.38(\text{m}^2)$$

每根管子的长度为

$$l = \frac{A}{n \pi d_o} = \frac{8.38}{53 \times 3.14 \times 0.018} = 2.79(\text{m})$$

讨论：该例题中已给出了换热器布置的基本形式及总传热系数，而实际的设计中，则需要根据设计计算步骤中的（6）和（7）进行计算，请读者根据题目中的

已知条件进一步计算管内的表面传热系数、管外的表面传热系数及总传热系数。

例题 6-5 一台 1-2 型管壳式换热器用水来冷却润滑油。冷却水在管内流动， $t_2' = 30^\circ\text{C}$ ，流量为 1.2kg/s ；热润滑油的入口温度 $t_1' = 120^\circ\text{C}$ ，流量为 2kg/s ，其比热容取 $c_1 = 2100\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。已知换热器总传热系数 $k = 275\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，传热面积 $A = 20\text{m}^2$ 。试计算该换热器中润滑油和冷却水的出口温度。

题解：

分析：该问题属于换热器的校核计算，并且给出了换热器的总传热系数，在此采用对数平均温差法进行计算，且其中的步骤（2）可以省略。

计算：（1）假定冷却水的出口温度为 60°C ，则冷却水的平均温度为 45°C ，在此温度下其比热为 $c_2 = 4174\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

冷却水吸收的热量为

$$\Phi' = q_{m2}c_2(t_2'' - t_2') = 1.2 \times 4174 \times (60 - 30) = 150\,264(\text{W})$$

利用热平衡方程式可计算出润滑油的出口温度为

$$t_1'' = t_1' - \frac{\Phi'}{q_{m1}C_1} = 120 - \frac{150\,264}{2 \times 2100} = 84.2(^\circ\text{C})$$

先按逆流布置计算其对数平均温差，换热器的端差分别为

$$\Delta t' = t_1' - t_2'' = 120 - 60 = 60(^\circ\text{C}), \quad \Delta t'' = t_1'' - t_2' = 84.2 - 30 = 54.2(^\circ\text{C})$$

其逆流时的对数平均温差为

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} = \frac{60 - 54.2}{\ln \frac{60}{54.2}} = 57(^\circ\text{C})$$

两个无量纲参数为

$$P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'} = \frac{60 - 30}{120 - 30} = 0.33, \quad R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'} = \frac{120 - 84.2}{60 - 30} = 1.19$$

查图 6-13 得其温差修正系数为 $\psi = 0.94$ 。

则其对数平均温差为

$$\Delta t_m = \psi(\Delta t_m) = 0.94 \times 57 = 53.6(^\circ\text{C})$$

由传热方程式计算换热器的换热量为

$$\Phi'' = Ak\Delta t_m = 20 \times 275 \times 53.6 = 294\,800(\text{W})$$

比较 Φ' 和 Φ'' ，其相对误差为

$$\delta = \frac{\Phi'' - \Phi'}{\Phi'} \times 100\% = \frac{294\,800 - 150\,264}{150\,264} \times 100\% = 96.2\%$$

误差太大，应调整初始假定的冷却水出口温度，由于 Φ' 远小于 Φ'' ，因此应提高冷却水出口温度。第二次假定冷却水的出口温度为 70°C ，重复上面的计算，得润滑油的出口温度为 72.3°C ，换热量误差为 3.5% ，基本符合要求，计算结束。

讨论：该例题中换热器的总传热系数也是已知的，并固定不变。实际上，若流体温度发生改变，流体的物性会对两侧的表面传热系数有所影响，但若流体温

度改变不大, 则其对总传热系数的影响也不会太大。

6.6 换热器的热计算——效能与传热单元数法

对于换热器的热计算, 除了采用上一节所介绍的平均温差法以外, 还可以采用效能与传热单元数法。在这种方法中, 不需要利用传热方程式, 故不需要计算换热器的平均温差, 而是通过定义的两个表征换热器性能的参数之间的关系来进行计算, 这两个参数分别为效能和传热单元数。本节首先介绍这两个参数的定义及不同换热器形式下两者的关系, 然后介绍如何利用该方法进行换热器的热计算。

6.6.1 换热器的效能和传热单元数

1. 换热器的效能

换热器的效能用符号 ϵ 表示, 定义为

$$\epsilon = \frac{|t' - t''|_{\max}}{t'_1 - t'_2} \quad (6-14)$$

式(6-14)中的分母为换热器中冷、热流体的进口温度差值, 即换热器中的最大温差; 而分子则为冷流体进、出口温度的差值或热流体进、出口温度的差值, 取两者中较大值。

根据换热器的热平衡方程式(6-5), 在换热器中, 冷、热流体的温度升高或降低的大小与其质量流量和比热容的乘积 $q_m c$ 成反比, $q_m c$ 也被称为流体的热容量(简称热容量或水当量)。将式(6-14)的分子和分母都乘以 $(q_m c)_{\min}$ 得

$$\epsilon = \frac{|t' - t''|_{\max}}{t'_1 - t'_2} = \frac{|t' - t''|_{\max} (q_m c)_{\min}}{(t'_1 - t'_2) (q_m c)_{\min}} \quad (6-15)$$

式(6-15)中分子表示换热器的实际传热量, 而分母可理解为该换热器理论上最大可能的传热量, 即该换热器能够将热流体的出口温度降至等于冷流体的入口温度, 或者是将冷流体的出口温度升高至等于热流体的入口温度情况下的传热量。因此, 换热器的效能 ϵ 表示的是换热器中的实际传热量与换热器最大可能的传热量之比。

如果已知换热器的效能, 则可以根据两流体的进口温度确定换热器的换热量为

$$\Phi = (q_m c)_{\min} (t' - t'')_{\max} = (q_m c)_{\min} \epsilon (t'_1 - t'_2) \quad (6-16)$$

2. 换热器的传热单元数

换热器的传热单元数用符号 NTU 表示, 定义为

$$NTU = \frac{kA}{(q_m c)_{\min}} \quad (6-17)$$

式(6-17)中的分子是换热器的总传热系数与换热器面积的乘积, 分母是冷、热流体中较小的热容量。NTU 是一个无量纲量, 在一定意义上, 它反映了换热器的初投资和运行费用, 是换热器的一个综合技术经济指标。

6.6.2 效能与传热单元数的关系

可以证明,任何换热器都存在以下形式的无量纲函数关系,即

$$\epsilon = f\left[NTU, \frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}}\right] \quad (6-18)$$

下面分别介绍不同换热器形式下其具体的函数关系式。

1. 顺流换热器

首先推导顺流换热器中效能和传热单元数的函数关系。为了分析的方便,暂规定热流体为较小热容量侧, $q_{m1}c_1$ 为 $(q_m c)_{\min}$, 则由式 (6-14) 可以写出

$$t'_1 - t''_1 = \epsilon(t'_1 - t'_2) \quad (a)$$

根据热平衡方程有

$$t''_2 - t'_2 = \frac{q_{m1}c_1}{q_{m2}c_2}(t'_1 - t''_1) \quad (b)$$

将式 (a) 代入式 (b) 得

$$t''_2 - t'_2 = \frac{q_{m1}c_1}{q_{m2}c_2}\epsilon(t'_1 - t'_2) \quad (c)$$

将 (a)、(c) 两式相加,且两边同除以 $(t'_1 - t'_2)$ 得

$$1 - \frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = \epsilon\left(1 + \frac{q_{m1}c_1}{q_{m2}c_2}\right) \quad (d)$$

由本章 6.3 中 (i) 式,可得 $\frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = e^{-\mu k A}$, 而 $\mu = \frac{1}{q_{m1}c_{p1}} + \frac{1}{q_{m2}c_{p2}}$, 因此可得

$$\epsilon = \frac{1 - \exp\left[-\frac{kA}{q_{m1}c_1}\left(1 + \frac{q_{m1}c_1}{q_{m2}c_2}\right)\right]}{1 + q_{m1}c_1/(q_{m2}c_2)} \quad (e)$$

当 $q_{m1}c_1 > q_{m2}c_2$ 时,类似可得到

$$\epsilon = \frac{1 - \exp\left[-\frac{kA}{q_{m2}c_2}\left(1 + \frac{q_{m2}c_2}{q_{m1}c_1}\right)\right]}{1 + q_{m2}c_2/(q_{m1}c_1)} \quad (f)$$

综合考虑式 (e) 和式 (f), 并利用 NTU 的定义式, 则顺流布置换热器的效能与传热单元数的关系式为

$$\epsilon = \frac{1 - \exp\left\{(-NTU)\left[1 + \frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}}\right]\right\}}{1 + \frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}}} \quad (6-19)$$

2. 逆流换热器

类似可以得到逆流换热器的效能计算式为

$$\epsilon = \frac{1 - \exp\left\{(-NTU)\left[1 - \frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}}\right]\right\}}{1 - \frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}} \exp\left\{(-NTU)\left[1 - \frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}}\right]\right\}} \quad (6-20)$$

当有流体发生相变时, $(q_m c)_{\max}$ 趋于无穷大, 式 (6-19) 和式 (6-20) 都可以

简化为

$$\epsilon = 1 - \exp(-NTU) \quad (6-21)$$

当两流体的 $q_{m,c}$ 相等时, 式 (6-19) 和式 (6-20) 可分别简化为

$$\epsilon = \frac{1}{2} [1 - \exp(-2NTU)] \quad (6-22)$$

$$\epsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (6-23)$$

3. 其他形式的换热器

比较复杂的换热器效能的计算式可以参考相关文献。为了便于工程应用, 这些计算公式已被绘成图线。图 6-18~图 6-21 所示为几种流动形式的 ϵ -NTU 图线。

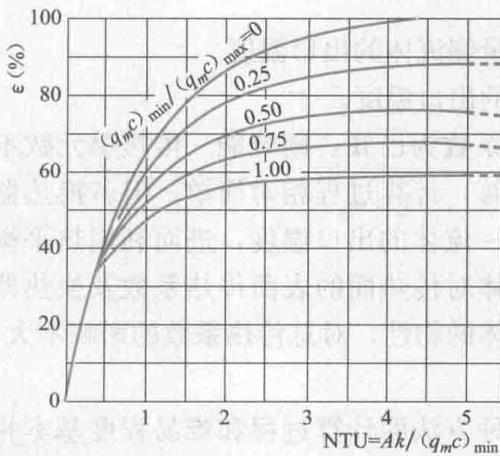


图 6-18 单壳程, 2、4、6 等管程管壳式换热器 ϵ -NTU 图线

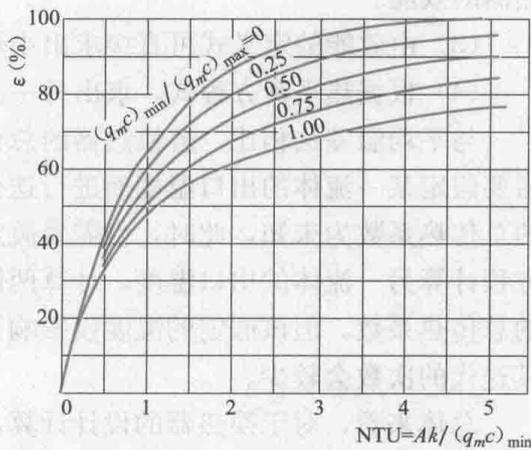


图 6-19 双壳程, 4、8、12 等管程管壳式换热器 ϵ -NTU 图线

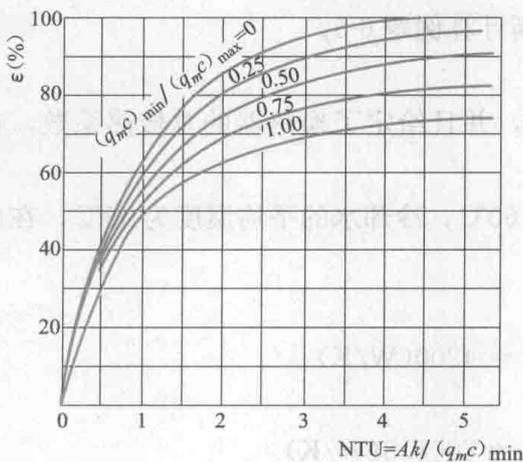


图 6-20 流体不混合的一次交叉流换热器 ϵ -NTU 图线

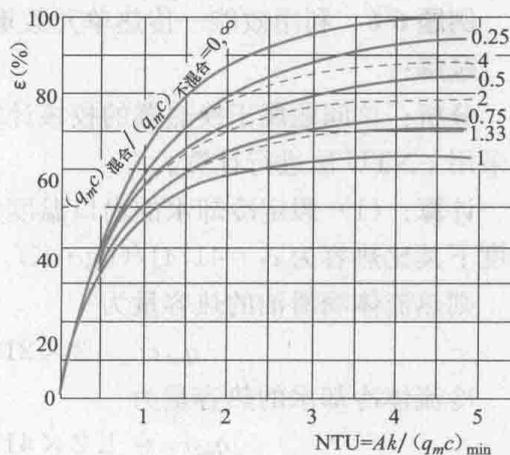


图 6-21 一种流体混合的一次交叉流换热器 ϵ -NTU 图线

6.6.3 采用效能—传热单元数法 (ϵ -NTU 法) 进行换热器的热计算

1. 设计计算

(1) 由热平衡方程计算未知的流体温度和传热量。

(2) 计算换热器的效能 ϵ 。

(3) 确定换热器的类型, 利用效能—传热单元数的关系计算传热单元数 NTU。

(4) ~ (8) 与 6.5.2 中利用平均温差法设计计算的步骤一致。

与平均温差法相比, 除 (2)、(3) 不同外, 其他步骤均相同。

2. 校核计算

(1) 根据已知的传热面积、总传热系数和较小热容量, 计算传热单元数 NTU。

(2) 由两流体的热容量比和传热单元数 NTU, 选取对应的公式或曲线求得换热器的效能。

(3) 由效能的定义式可直接求出小热容量侧流体的出口温度。

(4) 根据热平衡方程式, 求出另一流体的出口温度。

与平均温差法相比, 若换热器的总传热系数为已知, 则效能—传热单元数不需要假定某一流体的出口温度而进行迭代计算, 计算过程相对简单; 但若换热器的总传热系数为未知, 此时, 也需要假定某一流体的出口温度, 进而利用热平衡方程计算另一流体的出口温度, 计算两侧流体对传热面的表面传热系数及换热器的总传热系数。但该假定的温度仅影响了流体的物性, 对总传热系数的影响不大, 其迭代的次数会较少。

总体来看, 对于换热器的设计计算, 两种方法的计算过程和难易程度基本相同, 而对于校核计算, 效能—传热单元数法有一定的优越性。但在实际使用中采取哪一种方法更多取决于该工程领域中的传统。在我国锅炉工程界广泛采用平均温差法, 而化工和冶金领域则偏向于使用效能—传热单元数法。

例题 6-6 利用效能—传热单元数重新计算例题 6-5。

题解:

分析: 该问题属于换热器的校核计算, 并且给出了换热器的总传热系数, 在此采用 ϵ -NTU 法进行计算。

计算: (1) 假定冷却水的出口温度为 60°C , 冷却水的平均温度为 45°C , 在此温度下其比热容为 $c_2 = 4174\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

则热流体润滑油的热容量为

$$q_{m1}c_1 = 2 \times 2100 = 4200(\text{W/K})$$

冷流体冷却水的热容量为

$$q_{m2}c_2 = 1.2 \times 4174 = 5008.8(\text{W/K})$$

热容量之比为

$$\frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}} = \frac{4200}{5008.8} = 0.8385$$

由公式 (6-17) 得传热单元数为

$$NTU = \frac{kA}{(q_m c)_{\min}} = \frac{20 \times 275}{4200} = 1.31$$

查图 6-18 得换热器的效能为 $\epsilon = 0.54$ 。

根据效能的定义式 (6-14) 得

$$\epsilon = \frac{|t'_1 - t''_1|_{\max}}{t'_1 - t'_2} = \frac{t'_1 - t''_1}{t'_1 - t'_2} = \frac{120 - t''_1}{120 - 30}$$

计算得 $t''_1 = 71.4^\circ\text{C}$ 。

利用热平衡方程式 $\frac{t''_2 - t'_2}{t'_1 - t''_1} = \frac{q_{m1} c_1}{q_{m2} c_2}$ 可计算出润滑油的出口温度为

$$t''_2 = 0.8385 \times (120 - 71.4) + 30 = 70.8^\circ\text{C}$$

由此计算的冷却水的平均温度为 50.4°C ，在此温度下其比热容为与 $4174\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 十分接近，故不必重算。

讨论：相比例题 6-5，虽然本题中也是假定冷却水的出口温度为 60°C ，但是这个假定的温度仅是为了确定平均温度下的比热容，对整个计算的影响较小，因此，利用效能—传热单元数法进行换热器的校核计算相对简单。

思考题

- 6-1 按照工作原理，换热器分为哪些形式？
- 6-2 对于同心套管式换热器，逆流和顺流布置哪种更有利传热？
- 6-3 管壳式换热器中的折流挡板起什么作用？折流杆与折流挡板相比有何优点？
- 6-4 为什么算术平均温差不能反映出真实的冷、热流体的温度差值？
- 6-5 为强化冷油器的传热（壳侧油、管侧水），有人采用了提高冷却水流速的方法，发现效果不明显。试分析原因。
- 6-6 污垢热阻与哪些因素有关系？
- 6-7 什么是换热器的效能和传热单元数？它们的值应该在什么范围？
- 6-8 对于 $q_{m1} c_1 > q_{m2} c_2$ 、 $q_{m1} c_1 < q_{m2} c_2$ 及 $q_{m1} c_1 = q_{m2} c_2$ 三种情形，画出顺流与逆流时冷、热流体温度沿流动方向的变化曲线，注意曲线的凹向与 $q_m c$ 相对大小的关系。

习 题

6-1 在火力发电厂的高压加热器中，用从汽轮机抽出的过热蒸汽加热给水，过热蒸汽在加热器中先被冷却到相应的饱和温度，然后冷凝成水，最后被冷却为过冷水。假设冷、热流体的总流向为逆流，且热流体单相介质部分 $q_{m1} c_1 < q_{m2} c_2$ ，试绘出冷、热流体的温度沿换热面的变化曲线。

6-2 一卧式冷凝器采用外径为 25mm 、壁厚为 1.5mm 的黄铜管做成换热表面。已知管外冷凝侧的平均表面传热系数为 $5700\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，管内水侧的平均表面传热系数为 $4300\text{W}/$

($\text{m}^2 \cdot \text{K}$)。试计算下面两种情况下冷凝器按管子外表面计算的总传热系数：①管子内外表面均是洁净的；②考虑结垢情况，管内为海水，平均温度低于 50°C ，管外为干净的水蒸气。

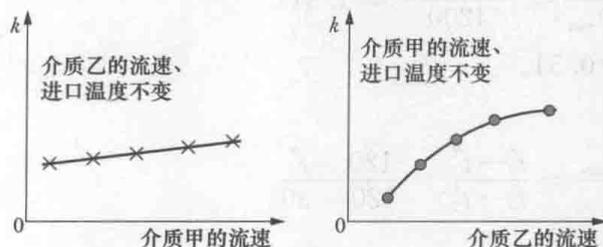


图 6-22 习题 6-3 附图

6-3 有一台液—液换热器，甲、乙两种介质分别在管内、外流动。实验测得的总传热系数与两种流体流速的变化关系如图 6-22 所示。试分析该换热器的主要热阻在甲、乙流体哪一侧？

6-4 用一个逆流式套管换热器来冷却高温润滑油。中心管是冷却水，外侧环形空间是需要被冷却的 14 号润滑油，套管外有保温材料。已知中心管的外径为 21mm 、壁厚为 1mm ，管材的导热系数为 $110\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，外管的内径为 27mm 。润滑油的流量为 $0.2\text{kg}/\text{s}$ ，进口温度为 70°C ，冷却水的流量为 $0.4\text{kg}/\text{s}$ ，进口温度为 15°C 。为使润滑油的温度降到 30°C ，计算所需的套管长度。

6-5 一台 1-2 型管壳式换热器用来冷却 11 号润滑油。冷却水在管内流动， $t_{2'} = 20^\circ\text{C}$ ， $t_2'' = 50^\circ\text{C}$ ，流量为 $3\text{kg}/\text{s}$ ；热油的入口温度 $t_1' = 100^\circ\text{C}$ ，出口温度 $t_1'' = 60^\circ\text{C}$ 。已知换热器总传热系数 $k = 350\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试计算：①所传递的热量；②油的流量；③所需的传热面积。

6-6 有一管壳式换热器，已知换热管的内径为 17mm ，外径为 19mm ，单根管子的根数为 50 根，单程管长为 4m 。热水走管程，热水的流量为 $33\text{t}/\text{h}$ ，进、出口温度分别为 55°C 和 45°C 。被加热的冷水走壳程，冷水的流量为 $11\text{t}/\text{h}$ ，进、出口温度分别为 15°C 和 45°C 。若已知换热器传热系数为 $1200\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，试计算该换热器的面积和需要的管程数。

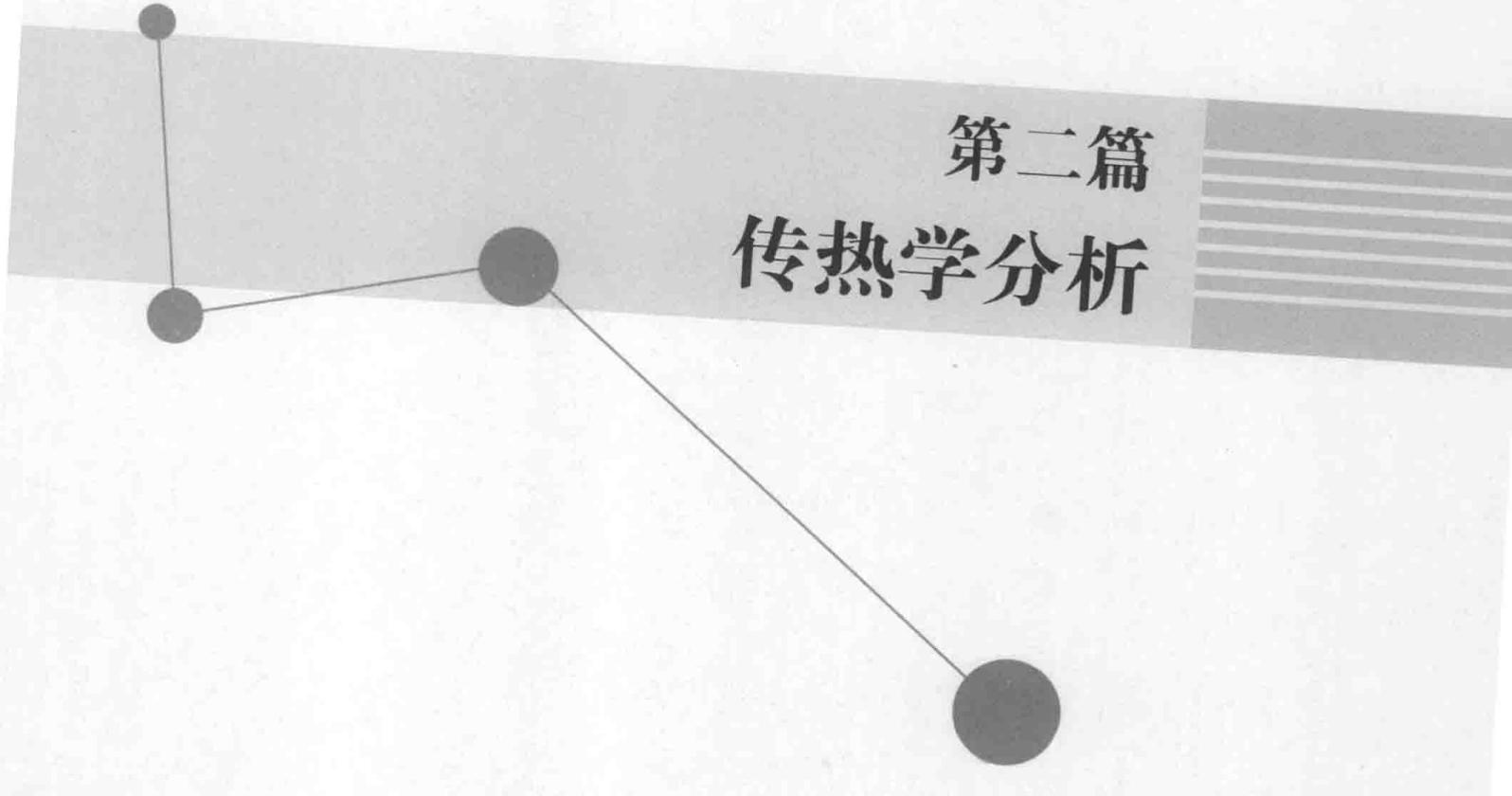
6-7 某顺流布置换热器的传热面积为 14.5m^2 ，用来冷却流量为 $8000\text{kg}/\text{h}$ 、比热容为 $1800\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 、进口温度为 100°C 的润滑油，采用流量为 $2500\text{kg}/\text{h}$ 、比热容为 $4174\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 、进口温度为 30°C 的水作为冷却介质，水在管内流过。如果传热系数为 $330\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，试用效能与传热单元数法确定换热器的出口油温和水温。

6-8 一个管壳式冷凝器，饱和水蒸气在壳侧凝结，经过处理的循环水在黄铜管内流过，冷凝器采用单管程布置。①已知水蒸气的压力为 $5.03 \times 10^3\text{Pa}$ （饱和温度为 33°C ），流量为 $2.0\text{kg}/\text{s}$ 。循环水的进口温度为 18°C ，若希望循环水的出口温度低于 26°C ，计算全部蒸汽凝结成饱和水所需的循环水流量。②若冷凝器的管束采用外径为 22mm 、壁厚为 1.5mm 的黄铜管，设计流速为 $1.6\text{m}/\text{s}$ ，计算管内的表面传热系数。③若已知管外水蒸气凝结的表面传热系数为 $11050\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，黄铜的导热系数为 $110\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，管内侧的污垢热阻为 $4.21 \times 10^{-5} (\text{m}^2 \cdot \text{K})/\text{W}$ ，计算冷凝器的总传热系数（以管外面积为基准）。④在上述条件下，计算所需管子的根数和每单根管子的长度。

6-9 在一顺流式换热器中，传热系数 k 与局部温差呈线性关系，即 $k = a + b\Delta t$ ，其中 a 和 b 为常数， Δt 为任一截面上的局部温差，试证明该换热器的总传热量为

$$\Phi = A \frac{k''\Delta t' - k'\Delta t''}{\ln \frac{k''\Delta t'}{k'\Delta t''}}$$

式中： k' 、 k'' 分别为入口和出口的传热系数。



第二篇
传热学分析

第7章 稳态导热

在传热学基础篇中,我们介绍了导热的机理、分类、导热基本定律和材料的导热系数,并对不含内热源的一维稳态导热问题进行了分析,得到了其内部温度分布的表达式和对应热流量的计算式。在本章,将首先介绍更复杂情况下导热问题的数学描写,进一步对含有内热源的一维稳态导热问题、肋片的稳态导热和多维稳态导热问题进行分析求解。

7.1 导热问题的数学描写

理论分析求解物理问题的基础是首先给出问题的数学描写,也就是问题的数学模型。导热体内的温度场的数学描写由导热微分方程和定解条件组成。导热微分方程描述了导热体内部温度分布与其影响因素的关系,是以能量守恒定律和傅里叶定律为依据建立的。定解条件则描述了导热体在时间和几何边界上的热状态。

7.1.1 直角坐标系下的导热微分方程

研究直角坐标系中一个三维的非稳态导热体,其内部存在均匀的内热源,强度为 $\dot{\Phi}$ (W/m^3),导热体的密度为 ρ ,比热容为 c ,导热系数为 λ 。现确定其内部温度的分布规律。

在导热体中任意取一个微元控制体作为研究对象,如图 7-1 所示。对于该微元体,其瞬态的能量守恒关系,可由公式 (1-6) 表示,即

$$\frac{dU}{d\tau} = \Phi_{\text{in}} - \Phi_{\text{out}} + V\dot{\Phi} \quad (\text{a})$$

由于研究对象是微元控制体,其热力学能变化可表示为

$$\frac{dU}{d\tau} = \frac{\partial(\rho c dx dy dz)}{\partial \tau} = \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dy dz \quad (\text{b})$$

边界上以传热方式净传入的热流量 Φ 为三个坐标方向上以导热方式净导入的热流量,即三个方向上导入的热流量减去导出的热流量。

根据傅里叶定律,任意时刻从微元体三个坐标方向导入的热流量可分别表示为

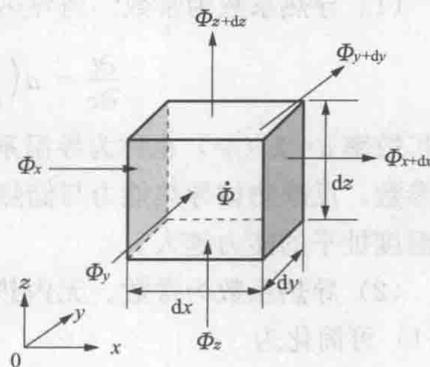


图 7-1 微元体的导热热平衡分析示意图

$$\Phi_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydz \quad (c)$$

$$\Phi_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dx dz \quad (d)$$

$$\Phi_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dx dy \quad (e)$$

任意时刻从微元体三个坐标方向导出的热流量则可分别表示为

$$\Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} dx = \Phi_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydz \right) dx \quad (f)$$

$$\Phi_{y+dy} = \Phi_y + \frac{\partial \Phi_y}{\partial y} dy = \Phi_y + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dx dz \right) dy \quad (g)$$

$$\Phi_{z+dz} = \Phi_z + \frac{\partial \Phi_z}{\partial z} dz = \Phi_z + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dx dy \right) dz \quad (h)$$

三个方向上净导入的热流量 $\Phi_m - \Phi_{out}$ 为

$$\begin{aligned} \Phi_m - \Phi_{out} &= (\Phi_x - \Phi_{x+dx}) + (\Phi_y - \Phi_{y+dy}) + (\Phi_z - \Phi_{z+dz}) = \\ & \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (i) \end{aligned}$$

单位时间内, 微元控制体内热源的生成热为

$$V\dot{\Phi} = dx dy dz \dot{\Phi} \quad (j)$$

把式 (b)、(i) 和 (j) 代入式 (a), 并整理得

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{\Phi} \quad (7-1)$$

式 (7-1) 就是直角坐标系中导热微分方程式的一般形式。该式中的各项物性参数和内热源强度均可变为变量。下面给出一些具体情形下式 (7-1) 的简化形式。

(1) 导热系数为常数。当导热系数 λ 为常数时, 式 (7-1) 可简化为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{\Phi}}{\rho c} \quad (7-2)$$

热扩散率 $a = \lambda / (\rho c)$ 也称为导温系数, 它是对非稳态导热过程有重要影响的热物性参数, 反映物体导热能力与储热能力的相对大小关系。热扩散率 a 越大, 其内部温度扯平的能力越大。

(2) 导热系数为常数、无内热源。当导热系数 λ 为常量、且无内热源时, 式 (7-1) 可简化为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (7-3)$$

(3) 二维稳态、常物性、无内热源。稳态情况下, $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$, 若温度在 z 坐标轴方向上无变化, 且为常物性、无内热源时, 式 (7-1) 可简化为

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \quad (7-4)$$

7.1.2 径向坐标系中的导热微分方程式

1. 柱坐标系下的导热微分方程

当所研究的导热体的几何形状是圆柱状（圆柱、圆筒壁等）时，采用柱坐标系（ r 、 φ 、 z ）比较方便。在柱坐标系中的微元控制体如图 7-2 所示。采用与直角坐标系中相同的方法，对其能量守恒关系进行分析，可得柱坐标系中三维、非稳态、含内热源的导热微分方程式为

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{\Phi} \quad (7-5)$$

常见的情况是温度仅沿径向 r 变化的一维问题，当 λ 为常量时，式 (7-5) 可简化为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{\dot{\Phi}}{\rho c} \quad (7-6)$$

2. 球坐标系下的导热微分方程

在球坐标系中的微元控制体如图 7-3 所示，仿照直角坐标系中的分析，可得在球坐标系中三维、非稳态、含内热源的导热微分方程式为

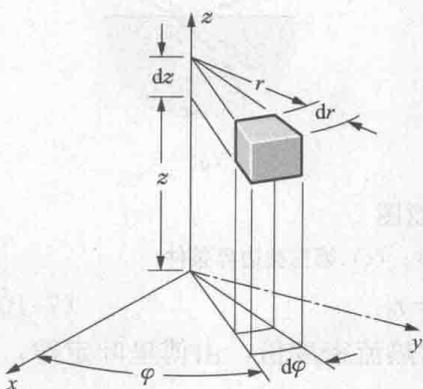


图 7-2 柱坐标系下的微元控制体

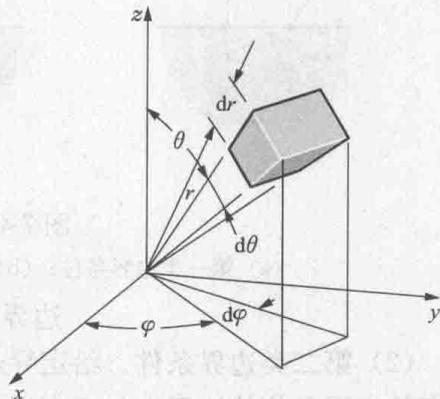


图 7-3 球坐标系下的微元控制体

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \dot{\Phi} \quad (7-7)$$

常见的情况是温度仅沿径向 r 变化的一维问题，当 λ 为常量时，式 (7-7) 可简化为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rt)}{\partial r^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\rho c} \quad (7-8)$$

7.1.3 导热问题的定解条件

求解导热微分方程式可得到通解。为了获得满足某一具体导热问题的温度分布，还需给出表征该特定问题的附加条件，称为定解条件。导热问题的定解条件有两方面：一方面是初始时刻导热体的温度分布，也称作初始条件；另一方面是导热体边界上的温度或与周围环境间的传热情况，即边界条件。下面分别介绍。

1. 初始条件

初始条件描述了导热体在过程开始时, 其内部温度的分布情况。对于直角坐标系的情况, 可表示为式 (7-9a) 的形式, 即

$$\tau = 0, \quad t = f(x, y, z) \quad (7-9a)$$

只有非稳态导热问题才需要初始条件, 而稳态问题中温度场不随时间变化, 故不需要初始条件。最常见的情况是过程开始时物体内部的温度分布均匀, 此时初始条件可表示为

$$\tau = 0, \quad t = t_0 \quad (7-9b)$$

2. 边界条件

无论稳态还是非稳态导热问题, 为了确定其温度分布, 都需要说明导热物体几何边界上的换热条件。常见导热问题的边界条件分为以下三类。

(1) 第一类边界条件。给定导热体边界上的温度值, 表达式为

$$\tau > 0, \text{边界的位置}, \quad t = f(\tau) \quad (7-10a)$$

对于稳态导热, 每个边界上的温度都保持为一恒定值, 如图 7-4 (a) 所示, 可表示为

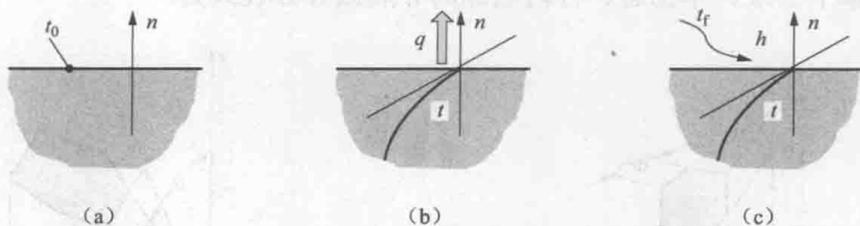


图 7-4 边界条件示意图

(a) 第一类边界条件; (b) 第二类边界条件; (c) 第三类边界条件

$$\text{边界的位置}, \quad t = t_0 \quad (7-10b)$$

(2) 第二类边界条件。给定导热体边界上的热流密度值, 由傅里叶定律, 相当于给定了导热体边界上的温度梯度值, 即

$$\tau > 0, \text{边界的位置}, \quad -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right) = f(\tau) \quad (7-11a)$$

对于稳态导热, 每个边界上的热流密度为恒定值, 如图 7-4 (b) 所示, 表达式为

$$\text{边界的位置}, \quad -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right) = q \quad (7-11b)$$

若边界上热流密度为零, 也就是绝热状态, 则这一边界称为绝热边界。

(3) 第三类边界条件。边界与周围流体进行对流传热, 且给定与物体表面进行对流传热的流体的温度 t_f 及表面传热系数 h 。根据边界上的热平衡, 由物体内部导向边界面的热流密度应等于从边界面传给周围流体的热流密度。第三类边界条件表达式为

$$\left. \begin{aligned} \tau > 0, \text{边界的位置}, \quad -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right) &= h(t - t_f) \\ t_f &= f_1(\tau), h = f_2(\tau) \end{aligned} \right\} \quad (7-12a)$$

对于稳态导热,与边界表面进行对流传热的流体的温度 t_f 及表面传热系数 h 均为恒定值,如图 7-4 (c) 所示,表达式为

$$\text{边界的位置, } -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right) = h(t - t_f) \quad (7-12b)$$

上述三类边界条件都是线性的,所以也称为线性边界条件。这三类边界条件与数学物理方程理论中的三类边界条件相对应,又分别称为狄利克莱 (Dirichlet)、纽曼 (Neumann) 和罗宾 (Robin) 条件。

在实际的工程问题中还会遇到以下两种类型的边界情形。

(1) 包含辐射传热的边界条件。若导热体的外表面仅通过辐射与外界交换热量,例如航天飞行器在太空飞行时,飞行器外表面向太空的散热就属于该类边界。若边界与外界的辐射传热属于小表面与包壳之间的辐射传热,则边界条件的数学表达式可写为

$$\text{边界的位置, } -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = \epsilon \sigma (T^4 - T_{\text{sur}}^4) \quad (7-13a)$$

式中: T_{sur} 为与导热体表面进行辐射传热的外部环境温度。

更为常见的情况是导热体的边界处除了与周围流体进行对流传热,还存在与周围环境之间的辐射传热,且辐射传热仍属于小表面与包壳之间的辐射传热,则边界条件的数学表达式可写为

$$\text{边界的位置, } -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = h(T - T_f) + \epsilon \sigma (T^4 - T_{\text{sur}}^4) \quad (7-13b)$$

(2) 接触面边界条件。如果所研究的导热体边界表面与材料不同的另一导热体相接触,如图 7-5 所示,若两表面接触良好,则在两种材料的分界面上应该满足以下条件:

1) 界面处温度相等时有

$$t_A = t_B \quad (7-14a)$$

2) 界面处热流密度相等时有

$$-\lambda_A \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_A = -\lambda_B \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_B \quad (7-14b)$$

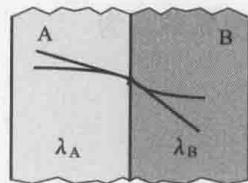


图 7-5 接触面边界条件

实际的表面不可能是绝对平滑的,因此接触面间总会存在一些缝隙,如图 7-6 所示。此时相当于在接触表面上产生了附加热阻,称为接触热阻,使得接触表面左、右两侧的温度不再相等,即 $t_A \neq t_B$ 。在稳态情况下,界面两侧的热流密度仍然相等,所以式 (7-14b) 仍然成立。

例题 7-1 某家用电熨斗结构如图 7-7 所示。已知电熨斗的功率 P 为 500W,加热丝一侧绝热,另一侧与底面钢板紧密接触,钢板厚度 L 为 5mm,导热系数为 $40\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,面积 A 为 300cm^2 ,周围环境温度 t_{∞} 为 20°C ,表面与环境复合传热的传热系数 h 为 $80\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。计算稳态情况下电熨斗底板内部温度沿厚度的变化关系以及外表面与内表面的温度。

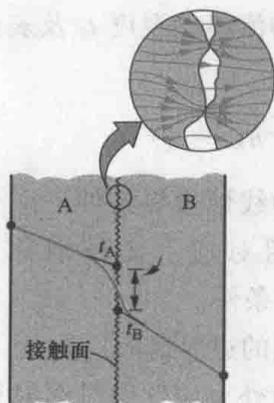


图 7-6 接触热阻

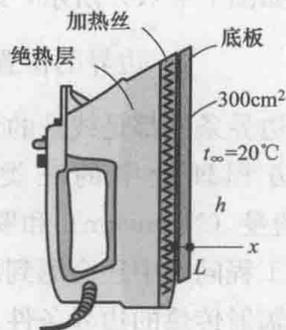


图 7-7 例题 7-1 示意图

题解:

分析: 该问题可以采取两种分析和计算方法: ①电熨斗底板内部温度沿厚度的变化为一维的导热问题, 稳态情况下其内部温度分布关系符合式(2-8), 只需要利用能量守恒关系计算出底板两侧的温度即可; ②以电熨斗底板为分析对象, 写出其数学描写, 然后直接求解。接下来就采用第二种方法。

求解: 电熨斗底板内部温度场属于稳态情况下一维无内热源的问题, 左侧边界为第二类边界, 右侧为第三类边界条件。具体的数学描写如下。

描述该具体问题的导热微分方程式为

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0$$

其边界条件为

$$x = 0, \quad -\lambda A \frac{dt}{dx} = P$$

$$x = L, \quad -\lambda A \frac{dt}{dx} = hA(t - t_\infty)$$

对应微分方程的通解为

$$t = c_1 x + c_2$$

利用边界条件可得通解中的两个系数为

$$c_1 = -\frac{P}{\lambda A}, \quad c_2 = t_\infty + \frac{P}{hA} + \frac{P}{\lambda A} L$$

因此, 电熨斗底板内部温度沿厚度的变化关系式为

$$t(x) = t_\infty + \frac{P}{hA} + \frac{P}{\lambda A} (L - x)$$

内表面的温度为

$$t_1 = t(0) = t_\infty + \frac{P}{hA} + \frac{P}{\lambda A} L = 20 + \frac{500}{80 \times 0.03} + \frac{500}{40 \times 0.03} \times 0.005 = 230.4(^{\circ}\text{C})$$

外表面的温度为

$$t_2 = t(L) = t_\infty + \frac{P}{hA} = 20 + \frac{500}{80 \times 0.03} = 228.3(^{\circ}\text{C})$$

例题 7-2 一平板厚为 δ ，其两侧表面分别保持均匀恒定的温度 t_1 、 t_2 ，在此温度范围内平板的局部导热系数可以用线性关系式 $\lambda = \lambda_0(1+bt)$ 来表示，见图 7-8。
①推导出平板内温度分布的表达式；②确定通过该平板的热流密度；③对 $b > 0$ 、 $b = 0$ 、 $b < 0$ 三种情况，示意性画出其内部温度分布。

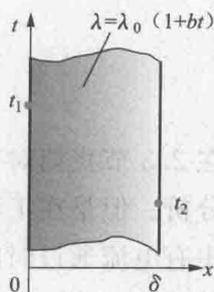


图 7-8 例题 7-2 示意图

题解：

分析：该问题属于直角坐标系中一维稳态、无内热源、导热系数随温度变化的问题。

求解：(1) 描述该具体问题的导热微分方程式为

$$\frac{d}{dx} \left(\lambda_0(1+bt) \frac{dt}{dx} \right) = 0$$

其边界条件为

$$x = 0, \quad t = t_1$$

$$x = \delta, \quad t = t_2$$

因此可求得平壁内的温度分布为

$$t + \frac{1}{2}bt^2 = -\frac{1}{\delta}(t_1 - t_2) \left[1 + \frac{1}{2}b(t_1 + t_2) \right] x + t_1 + \frac{1}{2}bt_1^2$$

(2) 根据傅里叶定律，可得通过该平板的热流密度为

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = -\lambda_0(1+bt) \frac{dt}{dx} = \frac{\lambda_0}{\delta}(t_1 - t_2) \left[1 + \frac{b}{2}(t_1 + t_2) \right] = \frac{t_1 - t_2}{\delta} \lambda_0(1+bt_m)$$

上式中 $t_m = \frac{t_1 + t_2}{2}$ 为平壁的算术平均温度，该温度下的导热系数为 $\lambda_m = \lambda_0(1+bt_m)$ 。因此通过该平板的热流量为

$$\Phi = Aq = A\lambda_m \frac{t_1 - t_2}{\delta}$$

(3) 由其温度分布表达式可见，当平壁材料的导热系数随温度线性变化时，平壁内的温度分布为二次曲线。其分布曲线形式也可由傅里叶定律分析得到：

当 $b=0$ 时，就是导热系数为常数的情况，温度随 x 线性变化。

当 $b > 0$ 时，随 x 的增加，温度逐渐降低， λ 减小，热流密度不变，因此根据傅里叶定律，温度梯度的绝对值 dt/dx 逐渐变大。

当 $b < 0$ 时，情况正好相反，随 x 的增加，温度梯度的绝对值 dt/dx 逐渐变小。

则可画出内部温度分布曲线如图 7-9 所示。

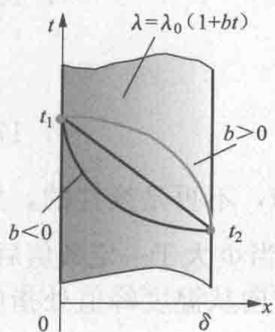


图 7-9 温度分布曲线随 b 值的变化

7.2 具有内热源的一维稳态导热

在 2.3 节我们对平壁、圆筒壁和球壳在不含内热源情况下的稳态导热问题进行了分析。但是在工程技术领域也会遇到一些含有内热源的导热问题，如电器及线圈中有电流通过时的发热，化工过程中的放热、吸热反应，以及核能装置中燃料元件的裂变等。本节采用理论分析方法求解含内热源的平壁和圆筒壁稳态导热。

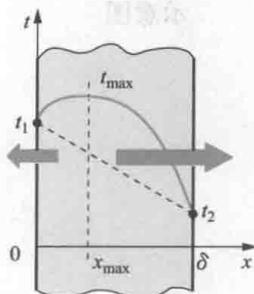


图 7-10 具有内热源的平壁导热

7.2.1 具有内热源的平壁导热

如图 7-10 所示，厚度为 δ 的平壁具有均匀的内热源 $\dot{\Phi}$ ，平壁的表面面积为 A ，导热系数 λ 为常数，其两侧表面分别保持均匀恒定的温度 t_1 、 t_2 。确定其内部温度分布。

描述该具体问题的导热微分方程式为

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0 \quad (7-15a)$$

其边界条件为

$$\begin{aligned} x=0, \quad t &= t_1 \\ x=\delta, \quad t &= t_2 \end{aligned} \quad (7-15b)$$

对导热微分方程式 (7-15a) 做两次积分得通解为

$$t = -\frac{\dot{\Phi}}{2\lambda}x^2 + c_1x + c_2$$

利用两个边界条件 (7-15b) 可得上式的两个积分常数 c_1 和 c_2 分别为

$$c_1 = \frac{\dot{\Phi}\delta}{2\lambda} + \frac{t_2 - t_1}{\delta}, \quad c_2 = t_1$$

将 c_1 和 c_2 代入通解，整理可得平壁内的温度分布为

$$t = \frac{\dot{\Phi}}{2\lambda}(\delta x - x^2) + (t_2 - t_1)\frac{x}{\delta} + t_1 \quad (7-16)$$

由傅里叶定律得出通过任意位置 x 处的热流密度为

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \frac{\dot{\Phi}}{2}(2x - \delta) - \frac{t_2 - t_1}{\delta}\lambda \quad (7-17)$$

由式 (7-16) 可以看出，平壁内的温度为抛物线形分布，不再是线性的，如图 7-10 所示。当 $\dot{\Phi} > 0$ 时，温度分布曲线呈开口向下弯曲；当 $\dot{\Phi}$ 大于一定数值后，温度分布曲线在平壁内某处出现峰值 t_{\max} ，平壁内热流的方向从温度峰值处指向两侧壁面。

当两侧面温度同为 t_w 时，平壁内温度对称分布，在中心面上的最高温度为

$$t_{\max} = \frac{\dot{\Phi}\delta^2}{8\lambda} + t_w \quad (7-18)$$

7.2.2 具有内热源的圆柱体导热

如图 7-11 所示的长实心圆柱体, 具有均匀的内热源 $\dot{\Phi}$, 半径为 r_1 , 导热系数 λ 为常数, 外表面维持均匀恒定的温度 t_w 。确定圆柱体中的温度分布。

由于实心圆柱体的对称性建立如图 7-11 所示的坐标系。

描述该具体问题的导热微分方程式为

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0 \quad (7-19a)$$

其边界条件为

$$\begin{aligned} r = r_1, \quad t &= t_w \\ r = 0, \quad \frac{dt}{dr} &= 0 \end{aligned} \quad (7-19b)$$

对 (7-19a) 积分得

$$\frac{dt}{dr} + \frac{1}{2} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} r = \frac{c_1}{r}$$

根据 $r=0$ 处的边界条件, 得 $c_1=0$, 对上式再一次积分, 得

$$t = -\frac{1}{4} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} r^2 + c_2$$

由 $r=r_1$ 处的边界条件, 得

$$c_2 = t_w + \frac{1}{4} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} r_1^2$$

代入后, 可得圆柱体内的温度场为

$$t = \frac{1}{4} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} (r_1^2 - r^2) + t_w \quad (7-20)$$

由式 (7-20) 可知, 具有均匀内热源的圆柱体, 其内部温度呈抛物线分布, 最高温度必定在圆柱的中心线上, 且有

$$t_{\max} = \frac{1}{4} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} r_1^2 + t_w \quad (7-21)$$

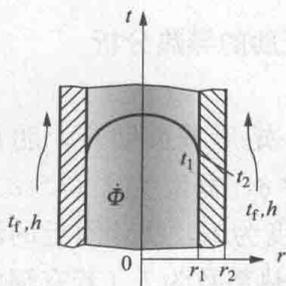


图 7-12 例题 7-3 示意图

例题 7-3 某类型的核燃料是由铀混合物粉末烧结成的二氧化铀陶瓷芯块, 其形状可看作直径为 1cm 的长圆柱, 在额定负荷时, 其热功率相当于 $\dot{\Phi}=6 \times 10^7 \text{ W/m}^3$ 的内热源, 导热系数为 $\lambda_1=40 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 。在核燃料棒的外侧是厚度为 2mm 的锆合金套管, 导热系数为 $\lambda_2=20 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 。套管外则用 $t_f=120^\circ\text{C}$ 的介质进行冷却, 表面传热系数为 $h=3000 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。计算核燃料棒的最高温度。

题解:

画示意图: 根据所画示意图, 建立坐标系。

分析: 燃料棒的最高温度一定是在燃料棒的中心线上, 且最高温度可由式(7-21)计算, 但是燃料棒的外表面温度 t_w , 即附图中的 t_1 是未知量。核燃料棒释放的热量将全部通过套管, 并以对流传热的形式传递给冷却工质。因此, 可首先计算出套管外表面温度 t_2 , 再计算燃料棒与套管接触面温度 t_1 。

计算: 单位长度燃料棒产生的热功率, 即单位长度套管外表面对流传热的热流量为

$$\Phi = \dot{\Phi} \pi r_1^2 = 6 \times 10^7 \times 3.14 \times 0.005^2 = 4710(\text{W})$$

根据牛顿冷却公式, 可得

$$t_2 = t_f + \Phi / (2\pi r_2 h) = 150 + 4710 / (3000 \times 2 \times 3.14 \times 0.007) = 185.7(^{\circ}\text{C})$$

利用通过圆筒壁导热的计算公式, 可得

$$t_1 = t_2 + \Phi \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda_2} = 185.7 + 4710 \times \frac{\ln(0.007/0.005)}{2 \times 3.14 \times 20} = 198.3(^{\circ}\text{C})$$

由(7-21)式可得燃料棒的最高温度为

$$t_{\max} = \frac{1}{4} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} r_1^2 + t_w = \frac{1}{4} \times \frac{6 \times 10^7}{40} \times 0.005^2 + 198.3 = 207.7(^{\circ}\text{C})$$

讨论: 本问题中要计算核燃料棒的最高温度, 在前面正文中已有该类型问题的分析求解, 因此不再写出问题的数学描写及重复进行分析求解。

7.3 等截面直肋的导热

在第5章曾介绍了主要的肋片形式和通过肋壁的传热过程。增加肋片主要是为了通过有效的增加表面积, 来提高表面的换热量。本节将重点以等截面直肋为对象, 对肋片的温度分布规律进行研究。

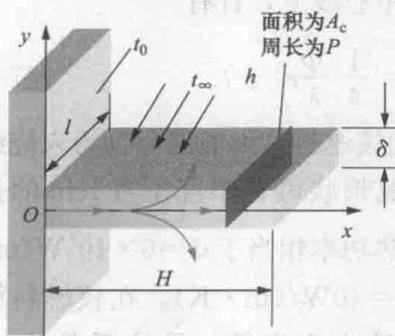


图 7-13 等截面直肋导热的示意图

7.3.1 等截面直肋的导热分析

1. 研究对象

如图 7-13 所示一矩形截面肋片, 肋片的高度为 H , 厚度为 δ , 宽度为 l ($l \gg \delta$), 肋根(或肋基)的温度为 t_0 , 肋片附近的流体温度为 t_{∞} , 表面传热系数为 h (若有辐射传热, 则 h 为复合传热系数)。假设 $t_0 > t_{\infty}$, 且 h 为常数, 沿肋高方向截面积为 A_c , 截面周长为 P , $P/A_c \approx 2/\delta$ 。

2. 物理模型

由于肋根处温度高于周围环境温度, 热量将从肋根处向肋的顶端传递, 同时

通过肋片表面向环境散热。若肋片很宽，可忽略长度方向上的温度变化，则肋片的内部应属于二维稳态温度场， $t=f(x, y)$ 。

考虑到实际肋片一般很薄，并且通常是用导热系数很大的金属材料制作的，因此在肋片厚度方向上的温差很小，近似将其忽略，或者说，我们可仅仅研究沿肋高每个截面上平均温度的变化。这样肋片温度就只是沿肋高方向有变化，肋片内部的温度场就简化为一维稳态情况， $t=f(x)$ 。

将问题简化成沿 x 方向的一维问题后，其上、下两个表面就不再是计算区域的边界，此时，边界位于 $x=0$ 和 $x=H$ 处，但是上、下表面是有热量传递的，且不能忽略。此时只能将表面传递的热量折算成整个截面上的体积内热源，若向外散热，则内热源为负，若环境向肋片传热，则内热源为正。最终该物理问题就变成一维稳态有内热源的问题，如图 7-14 所示。

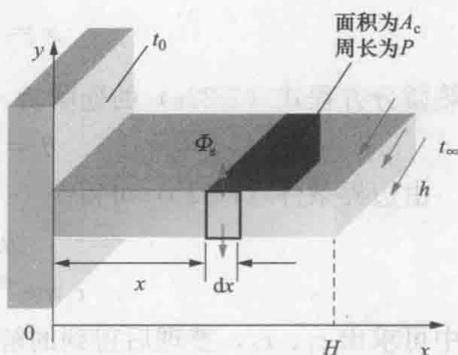


图 7-14 直肋虚拟热源分析的示意图

肋端表面与流体进行对流传热，属于第三类边界条件，但是多数实际情况下，通过顶端的散热是非常小的，因此可将肋的顶端视为绝热边界处理。

3. 数学模型

在直角坐标系中，一维稳态有内热源的导热问题，其导热微分方程式为

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0 \quad (a)$$

按照前述所做的分析，其边界条件为

$$\begin{aligned} x=0, \quad t &= t_0 \\ x=H, \quad \frac{dt}{dx} &= 0 \end{aligned} \quad (b)$$

导热微分方程式中的内热源项是由上、下表面的对流传热量折算而来的，下面确定该虚拟热源的强度。如图 7-14 所示，沿肋片高度方向任意取一微元段 dx 作为研究对象，该微元段表面总散热量可表示为

$$\Phi_s = hP dx(t - t_\infty) \quad (c)$$

相应的微元段体积为 $A_c dx$ ，因而虚拟热源的强度为

$$\dot{\Phi} = -\frac{\Phi_s}{A_c dx} = -\frac{hP(t - t_\infty)}{A_c} \quad (d)$$

将式 (d) 代入式 (a)，得该问题的导热微分方程式为

$$\frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{hP(t - t_\infty)}{A_c \lambda} = 0 \quad (e)$$

4. 分析求解

该问题的导热微分方程式 (e) 是一个二阶非齐次常微分方程，为化成齐次便

于求解, 引入过余温度 $\theta = t - t_\infty$, 为便于采用特征方程法求解该微分方程, 令 $m^2 = hP/(\lambda A_c)$, 于是导热微分方程式 (e) 可进一步整理为

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \quad (7-22a)$$

边界条件 (b) 为

$$\begin{aligned} x = 0, \quad \theta &= \theta_0 \\ x = H, \quad \frac{d\theta}{dx} &= 0 \end{aligned} \quad (7-22b)$$

导热微分方程式 (7-22a) 的通解为

$$\theta = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx} \quad (f)$$

由边界条件 (7-22b) 可得

$$\begin{aligned} \theta_0 &= c_1 + c_2 \\ c_1 m e^{mH} - c_2 m e^{-mH} &= 0 \end{aligned} \quad (g)$$

从中可求出 c_1 、 c_2 , 整理后得到的解为

$$\theta = \theta_0 \frac{\cosh[mH(1-x/H)]}{\cosh(mH)} \quad (7-23)$$

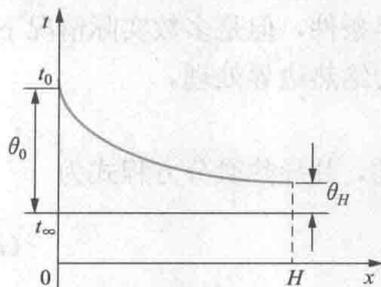


图 7-15 等截面直肋的温度分布示意图

在肋片的顶端 $x=H$ 处, 其温度为

$$\theta_H = \theta_0 \frac{1}{\cosh(mH)} \quad (7-24)$$

图 7-15 所示为由式 (7-23) 绘出的等截面直肋的温度分布示意图。

通过对图 7-14 的分析可知, 整个肋片表面散失的热量等于肋片根部 $x=0$ 处的热流量, 即

$$\Phi_{x=0} = -\lambda A_c \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} \quad (h)$$

而从 (7-23) 式可得

$$\frac{d\theta}{dx} = \theta_0 (-m) \frac{\sinh[mH(1-x/H)]}{\cosh(mH)} \quad (i)$$

将 (i) 代入 (h) 得

$$\Phi = \Phi_{x=0} = -\lambda A_c \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = \theta_0 (\lambda m A_c) \tanh(mH) \quad (7-25)$$

以上各式中, \cosh 、 \sinh 和 \tanh 各代表双曲余弦函数、双曲正弦函数和双曲正切函数, 其值可在数学函数表中查得, 或根据下面的定义式计算得到:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

5. 对解的讨论

(1) 在建立物理模型的分析中, 认为肋片很薄, 肋片材料的导热系数很大,

所以在肋片厚度方向上的温差很小。实际上其内部温度差异也与表面的换热强度有关，即与表面传热系数的大小有关。相同条件下，表面传热系数越小，内部温差越小。因此，无量纲参数 $\frac{h(\delta/2)}{\lambda}$ 综合反映了这些因素的影响，它是以肋的半厚为特征长度的毕渥数 (Bi)，具体工程应用中，一般只要满足 $Bi < 0.1$ ，就认为肋片的温度分布基本满足一维条件。

(2) 在前面的分析中，将肋的顶端视为绝热边界处理，若将肋的顶端按对流换热边界处理，且表面传热系数与上、下表面相同，可分析求得肋片表面过余温度分布为

$$\theta = \theta_0 \frac{\cosh[mH(1-x/H)] + [h/(m\lambda)] \sinh[mH(1-x/H)]}{\cosh(mH) + [h/(m\lambda)] \sinh(mH)} \quad (7-26)$$

温度表达式 (7-23) 是无量纲参数 θ/θ_0 、 mH 和 x/H 之间的函数关系，式 (7-26) 则是无量纲参数 θ/θ_0 、 mH 、 $h/(m\lambda)$ 和 x/H 之间的函数关系。工程上常遇到的问题中，无量纲参数 mH 在 0.1~3 之间变化，对应的 $h/(m\lambda)$ 多在 0.02~0.04 之间。取典型数据计算，并将两公式的计算结果绘制在同一图上，见图 7-16。可见在 $mH > 2$ 以后，两公式计算的结果几乎重合，在 $mH = 0.5$ 和 $mH = 1$ 时，有一定的误差，但是基本可以忽略。

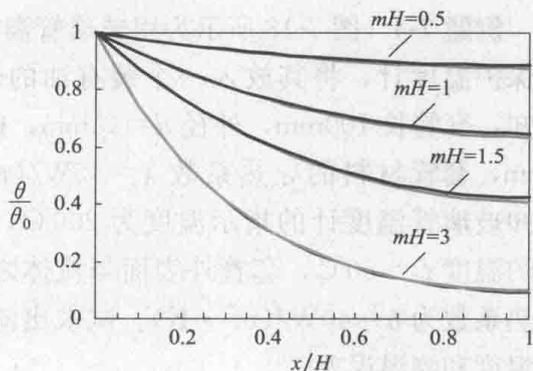


图 7-16 两种肋端边界下无量纲温度分布示意图

对于一些特殊问题，若肋片较厚，则 $h/(m\lambda)$ 较大，超过了刚才的范围，为减小由式 (7-23) 和式 (7-25) 计算带来的误差，常采用灵活的处理办法，把端部的散热量折算到肋面上去。于是对肋高修正，修正后的肋高为 $H' = H + \delta/2$ 。

(3) 在实际中，整个肋片表面的表面传热系数是不均匀的，因此计算结果也会与实际情况略有区别。

7.3.2 等截面直肋的合理高度

根据肋效率的定义式 (5-13)，对于等截面直肋，其效率为

$$\eta_f = \frac{\theta_0 (\lambda m A_c) \tanh(mH)}{h P H \theta_0} = \frac{\tanh(mH)}{mH} \quad (7-27)$$

一般通过增加肋片的高度来增加肋片的面积。但是，在其他条件相同时，随肋片高度的增加，肋片效率将不断降低。比较一个有限高度的肋片与无限高的肋片，根据式 (7-25) 可得两种情况下肋片表面散热量的比值为

$$\frac{\Phi}{\Phi_{H \rightarrow \infty}} = \tanh(mH) \quad (7-28)$$

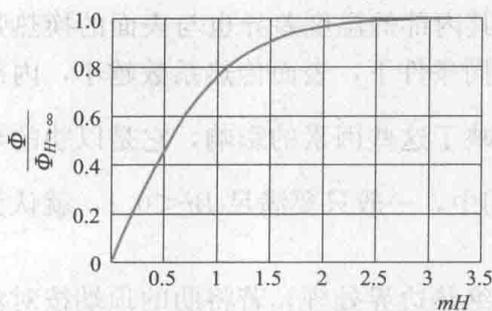


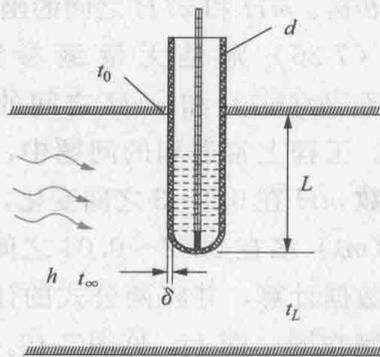
图 7-17 有限高肋与无限高肋散
热量比值随 mH 的变化

将式 (7-28) 的结果整理成图 7-17。由图 7-17 可以看出, 当 mH 接近于 3 时, 就相当于无限长肋片, 再增加肋片的高度就没有任何意义了。实际上在 $mH < 1.5$ 之前, 其比值还近似线性增加, 且在 $mH = 1.5$ 时, 比值已达到 90%。因此, 一般肋片的高度应为

$$H < \frac{1.5}{m} \quad (7-29)$$

本节以等截面矩形直肋进行分析, 但分析结果同样适用于其他形状的等截面直肋。

例题 7-4 图 7-18 所示为用玻璃管温度计测量管道内流体温度的示意图, 为了保护温度计, 将其放入一个装有油的套管中。已知: 套管长 100mm, 外径 $d=15\text{mm}$, 壁厚 $\delta=1\text{mm}$, 套管材料的导热系数 $\lambda=45\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。已知玻璃管温度计的指示温度为 200°C , 套管根部的温度 $t_0=50^\circ\text{C}$, 套管外表面与流体之间表面传热系数为 $h=40\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试求出流体的真实温度和测温误差。



题解:

分析: 由于温度计放在套管的端部, 所以温度计指示的是测温套管端部的温度 t_L 。测温套管与周围环境进行对流传热, 由于套管根部的温度低于流体温度, 所以, 在套管壁内部将有从端部到根部的导热。此问题和本节所讨论的肋片问题实质上是一致的。测温误差就是套管端部的过余温度 $t_H - t_\infty$, 利用本节的等截面直肋片式 (7-24) 可以计算。

计算: 套管截面面积 $A = \pi d \delta$, 套管换热周长 $P = \pi d$, 因此参数 mH 为

$$mH = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A}} H = \sqrt{\frac{h}{\lambda \delta}} L = \sqrt{\frac{40}{45 \times 0.001}} \times 0.1 = 2.98$$

利用式 (7-24) 可计算套管端部的过余温度为

$$t_H - t_\infty = \frac{t_0 - t_\infty}{\cosh(mH)} = \frac{50 - t_\infty}{\cosh 2.98}$$

因为测温套管端部的温度 t_H , 即测量温度为 200°C , 代入上式, 可解得流体的真实温度为 $t_\infty = 216.9^\circ\text{C}$, 于是测温误差为

$$t_H - t_\infty = -16.9^\circ\text{C}$$

讨论: 使测温误差减小可采用的方法有: ①套管开口区域加保温, 这样可以减小 $\theta_0 = t_0 - t_\infty$; ②增大套管长度; ③强化 (对流) 表面传热以增大 h ; ④套管采用导热系数小的材料; ⑤用薄壁套管。

图 7-18 例题 7-4 示意图

7.4 多维稳态导热

到目前为止,我们讨论的导热问题仅限于一维的情况,其导热微分方程属于常微分方程,求解也相对简单。对于二维和三维的问题,其导热微分方程是偏微分方程,分析求解的难度大大增加,而且也仅仅对部分形状规则的导热体才有可能求解。因此,对于多维的导热问题一般采用数值求解的方法,将在第9章进行介绍。本节先简单介绍在第一类边界条件下二维稳态导热问题的分析解,然后介绍求解多维稳态导热的形状因子法。

7.4.1 二维稳态导热的分析解

1. 研究对象

讨论一个矩形截面的柱体,如图7-19所示。矩形的长度和宽度分别为 a 和 b ,在垂直纸面方向上无限长,柱体左、右和下面三个边界温度均为 t_1 ,上表面边界温度为 t_2 ,物体内部无内热源,导热系数为常数。现要确定截面内的温度分布。

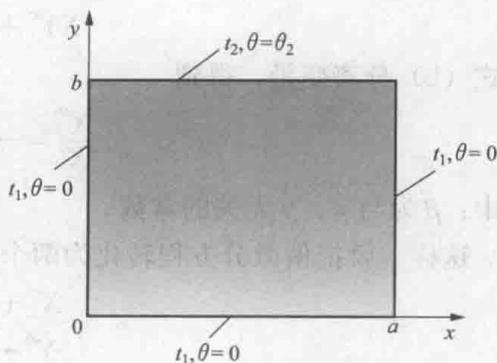


图7-19 矩形区域中的二维稳态导热

2. 物理模型

很明显,该问题属于直角坐标系中二维、无内热源、导热系数为常数的稳态问题,四个边界均为第一类边界。

3. 数学模型

描写该问题的导热微分方程式为

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \quad (7-30a)$$

其边界条件可表示为

$$\left. \begin{aligned} x=0, t=t_1 \\ x=a, t=t_1 \\ y=0, t=t_1 \\ y=b, t=t_2 \end{aligned} \right\} \quad (7-30b)$$

4. 分析求解

导热微分方程(7-30a)属于二阶的偏微分方程,分离变量法是分析求解偏微分方程最常用的方法。根据使用分离变量法的条件,除偏微分方程要求是齐次的以外,其定解条件中也最多只能有一个是非齐次的。为了使式(7-30b)中边界条件中的三个齐次化,可引入过余温度 $\theta = t - t_1$,于是,对应的导热微分方程式为

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (7-31a)$$

其边界条件可表示为

$$\left. \begin{aligned} x=0, \theta=0 \\ x=a, \theta=0 \\ y=0, \theta=0 \\ y=b, \theta=t_2-t_1=\theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (7-31b)$$

设偏微分方程 (7-31a) 解的形式为

$$\theta(x, y) = X(x)Y(y) \quad (a)$$

其中 $X(x)$ 仅是变量 x 的函数, $Y(y)$ 仅是变量 y 的函数, 将 (a) 代入 (7-31a) 得

$$XY'' + YX'' = 0 \quad (b)$$

对式 (b) 分离变量, 得到

$$\frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y} = -\beta^2 \quad (c)$$

式中: β 为与 x 、 y 无关的常数。

这样, 就把偏微分方程转化为两个常微分方程, 即

$$X'' + \beta^2 X = 0 \quad (d)$$

$$Y'' - \beta^2 Y = 0 \quad (e)$$

各自的解分别为

$$X(x) = A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x) \quad (f)$$

$$Y(y) = Ce^{\beta y} + De^{-\beta y} \quad (g)$$

因此, 该矩形截面内的温度分布为

$$\theta(x, y) = X(x)Y(y) = [A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x)][Ce^{\beta y} + De^{-\beta y}] \quad (h)$$

进一步利用边界条件 (7-31b), 可求解出式 (h) 中的各待定系数, 详见有关参考文献, 最后, 可得该问题的分析解为

$$\theta(x, y) = \theta_2 \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} + 1}{n} \sin \frac{n\pi x}{a} \frac{\sinh(n\pi y/a)}{\sinh(n\pi b/a)} \quad (7-32)$$

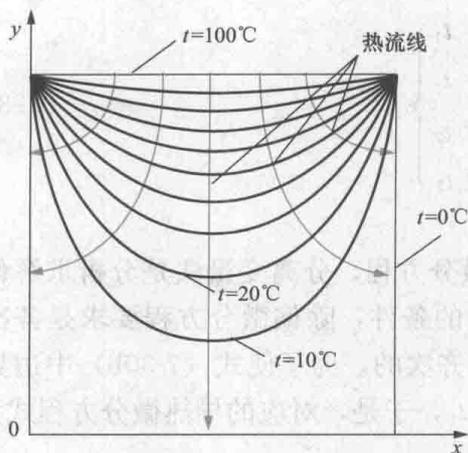


图 7-20 矩形区域中的二维稳态导热

5. 讨论和说明

(1) 取 $a = b$, $t_1 = 0^\circ\text{C}$, $t_2 = 100^\circ\text{C}$, 按式 (7-32) 计算的温度分布见图 7-20。图中标出了温度分别为 0 、 10 、 20 ...、 100°C 下的等温线, 也示意性画出了部分热流线。

(2) 应当指出, 本问题中所给的边界条件从物理上是不合理的, 因为在 $(0, b)$ 和 (a, b) 两个角部点上不可能同时出现两个温度。

7.4.2 导热形状因子法

工程上对于一些发生在两个等温表面间的二维或三维稳态导热问题,如果仅仅需要获得热流量,可以采用下述的形状因子法。

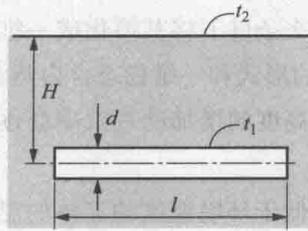
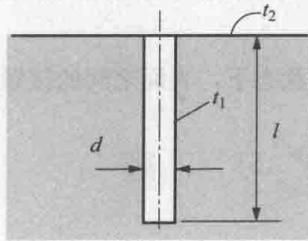
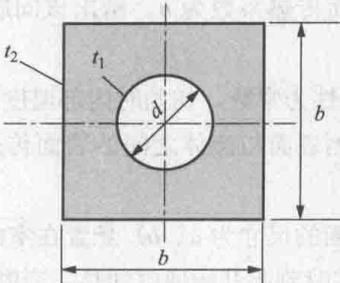
由第2章2.3节对平壁、圆筒壁、球壳在第一类边界下分析求解的结果式(2-9)、式(2-16)和式(2-20)可见,两个等温表面间导热热流量总是可以表示成以下统一的形式,即

$$\Phi = \lambda S(t_1 - t_2) \quad (7-33)$$

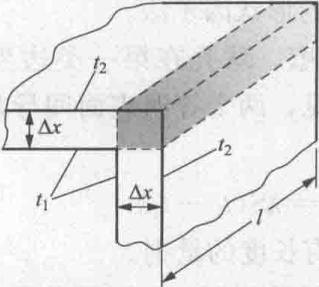
式中: S 为导热形状因子,具有长度的量纲。

工程上常见的许多复杂结构的导热问题,已经用分析的方法或数值方法解出了其形状因子表达式,部分情况的导热形状因子见表7-1。使用时需要注意,导热形状因子仅仅适用于计算发生在两个等温表面之间的纯导热的热流量。

表 7-1 几种几何条件下的导热形状因子

几何条件	示意图	形状因子
(1) 地下埋横管		l 无限长, $H > 2d$, 每米管长的导热形状因子为 $S = \frac{2\pi l}{\ln(4H/d)}$
(2) 地下埋竖管		$l \gg d$ $S = \frac{2\pi l}{\ln(4l/d)}$
(3) 圆管外包方形绝缘层		管长 l (图中未画出) $\gg d$, 每米长的导热形状因子为 $S = \frac{2\pi}{\ln(1.08b/d)}$

续表

几何条件	示意图	形状因子
(4) 等厚度炉墙与交边		$l > \frac{1}{5} \Delta x$ $S = 0.54l$

思考题

- 7-1 试说明建立导热微分方程式所依据的基本定律。
- 7-2 说明第二类、第三类边界及包含辐射传热边界条件的数学描写的共性。
- 7-3 在分析具有内热源的圆柱体导热时，为何将圆柱中心的边界条件写为 $dt/dr=0$?
- 7-4 对等截面直肋的分析中，在什么条件下将其简化成一维稳态导热问题？肋片中是没有内热源的，为何其导热微分方程式的形式和一维稳态含内热源的问题一致？
- 7-5 在同等条件下，为何随着肋片高度的增加肋片效率会逐渐降低？整个肋片的实际散热量又如何变化？
- 7-6 用带测温套管的热电偶来测量低于环境温度的流体的温度时，测量值比实际值偏高还是偏低？为什么？
- 7-7 某稳态的二维导热体，常物性，部分边界有稳定的热流传入或传出，另一部分绝热，能否确定其温度场？
- 7-8 相对于地球表面上，处于太空状态下，表面之间的接触热阻是变大还是变小？

习题

- 7-1 一块厚度为 δ 的平板，平板内有均匀的内热源，强度为 $\dot{\phi}$ ，平板一侧绝热，另一侧与温度为 t_f 的流体对流传热，且表面传热系数为 h 。给出该问题的数学描写，并求解其内部的温度分布。
- 7-2 厚度为 2δ 的无限大平壁，物性为常数，初始时内部温度均匀为 t_0 ，突然将其放置于温度为 t_∞ 并保持不变的流体中，两侧表面与流体之间的表面传热系数均为 h 。给出该问题的数学描写。
- 7-3 一个金属的矩形长柱体（断面的尺寸为 a 、 b ）悬置在室内，初始情况下，其内部温度均匀且等于周围的空气温度，从某时刻起开始通电加热，通电的电流为 I 。已知长柱体单位长度的电阻为 R ，其他各物性参数均为已知，现在拟确定其内部温度的变化规律。① 对该问题做简单的分析（问题的类型，边界情况等）；② 画出示意图，并建立坐标系，然后

写出描述该物体内部温度分布的数学描写；③如果金属材料的导热系数很大，利用集总参数模型，列出描述金属平均温度变化规律的数学模型。

7-4 一厚度为 50mm 的无限大平壁，其稳态温度分布为 $t=a+bx^2$ (°C)，式中 $a=200$ °C， $b=-2000$ °C/m²。若平板导热系数为 45W/(m·K)，试求：①平壁两侧表面处的热流密度；②平壁中是否有内热源？为什么？如果有内热源的话，它的强度是多大？

7-5 在一厚度为 50mm 的大平壁内有均匀的内热源 $\dot{\Phi}$ ，平壁的导热系数为 5W/(m·K)，在这些条件下，平壁内的温度分布为 $t=a+bx+cx^2$ ， $x=0$ 处表面温度为 120°C，并且与温度为 20°C 的流体进行对流传热，表面传热系数为 500W/(m²·K)，另一个边界绝热。①计算平壁的内热源强度。②确定系数 a 、 b 、 c ，并示意性画出平壁内的温度分布。

7-6 为了估算人体的肌肉由于运动而引起的温升，可把肌肉看成半径为 2cm 的长圆柱体。肌肉运动产生的热量相当于内热源，设 $\dot{\Phi}=5650$ W/m³，肌肉表面维持在 37°C。过程处于稳态，试估算由于肌肉运动所造成的最大温升。已知肌肉的导热系数为 0.42W/(m·K)。

7-7 在外直径为 25mm 的管壁上装有铝制的等厚度环肋，相邻肋片中心线之间的距离 $s=9.5$ mm，环肋的高度 $H=12.5$ mm，肋片的厚度 $\delta=0.8$ mm。管壁温度 $t_w=200$ °C，流体温度 $t_f=90$ °C，管基及肋片与流体之间的表面传热系数为 110W/(m²·K)，取铝材的导热系数 $\lambda=130$ W/(m·K)。试确定每米管长（包括肋片和肋基管部分）的散热量。

7-8 如图 7-21 所示为一个用纯铝制成的圆锥的截面。其圆形横截面的直径 $D=ax^{1/2}$ ，其中 $a=0.5$ m^{1/2}，小端位于 $x_1=25$ mm 处，大端位于 $x_2=125$ mm 处。端部温度分别为 600°C 和 400°C，侧面绝热良好。①做一维假定，推导用符号形式表示的温度表达式并画出温度分布示意图。②取纯铝的导热系数 $\lambda=240$ W/(m·K)，计算该锥台导热的热流量。

7-9 有一用砖砌成的烟气通道，其截面形状如图 7-22 所示。已知内、外壁温分别为 $t_1=80$ °C、 $t_2=25$ °C，砖的导热系数为 1.5W/(m·K)，试确定每米长烟道上的散热量。

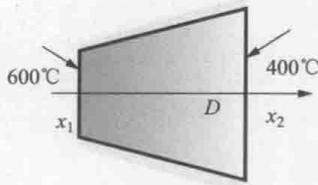


图 7-21 习题 7-8 附图

7-10 设有如图 7-23 所示的一个无内热源的二维稳态导热物体，其上凹面、下表面分别维持在均匀温度 t_1 和 t_2 ，其余表面绝热。①画出等温线分布的示意图；②说明材料的导热系数是否对温度分布有影响。

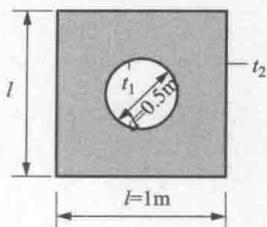


图 7-22 习题 7-9 附图

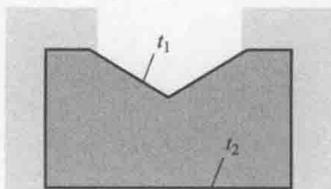


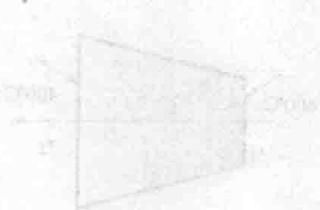
图 7-23 习题 7-10 附图

7-11 采用等截面直肋片组对一电子元件散热进行强化。已知肋片用铝材制作，导热

系数为 $160\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ，厚度为 0.5mm ，肋片表面的复合传热系数为 $25\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，肋片根部温度为 50°C ，周围空气温度为 20°C 。计算不同肋片高度 ($10\sim 80\text{mm}$) 下肋端温度、肋片效率和单位长度上肋片散热量的变化。

例 7-12 一个等截面直肋片，高度为 H ，厚度为 δ ，宽为 l (无限长)，肋根的温度为 t_0 ，肋片附近的流体温度为 t_∞ ，表面复合传热系数为 h 。若需考虑其肋片厚度和高度方向的温度变化，试列出描述其温度场的数学模型。

解：取肋片的一微元段，如图 7-12 所示。微元段的长度为 Δx ，厚度为 δ ，宽为 l 。微元段左侧面的温度为 t_1 ，右侧面的温度为 t_2 。微元段左侧面的面积为 $A_1 = l\delta$ ，右侧面的面积为 $A_2 = l\delta$ 。微元段左侧面的热流为 $q_1 = -kA_1 \frac{dt_1}{dx}$ ，右侧面的热流为 $q_2 = -kA_2 \frac{dt_2}{dx}$ 。微元段左侧面的对流热流为 $q_{c1} = hA_1(t_0 - t_1)$ ，右侧面的对流热流为 $q_{c2} = hA_2(t_2 - t_\infty)$ 。微元段顶面和底面的面积为 $A_s = 2l\delta$ ，顶面和底面的对流热流为 $q_{cs} = hA_s(t - t_\infty)$ 。微元段的能量平衡方程为 $q_1 - q_2 + q_{c1} - q_{c2} = \rho c_p V \frac{dt}{dt}$ 。由于微元段的长度 Δx 很小，可以忽略微元段的内能变化，即 $q_1 - q_2 + q_{c1} - q_{c2} = 0$ 。将上述各热流表达式代入能量平衡方程，整理得 $l\delta \left(-k \frac{dt_1}{dx} + k \frac{dt_2}{dx} \right) + h l \delta (t_0 - t_1) - h l \delta (t_2 - t_\infty) = 0$ 。化简得 $k \frac{dt_1}{dx} - k \frac{dt_2}{dx} + h(t_0 - t_1) - h(t_2 - t_\infty) = 0$ 。由于 $t_1 = t_2 = t$ ，所以 $k \frac{dt}{dx} + h(t_0 - t) - h(t - t_\infty) = 0$ 。整理得 $k \frac{dt}{dx} + h(t_0 - t_\infty) - 2ht = 0$ 。令 $m = \sqrt{\frac{2h}{k}}$ ，则方程可写为 $\frac{dt}{dx} + m^2(t - \frac{t_0 + t_\infty}{2}) = 0$ 。解得 $t = \frac{t_0 + t_\infty}{2} + C e^{-m^2 x}$ 。由边界条件 $t(0) = t_0$ ，得 $C = \frac{t_0 - t_\infty}{2}$ 。所以肋片温度分布为 $t = \frac{t_0 + t_\infty}{2} + \frac{t_0 - t_\infty}{2} e^{-m^2 x}$ 。肋端温度为 $t(H) = \frac{t_0 + t_\infty}{2} + \frac{t_0 - t_\infty}{2} e^{-m^2 H}$ 。肋片效率为 $\eta = \frac{q}{q_{max}} = \frac{h l \delta \int_0^H (t_0 - t) dx}{h l \delta \int_0^H (t_0 - t_\infty) dx} = \frac{\int_0^H (t_0 - t) dx}{\int_0^H (t_0 - t_\infty) dx} = \frac{\int_0^H (t_0 - \frac{t_0 + t_\infty}{2} - \frac{t_0 - t_\infty}{2} e^{-m^2 x}) dx}{\int_0^H (t_0 - t_\infty) dx} = \frac{\int_0^H (-\frac{t_0 - t_\infty}{2} + \frac{t_0 - t_\infty}{2} e^{-m^2 x}) dx}{\int_0^H (t_0 - t_\infty) dx} = \frac{[-\frac{t_0 - t_\infty}{2} x + \frac{t_0 - t_\infty}{2} \frac{1 - e^{-m^2 x}}{m^2}]_0^H}{\int_0^H (t_0 - t_\infty) dx} = \frac{-\frac{t_0 - t_\infty}{2} H + \frac{t_0 - t_\infty}{2} \frac{1 - e^{-m^2 H}}{m^2}}{\frac{t_0 - t_\infty}{2} H} = 1 - \frac{1 - e^{-m^2 H}}{m^2 H}$ 。单位长度上肋片散热量为 $q = h l \delta \int_0^H (t_0 - t) dx = h l \delta \int_0^H (t_0 - \frac{t_0 + t_\infty}{2} - \frac{t_0 - t_\infty}{2} e^{-m^2 x}) dx = h l \delta \int_0^H (-\frac{t_0 - t_\infty}{2} + \frac{t_0 - t_\infty}{2} e^{-m^2 x}) dx = h l \delta [-\frac{t_0 - t_\infty}{2} x + \frac{t_0 - t_\infty}{2} \frac{1 - e^{-m^2 x}}{m^2}]_0^H = h l \delta [-\frac{t_0 - t_\infty}{2} H + \frac{t_0 - t_\infty}{2} \frac{1 - e^{-m^2 H}}{m^2}]$ 。



图例 7-12 图



图例 7-13 图



图例 7-14 图

第8章 非稳态导热

在第2章中介绍了求解非稳态导热问题的集总参数模型,但它只是研究物体体积上平均温度随时间变化规律的一种近似求解方法。若我们关心非稳态导热体空间上温度分布的差异,就只能给出问题完整的数学描写,然后采用数学分析的方法或数值求解的方法进行求解。本章将主要给出典型的一维几何体(平壁、无限长圆柱和球)在对流传热边界下的分析解,并对解的结果进行讨论,最后对半无限大物体和部分特定几何形状的多维非稳态导热做简单介绍。

8.1 对流边界下的一维非稳态导热

8.1.1 平壁非稳态导热分析解

如图8-1所示,一厚度为 2δ 的平壁,导热系数 λ 、热扩散率 a 为常数,初始温度为 t_0 。突然将其放入温度为 t_∞ 并保持不变的流体中,假设平壁表面与流体间对流传热的表面传热系数 h 为常数。

考虑到温度场的对称性,仅需求解半个平壁的温度场,建立如图8-1所示的坐标系。计算区域初始温度均匀,左侧边界绝热,右侧边界为对流传热边界。

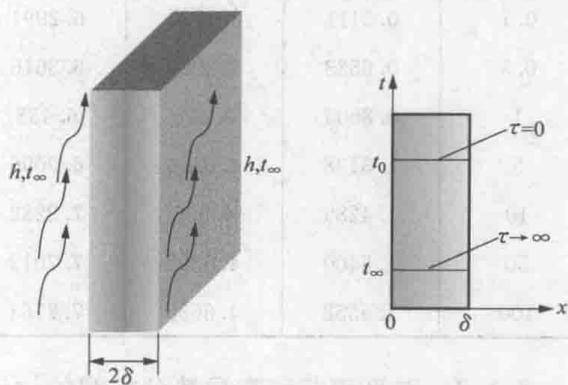


图8-1 平壁对流边界下的非稳态导热

该问题的数学描写为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} (0 < x < \delta, \tau > 0) \quad (8-1)$$

$$\tau = 0, \quad t = t_0 (0 \leq x \leq \delta) \quad (8-2)$$

$$x = 0, \quad \frac{\partial t}{\partial x} = 0 (\tau > 0) \quad (8-3a)$$

$$x = \delta, \quad -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = h(t - t_\infty) (\tau > 0) \quad (8-3b)$$

为数学求解的方便,引入过余温度 $\theta = t - t_\infty$,以上各式变为

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} (0 < x < \delta, \tau > 0) \quad (8-4)$$

$$\tau = 0, \quad \theta = \theta_0 (0 \leq x \leq \delta) \quad (8-5)$$

$$x=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (\tau > 0) \quad (8-6a)$$

$$x=\delta, \quad -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = h\theta \quad (\tau > 0) \quad (8-6b)$$

可采用分离变量法对该问题进行求解, 最后得分析解结果为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n} \cos(\mu_n \frac{x}{\delta}) \exp(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}) \quad (8-7)$$

这是一个无穷级数和的形式, 其中的 μ_n 是下面超越方程的根, 称为特征值, 即

$$\tan \mu_n = \frac{Bi}{\mu_n}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (8-8)$$

式(8-8)中毕渥数 Bi 的特征长度取平壁的半厚度 δ 。所以, $Bi = h\delta/\lambda$ 。表 8-1 给出了几个典型毕渥数下对应特征方程(8-8)的前 6 个根 μ_n 的数值。

表 8-1 部分毕渥数下对应特征方程(8-8)的前 6 个根 μ_n

Bi	1	2	3	4	5	6
0.01	0.0998	3.1448	6.2848	9.4259	12.5672	15.7086
0.06	0.2425	3.1606	6.2927	9.4311	12.5711	15.7113
0.1	0.3111	3.1732	6.2991	9.4354	12.5744	15.7144
0.5	0.6533	3.2923	6.3616	9.4775	12.6060	15.7397
1	0.8603	3.428	6.438	9.530	12.646	15.771
5	1.3138	4.0336	6.9096	9.8928	12.9352	16.0107
10	1.4289	4.306	7.2282	10.200	13.215	16.259
50	1.5400	4.6202	7.7012	10.7832	13.8666	16.9519
100	1.5552	4.6658	7.7764	10.8872	13.9981	17.1093

8.1.2 对平壁非稳态导热分析解的讨论

1. 分析解的无量纲形式

在非稳态导热问题中, 常用一个特征数——傅里叶数 Fo 来表示非稳态导热过程的无量纲时间, 其定义为

$$Fo = \frac{a\tau}{l^2} \quad (8-9)$$

式中: a 为热扩散率, τ 为非稳态导热过程经历的时间; l 为导热体的特征长度。

因此, 式(8-7)中的 $\frac{a\tau}{\delta^2}$ 就可以看作是特征长度取平壁的半厚度 δ 的傅里叶数, θ/θ_0 是无量纲的过剩温度。用 η 表示无量纲距离 x/δ , 则分析解式(8-7)就成为如下无量纲函数的关系, 即

$$\frac{\theta}{\theta_0} = f(Fo, Bi, \eta) \quad (8-10)$$

2. 毕渥数对无量纲过余温度分布的影响

毕渥数反映了非稳态导热体内部导热热阻与表面对流传热热阻的相对大小,它对导热体内部的温度分布有着很大的影响。下面分别取 $Bi=0.1$ 、 $Bi=1$ 和 $Bi=100$ 三种典型情况,利用式(8-7)进行计算,将结果整理成如图8-2所示的形式。

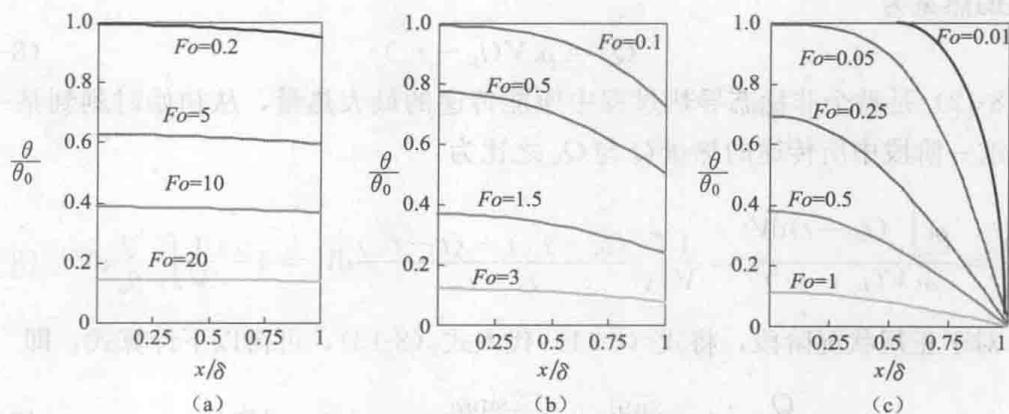


图 8-2 毕渥数对无量纲过余温度分布的影响

(a) $Bi=0.1$; (b) $Bi=1$; (c) $Bi=100$

从图8-2(a)可以看出,对于毕渥数 $Bi=0.1$ 的情况,在 $Fo=0.2$ 时,平壁表面 ($x/\delta=1$) 与中心处 ($x/\delta=0$) 无量纲过余温度相差接近5%。但随着时间的增加 (Fo 的增大),在每个时刻平壁内各点温度差异越来越小,并且几乎可以看成是一个温度。也正是这个原因,在第2章的集总参数模型误差分析时给出,当 $Bi<0.1$ 时,物体内部最大的无量纲过余温度小于5%,也因此常将 $Bi<0.1$ 作为集总参数模型的使用条件。图8-2(c)给出的是毕渥数 $Bi=100$ 的情况,从傅里叶数 $Fo=0.01$ 到 $Fo=1$,平壁中心处的无量纲过余温度从1降到小于0.1,但每个时刻的表面处无量纲过余温度始终近似为0,说明表面的换热热阻远小于内部的导热热阻。非稳态过程开始后,平壁表面的温度很快就等于流体温度了,所以 $Bi \rightarrow \infty$ 的情况相当于是第一类边界的非稳态导热问题。图8-2(b)所示情况下平壁内的温度分布介于上述两种情况之间。

3. 非稳态导热的正规状况

从表8-1可以看出,对于确定的毕渥数 Bi ,其特征根 μ_n 的值都随着 n 的增加而迅速增大,因此式(8-7)中的指数项 $\exp(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2})$ 会衰减的很快。计算表明:当 $Fo>0.2$ 以后,略去无穷级数中第二项及以后各项所得的计算结果与按照完整级数计算结果的偏差几乎小于1%。于是式(8-7)可简化为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \cos\mu_1 \sin\mu_1} \cos(\mu_1 \eta) \exp(-\mu_1^2 Fo) \quad (8-11)$$

其原因可从图 8-2 得到进一步说明。当 $Fo > 0.2$ 以后, 平板的中心温度都已发生明显的变化, 初始条件的影响基本消失, 温度分布主要取决于边界条件的影响。因此, 通常将这一阶段称作非稳态导热的正规状况阶段, 而 $Fo \leq 0.2$ 之前称作非稳态导热的非正规状况阶段。

从初始时刻到导热体与周围介质处于相同的温度而达到热平衡这一过程中所传递的热量为

$$Q_0 = \rho c V (t_0 - t_\infty) \quad (8-12)$$

式 (8-12) 是整个非稳态导热过程中所能传递的最大热量, 从初始时刻到某一时刻 τ 这一阶段中所传递的热量 Q 与 Q_0 之比为

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\rho c \int_V (t_0 - t) dV}{\rho c V (t_0 - t_\infty)} = \frac{1}{V} \int_V \frac{(t_0 - t_\infty) - (t - t_\infty)}{t_0 - t_\infty} dV = 1 - \frac{1}{V} \int_V \frac{\theta}{\theta_0} dV \quad (8-13)$$

对于正规状况阶段, 将式 (8-11) 代入式 (8-13), 可得以下计算式, 即

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 - \frac{\sin \mu_1}{\mu_1} \frac{2 \sin \mu_1}{\mu_1 + \cos \mu_1 \sin \mu_1} \exp(-\mu_1^2 Fo) \quad (8-14)$$

4. 非稳态导热正规状况阶段工程计算的图线法

对于非稳态导热的正规状况阶段, 公式 (8-11) 相比式 (8-7) 已得到了很大的简化, 但使用中仍需要根据毕渥数查表或计算相应的特征根 μ_1 。为此一些研究者将式 (8-11) 和式 (8-14) 的计算结果整理成图线的形式以方便工程上使用, 广泛使用的是由海斯勒 (Heisler) 等提出的诺谟图, 参见附录 13。

利用诺谟图确定平壁内某点、某时刻的温度需以下条件: ① 计算毕渥数 Bi 和傅里叶数 Fo , 查附图 13-1 可得对应时刻平壁中心处的过余温度与初始过余温度之比 θ_m / θ_0 ; ② 计算无量纲距离 x / δ , 查附图 13-2 可得该点过余温度与平壁中心处的过余温度之比 θ / θ_m ; ③ 最后利用式 (8-15) 计算, 即

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\theta_m}{\theta_0} \frac{\theta}{\theta_m} \quad (8-15)$$

附图 13-3 为根据式 (8-14) 整理成的诺谟图。

8.1.3 无限长圆柱和球在对流边界下的非稳态导热

1. 无限长圆柱

半径为 R 的实心圆柱, 其材料的导热系数 λ 、热扩散率 a 为常数, 初始温度为 t_0 , 突然把它放在温度为 t_∞ 并保持不变的流体中, 流体与圆柱表面间的表面传热系数 h 为常数。

采用与平壁相类似的方法, 可得圆柱中无量纲过余温度分析解为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n} \frac{J_1(\mu_n)}{J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)} J_0(\mu_n \eta) \exp(-\mu_n^2 Fo) \quad (8-16)$$

式中, $Fo = \frac{a\tau}{R^2}$, $\eta = \frac{r}{R}$, μ_n 是下列超越方程的根 (特征值), 即

$$\mu_n \frac{J_1(\mu_n)}{J_0(\mu_n)} = Bi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (8-17)$$

式中, $Bi = \frac{hR}{\lambda}$, J_0 、 J_1 分别为零阶与一阶的第一类贝塞尔 (Bessel) 函数。部分特征根的值可从附录 16 中查到。

对于 $Fo > 0.2$ 以后的正规状况阶段, 无量纲过余温度式 (8-16) 简化为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = 2 \frac{J_1(\mu_1)}{\mu_1 J_0^2(\mu_1) + J_1^2(\mu_1)} J_0(\mu_1 \eta) \exp(-\mu_1^2 Fo) \quad (8-18)$$

从初始时刻到某一时刻 τ 这一阶段中所传递的热量 Q 与 Q_0 之比为

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 - \frac{2J_1(\mu_1)}{\mu_1} \frac{2}{\mu_1 J_0^2(\mu_1) + J_1^2(\mu_1)} \exp(-\mu_1^2 Fo) \quad (8-19)$$

根据式 (8-18) 和式 (8-19) 整理成的诺谟图见附图 14-1~14-3。

2. 球

半径为 R 的实心球, 其材料的导热系数 λ 、热扩散率 a 为常数, 初始温度为 t_0 , 突然把它放在温度为 t_∞ 并保持不变的流体中, 流体与球表面间的表面传热系数 h 为常数。

同样可求得球内无量纲过余温度分析解为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{\sin\mu_n - \mu_n \cos\mu_n}{\mu_n - \cos\mu_n \sin\mu_n} \frac{1}{\mu_n \eta} \sin(\mu_n \eta) \exp(-\mu_n^2 Fo) \quad (8-20)$$

式中, $Fo = \frac{a\tau}{R^2}$, $\eta = \frac{r}{R}$, μ_n 是下列超越方程的根 (特征值), 即

$$1 - \mu_n \cot\mu_n = Bi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (8-21)$$

式中, $Bi = \frac{hR}{\lambda}$ 。

对于 $Fo > 0.2$ 以后的正规状况阶段, 无量纲过余温度式 (8-20) 简化为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = 2 \frac{\sin\mu_1 - \mu_1 \cos\mu_1}{\mu_1 - \cos\mu_1 \sin\mu_1} \frac{1}{\mu_1 \eta} \sin(\mu_1 \eta) \exp(-\mu_1^2 Fo) \quad (8-22)$$

从初始时刻到某一时刻 τ , 这一阶段中所传递的热量 Q 与 Q_0 之比为

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 - \frac{3(\sin\mu_1 - \mu_1 \cos\mu_1)}{\mu_1^3} \frac{2(\sin\mu_1 - \mu_1 \cos\mu_1)}{\mu_1 - \cos\mu_1 \sin\mu_1} \exp(-\mu_1^2 Fo) \quad (8-23)$$

根据式 (8-22) 和式 (8-23) 整理成的诺谟图见附图 15-1~15-3。

例题 8-1 对一个鸡蛋的加热过程进行计算, 将鸡蛋简化成直径为 4cm 的球体, 鸡蛋的初始温度为 10°C , 将其放入温度为 100°C 的沸水中。假定鸡蛋的密度为 $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, 比热为 $c = 3310\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, 导热系数 $\lambda = 0.5\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, 加

热过程中表面传热系数为 $h=1200\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。现采用分析解和查诺谟图的方法, 计算鸡蛋中心达到 80°C 需要的时间, 此时鸡蛋的表面温度是多少?

题解:

计算: (1) 利用分析解进行计算。取鸡蛋的半径为特征长度, 所以 $l=R=0.02\text{m}$, 毕渥数为

$$Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{1200 \times 0.02}{0.5} = 48$$

鸡蛋的热扩散率为

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{0.5}{1000 \times 3310} = 1.51 \times 10^{-7} (\text{m}^2/\text{s})$$

假设鸡蛋中心达到 80°C 时已进入正规状况阶段。采用式 (8-21) 计算, 对应毕渥数 $Bi=48$ 的第一个特征根为 $\mu_1=3.092$ 。

以下采用式 (8-22) 进行计算, 即

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{80 - 100}{10 - 100} = 0.222$$

$$2 \frac{\sin\mu_1 - \mu_1 \cos\mu_1}{\mu_1 - \cos\mu_1 \sin\mu_1} = 2 \frac{\sin 3.092 - 3.092 \cos 3.092}{3.092 - \cos 3.092 \sin 3.092} = 2.00$$

鸡蛋的中心处 $\eta=r/R=0$, 由于 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, 可得

$$\frac{2.0}{3.092 \times \eta} \sin(3.092 \times \eta) \cdot \exp(-3.092^2 Fo) = 2.0 \times \exp(-3.092^2 Fo) = 0.222$$

解得 $Fo=0.23$, 说明此时非稳态导热确实已进入正规状况阶段。

由 $Fo = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{1.51 \times 10^{-7}}{0.02^2} \tau$, 解得 $\tau=609\text{s}$ 。

鸡蛋的表面处 $\eta=r/R=1$, 此时有

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{2.00}{3.092 \times 1} \sin(3.092 \times 1) \exp(-3.092^2 \times 0.23) = 0.0039$$

$$t_w = \frac{\theta}{\theta_0} \theta_0 + t_\infty = 0.0039 \times (10 - 100) + 100 = 99.65(^\circ\text{C})$$

(2) 利用查诺谟图的方法计算。由 $Bi=48$ 、 $\theta_m/\theta_0=0.22$, 查附图 15-1 得 $Fo=0.2$, 由 $Fo = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{1.51 \times 10^{-7}}{0.02^2} \tau$, 解得 $\tau=530\text{s}$ 。

$Bi=48$ 、 $r/R=1$, 利用附图 15-2 查得, $\theta/\theta_m=0.02$, 则有

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t_w - 100}{10 - 100} = 0.22 \times 0.02 = 0.0044$$

解得 $t_w=99.60^\circ\text{C}$ 。

讨论: ①对于该问题, 由两种方法计算的结果看, 表面处温度相差 0.05°C ; ②对于分析解, 虽然需要特征方程的根, 但若用计算机计算也很方便, 查诺谟图的方法虽然形式简单, 但由于图线较密, 也有不便之处, 且易带来误差。

8.2 半无限大物体的非稳态导热

以上一节所讨论的平壁问题为例,如果仅仅是平壁一侧的换热条件发生改变,平壁足够厚时,在有限的时间范围内物体的温度变化就不会涉及其另外一侧表面,此时可以认为其厚度是无限的,即为“半无限大物体”。半无限大物体并不是一个纯几何概念,它是与物理过程相关的。半无限大物体为许多实际问题提供了有用的理想化物理模型,而且能够通过数学方法得到其分析解。

8.2.1 第一类边界下半无限大物体的分析解

讨论如图 8-3 所示的半无限大物体,初始温度均匀为 t_0 , $x=0$ 的界面温度突然升高到 t_w 并保持不变,材料的导热系数、比热容等均为常数。

该问题的导热微分方程式为

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, 0 < x < \infty \quad (8-24)$$

初始条件为

$$\tau = 0, \theta = t_0 - t_w = \theta_0 \quad (8-25)$$

边界条件为

$$x = 0, \theta = 0 \quad (8-26)$$

式中,过余温度 $\theta = t - t_w$ 。该问题在数学上有多种方法可得到其分析解,在此简单介绍采用变量置换方法的求解过程。

定义一个新的变量 $\eta = x / \sqrt{4a\tau}$, 导热微分方程式 (8-24) 就转换为如下常微分方程的形式,即

$$\frac{d^2 \theta}{d\eta^2} + 2\eta \frac{d\theta}{d\eta} = 0 \quad (a)$$

它的通解为

$$\theta = c_1 \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta + c_2 \quad (b)$$

利用边界条件 (8-26) 得 $c_2 = 0$ 。由初始条件 $\tau = 0, \eta \rightarrow \infty, \theta = \theta_0$, 于是有

$$\theta_0 = c_1 \int_0^\infty e^{-\eta^2} d\eta = c_1 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (c)$$

因此,可得 $c_1 = 2\theta_0 / \sqrt{\pi}$, 于是最终解为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta = \operatorname{erf}(\eta) = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4a\tau}}\right) \quad (8-27)$$

式中, $\operatorname{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta$ 是高斯误差函数,部分误差函数的数值可从附录 18

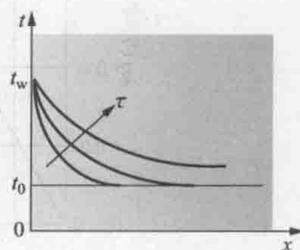


图 8-3 第一类边界下半无限大物体及温度分布示意图

中查取, 图 8-4 所示则是由误差函数绘制的曲线。

由图 8-4 可知, 当 $\eta=2$ 时, $\theta/\theta_0=0.995$, 相当于该 x 处的温度仍保持初始温度 (无量纲过余温度的变化小于 0.5%), 因此, 我们通常可利用平壁的厚度 $\delta \geq 4\sqrt{a\tau}$ 或非稳态的时间 $\tau \leq \delta^2/(16a)$ 来判断是否可利用半无限大物体模型。

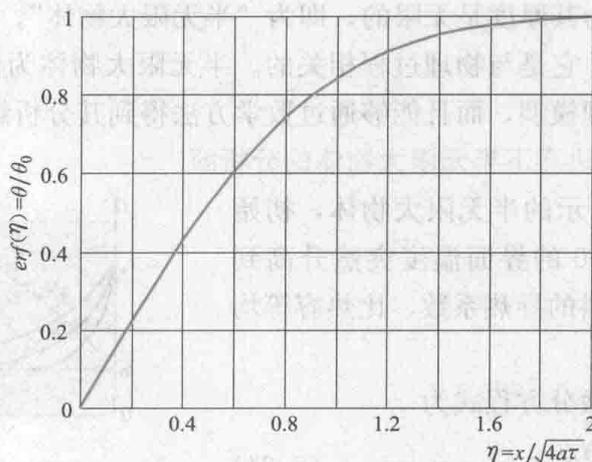


图 8-4 误差函数曲线

根据傅里叶定律, 可以得到通过任意截面 x 处的热流密度为

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = -\lambda \frac{t_w - t_0}{\sqrt{\pi a \tau}} \exp[-x^2/(4a\tau)]$$

$0 \sim \tau$ 时间段内通过表面的总热量为

$$Q = A \int_0^\tau q_{x=0} d\tau = A \int_0^\tau \lambda \frac{t_w - t_0}{\sqrt{\pi a \tau}} d\tau = 2A \sqrt{\tau/\pi} \sqrt{\rho c \lambda} (t_w - t_0) \quad (8-28)$$

式 (8-28) 表明, 在一段时间内的总的导热热量与时间的平方根成正比, 并且还与 $\sqrt{\rho c \lambda}$ 的数值也成正比, 这个综合量被称为吸热系数, 它的大小代表了物体向与其接触的高温物体吸热的能力。

8.2.2 第二类边界下半无限大物体的分析解

如果初始温度均匀为 t_0 的半无限大物体, 突然 $x=0$ 的界面受到恒定热流密度 q_w 的加热 (或冷却), 其分析解可表示为

$$t - t_0 = \frac{2q_w \sqrt{a\tau/\pi}}{\lambda} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) - \frac{q_w x}{\lambda} \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \quad (8-29)$$

式中, $\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) = 1 - \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)$ 称为高斯余误差函数。

8.2.3 第三类边界下半无限大物体的分析解

如果初始温度均匀为 t_0 的半无限大物体, 突然 $x=0$ 的界面受到流体的加热或冷却, 流体温度 t_∞ 和表面传热系数 h 恒定不变, 其分析解可表示为

$$\frac{t-t_0}{t_\infty-t_0} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) - \exp\left(\frac{hx}{\lambda} + \frac{h^2 a\tau}{\lambda^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{h\sqrt{a\tau}}{\lambda}\right) \quad (8-30)$$

例题 8-2 某金属加工工艺中,需要对一块厚钢板快速冷却。已知钢板的初始温度为 300°C ,现在其一表面上喷射冷水使之冷却,冷水的温度为 25°C ,射流水与表面对流传热的表面传热系数很大,见图 8-5。已知钢板的物性参数如下: $\rho=7800\text{kg}/\text{m}^3$, $\lambda=50\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $c=480\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 。试计算要使距离表面 25mm 的位置处温度达到 50°C 需要的时间。

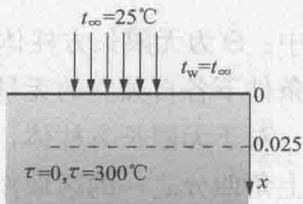


图 8-5 例题 8-2 附图

题解:

分析: ①由于钢板较厚,单面冷却,符合半无限大物体的概念;②射流水与表面对流传热的表面传热系数很大,因此认为是第一类边界,表面温度等于流体温度。

计算: 钢板的热扩散率为

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{50}{7800 \times 480} = 1.34 \times 10^{-5} (\text{m}^2/\text{s})$$

可利用式 (8-27) 求得所需时间,即

$$\frac{t-t_w}{t_0-t_w} = \frac{50-25}{300-25} = 0.0909 = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4a\tau}}\right)$$

查附录误差函数表得 $\frac{x}{\sqrt{4a\tau}} = 0.08$, 则有

$$\tau = \left(\frac{x}{0.08}\right)^2 / (4a) = \left(\frac{0.025}{0.08}\right)^2 / (4 \times 1.34 \times 10^{-5}) = 1822 (\text{s})$$

讨论: 在 1822s 对应的 $4\sqrt{a\tau}$ 值为 0.625m , 因此若该钢板的实际厚度大于此值,使用半无限大物体模型就是合理的。

8.3 特定几何形状物体的多维非稳态导热

对于二维和三维的非稳态导热问题,如果描述问题的导热微分方程和定解条件是线性、齐次的,则这种多维非稳态导热问题也能像一维问题那样采用分离变量法进行求解,只是求解过程和解的形式也都更为复杂。但是,对于无限长方柱体、短圆柱和长方体等特定几何形状的多维问题,其分析解可以直接利用 8.1 节中平壁、无限长圆柱一维解的组合求得,这种方法称为纽曼法或乘积解法。

8.3.1 无限长方柱体的乘积解

研究一个截面尺寸为 $2\delta_1 \times 2\delta_2$ 的无限长方柱体,如图 8-6 (a) 所示,初始温度为 t_0 ,突然将其放入温度为 t_∞ 并保持不变的流体中,假设平壁表面与流体间对流传热的表面传热系数 h 为常数。

从几何上, 该无限长方柱体可以看作是厚度分别为 $2\delta_1$ 和 $2\delta_2$ 的大平壁垂直相交所构成, 如图 8-6 (b) 所示。

根据纽曼法则可得

$$\Theta = \frac{\theta(x, y, \tau)}{\theta_0} = \Theta_X(x, \tau) \cdot \Theta_Y(y, \tau) \quad (8-31)$$

式中: Θ 为无限长方柱体中无量纲过余温度; Θ_X 和 Θ_Y 分别为两块大平壁在相同的条件下各自独立的无量纲过余温度分布。下面对此做简单证明。

对于无限长方柱体, 根据截面温度场的对称性特点, 可取如图 8-6 (c) 所示右上角四分之一的区域作为研究对象, 因此, 该问题的数学描述为

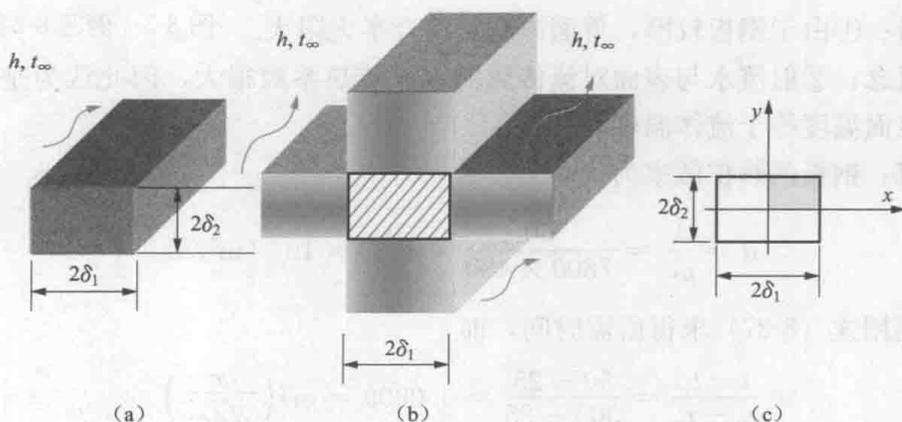


图 8-6 无限长方柱体示意图

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \right) \quad (8-32)$$

$$\tau = 0, \quad \Theta = 1 \quad (8-33)$$

$$x = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0 \quad (8-34a)$$

$$x = \delta_1, \quad -\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x} = h\Theta \quad (8-34b)$$

$$y = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial y} = 0 \quad (8-34c)$$

$$y = \delta_2, \quad -\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial y} = h\Theta \quad (8-34d)$$

相对于厚度为 $2\delta_1$ 的大平壁, 数学描述为

$$\frac{\partial \Theta_X}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \Theta_X}{\partial x^2} \quad (0 < x < \delta_1, \tau > 0) \quad (8-35)$$

$$\tau = 0, \quad \Theta_X = 1 \quad (0 \leq x \leq \delta_1) \quad (8-36)$$

$$x = 0, \quad \frac{\partial \Theta_X}{\partial x} = 0 \quad (\tau > 0) \quad (8-37a)$$

$$x = \delta_1, \quad -\lambda \frac{\partial \Theta_x}{\partial x} = h\Theta_x (\tau > 0) \quad (8-37b)$$

相对于厚度为 $2\delta_1$ 的大平壁, 数学描述为

$$\frac{\partial \Theta_y}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \Theta_y}{\partial y^2} (0 < y < \delta_2, \tau > 0) \quad (8-38)$$

$$\tau = 0, \quad \Theta_y = 1 (0 \leq x \leq \delta_2) \quad (8-39)$$

$$y = 0, \quad \frac{\partial \Theta_y}{\partial y} = 0 (\tau > 0) \quad (8-40a)$$

$$y = \delta_2, \quad -\lambda \frac{\partial \Theta_y}{\partial y} = h\Theta_y (\tau > 0) \quad (8-40b)$$

若式 (8-31) 同时满足式 (8-32)~式 (8-34), 就能证明乘积解成立。在此仅证明其满足导热微分方程式 (8-32)。

将式 (8-31) 代入式 (8-32) 左端, 并利用式 (8-35) 和式 (8-38) 可得

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \Theta_x \frac{\partial \Theta_y}{\partial \tau} + \Theta_y \frac{\partial \Theta_x}{\partial \tau} = \Theta_x \left(a \frac{\partial^2 \Theta_y}{\partial y^2} \right) + \Theta_y \left(a \frac{\partial^2 \Theta_x}{\partial x^2} \right) \quad (a)$$

将式 (8-31) 代入式 (8-32) 右端得

$$a \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \right) = a\Theta_y \frac{\partial^2 \Theta_x}{\partial x^2} + a\Theta_x \frac{\partial^2 \Theta_y}{\partial y^2} \quad (b)$$

结合式 (8-35) 与式 (8-38), 并比较 (a) 和 (b) 两式, 可证明式 (8-31) 是式 (8-32) 的解。

8.3.2 长方体和短圆柱的乘积解

对于如图 8-7 (a) 所示的长方体, 可以看作是三块大平壁垂直相交而得到的; 图 8-7 (b) 所示的短圆柱体则可以看作是一块大平壁与无限长圆柱垂直相交而得到的。

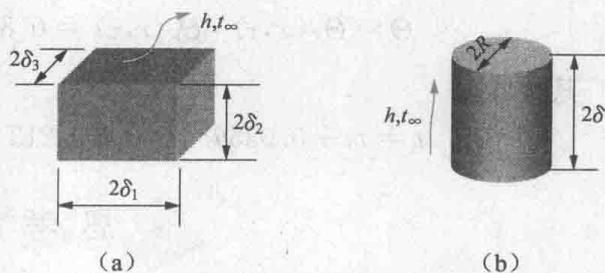


图 8-7 长方体和短圆柱体示意图

(a) 长方体; (b) 短圆柱体

对于表面均为第三类边界条件的非稳态导热问题, 根据纽曼法则, 它们的解可分别表示为

$$\text{长方体: } \Theta = \frac{\theta(x, y, z, \tau)}{\theta_0} = \Theta_x(x, \tau)\Theta_y(y, \tau)\Theta_z(z, \tau) \quad (8-41)$$

$$\text{短圆柱体: } \Theta = \frac{\theta(x, r, \tau)}{\theta_0} = \Theta_x(x, \tau)\Theta_R(r, \tau) \quad (8-42)$$

例题 8-3 一块肉质食品可看作直径为 30mm、长 50mm 的柱状体, 刚从冰箱中取出时其温度为 5°C , 现放入温度为 80°C (加热过程中温度不变) 的热水中进

行加热。已知加热过程的表面传热系数为 $100\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 且不变化, 食品的物性参数如下: $\rho=1030\text{kg}/\text{m}^3$, $\lambda=0.5\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $c=3480\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $a=1.4 \times 10^{-7}\text{m}^2/\text{s}$ 。试计算 15min 后该食品中心的温度。

题解:

计算: 该问题属于短圆柱体的非稳态导热, 可利用式 (8-42) 进行计算。

(1) 对应平壁的计算, 平壁的厚度为 50mm, 所以, $\delta=0.025\text{m}$ 。则毕渥数为

$$Bi = \frac{h\delta}{\lambda} = \frac{100 \times 0.025}{0.5} = 5$$

在 15min 时, 相应的傅里叶数为

$$Fo = \frac{a\tau}{\delta^2} = \frac{1.47 \times 10^{-7} \times 900}{0.025^2} = 0.208$$

查附图 13-1 可得此时平壁中心的无量纲过余温度为 0.85。

(2) 对应长圆柱的计算, 圆柱的直径为 30mm, 所以, $R=0.015$, 则毕渥数为

$$Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{100 \times 0.015}{0.5} = 3$$

在 15min 时, 相应的傅里叶数为

$$Fo = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{1.47 \times 10^{-7} \times 900}{0.015^2} = 0.56$$

查附图 14-1 可得此时圆柱中心的无量纲过余温度为 0.25。

(3) 利用式 (8-42) 得该食品中心在 15min 时, 其无量纲过余温度为

$$\Theta = \Theta_x(x, \tau) \cdot \Theta_R(r, \tau) = 0.85 \times 0.25 = 0.213$$

其温度为

$$t = t_0 + 0.035\theta_0 = 80 + 0.213 \times (5 - 80) = 64^\circ\text{C}$$

思考题

8-1 以第三类边界下的平壁非稳态导热为例, 说明毕渥数 Bi 对非稳态导热体内部温度场的影响。

8-2 什么是非稳态导热的正规状况阶段和非正规状况阶段?

8-3 有人认为 $Fo < 0.2$ 时不能用诺谟图求解非稳态导热问题, 是因为不好查, 你的看法如何?

8-4 在诺谟图 (以平壁为例) 中, 中心处无量纲过余温度随 Fo 几乎按直线规律变化, 试说明为什么。

8-5 什么叫做半无限大物体? 稳态导热中是否有半无限大物体的概念? 什么条件下可以把有限厚度的大平壁理想化成半无限大?

8-6 冬季, 同样温度的铁块和木材, 用手摸上去感觉不一样, 为什么?

习 题

8-1 一根长度为 l 的金属棒, 初始温度均匀为 t_0 , 此后使其两端分别维持在恒定的温度 t_1 ($x=0$) 和 t_2 ($x=l$), 并且 $t_2 > t_1 > t_0$, 金属棒的四周绝热。画出初始状态和最后稳定以及中间两个时刻金属棒内的温度分布曲线。

8-2 作为一种估算, 可以对汽轮机启动过程中汽缸壁的升温过程做近似分析: 把汽缸壁看成是一维的平壁, 启动前汽缸壁温度均匀并为 t_0 , 进入汽轮机的蒸汽温度与时间成线性关系, 即 $t_1 = t_0 + \omega\tau$, 其中 ω 为蒸汽升温速率, 汽缸壁与蒸汽间的表面传热系数 h 为常数, 汽缸壁外表面绝热良好。试对这一简化模型列出汽缸壁中温度的数学表达式。

8-3 汽轮机在启动一段时间后, 如果蒸汽速度保持匀速上升, 则汽缸壁中的温度变化会达到或接近这样的工况: 壁中各点的温度对时间的偏导数既不随时间而异, 又不随地点而变 (称准稳态工况)。试对准稳态工况导出汽缸壁中最大温差的计算公式。

8-4 有两块同样材料的平板 A 和 B, A 的厚度是 B 的两倍, 从同一高温炉中取出后置于冷流体中淬火, 流体与各表面的表面传热系数可视为无穷大。已知板 B 中心面的过余温度下降到初始值的一半需要 20min, 问板 A 中心面达到同样的过余温度需要多长时间?

8-5 某一瞬间, 一无内热源的无限大平板中的温度分布可以表示成 $t_1 = c_1 x^2 + c_2$ 的形式, 其中 c_1 、 c_2 为已知的常数。试确定: ①此时刻在 $x=0$ 的表面处的热流密度; ②此时刻平板平均温度随时间的变化率 (物性已知且为常数)。

8-6 一个长木棒, 其直径为 5cm, 初始温度均匀为 20°C 。现突然放入温度为 500°C 的热空气中。若已知木棒的导热系数为 $0.15\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 热扩散率为 $1.3 \times 10^{-7}\text{m}^2/\text{s}$, 木棒与环境的复合传热系数为 $12\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 且保持不变, 木材的着火温度为 240°C , 试计算该木棒多长时间能够点燃。

8-7 在太阳能集热器中采用直径为 100mm 的鹅卵石作为储存热量的媒介, 其初始温度为 20°C 。从太阳能集热器中引来 70°C 的热空气通过鹅卵石, 空气与鹅卵石之间的表面传热系数为 $10\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。试问 3h 后鹅卵石的中心温度为多少? 每千克鹅卵石的储热量是多少? 已知鹅卵石的导热系数为 $2.2\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 热扩散率为 $11.3 \times 10^{-7}\text{m}^2/\text{s}$, 比热容为 $780\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, 密度为 $2500\text{kg}/\text{m}^3$ 。

8-8 一种测量导热系数的瞬态法是依据半无限大物体的导热理论设计的。有一块很厚的材料, 初温为 30°C , 然后其一侧表面突然与温度为 100°C 的沸水相接触。在离开该表面 10mm 处由热电偶测得 2min 后该处的温度为 65°C 。已知材料的密度为 $2200\text{kg}/\text{m}^3$, 比热容为 $780\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, 试计算该材料的导热系数。

8-9 医学实验表明: 人体组织的温度高于 48°C 的时间不能超过 10s, 否则该组织内的细胞就会死亡。今有一劳动保护部门需要获得这样的资料, 即人体表面接触到 60 、 70 、 80 、 90 、 100°C 的热表面后, 皮肤下烧伤程度随时间而变化的情况。人体组织物性取 37°C 水的数值, 计算的最大时间为 5min, 假设一接触到热表面, 人体表面温度就上升到了热表面的温度。

8-10 对一个高温金属件的冷却过程进行分析和计算。金属件为平板，高 2m，宽 2m，厚 0.3m，金属材料为铬钢 $W_{Cr}=17\%$ 。金属件初始温度均匀为 330°C ，将其竖直放入室内进行冷却，室内空气及墙壁温度均为 30°C ，金属件表面发射率取 0.7，以此计算的整个冷却过程表面的复合传热系数平均为 $14\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试用分析解法计算 1h 后金属件的内部温度分布。

8-11 若习题 8-10 中的金属件为直径为 0.3m 的长圆柱，其他条件不变。试用分析解法计算 1h 后金属件的内部温度分布。

8-12 若习题 8-10 中的金属件为直径为 0.3m 的圆球，其他条件不变。试用分析解法计算 1h 后金属件的内部温度分布。

第9章 导热问题的数值解法

前面对导热问题的求解主要采用了分析解法。分析解法的优点是求解过程所依据的数学分析比较严谨，物理概念和逻辑推理比较清晰，求解结果以函数的形式表示，能清楚地显示各种因素对温度分布的影响。分析解的缺点也很明显，只有对几何形状规则、边界条件相对简单等情况才适用。随着计算机应用的普及，数值解法已越来越成为很多科学和技术领域的重要研究手段。同样，数值解法也是求解复杂传热问题的强有力工具。有关传热问题的数值解法包括：有限差分法、有限元法、控制容积法和边界元法等。本章主要介绍物理概念明确、方法简单的有限差分法。其内容包括：导热问题数值求解的基本方法、稳态和非稳态导热问题数值求解的实例分析。

9.1 有限差分法的基本原理

9.1.1 有限差分法的基本特点和基本步骤

数值解的基本思想是把原来在空间与时间域内连续的物理量场用有限个离散点上的值的集合来代替。有限差分法是最早使用的数值计算方法，其基本特点是：求解区域的离散点是用与坐标轴垂直或平行的一系列网格线的交点所组成的，这些离散点称为网格的节点；在每个节点上，将控制方程中每一个导数项用差分表达式来代替，从而形成该节点的代数方程式（也称为节点的离散方程式或差分方程式）。利用有限差分法求解导热问题的基本步骤如下：

- (1) 对实际问题进行分析，建立合理的物理模型。
- (2) 给出完整的数学模型。
- (3) 对求解的空间和时间（仅对非稳态问题）区域进行离散。
- (4) 建立节点的离散方程式。
- (5) 求解所形成的代数方程组，获得所需的数值解。

以上基本步骤中前两项与分析解中的情况一致，接下来重点对区域离散化、节点代数方程式的建立和代数方程组求解三个环节进行介绍。

9.1.2 计算区域的离散化

1. 空间区域的离散

空间区域的离散就是将求解的空间区域划分成若干个互不重叠的子区域，并确定子区域中节点的位置及所代表的控制容积。区域离散结束后，形成下列5个几何要素：

- (1) 节点。需要求解物理量的几何位置。
- (2) 控制容积。节点所代表的空间区域。
- (3) 界面。各个控制容积的界面。
- (4) 网格线。通过节点，垂直于坐标轴的平行线组。

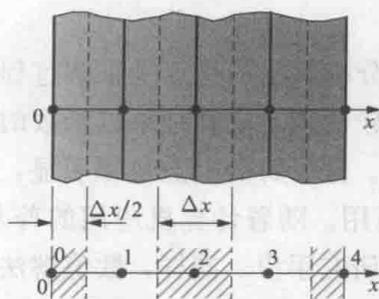


图 9-1 平壁导热的空间区域离散

1~3节点属于内部节点，其代表的控制容积是 $A\Delta x$ 。图中的虚线表示控制容积的界面。节点的温度通常用类似 t_m 的形式表示， m 为具体节点的位置。

图 9-2 所示为对一个矩形区域的离散。图中标号 m 、 n 分别表示节点在 x 和 y 坐标方向上的位置。 x 方向上的空间步长为 Δx ， y 方向上的空间步长为 Δy 。若垂直纸面方向取单位长度，则每个内部节点所代表的控制容积是 $\Delta x\Delta y$ ，上、下边界上的节点代表的控制容积为 $\Delta x(\Delta y/2)$ ，左、右边界上节点的控制容积则为 $(\Delta x/2)\Delta y$ ，4 个角部的节点代表的控制容积为 $(\Delta x/2)(\Delta y/2)$ 。节点的温度通常用 $t_{m,n}$ 的形式表示。

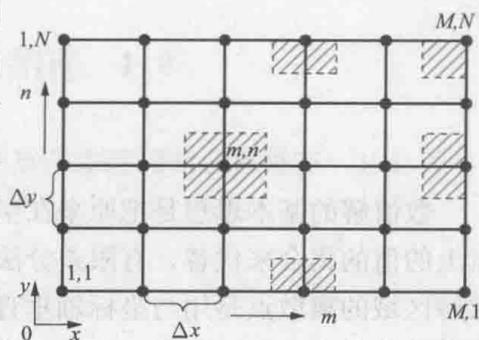


图 9-2 矩形导热体空间区域的离散

2. 时间区域的离散

对于非稳态导热，还要将时间区域离散化。对于如图 9-2 所示的二维区域，

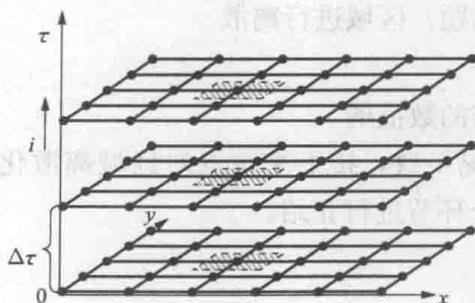


图 9-3 非稳态导热时间区域的离散示意图

在非稳态情况下，其空间和时间的离散可用图 9-3 表示。时间步长常用 $\Delta\tau$ 表示， i 表示时间坐标上节点的位置。对应空间区域上节点 (m, n) 在 i 时刻的温度可用 $t_{m,n}^i$ 表示。

9.1.3 节点离散方程的建立方法

导热问题中主要涉及一阶和二阶导数项，在有限差分法中可以通过泰勒级数展开法和热平衡法将其转化成差分的表达式。下面分别介绍。

1. 泰勒级数展开法

以稳态的一维问题为例,若温度 t 仅为 x 的连续函数,如图 9-4 所示。在 m 点对应的温度是 t_m ,在与 m 点相距 Δx 的右侧 $m+1$ 点处对应的温度为 t_{m+1} ,将 $m+1$ 点温度对 m 点温度做泰勒级数展开,得

$$t_{m+1} = t_m + \left. \frac{dt}{dx} \right|_m (\Delta x) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 t}{dx^2} \right|_m (\Delta x)^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 t}{dx^3} \right|_m (\Delta x)^3 + \dots \quad (9-1)$$

略去式 (9-1) 中二阶及以上的导数项并整理,得

$$\left. \frac{dt}{dx} \right|_m = \frac{t_{m+1} - t_m}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (9-1a)$$

式中: $O(\Delta x)$ 为截断误差,括号内的 Δx 表示其精度与 Δx 的数量级相一致,这种精度称为一阶精度。

因此得到 m 点处一阶导数的差分表达式为

$$\left. \frac{dt}{dx} \right|_m \approx \frac{t_{m+1} - t_m}{\Delta x} \quad (9-1b)$$

由于 $m+1$ 点位于相对于 m 点在坐标方向的前一点,所以 (9-1b) 的差分格式被称为一阶导数的向前差分格式。

将 $m-1$ 点温度对 m 点温度做泰勒级数展开,得

$$t_{m-1} = t_m + \left. \frac{dt}{dx} \right|_m (-\Delta x) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 t}{dx^2} \right|_m (-\Delta x)^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 t}{dx^3} \right|_m (-\Delta x)^3 + \dots \quad (9-2)$$

同样略去式 (9-2) 中二阶及以上的导数项,可得

$$\left. \frac{dt}{dx} \right|_m \approx \frac{t_m - t_{m-1}}{\Delta x} \quad (9-2a)$$

式 (9-2a) 的差分表达式同样是一阶精度,在沿坐标方向上, $m-1$ 点位于 m 点的后面,所以 (9-2a) 被称为一阶导数的向后差分格式。

略去式 (9-1) 和式 (9-2) 中三阶及以上的导数项并相减,可得

$$\left. \frac{dt}{dx} \right|_m \approx \frac{t_{m+1} - t_{m-1}}{2\Delta x} \quad (9-3)$$

式 (9-3) 的差分表达式具有二阶精度, m 点位于 $m-1$ 点和 $m+1$ 点的中心,故式 (9-3) 被称为一阶导数的中心差分格式。

以上是一阶导数的三种常见差分格式。若用式 (9-1) 和式 (9-2) 相加,并略去四阶及以上的导数项,可得 m 点处二阶导数的差分表达式为

$$\left. \frac{d^2 t}{dx^2} \right|_m \approx \frac{t_{m+1} - 2t_m + t_{m-1}}{(\Delta x)^2} \quad (9-4)$$

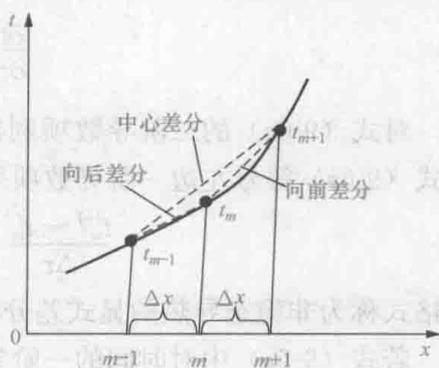


图 9-4 连续函数的差分表示

式(9-4)的差分表达式具有二阶精度,为二阶导数的中心差分格式。

以图9-1所示平壁导热为例,若问题属于常物性无内热源的稳态导热,将导热微分方程应用于任意内部节点 m 处有

$$\left. \frac{d^2 t}{dx^2} \right|_m = 0 \quad (9-5a)$$

利用式(9-4),可得节点 m 的离散方程为

$$t_m = (t_{m-1} + t_{m+1})/2 \quad (9-5b)$$

如果图9-1中的平壁导热问题属于非稳态的情况,现确定任意内部节点 m 在 i 时刻的离散方程式,利用导热微分方程式得

$$\left. \frac{\partial t}{\partial \tau} \right|_m^i = a \left. \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right|_m^i \quad (9-6a)$$

对式(9-6a)的二阶导数项利用式(9-4)的中心差分,且都用 i 时刻的值,对式(9-6a)等号左边一阶导数项采用向前差分格式,则得

$$\frac{t_m^{i+1} - t_m^i}{\Delta \tau} = a \frac{t_{m+1}^i - 2t_m^i + t_{m-1}^i}{(\Delta x)^2} \quad (9-6b)$$

该格式称为非稳态导热的显式差分格式。

若式(9-6a)中对时间的一阶导数项采用向后的差分格式,则得

$$\frac{t_m^i - t_m^{i-1}}{\Delta \tau} = a \frac{t_{m+1}^i - 2t_m^i + t_{m-1}^i}{(\Delta x)^2} \quad (9-6c)$$

该格式称为非稳态导热的隐式差分格式。

2. 热平衡法

热平衡法的思想是把每个节点所代表的控制容积当作一个集总体,依据能量守恒关系,可得到该节点与附近节点温度间的关系式。

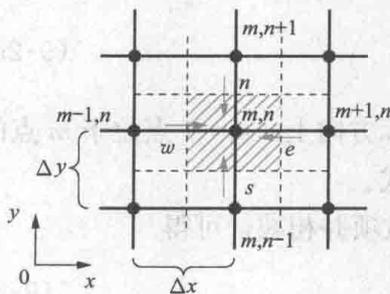


图9-5 二维区域内节点离散方程的建立

下面以图9-2所示的矩形区域的导热问题为例,假设导热为稳态,有均匀的内热源。取任意内部节点 (m, n) 作为研究对象,如图9-5所示。其相邻的4个节点分别为 $(m+1, n)$ 、 $(m-1, n)$ 、 $(m, n+1)$ 和 $(m, n-1)$ 。 (m, n) 点控制容积的4个界面分别用 e 、 w 、 n 、 s 表示,利用式(1-6)有

$$\frac{dU}{d\tau} = \Phi_{in} - \Phi_{out} + V\dot{\Phi}$$

在稳态情况下 $dU/d\tau=0$,4个界面均有导热,节点 $(m-1, n)$ 代表的区域通过界面 w 传向 (m, n) 节点的热流量为

$$\Phi_w = \lambda(\Delta y \cdot 1) \frac{t_{m-1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} \quad (a)$$

类似地可以写出通过界面 e 、 n 、 s 传递给 (m, n) 节点的热流量 Φ_e 、 Φ_n 、 Φ_s 。因此通过界面总进入的热流量为

$$\Phi_m = \Phi_e + \Phi_w + \Phi_n + \Phi_s \quad (\text{b})$$

节点 (m, n) 所代表的控制容积为 $V = \Delta x \Delta y \cdot 1$ ，利用能量守恒关系式得节点 (m, n) 的离散方程为

$$\lambda \Delta y \frac{t_{m-1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} + \lambda \Delta y \frac{t_{m+1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} + \lambda \Delta x \frac{t_{m,n+1} - t_{m,n}}{\Delta y} + \lambda \Delta x \frac{t_{m,n-1} - t_{m,n}}{\Delta y} + (\Delta x \Delta y) \dot{\Phi} = 0 \quad (9-7)$$

若 $\Delta x = \Delta y$ ，对式 (9-7) 化简，并写成有关 $t_{m,n}$ 的显函数的形式，得

$$t_{m,n} = \frac{1}{4}(t_{m-1,n} + t_{m+1,n} + t_{m,n-1} + t_{m,n+1}) + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} \quad (9-7a)$$

对于边界节点，建立其离散方程的方法和内部节点一致，区别在于：①节点代表的控制容积不同；②通过边界的热量传递可能是导热、对流传热、辐射传热或多种形式共存。

下面仍以图 9-2 所示的矩形区域的导热问题为例，假设导热属于稳态，有均匀的内热源，上边界为绝热，右侧边界为第三类边界条件。现取右上角边界节点 (M, N) 作为研究对象，如图 9-6 所示。

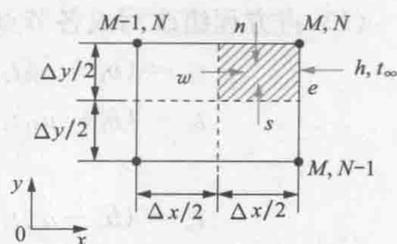


图 9-6 角部节点离散方程的建立

由于上边界绝热，所以 $\Phi_n = 0$ ，右侧边界为第三类边界条件，可得 $\Phi_e = h(\Delta y/2)(t_{\infty} - t_{M,N})$ ，仿照 (a) 式可写出通过 w 、 s 界面传递给 $(M,$

$N)$ 节点的热流量。此时节点 (M, N) 所代表的控制容积为 $V = (\Delta x \Delta y)/4$ ，利用式 (9-7) 得角部节点 (M, N) 的离散方程为

$$\lambda \frac{\Delta y}{2} \frac{t_{M-1,N} - t_{M,N}}{\Delta x} + h \frac{\Delta y}{2} (t_{\infty} - t_{M,N}) + \lambda \frac{\Delta x}{2} \frac{t_{M,N-1} - t_{M,N}}{\Delta y} + \frac{\Delta x \Delta y}{4} \dot{\Phi} = 0 \quad (9-8)$$

若问题属于非稳态导热，通过边界进出控制容积能量计算中用到的节点温度可统一采用 i 时刻的值，节点 (m, n) 所代表的控制容积可以看作是一个集总体，其热力学能变化率为

$$\frac{dU}{d\tau} = \rho c V \frac{\partial t}{\partial \tau} = \rho c \Delta x \Delta y \frac{t_{m,n}^{i+1} - t_{m,n}^i}{\Delta \tau} \quad (9-9a)$$

则得到的是显示差分格式的离散方程。若热力学能变化率为

$$\frac{dU}{d\tau} = \rho c V \frac{\partial t}{\partial \tau} = \rho c \Delta x \Delta y \frac{t_{m,n}^i - t_{m,n}^{i-1}}{\Delta \tau} \quad (9-9b)$$

则得到的是隐式差分格式的离散方程。

9.1.4 求解代数方程组的迭代法

以稳态导热问题为例,若空间区域离散化后产生 n 个节点,每个节点都可以建立一个离散方程式,从而就形成一个有 n 个代数方程式的方程组。代数方程组的求解可以采用直接解法和迭代解法两类。直接解法(如矩阵求逆、高斯消元法)可以通过有限次运算得到计算结果,它一般适用于方程个数较少的情况。迭代法的思想是首先假定一组数据作为方程组的解,将其代入方程组进行反复计算,直到各解的误差都达到要求,即认为计算结果就是所求方程组的解。迭代又有不同的方法,下面介绍雅可比(Jacobi)迭代和高斯—赛德尔(Gauss-Seidel)迭代法。

1. 雅可比迭代

设有一个 n 元的代数方程组,其形式如下,即

$$\left. \begin{aligned} a_{11}t_1 + a_{12}t_2 + \cdots + a_{1j}t_j + \cdots + a_{1n}t_n &= b_1 \\ a_{21}t_1 + a_{22}t_2 + \cdots + a_{2j}t_j + \cdots + a_{2n}t_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}t_1 + a_{n2}t_2 + \cdots + a_{nj}t_j + \cdots + a_{nn}t_n &= b_n \end{aligned} \right\} \quad (9-10)$$

雅可比迭代是最基本的一种迭代方法,其步骤如下。

(1) 将方程组改写成各节点温度值显函数的形式

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= (b_1 - a_{12}t_2 - \cdots - a_{1j}t_j - \cdots - a_{1n}t_n)/a_{11} \\ t_2 &= (b_2 - a_{21}t_1 - \cdots - a_{2j}t_j - \cdots - a_{2n}t_n)/a_{22} \\ &\vdots \\ t_n &= (b_n - a_{n1}t_1 - \cdots - a_{nj}t_j - \cdots - a_{nn}t_n)/a_{nn} \end{aligned} \right\} \quad (9-11)$$

(2) 先假定各节点的温度值(应尽可能合理),记为 $t_1^{(0)}, t_2^{(0)}, \dots, t_n^{(0)}$ 。

(3) 将 $t_1^{(0)}, t_2^{(0)}, \dots, t_n^{(0)}$ 代入方程(9-11),求得第一次迭代后的解 $t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, \dots, t_n^{(1)}$ 。并重复该迭代过程。

(4) 每次迭代计算完成后,需计算各个节点前后两次计算值的误差,若最大的偏差小于预定的允许误差则认为计算结束,即

$$\max |t_i^{(k)} - t_i^{(k+1)}| \leq \epsilon \quad (9-12a)$$

或

$$\max \left| \frac{t_i^{(k)} - t_i^{(k+1)}}{t_i^{(k)}} \right| \leq \epsilon \quad (9-12b)$$

或

$$\max \left| \frac{t_i^{(k)} - t_i^{(k+1)}}{t_{\max}^{(k)}} \right| \leq \epsilon \quad (9-12c)$$

式中:上角标 $k, k+1$ 为迭代次数; $t_{\max}^{(k)}$ 为第 k 次计算区域中的最大值。

一般采用相对偏差小于规定值的判据比较合理,但当计算区域有接近于 0 的温度值时,宜采用式(9-12c)。一般情况下,允许的相对偏差 ϵ 在 $10^{-3} \sim 10^{-6}$ 之间较理想。

2. 高斯—赛德尔(G-S)迭代

高斯—赛德尔迭代是对雅可比迭代的一种改进方法,其计算过程与雅可比迭

代是一致的,区别是在每一次迭代的计算中,任何节点只要有新值便立刻取代旧值。例如,在进行第一次迭代过程第3个节点 $t_3^{(1)}$ 的计算时,要用到 t_1 和 t_2 两节点的值,此时这两点已完成第一次迭代,已有 $t_1^{(1)}$ 和 $t_2^{(1)}$,因此使用这两个新值来进行计算。

高斯—赛德尔迭代可以比雅可比迭代以更快的速度得到所要求的数值解。

9.1.5 非稳态导热问题离散方程的求解

对于已知初始温度场的非稳态导热问题,需要按照时间坐标,从 $i=1, 2, \dots$,直至计算到所要求的时间。根据前面的介绍,非稳态导热问题的离散方程有显式格式和隐式格式两种,求解过程有明显的区别,下面分别介绍。

1. 显式格式的离散方程求解

对于显式格式的离散方程,以式(9-6b)为例,可整理成如下的形式,即

$$t_m^{i+1} = (1 - 2Fo)t_m^i + Fo(t_{m+1}^i + t_{m-1}^i) \quad (9-13)$$

式中: $Fo = \frac{a\Delta\tau}{(\Delta x)^2}$ 称为网格傅里叶数。

从式(9-13)可以看出,计算节点 m 在 $i+1$ 时刻的值用到的是节点 m 及相邻节点在 i 时刻的值,不需要联立求解方程组,仅进行代数运算即可,方法简单。但是在使用显式格式的离散方程时,对空间和时间步长则有严格的限制。以式(9-13)的离散方程为例,要求式中 t_m^i 前的系数应该不小于零,即 $1 - 2Fo \geq 0$,也可写为

$$Fo = \frac{a\Delta\tau}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (9-14)$$

式(9-12)也被称为显式格式离散方程的稳定性条件。其原因可解释为:节点 m 在 i 时刻的温度越高,则下一个时刻该点的温度也越高。相反,节点 m 在 i 时刻的温度越低,则下一个时刻该点的温度也越低。但是,若 t_m^i 前的系数小于零则违反上述物理过程。因此,在利用显式差分格式的离散方程进行求解时,应保证各个节点的离散方程都满足其稳定性条件。

2. 隐式格式的离散方程求解

以式(9-6c)隐式格式的离散方程为例,整理后可变成如下的形式,即

$$(1 - 2Fo)t_m^i - Fo(t_{m+1}^i + t_{m-1}^i) = t_m^{i-1} \quad (9-15)$$

式(9-15)中,计算节点 m 在 i 时刻的值时,用到的其相邻节点的值也是未知的,必须将 i 时刻各个节点的离散方程联立起来进行求解。因此,在各个时刻都需要求解方程组,求解过程相对复杂,但隐式格式的离散方程没有稳定性条件限制,在采用计算机编程的计算中反而被更多地采用。

9.2 导热数值解法的实例分析

上一节介绍了采用有限差分法进行数值计算的主要思想、基本步骤及进行区域离散、建立节点离散方程和求解方程组的迭代法。本节将通过几个实例对导热

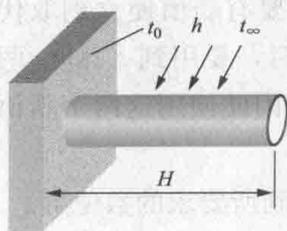


图 9-7 例题 9-1 附图

问题数值求解方法进行进一步说明。

例题 9-1 在某平表面上有一伸出的圆杆,如图 9-7 所示。已知圆杆的直径 $d=0.02\text{m}$, 长度 $H=0.3\text{m}$, 材料的导热系数 $\lambda=30\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 它与平面的接触处温度 $t_0=100^\circ\text{C}$, 另一端绝热, 周围的环境温度 $t_\infty=20^\circ\text{C}$, 圆杆表面复合传热系数 $h=10\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。现采用数值解法求解沿圆杆长度方向的温度分布(按一维问题处理)。

分析: 该问题和 7.3 节所分析的等截面直肋情况一致, 因此, 其物理模型为: 直角坐标系中一维稳态有内热源的问题, 一侧为第一类边界, 另一侧为第二类边界。其数学模型为

分析: 该问题和 7.3 节所分析的等截面直肋情况一致, 因此, 其物理模型为: 直角坐标系中一维稳态有内热源的问题, 一侧为第一类边界, 另一侧为第二类边界。其数学模型为

$$\begin{cases} \frac{d^2 t}{dx^2} - m^2(t - t_\infty) = 0 \\ x = 0, \quad t = t_0 \\ x = H, \quad \frac{dt}{dx} = 0 \end{cases}$$

式中: $m^2 = hP/(\lambda A_c)$; A_c 为圆杆的横截面积; P 为圆杆的横截面周长。

数值求解:

(1) 进行区域离散。如图 9-8 所示, 取空间步长为 $\Delta x = H/10 = 0.03\text{m}$, 得到 11 个节点。

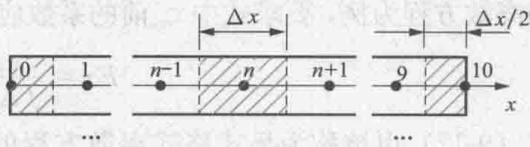


图 9-8 例题 9-1 的空间区域离散

(2) 建立节点的离散方程式。节点 0 温度为已知, 现采用热平衡法列内部节点 (1 到 9) 和右边界节点 10 的离散方程式。

对任意的内节点 n , 对其代表的控制容积 $A_c \Delta x$ 做能量守恒分析得

$$\lambda A_c \frac{t_{n-1} - t_n}{\Delta x} + \lambda A_c \frac{t_{n+1} - t_n}{\Delta x} + hP \Delta x (t_\infty - t_n) = 0$$

进一步整理得

$$t_n = [t_{n-1} + t_{n+1} + m^2 (\Delta x)^2 t_\infty] / [2 + m^2 (\Delta x)^2]$$

对右边界节点 10, 对其代表的控制容积 $A_c \Delta x / 2$ 做能量守恒分析得

$$\lambda A_c \frac{t_9 - t_{10}}{\Delta x} + hP \frac{\Delta x}{2} (t_\infty - t_{10}) = 0$$

进一步整理得

$$t_{10} = [t_9 + m^2 (\Delta x)^2 t_\infty / 2] / [1 + m^2 (\Delta x)^2 / 2]$$

(3) 求解代数方程组。11 个节点的离散方程组成如下的方程组, 即

$$\begin{cases} t_0 = 100 \\ t_n = [t_{n-1} + t_{n+1} + m^2 (\Delta x)^2 t_\infty] / [2 + m^2 (\Delta x)^2] \quad (n = 1, 2, \dots, 9) \\ t_{10} = [t_9 + m^2 (\Delta x)^2 t_\infty / 2] / [1 + m^2 (\Delta x)^2 / 2] \end{cases}$$

$$m^2 = hP/(\lambda A_c) = h \times 4/(\lambda \times d) = 10 \times 4/(30 \times 0.02) = 66.67(\text{m}^{-2})$$

采用高斯—赛德尔迭代法进行求解，利用相对误差 $\epsilon < 0.1\%$ 作为计算的收敛条件，设节点 1~10 的初值为 60°C 。该问题计算量较小，计算的格式规范，因此可采用 Excel 软件计算，表 9-1 所示为迭代次数 $k=50$ 的结果。

表 9-1 例题 9-1 迭代结果 ($k=50$)

迭代次数	节点编号										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	100	60.00	60.00	60.00	60.00	60.00	60.00	60.00	60.00	60.00	60.00
1	100	78.25	67.70	62.57	60.08	58.88	58.29	58.00	57.87	57.80	56.70
2	100	81.99	70.76	64.10	60.28	58.14	56.96	56.32	55.98	55.28	54.25
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
49	100	83.03	69.84	59.61	51.74	45.74	41.26	38.02	35.84	34.57	34.15
50	100	83.03	69.82	59.59	51.72	45.72	41.23	38.00	35.81	34.54	34.12

(4) 对计算结果的分析 and 讨论。在上面的条件下，数值计算的结果与分析解最大误差小于 0.15% ，增加迭代次数，误差可以进一步降低；改变节点的初值，会影响迭代的次数，但对结果值影响不大；若增加节点的数目，可以提高数值计算的精确度，但数目到一定程度后，其影响将非常小。

例题 9-2 一个正方形截面的柱体，在垂直纸面方向上无限长，如图 9-9 所示。 $a=b=1\text{m}$ ，物体内部无内热源，导热系数 $\lambda=10\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。柱体左、右两个表面及上表面温度均为 $t_1=100^\circ\text{C}$ ，与下表面接触的气流温度 $t_\infty=20^\circ\text{C}$ ，表面传热系数 $h=10\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，现用数值解法求解截面内的温度分布。

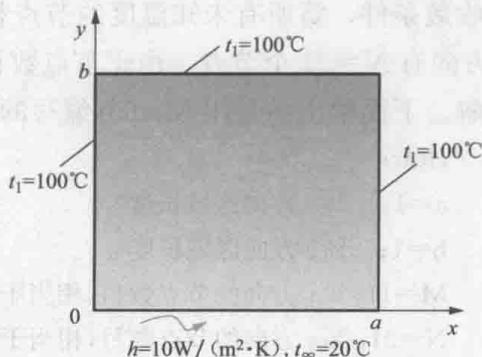


图 9-9 例题 9-2 附图

分析：该问题的物理模型为直角坐标系中二维、稳态、常物性的导热问题，三个边界为第一类边界条件，一个边界为第三类边界条件。

在此略去该问题的数学模型。

数值求解：

(1) 进行区域离散。由于计算的区域为正方形，因此可采用如图 9-2 所示的形式进行离散。 x 方向上有 M 个节点，空间步长为 $\Delta x = a/(M-1)$ ； y 方向有 N 个节点，空间步长为 $\Delta y = b/(N-1)$ 。

(2) 建立节点的离散方程式。左、右和上表面边界均已知温度，故不再需要列节点的离散方程式，现采用热平衡法列内部节点和下表面边界上节点的离散方程式。

对于内部节点，可利用式 (9-7) 的结果，并取内热源强度为 0，得

$$\lambda \Delta y \frac{t_{m-1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} + \lambda \Delta y \frac{t_{m+1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} + \lambda \Delta x \frac{t_{m,n+1} - t_{m,n}}{\Delta y} + \lambda \Delta x \frac{t_{m,n-1} - t_{m,n}}{\Delta y} = 0$$

对于下表面节点则有

$$\lambda \frac{\Delta y}{2} \frac{t_{m-1,1} - t_{m,1}}{\Delta x} + \lambda \frac{\Delta y}{2} \frac{t_{m+1,1} - t_{m,1}}{\Delta x} + h \Delta x (t_{\infty} - t_{m,1}) + \lambda \Delta x \frac{t_{m,2} - t_{m,1}}{\Delta y} = 0$$

(3) 将上面的离散方程式整理成对应节点温度显函数的形式, 变成 (M-2)(N-1) 个节点的代数方程组, 即

$$t_{m,1} = \left[\frac{\Delta y}{2\Delta x} (t_{m-1,1} + t_{m+1,1}) + \frac{\Delta x}{\Delta y} t_{m,2} + \frac{h\Delta y}{\lambda} t_{\infty} \right] / \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{h\Delta y}{\lambda} \right)$$

$$m = 2, 3, \dots, M-1$$

$$t_{m,n} = \left[\frac{\Delta y}{\Delta x} (t_{m-1,n} + t_{m+1,n}) + \frac{\Delta x}{\Delta y} (t_{m,n-1} + t_{m,n+1}) \right] / \left[2 \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) \right]$$

$$m = 2, 3, \dots, M-1; n = 2, 3, \dots, N-1$$

同样, 采用高斯-赛德尔迭代法进行求解, 利用绝对误差 $\epsilon < 0.001$ 作为计算的收敛条件, 将所有未知温度的节点初值设为 50°C , x 方向上有 $M=11$ 个节点, y 方向有 $N=21$ 个节点。由于节点数目较多, 所以可采用计算机编程的方法进行求解。下面给出的是用 Matlab 编写的程序代码示例, 供参考。

```
clear;
a=1; %x 方向区域长度
b=1; %y 方向区域长度
M=11; %x 方向的节点数目, 相当于矩阵的列数
N=21; %y 方向的节点数目, 相当于矩阵的行数
dx=a/(M-1); %x 方向的步长
dy=b/(N-1); %y 方向的步长
t(1:N,1:M)=50; %将温度 t 矩阵全部赋初值 50
t(N,:) = 100; %设定上边界温度为 100
t(:,1) = 100; %设定左边界温度为 100
t(:,M) = 100; %设定右边界温度为 100
h=10; %设定下表面的表面传热系数
tf=20; %设定与下表面接触的流体温度
tt=ones(N,M); %是生成一个单位矩阵, 用来给变量申请内存, 并用来保存上一迭代温度值
%开始迭代计算
while(max(max(abs(tt-t)))>0.001) %迭代结束的判断条件
    tt=t; %将温度场的值赋给 tt 矩阵
    for j=2:M-1 %x 方向从节点 2 到节点 M-1
        t(1,j) = ((t(1,j-1)+t(1,j+1))/2 * dy^2 + t(2,j) * dx^2 + h * dx^2 * dy * tf) /
```

```

(dx^2+dy^2+h*dx^2*dy);
for i=2:N-1%y 方向从节点 2 到节点 N-1
    t(i,j)=((t(i-1,j)+t(i+1,j))*dx^2+(t(i,j-1)+t(i,j+1))*dy^2)/(2
        *(dx^2+dy^2));
end
end
end
%画三维温度分布图
figure
[X,Y]=meshgrid(0:dx:a,0:dy:b);
surf(X,Y,t)
view(-45,30)
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('温度')
title('等温线分布')

```

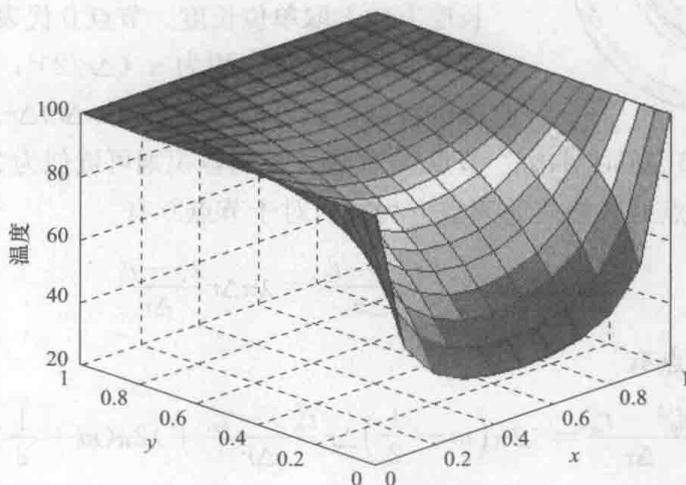


图 9-10 例题 9-2 计算结果的图示

(4) 对计算结果的分析 and 讨论: ①上面所给的程序代码示例中, 计算过程的变量都是用符号表示的, 因此仅需改变几个输入的参数, 就可得到在其他边界温度或几何尺寸下的温度场。此外, Matlab 软件对计算结果的图形显示也很方便, 见图 9-10。②该问题在 x 方向上左、右两侧是对称的, 只取一半的节点计算会更节省时间和计算机内存, 但是对称面上的节点离散方程应适当改变。

例题 9-3 有一个长圆柱形金属棒, 直径为 0.3m, 初始温度均匀为 330°C , 现将其放在空气及墙壁温度均为 30°C 的房间内冷却。已知金属棒材料的物性参数如下: $\rho=8110\text{kg}/\text{m}^3$, $\lambda=16\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $c=460\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $a=4.29\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$, 假

设冷却过程中复合表面传热系数为 $10\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试利用显式差分格式确定 1h 后金属棒内的温度分布。

分析：该问题的物理模型为柱坐标系的一维、非稳态、常物性的导热问题，圆柱中心处可作为绝热边界，外表面属于第三类边界。

该问题的数学模型为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (0 < r < R, \tau > 0) \quad (\text{a})$$

$$\tau = 0, \quad t = t_0 \quad (0 \leq r \leq R) \quad (\text{b})$$

$$r = 0, \quad \frac{\partial t}{\partial r} = 0 \quad (\tau > 0) \quad (\text{c})$$

$$r = R, \quad -\lambda \frac{\partial t}{\partial r} = h(t - t_\infty) \quad (\tau > 0) \quad (\text{d})$$

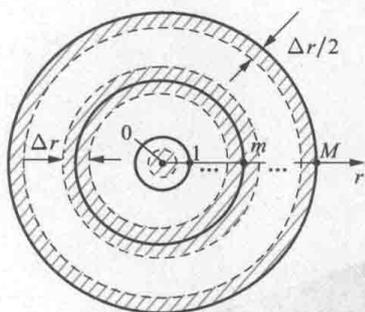


图 9-11 例题 9-3 空间区域离散 节点 M 代表的控制容积则可近似为 $2\pi(M\Delta r)\Delta r/2$ 。

数值求解：

(1) 进行区域离散。采用如图 9-11 所示的形式进行离散，在 r 方向上有 $M+1$ 个节点，每条网格线实际上是一条圆周线，取空间步长为 Δr ，在长度方向上取单位长度。节点 0 代表半径为 $\Delta r/2$ 的圆柱体，其控制容积为 $\pi(\Delta r/2)^2$ ；中间节点 m 代表的控制容积可近似为 $2\pi(m\Delta r)\Delta r$ ；最外侧的边界

(2) 建立节点显式格式的离散方程式。对于节点 0 有

$$\rho c \pi (\Delta r/2)^2 \frac{t_0^{i+1} - t_0^i}{\Delta \tau} = \lambda \pi \Delta r \frac{t_1^i - t_0^i}{\Delta r}$$

对于内部节点有

$$\rho c 2\pi m (\Delta r)^2 \frac{t_m^{i+1} - t_m^i}{\Delta \tau} = \lambda 2\pi \left(m - \frac{1}{2}\right) \Delta r \frac{t_{m-1}^i - t_m^i}{\Delta r} + \lambda 2\pi \left(m + \frac{1}{2}\right) \Delta r \frac{t_{m+1}^i - t_m^i}{\Delta r}$$

对于节点 M 有

$$\rho c 2\pi M \frac{(\Delta r)^2}{2} \frac{t_M^{i+1} - t_M^i}{\Delta \tau} = \lambda 2\pi \left(M - \frac{1}{2}\right) \Delta r \frac{t_{M-1}^i - t_M^i}{\Delta r} + h 2\pi (M\Delta r) (t_\infty - t_M^i)$$

(3) 求解。对所得的三类节点方程进行整理，可得如下形式方程组，即

$$t_0^{i+1} = (1 - 4Fo) t_0^i + 4Fo t_1^i$$

$$t_m^{i+1} = (1 - 2Fo) t_m^i + \frac{Fo}{m} \left[\left(m - \frac{1}{2}\right) t_{m-1}^i + \left(m + \frac{1}{2}\right) t_{m+1}^i \right] \quad m = 1, 2, \dots, M-1$$

$$t_M^{i+1} = \left(1 - Fo \left(2 - \frac{1}{M}\right) - 2FoBi\right) t_M^i + Fo \left(2 - \frac{1}{M}\right) t_{M-1}^i + 2FoBit_\infty$$

其中网格傅里叶数 $Fo = \frac{a\Delta\tau}{(\Delta r)^2}$ ，网格毕渥数 $Bi = \frac{h\Delta r}{\lambda}$ 。

该方程组不需要联立求解,只需要将 i 时刻各节点的值代入就可得到 $i+1$ 时刻的值。现取空间步长 $\Delta r=0.015\text{m}$,在 r 方向上有 11 个节点, $M=10$; 时间步长 $\Delta \tau=10\text{s}$, 计算得 $Fo=0.19$, $Bi=0.0094$ 。已知: $t_0^0=t_1^0=\dots=t_{10}^0=330$, $t_\infty=30$ 。采用 Excel 计算,表 9-2 所示为部分计算结果。

表 9-2 例 9-3 的部分计算结果

时间 i	节点编号 m										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330
1	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	328.9
2	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	330.0	329.8	328.2
↓	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
359	300.9	300.8	300.4	299.8	298.9	297.8	296.5	294.9	293.0	290.9	288.6
360	300.8	300.7	300.3	299.7	298.8	297.7	296.4	294.8	292.9	290.9	288.5

(4) 对计算结果的分析 and 讨论。利用上面所给条件计算得出的 $Fo=0.19$, 三类节点的离散方程均满足稳定性条件。若保持空间步长 $\Delta r=0.015\text{m}$ 不变,将时间步长增加到 $\Delta \tau=30\text{s}$, 此时 $Fo=0.57$, 不再满足中心及边界节点离散方程的稳定性条件。图 9-12 所示为在此条件下计算的 $\tau=300\text{s}$ 和 $\tau=600\text{s}$ 时的各节点温度值, 随时间的增加, 结果将进一步发散。

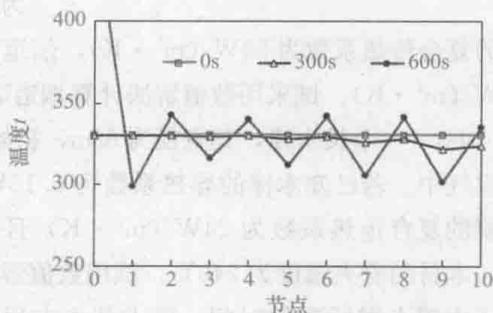


图 9-12 例题 9-3 显式格式的发散现象

思考题

- 1-1 试简要说明对导热问题进行有限差分数值计算的基本思想与步骤。
- 1-2 数值解结果的准确性与哪些因素有关?
- 1-3 对于一个实际的导热问题, 工程师 A 将其进行适当的简化, 建立数学模型, 并用分析方法进行求解; 工程师 B 则不对问题进行简化, 而是采用功能强大的数值软件进行求解。你认为谁的结果有可能更准确?
- 1-4 非稳态导热问题的数值求解中, 显式格式和隐式格式的离散方程各有何优缺点?
- 1-5 计算非稳态导热时, 采用显式格式建立节点方程, 求解过程可能出现不稳定性问题, 如何防止这种不稳定性?

习题

- 9-1 图 9-13 所示为一个二维导热问题空间区域的离散。已知区域内有均匀的内热源

ϕ ，其上表面绝热，与右侧表面接触的空气温度为 t_∞ ，自然对流的表面传热系数为 h ，且右侧被一温度为 t_w 的表面所包围，右侧表面的发射率为 ϵ 。若导热属于稳态情况，试分别列出 2、3、5、6 四个节点的离散方程式。

9-2 若习题 9-1 所述的问题为非稳态导热过程，试分别列出节点 2、3、5、6 的显式和隐式格式的离散方程式，并给出各显式格式离散方程的稳定性条件。

9-3 某燃料棒可看作直径为 5cm 的长圆柱，在额定负荷时，其热功率相当于圆柱具有

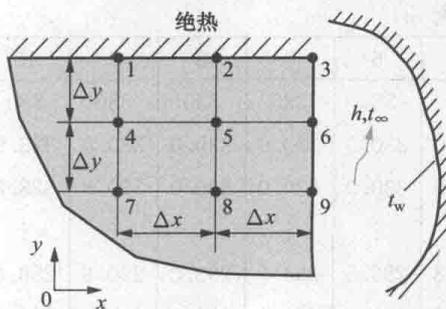


图 9-13 习题 9-1 附图

$\dot{\phi} = 1.5 \times 10^7 \text{ W/m}^3$ 的内热源，导热系数为 $\lambda = 40 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 。忽略燃料棒外侧套管影响 [厚度很薄，套管外用 $t_f = 120^\circ\text{C}$ 的介质进行冷却，表面传热系数为 $h = 3000 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$]，试用有限差分法计算核燃料棒内的温度分布。

9-4 烟气流过一个截面为矩形区域的烟道，如图 9-14 所示。已知烟道的截面尺寸为 $20\text{cm} \times 40\text{cm}$ ，烟道墙壁的厚度为 20cm ，墙壁的导热系数为 $1.5 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，烟气的温度为 160°C ，烟道内壁的复合传热系数为 $50 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ，烟道墙壁外侧的环境温度为 20°C ，复合传热系数为 $10 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。试采用数值解法计算烟道墙壁内的温度分布。

9-5 一个长木棒，其直径为 5cm，初始温度均匀为 20°C 。现突然放入温度为 500°C 的热空气中。若已知木棒的导热系数为 $0.15 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，热扩散率 $1.3 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ，木棒与环境的复合传热系数为 $24 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 且保持不变，木材的着火温度为 240°C 。试用数值解法确定将该木棒点燃所需的时间，要求节点方程采用显式格式。

9-6 若习题 9-5 中的长木棒改为厚度为 5cm 的大平板，其他条件不变，试用数值解法确定将该木板点燃所需的时间，要求节点方程采用显式格式。

9-7 若习题 9-5 中的长木棒改为边长为 5cm 的长方木块，其他条件不变，试用数值解法确定将该木块点燃所需的时间，要求节点方程采用显式格式。

9-8 对一个高温金属件的冷却过程进行分析和计算。金属件为平板，高 2m，宽 2m，厚 0.3m，金属材料为铬钢 $W_{Cr} = 17\%$ 。金属件初始温度均匀为 330°C ，将其竖直放入室内进行冷却，室内空气及墙壁温度均为 30°C ，金属件表面发射率取 0.7，以此计算的整个冷却过程表面的复合传热系数平均为 $14 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。试用数值解法计算 1h 后金属件内部的温度分布，节点方程分别采用显式和隐式格式。

9-9 若习题 9-8 中的金属件为直径 0.3m 的长圆柱，其他条件不变。试用数值解法计算 1h 后金属件内部的温度分布，节点方程分别采用显式和隐式格式。

9-10 若习题 9-8 中的金属件为直径 0.3m 的圆球，其他条件不变。试用数值解法计算 1h 后金属件内部的温度分布，节点方程分别采用显式和隐式格式。

9-11 采用等截面直肋片组对一个电子元件散热进行强化。已知肋片采用铝材制作，

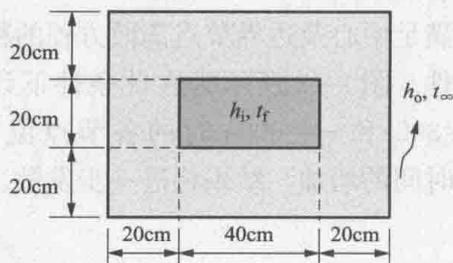


图 9-14 习题 9-4 附图

其导热系数为 $160\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ，肋片厚度为 0.5mm ，肋片高度为 40mm ，肋片表面的复合传热系数为 $25\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，肋片根部温度为 50°C ，周围空气温度为 20°C 。采用数值方法计算温度沿肋片高度的变化情况。

9-12 对于习题 9-11 的等截面直肋片，若肋片厚度为 4mm ，其他参数不变，采用数值方法计算沿肋片的二维温度场。

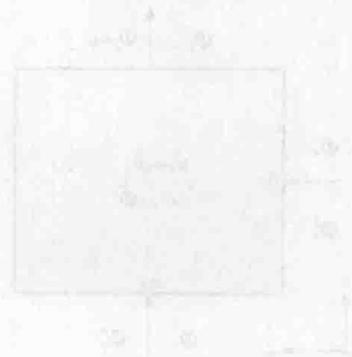
（此处为模糊的印刷文字，内容难以辨认，推测为习题解答或相关理论描述。）

习题 9-11 的等截面直肋片

图 9-11 习题 9-11 的等截面直肋片

(1) 肋片根部温度为 50°C ，周围空气温度为 20°C 。

（此处为模糊的印刷文字，推测为习题解答或相关理论描述。）



（此处为模糊的印刷文字，推测为习题解答或相关理论描述。）

第 10 章 单相流体对流传热理论解

在第 3 章中给出了常见对流传热问题的特征数关联式，这些关联式虽多数是由实验得到的，但也有部分可以通过理论分析求解而获得。分析解能更深刻揭示各个物理量对表面传热系数的影响规律，而且也是评价其他方法的依据。本章首先以二维稳态的对流传热为例，介绍描写对流传热的微分方程组和边界层微分方程组，然后依次给出外掠平板层流流动传热的分析解、外掠平板湍流流动传热的比拟解、管内充分发展段层流流动传热及竖平壁表面自然对流层流流动传热的理论分析解。

10.1 对流传热的数学描写

第 3 章给出了对流传热局部表面传热系数的表达式，即

$$h_x = - \frac{\lambda}{(t_w - t_\infty)_x} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x} \quad (10-1)$$

该式称为对流传热微分方程式。可以看出，求解局部表面传热系数需要确定：流体的导热系数 λ 、流体温度 t_∞ 与壁面的温度 t_w 、壁面处 y 方向的流体温度变化率 $\frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x}$ 。流体的导热系数及流体与壁面的温度是容易确定的，因此求 $\frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x}$ 成为计算 h_x 的关键。这要求先求出流体内的温度分布（温度场），而流体的温度场则是由能量微分方程描述的。

流动流体能量微分方程的推导与导热微分方程推导过程相似，也是根据能量守恒定律进行的。思路是：在流场内取微元体，分析微元体所涉及的各种形式的能量传递与能量转化，建立这些能量的守恒关系，整理方程式即可得到能量微分

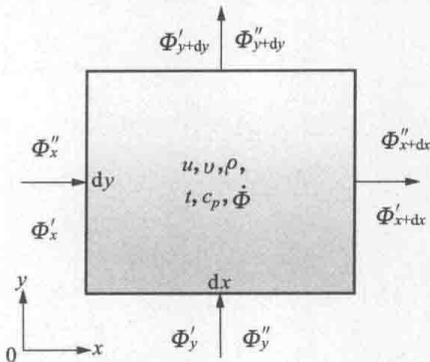


图 10-1 微元体示意图

方程。为便于推导，做以下简化假设：流体为不可压缩牛顿流体，流体物性为常数，忽略黏性耗散热。除高速气流及部分化工流体流动外，工程上大多数对流传热过程均满足这些假设。

图 10-1 所示为直角坐标系下在二维流场中任取的一个微元体，取微元体在垂直纸面方向的尺寸为 1，微元体在两个坐标方向的尺寸分别为 dx 、 dy ，流速分别为 u 、 v ，微

元体物性参数为 ρ 、 c_p 。显然，在 4 个边界上微元体可通过导热的方式与周围流体进行热量交换；此外，由于流体是流动的，4 个边界处流入或流出流体会携带入或携带出热能（焓）。图中 Φ' 表示导热热量， Φ'' 表示流入或流出流体携带的热能。 $\dot{\Phi}$ 为流场的体积热源，默认各热量均沿坐标正方向传递。

各能量间的平衡关系为

$$\underbrace{\frac{dH}{d\tau}}_{\text{微元体焓的变化率}} = \underbrace{\Phi'_{in} - \Phi'_{out}}_{\text{净导入热}} + \underbrace{\Phi''_{in} - \Phi''_{out}}_{\text{净对流传入热}} + \underbrace{\dot{\Phi} dx dy}_{\text{内热源发热}} \quad (a)$$

式 (a) 中，微元体焓的变化率为

$$\frac{dH}{d\tau} = \frac{\partial(\rho dx dy c_p t)}{\partial \tau} = \rho c_p dx dy \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (b)$$

净导入热按照第 7.1 节的分析可表示为

$$\Phi'_{in} - \Phi'_{out} = (\Phi'_x - \Phi'_{x+dx}) + (\Phi'_y - \Phi'_{y+dy}) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) dx dy \quad (c)$$

图 10-1 中左边界与下边界流入流体携带的热能为

$$\Phi''_{in} = \Phi''_x + \Phi''_y = \rho u c_p t dy + \rho v c_p t dx \quad (d)$$

图 10-1 中右边界与上边界流出流体携带的热能为

$$\Phi''_{out} = \Phi''_{x+dx} + \Phi''_{y+dy} = \Phi''_x + \frac{\partial \Phi''_x}{\partial x} dx + \Phi''_y + \frac{\partial \Phi''_y}{\partial y} dy \quad (e)$$

因此净对流传入热为

$$\begin{aligned} \Phi''_{in} - \Phi''_{out} &= -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u c_p t) dx dy - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v c_p t) dx dy \\ &= -\rho c_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} + t \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy \end{aligned} \quad (f)$$

利用连续性方程 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ ，有

$$\Phi''_{in} - \Phi''_{out} = -\rho c_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) dx dy \quad (g)$$

将式 (b)、式 (c) 和式 (g) 代入式 (a) 即可得能量微分方程为

$$\underbrace{\frac{\partial t}{\partial \tau}}_{\text{非稳态项}} + \underbrace{u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y}}_{\text{对流项}} = \underbrace{a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)}_{\text{扩散项}} + \underbrace{\frac{\dot{\Phi}}{\rho c_p}}_{\text{源项}} \quad (10-2)$$

显然，当流体流速为零时，流体内热量仅以导热方式传递，式 (10-2) 退化为导热微分方程。能量微分方程中 $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ 反映了温度随时间的变化，称为非稳态项；

$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y}$ 反映了流体流动也就是热对流效应对温度场的影响，称为对流项；

$a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$ 反映了导热作用对温度场的影响，称为扩散项； $\dot{\Phi}/(\rho c_p)$ 反映了内

热源对温度场的影响,称为源项。

由于能量微分方程中含有 u 、 v , 确定流场的速度分布成为求解能量微分方程的前提。速度场可通过联立求解动量微分方程(常称为 Naiver-Stokes 方程)与连续性方程得到,对于不可压牛顿流体,直角坐标下,二维流动的动量微分方程为

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (10-3a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (10-3b)$$

连续性方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10-4)$$

对流传热微分方程(10-1)、能量微分方程(10-2)、动量微分方程(10-3)与连续性方程(10-4),组成了不可压、常物性、牛顿流体在忽略黏性耗散热情况下二维流动的对流传热微分方程组。作为对流传热问题的完整数学描写,还应给出问题的定解条件,包括初始时刻和各边界上速度、压力及温度等相关的条件。虽然上面的方程组是封闭的,原则上可以求解,但由于偏微分方程的复杂性,对于多数实际的对流传热问题,在整个流场内直接求解这一方程组显然是非常困难的,直到德国科学家普朗特提出了著名的边界层理论后,一些简单对流传热问题的理论解的获得才成为可能。

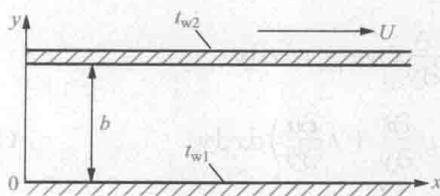


图 10-2 例题 10-1 附图

例题 10-1 如图 10-2 所示,两水平间距为 b 的无限大平板,下板静止,上板以速度 U 向右匀速运动,两板间的流体由于有黏性在上板的带动下产生向右的层流流动,这种流动也称为库埃特流。若下板温度为 t_{w1} ,上板温度为 t_{w2} ,求板间流体的速度分布、温度分布。

题解:

分析: 求解该题的思路是首先建立坐标系,写出对流传热微分方程组,然后根据该问题涉及的流动与传热的特点,将方程组中的各方程进行简化求解即可。库埃特流是稳态层流,因此其微分方程组中各非稳态项均为零;在图中所建立坐标情况下,流体只在 x 方向有流速 u ,在 y 方向流速 v 为 0;由于 $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0$,可得 $\partial u / \partial x = 0$;由于上、下平板为无限大平板,所以 $\partial t / \partial x = 0$;由于流动是由上板带动形成的,所以 $\partial p / \partial x = 0$;此外,在 x 方向流体不受体积力。

求解: 根据以上分析可以写出库埃特流的动量微分方程与能量微分方程为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0$$

边界条件为

$$y = 0: u = 0, t = t_{w1}$$

$$y = b: u = U, t = t_{w2}$$

将动量微分方程与能量微分方程积分, 带入边界条件可得速度与温度分布为

$$u = \frac{y}{b}U, t = t_{w1} - \frac{y}{b}(t_{w1} - t_{w2})$$

10.2 边界层对流传热微分方程组

对于流体外掠平板对流传热, 由于边界层内的流动与传热决定了表面传热系数, 所以不需要在整个流场内求解微分方程组, 可根据边界层的几何与流动特点对微分方程组进行简化, 建立边界层微分方程组, 求解边界层内的流场与温度场即可。因此, 本节建立流体外掠平板的二维、稳态流动边界层微分方程组。对于如图 10-3 所示流体纵掠水平平板稳态流动边界层, 定义水平方向为 x 方向, 该方向上流体所受体积力为 0; y 方向为垂直于水平面指向流体的方向, 该方向上流体所受体积力为 $-g$, 对于强制对流, 重力加速度可忽略; 流场无内热源。此时, 描写该对流传热的微分方程组为

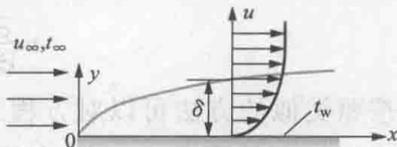


图 10-3 外掠平板对流传热示意图

$$h_x = - \frac{\lambda}{(t_w - t_\infty)_x} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0, x} \quad (10-5a)$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \quad (10-5b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10-5c)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (10-5d)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (10-5e)$$

下面运用数量级分析的方法简化上面的方程组。所谓数量级分析, 是指通过比较方程式中各项的数量级大小, 将较小数量级的项舍掉, 来实现方程式的简化。

边界层内的流动有这样的特点: 除距离平板前缘很近的区域, 在边界层内任取一点 (x, y) , 该点处流体的速度为 u, v , 由于边界层很薄, 有 $y \ll x$ 。也就是说, 如果认为 x 的量级为 1, y 的量级则比 1 小 1~2 个数量级, 这里用 δ 表示 y 的量级, 有 $\delta \ll 1$; 同理, 由于 $v \ll u$, 认为 u 的量级为 1, v 的量级则是 δ ; t 的量级必然为 1。微分方程中各偏微分项的量级则是通过将相关物理量的量级代

人同时忽略偏微分符号得到的, 如 $\frac{\partial t}{\partial x}$ 的量级为 $\frac{1}{1} = 1$; $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial(\partial t/\partial x)}{\partial x}$ 的量级为 $\frac{(1/1)}{1} = 1$ 。

这里以能量微分方程式 (10-5b) 为例, 其中各项的量级为

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$$

$$1 \frac{1}{1} = 1 \quad \delta \frac{1}{\delta} = 1 \quad a \left(\frac{1/1}{1} = 1 \quad \frac{1/\delta}{\delta^2} = \frac{1}{\delta^2} \right)$$

显然, 等号右边括号内 $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ 的量级远小于 $\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$ 的量级, 可以略去不计。由于等号左右两边的量级应该是相等的, 所以 a 应该是 δ^2 量级的, 查书后附录中的物性参数表可以看出除液态金属外, 大多流体的 a 是满足这一要求的。因此, 通过数量级分析得到描述边界层内的能量微分方程式为

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$$

按照类似的方法可以对方程式组 (10-5) 的其他各式进行分析, 式 (10-5a) 和 (10-5c) 保持不变, y 方向的动量微分方程 (10-5e) 可整体忽略, x 方向的动量微分方程 (10-5d) 可简化为

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

上式中的 $\frac{dp}{dx}$ 可由边界层外理想流体的伯努利方程确定。

至此可得不可压牛顿流体、流体物性为常数、忽略黏性耗散热时, 二维、稳态、无内热源的边界层对流传热微分方程组为

$$h_x = -\frac{\lambda}{(t_w - t_\infty)_x} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x} \quad (10-6a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10-6b)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (10-6c)$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (10-6d)$$

10.3 外掠平板层流的流动与换热分析解

对于流体外掠平板对流传热, 如图 10-3 所示, 假设来流为不可压缩、常物性流体, 来流的流速为 u_∞ , 温度为 t_∞ , 平板的温度均匀为 t_w , 整个边界层内的流动状态均为层流。本节将完全采用理论分析的方法求解其表面传热系数的计算

式。描述该对流传热问题的微分方程组可由(10-6)各式组成。由于流体常物性的假设,所以可以先求解速度场,再求解温度场。

10.3.1 外掠平板层流边界层流动的分析解

这一问题中主流区的流速为来流的流速 u_∞ ,且保持不变,因此 x 方向动量微分方程式中的压力梯度项为

$$-\frac{dp}{dx} = \rho u_\infty \frac{du_\infty}{dx} = 0$$

该问题边界层内流场的数学描述可最终表示为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10-7a)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (10-7b)$$

$$\left. \begin{aligned} y=0: u=0, \quad v=0 \\ y \rightarrow \infty: u=u_\infty \end{aligned} \right\} \quad (10-7c)$$

1908年,布拉修斯(H. Blasius)首先对这一问题进行了理论分析求解,其求解方法有两个关键步骤:一是利用流函数使两个偏微分方程变为一个偏微分方程,二是引入了一个相似参数使偏微分方程变为常微分方程。具体过程如下。

1. 引入新的变量——流函数 ψ

引入流函数 $\psi(x, y)$, 并且使之满足

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (10-8)$$

式(10-8)所示的流函数自动满足连续性方程(10-7a),此时,动量微分方程(10-7b)可变为

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \nu \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} \quad (10-9)$$

通过流函数的引入,使原来对偏微分方程组的求解变为对一个偏微分方程的求解,原来的两个因变量 u, v 变为一个因变量 ψ 。

2. 引入相似参数 ξ

沿流体流动的 x 方向上,虽然在不同截面上,其速度分布不一样,但其无量纲速度 u/u_∞ 则均是由壁面处的 0 变到边界层处的近似 1。同样边界层厚度 δ 也是随 x 变化的,但是无量纲的距离量 y/δ 也是由 0 变到 1。因此,可将不同截面上的速度分布看作是相似的,只是随边界层厚度 δ 的大或小被拉伸或压缩,各截面上的速度分布可统一写为

$$\frac{u}{u_\infty} = \Phi\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (10-10)$$

这种速度分布相同的函数关系称为相似解。

在边界层里,黏性力的作用不能被忽略,式(10-7b)中的第1项和第3项应

有相同的数量级, 因此得

$$\frac{u_\infty^2}{x} \approx \nu \frac{u_\infty}{\delta^2} \Rightarrow \delta \propto \frac{1}{\sqrt{u_\infty/(x\nu)}} \Rightarrow \delta \propto \frac{x}{\sqrt{Re_x}} \quad (a)$$

于是有

$$\frac{y}{\delta} \propto \frac{y}{x} \sqrt{Re_x} \quad (b)$$

令

$$\xi = \frac{y}{x} \sqrt{Re_x} = y \sqrt{u_\infty/(x\nu)} \quad (c)$$

ξ 表示了任意截面上无量纲距离 y/δ 的量度, 称为相似参数。利用式 (c) 和式 (10-8) 中流函数与速度 u 的关系, 可得

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{1}{u_\infty} \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{u_\infty} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \sqrt{u_\infty/(x\nu)} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\psi}{\sqrt{u_\infty x \nu}} \right) \quad (d)$$

式 (d) 中的 u/u_∞ 和 ξ 均为无量纲参数, 同样 $\frac{\psi}{\sqrt{u_\infty x \nu}}$ 也是个无量纲参数, 令

$$f = \frac{\psi}{\sqrt{u_\infty x \nu}} \quad (e)$$

f 称为无量纲流函数, 速度 u 和 v 均可用无量纲流函数 f 表示。这样, 相似解 (10-10) 就可表示为

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{\partial f}{\partial \xi} = \Phi(\xi) \quad (f)$$

利用式 (10-8), 以及关系式 (c) 和 (e), 可得

$$u = u_\infty f'(\xi), \quad v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u_\infty \nu}{x}} [\xi f'(\xi) - f(\xi)]$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{u_\infty}{x} \xi f''(\xi), \quad \frac{\partial u}{\partial y} = u_\infty \sqrt{\frac{u_\infty}{x\nu}} f''(\xi), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_\infty^2}{x\nu} f'''(\xi) \quad (g)$$

将以上关系代入式 (10-9) 可得

$$2f'''(\xi) + f''(\xi)f'(\xi) = 0 \quad (10-11)$$

偏微分方程式 (10-9) 变成了无量纲流函数 f 对相似参数 ξ 的全微分方程形式。相应的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} y=0, \xi=0: & \quad f'(\xi)=0, f(\xi)=0 \\ y \rightarrow \infty, \xi=\infty: & \quad f'(\xi)=1 \end{aligned} \right\} \quad (10-12)$$

用分离变量法求解式 (10-11) 后可得

$$f(\xi) = \frac{\int_0^\xi \left[\int_0^\xi \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^\xi f d\xi\right) d\xi \right] d\xi}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^\xi f d\xi\right) d\xi} \quad (h)$$

$$f'(\xi) = \frac{u}{u_\infty} = \frac{\int_0^\xi \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^\xi f d\xi\right) d\xi}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^\eta f d\xi\right) d\xi} \quad (\text{i})$$

式 (h) 和式 (i) 右边的积分项中都包含了未知函数 $f(\xi)$ ，可以采用逐次逼近法迭代求解。表 10-1 所示为豪沃思 (L. Howarth) 用数值积分得到的结果。求得 $f(\xi)$ 和 $f'(\xi)$ 后进一步可求得 u 和 v ，即速度分布。

从表 10-1 的数值可以看出，当 $\xi=5.0$ 时， $f' = \frac{u}{u_\infty} = 0.99155$ ，此处正好是速度边界层的边界，因此可得

$$\frac{\delta}{x} = 5.0 Re_x^{-1/2} \quad (10-13)$$

从式 (10-13) 可以看出，外掠平板的层流边界层厚度随 $x^{1/2}$ 而增长。

表 10-1 流体外掠平板层流边界层流动的部分求解结果

ξ	$f(\xi)$	$f'(\xi)$	$f''(\xi)$	ξ	$f(\xi)$	$f'(\xi)$	$f''(\xi)$
0	0	0	0.33206	2.0	0.65003	0.62977	0.26675
0.4	0.02656	0.13277	0.33147	3.0	1.39682	0.84605	0.16136
0.8	0.10611	0.26471	0.32739	4.0	2.30576	0.95552	0.06424
1.2	0.23795	0.39378	0.31659	5.0	3.28329	0.99155	0.01591
1.6	0.42032	0.51676	0.29667	6.0	4.27964	0.99898	0.00240

已知速度分布后，可进一步求得壁面上的黏性切应力和局部摩擦阻力系数。

因为 $f' = \frac{u}{u_\infty}$ ， $\xi = y \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$ ，所以有

$$\tau_{w,x} = \eta \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0,x} = \eta \frac{u_\infty^{3/2}}{\sqrt{\nu x}} f''(\xi) \Big|_{\eta=0} \quad (\text{j})$$

由表 10-1 查得 $f''(\xi) \Big|_{\eta=0} = 0.332$ ，于是有

$$\tau_{w,x} = 0.332 \mu \frac{u_\infty^{3/2}}{\sqrt{\nu x}} \quad (\text{k})$$

局部摩擦阻力系数为

$$C_{f,x} = \frac{\tau_{w,x}}{\rho u_\infty^2 / 2} = 0.664 Re_x^{-1/2} \quad (10-14)$$

10.3.2 外掠平板层流边界层换热的分析解

该问题边界层内的温度场数学描述可表示为

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (10-15a)$$

$$\left. \begin{aligned} y=0: t &= t_w \\ y \rightarrow \infty: t &= t_\infty \end{aligned} \right\} \quad (10-15b)$$

在已知速度场的基础上，波尔豪森 (E. pohlhansen) 对该问题进行了求解，

首先定义无量纲过余温度为

$$\Theta = \frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} = \frac{\theta}{\theta_\infty} \quad (1)$$

并引入式 (c) 的相似参数 ξ 和式 (e) 中的无量纲流函数 f , 则式 (10-15) 的数学描述转变为

$$\frac{d^2\Theta}{d\xi^2} + \frac{Pr}{2} f \frac{d\Theta}{d\xi} = 0 \quad (10-16a)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi = 0: \Theta = 0 \\ \xi = \infty: \Theta = 1 \end{aligned} \right\} \quad (10-16b)$$

采用与布拉修斯求解相类似的方法, 求解得

$$\Theta = \frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{\int_0^\xi \exp\left(-\frac{Pr}{2} \int_0^\xi f d\xi\right) d\xi}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{Pr}{2} \int_0^\xi f d\xi\right) d\xi} \quad (m)$$

由式 (m) 可以看出, 当 $Pr=1$ 时, 层流边界层内无量纲速度和无量纲过余温度的分布完全相同。

将对流传热微分方程式 $h_x = -\frac{\lambda}{t_{w,x} - t_\infty} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x}$ 改写为

$$h_x/\lambda = -\frac{1}{t_{w,x} - t_\infty} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x} = \frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0,x} = \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \quad (n)$$

由于

$$\frac{d\Theta}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = \frac{1}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{Pr}{2} \int_0^\xi f d\xi\right) d\xi} \quad (o)$$

经过计算可知, 在 $Pr=0.6 \sim 10$ 的范围之内, 式 (o) 可近似用 $0.332Pr^{1/3}$ 表示, 因此可得

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad (10-17)$$

对于长度为 L 的平壁, 其平均表面传热系数为 $h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx$, 相应的 Nu 计算式为

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad (10-18)$$

10.4 湍流流动换热与比拟理论

10.4.1 湍流流动换热的基本特征

在实际的工程领域, 流动处于湍流状态下的对流传热问题远多于层流的状态

态,而且通常湍流状态下的换热强度也远高于层流的状态。但由于湍流运动规律的复杂性,至今对于湍流流动的研究尚未达到完全成熟的阶段。

当流动处于湍流状态下时,流体的瞬时速度是随机函数,除了整体向某个方向运动以外,流体微团同时还做三维的随机脉动。用激光风速仪测量到的湍流流场中的瞬时速度呈图 10-4 所示的形式。图中 \bar{u} 为速度的时均值,它是指在足够长的时间内瞬时速度的积分平均值, u' 表示脉动值,是指某时刻瞬时速度与时均值的偏差。因此瞬时速度可表示为

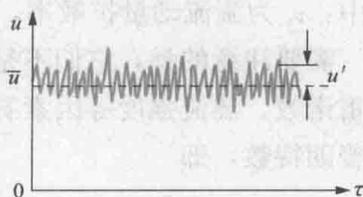


图 10-4 湍流时的瞬时值、平均值和脉动值

$$u = \bar{u} + u' \quad (10-19)$$

严格意义上讲,湍流总是非稳态的,所谓的稳态实际上是指各点的速度时均值不随时间变化。在 y 方向上的速度分量、压力和温度同样存在时均值和脉动值,可表示为

$$v = \bar{v} + v', \quad p = \bar{p} + p', \quad t = \bar{t} + t' \quad (10-20)$$

湍流物理量的脉动量是随机的,但是它们在足够长的时间内的时均值等于零,这是湍流流动的特点。

对于湍流边界层流动,本章前面得到的边界层微分方程组仍然适用,只是各物理量都应该用瞬时值代替。若将式(10-19)和式(10-20)的关系式代入,便可整理成由时均值表示的湍流边界层方程组。

仍以上节所讨论的外掠平板的对流传热问题为例,其属于稳态、二维、不可压缩、常物性问题,若边界层内的流动为湍流,其用时均值表示的边界层微分方程组可整理为

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (10-21a)$$

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) \quad (10-21b)$$

$$\rho c_p \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{t}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{t}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \bar{t}}{\partial y} - \rho c_p \overline{v't'} \right) \quad (10-21c)$$

相比层流时的方程,动量微分方程(10-21b)增加了 $-\rho \overline{u'v'}$, 能量微分方程(10-21c)中增加了 $-\rho c_p \overline{v't'}$, 它们可以被看作湍流中流体涡团脉动所产生的作用。湍流增加了不同流速层之间的动量交换, $-\rho \overline{u'v'}$ 相当于流体涡团脉动所造成的附加切应力,也叫雷诺应力。同样湍流增加了不同温度流层之间的热量交换, $-\rho c_p \overline{v't'}$ 相当于流体涡团脉动所造成的附加热流密度。

若把湍流附加切应力也表示成层流分子扩散引起的切应力,即具有与黏性应力完全相同的形式,则

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} = \rho \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (10-22)$$

同样,把湍流附加热流密度也表示成层流分子扩散引起的热流密度形式,则

$$q_t = -\rho c_p \overline{v't'} = \rho c_p a_t \frac{\partial \bar{t}}{\partial y} \quad (10-23)$$

式中： ν_t 为湍流动量扩散率，又称湍流黏度； a_t 为湍流热扩散率。

需要注意的是，它们不是流体的物性参数，它们只是反映了湍流的性质，并与雷诺数、湍流强度等因素有关。湍流动量扩散率与湍流热扩散率的比值称为湍流普朗特数，即

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{a_t} \quad (10-24)$$

在引入两个湍流扩散率后，湍流边界层的动量和能量微分方程可以分别写作

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = (\nu + \nu_t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (10-25a)$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = (a + a_t) \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (10-25b)$$

需要说明，以上两式的速度和温度值仍为时均值，仅仅出于书写简便的考虑，把符号上方的“—”省略了。

10.4.2 动量传递与热量传递的比拟

从数学的角度，若微分方程及定解条件一致，则其解的结果必定相同。比拟理论就是利用这一结论，通过两种物理现象的类比关系来进行研究的一种方法。在对流传热的研究历史上，雷诺就是通过动量传递与热量传递过程的类比，从而由比较容易测量的湍流阻力来推得湍流对流传热的关联式。

继续以外掠平板的对流传热问题为例，首先分析其层流边界层的情况，其动量微分方程式 (10-7b) 与能量微分方程式 (10-15a) 具有相同的形式，但其对应的定解条件 (10-7c) 与 (10-15b) 并不一致。若将各物理量以下面的形式无量纲化，即

$$x^* = \frac{x}{l}; \quad y^* = \frac{y}{l}; \quad u^* = \frac{u}{u_\infty}; \quad v^* = \frac{v}{u_\infty}; \quad \Theta = \frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} \quad (a)$$

则动量微分方程式 (10-7b) 与边界条件 (10-7c) 变为

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{\nu}{u_\infty l} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad (b)$$

$$\left. \begin{aligned} y^* = 0: u^* &= 0 \\ y^* = 1: u^* &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

则能量微分方程式 (10-15a) 与边界条件 (10-15b) 变为

$$u^* \frac{\partial \Theta}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \Theta}{\partial y^*} = \frac{a}{u_\infty l} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^{*2}} \quad (d)$$

$$\left. \begin{aligned} y^* = 0: \Theta &= 0 \\ y^* = 1: \Theta &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (e)$$

此时，两组方程的唯一区别就是动量微分方程中的运动黏度 ν 和能量微分方程中的热扩散率 a ，若两者相等，也就是在普朗特数 $Pr = \nu/a = 1$ 的情况下，两个方程的解完全一致，必有

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} \quad (f)$$

因为

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{\partial(u/u_\infty)}{\partial(y/l)} \right|_{y=0} = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \frac{l}{\mu u_\infty} = \tau_w \frac{1}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2} \frac{\rho u_\infty l}{2\mu} = c_f \frac{Re}{2} \quad (g)$$

且

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{\partial \left(\frac{t-t_w}{t_\infty-t_w} \right)}{\partial(y/l)} \right|_{y=0} = - \frac{\lambda}{(t_w-t_\infty)} \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0} \frac{l}{\lambda} = \frac{hl}{\lambda} = Nu \quad (h)$$

由此可得

$$Nu = c_f \frac{Re}{2} \quad (10-26)$$

式(10-26)给出了表面阻力系数与努赛尔数的关系,该关系也称为雷诺比拟。因此,在工程上就可以通过阻力系数的测定来得到表面传热系数。在上述分析中,并没有对特征长度 l 做任何限制,因此式(10-26)也可用于局部位置 x 处局部表面阻力系数 $c_{f,x}$ 与局部努赛尔数 Nu_x 的关系。

式(10-26)的关系是在层流边界层的情况下推导的,但是对比式(10-25a)和式(10-25b),若有普朗特数 $Pr = \nu/a = 1$ 和湍流普朗特数 $Pr_t = \nu_t/a_t = 1$,则式(10-26)的关系应同样适用于湍流边界层的情况。

对于外掠平板的流动,在湍流情况下测定的局部壁面阻力系数计算式为

$$c_{f,x} = 0.0592 Re_x^{-1/5} \quad (10-27)$$

因此,可得局部的努赛尔数计算式为

$$Nu_x = c_{f,x} \frac{Re_x}{2} = 0.0296 Re_x^{4/5} \quad (10-28)$$

在 $Pr \neq 1$ 时,契尔顿与柯尔本提出如下修正的关系,即

$$St Pr^{2/3} = \frac{c_f}{2} = j \quad (10-29)$$

$$St = \frac{Nu}{Re Pr}$$

式中: j 为 j 因子; St 为斯坦顿数。

式(10-29)也称为契尔顿—柯尔本比拟。利用此关系,可得外掠平板湍流流动下局部努赛尔数的计算式为

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad (10-30)$$

10.5 管内层流充分发展段对流传热分析解

10.5.1 流动与换热充分发展的速度分布

圆管内层流充分发展段传热也可以得到理论分析解。考虑到圆管内层流流动

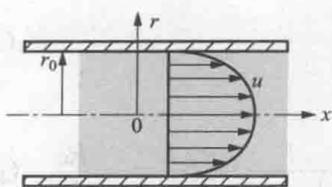


图 10-5 管内层流充分发展流动

的轴对称性, 采用圆柱坐标系更为方便。如图 10-5 所示, 以管内流动方向为 x 方向, 圆管轴心线处 $r=0$, 若圆管半径为 r_0 , 则管壁处 $r=r_0$ 。定义 x 方向流速为 u , r 方向流速为 v_r , 不可压缩流体轴对称二维稳态层流流动的连续性方程和动量微分方程式为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) = 0 \quad (10-31)$$

$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v_r \frac{\partial u}{\partial r}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \quad (10-32a)$$

$$\rho(u \frac{\partial v_r}{\partial x} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r}) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \eta \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) \right] + \frac{\partial^2 v_r}{\partial x^2} \right\} \quad (10-32b)$$

在流动充分发展段 $v_r=0$, 根据式 (10-31) 可得 $\frac{\partial u}{\partial x}=0$, 可见 u 仅是 r 的函数; 式

(10-32b) 可简化为 $\frac{\partial p}{\partial r}=0$, 可见 p 仅是 x 的函数; 式 (10-32a) 则简化为

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) \quad (10-33)$$

由于压力 p 只是 x 的函数, $\frac{dp}{dx}$ 也必然只是 x 的函数, 所以式 (10-33) 中等号左边项仅是 x 的函数; 同理, u 只是 r 的函数, 式 (10-33) 中等号右边项也仅是 r 的函数。由于关于 x 的函数与关于 r 的函数只能在两个函数均为常数的情况下才能相等, 所以式 (10-33) 可改写为

$$\frac{dp}{dx} = \text{const} \quad (a)$$

$$\eta \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \text{const} \quad (b)$$

所对应的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} r=0; \quad \frac{du}{dr} \Big|_{r=0} &= 0 \\ r=r_0; \quad u &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

对式 (b) 进行积分并利用边界条件可得充分发展段管截面速度分布为

$$u = \frac{r_0^2}{4\eta} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (10-34)$$

可以看出, 在圆管内层流充分发展段流体速度分布是抛物线型的, 且压力梯度 $\frac{dp}{dx}$

总是负的。根据式 (10-34) 可计算得到管截面平均流速为

$$u_m = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} 2\pi r u dr = -\frac{r_0^2}{8\eta} \frac{dp}{dx} \quad (10-35)$$

10.5.2 流动与换热充分发展的温度分布

得到速度分布后可以应用能量微分方程求解温度分布。在圆柱坐标系中,描述不可压缩流体轴对称二维稳态层流流动的能量微分方程为

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + v_r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = \lambda \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right] \quad (10-36)$$

流动充分发展时 $v_r = 0$ 。在强制对流传热条件下,除 $Pr \ll 1$ 的流体(例如液态金属)外,流体的轴向导热项 $\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ 可以忽略。式(10-36)可以写为

$$\frac{u}{a} \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (10-37)$$

求解能量微分方程式(10-37)的定解条件有两类:常壁温边界条件和常热流边界条件。

对于常热流边界条件,有 $\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{dt_m}{dx} = \text{常数}$, 其中 t_m 为管截面平均温度。将此条件代入式(10-37),并利用速度分布式(10-34)可得

$$\frac{2u_m}{a} \left(\frac{dt_m}{dx} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (d)$$

相应的边界条件可写为

$$r = 0; \quad \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (e)$$

$$r = r_0; \quad \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_0} = -\frac{q}{\lambda} \quad (f)$$

式中: q 为管壁处热流密度。

经过进一步的推导和求解,可得管截面温度分布为

$$t - t_w = \frac{q}{\lambda r_0} \left(\frac{3}{4} r_0^2 - r^2 + \frac{1}{4} \frac{r^4}{r_0^2} \right) \quad (10-38)$$

式中: t_w 为管壁温度。

结合局部表面传热系数的定义式,可以得到在常热流边界条件下的 Nu , 即

$$Nu = \frac{2hr_0}{\lambda} = 4.364 \quad (10-39)$$

相应地,对于常壁温边界条件,在换热充分发展段有 $\frac{\partial t}{\partial x} = \left(\frac{t - t_w}{t_m - t_w} \right) \frac{dt_m}{dx}$ 。采用类似的推导,可以得到

$$\frac{2u_m}{a} \frac{t - t_w}{t_m - t_w} \frac{dt_m}{dx} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (g)$$

相应的边界条件为

$$r = 0; \quad \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (h)$$

$$r = r_0; \quad t = t_w \quad (i)$$

最后求解可以得到

$$Nu = \frac{2hr_0}{\lambda} = 3.658 \quad (10-40)$$

10.6 竖壁自然对流层流流动与换热分析解

10.6.1 竖壁表面自然对流边界层微分方程组

对于如图 10-6 所示竖壁表面的自然对流传热, 其温度场和速度场仍然符合边界层的特点, 在边界层内的流动仍处于层流状况下, 描述边界层内流场与温度场的微分方程仍如 10.2.1 介绍的形式。这里需注意, 在图 10-6 中, 竖直向上的方向为 x 方向, 水平指向流体的方向为 y 方向。此外, 与外掠平板不同的是, 在 x 方向动量微分方程中体积力 $F_x = -\rho g$, 且不能忽略, 方程组中其他方程则不变。因此, 该问题的边界层微分方程组为

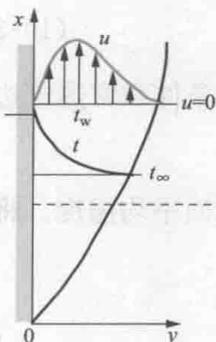


图 10-6 热竖壁表面自然对流传热示意图

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10-41a)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (10-41b)$$

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (10-41c)$$

下面对 x 方向的动量微分方程 (10-41b) 做进一步分析, 由于边界层外 $u = v = 0$, 有

$$-\frac{dp}{dx} = g\rho_{\infty} \quad (10-42)$$

式 (10-41b) 变为

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho} (\rho_{\infty} - \rho) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (10-43)$$

式 (10-43) 中, $g(\rho_{\infty} - \rho)/\rho$ 为流体内由于温差引发密度差导致的浮升力。根据体胀系数 α_v 的定义, 有

$$\alpha_v = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_{\infty} - \rho}{t_{\infty} - t} \quad (10-44)$$

显然, $\rho_{\infty} - \rho \approx \alpha_v \rho (t - t_{\infty}) = \alpha_v \rho \theta$, 代入式 (10-43), 得该问题最终的动量微分方程式为

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\alpha_v \theta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (10-45)$$

10.6.2 自然对流的相似特征数 Gr

在 3.3 节曾介绍过利用相似分析和量纲分析获取特征数的方法, 实际上也可以通过控制方程无量纲化来得到特征数, 下面对式 (10-45) 无量纲化来推导自然对流传热中的重要相似特征数——格拉晓夫数 Gr 。

若将各物理量以下面的形式无量纲化, 则有

$$x^* = \frac{x}{l}; \quad y^* = \frac{y}{l}; \quad u^* = \frac{u}{u_0}; \quad v^* = \frac{v}{u_0}; \quad \Theta = \frac{t - t_\infty}{t_w - t_\infty} = \frac{\theta}{\theta_w} \quad (a)$$

式中: l 为特征长度; u_0 为一个任意的参考速度。

式 (10-45) 可变为

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\alpha_V(t_w - t_\infty)l}{u_0^2} \Theta + \frac{1}{Re_l} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad (b)$$

在无量纲化过程中之所以取 u_0 作为参考速度, 是因为自然对流过程中主流速度为零。从动量微分方程 (10-45) 可以看出, 由于浮升力与惯性力具有相同的数量级, 所以速度与 $\sqrt{g\alpha_V(t_w - t_\infty)x}$ 具有相同的量纲, 因此可定义 $u_0 = \sqrt{g\alpha_V(t_w - t_\infty)l}$ 为参考速度。于是式 (b) 中右边第一项就变成 Θ , 第二项中的雷诺数 Re_l 变为 $[g\alpha_V(t_w - t_\infty)l^3/\nu^2]^{1/2}$, 习惯上将此时的雷诺数平方定义为格拉晓夫数 Gr , 即

$$Gr = \frac{g\alpha_V(t_w - t_\infty)l^3}{\nu^2} \quad (10-46)$$

这样, 格拉晓夫数 (确切地说是 $Gr^{1/2}$) 代替了原来动量微分方程式中的雷诺数, 在自然对流中格拉晓夫数与雷诺数在强制对流所起的作用是相同的。我们知道, 雷诺数是表征作用在流体微元上惯性力与黏性力之比的度量, 而格拉晓夫数反映了作用于流体微元上的浮升力与黏性力之比的度量。

10.6.3 常壁温条件下的换热相似解

对于常壁温的稳态自然对流, 相应的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} y=0: u=0, \quad v=0, \quad t=t_w \\ y \rightarrow \infty: u=0, \quad t=t_\infty \end{aligned} \right\} \quad (10-47)$$

由于动量微分方程中的浮升力是由温度差引起的密度差形成的, 所以动量微分方程必须与能量微分方程耦合求解。

为了使偏微分方程化为常微分方程, 同样可引入 10.3 节的无量纲相似参数 ξ 和无量纲流函数 f 。只是取 $\sqrt{g\alpha_V(t_w - t_\infty)x}$ 为参考速度。于是, 无量纲相似参数 η 可表示为

$$\eta = \frac{y}{x} \sqrt{Re_x} = \frac{y}{x} Gr_x^{1/4}$$

式中: Gr_x 为局部格拉晓夫数。

无量纲流函数 f 可表示为

$$f = \frac{\psi}{\sqrt{u_{\infty} \nu x}} = \frac{\psi}{(Gr_x)^{1/4} \nu}$$

将动量微分方程和能量微分方程进行相似变换, 并定义无量纲温度为 $\Theta = (t - t_{\infty}) / (t_w - t_{\infty})$, 可得

$$f''' + 3ff'' - 2f'^2 + \Theta = 0 \quad (10-48a)$$

$$\Theta'' + 3Pr f \Theta' = 0 \quad (10-48b)$$

边界条件为

$$\xi = 0: f = 0, \quad f' = 0, \quad \Theta = 1 \quad (10-48c)$$

$$\xi \rightarrow \infty: f'(\infty) = 0, \quad \Theta = 0$$

式 (10-47) 是非线性常微分方程, 可用数值积分的方法求解, 结合对流传热微分

方程式 $h_x = -\frac{\lambda}{(t_{w,x} - t_{\infty})} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0,x}$, 可得

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda} = -\frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} = -\left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \Theta' \Big|_{\eta=0}$$

或

$$Nu_x Gr_x^{-1/4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Theta' \Big|_{\eta=0} \quad (10-49)$$

$\Theta' \Big|_{\eta=0}$ 是无量纲温度分布在壁面处的梯度, 是 Pr 的函数。从上述分析还可得出, 在自然对流传热过程中, 表面传热系数 h_x 与 $x^{-1/4}$ 成正比; 而在强制对流传热过程中, 表面传热系数 h_x 与 $x^{-1/2}$ 成正比。

伊德 (A. J. Ede) 给出了式 (10-49) 中 $Nu_x Gr_x^{-1/4}$ 的近似函数表达式, 即

$$Nu_x Gr_x^{-1/4} = \frac{3}{4} \left[\frac{2Pr^2}{5(1 + 2Pr^{1/2} + 2Pr)} \right]^{1/4} \quad (10-50)$$

思考题

- 10-1 对流传热问题的数学描写需要哪些方程?
- 10-2 边界层微分方程组是否在边界层内处处成立? 为什么?
- 10-3 什么是数量级分析?
- 10-4 外掠平板层流边界层流动分析解的基本思路是什么?
- 10-5 湍流黏度和湍流热扩散率是不是流体的物性参数?
- 10-6 比拟理论与相似理论有何区别?
- 10-7 雷诺比拟是在什么条件下得到的?
- 10-8 自然对流传热中 Gr 的物理意义是什么?

习 题

- 10-1 对于流体外掠平板的流动, 试利用数量级分析的方法, 从动量微分方程推导出

边界层厚度的如下关系式： $\delta/x \sim 1/\sqrt{Re_x}$ 。

10-2 对于外掠平板的对流传热，若边界层内流动为层流。已知温度边界层内的无量纲温度分布近似为 $\frac{t-t_\infty}{t_w-t_\infty} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3$ ，速度边界层厚度为 $\frac{\delta}{x} = 4.64 Re_x^{-1/2}$ ，且温度边界层厚度与速度边界层厚度约为 $\delta_t/\delta \approx 1.026 Pr^{-1/3}$ 的关系。试由此推导表面对流传热的关联式。

10-3 20°C水以 1m/s 的流速平行流过一块平板。①计算离开平板前缘 20cm 和 40cm 处的流动边界层厚度；②若假定边界层内的速度分布为 $\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta}\right)^3$ ，计算两截面处边界层内的流体质量流量（以垂直于流动方向的单位宽度计算）。

10-4 半径为 $R=10\text{mm}$ 的管内层流某截面处的速度分布为

$$u(r) = 0.2[1 - (r/R)^2] \text{ (m/s)}$$

温度分布为

$$t(r) = 55 + 15.0(r/R)^2 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

①试确定该截面处的平均温度；②流体为水，计算该处的表面传热系数。

10-5 对自然对流传热的动量微分方程式 (10-45)，利用相似分析法推导出格拉晓夫数 Gr 。

10-6 将一块尺寸为 $0.2\text{m} \times 0.2\text{m}$ 的薄平板水平放入风洞中进行实验。已知风洞内的空气流速均匀为 40m/s ，气流的温度为 20°C ，通过电加热维持平板两侧的温度为 120°C ，实验中，为维持平板的稳定需对其施加与风速反方向 0.075N 的作用力。①确定平板表面的传热系数；②计算所需的电加热功率。

第 11 章 相变对流传热

当蒸气的温度降到所处压力对应的饱和温度时,若释放潜热就会凝结,从气态转变为液态。工程上遇到的多为蒸气在固体表面上的凝结,如空调系统中工质在冷凝器中的凝结,火力发电厂水蒸气在冷凝器中的凝结。相反,物质从液态变为气态称为汽化,汽化有蒸发和沸腾两种形式。在液体表面发生的汽化现象为蒸发,任何温度下都可能发生蒸发;在液体内部发生的汽化现象则称为沸腾,此时加热表面温度高于液体的饱和温度。蒸发和沸腾都需要吸收汽化潜热。家庭中用锅烧水、火力发电厂水在锅炉的水冷壁中加热变为水蒸气的过程都属于沸腾。

凝结(表面凝结)和沸腾现象均属于流体与固体表面的传热,因此将其归为对流传热模式,称为相变对流传热。相变传热的热流量仍按牛顿冷却公式计算,即

$$\Phi = hA\Delta t \quad (11-1)$$

不同的是,在凝结传热时,温差 Δt 为蒸汽所处压力下的饱和温度 t_s 与壁面温度 t_w 的差值;在沸腾传热时,温差 Δt 为加热面温度 t_w 与液体所处压力下的饱和温度 t_s 的差值。

在相变传热过程中,由于存在汽化潜热的吸收或释放,所以相变传热的表面传热系数通常比单相流体的对流传热大得多。此外,相变传热也易实现小温差下的高热流密度传热。近年来,相变传热在高技术领域的应用越来越多。

11.1 凝 结 传 热

11.1.1 凝结现象的分类

当蒸气在壁面上发生凝结时,根据凝结后液体在壁面上的存在形式,可将凝结现象分为膜状凝结和珠状凝结两类。

如图 11-1 所示,如果凝结液对壁面有较强的润湿能力,也就是凝结液分子间的吸引力小于它与壁面分子间的吸引力,则凝结液就会在壁面上形成一层液膜,这种凝结称为膜状凝结;如果凝结液对壁面的润湿能力差,凝结液分子间的吸引力大于它与壁面分子间的吸引力,则凝结液在壁面上形成相互孤立、不同大小的液珠,这种凝结称为珠状凝结。

若形成膜状凝结,由于壁面上的凝结液膜阻碍了蒸气与壁面的直接接触,所以蒸气只能在液膜表面凝结,向液膜表面放出汽化潜热,放出的热量再通过液膜传到壁面,液膜成为蒸气与壁面传热的主要阻力。此时,尽可能排除凝结液、减小液膜厚度成为强化凝结传热的一个主要途径。

若形成珠状凝结, 蒸气仍可以与壁面有效接触放热。随凝结过程的进行, 个别液珠在变大到一定程度后会沿壁面滚落下来, 在其下落过程也会清扫其沿途遇到的小液珠, 壁面重复液珠的形成和成长过程。大量的实验测量表明, 珠状凝结的表面传热系数比相同条件下膜状凝结大几倍甚至一个数量级。但由于在常规金属表面难以形成或长久维持珠状凝结, 当前绝大多数工业凝结设备的传热都属于膜状凝结。

11.1.2 竖壁表面膜状凝结流动特点

图 11-2 所示为静止饱和蒸气在竖直壁面上进行膜状凝结的示意图。凝结后的液体在重力作用下沿壁面向下流动, 蒸气在液膜表面上不断凝结, 当因流动造成的液体流失速度与蒸气凝结速度

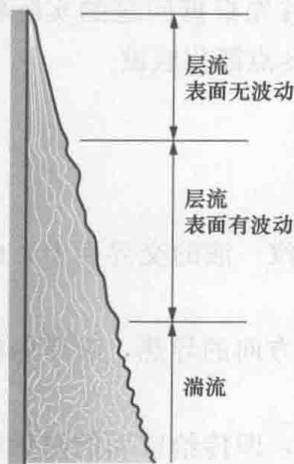


图 11-2 竖壁表面膜状凝结的流动示意图

造成的液体流失速度与蒸气凝结速度相同时, 液膜厚度将不随时间变化, 形成稳定的膜状凝结。

在竖壁的上部, 凝结液较少、液膜薄、流速低, 液膜内的流动处于层流状态。但随凝结量的不断增加, 液膜逐渐变厚, 在竖壁的下部, 液膜内的流动状态也会由层流向湍流转化。液膜内某截面上液体的流动状态仍可用雷诺数来判断。下面以图 11-3 来进行说明, 一宽为 b 的冷表面竖直放置, 将竖壁的最上缘作为坐标原点, 沿液体流动方向也就是垂直向下的方向设为 x 方向, 垂直于壁面指向流体的方向为 y 方向, 则某 x 截面处液体流动的雷诺数为

$$Re_x = \frac{u d_e}{\nu_l}$$

式中: u 为该截面上流体的平均流速; d_e 为截面的当量直径; ν_l 为液体的运动黏度。

若截面上流体的质量流量为 q_m , 密度为 ρ_l , 液膜厚度为 δ , 则有

$$u = \frac{q_m}{\rho_l b \delta} \quad (11-2)$$

$$d_e = \frac{4b\delta}{b} = 4\delta \quad (11-3)$$

$$Re_x = \frac{4q_m}{\rho_l b \nu_l} = \frac{4q_m}{\eta_l b} \quad (11-4)$$

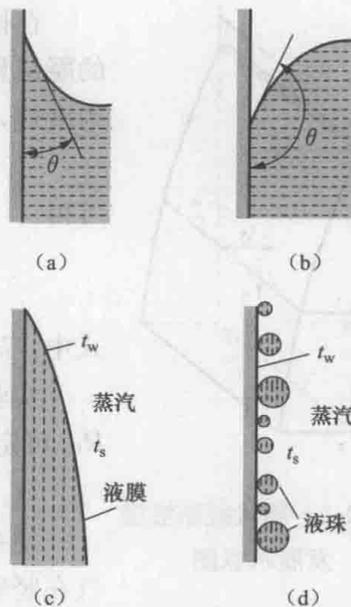


图 11-1 膜状凝结与珠状凝结
(a) 润湿能力强; (b) 润湿能力弱;
(c) 膜状凝结; (d) 珠状凝结

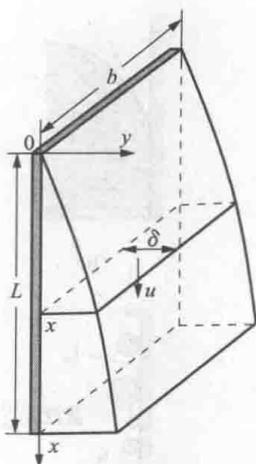


图 11-3 膜状凝结液膜发展示意图

在稳态下, x 截面处的液体流量等于 $0 \sim x$ 范围内蒸气的凝结量。忽略放热中显热部分, 假设蒸气放出的热量仅为潜热, 用 r 代表液体的汽化潜热, 有

$$\Phi = hb x (t_s - t_w) = q_m r \quad (11-5)$$

可得

$$Re_x = \frac{4hx(t_s - t_w)}{\eta r} \quad (11-6)$$

式中: h 为竖壁上 $0 \sim x$ 范围的平均表面传热系数。

实验表明, 液膜流动由层流转化为湍流的临界雷诺数 Re_c 可定为 1800, 也有部分文献将其定为 1600。

11.1.3 竖壁表面层流膜状凝结的分析解

早在 1916 年, 努塞尔 (W. Nusselt) 就对纯净饱和蒸气在竖壁表面层流膜状凝结传热进行了理论分析求解, 这也被认为是理论求解对流传热问题的经典之作。努塞尔首先根据问题的实际特点, 紧紧抓住主要因素, 忽略次要因素, 对问题做了如下 8 点简化假设:

- (1) 蒸气和凝结液的物性参数均为常数。
- (2) 蒸气是静止的, 气液界面上无对液膜的黏滞应力。
- (3) 液膜很薄, 流速很低, 忽略流动的惯性力。
- (4) 蒸气为纯净的饱和蒸气, 温度为 t_s , 相变发生在汽-液的交界面上, 此处液膜表面温度 $t_\delta = t_s$ 。
- (5) 认为液膜内部的热量传递主要是垂直于液膜流动方向的导热, 液膜内的温度分布是线性的。
- (6) 忽略凝结液过冷 (从 t_s 冷却到 t_w) 所释放的显热, 即传给壁面的热量就只是蒸气在液膜表面凝结时放出的汽化潜热量。
- (7) 蒸气密度 ρ_v 远小于液体的密度 ρ_l , ρ_v 相对于 ρ_l 可忽略。
- (8) 液膜表面平整无波动。

图 11-4 所示为努塞尔所做的理论分析示意图。在任意的 x 截面处, 取一微元段 dx 作为研究对象, 此处液膜的厚度为 δ , 在垂直纸面上取单位宽度。在以上 8 点简化假设中, 第 (5) 点认为热量传递主要是垂直于液膜流动方向的导热最为关键, 由此可得, 此处通过液膜导热的热流量等于由牛顿冷却公式计算的热流量, 即

$$h_x dx (t_s - t_w) = \lambda_l dx \frac{t_s - t_w}{\delta} \quad (a)$$

因此, 沿竖壁的局部表面传热系数为

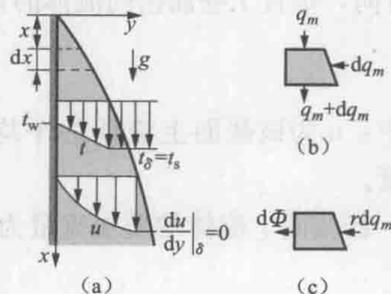


图 11-4 竖壁表面层流膜状凝结理论分析示意图

- (a) 理论解示意图; (b) 微元段质量守恒;
(c) 微元段热平衡

$$h_x = \frac{\lambda}{\delta} \quad (11-7)$$

由式 (11-7) 可看出, 局部表面传热系数与液膜的厚度成反比。

下面来分析液膜厚度 δ 随 x 的变化关系。根据第 (6) 点假设, 液膜的导热量等于凝结释放的潜热, 则有

$$rdq_m = \lambda_1 \frac{t_s - t_w}{\delta} dx \quad (b)$$

式中: dq_m 为 dx 微元段上新增的凝结液质量流量。

下面研究微元段的质量守恒关系, x 截面上液体的质量流量为

$$q_m = \int_0^{\delta} \rho_1 u dy \quad (c)$$

式中: u 为 x 截面上的速度分布。

利用单相流体对流传热边界层微分方程组的推导结果, 描述液膜流动的 x 方向动量微分方程式为

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{dp}{dx} + g + \nu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (d)$$

考虑假设 (3), 可舍去式 (d) 等号左边部分, 考虑假定 (2), 有 $dp/dx = \rho_v g$, 再考虑假定 (7), 动量微分方程可简化为

$$\nu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g = 0 \quad (11-8a)$$

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} y = 0: u &= 0 \\ y = \delta: \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11-8b)$$

对式 (11-8) 进行积分求解可得

$$u = \frac{g}{\nu_1} \left(\delta y - \frac{1}{2} y^2 \right) = \frac{\rho_1 g}{\mu_1} \left(\delta y - \frac{1}{2} y^2 \right) \quad (e)$$

将式 (e) 代入式 (c) 得

$$q_m = \int_0^{\delta} \rho_1 u dy = \int_0^{\delta} \rho_1 \frac{\rho_1 g}{\eta_1} \left(\delta y - \frac{1}{2} y^2 \right) dy = \frac{g \rho_1^2 \delta^3}{3 \eta_1} \quad (f)$$

在 dx 微元段上质量流量的增量为

$$dq_m = \frac{g \rho_1^2 \delta^2 d\delta}{\eta_1} \quad (g)$$

将式 (g) 代入式 (b) 得

$$r \left(\frac{g \rho_1^2 \delta^2 d\delta}{\eta_1} \right) = \lambda_1 \frac{t_s - t_w}{\delta} dx \quad (h)$$

对式 (h) 进行积分得

$$\delta = \left[\frac{4\eta\lambda_1(t_s - t_w)x}{gr\rho_1^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (i)$$

将式 (i) 代入式 (11-7), 得局部表面传热系数为

$$h_x = \frac{\lambda_1}{\delta} = \left[\frac{gr\lambda_1^3\rho_1^2}{4\eta(t_s - t_w)x} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (11-9)$$

对于长度为 l 的整个竖壁, 其平均表面传热系数为

$$h = \frac{1}{l} \int_0^l h_x dx = 0.943 \left[\frac{gr\lambda_1^3\rho_1^2}{\eta(t_s - t_w)l} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (11-10)$$

式 (11-10) 就是努赛尔所做的竖壁表面层流膜状凝结的分析解结果。

11.1.4 工程中的凝结传热表面传热系数计算式

1. 层流液膜换热计算公式

实验证实, 当 $Re < 30$ 时, 实验结果与式 (11-10) 的理论解相吻合; 但当 $30 \leq Re < 1800$ 时, 由于液膜表面的波动增强了液膜的传热, 实际平均表面传热系数的数值要比式 (11-10) 的计算结果大 20% 左右, 所以在工程计算时将该式的系数加大 20%, 改为

$$h = 1.13 \left[\frac{gr\lambda_1^3\rho_1^2}{\eta(t_s - t_w)l} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (11-11)$$

式 (11-10) 和式 (11-11) 中, 下标 l 表示该参数为液膜的参数, 下标 s 表示该参数为饱和温度对应参数; 定性温度为 $t_m = (t_s + t_w)/2$; 若壁面倾斜, 且壁面与水平轴夹角为 φ , 将式中的 g 改为 $g \sin\varphi$ 计算即可。此外, 只要管子的曲率半径远大于液膜厚度, 则式 (11-11) 同样适用于竖直放置圆管外表面的凝结情况。

努赛尔的理论分析解还可以推广到单根水平圆管及圆球表面的层流膜状凝结, 若管外径或球外径为 d , 则平均表面传热系数计算公式为

$$h = C \left[\frac{gr\lambda_1^3\rho_1^2}{\eta(t_s - t_w)d} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (11-12)$$

式 (11-12) 中的系数 C , 对于单根水平圆管为 0.729, 对于圆球为 0.826。判断其流动状态的临界雷诺数仍用式 (11-6) 进行计算, 只需用圆管或球的周长 πd 代替式中的 x 即可, 实际工程中对于水平圆管外的凝结, 一般均处于层流范围。

比较式 (11-11) 与式 (11-12) 可知, 当圆管的长度与外径之比 $L/d = 50$ 时, 水平管的平均表面传热系数要比垂直管高一倍。

工业上大多数冷凝器内是由多排水平圆管组成的管束。当竖直方向的管间距比较小时, 上下管壁上的液膜连在一起, 从上向下液膜逐渐增厚, 如图 11-5 所示。如果液膜保持层流状态, 则仍可用式 (11-12) 计算平均表面传热系数, 但需要将式中的特征长度 d 改为 Nd , N 为竖直方向液膜流经的管排数。当管间距较大时, 上一排管子的凝结液会滴到下一排管子上并飞溅, 扰动下一排管子上的液

膜,使凝结传热增强,采用式(11-12)计算的结果就会偏低,更准确的计算可参见其他手册。

2. 湍流液膜换热计算公式

对于竖直壁面上的凝结传热,若 $Re > 1800$, 则液膜既有层流段也有湍流段,整个壁面的平均表面传热系数计算式为

$$h = \frac{Re\lambda}{8750 + 58Pr^{-1/2}(Re^{3/4} - 253)} \left(\frac{g}{\nu^2}\right)^{1/3} \quad (11-13)$$

式中各物性参数都是凝结液的,定性温度为 $(t_s + t_w)/2$ 。该式适用于凝结液密度 ρ_l 远大于蒸气密度 ρ_v 的情况。

11.1.5 膜状凝结的影响因素及其强化

1. 影响膜状凝结的因素

前面的分析和所给的计算公式主要是针对纯净、饱和蒸气在静止情况下的凝结过程。但在实际工程中遇到的情况往往会较复杂:蒸气中可能含有不凝结气体,蒸气存在一定的过热度(蒸气温度高于饱和温度),液膜的过冷度过大,或蒸气是流动的。这些因素都会对壁面上的凝结换热产生影响,下面做简要分析。

(1) 不凝结气体的影响。当蒸气中含有不凝结气体(如空气)时,即使是微量,也会对凝结换热产生十分有害的影响。一方面,随着蒸气的凝结,不凝结气体会越来越多地汇集在换热面附近,阻碍蒸气靠近;另一方面,换热面附近的蒸气分压力会逐渐下降,饱和温度 t_s 降低,凝结换热温差 $(t_s - t_w)$ 减小。这两方面的原因使凝结换热大大削弱。工程实际证实,如果水蒸气中含有1%质量的空气,就会使凝结表面传热系数降低60%左右。因此,排除冷凝器中的不凝结气体是保证冷凝器高效工作的重要措施。

(2) 蒸气流速。当蒸气具有较高的流速时,会对凝结换热产生明显的影响。由于蒸气与液膜表面之间的黏性切应力作用,当蒸气与液膜的流动方向相同时,液膜会被拉薄,使热阻减小;而当蒸气与液膜的流动方向相反时,液膜会被带厚,使热阻增加。当然,如果蒸气的流速特别高,会使凝结液膜产生波动,甚至会吹落液膜,使凝结换热大大强化。

(3) 蒸气的过热度。如果蒸气是过热的,则在它凝结换热的过程中会首先放出显热,冷却到饱和温度再凝结,放出汽化潜热。过热蒸气的膜状凝结换热仍然可以用上述公式计算,但须将公式中的汽化潜热 r 改为过热蒸气与饱和液的焓差。

(4) 液膜的过冷度。凝结液从在气液界面上的饱和温度还要继续冷却接近壁面温度,从而释放出显热,如果液膜的过冷度较小,该部分热量可近似忽略。但是若壁面的温度远低于蒸气的饱和温度,液膜的过冷所放出的显热就有明显的影

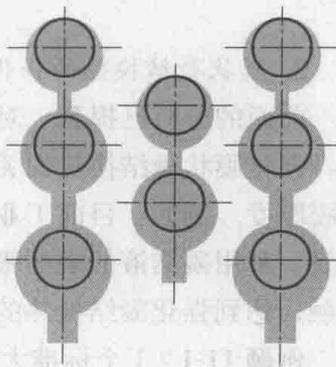


图 11-5 水平管束外层流膜状凝结

响,此时,可采用式(11-14)计算的 r' 来代替 r 的方法来考虑其影响,即

$$r' = r + 0.68c_p(t_s - t_w) \quad (11-14)$$

2. 膜状凝结换热的强化

前面的分析已提到,对于膜状凝结,其液膜厚度是凝结传热的主要阻力,因此,强化膜状凝结换热的关键措施就是设法将凝结液从换热面排走,尽可能减小液膜厚度。例如,目前工业上由水平管束构成的冷凝器都采用低肋管或锯齿形肋片管,利用凝结液的表面张力将凝结液拉入肋间槽内,使肋端部表面直接与蒸气接触,达到强化凝结换热的目的。

例题 11-1 1个标准大气压饱和水蒸气在温度为 80°C 的竖直壁面上凝结放热,竖壁高 2m ,宽 2m ,求蒸气凝结放热量以及竖壁下端凝结液质量流量。

计算:

液膜定性温度为 $t_m = \frac{100+80}{2} = 90^\circ\text{C}$,查得凝结液物性参数为 $\rho_l = 965.3\text{kg/m}^3$; $\lambda_l = 0.68\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$; $\nu_l = 0.326 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$; $\eta_l = 0.315 \times 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$; $c_{pl} = 4208\text{J}/\text{kg}$, $r = 2257\text{kJ}/\text{kg}$ 。

则修正的汽化潜热为

$$\begin{aligned} r' &= r + 0.68c_{pl}(t_s - t_w) = 2257 \times 10^3 + 0.68 \times 4208 \times (100 - 80) \\ &= 2314(\text{kJ}/\text{kg}) \end{aligned}$$

假设液膜流动为层流,则有

$$\begin{aligned} h &= 1.13 \left[\frac{gr'\lambda_l^3 \rho_l^2}{\eta_l(t_s - t_w)L} \right]^{\frac{1}{4}} = 1.13 \times \left[\frac{9.8 \times 2314 \times 10^3 \times 0.68^3 \times 965.3^2}{0.315 \times 10^{-3} \times (100 - 80) \times 2} \right]^{\frac{1}{4}} \\ &= 5415[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})] \end{aligned}$$

$$Re = \frac{4hl(t_s - t_w)}{\eta r'} = \frac{4 \times 5415 \times 2 \times (100 - 80)}{0.315 \times 10^{-3} \times 2340 \times 10^3} = 1188 < 1800$$

流动为层流,与假设一致。

$$\Phi = hA(t_s - t_w) = 5415 \times 2 \times 2 \times (100 - 80) = 433.2(\text{kW})$$

凝结液流量为

$$q_m = \frac{\Phi}{r'} = \frac{433.2 \times 10^3}{2314 \times 10^3} = 0.187(\text{kg}/\text{s})$$

11.2 沸 腾 传 热

11.2.1 沸腾传热的分类

根据沸腾时液体的平均温度可将沸腾传热分为过冷沸腾与饱和沸腾:过冷沸腾是指液体的平均温度低于当前压力对应饱和温度的沸腾;饱和沸腾则是指液体的平均温度达到或超过饱和温度的沸腾。

根据液体所在的容器空间又可将沸腾分为大容器沸腾与管内沸腾,如图 11-6 所示。大容器沸腾也称为池内沸腾,其主要特征是加热壁面沉浸在具有自由表面的液体当中,沸腾所产生的气泡能自由浮升并离开自由表面,液体的运动是由自然对流或气泡扰动所引起的。管内沸腾的特征是容器内不存在自由表面,沸腾产生的气泡无法溢出,从而形成气液两相流,通常管内液体的流动是处于强制对流状态的,因此管内沸腾也称为强制对流沸腾。本节主要介绍大容器的饱和沸腾。

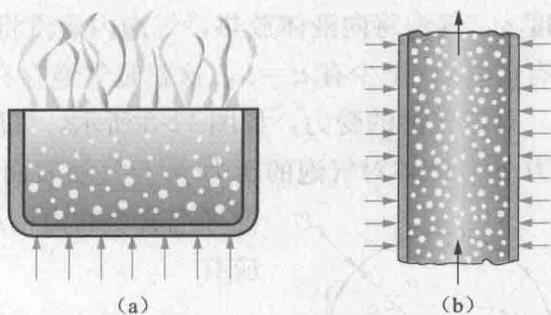


图 11-6 两种沸腾传热方式

(a) 大容器沸腾; (b) 管内沸腾

11.2.2 气泡动力学简介

1. 气泡的生成

不断产生气泡是沸腾的典型特点,这涉及气泡的生成、跃离、传热与受力。在沸腾传热过程中气泡是在加热面上生成的。但并不是在加热面任何位置均会有气泡生成,生成气泡的位置称为汽化核心点。由于液体气化产生气泡时会吸收大量的气化潜热,所以汽化核心点数量越多,气泡产生越快,固体表面与液体间的传热量也就越大。

汽化核心点的产生首先取决于壁面的过热度,其次受壁面几何条件的影响。壁面的过热度为壁面温度与液体饱和温度之差 ($t_w - t_s$),只有在有足够过热度时才可能形成汽化核心点,而且过热度越高,汽化核心点数量也就越多。壁面上的凹坑、裂隙最容易成为汽化核心点,原因是凹坑、裂隙处液体的受热强度大,而且这些地方容易残留气体,如图 11-7 所示。因此,增加壁面上的凹坑、裂隙是当前强化沸腾传热的主要手段。

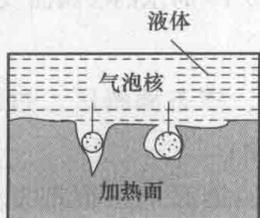


图 11-7 汽化核心示意图

2. 气泡的跃离

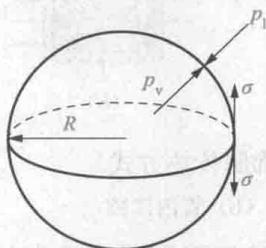
观察沸腾传热过程可以发现,气泡在汽化核心处生成后会跃离壁面。这一方面使该汽化核心处形成新的气泡,使液体继续吸收汽化潜热;另一方面跃离的气泡对液体形成剧烈扰动,增强了液体对壁面的冲刷及液体内部的热对流,这些都有利于强化壁面与流体间传热。气泡跃离的难易主要取决于液体对固体壁面的润湿能力。若液体对壁面润湿能力强,气泡在壁面上附着面积小,则易跃离;若液体对壁面润湿能力差,则形成的气泡不易跃离。因此,液体与固体壁面的组合也是影响沸腾传热的一个因素。

3. 跃离后气泡的传热与受力

气泡跃离后是缩小甚至湮灭,还是维持体积甚至长大,取决于气泡的受力条件与传热条件。首先来分析气泡在液体内的传热状态,如果气泡温度 t_v 大于液体

温度 t_l ，气泡将向液体放热，气泡内蒸汽将液化，气泡缩小，为保证气泡不缩小，应有 $t_v \leq t_l$ ，至少有 $t_v = t_l$ ，这就是气泡存在的热平衡条件。

对于气泡的受力，如图 11-8 所示，气泡在液体内受到三种力，即内部蒸汽的压力 p_v 、液体对气泡的压力 p_l 与气液表面的表面张力 σ 。显然 p_l 与 σ 是压缩气泡使气泡变小的力， p_v 是使气泡变大的力。根据受力平衡，应有



$$\pi R^2(p_v - p_l) = 2\pi R\sigma \quad (11-15)$$

显然有 $p_v > p_l$ ，若认为 p_l 基本等于环境压力，对应的液体饱和温度为 t_s ，由于气泡内流体已经是气态，则一定有 $t_v > t_s$ 。根据前述的气泡存在的热平衡条件 $t_v = t_l$ ，因此可得 $t_l > t_s$ ，可见在饱和沸腾条件下容器内的液体是过热的。根据式 (11-15) 还可得出，饱和沸腾时满足气泡生成的条件为

$$R \geq \frac{2\sigma}{p_v - p_l} \quad (11-16)$$

11.2.3 大容器饱和沸腾曲线

沸腾传热的热流密度 q 与加热面和液体饱和温度的差值 $\Delta t = t_w - t_s$ 之间的关系曲线称为沸腾曲线。图 11-9 所示为水 ($1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 下) 在大容器中饱和沸腾时的沸腾曲线，图中横坐标温差和纵坐标热流密度均为对数坐标。对其他液体进行不同压力下的实验也可以得出类似的曲线，只是参数的具体数值不同而已。

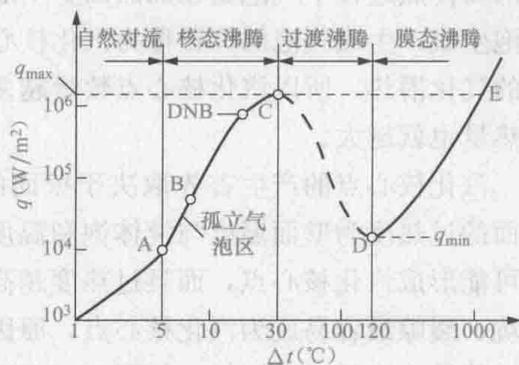


图 11-9 $p = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 时水的沸腾曲线

1. 沸腾曲线的四个区域

由图 11-9 可知，沸腾曲线可分为 4 个区域：自然对流区、核态沸腾区、过渡沸腾区和膜态沸腾区。下面对各个区域的传热机理做简单介绍。

(1) 自然对流区。在温差 $\Delta t < 5^\circ\text{C}$ ，即图中 A 点以前，加热面上还很难发生汽化，产生气泡。加热面与流体仍以自然对流传热的形式交换热量，因此，将这一区间称为自然对流区。

(2) 核态沸腾区。当温差 $\Delta t \geq 5^\circ\text{C}$ 后，加热面的部分地点开始产生气泡，标志着沸腾的发生。一些气泡还会逐渐长大，直到在浮升力的作用下脱离加热面，进入液体。但在 B 点以前，加热面上产生的气泡还较少相互影响，各个气泡能独立发展，因此将 AB 段称为孤立气泡区。但在 B 点之后，随温差的进一步增加，加热面上的汽化核心点迅速增加，产生的气泡开始融合，并形成大的气块或气柱，直至冲出液体表面，进入气相空间，BC 段也称为气块区。在以上两个区域中，沸

腾传热总是自加热面上的汽化核心点开始进行的, 因此将 AC 段 ($5^{\circ}\text{C} \leq \Delta t \leq 30^{\circ}\text{C}$) 统称为核态沸腾区。这一区域具有传热温差小、热流密度大的特点, 因此在工业上被广泛应用。

(3) 过渡沸腾区。如果从 C 点继续提高温差 Δt , 则热流密度 q 不仅不增加, 反而迅速降低, 最终降低至 D 点。这是由于加热面过热度 Δt 过高, 导致产生的气泡过多, 以至于在加热表面上形成连在一起的汽块 (或汽膜), 阻碍了液体与壁面的接触传热, 使传热恶化。从 C 到 D 这一阶段 ($30^{\circ}\text{C} \leq \Delta t \leq 120^{\circ}\text{C}$) 的换热状态是不稳定的, 称为过渡沸腾区。

(4) 膜态沸腾区。在 D 点之后 ($\Delta t > 120^{\circ}\text{C}$), 随着加热面过热度 Δt 的继续提高, 加热面上开始形成一层稳定的汽膜, 汽化在汽液界面上进行, 热量除了以对流传热的方式从加热面通过汽膜传到汽液界面外, 还以辐射传热的方式传向液体。 Δt 越大, 加热面的辐射热越多, 热流密度也随之增大。D 点以后的区段称为膜态沸腾区。

2. 临界热流密度

上面分析的大容器饱和沸腾曲线是以加热面的温度可控为依据的。而在工程实际中更多的情况是控制热流密度的沸腾传热设备 (如电加热), 在这种方式中, 加热面的温度是因变量。仍以图 11-9 为例, 在 C 点对应的热流密度之前, 随热流密度的增加, 加热面的温度逐渐升高。但当热流密度达到并超过此值时, 工况将迅速地由 C 点沿虚线跳到膜态沸腾线上的 E 点, 壁面温度会急剧升高到 1000°C 以上, 从而有可能导致加热面因温度过高而烧毁。因此常将 C 点对应的热流密度值称为临界热流密度 q_{\max} 。工程上为了保证安全的核态沸腾传热, 必须控制热流密度低于 q_{\max} 。在图 11-9 中的热流密度达峰值 q_{\max} (图中 C 点) 前, 曲线出现一拐点 DNB (Departure from Nucleate Boiling), 可以用其作为监视接近 q_{\max} 的警戒。

11.2.4 沸腾传热计算

由于沸腾传热的复杂性, 目前还没有一个得到公认能够适应各种沸腾传热现象的计算式。下面仅介绍大容器饱和沸腾中核态沸腾和膜态沸腾区域代表性的计算方法, 同时也给出一个大容器饱和沸腾临界热流密度的计算式。

1. 大容器饱和和核态沸腾的计算式

(1) 罗森诺计算式。描述大容器饱和沸腾中核态沸腾区域热流密度与温差的关系式之一, 是由罗森诺 (Rohsenow) 在 1952 年提出的, 可表示为如下的形式, 即

$$q = \eta_l r \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right]^{1/2} \left(\frac{c_{pl} \Delta t}{C_{wl} r Pr_l^s} \right)^3 \quad (11-17)$$

式中: q 为热流密度, W/m^2 ; η_l 为饱和液体的动力黏度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$; c_{pl} 为饱和液体的比定压热容, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$; r 为汽化潜热, J/kg ; Δt 为壁面过热度, $^{\circ}\text{C}$; ρ_l 、 ρ_v 分别为饱和液、饱和蒸汽的密度, kg/m^3 ; σ 为液体与蒸汽界面的表面张力,

N/m; C_{wl} 为系数,反映了液体与壁面的组合对气泡跃离的影响; g 为重力加速度, m/s^2 ; Pr_1 为饱和液的普朗特数; s 为经验系数,对于水 $s=1$,对于其他液体 $s=1.7$ 。

表 11-1 所示为不同液体与固体壁面组合的 C_{wl} ; 表 11-2 所示为不同温度下水的表面张力 σ ; 表 11-3 所示为其他常见液体的表面张力 σ 。

表 11-1 不同液体与固体壁面组合下 C_{wl} 值

液体与固体表面组合	C_{wl}	液体与固体表面组合	C_{wl}
水—抛光的铜	0.0130	水—镍	0.0060
水—烧焦的铜	0.0068	水—铂	0.0130
水—机械抛光不锈钢	0.0130	苯—铬	0.1010
水—磨光并抛光的不锈钢	0.0060	乙醇—铬	0.0027
水—化学腐蚀的不锈钢	0.0130	四氯化碳—铜	0.0130
水—黄铜	0.0060		

表 11-2 不同温度下水的表面张力

t (°C)	σ (N/m)	t (°C)	σ (N/m)	t (°C)	σ (N/m)
0	0.0757	140	0.0509	280	0.0190
20	0.0727	160	0.0466	300	0.0144
40	0.0696	180	0.0422	320	0.0099
60	0.0662	200	0.0377	340	0.0056
80	0.0627	220	0.0331	360	0.0019
100	0.0589	240	0.0284		
120	0.0550	260	0.0237		

表 11-3 不同液体的表面张力

液体	温度范围 (°C)	σ (N/m, t 单位为 °C)
氨	-75~40	$0.0264 + 0.000223t$
苯	10~80	$0.0315 - 0.000129t$
丁烷	-70~-20	$0.0149 - 0.000121t$
二氧化碳	-30~-20	$0.0043 - 0.000160t$
乙醇	10~70	$0.0241 - 0.000083t$
汞	5~200	$0.49010 - 0.000205t$
甲醇	10~60	$0.0240 - 0.000077t$
戊烷	10~30	$0.0183 - 0.000110t$
丙烷	-90~-10	$0.0092 - 0.000087t$

(2) 米海耶夫计算式。对于水,在 $10^5 \sim 4 \times 10^6$ Pa 的压力范围内,米海耶夫 (MuxeeB M. A) 推荐式 (11-18) 计算大容器饱和和核态沸腾的表面传热系数,即

$$h = 0.1224 \Delta t^{2.33} p^{0.5} \quad (11-18)$$

$$\Delta t = t_w - t_s$$

式中： p 为液体的绝对压力，Pa； Δt 为加热面的过热度， $^{\circ}\text{C}$ 。

2. 临界热流密度的计算式

临界热流密度是沸腾传热设计中的一个重要参数，库塔杰拉泽 (Kutateladze) 和朱伯 (Zuber) 分别通过量纲分析和流体动力稳定性理论导出了该值与相关参数的关系式，后又根据实验结果进行了修正，得到如下的计算式，即

$$q_{\max} = 0.149r\rho_v^{1/2} [\sigma g(\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \quad (11-19)$$

式 (11-19) 的适用条件是加热表面的特征长度远大于气泡平均直径的情况。式中下标 v 表示该量为蒸汽的参数， l 表示该量为液体的参数，各物性参数均按照饱和温度查取。

3. 大容器饱和膜态沸腾计算式

膜态沸腾较常见于超低温介质 (如液氮等) 的工作过程，汽膜的流动传热在很多方面类似于膜状凝结中液膜的流动与传热。对于横管外膜态沸腾，表面传热系数计算式为

$$h = 0.62 \left[\frac{gr\rho_v(\rho_l - \rho_v)\lambda_v^3}{\eta_v d(t_w - t_s)} \right]^{1/4} \quad (11-20)$$

式中： ρ_l 、 r 为饱和温度下的液体的密度与潜热。

其他物性以平均温度 $t_m = (t_w + t_s) / 2$ 为定性温度，特征长度为管外径 d 。

由于在膜态沸腾条件下，壁面对液体的辐射传热作用显著，且辐射传热会增加汽膜的厚度，所以此时加热面的总传热不是对流传热与辐射传热的简单叠加。勃洛姆 (Bromley) 建议采用如下超越方程计算复合传热系数，即

$$h^{4/3} = h_c^{4/3} + h_r^{4/3} \quad (11-21)$$

式中： h_c 、 h_r 分别为按照对流传热与辐射传热得到的表面传热系数。

h_r 按式 (11-22) 计算，即

$$h_r = \frac{\sigma(T_w^4 - T_s^4)}{T_w - T_s} \quad (11-22)$$

例题 11-2 1 个标准大气压下，水在抛光不锈钢容器内沸腾。若加热面温度为 110°C ，求：①单位加热面积热流量；②单位加热面积上的水汽化速率；③当前压力下，水在该容器内沸腾的临界热流密度。

题解：

计算：1 个标准大气压下水的饱和温度为 100°C ，饱和水与饱和蒸汽的物性参数为： $\rho_l = 958.4 \text{ kg/m}^3$ ， $\rho_v = 0.6 \text{ kg/m}^3$ ， $Pr_l = 1.75$ ， $r = 2257 \text{ kJ/kg}$ ， $\eta = 0.282 \times 10^{-3}$ ， $c_{pl} = 4220 \text{ J/kg}$ ； $c_{wl} = 0.013$ ； $\sigma = 0.0589 \text{ N/m}$ 。

则单位面积换热量为

$$q = \eta r \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right]^{1/2} \left(\frac{c_{pl} \Delta t}{C_{wl} r Pr_l} \right)^3 = 141 (\text{kW/m}^2)$$

单位加热面水汽化速率为

$$q_m = \frac{q}{r} = \frac{141 \times 1000}{2257 \times 10^3} = 0.062 (\text{kg/s})$$

临界热流密度为

$$\begin{aligned} q_{\max} &= \frac{\pi r \rho_v \left[\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_v)}{\rho_l^2} \right]^{1/4} \left(\frac{\rho_l + \rho_v}{\rho_l} \right)^{1/2}}{24} \\ &= \frac{3.14 \times 2257 \times 10^3 \times 0.6 \left[\frac{0.0589 \times 9.8 \times (958.4 - 0.6)}{0.6^2} \right]^{1/4} \left(\frac{958.4 + 0.6}{958.4} \right)^{1/2}}{24} \\ &= 111 \times 10^4 (\text{W/m}^2) \end{aligned}$$



思考题

- 11-1 为何珠状凝结比膜状凝结的传热效果好?
- 11-2 在努塞尔关于膜状凝结分析解的假设中,最主要的假设是哪两条?
- 11-3 为何不凝结气体的存在对膜状凝结有显著的影响?
- 11-4 为什么新装空调时,需要将连接铜管的空气排空?
- 11-5 有一个长 1m、宽 0.2m 的平板,有蒸汽在其表面发生膜状凝结。竖直(长为高度方向)和横向(宽为高度方向)放置,哪一种方式更有利于凝结传热?为什么?
- 11-6 试说明大容器饱和沸腾曲线中各阶段的传热机理。
- 11-7 沸腾传热过程的临界热流密度是如何定义的?对电加热沸腾设备,控制临界热流密度有何意义?
- 11-8 将水洒到赤热的铁板上,会发现许多小水滴在铁板上跳动,并维持相当长的一段时间而不被汽化,该现象也被称为莱登弗罗斯特现象,请解释。
- 11-9 试对比管外膜状凝结及水平管外膜态沸腾传热过程的异同。
- 11-10 从传热表面的结构出发,强化凝结传热的基本思想是什么?强化沸腾传热的基本思想是什么?



习题

- 11-1 试将努塞尔膜状凝结分析解式(11-10)整理成特征数间的函数关系式,引入伽利略数 $Ga = \frac{g l^3}{\nu^2}$ 和雅各布数 $Ja = \frac{r}{c_p (t_s - t_w)}$ 。
- 11-2 一块竖直平板,温度为 80°C ,宽为 30cm,高为 1.2m,暴露在 1 个标准大气压下的饱和水蒸气中。计算平板与水蒸气的传热量以及每小时水蒸气的凝结量。
- 11-3 绝对压力为 690kPa 的饱和水蒸气在一水平管道外表面凝结,管道直径为 2.54cm,管壁温度为 138°C 。求凝结传热系数及单位管长凝结液流量。
- 11-4 一电厂凝汽器由 320 根铜管按 40×8 排列布置(高度方向为 8 排),每根管子的外径为 22mm,长度为 7m。若某工况下管子的外壁温为 30.15°C ,管外为 5.03kPa 的饱和水蒸气。①计算该工况下凝结传热的表面传热系数;②计算该工况下的蒸汽凝结量。

11-5 利用一个底面为 $30\text{cm} \times 30\text{cm}$ 的正方形铜锅在 1 个标准大气压压力下烧水, 锅底的温度为 119°C 。试计算水与锅底每小时的传热量。

11-6 一直径为 5mm 的加热铜管浸入在 1 个标准大气压压力下的饱和水中, 铜管的过热度为 11°C 。估算单位长度铜管的散热量。

11-7 在 $p=2 \times 10^5 \text{Pa}$ 的压力下, 水在黄铜管外的大空间内发生核态沸腾, 若已知管子热负荷为 $q=2 \times 10^5 \text{W/m}^2$ 。分别采用罗森诺计算式和米海耶夫计算式计算其表面传热系数。

11-8 在沸腾现象的实验中, 水在 1 个大气压下被一根长 10cm 、直径为 1mm 的康铜丝加热。当康铜丝表面温度达到 554°C 时出现稳定膜态沸腾现象。①试计算此时膜态沸腾的表面传热系数; ②此时, 若把电流增加到 14A , 电压增加到 8V , 经过 5s 后加热丝熔断, 试计算熔断时的温度。已知康铜的比热容为 $410\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, 密度为 $8920\text{kg}/\text{m}^3$ 。



(a)
$$\frac{d}{4} = \frac{d \cos \alpha}{4} = \frac{d}{4} \cos \alpha$$

(b)
$$\frac{d \cos \alpha}{4} = \frac{d}{4}$$

(c)
$$A_B = A_A \frac{d \cos \alpha}{d} = A_A \cos \alpha = \frac{d \cos \alpha}{4} \cdot \frac{d}{4} = \frac{d^2 \cos \alpha}{16}$$

第 12 章 辐射传热的计算

第 4 章主要介绍了黑体和实际物体表面的辐射和吸收特性,并直接给出了两表面组成封闭系统的辐射传热计算公式。在本章中,首先介绍辐射传热中重要的几何参数——角系数的计算方法;然后通过有效辐射概念的引入,分析得到任意两表面组成封闭系统的辐射传热计算式;进一步利用辐射热阻的概念和辐射传热的网络分析法,对三表面及多表面组成的封闭系统辐射传热问题进行分析;最后介绍以二氧化碳和水蒸气为代表的气体辐射特点,以及辐射性气体与包壳表面之间的辐射传热计算。

12.1 角系数的计算方法

12.1.1 角系数的积分式

在 4.4 节曾指出,若辐射系统中物体表面是漫射的,且表面的发射率和温度均匀,则角系数是一个纯几何因子。下面通过角系数的定义,来研究任意两表面之间的角系数计算式。

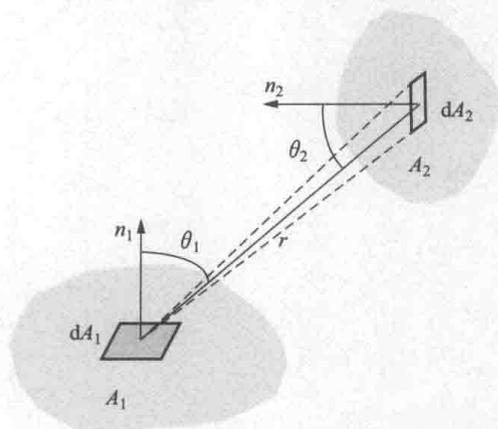


图 12-1 两个任意表面之间的角系数

如图 12-1 所示,两个面积分别为 A_1 、 A_2 的表面,在其上任取微元面积 dA_1 和 dA_2 ,两微元面的中心距离为 r ,两个微元表面的中心连线与其表面的法线方向夹角分别为 θ_1 和 θ_2 。

dA_1 所发出的辐射能为 $dA_1 E_1$, dA_2 所在的方向上的定向辐射力可表示为

$$E_{\theta_1} = E_n \cos \theta_1 = \frac{E_1}{\pi} \cos \theta_1 \quad (\text{a})$$

dA_2 所对应的立体角则可表示为

$$d\Omega_1 = \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2} \quad (\text{b})$$

因此,离开 dA_1 的辐射能落到 dA_2 面上的部分为

$$\Phi_{dA_1 \rightarrow dA_2} = dA_1 E_{\theta_1} d\Omega_1 = dA_1 \frac{E_1}{\pi} \cos \theta_1 \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2} = E_1 \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \quad (\text{c})$$

整个 A_1 表面所发出的辐射能落到 dA_2 面上的为

$$\Phi_{A_1 \rightarrow dA_2} = \int_{A_1} \Phi_{dA_1 \rightarrow dA_2} = \int_{A_1} E_1 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 dA_2}{\pi r^2} dA_1 \quad (d)$$

整个 A_1 表面所发出的辐射能落到 A_2 面上的为

$$\Phi_{A_1 \rightarrow A_2} = \int_{A_1} \Phi_{A_1 \rightarrow dA_2} = \int_{A_1} \int_{A_2} E_1 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \quad (e)$$

因此, 表面 1 对表面 2 的角系数为

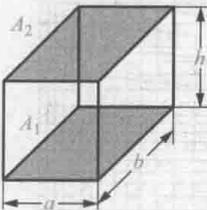
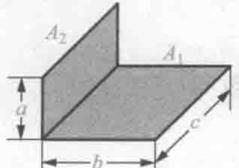
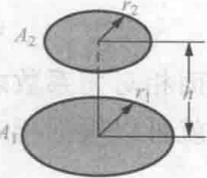
$$X_{1,2} = \frac{\Phi_{A_1 \rightarrow A_2}}{A_1 E_1} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \quad (12-1)$$

类似分析可得, 表面 2 对表面 1 的角系数为

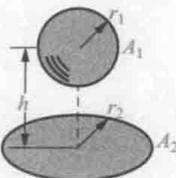
$$X_{2,1} = \frac{\Phi_{A_2 \rightarrow A_1}}{A_2 E_2} = \frac{1}{A_2} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \quad (12-2)$$

从上面两式可以看出, 角系数是几何量, 只取决于两个物体表面的几何形状、大小和相对位置。但是式 (12-1) 和式 (12-2) 是多重积分, 计算时可能会遇到一些数学上的困难。表 12-1 所示为一些特殊情况下的角系数的解析表达式, 图 12-2~图 12-4 所示为三种特殊情况下角系数计算的图线。

表 12-1 几种几何系统的角系数 $X_{1,2}$ 计算公式

几何系统	角系数 $X_{1,2}$
两个同样大小、平行相对的矩形表面: 	$x = a/h, y = b/h$ $X_{1,2} = \frac{2}{\pi xy} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+x^2+y^2} - x \cdot \arctan x + x \sqrt{1+y^2} \arctan \frac{x}{\sqrt{1+y^2}} - y \cdot \arctan y + y \sqrt{1+x^2} \arctan \frac{y}{\sqrt{1+x^2}} \right]$
两个相互垂直且具有一条公共边的矩形表面: 	$x = b/c, y = a/c$ $X_{1,2} = \frac{1}{\pi x} \left[x \cdot \arctan \frac{1}{x} + y \cdot \arctan \frac{1}{y} - \sqrt{x^2+y^2} \arctan \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1}{4} \ln \frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+x^2+y^2} + \frac{x^2}{4} \ln \frac{x^2(1+x^2+y^2)}{(1+x^2)(1+y^2)} + \frac{y^2}{4} \ln \frac{y^2(1+x^2+y^2)}{(1+x^2)(1+y^2)} \right]$
两个相互平行且具有公共中垂线的圆盘: 	$x = r_1/h, y = r_2/h, z = 1 + (1+y^2)/x^2$ $X_{1,2} = \frac{1}{2} \left[z - \sqrt{z^2 - 4(y/x)^2} \right]$

续表

几何系统	角系数 $X_{1,2}$
一个圆盘和一个中心在其中垂线上的球： 	$X_{1,2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (r_2/h)^2}} \right)$

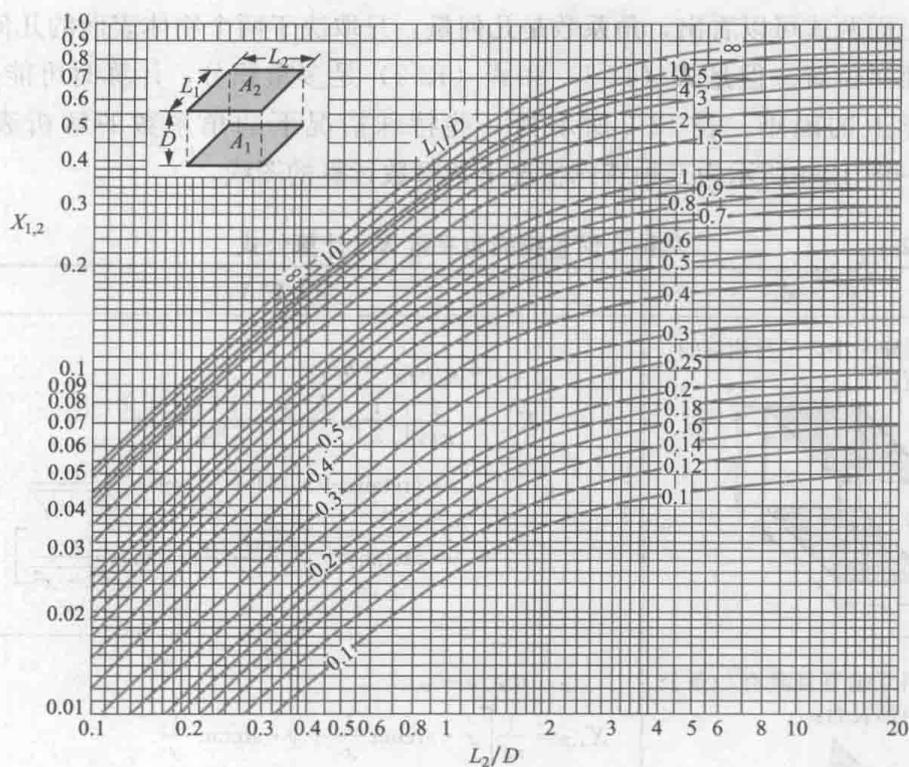


图 12-2 两平行正对长方形表面间的角系数

12.1.2 角系数的性质

1. 相对性

对比式 (12-1) 和式 (12-2) 可得

$$A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1} \quad (12-3)$$

式 (12-3) 称为角系数的相对性, 表示两个辐射传热表面相对角系数之间的制约关系。由式 (12-3) 可知, 只要知道其中一个角系数, 就可以根据相对性求出另一个角系数。

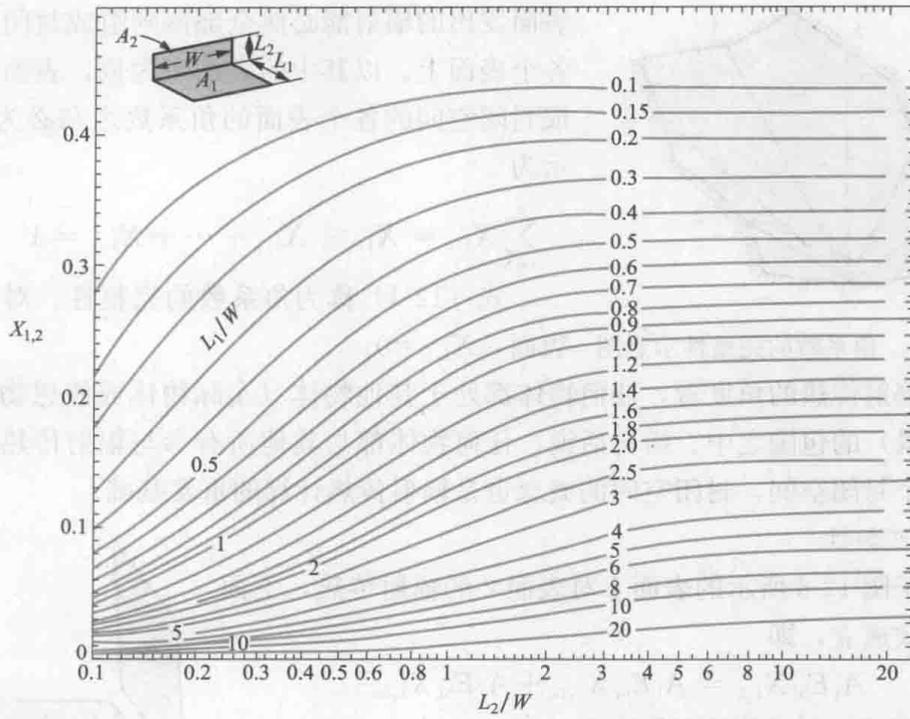


图 12-3 两垂直相交长方形表面间的角系数

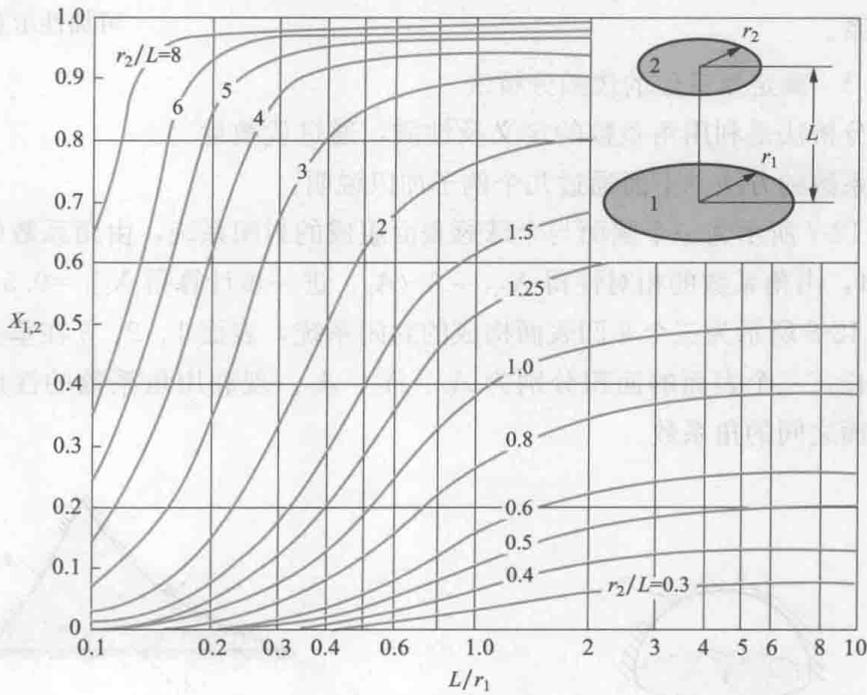


图 12-4 两同轴平行圆盘间的角系数

2. 完整性

如图 12-5 所示由多个表面组成的封闭空间，根据能量守恒原理，从任何一个

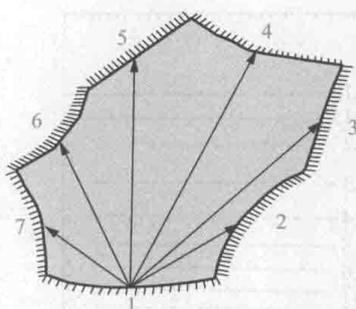


图 12-5 角系数的完整性示意图

表面发出的辐射能必然全部落到组成封闭空间的各个表面上。以其中的表面 1 为例，表面 1 对组成封闭空间的各个表面的角系数之和必为 1，表示为

$$\sum_{i=1}^n X_{1,i} = X_{1,1} + X_{1,2} + \cdots + X_{1,n} = 1 \quad (12-4)$$

式 (12-4) 称为角系数的完整性。对于非凹

表面， $X_{1,1}=0$ 。
从辐射传热的角度看，任何物体都处于其他物体（实际物体或假想物体，如太空背景）的包围之中。换句话说，任何物体都与其他所有参与辐射传热的物体构成一个封闭空间，封闭空间的概念也是辐射传热计算的重要基础。

3. 可加性

对于图 12-6 所示的表面 1 对表面 2 的辐射传热，下面的关系式成立，即

$$A_1 E_{b1} X_{1,2} = A_1 E_{b1} X_{1,2a} + A_1 E_{b1} X_{1,2b}$$

整理后即可得角系数的可加性为

$$X_{1,2} = X_{1,2a} + X_{1,2b} \quad (12-5)$$

角系数的可加性实质上是辐射能的可加性，体现了能量守恒关系。

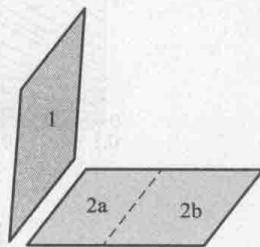


图 12-6 角系数的可加性示意图

12.1.3 确定角系数的代数分析法

代数分析法是利用角系数的定义及性质，通过代数运算确定角系数的方法。下面通过几个例子加以说明。

如图 12-7 所示为一个圆面与半球冠表面组成的封闭系统，由角系数的定义可知 $X_{1,2}=1$ ，由角系数的相对性得 $X_{2,1}=A_1/A_2$ ，进一步计算得 $X_{2,1}=0.5$ 。

如图 12-8 所示为三个非凹表面构成的封闭系统，表面 1、2、3 在垂直于纸面方向无限长，三个表面的面积分别为 A_1 、 A_2 、 A_3 。现利用角系数的性质确定任意两个表面之间的角系数。

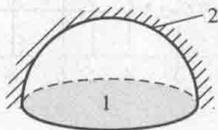


图 12-7 圆面与半球冠表面组成的系统

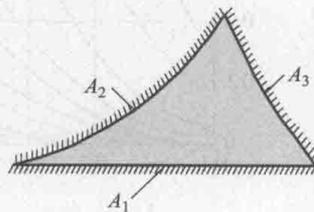


图 12-8 三表面的封闭系统

根据角系数的完整性，可以写出

$$X_{1,2} + X_{1,3} = 1 \quad (a)$$

$$X_{2,1} + X_{2,3} = 1 \quad (b)$$

$$X_{3,1} + X_{3,2} = 1 \quad (c)$$

再根据角系数的相对性, 还可以写出

$$A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1} \quad (d)$$

$$A_1 X_{1,3} = A_3 X_{3,1} \quad (e)$$

$$A_2 X_{2,3} = A_3 X_{3,2} \quad (f)$$

将以上 6 个代数方程式进行联立求解可得

$$X_{1,2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1} = \frac{l_1 + l_2 - l_3}{2l_1} \quad (12-6)$$

$$X_{1,3} = \frac{A_1 + A_3 - A_2}{2A_1} = \frac{l_1 + l_3 - l_2}{2l_1} \quad (12-7)$$

$$X_{2,3} = \frac{A_2 + A_3 - A_1}{2A_2} = \frac{l_2 + l_3 - l_1}{2l_2} \quad (12-8)$$

式中: l_1 、 l_2 、 l_3 分别为表面 A_1 、 A_2 、 A_3 在横断面上的长度。

下面应用代数分析法求解图 12-9 中在垂直于纸面方向无限长的两非凹表面间的角系数 $X_{1,2}$ 。假设横断面的线段长度分别为 ab 、 cd 。我们可以做辅助线 ac 、 bd 、 ad 、 bc , 它们分别代表 4 个同样垂直于纸面方向无限长的辅助平面。对于表面 1、2 与辅助平面 ac 、 bd 构成的封闭空间 $abcd$, 根据角系数的完整性, 可得

$$X_{1,2} = 1 - X_{1,ac} - X_{1,bd} \quad (g) \quad \text{图 12-9 交叉线法示意图}$$

对于表面 1 与辅助平面 ac 、 bc 构成的封闭空间 abc , 以及表面 1 与辅助平面 ad 、 bd 构成的封闭空间 abd , 根据前面三个非凹表面构成的封闭空间的计算结果, 可得

$$X_{1,ac} = \frac{ab + ac - bc}{2l_1} \quad (h)$$

$$X_{1,bd} = \frac{ab + bd - ad}{2l_1} \quad (i)$$

将式 (h)、(i) 代入式 (g) 得

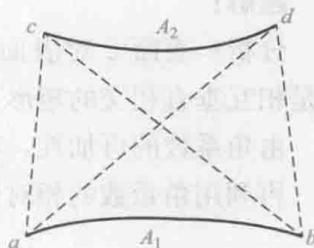
$$X_{1,2} = \frac{(ad + bc) - (ac + bd)}{2ab} \quad (12-9)$$

式 (12-9) 也可以用文字表述为

$$X_{1,2} = \frac{\text{交叉线长度之和} - \text{非交叉线长度之和}}{2 \text{倍表面 1 的横断面线段长度}} \quad (12-10)$$

这种方法适用于确定在一个方向上无限延伸的两表面间的角系数, 也称为交叉线法。

例题 12-1 图 12-10 所示为两个半球表面, 确定表面 1 对表面 2 的角系数



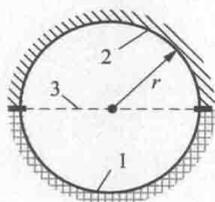


图 12-10 例题 12-1 附图

 $X_{1,2}$ 。

题解:

分析: 表面 1 与表面 2 构成一个封闭系统, 两表面的面积相等, 且均为凹表面, 利用角系数的性质得

$$X_{1,2} + X_{1,1} = 1, X_{2,2} + X_{2,1} = 1, X_{1,2} = X_{2,1}, X_{1,1} = X_{2,2}$$

但由此并不能计算出 $X_{1,2}$ 。但可假设有一个虚拟的表面 3, 有 $X_{1,2} = X_{1,3}$ 。

计算: 在球的中心面上作虚拟平面 3, $X_{3,1} = 1$ 。利用角系数的相对性有

$$A_1 X_{1,3} = A_3 X_{3,1}$$

可得

$$X_{1,2} = X_{1,3} = A_3 X_{3,1} / A_1 = \pi r^2 / (2\pi r^2) = 0.5$$

例题 12-2 确定图 12-11 所示的表面 1 对表面 2 的角系数 $X_{1,2}$ 。

题解:

分析: 表面 2 对表面 A、表面 2 对表面 (1+A) 都是相互垂直相交的矩形, 因此 $X_{2,A}$ 与 $X_{2,(1+A)}$ 都可以利用图 12-3 确定。

由角系数的可加性, 有 $X_{2,(1+A)} = X_{2,1} + X_{2,A}$, 因此有 $X_{2,1} = X_{2,(1+A)} - X_{2,A}$ 。

再利用角系数的相对性可得到

$$X_{1,2} = \frac{A_2}{A_1} X_{2,1} = \frac{A_2}{A_1} [X_{2,(1+A)} - X_{2,A}]$$

计算: 由图 12-3 得

$$X_{2,A} = 0.148, X_{2,(1+A)} = 0.183$$

所以有

$$X_{1,2} = \frac{A_2}{A_1} X_{2,1} = \frac{A_2}{A_1} [X_{2,(1+A)} - X_{2,A}] = \frac{1.5}{1} (0.183 - 0.148) = 0.0525$$

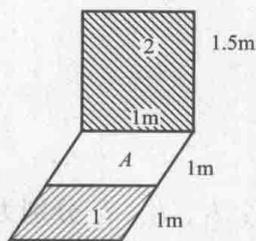


图 12-11 例题 12-2 附图

12.2 两表面间的辐射传热

12.2.1 两黑体表面之间的辐射传热

研究如图 12-12 所示的任意位置的两个黑体表面 1 和 2, 其表面积和温度分别为 A_1 、 A_2 和 T_1 、 T_2 。根据黑体表面的性质, 离开表面 1 的辐射能就是由 1 表面自身发出的, 且为 $A_1 E_{b1}$, 落到表面 2 上的辐射能为 $A_1 E_{b1} X_{1,2}$, 这一部分辐射能也将被表面 2 全部吸收, 即相当于黑体表面 1 辐射给黑体表面 2 的能量; 同理可得黑体表面 2 辐射给黑体

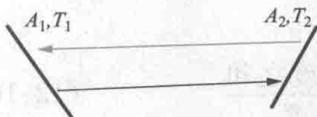


图 12-12 两黑体表面间的辐射传热

表面1的能量为 $A_2 E_{b2} X_{2,1}$ ，两者的差值就是该两黑体表面之间辐射传热的热流量，可表示为

$$\Phi_{1,2} = A_1 X_{1,2} E_{b1} - A_2 X_{2,1} E_{b2} \quad (12-11)$$

根据角系数的相对性， $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ ，式(12-11)也可写为

$$\Phi_{1,2} = A_1 X_{1,2} (E_{b1} - E_{b2}) \quad (12-12)$$

不管两表面是不是组成一个封闭系统，只要两表面为黑体表面，式(12-12)都是适用的。

12.2.2 有效辐射

在多数工程问题中，可将实际物体表面近似按照漫灰表面处理。漫灰表面与黑体表面相比，它们辐射的能量（不管是自身的，还是反射的）在空间分布上都遵循兰贝特定律，对于投射到表面的辐射，无论波长是多少都能被均匀地吸收；区别是黑体的吸收比为1，而灰体小于1。若图12-12中的两表面均是漫灰表面，在辐射传热过程中将存在多次的反射和吸收过程。如果跟踪一部分辐射能（射线踪迹法），累计它每次被吸收和反射的数量，计算就显得非常繁琐。为此，研究者提出了有效辐射的概念以简化计算。

有效辐射是指单位时间内离开物体单位表面积的辐射能，用符号 J 表示，单位为 W/m^2 。有效辐射包括表面自身辐射和对投入辐射的反射两部分，对于如图12-13所示的表面1，其有效辐射 J_1 的表达式为

$$J_1 = \varepsilon_1 E_{b1} + \rho_1 G_1 \quad (12-13)$$

在实际工程中，用辐射热流计能够检测到的图12-13 有效辐射与投入辐射表面辐射热流就是物体表面的有效辐射。

下面研究物体表面的有效辐射与其对外界辐射传热量的关系。对于图12-13所示的表面1，根据表面的辐射平衡，表面1的净辐射散热为

$$\Phi_1 = A_1 (J_1 - G_1) \quad (a)$$

对于固体表面有 $\alpha + \rho = 1$ 的关系，根据基尔霍夫定律，对于漫灰表面还有 $\alpha = \varepsilon$ ，对式(12-13)进行整理得

$$G_1 = \frac{J_1 - \varepsilon_1 E_{b1}}{1 - \varepsilon_1} \quad (b)$$

将式(b)代入(a)得

$$\Phi = \frac{A\varepsilon}{1 - \varepsilon} (E_b - J) \quad (12-14)$$

为了使表达式具有一般性，式(12-14)中表示表面1的下标已经删除，此外热流量也是指该表面与外界所有对应表面以辐射传热形式损失的热流量总和。

利用有效辐射的概念，对于任意的两个漫灰表面，若其表面积和有效辐射分别

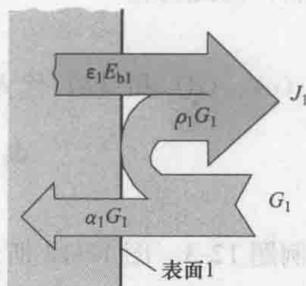


图12-13 有效辐射与投入辐射

为 A_1 、 A_2 和 J_1 、 J_2 ，仿照两黑体表面之间辐射传热的热流量的计算式 (12-12)，可得两漫灰表面之间辐射传热的热流量为

$$\Phi_{1,2} = A_1 X_{1,2} (J_1 - J_2) \quad (12-15)$$

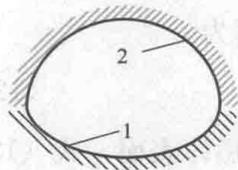


图 12-14 两个表面组成的封闭辐射传热系统

12.2.3 两漫灰表面构成的封闭系统的辐射传热
图 12-14 所示为两个漫灰表面组成的封闭辐射传热系统示例，已知：两表面的面积分别为 A_1 、 A_2 ，发射率分别为 ϵ_1 、 ϵ_2 ，温度分别为 T_1 、 T_2 ，表面 1 对表面 2 的角系数为 $X_{1,2}$ ，并假设 $T_1 > T_2$ 。现确定它们之间的辐射传热量。

根据式 (12-14)，对于表面 1 和表面 2，可写出

$$J_1 = E_{b1} - \left(\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} \right) \Phi_1 \quad (c)$$

$$J_2 = E_{b2} - \left(\frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2} \right) \Phi_2 \quad (d)$$

由于两个漫灰表面组成的是一个封闭系统，表面 1 和表面 2 仅仅是与对方进行辐射传热，因此可得

$$\Phi_1 = -\Phi_2 = \Phi_{1,2} \quad (e)$$

将式 (c)、(d) 和 (e) 代入式 (12-15) 可得

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}} + \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}} \quad (12-16)$$

例题 12-3 图 12-15 所示为两个无限靠近的平行大表面，已知表面 1 的温度为 227°C ，发射率为 0.6，表面 2 的温度为 127°C ，发射率为 0.4。试计算：①表面 1 的辐射力；②单位面积上表面 1、2 间的辐射传热量；③表面 1 的有效辐射；④表面 1 的投入辐射；⑤表面 2 的有效辐射。

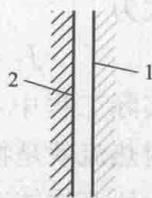


图 12-15 例题 12-3 附图

题解：

计算：(1) 表面 1 的辐射力为

$$E_1 = \epsilon_1 \sigma T_1^4 = 0.6 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (227 + 273)^4 = 2126.25 (\text{W}/\text{m}^2)$$

(2) 单位面积上表面 1、2 间的辐射传热量为

$$\begin{aligned} q_{1,2} &= \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1} + \frac{1}{X_{1,2}} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2}} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \times [(227 + 273)^4 - (127 + 273)^4]}{\frac{1}{0.6} + \frac{1}{0.4} - 1} \\ &= 660.7 (\text{W}/\text{m}^2) \end{aligned}$$

(3) 表面 1 的有效辐射为

$$J_1 = E_{b1} - \left(\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} \right) \Phi_1 = 5.67 \times 10^{-8} \times (227 + 273)^4 - \left(\frac{1 - 0.6}{0.6} \right) \times 660.7$$

$$= 3103.28(\text{W}/\text{m}^2)$$

(4) 表面1的投入辐射为

$$G_1 = J_1 - q_{1,2} = 3103.28 - 660.7 = 2442.57(\text{W}/\text{m}^2)$$

(5) 表面2的有效辐射。在此问题中,表面2的有效辐射等于表面1的投入辐射,所以有

$$J_2 = G_1 = 2442.57(\text{W}/\text{m}^2)$$

12.3 多表面间的辐射传热

12.3.1 辐射热阻与辐射热网络

1. 辐射热阻

将有效辐射与表面对外界辐射传热量的关系式(12-14)改写为如下形式,即

$$\Phi = \frac{A\epsilon}{1-\epsilon}(E_b - J) = \frac{E_b - J}{\frac{1-\epsilon}{A\epsilon}} \quad (12-17)$$

将式(12-17)与电路中的欧姆定律相对比,热流量 Φ 相当于电路中的电流,分子 $E_b - J$ 相当于辐射传热热流产生的动力,分母 $\frac{1-\epsilon}{A\epsilon}$ 则相当于阻力,称为表面辐射热阻,它反映了表面发射率及面积大小对辐射传热量的影响。

相类似,将两漫灰表面之间辐射传热量关系式(12-15)改写为式(12-18),即

$$\Phi_{1,2} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 X_{1,2}}} \quad (12-18)$$

式(12-18)的分母 $\frac{1}{A_1 X_{1,2}}$ 称为表面1、2之间的空间辐射热阻,它反映了两表面之间的空间位置对辐射传热量的影响。图12-16所示为辐射热阻的等效电路表示方法。

2. 辐射热网络图

应用辐射热阻的概念,在求解辐射传热问题时可画出辐射热网络图。对于上节所介绍的两漫灰表面构成的封闭系统的辐射传热,其辐射热网络如图12-17所示。

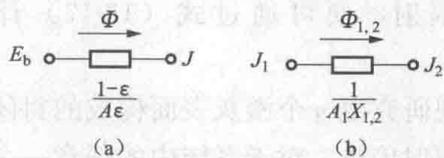


图 12-16 辐射热阻示意图

(a) 表面辐射热阻; (b) 空间辐射热阻

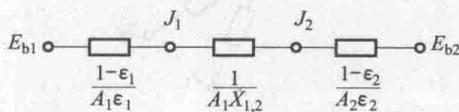


图 12-17 两表面构成的封闭系统辐射热网络图

对于多表面构成的辐射传热系统，在画辐射热网络图时应注意以下几点：①对于任意一个漫灰表面，都要克服自身的表面辐射热阻，才能达到其有效辐射。若是黑体表面，表面辐射热阻为零，所以 $E_b = J$ 。②系统中的两个表面之间若角系数不为 0，它们之间就存在辐射传热，在两个有效辐射之间存在一个空间辐射热阻。③若系统中的多个几何表面具有相同的温度和发射率，则可以将其整体作为一个辐射表面处理。

例题 12-4 图 12-18 所示为一个房间的示意图，根据房间内各壁面温度和发射率的不同，可将其划分为四个辐射表面，地面为表面 1，房顶为表面 2，左、右侧墙为表面 3，前、后墙为表面 4。各表面的面积分别为 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 ，发射率分别为 ϵ_1 、 ϵ_2 、 ϵ_3 、 ϵ_4 ，温度分别为 T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 。若 $\epsilon_1 = 1$ ，试画出其辐射传热的网络图。

题解：

该问题是四个表面构成的封闭系统，并且表面 1 为黑体。其辐射传热的网络图见图 12-19。图中的各热阻分别为

$$\text{表面热阻: } R_2 = \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}, \quad R_3 = \frac{1 - \epsilon_3}{A_3 \epsilon_3}, \quad R_4 = \frac{1 - \epsilon_4}{A_4 \epsilon_4}$$

$$\text{空间热阻: } R_{1,2} = \frac{1}{A_1 X_{1,2}}, \quad R_{1,3} = \frac{1}{A_1 X_{1,3}}, \quad R_{1,4} = \frac{1}{A_1 X_{1,4}}, \quad R_{2,3} = \frac{1}{A_2 X_{2,3}},$$

$$R_{2,4} = \frac{1}{A_2 X_{2,4}}, \quad R_{3,4} = \frac{1}{A_3 X_{3,4}}$$

各角系数可利用表 12-1 或图 12-2~12-3 确定。

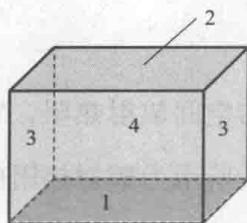


图 12-18 例题 12-4 附图 1

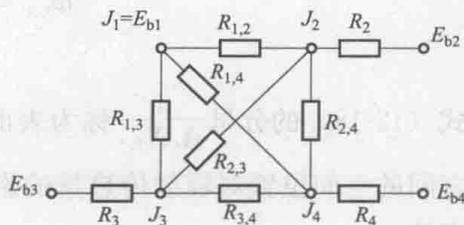


图 12-19 例题 12-4 附图 2

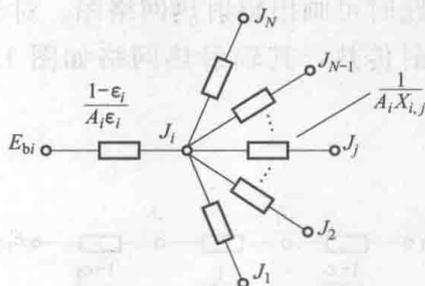


图 12-20 任意表面 i 与其他表面之间的辐射热网络

12.3.2 多表面封闭系统网络法求解

工程上对于辐射传热计算的目的是得到表面的净辐射传热量，若能求得表面的有效辐射，便可通过式 (12-17) 计算获得。

现研究由 n 个漫灰表面构成的封闭系统的辐射传热。对于系统内的任意一个表面 i ，见图 12-20，其净辐射传热量为

$$\Phi_i = \frac{E_{bi} - J_i}{\frac{1 - \epsilon_i}{A_i \epsilon_i}} \quad (\text{a})$$

它应该等于 i 表面与封闭系统中所有其他表面间分别交换的辐射热流量的代数和, 即

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^N A_i X_{i,j} (J_i - J_j) = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{A_i X_{i,j}}} \quad (\text{b})$$

于是可得

$$\frac{E_{bi} - J_i}{\frac{1 - \epsilon_i}{A_i \epsilon_i}} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{A_i X_{i,j}}} \quad (12-19)$$

显然, 只要利用相应的空间辐射热阻将封闭空间内所有的表面辐射热阻的有效辐射节点 J_1, J_2, \dots, J_N 连接起来, 就构成了完整的封闭空间辐射传热网络, 进而可以按照式 (12-19) 列出所有节点的节点方程, 就可以解出各节点的有效辐射。这种求解辐射传热的方法称为辐射网络法。

下面以三个漫灰表面构成的封闭系统为例, 进一步说明网络法求解的过程。图 12-21 所示为三个漫灰表面构成的封闭系统的辐射网络。利用式 (12-19) 可以得到有效辐射节点 J_1, J_2, J_3 处的方程如下:

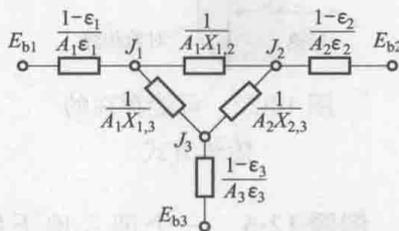


图 12-21 三表面构成的封闭系统辐射热网络图

$$\frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 X_{1,2}}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{A_1 X_{1,3}}} \quad (\text{c})$$

$$\frac{E_{b2} - J_2}{\frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}} = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_2 X_{2,1}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{A_2 X_{2,3}}} \quad (\text{d})$$

$$\frac{E_{b3} - J_3}{\frac{1 - \epsilon_3}{A_3 \epsilon_3}} = \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{A_3 X_{3,1}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{A_3 X_{3,2}}} \quad (\text{e})$$

若各表面间的角系数为已知, 联立 (c)、(d)、(e) 三个代数方程就可求出有效辐射 J_1, J_2, J_3 。利用式 (12-17) 便可计算各表面的净辐射传热量。

对于较多表面构成的封闭系统的辐射传热问题, 为了便于利用计算机对有效辐射节点方程组的求解, 可以把式 (12-19) 整理成有关 J_i 如下显函数的形式, 即

$$J_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \epsilon_i) \sum_{j=1}^N J_j X_{i,j}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (12-20)$$

12.3.3 重辐射面

在前面的讨论中, 我们主要关心的是表面之间辐射传热的分析和计算, 但应

该清楚辐射传热与其他的传热往往是分不开的。系统中某表面维持恒定的温度，且净辐射传热量为正值，那么就一定有其他传热形式将相等的热量传递给此表面，见图 12-22，可以是该表面所在的物体内部的导热、内热源生成或表面上的对流传热等。相反，若辐射面净辐射传热量为负值，则必然也要通过其他方式将该部分热量带走。

若辐射表面的另一侧隔热良好，壁内没有热源存在，辐射面一侧的对流传热效应可以忽略，此时，辐射表面与系统的净辐射传热量为零，该表面称为重辐射面。仍以三个表面构成的封闭系统为例，若表面 3 为重辐射面，则图 12-21 所示的辐射网络可变成图 12-23 所示的形式。此时，表面 3 的表面辐射热阻不为零，但是 $E_{b3} = J_3$ 。

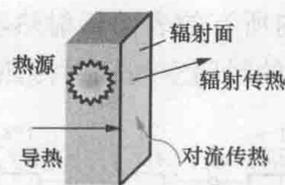


图 12-22 可能存在的传热方式

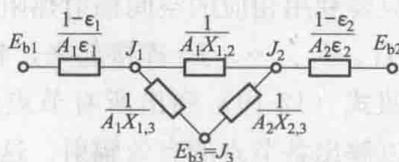


图 12-23 表面 3 为重辐射面的三表面辐射热网络图

例题 12-5 一个埋入地下的加热炉如图 12-24 所示，已知：加热炉的直径 $D=0.4\text{m}$ ，深度 $L=0.4\text{m}$ ，其底面的温度为 600K ，侧面温度为 500K ，炉壁材料的发射率均为 0.6 ，炉口外的环境温度为 300K 。计算整个加热炉向外界的辐射热流。

题解：

分析：加热炉向外界的散热都是通过顶口出去的，并且出去的辐射能几乎全部被外面的环境所吸收，因此可将顶口当作一个假想的黑体表面 3，表面 1、2、3 组成一个封闭的辐射系统。整个加热炉向外界的辐射热流为 $\Phi = \Phi_{1,3} + \Phi_{2,3}$ 。

计算：辐射网络图如图 12-25 所示。

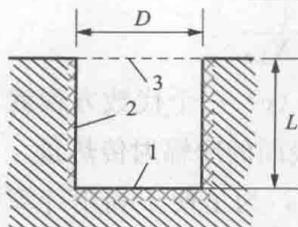


图 12-24 例题 12-5 附图 1

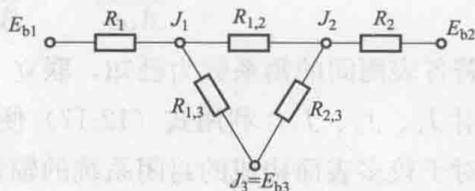


图 12-25 例题 12-5 附图 2

表面 1 和 3 之间的角系数可由图 12-4 查得，即 $X_{1,3} = X_{3,1} = 0.17$ 。

利用角系数的完整性得

$$X_{1,2} = X_{3,2} = 1 - X_{1,3} = 1 - 0.17 = 0.83$$

表面 1 和 3 的面积为

$$A_1 = A_3 = \pi D^2/4 = 3.14 \times 0.4^2/4 = 0.1256(\text{m}^2)$$

表面 2 的面积为

$$A_2 = \pi DL = 3.14 \times 0.4 \times 0.4 = 0.5024(\text{m}^2)$$

各辐射热阻为

$$R_1 = \frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} = \frac{1 - 0.6}{0.1256 \times 0.6} = 5.3(\text{m}^{-2})$$

$$R_2 = \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2} = \frac{1 - 0.6}{0.5024 \times 0.6} = 1.33(\text{m}^{-2})$$

$$R_{1,2} = \frac{1}{A_1 X_{1,2}} = \frac{1}{0.1256 \times 0.83} = 9.6(\text{m}^{-2})$$

$$R_{1,3} = \frac{1}{A_1 X_{1,3}} = \frac{1}{0.1256 \times 0.17} = 46.8(\text{m}^{-2})$$

$$R_{3,2} = \frac{1}{A_3 X_{3,2}} = \frac{1}{0.1256 \times 0.83} = 9.6(\text{m}^{-2})$$

对节点 J_1 、 J_2 可以列出下列方程, 即

$$\frac{E_{b1} - J_1}{R_1} = \frac{J_1 - J_2}{R_{1,2}} + \frac{J_1 - J_3}{R_{1,3}}, \quad \frac{E_{b2} - J_2}{R_2} = \frac{J_2 - J_1}{R_{1,2}} + \frac{J_2 - J_3}{R_{3,2}}$$

$$E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5.67 \times (600/100)^4 = 7348.3(\text{W}/\text{m}^2)$$

$$E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5.67 \times (500/100)^4 = 3543.8(\text{W}/\text{m}^2)$$

$$J_3 = E_{b3} = \sigma T_3^4 = 5.67 \times (300/100)^4 = 459.3(\text{W}/\text{m}^2)$$

代入节点 J_1 、 J_2 的方程式并联立求解得: $J_1 = 5577 \text{W}/\text{m}^2$, $J_2 = 3432 \text{W}/\text{m}^2$ 。

加热炉向外界的辐射热流为

$$\Phi = \Phi_{1,3} + \Phi_{2,3} = \frac{J_1 - J_3}{R_{1,3}} + \frac{J_2 - J_3}{R_{3,2}} = \frac{5577 - 459.3}{46.8} + \frac{3432 - 459.3}{9.6} = 419(\text{W})$$

例题 12-6 如图 12-26 所示, 对一个采用地暖的房间进行热负荷计算。房间的长、宽和高分别为 5m、4m 和 3m, 已知: 地面温度为 30°C , 房顶的温度为 20°C , 房间的四面墙壁可近似看作绝热, 所有壁面的发射率为 0.8。①计算地面单位面积辐射传热的热负荷; ②若室内空气温度也为 20°C , 地面与空气自然对流传热的表面传热系数为 $2.5 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, 计算地面单位面积总的热负荷。

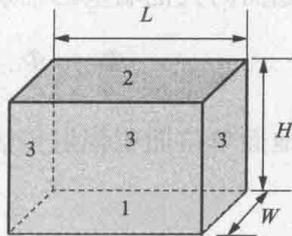


图 12-26 例题 12-6 附图 1

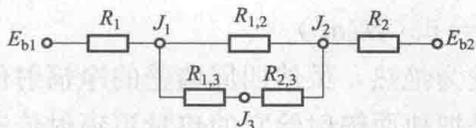


图 12-27 例题 12-6 附图 2

题解:

分析: 这是三个表面构成的封闭系统, 且表面 3 为绝热表面, 辐射网络图如图 12-27 所示。

计算：(1) 表面 1 和 2 之间的角系数可由图 12-2 查得，即 $X_{1,2} = X_{2,1} = 0.32$ 。利用角系数的完整性得

$$X_{1,3} = X_{2,3} = 1 - X_{1,2} = 1 - 0.32 = 0.68$$

表面 1 和 2 的面积为

$$A_1 = A_2 = LW = 5 \times 4 = 20(\text{m}^2)$$

表面 3 的面积为

$$A_3 = 2H(L+W) = (5+4) \times 2 \times 3 = 54(\text{m}^2)$$

各辐射热阻为

$$R_1 = \frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} = \frac{1 - 0.8}{20 \times 0.8} = 0.0125(\text{m}^{-2})$$

$$R_2 = \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2} = \frac{1 - 0.8}{20 \times 0.8} = 0.0125(\text{m}^{-2})$$

$$R_{1,2} = \frac{1}{A_1 X_{1,2}} = \frac{1}{20 \times 0.32} = 0.156(\text{m}^{-2})$$

$$R_{1,3} = \frac{1}{A_1 X_{1,3}} = \frac{1}{20 \times 0.68} = 0.074(\text{m}^{-2})$$

$$R_{3,2} = \frac{1}{A_3 X_{2,3}} = \frac{1}{20 \times 0.68} = 0.074(\text{m}^{-2})$$

整个辐射网络的总热阻为

$$\begin{aligned} \sum R &= R_1 + \frac{(R_{1,3} + R_{2,3}) \times R_{1,2}}{R_{1,3} + R_{2,3} + R_{1,2}} + R_2 \\ &= 0.0125 \frac{(0.074 + 0.074) \times 0.156}{0.074 + 0.074 + 0.156} + 0.0125 = 0.1(\text{m}^{-2}) \end{aligned}$$

$$E_{b1} = \sigma T_1^4 = 5.67 \times [(273 + 30)/100]^4 = 478(\text{W}/\text{m}^2)$$

$$E_{b2} = \sigma T_2^4 = 5.67 \times [(273 + 20)/100]^4 = 418(\text{W}/\text{m}^2)$$

地面向其他墙壁的辐射热流为

$$\Phi_1 = \Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\sum R} = \frac{478 - 418}{0.1} = 600(\text{W})$$

地面单位面积辐射传热的热负荷为

$$q_r = \frac{\Phi_1}{A_1} = 600/20 = 30(\text{W}/\text{m}^2)$$

(2) 地面与空气自然对流传热的热流密度为

$$q_c = h(t_w - t_f) = 2.5 \times (30 - 20) = 25(\text{W}/\text{m}^2)$$

因此，地面单位面积总的热负荷为

$$q = q_r + q_c = 30 + 25 = 55(\text{W}/\text{m}^2)$$

讨论：①在问题的假定中，认为四周墙壁为绝热，虽然四周墙壁的净辐射传热量为零，但它仍参与辐射，所起的作用就是把地面辐射给它的热量再辐射传递给房顶。②把四周墙壁视为绝热与多数实际情况有较大的误差，一般前、后墙壁

的外侧是室外,必定有通过墙壁的散热,此外,四周墙壁也会与室内的空气进行自然对流传热。③本题与例题 12-5 的热网络图表面上看是一致的,但实际上有所区别,图 12-25 中 J_3 是由表面 3 的温度确定的,而在图 12-27 中, J_3 是由表面 1 和表面 2 的条件确定的。

12.4 辐射传热的强化与削弱

12.4.1 辐射传热的强化

在一些特定的情况下,辐射传热的强化非常重要。这里以冷、热物体表面温度一定时的两个表面间的辐射传热为例说明强化辐射传热的方法。根据式 (12-16), 强化辐射传热可从两个方面入手,即减小空间辐射热阻 $\frac{1}{A_i X_{i,j}}$ 和表面辐射热阻 $\frac{1-\epsilon}{A\epsilon}$ 。下面分别讨论。

空间辐射热阻计算式中的面积一般与工艺条件有关,通常在表面布置时尽可能增加两表面间的角系数。在减小表面辐射热阻时,主要考虑增大表面发射率,可以采用以下方法:①对于金属表面,如 4.3 节所述,金属表面的氧化层对发射率影响很大,文献显示特别是当氧化层厚度超过 $0.2\mu\text{m}$ 后,发射率提高很快。利用金属表面这个特点可以在高温条件下强化物体表面的散热。②表面粗糙化也是提高表面发射率有效的方法。与之类似,在物体表面喷涂一些红外涂料,也可以提高表面的发射率,常用的涂料有碳化硅系列、三氧化二铁系列、稀土系列等。本书 4.3 节中也提到,通过对太阳能集热器表面涂层的选择,可以实现常温下物体表面对太阳能的强化吸收和降低自身散热。

12.4.2 辐射传热的削弱

常见的削弱辐射传热的方法是使用遮热板。遮热板是指插入两个辐射传热表面之间用于削弱辐射传热的薄板。它的应用非常广泛,例如炼钢工人的遮热面罩、航天器的多层真空舱壁、低温技术中的多层隔热容器以及 5.1 节中讲述的测温元件的遮热罩等。

下面以两块无限接近的大平壁间的辐射传热为例来说明遮热板的工作原理。

参照图 12-28 (a), 大平壁 1、2 的温度分别为 T_1 、 T_2 , 表面发射率都为 ϵ , 面积为 A , 两块平壁间的辐射传热量可按式 (12-16) 计算,即

$$\Phi_{1,2} = \frac{A(E_{b1} - E_{b2})}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\epsilon} - 1}$$

如果在两平壁之间加一块遮热板 3, 如图 12-28 (b) 所示。因为通常遮热板为金属薄片,其导热热阻很小可以忽略,遮热板两面的温度基本相同,所以加一块遮热板相当于给两块平壁之间的辐射传热增加了两个表面辐射热阻、一个空间

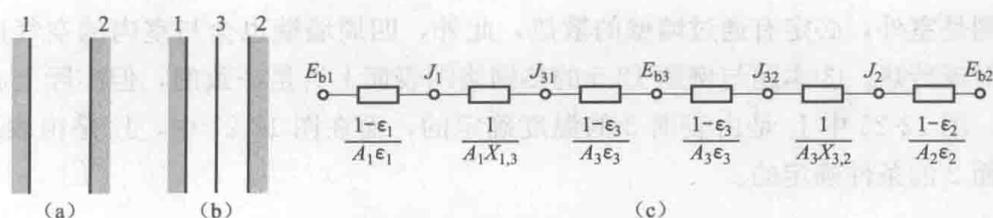


图 12-28 遮热板原理示意图

辐射热阻, 辐射传热的网络如图 12-28 (c) 所示。若遮热板与两侧平板的面积相等 ($A_1=A_2=A_3$), 遮热板与两侧平板的发射率也相等 ($\epsilon_1=\epsilon_2=\epsilon_3$), 加遮热板后平板 1 和平板 2 的温度保持不变, 则此时总的辐射传热量为

$$\Phi_{1,2} = \frac{A(E_{b1} - E_{b2})}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_3} + \frac{1}{\epsilon_3} + \frac{1}{\epsilon_2} - 2} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{4}{\epsilon} - 2} \quad (12-21)$$

加 1 块遮热板后, 总辐射热阻增加了 1 倍, 在平壁温度保持不变的情况下, 辐射传热量减少为原来的 1/2, 即

$$\Phi_{1,2}^{(1)} = \frac{1}{2} \Phi_{1,2} \quad (12-22)$$

依此类推, 如果加 n 层同样的遮热板, 则辐射热阻将增大 n 倍, 辐射传热量将减少为

$$\Phi_{1,2}^{(n)} = \frac{1}{n+1} \Phi_{1,2} \quad (12-23)$$

实际上, 遮热板通常采用表面反射率高、发射率小的材料, 如表面高度抛光的薄铝板, 使表面辐射热阻很大, 削弱辐射传热的效果要比式 (12-23) 的计算结果还要好。

如上所述, 遮热板的作用是增加辐射传热热阻, 削弱辐射传热。由于在辐射传热的同时, 还往往存在导热或对流换热, 所以在工程中, 为了增加隔热保温的效果, 通常在多层遮热板中间抽真空, 将导热或对流换热减少到最低限度。

12.5 气体辐射

在 1.2 节曾介绍过有些气体为热辐射的透明介质, 如 O_2 、 N_2 、 H_2 等, 而 CO_2 、 H_2O (气)、 SO_2 、氟利昂等气体则具有向外辐射和吸收投入辐射的能力, 它们被称为辐射性气体。本节将以二氧化碳和水蒸气为例介绍气体辐射的特点及其相关工程计算的方法。

12.5.1 气体辐射的特点

1. 气体辐射对波长的选择性

虽然实际固体与液体表面的光谱发射率、光谱吸收比随波长变化, 但其变化是连续的。然而对于辐射性气体来说, 其发射的辐射和吸收的辐射只是集中在特

定的波段范围内,对波长具有明显的选择性。通常把气体辐射和吸收的波长范围称为光带。二氧化碳的光带主要有: $2.65 \sim 2.80 \mu\text{m}$, $4.15 \sim 4.45 \mu\text{m}$, $13.0 \sim 17.0 \mu\text{m}$; 水蒸气的光带主要有: $2.55 \sim 2.84 \mu\text{m}$, $5.6 \sim 7.6 \mu\text{m}$, $12 \sim 30 \mu\text{m}$ 。这些光带都位于红外线的波长范围内,同时这两种气体的光带有两处重叠。

二氧化碳和水蒸气也是大气温室气体 [还有臭氧 (O_3)、甲烷 (CH_4)、氧化亚氮 (N_2O) 等] 的主要成分,它们对波长选择性吸收的特点是造成大气温室效应的主要原因。太阳辐射中 $0 \sim 2.5 \mu\text{m}$ 的辐射占 96% 以上,因此可直接穿透大气层到达地球表面,而地面发射的辐射线则主要处于红外线区域,部分辐射就被这些温室气体所吸收,从而形成温室效应。

2. 气体辐射的容积性

固体和液体的辐射与吸收一般仅在很薄的表面层进行,与此相比,气体则有明显的不同。当光带中的辐射穿过气体层时,其能量将在沿程被逐渐吸收,吸收的程度与沿途遇到的气体分子数目有关;同样,气体层表面上发射的辐射能是整个容积内各点气体辐射传向该表面的总和。因此气体的辐射和吸收能力都与气体容积的大小有关,这就是气体辐射的容积性。

12.5.2 光谱辐射在气体层中的传递

如图 12-29 所示,当波长为 λ , 光谱辐射强度为 $I_{\lambda,0}$ 的投入辐射投射到厚度为 s 的具有吸收性的气体层上时,因沿途被吸收而减弱。设到达任意位置 x 处的光谱辐射强度为 $I_{\lambda,x}$, 通过微元气体层厚度 dx 后,光谱辐射强度减少量 $dI_{\lambda,x}$ 与 $I_{\lambda,x}$ 和 dx 成正比关系,可以表示为

$$dI_{\lambda,x} = -k_{\lambda} I_{\lambda,x} dx \quad (12-24)$$

式中: k_{λ} 为光谱减弱系数 (单色吸收系数), m^{-1} , 与所涉及的波长、气体的种类及所处的条件 (压力、温度) 有关。

当容积内的气体温度和压力不变时, k_{λ} 不随射线行程变化。对式 (12-24) 从 0 到 s 积分, 可得穿过厚度 s 的气体层后辐射强度为

$$I_{\lambda,s} = I_{\lambda,0} e^{-k_{\lambda}s} \quad (12-25)$$

式 (12-25) 表明光谱辐射强度在吸收性气体中传播时按指数规律衰减, 这一规律称为贝尔 (Beer) 定律。对于气体, 反射比为零, 因此 $I_{\lambda,0} - I_{\lambda,s}$ 就是厚度为 s 的气体层对波长为 λ 的光谱辐射的吸收部分, 根据吸收比的定义得

$$\alpha(\lambda, s) = \frac{I_{\lambda,0} - I_{\lambda,s}}{I_{\lambda,0}} = 1 - e^{-k_{\lambda}s} \quad (12-26)$$

对于光带内的投入辐射, 当 $s \rightarrow \infty$ 时, 气体吸收比为 1, 气体为黑体; 但是在光带以外的投入辐射, 即使 $s \rightarrow \infty$, 吸收比仍然为 0。根据基尔霍夫定律, 对于光谱辐射, $\alpha(\lambda) = \epsilon(\lambda)$, 则厚度为 s 的气体层对波长为 λ 的光谱发射率也为

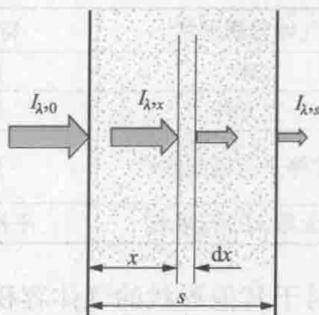


图 12-29 气体层对辐射能的吸收

$$\epsilon(\lambda, s) = 1 - e^{-k_\lambda s} \quad (12-27)$$

12.5.3 平均射线路程长的计算

由式(12-27)可见,气体的光谱发射率除了与气体的光谱减弱系数有关外,还与辐射经过的气体厚度 s 有关,我们把这个厚度称作气体辐射射线路程长。在确定气体辐射射线路程长时,应指明容器内气体对哪一个表面的辐射,因为即使是在同一个容器内,气体对不同表面处的射线行程也不一定相等。

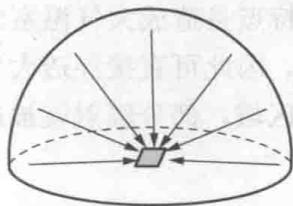


图 12-30 半球内气体对球心的辐射

一个特殊的情况是如图 12-30 所示的半球空间,半球内气体对球心的辐射不同方向射线路程长是相等的,且等于半球的半径。如果把不同形状的气体容积当作半球来处理(当量半球法),就可以用当量半球的半径作为平均射线路程长。表 12-2 所示为几种典型几何容积对指定壁面的平均射线路程长。

表 12-2 气体辐射的平均射线路程长

气体容积形状	特征尺寸	受到气体辐射的位置	平均射线路程长
球	直径 d	整个包壁或壁上任意位置	$0.6d$
立方体	边长 b	整个包壁	$0.6b$
高度等于直径的圆柱	直径 d	底面圆心 整个包壁	$0.77d$ $0.6d$
两无限大平行平板	平板间距 H	平板	$1.8H$

对于其他形状的气体容积,其对全部壁面的平均射线路程长可按式(12-28)计算,即

$$s = 3.6 \frac{V}{A} \quad (12-28)$$

式中: V 为气体容积, m^3 ; A 为包壁面积, m^2 。

12.5.4 二氧化碳、水蒸气的发射率和吸收比

1. 二氧化碳、水蒸气的发射率

式(12-26)和(12-27)给出的是气体层对波长为 λ 的光谱吸收比和光谱发射率,在工程上,感兴趣的是确定气体对所有光带范围内的辐射和吸收能力。目前,完全利用理论方法计算气体的辐射力和吸收比还存在一定的困难,更多采用通过实验方法得到的结果。一般仍采用 $\epsilon_g = E_g/E_b$ 作为气体发射率的定义, ϵ_g 与气体的温度、辐射性气体所占的分压力 p 和平均射线路程长 s 有关,并可表示为下面的关系式,即

$$\epsilon_g = f(T_g, ps) \quad (12-29)$$

大多数资料中仍推荐霍特尔(H. C. Hottel)等人根据实验测定的气体发射率计算方法。二氧化碳气体的发射率按式(12-30)计算,即

$$\epsilon_{\text{CO}_2} = C_{\text{CO}_2} \epsilon_{\text{CO}_2}^* \quad (12-30)$$

式中： $\epsilon_{\text{CO}_2}^*$ 为标准压力下 ($p=10^5 \text{ Pa}$) 和忽略分压单独影响下的发射率，它可由线算图 12-31 查取，图中横坐标为气体的温度 T_g ，参变量是二氧化碳气体的分压力与平均射线程长的乘积 p_s ； C_{CO_2} 为考虑总压力与分压力的修正系数，由线算图 12-32 查取。

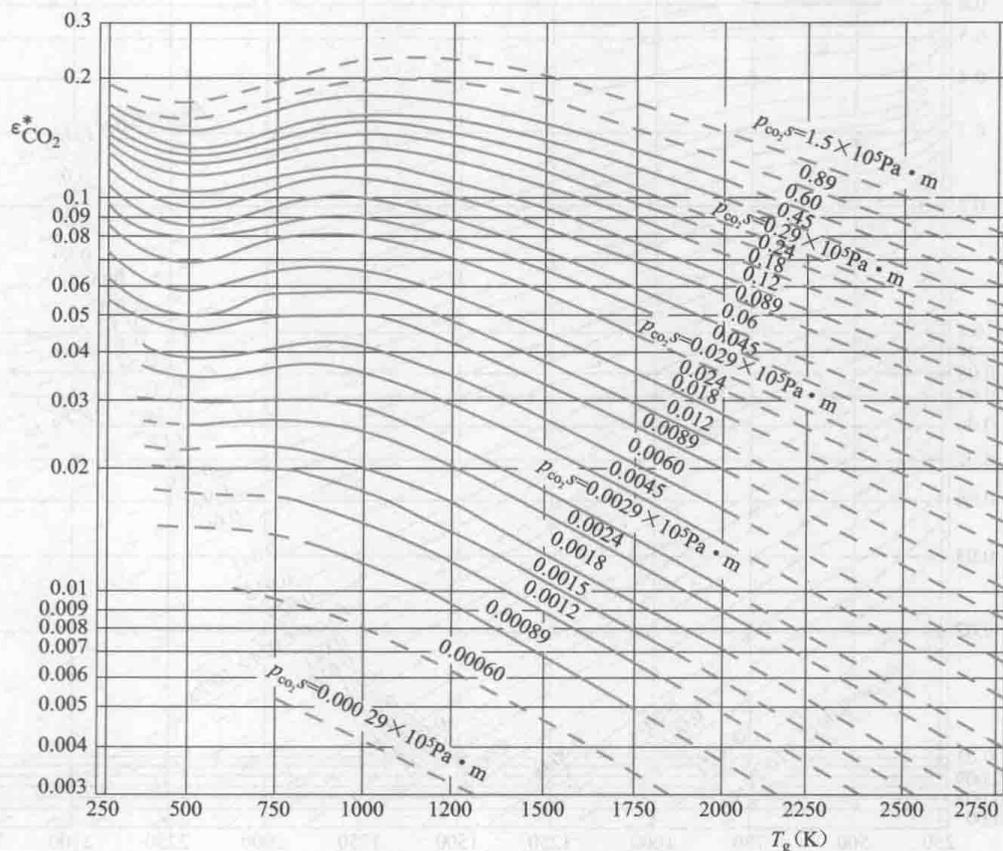


图 12-31 标准压力下和忽略分压单独影响下的二氧化碳发射率

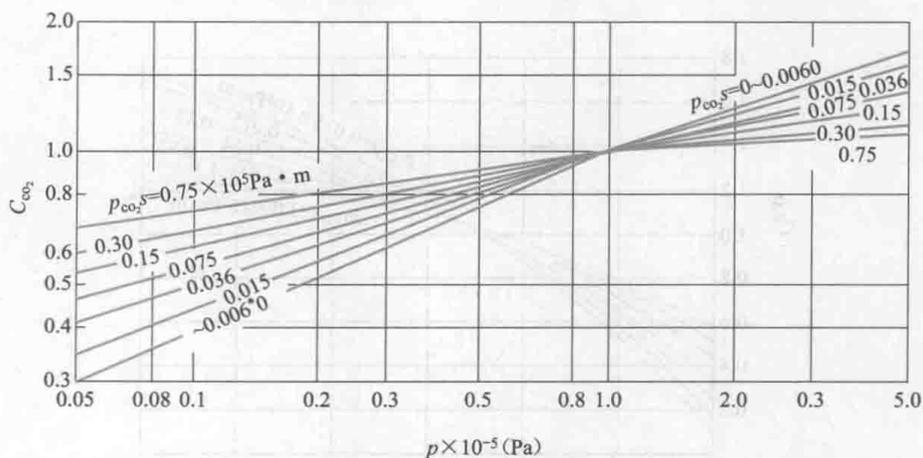


图 12-32 总压力与分压力对二氧化碳发射率影响的修正系数

相类似，水蒸气的发射率用式 (12-31) 计算，即

$$\epsilon_{\text{H}_2\text{O}} = C_{\text{H}_2\text{O}} \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^* \quad (12-31)$$

式中： $\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^*$ 为标准压力下（ $p=10^5\text{Pa}$ ）和忽略分压单独影响下的发射率，可由线算图 12-33 查取； $C_{\text{H}_2\text{O}}$ 为考虑总压力与分压力的修正系数，由线算图 12-34 查取。

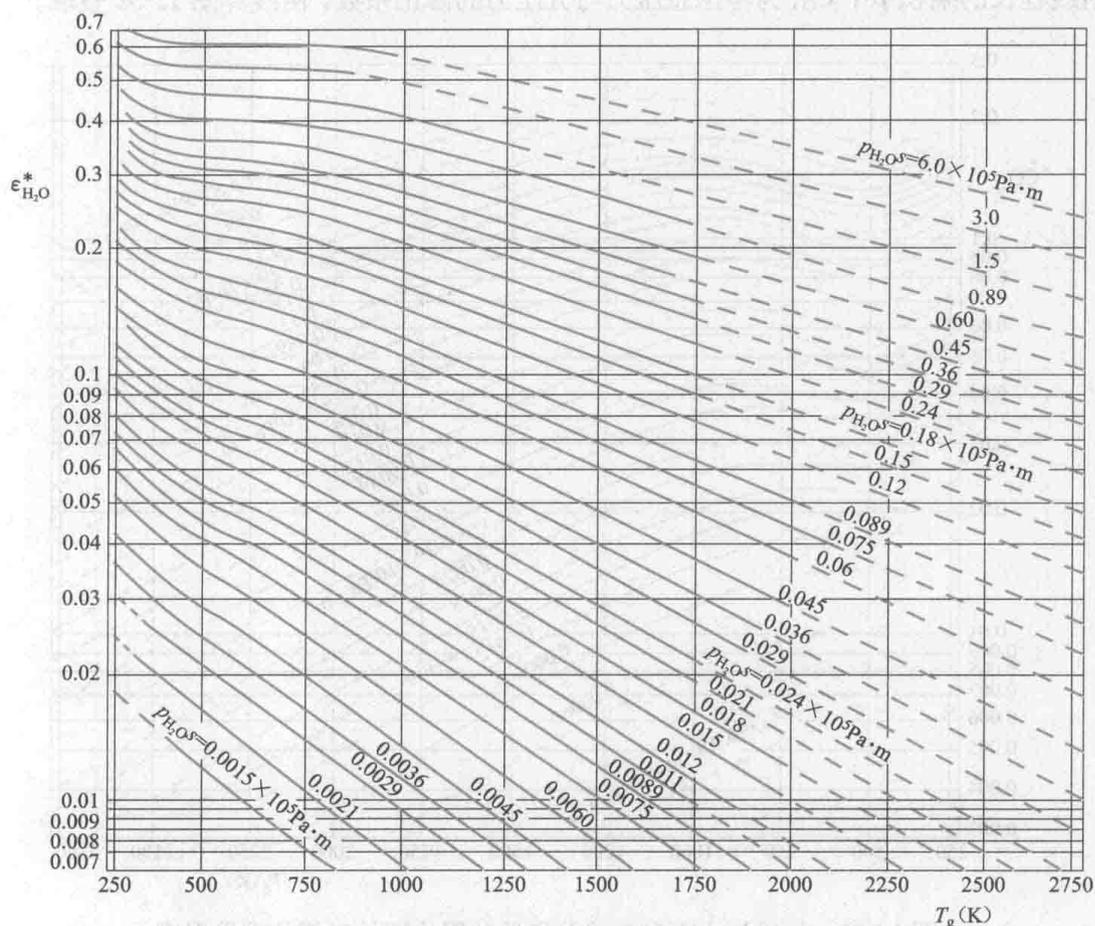


图 12-33 标准压力下和忽略分压单独影响下的水蒸气的发射率

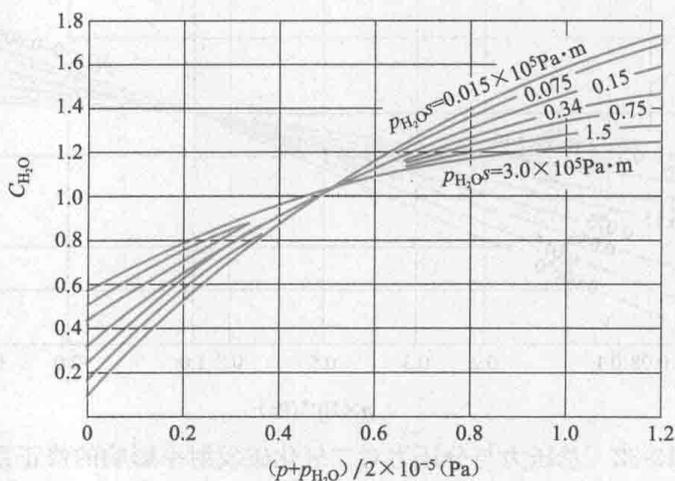


图 12-34 总压力与分压力对水蒸气发射率影响的修正系数

需要说明的是，在图 12-31 和图 12-33 中实线是完全按照实验数据绘制的，

而虚线部分则是外推计算得到的。

对气体中同时含有 CO_2 和 H_2O 的情形, 由于两种气体的光带有重叠, 所以修正后采用式 (12-32) 确定, 即

$$\epsilon_g = \epsilon_{\text{CO}_2} + \epsilon_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta\epsilon \quad (12-32)$$

式中修正系数 $\Delta\epsilon$ 由图 12-35 确定。

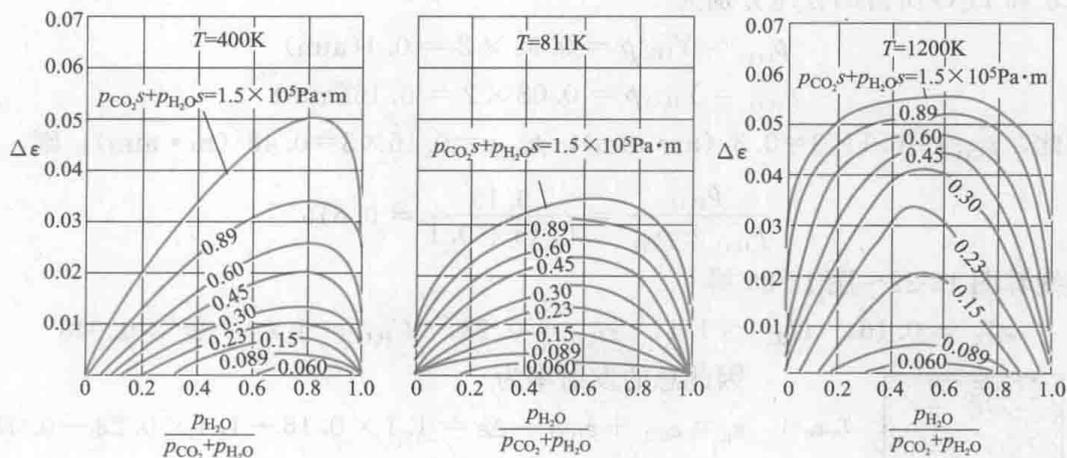


图 12-35 水蒸气、二氧化碳混合气体发射率修正曲线

2. 二氧化碳、水蒸气的吸收比

气体在发出辐射能的同时, 必然也接受来自包壁和其他部分气体的辐射。因为气体吸收对波长的选择性以及气体温度与其包壁温度不一定相等, 所以气体的吸收比不等于发射率。水蒸气和二氧化碳共存的混合气体对黑体包壁辐射的吸收比可按以下经验公式 (12-33) 计算, 即

$$\alpha_g = C_{\text{H}_2\text{O}} \alpha_{\text{H}_2\text{O}}^* + C_{\text{CO}_2} \alpha_{\text{CO}_2}^* - \Delta\alpha \quad (12-33)$$

式中: 修正系数 C_{CO_2} 和 $C_{\text{H}_2\text{O}}$ 的确定与式 (12-30) 和式 (12-31) 相同, 而其他参数的确定一般采用以下方案。计算式为

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{H}_2\text{O}}^* &= [\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^*]_{T_w, p_{\text{H}_2\text{O}}(T_w/T_g)} \left(\frac{T_g}{T_w} \right)^{0.45} \\ \alpha_{\text{CO}_2}^* &= [\epsilon_{\text{CO}_2}^*]_{T_w, p_{\text{CO}_2}(T_w/T_g)} \left(\frac{T_g}{T_w} \right)^{0.65} \\ \Delta\alpha &= [\Delta\epsilon]_T \end{aligned} \right\} \quad (12-34)$$

式中: T_w 为气体包壁的温度; 中括号下角标是指确定括号内的参数时所用的参变量。

例题 12-7 在一个直径和长度均为 5m 的圆柱型燃烧室中, 已知燃烧烟气的温度为 1200K, 燃烧室内的总压力为 2atm (1atm=101325Pa), 烟气中主要组分所占的体积百分比为: N_2 占 80%, O_2 占 7%, H_2O 占 8%, CO_2 占 5%。确定烟气对壁面的总发射率。

题解:

分析: 烟气中含有 CO_2 和 H_2O 两种辐射性气体, 已知其压力、温度, 并能计算其平均射线路长, 可利用式 (12-32) 计算其总的发射率。

计算: 利用表 12-2 可计算其平均射线路长为

$$s = 0.6d = 0.6 \times 5 = 3(\text{m})$$

CO_2 和 H_2O 所占的分压分别为

$$p_{\text{CO}_2} = Y_{\text{CO}_2} p = 0.05 \times 2 = 0.1(\text{atm})$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = Y_{\text{H}_2\text{O}} p = 0.08 \times 2 = 0.16(\text{atm})$$

因此, $p_{\text{CO}_2} s = 0.1 \times 3 = 0.3 (\text{m} \cdot \text{atm})$, $p_{\text{H}_2\text{O}} s = 0.16 \times 3 = 0.48 (\text{m} \cdot \text{atm})$, 则

$$\frac{p_{\text{H}_2\text{O}}}{p_{\text{H}_2\text{O}} + p_{\text{CO}_2}} = \frac{0.16}{0.16 + 0.1} = 0.615$$

查线算图 12-22~图 12-26 得

$$\epsilon_{\text{CO}_2}^* = 0.16, \quad C_{\text{CO}_2} = 1.1, \quad \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^* = 0.23, \quad C_{\text{H}_2\text{O}} = 1.4, \quad \Delta\epsilon = 0.048$$

因此总的发射率为

$$\begin{aligned} \epsilon_g &= \epsilon_{\text{CO}_2} + \epsilon_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta\epsilon = 1.1 \times 0.16 + 1.4 \times 0.23 - 0.048 \\ &= 0.45 \end{aligned}$$

12.5.5 气体与黑体包壁间的辐射传热

气体与黑体包壁间的辐射传热可以采用图 12-36 所示的简化模型, 由于气体所发出的辐射能和壁面对气体的辐射都要通过图中虚线所表示的边界, 所以可以用边界代替气体与包壁进行辐射传热分析, 辐射传热量即为

气体的自身辐射与气体吸收的来自包壁的辐射之差, 即

$$q = \epsilon_g E_{b,g} - \alpha_g E_{b,w} = 5.67 \left[\epsilon_g \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \alpha_g \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] \quad (12-35)$$

如果外壳不是黑体而是灰体, 则计算就要复杂得多, 这里不再叙述。

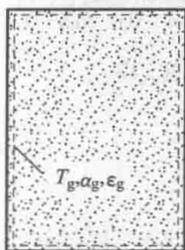


图 12-36 气体与包壁辐射传热模型

思考题

- 12-1 “角系数是一个纯几何因子”的结论是在什么前提下得出的?
- 12-2 在利用角系数的相对性时, 对表面的凹凸性有无限制?
- 12-3 为什么辐射传热计算必须在封闭系统内进行? 对实际非封闭的情况可采取什么措施使其变为封闭系统?
- 12-4 对于一个黑体表面, 其自身辐射和有效辐射是什么关系?
- 12-5 什么表面可以作为重辐射面, 它的表面辐射热阻为零吗?
- 12-6 简述采用网络法求解多表面系统辐射传热的基本步骤。
- 12-7 简述气体辐射有什么特点。
- 12-8 说明为什么把二氧化碳等多原子气体称作温室气体。

12-9 能不能把气体当作灰体处理?

习 题

12-1 试确定图 12-37 中几何结构的角系数 $X_{1,2}$ 。图 (a) 中 1 为面积为 A_1 的球面, 2 为面积为无限大的平表面; 图 (b) 中 1 为面积为 A_1 的球表面, 2 为面积为 A_2 的半球表面, 且 $A_2=2A_1$ 。

12-2 试确定图 12-38 中几何结构的角系数 $X_{1,2}$ 。图 (a) 中 1 和 2 是两个相互平行的平面; 图 (b) 中 1 和 2 位于两个相互垂直的平面上。

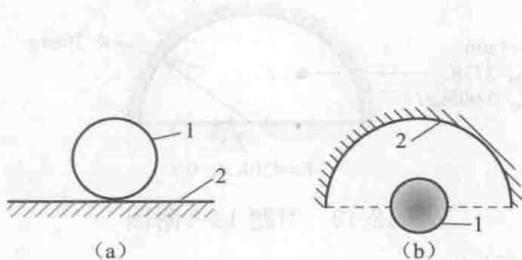


图 12-37 习题 12-1 附图

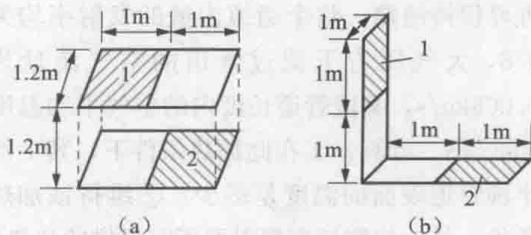


图 12-38 习题 12-2 附图

12-3 一个储存低温液体的容器是由双层的球形薄壁构成的, 薄壁中间已抽真空。已知内、外壁的直径分别为 0.4m 和 0.5m, 表面温度分别为 -50°C 和 10°C , 薄壁材料的发射率为 0.3。①计算在此情况下该低温容器的吸热量; ②若在该容器的内、外壁中间再安装直径为 0.45m 的一薄壁球壳, 其发射率为 0.05, 其他条件不变, 计算此时的吸热量。

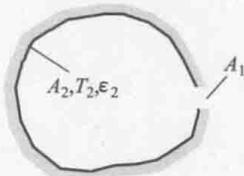


图 12-39 习题 12-4 附图

12-4 图 12-39 所示为人工黑体模型, 若已知空腔的内表面积为 A_2 , 温度为 T_2 , 其表面的发射率为 ϵ_2 , 空腔壁上小孔的面积为 A_1 。试推导小孔表观发射率的计算式。表观发射率的定义是: 小孔在空腔表面温度下的辐射能与相同面积、相同温度下的黑体辐射能之比。

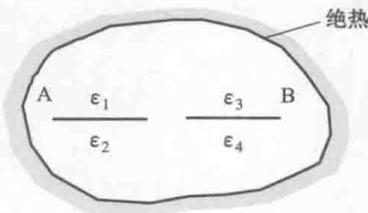


图 12-40 习题 12-5 附图

12-5 如图 12-40 所示, 两薄平板 A 和 B 被放置于一绝热的空间内, 并位于同一平面, 面积分别为 A_A 和 A_B , 其四个表面的发射率分别为 ϵ_1 、 ϵ_2 、 ϵ_3 和 ϵ_4 , 平板 A 和 B 的温度恒定为 T_A 和 T_B 。试画出这一辐射传热系统的网络图。

12-6 已知边长为 1m 的一个正方体空腔, 其底面由两个面积相等但是材料不同的长方形表面 1 和表面 2 组成。表面 1 为灰体, $T_1=550\text{K}$, $\epsilon_1=0.35$; 表面 2 为黑体, $T_2=330\text{K}$ 。其他表面是绝热面 3, 两底面之间无导热。试计算表面 1 的净辐射损失及表面 3 的温度。

12-7 一个布置在大房间内的辐射加热器如图 12-41 所示。已知加热器的表面尺寸为 $0.5\text{m} \times 0.5\text{m}$, 表面发射率为 0.8, 控制使其表面温度为 450°C ; 被加热元件的尺寸与加热

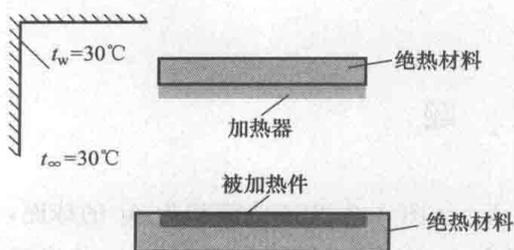


图 12-41 习题 12-7 附图

计算其平均温度达到 100°C 所需要的时间。

12-8 考虑一个半圆形管道式空气加热器,如图 12-42 所示,管道的半径为 20mm ,其底面温度维持在 450K ,上部半圆管道表面与外界保持绝热,整个通道内壁的发射率均为 0.8 ,大气压力下流过管道的空气流量为 0.006kg/s ,某段管道长度内的空气平均温度为 373K 。计算:①在此加热条件下,其上部半圆管道表面的温度是多少?②维持该加热条件,其单位管长底部表面所提供的加热量是多少?

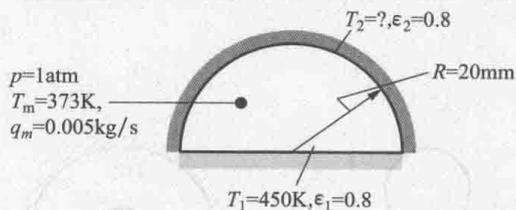
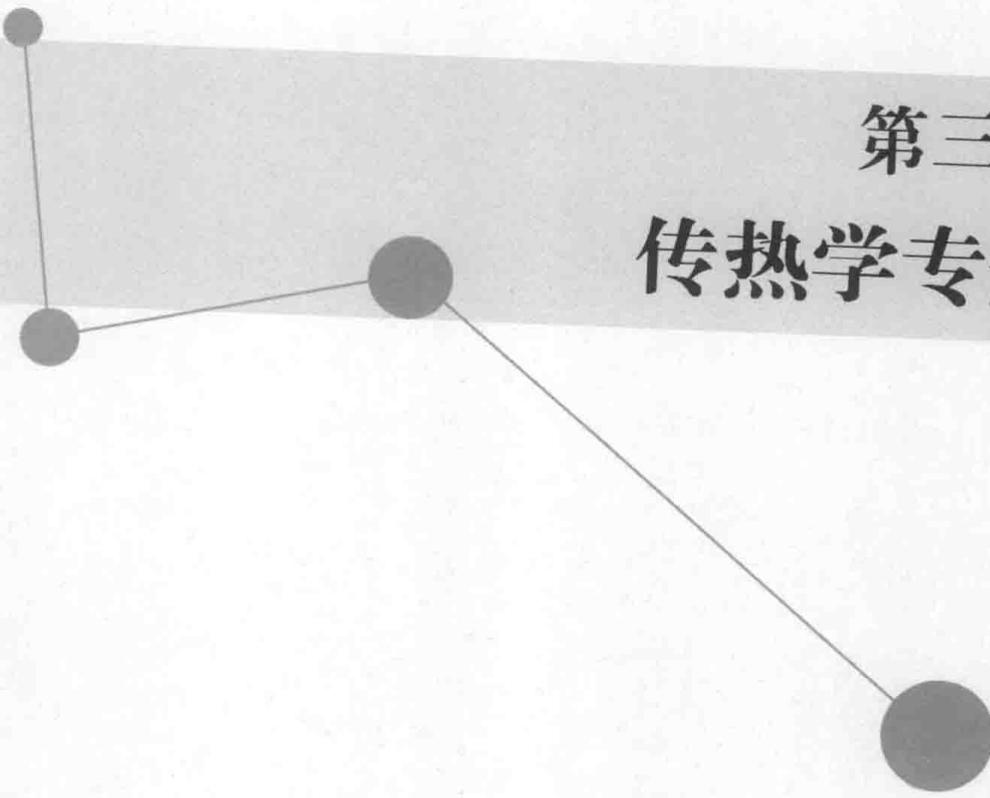


图 12-42 习题 12-8 附图

12-9 一个燃烧室可近似看作边长为 0.4m 的立方体。已知燃烧室内烟气的温度为 1000K ,总压力为 1atm ,烟气中二氧化碳和水蒸气的摩尔分数各为 0.1 ,燃烧室的壁面温度为 600K ,且可将壁面近似认为是黑体。计算燃烧室壁面的热负荷(单位面积上的辐射热流量)。



第三篇
传热学专题

第13章 传热学专题

本章将介绍一些有关传热学的专门问题,以开拓读者的视野。内容主要包括温度测量方法、隔热材料、传热问题数值计算商用软件、热管技术、传质学基础等。

13.1 温度测量方法简介

温度是工农业生产和科学研究中常常需要实时监控或测量的物理量,更是传热实验研究中必须测量的参数。本节简单介绍常见温度测量方法的分类及其优缺点。

13.1.1 温度测量方法的分类

温度的测量方法可以根据测温元件与被测量物体是否接触分为接触式和非接触式。接触式测量仪表比较简单、可靠,测量精度高。但是因为测温元件与被测介质需要进行充分的热交换,所以需要一定的时间才能达到热平衡。接触式测量仪存在测温延迟现象,同时受耐高温和耐低温材料的限制,不能应用于极端的温度测量。非接触式测温仪是通过热辐射的原理来测量温度的,测温元件不需要与被测介质接触,测温范围广,也不会破坏被测物体的温度场,反应速度一般也比较快;但受到物体发射率、测量距离、烟尘和水汽等外界因素的影响,其测量误差较大。

13.1.2 接触式测温方法

1. 膨胀式温度测量

膨胀式温度测量利用物质的热胀冷缩原理,即根据物体体积或几何形变与温度的关系进行温度测量。膨胀式温度计包括玻璃液体温度计、双金属膨胀式温度计和压力式温度计等。其优点是结构简单,价格低廉,可直接读数,使用方便,非电量测量方式,适用于防爆场合;其缺点是准确度比较低,不易实现自动化,容易损坏。

2. 热电偶测温

热电偶测温的基本原理是两种不同材质的导体(称为热电偶丝或热电极)组成闭合回路,如图13-1所示,当接合点两端的温度不同,存在温度梯度时,回路中就会有电流通过,此时两端之

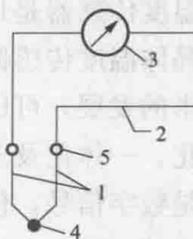


图 13-1 热电偶原理示意图

1—热电偶电极; 2—连接导线;

3—显示仪表; 4—工作端;

5—自由端

间就存在电动势——热电势，这就是所谓的塞贝克效应。热电偶具有结构简单、响应快、适宜远距离测量和自动控制的特点，应用比较广泛。根据热电势与温度的函数关系，制成热电偶分度表，分度表是自由端温度在 0°C 时的条件下得到的，不同的热电偶具有不同的分度表。常用的热电偶材料及测量范围如表 13-1 所示。

表 13-1 常用的热电偶材料及其分度号

热电偶名称	热电偶分度号	热电极材料		测量范围 ($^{\circ}\text{C}$)
		正极	负极	
铂铑 10-铂热电偶	S	铂铑 10	纯铂	$0\sim 1600$
铂铑 13-铂热电偶	R	铂铑 13	纯铂	$0\sim 1600$
铂铑 30-铂铑 6 热电偶	B	铂铑 30	铂铑 6	$600\sim 1700$
镍铬-镍硅热电偶	K	镍铬	镍硅	$-40\sim 1100$
镍铬硅-镍硅热电偶	N	镍铬硅	镍硅	$-40\sim 1300$
镍铬-铜镍热电偶	E	镍铬	铜镍	$-40\sim 900$
铁-铜镍热电偶	J	铁	铜镍	$-40\sim 750$
铜-铜镍热电偶	T	纯铜	铜镍	$-40\sim 350$

由于热电偶的材料一般都比较贵重，而测温点到仪表的距离都很远，为了节省热电偶材料，降低成本，通常采用补偿导线把热电偶的自由端延伸到温度比较稳定的控制室内，连接到仪表端子上。必须指出，热电偶补偿导线本身并不能消除冷端温度变化对测温的影响，不起补偿作用。因此，还需采用其他修正方法来补偿冷端温度不为 0°C 时对测温的影响。在使用热电偶补偿导线时必须注意型号相配，极性不能接错，补偿导线与热电偶连接端的温度差不能超过 100°C 。应该根据被测介质的温度、压力、介质性质、测温时间长短等来选择热电偶。

3. 热电阻测温

热电阻是根据材料的电阻和温度的关系来测温的，输出信号大，准确度比较高，稳定性好，但元件结构一般比较大，动态响应较差，不适宜测量体积狭小和温度瞬变区域。

4. 石英温度传感器

石英温度传感器是以石英晶体的固有频率随温度而变化的特性来测量温度的。石英晶体温度传感器稳定性很好，可用于高精度和高分辨率的测量场合。随着电子技术的发展，可以将感温元件和相关电子线路集成在一个小芯片上，构成一个小型化、一体化及多功能化的专用集成电路芯片，输出信号可以是电压、频率，或者是数字信号，使用非常方便，适用于便携式设备。

5. 光纤式测温

光纤式温度测量技术近年来发展迅速。根据光纤所起的作用，可分为两类：一类是利用光纤本身具有的某种敏感功能测量温度，属于功能型传感器；另一类光纤仅仅起到传输光信号的作用，必须在光纤端面配合其他敏感元件才能实现测

量,称为传输型传感器。基于不同的原理,有很多种光纤温度传感器,适用于不同的测温场合。

13.1.3 非接触式测温方法

1. 辐射式测温方法

辐射式测温的原理是以热辐射定律为基础,它可分为全辐射式高温计、亮度式高温计和比色式高温计。全辐射式高温计结构相对简单,但受被测对象发射率和中间介质影响比较大,测温误差较大,不适合用于测量低发射率目标。亮度温度计灵敏度比较高,受被测对象发射率和中间介质影响相对较小,测量的亮度温度与真实温度偏差较小,但也不适用于测量低发射率物体的温度,并且测量时要避开中间介质的吸收带。比色测温法测量结果最接近真实温度,并且适用于低发射率物体的温度测量,但结构比较复杂,价格较高。红外测温仪具有如下优点:可以采用伪彩色直观显示物体表面的温度场;温度分辨率高,能准确区分的温度差甚至达 0.01°C 以下。

2. 光谱测温方法

光谱测温方法主要适用于高温火焰和气流温度的测量。当单色光线照射透明物体时,会发生光的散射现象,散射光包括弹性散射和非弹性散射,弹性散射中的瑞利散射和非弹性散射的拉曼散射的光强都与介质的温度有关。相比而言,拉曼散射光谱测温技术的实用性更好,常用拉曼散射光谱来测量温度。由于自发拉曼散射的信号微弱且非相干,对于许多具有光亮背景和荧光干扰的实际体系,它的应用受到一定的限制。而受激拉曼散射能大幅度提高测量的信噪比,更具有实用性。如相干反斯托克斯拉曼散射(CARS)测温方法,可使收集到的有效散射光信号强度比自发拉曼散射提高好几个数量级,同时还具有方向性强、抗噪声、荧光性好、脉冲效率高和所需脉冲输入能量小等优点,适合于含有高浓度颗粒的两相流场非清洁火焰的温度诊断。但是,CARS法的整套测量装置价格十分昂贵,其信号的处理相当复杂,限制了其广泛使用。

3. 声波、微波测温方法

声学测温是基于声波在介质中的传播速度与介质温度有关的原理实现的,因此只要测得声速,就可以推算出温度。可以通过直接测量声波在被测介质中的传播速度,也可以测量放在被测介质中细线的声波传播速度来得到温度。这种方法可以用于测量高温气体或液体的温度,在高温时会有更高的灵敏度。

微波衰减法可以用来测量火焰温度,其原理是当入射微波通过火焰时,与火焰中的等离子体相互作用,使出射的微波强度减弱,通过测量入射微波的衰减程度可以确定火焰气体的温度。

13.2 隔热材料简介

隔热保温技术在建筑、工业、航空航天等领域都有着重要的应用。隔热保温

技术的核心是隔热材料。隔热材料 (thermal insulation material) 就是能阻滞热流传递的材料, 又称热绝缘材料。本节对各类隔热材料进行简单的介绍。

1. 低导热系数材料

最普通的隔热材料是一些导热系数较低的非金属材料, 如木材、塑料和树脂类的制品。表 13-2 所示为部分塑料或橡胶的导热系数, 这些材料的导热系数一般在 0.1~0.3 之间。

表 13-2 部分塑料或橡胶的导热系数 [W/(m·K)]

物质	导热系数	物质	导热系数	物质	导热系数
聚丙烯	0.125	ABS 树脂	0.19~0.36	天然橡胶	0.13
多氯乙烯	0.13~0.29	环氧树脂	0.3	硅橡胶	0.2
聚苯乙烯	0.1~0.14	硅酮树脂	0.15~0.17	聚氨酯甲酸脂橡胶	0.12~0.18

2. 多孔材料

多孔材料是利用材料本身所含的孔隙隔热的。由于空气的导热系数要比多孔材料中固体的导热系数小得多, 所以多孔材料的导热系数都较小。多孔材料的导热系数是指它的表观导热系数, 或称作折算导热系数, 相当于与多孔材料物体具有相同的形状、尺寸和边界温度, 且通过的导热热流量也相同的某种均质物体的导热系数。

多孔材料的导热系数与密度有关。一般密度越小, 多孔材料的空隙率就越大, 导热系数就越小。如石棉的密度从 800kg/m^3 减小到 400kg/m^3 时, 导热系数从 $0.248\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 减小到 $0.105\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。但是, 当密度小到一定程度后, 由于孔隙较大, 空隙中的空气出现宏观流动, 由于对流传热的作用反而使多孔材料的表观导热系数增大。

多孔材料的导热系数受湿度的影响较大。湿材料的导热系数比干材料和水导热系数都大。例如常温下干砖的导热系数为 $0.35\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 水的导热系数为 $0.60\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 而湿砖的导热系数为 $1.0\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。这一方面是由于水分的渗入, 替代了多孔材料孔隙中的空气, 水的导热系数要比空气大很多; 另一方面, 由于多孔介质中毛细力的作用, 高温区的水分向低温区迁移, 产生热量传递, 使湿材料的表观导热系数增大。

常见的用于隔热的多孔材料如砖、混凝土、石棉、玻璃纤维棉、聚酯泡沫、聚乙烯泡沫等, 它们的导热系数可从附录 3 中查取。

气凝胶毡是一种新型的多孔隔热材料, 为纳米级孔径的多孔材料。它以二氧化硅气凝胶为主体材料, 复合于增强性纤维 (如玻璃纤维、预氧化纤维) 中, 通过特殊工艺合成的柔性保温材料。该材料的导热系数在常温下为 $0.018\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 低温下可至 $0.009\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。

3. 热反射材料

热反射材料具有很高的反射比, 能将热量反射出去, 如金、银、镍、铝箔或

镀金属的聚酯、聚酰亚胺薄膜等。对于如航天器、低温液体保存等需要进行超级隔热的情况，须使用高反射性能的多层隔热材料，一般是由几十层镀铝薄膜、镀铝聚酯薄膜、镀铝聚酰亚胺薄膜组成，同时采用夹层中抽真空的方法，进一步降低层间的对流传热。这种超级隔热材料的表观导热系数可以低到 $10^{-4} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 的数量级。

13.3 传热问题数值计算商用软件简介

利用计算机辅助求解复杂工程问题的软件统称为 CAE (Computer Aided Engineering)，而主要求解流动与传热问题的软件则通称为 CFD (Computational Fluid Dynamics)。CFD 以计算流体力学、计算传热学的原理为基础，以计算机为工具，应用各种离散化的数学方法，对有关流动与传热的各类问题进行数值实验、计算机模拟和分析研究，以解决各种实际问题，广泛应用于能源动力、航天设计、汽车设计、生物医学工业、化工、涡轮机设计、半导体设计等诸多工程领域。目前，世界上有几十种这样的 CFD 商用软件，应用较广的有 FLUENT、CFX、STAR-CD、PHOENICS 等。下面主要以 FLUENT 为例说明商用软件的特点和求解问题的基本方法。

1. FLUENT 软件的发展

这一软件是由美国 FLUENT 公司于 1983 年推出的，是继 PHOENICS 软件之后的第二个基于有限容积法的商用软件。2006 年，FLUENT 成为全球最大的 CAE 软件供应商——ANSYS 大家庭中的重要成员，FLUENT 软件被集成在 ANSYS Workbench 环境下使用。目前，最新的 FLUENT 软件为 ANSYS FLUENT 15.0 版本。FLUENT 软件具有界面友好、算法丰富、新用户容易上手等优点。

2. FLUENT 软件的主要组成

所有的商用 CFD 软件均包括三个基本环节：前处理、求解和后处理。与之对应的程序模块常简称为：前处理器、求解器、后处理器。以下简要介绍 FLUENT 软件中的这三个程序模块。

在 FLUENT 中是将上述的三个模块设计在两个独立的软件中，即 Gambit 和 FLUENT。Gambit 的主要功能是几何建模和网格划分，FLUENT 的功能是物理场的解算及处理。此外还有专门针对某些专门用途的功能模块。

(1) Gambit 创建网格。Gambit 拥有完整的建模手段，可以生成复杂的几何模型。此外，Gambit 含有 CAD/CAE 接口，可以方便地从其他 CAD/CAE 软件中导入建好的几何模型或网格。

(2) FLUENT 求解及后处理。求解器 (solver) 的核心是数值求解算法，FLUENT 软件提供了三种数值算法：非耦合隐式算法、耦合显式算法、耦合隐式算法。其功能的不断完善确保了 FLUENT 对于不同的问题都可以有很好的收敛

性、稳定性和精度。

后处理的目的是有效地观察和分析计算结果。随着计算机图形处理功能的提高,目前的 CFD 软件均配备了后处理功能。FLUENT 具有强大的后处理功能,包括速度矢量图、等值线图、等值面图、流动轨迹图等,并具有积分功能。对于非稳态计算,FLUENT 提供非常强大的动画制作功能,在迭代过程中将所模拟的非定常现象的整个过程记录成动画文件,供后续的分析演示。

3. 使用 FLUENT 软件的主要步骤

使用 FLUENT 解决某一问题时,首先要考虑如何根据目标需要选择相应的物理模型,其次明确所要模拟的物理系统的计算区域及边界条件以及确定是二维问题还是三维问题。在确定所解决问题的特征之后,FLUENT 的分析过程基本包括如下步骤:

(1) 创建几何结构的模型以及生成网格。可以使用 Gambit 或者一个独立的 CAD 系统产生几何结构模型及网格。

(2) 运行合适的求解器。FLUENT 包含两类求解器,分别包括 2D、3D、2DDP、3DDP。FLUENT2D 为二维单精度,相应的 FLUENT3D、FLUENT2DDP、FLUENT3DDP 分别为三维单精度、二维双精度、三维双精度。大多数情况下,单精度解算器高效准确。

(3) 读入网格。通过选择菜单 File→Read→Case&Data 命令读入 case 和 data 文件,扩展名分别为 .cas 和 .dat (默认读入可识别的 FLUENT 网格格式)。一般来说,一个 case 文件包括网格、边界条件和解的控制参数。

(4) 检查网格。读入网格之后要检查网格,在检查过程中,可以在控制台窗口中看到区域范围、体积统计以及连通性信息。

(5) 选择需要解的基本模型方程。例如层流、湍流、化学组分、化学反应、热传导模型等。

(6) 指定材料物理性质。可以在材料数据库中选择流体或固体的属性,或者创建自己的材料数据。

(7) 设定边界条件。

(8) 调节解的控制参数。一般计算过程需要监控计算收敛及精度的变化情况。

(9) 初始化物理量场。迭代之前一般需要初始化物理量场,即提供一个初始解。

(10) 计算求解。迭代计算时,需要设置迭代步数。

(11) 检查结果。通过图形窗口中的残差图查看收敛过程。通过残差图可以了解迭代解是否已经收敛到允许的误差范围了,以及观察流场分布图。

(12) 保存结果。问题的定义和 FLUENT 计算结果分别保存在 case 文件和 data 文件中。

13.4 热管技术简介

1963年,美国 LosAlamos 国家实验室的格罗弗(G. M. Grover)发明了一种称为“热管”的传热元件,它将蒸发和凝结两种相变换热过程巧妙地结合在一起,具有较高的传热性能,在航空航天、军工、散热器制造等行业得到了广泛的应用。这里对热管技术做一简单介绍。

13.4.1 典型热管

1. 结构及原理

典型热管是由管壳、管芯和端盖组成的一个封闭系统,如图 13-2 所示。管内抽成 $1.3 \times 10^{-1} \sim 1.3 \times 10^{-4}$ Pa 的负压后,充入适量的工质,使紧贴管内壁的吸液芯毛细多孔材料中充满工质。热管在整体上可

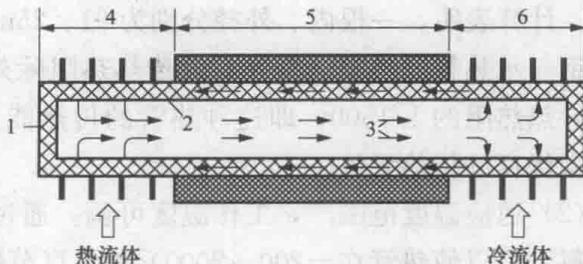


图 13-2 热管结构及工作原理示意图

1—管壳; 2—管芯(吸液芯); 3—工质蒸气;
4—加热段(蒸发段); 5—绝热段; 6—放热段(冷凝段)

分为加热段(蒸发段)、绝热段与放热段(冷凝段)3段。热管工作时,加热段被管外的热流体加热,液态工质在加热段吸收汽化潜热而蒸发,其蒸气流经绝热段到达放热段后被管外的冷流体冷却,放出汽化潜热而凝结,凝结液在毛细力的作用下沿管芯又回到蒸发段,至此工质完成一个工作循环。通过热管内工质不间断的蒸发与凝结实现热量从热流体传递给冷流体。

热管在实现这一热量转移的过程中,包含了以下六个相互关联的主要过程:

- (1) 热量从热源通过热管管壁和充满工作液体的吸液芯传递到液—气分界面。
- (2) 液体在蒸发段内的液—汽分界面上蒸发。
- (3) 蒸气腔内的蒸气从蒸发段流到冷凝段。
- (4) 蒸气在冷凝段内的气—液分界面上凝结。
- (5) 热量从气—液分界面通过吸液芯、液体和管壁传给冷源。
- (6) 在吸液芯内由于毛细作用使冷凝后的工作液体回流到蒸发段。

2. 热管的相容性

热管的相容性是指热管在预期的设计寿命内,管内工作液体与壳体不发生显著的化学反应,或有变化但不足以影响热管的工作性能。如果热管材料会被工质腐蚀,或者在工作过程中会与工质反应生成不凝气体而破坏热管正常工作,则称管壳材料与工质不相容。管壳一般是由铜、不锈钢、镍等金属材料制成的,常用的工质有氨、甲醇、水、导热姆、液态金属等。管壳和吸液芯的材料是根据它们之间及与工质之间的化学相容性而选定的,例如用于电子冷却设备中的大多数水热管(适用温度 $30 \sim 200^\circ\text{C}$)用铜制造,银热管(适用温度 $1800 \sim 2300^\circ\text{C}$)用钨

制造, 氨热管 (适用温度 $-203 \sim -170^{\circ}\text{C}$) 则用铝或不锈钢制造。通过化学处理的方法解决了碳钢和水的化学反应问题而得到的碳钢—水这种热管, 具有高性能、长寿命、低成本等特点, 在工业中得到了大规模的推广使用。

3. 热管的特点

热管的工作原理决定了热管传热具有下述主要特点:

(1) 热阻小, 温差小, 传热能力强。热管的传热热阻主要包含有热流体和冷流体与热管外壁面的对流传热热阻、管壳的导热热阻、管内工质蒸发与凝结换热热阻。计算表明, 一根内、外径分别为 21、25mm, 加热段、冷凝段长度都为 1m 的碳钢—水热管的热阻 (管外对流传热热阻除外) 是直径相同、长度为 2m 的紫铜棒导热热阻的 $1/1500$, 即这种热管的传热能力是紫铜棒的 1500 倍。可见热管是非常优良的传热元件。

(2) 适应温度范围广, 工作温度可调。通过选择不同的热管工质和相容的管壳材料, 可以使热管在 $-200 \sim 2000^{\circ}\text{C}$ 的温度范围内工作。对于同一种热管, 还可以通过调整管内压力达到调整工质饱和温度 (即工作温度) 的目的。按照热管管内工作温度, 热管可分为低温热管 (低于 0°C)、常温热管 ($0 \sim 250^{\circ}\text{C}$)、中温热管 ($250 \sim 450^{\circ}\text{C}$)、高温热管 ($450 \sim 1000^{\circ}\text{C}$) 等。

(3) 热流密度可调。热管蒸发段和冷凝段的热流密度可以通过改变蒸发段和冷凝段的长度或管外传热面积 (如加装肋片) 来分别进行调节。

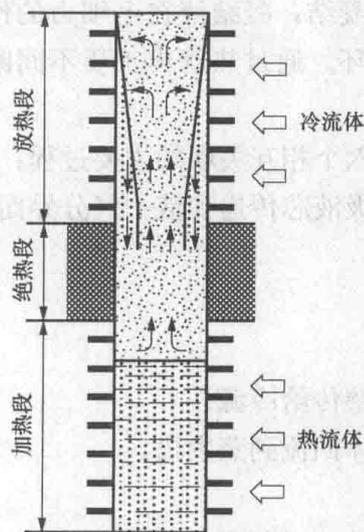


图 13-3 重力热管示意图

13.4.2 重力热管

由于管芯的毛细力是热管内凝结液回流的驱动力, 也就是热管工质工作循环的驱动力, 所以对热管的形状和位置没有限制, 可以根据工作环境需要做成各种形状。但这种热管制造成本较高, 多用于航天器的热控制和电子器件冷却等较为特殊的应用环境。对于工业上大量使用的热管式换热器, 通常采用重力热管 (又称热虹吸管), 其结构如图 13-3 所示。重力热管依靠重力回流冷凝液, 从而可以省去吸液材料, 简化典型热管的结构。重力热管的工质聚集在热管的底部, 当该处受到热管外的流体加热时, 工质蒸发, 蒸气上升到热管上半部被管外流体冷却而凝结成液体, 凝结液在重力作用下沿内壁流下返回到蒸发段而完成一个循环。既然重力热管的凝结液是靠重力由冷凝段流回蒸发段, 工作时必须使加热段在下, 放热段在上。重力热管中应用最广的是碳钢—水热管。

既然重力热管的凝结液是靠重力由冷凝段流回蒸发段, 工作时必须使加热段在下, 放热段在上。重力热管中应用最广的是碳钢—水热管。

13.4.3 脉动热管

脉动热管(又称振荡热管)是20世纪90年代初由日本学者 Akachi 提出的一种新型热管。

典型脉动热管的基本结构由没有多孔芯的毛细管弯曲而成,有回路形和开路形两种基本形式,如图13-4所示。当热管管径足够小(内径一般在0.5~3mm)时,真空条件下封装在管内的工质将在管内形成气液相间的气塞。脉动热管管内的液柱和气塞在加热段被加热迅速膨胀升压并推动工质流向冷凝段,液柱和气塞在冷却段被冷却、收缩甚至消亡,压力下降。热管各管间形成的

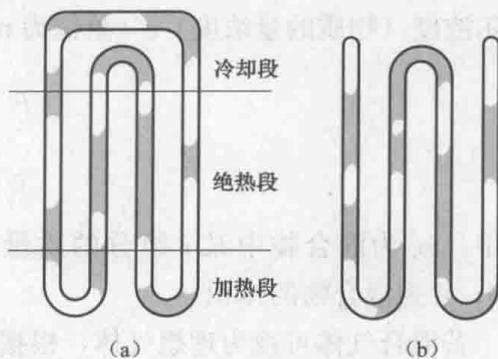


图13-4 脉动热管的两种基本形成

(a) 回路形; (b) 开路形

的压差和压力波动使工质在冷、热段间来回振荡运动,实现热量的传递。脉动热管运行时兼有相变和振荡传热的特点,因此能够最大限度提高热量传递的效率,传热性能突出。脉动热管中常用的工质有水、甲醇、乙醇、氟里昂等。

脉动热管与普通热管相比有着不可替代的优势,其优越的自身结构特点和适应性决定了其应用的广泛性。目前,脉动热管传热技术已被应用于余热回收、微电子冷却、太阳能集热和制冷空调等相关领域中,此外脉动热管不受重力影响的特征使其能应用于重力场倒置、变化或微重力等环境下。

13.5 传质学基础

在自然界中,物质传递(也称为传质)现象十分普遍。有多种原因可以引起传质,比如流体的流动本身就是一种传质;在混合物内若某种组分存在浓度梯度,在浓度梯度作用下这种组分会从高浓度区向低浓度区迁移,这也是一种传质;在没有浓度梯度的二元混合物中,温度梯度和压力梯度也会引起质量传递,称为热扩散和压力扩散,若温度梯度和总压力梯度不大,热扩散和压力扩散则可以忽略。

本节主要介绍混合物中由于浓度梯度导致的物质传递。例如发电厂烟囱排放的二氧化硫在空气中的弥散,糖和盐在水中的溶解,水面产生的水蒸气向空气中传递等,都是由于浓度梯度导致的物质传递。

由于浓度梯度导致的传质过程分为扩散传质和对流传质两种形式,这两种形式分别与热量传递过程中的导热与对流传热相类似。扩散传质是单纯指在组分浓度梯度驱动下产生的物质传递过程;对流传质则是流体流过固相或液相界面时,与界面之间产生的质量传递。

13.5.1 混合物浓度的表示方法

研究多元混合物中由于浓度梯度引发的传质，首先需明确混合物中不同组分浓度的表达方式。在混合物中，组分的浓度通常用质量浓度 ρ (单位为 kg/m^3) 和摩尔浓度 (物质的量浓度) c (单位为 mol/m^3) 表示，其定义为

$$\rho_i = \frac{m_i}{V} \quad (13-1a)$$

$$c_i = \frac{n_i}{V} \quad (13-1b)$$

式中： m_i 为混合物中某 i 组分的质量， kg ； n_i 为混合物中某 i 组分的摩尔值， mol ； V 为混合物的体积。

若混合气体可视为理想气体，根据理想气体状态方程还可得出组分 i 的质量浓度和摩尔浓度与组分分压力 p_i 及温度 T 的关系，即

$$\rho_i = \frac{p_i}{R_i T} \quad (13-2a)$$

$$c_i = \frac{p_i}{RT} \quad (13-2b)$$

式中： p_i 为混合物中组分 i 的分压力， Pa ； R 为摩尔气体常数， $R=8.314\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ ； R_i 为组分 i 的气体常数。

13.5.2 扩散传质

1. 斐克定律

二元混合物中某组分的扩散可用斐克定律计算，该定律的表达式为

$$\vec{m}_A = -D_{AB} \text{grad} \rho_A \quad (13-3a)$$

$$\vec{n}_A = -D_{AB} \text{grad} c_A \quad (13-3b)$$

式中： \vec{m}_A 及 \vec{n}_A 分别为二元混合物中某点处组分 A 的质量通量密度和摩尔通量密度，单位分别为 $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ 与 $\text{mol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ； D_{AB} 为质量扩散系数， m^2/s ，下标 AB 表示物质 A 向物质 B 的扩散；负号表示扩散方向指向浓度降低的方向。

显然斐克定律与傅里叶定律表达式是类似的。

对于如图 13-5 (a) 所示系统，组分 A 和 B 被一块薄板分隔在容器的两侧，当抽出薄板后，由于浓度梯度的存在，组分 A 和 B 将相互扩散。若某时刻容器内两种组分浓度分布如图 13-5 (b) 所示，单位时间内在垂直于 x 方向的某截面单位面积上组分 A 的质量通量密度 $m_{A,x}$ 和摩尔通量密度 $n_{A,x}$ ，利用斐克定律计算为

$$m_{A,x} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} \quad (13-4a)$$

$$n_{A,x} = -D_{AB} \frac{\partial c_A}{\partial x} \quad (13-4b)$$

质扩散系数 D 是物性参数，它取决于混合物的性质及当前的压力与温度，可通过实验测定。对于理想气体有

$$D \propto T^{1.5}/p \quad (13-5)$$

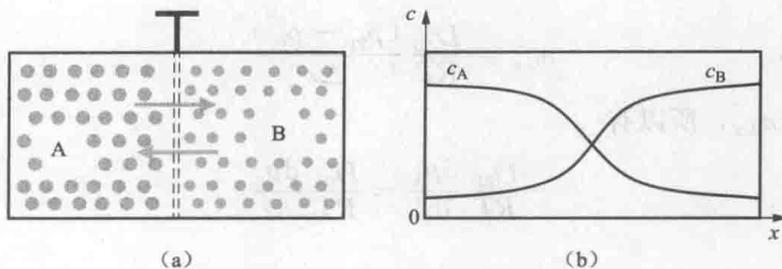


图 13-5 二元组分系统扩散示意图

(a) 二元组分系统; (b) 二元组分某时刻浓度分布

若已知温度 T_0 、压力 p_0 下的质扩散率为 D_0 ，则温度 T 、压力 p 下的质扩散系数 D 可由式 (13-6) 求出，即

$$D = D_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.5} \frac{p_0}{p} \quad (13-6)$$

表 13-3 所示为几种常见气体在空气中的质扩散系数。

表 13-3 几种常见气体在空气中的质扩散系数 (25°C , $1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$)

扩散气体	质扩散系数 D	扩散气体	质扩散系数 D
NH_3	0.28	乙醚	0.093
CO_2	0.164	甲醇	0.159
H_2	0.41	乙醇	0.119
O_2	0.206	苯	0.088
H_2O	0.256	甲苯	0.084

2. 典型扩散传质过程

(1) 等摩尔逆向扩散。如图 13-6 所示，若二元混合物中组分 A、B 以相同的摩尔通量密度向相反的方向扩散，且扩散过程为稳态，则这种扩散传质过程称为等摩尔逆向扩散。从图 13-6 (b) 可以看出，沿扩散方向各截面上混合物总压均为 p_0 。两种组分分压均为线性变化，而且有

$$\frac{dp_A}{dx} = -\frac{dp_B}{dx}$$

根据斐克定律，有

$$n_{A,x} = D_{AB} \frac{dc_A}{dx} - \frac{D_{AB}}{RT} \frac{dp_A}{dx}$$

$$n_{B,x} = D_{BA} \frac{dc_B}{dx} - \frac{D_{BA}}{RT} \frac{dp_B}{dx}$$

将上两式积分得

$$n_{A,x} = \frac{D_{AB}}{RT} \frac{(p_{A1} - p_{A2})}{\Delta x}$$

$$n_{B,x} = \frac{D_{AB}}{RT} \frac{(p_{B1} - p_{B2})}{\Delta x} \quad (13-7)$$

因为 $n_{A,x} = -n_{B,x}$, 所以有

$$-\frac{D_{AB}}{RT} \frac{dp_A}{dx} = \frac{D_{BA}}{RT} \frac{dp_B}{dx}$$

可得

$$D_{AB} = D_{BA} \quad (13-8)$$

可见对于二元混合物, 两种组分的扩散系数是相等的。

(2) 单向扩散。图 13-7 所示为一等截面容器内水从液面向容器口外大气扩散过程示意图。容器中的气体是由水蒸气与空气组成的混合气体。容器内水蒸气扩散的特点是: 由于液面水分的蒸发, 液面处水蒸气浓度高, 分压也高, 容器口处由于环境空气流动, 水蒸气浓度与分压基本与环境空气的水蒸气浓度与分压相同, 低于液面处值; 容器内沿竖直向上方向水蒸气浓度与分压是逐渐降低的, 在浓度差作用下水蒸气不断由液面向容器口传递, 这种传递会导致容器内产生一股自下而上的低流速气流; 因此容器内任意截面处水蒸气向上的迁移由两种作用产生, 一是竖直方向浓度梯度导致的水蒸气扩散, 二是竖直方向流动导致的水蒸气迁移。

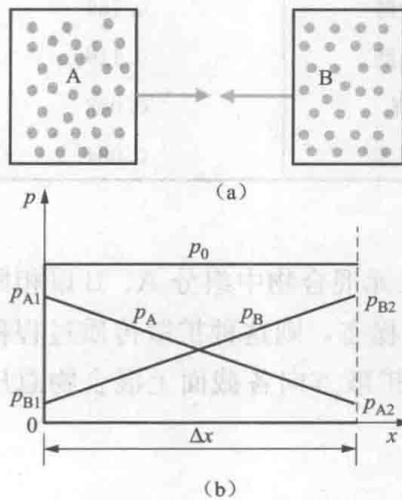


图 13-6 等摩尔扩散示意图

(a) 等摩尔扩散系统; (b) 某时刻压力分布

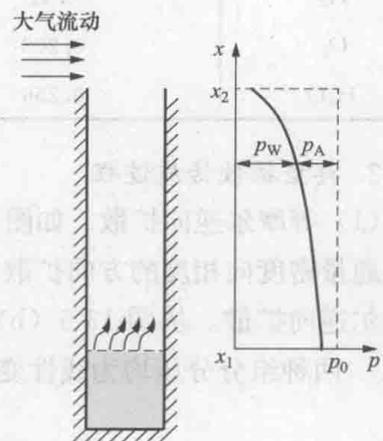


图 13-7 等截面容器内水的单向扩散

容器内空气扩散的特点是: 容器口处空气分压相对大, 液面处空气分压相对小, 在浓度梯度作用下空气由容器口向液面扩散, 但容器内自下而上的混合气流动则使空气由液面向容器口传递。由于空气几乎不溶于水, 不能向水中扩散, 因此在稳态条件下容器内任意截面处空气的通量必然是零。也就是在容器任意截面

处, 由于浓度差导致的空气向下传递量与由于混合气向上流动导致的空气向上传递量, 大小相等方向相反。

在稳态条件下, 若系统是等温的, 由于容器内混合气体流速较低, 可认为液面上方沿高度方向水蒸气与空气混合物的总压力 p_0 保持不变, 在常压下将混合气体作为理想气体处理。那么在图 13-7 所建坐标系中, 在容器任一截面处, 空气通量为

$$n_{A,x} = -\frac{D}{RT} \frac{dp_A}{dx} \Big|_x + c_{A,x} u_x = 0 \quad (13-9)$$

式中: p_A 为混合气体中空气分压; $c_{A,x}$ 、 u_x 分别为 x 截面处混合气体中空气的摩尔浓度及混合气流速。可得

$$u_x = \frac{1}{c_{A,x}} \frac{D}{RT} \frac{dp_A}{dx} \Big|_x \quad (a)$$

同一截面上水蒸气的通量为

$$n_{W,x} = -\frac{D}{RT} \frac{dp_W}{dx} \Big|_x + c_{W,x} u_x = -\frac{D}{RT} \frac{dp_W}{dx} \Big|_x + c_{W,x} \frac{1}{c_{A,x}} \frac{D}{RT} \frac{dp_A}{dx} \Big|_x \quad (b)$$

式中: 下标 W 表示为水蒸气的量。

对于理想气体, 有

$$\frac{c_{W,x}}{c_{A,x}} = \frac{p_{W,x}}{p_{A,x}} \quad (c)$$

将式 (c) 代入 (b), 得

$$n_W = -\frac{D}{RT} \left(\frac{dp_W}{dx} \Big|_x - \frac{p_{W,x}}{p_{A,x}} \frac{dp_A}{dx} \Big|_x \right) \quad (d)$$

由于混合气总压 p_0 为常数, 即

$$p_0 = p_{A,x} + p_{W,x} = \text{常数} \quad (e)$$

所以有

$$\frac{dp_A}{dx} \Big|_x = \frac{dp_W}{dx} \Big|_x \quad (f)$$

再将式 (f) 代入 (d), 得

$$n_{W,x} = -\frac{D}{RT} \frac{p_{A,x} + p_{W,x}}{p_{A,x}} \frac{dp_W}{dx} \Big|_x = -\frac{D}{RT} \frac{p_0}{p_{A,x}} \frac{dp_A}{dx} \Big|_x \quad (13-10)$$

将式 (13-10) 从液面到容器口进行积分, 并考虑 $n_{W,x}$ 与 x 无关, 得

$$n_W = n_{W,x} = \frac{Dp_0}{RT} \frac{1}{\Delta x} \ln \frac{p_{A2}}{p_{A1}} \quad (13-11)$$

式中: p_{A1} 、 p_{A2} 分别为液面处与容器口处空气分压; Δx 为液面到容器口的距离。

13.5.3 对流传质

图 13-8 所示为两个典型对流传质的例子, 图 13-8 (a) 所示为空气掠过水面, 水蒸发向空气内传递的对流传质过程; 图 13-8 (b) 所示为空气掠过萘 (卫

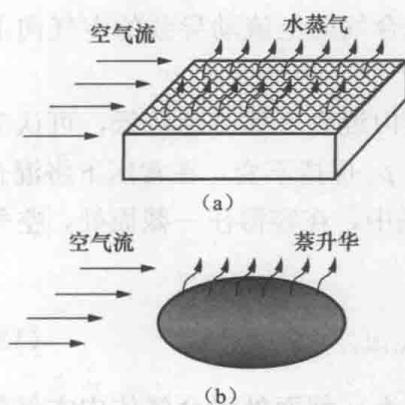


图 13-8 对流传质

(a) 水表面对流传质；(b) 萘球表面对流传质

确定表面传质系数是计算对流传质量的关键。对流传质与对流传热具有很强的类比性。表 13-4 所示为空气平行吹过一块萘表面的对流传质与外掠平板对流传热在层流情况下的比较。

表 13-4 对流传热与对流传质的对比

	对流传热	对流传质
图示		
控制方程	$h_x = -\frac{\lambda}{\Delta t} \frac{\partial t}{\partial y} \Big _{y=0}$ $u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$ $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$	$h_m = -\frac{D}{\Delta c} \frac{\partial c}{\partial y} \Big _{y=0}$ $u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$ $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$
边界条件	$y = 0, u = v = 0, t = t_w$ $y \rightarrow \infty, u = u_\infty, t = t_\infty$	$y = 0, u = 0, v_w \approx 0, c = c_w$ $y \rightarrow \infty, u = u_\infty, c = c_\infty$
相似特征数	$Nu = \frac{hl}{\lambda} = \frac{\partial \left(\frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} \right)}{\partial (y/l)} \Big _{y=0}$ $Pr = \frac{\nu}{a}$	$Sh = \frac{h_m l}{D} = \frac{\partial \left(\frac{c - c_w}{c_\infty - c_w} \right)}{\partial (y/l)} \Big _{y=0}$ $Sc = \frac{\nu}{D}$
层流解析解	$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3}$	$Sh = 0.664 Re^{1/2} Sc^{1/3}$ $Sh_x = 0.332 Re_x^{1/2} Sc^{1/3}$

从表 13-4 可以看出，当界面处质量通量较小时，界面处质量交换引起的法向速度 u_w 相对较小，可以不计其影响，这时对流传热与对流传质定解条件形同，解

生球) 表面，萘升华向空气内传递的对流传质过程。

对于对流传质，通常采用类似于牛顿冷却公式的形式计算对流传质量，即

$$n_A = h_m(c_{A,w} - c_{A,f}) \quad (13-12a)$$

$$m_A = h_m(\rho_{A,w} - \rho_{A,f}) \quad (13-12b)$$

式中： $c_{A,w}$ 、 $\rho_{A,w}$ 分别为界面处组分 A 的摩尔浓度和质量浓度； $c_{A,f}$ 、 $\rho_{A,f}$ 分别是主流中组分 A 的摩尔浓度和质量浓度； h_m 为表面传质系数，m/s。

确定表面传质系数是计算对流传质量

的形式也一致。

表 13-4 中对流传质问题用到的两个特征数分别为：

(1) 舍伍德 (Sherwood) 数, $Sh = h_m l / D$, 反映了对流传质的强度, 与对流传热中的努赛尔数 Nu 相对应。

(2) 施密特 (Schmidt) 数, $Sc = \nu / D$, 表示速度分布与浓度分布的相互关系, 或动量传递与质量传递的相互关系, 与对流传热中的普朗特数 Pr 相对应。

无量纲数	物理意义	量纲	备注
$Re = \frac{\rho v l}{\mu}$	雷诺数	$l^2 T^{-1}$	流体的流动状态
$Pr = \frac{c_p \mu}{\alpha}$	普朗特数	1	流体的热物性
$Sc = \frac{\nu}{D}$	施密特数	1	流体的物性
$Sh = \frac{h_m l}{D}$	舍伍德数	1	对流传质的强度
$Gr = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\nu^2}$	格拉肖夫数	$l^2 T^{-1}$	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Sc = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\nu D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^2 = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^2 D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^3 = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^3 D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^4 = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^4 D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^5 = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^5 D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^6 = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^6 D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^7 = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^7 D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^8 = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^8 D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^9 = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^9 D}$	瑞利数	1	自然对流的强度
$Gr \cdot Pr \cdot Sc^{10} = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\alpha \nu^{10} D}$	瑞利数	1	自然对流的强度

附录

附录1 常用单位换算表

物理量	符号	我国法定计量单位	工程单位	
力	F	N	kgf	
		1	0.1020	
		9.807	1	
压力	p	Pa	atm	
		1	$9.869\ 23 \times 10^{-6}$	
		$1.013\ 25 \times 10^5$	1	
动力黏度	η	$\text{Pa} \cdot \text{s}$	$\text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2$	
		1	0.101 972	
		9.806 65	1	
功率 热流量	P Φ	W	kcal/h	$\text{kgf} \cdot \text{m}/\text{s}$
		1	0.859 845	0.101 972
		1.163	1	0.118 583
9.806 65	8.433 719	1		
热流密度	q	W/m^2	$\text{kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$	
		1	0.238 846	
		1.163	1	
比热容	c	$\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	$\text{kcal}/(\text{kgf} \cdot ^\circ\text{C})$	
		1	0.238 846	
		4.1868	1	
导热系数	λ	$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$	$\text{kcal}/(\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$	
		1	0.859 845	
		1.163	1	
表面传热系数 传热系数	h k	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	$\text{kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})$	
		1	0.859 845	
		1.163	1	

附录2 金属材料的密度、比热容和导热系数

材料名称	20℃			导热系数 λ [W/(m·K)]									
	密度 ρ (kg/m ³)	比热容 c_p [J/(kg·K)]	导热系数 λ [W/(m·K)]	温度 t (°C)									
				-100	0	100	200	400	600	800	1000		
纯铝	2710	902	236	243	236	240	238	228	215				
杜拉铝	2790	881	169	124	160	188	188						
铝合金 (92Al-8Mg)	2610	904	107	86	102	123	148						
铝合金 (87Al-13Si)	2660	871	162	139	158	173	176						
铍	1850	1758	219	382	218	170	145	118					
纯铜	8930	386	398	421	401	393	389	379	366	352			
铝青铜 (90Cu-10Al)	8360	420	56		49	57	66						
青铜 (89Cu-11Sn)	8800	343	24.8		24	28.4	33.2						
黄铜 (70Cu-32Zn)	8440	377	109	90	106	131	143	148					
铜合金 (60Cu-40Ni)	8920	410	22.2	19	22.2	23.4							
黄金	19 300	127	315	331	318	313	310	300	287				
纯铁	7870	455	81.1	96.7	83.5	72.1	63.5	50.3	39.4	29.6	29.4		
阿姆口铁	7960	455	73.2	82.9	74.7	67.5	61.0	49.9	38.6	29.3	29.3		
灰铸铁 ($w_C \approx 3\%$)	7570	470	39.2		28.5	32.4	35.3	36.6	20.8	19.2			
碳钢 ($w_C \approx 0.5\%$)	7840	465	49.8		50.5	47.5	44.8	39.4	34.0	29.0			
碳钢 ($w_C \approx 1.0\%$)	7790	470	43.2		43.0	42.8	42.2	40.6	36.7	32.2			
碳钢 ($w_C \approx 1.5\%$)	7750	470	36.7		36.8	36.6	36.2	34.7	31.7	27.8			
铬钢 ($w_{Cr} \approx 5\%$)	7830	460	36.1		36.3	35.2	34.7	31.4	28.0	27.2	27.2		
铬钢 ($w_{Cr} \approx 13\%$)	7740	460	26.8		26.5	27.0	27.0	27.6	28.4	29.0	29.0		
铬钢 ($w_{Cr} \approx 17\%$)	7710	460	22		22.0	22.2	22.6	23.3	24.0	24.8	25.5		

续表

材料名称	20℃			导热系数 λ [W/(m·K)]								
	密度 ρ (kg/m ³)	比热容 c_p [J/(kg·K)]	导热系数 λ [W/(m·K)]	温度 t (°C)								
				-100	0	100	200	400	600	800	1000	
铬镍钢 (18-20Cr/8-12Ni)	7820	460	15.2	12.2	14.7	16.6	18.0	20.8	23.5	26.3		
铬镍钢 (17-19Cr/9-13Ni)	7830	460	14.7	11.8	14.3	16.1	17.5	20.2	22.8	25.5	28.2	
镍钢 ($w_{Ni} \approx 1\%$)	7900	460	45.5	40.8	45.2	46.8	46.1	41.2	35.7			
镍钢 ($w_{Ni} \approx 3.5\%$)	7910	460	36.5	30.7	36.0	38.8	39.7	37.8				
镍钢 ($w_{Ni} \approx 50\%$)	8260	460	19.6	17.3	19.4	20.5	21.0	21.3	22.5			
锰钢 ($w_{Mn} \approx 12\% \sim 13\%$)	7800	487	13.6			14.8	16.0	18.3				
锰钢 ($w_{Mn} \approx 0.4\%$)	7860	440	51.2			51.0	50.0	43.5	35.5	27.0		
钨钢 ($w_W \approx 5\% \sim 6\%$)	8070	436	18.7		18.4	19.7	21.0	23.6	24.9	25.3		
铅	11 340	128	35.3	37.2	35.5	34.3	32.8					
镁	1730	1020	156	160	157	154	152					
钼	9590	255	138	146	139	135	131	123	116	109	103	
镍	8900	444	91.4	144	94	82.8	74.2	64.6	69.0	73.3	77.6	
铂	21 450	133	71.4	73.3	71.5	71.6	72.0	73.6	76.6	80.0	84.2	
银	10 500	234	427	431	428	422	415	399	384			
钛	4500	520	22	23.3	22.4	20.7	19.9	19.4	19.9			
铀	19 070	116	27.4	24.3	27.0	29.1	31.1	35.7	40.6	45.6		
锌	7140	388	121	123	122	117	112					
锆	6570	276	22.9	26.5	23.2	21.8	21.2	21.4	22.3	24.5	26.4	
钨	19 350	134	179	204	182	166	153	134	125	119	114	

附录3 保温材料、耐火材料、建筑材料
及其他材料的密度和导热系数

材料名称	温度 $t(^{\circ}\text{C})$	密度 $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	导热系数 $\lambda [\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$
膨胀珍珠岩散料	25	60~300	0.021~0.062
沥青膨胀珍珠岩	31	233~282	0.069~0.076
岩棉制品	20	80~150	0.035~0.038
膨胀蛭石	20	100~130	0.051~0.07
石棉粉	22	744~1400	0.099~0.19
石棉绳		590~730	0.10~0.21
石棉绒		35~230	0.055~0.077
石棉板	30	770~1045	0.10~0.14
玻璃棉毡	28	18.4~38.3	0.043
矿渣棉	30	207	0.058
软木板	20	105~437	0.044~0.079
木丝纤维板	25	245	0.048
葵芯板	20	95.5	0.05
玉米梗板	22	25.2	0.065
棉花	20	117	0.049
锯木屑	20	179	0.083
硬泡沫塑料	30	29.5~56.3	0.041~0.048
软泡沫塑料	30	411~62	0.043~0.056
铝箔间隔层(5层)	21		0.042
松木(垂直木纹)	15	496	0.15
松木(平行木纹)	21	527	0.35
碎石混凝土	20	2200	1.28
钢筋混凝土	20	2400	1.51
耐酸混凝土板	30	2250	1.5~1.6
混凝土板	35	1930	0.79
红砖	35	1560	0.49
黏土砖砌体	20	1700~1800	0.76~0.81
实心砖砌体	20	1300~1400	0.52~0.46
水泥	30	1900	0.30
花岗石		2643	1.73~3.98

续表

材料名称	温度 $t(^{\circ}\text{C})$	密度 $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	导热系数 $\lambda [\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$
大理石		2499~2707	2.70
瓷砖	37	2090	1.1
黄沙	30	1580~1700	0.28~0.34
泥土	20		0.83
黏土	27	1460	1.3
玻璃	45	2500	0.65~0.71
草绳		230	0.064~0.113
水垢	65		1.31~3.14
烟灰			0.07~0.116
冰	0	913	2.22

附录4 几种材料的导热系数与温度间的拟合关系

材料名称	最高允许温度 t (°C)	密度 ρ (kg/m ³)	导热系数 λ [W/(m·K)]
超细玻璃棉毡、管	400	18~20	$0.033+0.00023t$
玻璃棉原棉	300	80~100	$0.038+0.00017t$
矿渣棉	550~600	350	$0.0674+0.000215t$
矿棉纤维	600	80~200	$0.035+0.00015t$
酚醛矿棉制品	350	80~150	$0.047+0.00017t$
水泥蛭石制品	800	400~450	$0.103+0.000198t$
水泥珍珠岩制品	600	300~400	$0.0651+0.000105t$
膨胀珍珠岩散料	1000	40~160	$0.0652+0.000105t$
粉煤灰泡沫砖	300	500	$0.099+0.0002t$
岩棉玻璃布缝板	600	100	$0.0314+0.000198t$
A级硅藻土制品	900	500	$0.0395+0.00019t$
B级硅藻土制品	900	550	$0.0477+0.0002t$
膨胀珍珠岩	1000	55	$0.0424+0.000137t$
微孔硅酸钙制品	650	<250	$0.041+0.0002t$
聚氨酯硬质泡沫塑料	100	30~50	$0.021+0.00014t$
聚苯乙烯硬质泡沫塑料	75	20~50	$0.035+0.00014t$
耐火黏土砖	1350~1450	1800~2040	$(0.7\sim0.84)+0.00058t$
轻质耐火黏土砖	1250~1300	800~1300	$(0.29\sim0.41)+0.00026t$
超轻质耐火黏土砖	1150~1300	540~610	$0.093+0.00016t$
超轻质耐火黏土砖	1100	270~330	$0.058+0.00017t$
硅砖	1700	1900~1950	$0.93+0.0007t$
镁砖	1600~1700	2300~2600	$2.1+0.00019t$
铬砖	1600~1700	2600~2800	$4.7+0.00017t$
普通红砖	600	1600~2000	$0.465+0.000152t$

附录5 1 标准大气压下干空气的热物理性质

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [J/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	α (m ² /s)	η [kg/(m·s)]	ν (m ² /s)	Pr
-150	2.866	983	0.011 71	4.158×10^{-6}	8.636×10^{-6}	3.013×10^{-6}	0.7246
-100	2.038	966	0.015 82	8.036×10^{-6}	1.189×10^{-5}	5.837×10^{-6}	0.7263
-50	1.582	999	0.019 79	1.252×10^{-5}	1.474×10^{-5}	9.319×10^{-6}	0.7440
-40	1.514	1002	0.020 57	1.356×10^{-5}	1.527×10^{-5}	1.008×10^{-5}	0.7436
-30	1.451	1004	0.021 34	1.465×10^{-5}	1.579×10^{-5}	1.087×10^{-5}	0.7425
-20	1.394	1005	0.022 11	1.578×10^{-5}	1.630×10^{-5}	1.169×10^{-5}	0.7408
-10	1.341	1006	0.022 88	1.696×10^{-5}	1.680×10^{-5}	1.252×10^{-5}	0.7387
0	1.292	1006	0.023 64	1.818×10^{-5}	1.729×10^{-5}	1.338×10^{-5}	0.7362
5	1.269	1006	0.024 01	1.880×10^{-5}	1.754×10^{-5}	1.382×10^{-5}	0.7350
10	1.246	1006	0.024 39	1.944×10^{-5}	1.778×10^{-5}	1.426×10^{-5}	0.7336
15	1.225	1007	0.024 76	2.009×10^{-5}	1.802×10^{-5}	1.470×10^{-5}	0.7323
20	1.204	1007	0.025 14	2.074×10^{-5}	1.825×10^{-5}	1.516×10^{-5}	0.7309
25	1.184	1007	0.025 51	2.141×10^{-5}	1.849×10^{-5}	1.562×10^{-5}	0.7296
30	1.164	1007	0.025 88	2.208×10^{-5}	1.872×10^{-5}	1.608×10^{-5}	0.7282
35	1.145	1007	0.026 25	2.277×10^{-5}	1.895×10^{-5}	1.655×10^{-5}	0.7268
40	1.127	1007	0.026 62	2.346×10^{-5}	1.918×10^{-5}	1.702×10^{-5}	0.7255
45	1.109	1007	0.026 99	2.416×10^{-5}	1.941×10^{-5}	1.750×10^{-5}	0.7241
50	1.092	1007	0.027 35	2.487×10^{-5}	1.963×10^{-5}	1.798×10^{-5}	0.7228
60	1.059	1007	0.028 08	2.632×10^{-5}	2.008×10^{-5}	1.896×10^{-5}	0.7202
70	1.028	1007	0.028 81	2.780×10^{-5}	2.052×10^{-5}	1.995×10^{-5}	0.7177
80	0.9994	1008	0.029 53	2.931×10^{-5}	2.096×10^{-5}	2.097×10^{-5}	0.7154
90	0.9718	1008	0.030 24	3.086×10^{-5}	2.139×10^{-5}	2.201×10^{-5}	0.7132
100	0.9458	1009	0.030 95	3.243×10^{-5}	2.181×10^{-5}	2.306×10^{-5}	0.7111
120	0.8977	1011	0.032 35	3.565×10^{-5}	2.264×10^{-5}	2.522×10^{-5}	0.7073
140	0.8542	1013	0.033 74	3.898×10^{-5}	2.345×10^{-5}	2.745×10^{-5}	0.7041
160	0.8148	1016	0.035 11	4.241×10^{-5}	2.420×10^{-5}	2.975×10^{-5}	0.7014
180	0.7788	1019	0.036 46	4.593×10^{-5}	2.504×10^{-5}	3.212×10^{-5}	0.6992
200	0.7459	1023	0.037 79	4.954×10^{-5}	2.577×10^{-5}	3.455×10^{-5}	0.6974
250	0.6746	1033	0.041 04	5.890×10^{-5}	2.760×10^{-5}	4.091×10^{-5}	0.6946

续表

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [J/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	a m ² /s	η [kg/(m·s)]	ν m ² /s	Pr
300	0.6158	1044	0.044 18	6.871×10^{-5}	2.934×10^{-5}	4.765×10^{-5}	0.6935
350	0.5664	1056	0.047 21	7.892×10^{-5}	3.101×10^{-5}	5.475×10^{-5}	0.6937
400	0.5243	1069	0.050 15	8.951×10^{-5}	3.261×10^{-5}	6.219×10^{-5}	0.6948
450	0.4880	1081	0.052 98	1.004×10^{-4}	3.415×10^{-5}	6.997×10^{-5}	0.6965
500	0.4565	1093	0.055 72	1.117×10^{-4}	3.563×10^{-5}	7.806×10^{-5}	0.6986
600	0.4042	1115	0.060 93	1.352×10^{-4}	3.846×10^{-5}	9.515×10^{-5}	0.7037
700	0.3627	1135	0.065 81	1.598×10^{-4}	4.111×10^{-5}	1.133×10^{-4}	0.7092
800	0.3289	1153	0.070 37	1.855×10^{-4}	4.362×10^{-5}	1.326×10^{-4}	0.7149
900	0.3008	1169	0.074 65	2.122×10^{-4}	4.600×10^{-5}	1.529×10^{-4}	0.7206
1000	0.2772	1184	0.078 68	2.398×10^{-4}	4.826×10^{-5}	1.741×10^{-4}	0.7260
1500	0.1990	1234	0.095 99	3.908×10^{-4}	5.817×10^{-5}	2.922×10^{-4}	0.7478

附录 6 1 标准大气压下标准烟气的热物理性质

(烟气中组成成分的质量分数: $w_{\text{CO}_2}=0.13$; $w_{\text{H}_2\text{O}}=0.11$; $w_{\text{N}_2}=0.76$)

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [kJ/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	α (m ² /s)	η [kg/(m·s)]	ν (m ² /s)	Pr
0	1.295	1.042	0.0228	1.690×10^{-5}	1.58×10^{-5}	1.220×10^{-5}	0.72
100	0.950	1.068	0.0313	3.080×10^{-5}	2.04×10^{-5}	2.154×10^{-5}	0.69
200	0.748	1.097	0.0401	4.890×10^{-5}	2.45×10^{-5}	3.280×10^{-5}	0.67
300	0.617	1.122	0.0484	6.990×10^{-5}	2.82×10^{-5}	4.581×10^{-5}	0.65
400	0.525	1.151	0.0570	9.430×10^{-5}	3.17×10^{-5}	6.038×10^{-5}	0.64
500	0.457	1.185	0.0656	1.211×10^{-4}	3.48×10^{-5}	7.630×10^{-5}	0.63
600	0.405	1.214	0.0742	1.509×10^{-4}	3.79×10^{-5}	9.361×10^{-5}	0.62
700	0.363	1.239	0.0827	1.838×10^{-4}	4.07×10^{-5}	1.121×10^{-4}	0.61
800	0.330	1.264	0.0915	2.197×10^{-4}	4.34×10^{-5}	1.318×10^{-4}	0.60
900	0.301	1.290	0.1000	2.580×10^{-4}	4.59×10^{-5}	1.525×10^{-4}	0.59
1000	0.275	1.306	0.1090	3.034×10^{-4}	4.84×10^{-5}	1.743×10^{-4}	0.58
1100	0.257	1.323	0.1175	3.455×10^{-4}	5.07×10^{-5}	1.971×10^{-4}	0.57
1200	0.240	1.340	0.1262	3.924×10^{-4}	5.30×10^{-5}	2.210×10^{-4}	0.56

附录 7 1 标准大气压下过热水蒸气的热物理性质

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p [kJ/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	α (m ² /s)	η [kg/(m·s)]	ν (m ² /s)	Pr
380	0.5863	2.060	0.0246	2.036×10^{-5}	1.271×10^{-5}	2.16×10^{-5}	1.060
400	0.5542	2.014	0.0261	2.338×10^{-5}	1.344×10^{-5}	2.42×10^{-5}	1.040
450	0.4902	1.980	0.0299	3.070×10^{-5}	1.525×10^{-5}	3.11×10^{-5}	1.010
500	0.4405	1.985	0.0339	3.870×10^{-5}	1.704×10^{-5}	3.86×10^{-5}	0.996
550	0.4005	1.997	0.0379	4.750×10^{-5}	1.884×10^{-5}	4.70×10^{-5}	0.991
600	0.3852	2.026	0.0422	5.730×10^{-5}	2.067×10^{-5}	5.66×10^{-5}	0.986
650	0.3380	2.056	0.0464	6.660×10^{-5}	2.247×10^{-5}	6.64×10^{-5}	0.995
700	0.3140	2.085	0.0505	7.720×10^{-5}	2.426×10^{-5}	7.72×10^{-5}	1.000
750	0.2931	2.119	0.0549	8.330×10^{-5}	2.604×10^{-5}	8.88×10^{-5}	1.005
800	0.2730	2.152	0.0592	1.001×10^{-4}	2.786×10^{-5}	1.020×10^{-4}	1.010
850	0.2579	2.186	0.0637	1.130×10^{-4}	2.969×10^{-5}	1.152×10^{-4}	1.019

附录 8 饱和水的热物理性质

t (°C)	$p \times 10^{-5}$ (Pa)	ρ (kg/m ³)	h' (kJ/kg)	c_p [kJ/ (kg · K)]	$\lambda \times 10^2$ [W/ (m · K)]	$a \times 10^8$ (m ² /s)	$\eta \times 10^6$ (Pa · s)	$\nu \times 10^6$ (m ² /s)	$\alpha_V \times 10^4$ (K ⁻¹)	Pr
0	0.00611	999.9	0	4.212	55.1	13.1	1788	1.789	-0.81	13.67
10	0.01227	999.7	42.04	4.191	57.4	13.7	1306	1.306	+0.87	9.52
20	0.02338	998.2	93.91	4.183	59.9	14.3	1004	1.006	2.09	7.02
30	0.04241	995.7	125.7	4.174	61.8	14.9	801.5	0.805	3.05	5.42
40	0.07375	992.2	167.5	4.174	63.5	15.3	653.3	0.659	3.86	4.31
50	0.12335	988.1	209.3	4.174	64.8	15.7	549.4	0.556	4.57	3.54
60	0.19920	983.1	251.1	4.179	65.9	16.0	469.9	0.478	5.22	2.99
70	0.3116	977.8	293.0	4.187	66.8	16.3	406.1	0.415	5.83	2.55
80	0.4736	971.8	355.0	4.195	67.4	16.6	355.1	0.365	6.40	2.21
90	0.7011	965.3	377.0	4.208	68.0	16.8	314.9	0.326	6.96	1.95
100	1.013	958.4	419.1	4.220	68.3	16.9	282.5	0.295	7.50	1.75
110	1.43	951.0	461.4	4.233	68.5	17.0	259.0	0.272	8.04	1.60
120	1.98	943.1	503.7	4.250	68.6	17.1	237.4	0.252	8.58	1.47
130	2.70	934.8	546.4	4.266	68.6	17.2	217.8	0.233	9.12	1.36
140	3.61	926.1	589.1	4.287	68.5	17.2	201.1	0.217	9.68	1.26
150	4.76	917.0	632.2	4.313	68.4	17.3	186.4	0.203	10.26	1.17
160	6.18	907.0	675.4	4.346	68.3	17.3	173.6	0.191	10.87	1.10
170	7.92	897.3	719.3	4.380	67.9	17.3	162.8	0.181	11.52	1.05
180	10.03	886.9	763.3	4.417	67.4	17.2	153.0	0.173	12.21	1.00
190	12.55	876.0	807.8	4.459	67.0	17.1	144.2	0.165	12.96	0.96
200	15.55	863.0	852.8	4.505	66.3	17.0	136.4	0.158	13.77	0.93
210	19.08	852.3	897.7	4.555	65.5	16.9	130.5	0.153	14.67	0.91
220	23.20	840.3	943.7	4.614	64.5	16.6	124.6	0.148	15.67	0.89
230	27.98	827.3	990.2	4.681	63.7	16.4	119.7	0.145	16.80	0.88
240	33.48	813.6	1037.5	4.756	62.8	16.2	114.8	0.141	18.08	0.87
250	39.78	799.0	1085.7	4.844	61.8	15.9	109.9	0.137	19.55	0.86
260	46.94	784.0	1135.7	4.949	60.5	15.6	105.9	0.135	21.27	0.87

续表

t (°C)	$p \times 10^{-5}$ (Pa)	ρ (kg/m ³)	h' (kJ/kg)	c_p [kJ/ (kg · K)]	$\lambda \times 10^2$ [W/ (m · K)]	$a \times 10^8$ (m ² /s)	$\eta \times 10^6$ (Pa · s)	$\nu \times 10^6$ (m ² /s)	$\alpha_V \times 10^4$ (K ⁻¹)	Pr
270	55.05	767.9	1185.7	5.070	59.0	15.1	102.0	0.133	23.31	0.88
280	64.19	750.7	1236.8	5.230	57.4	14.6	98.1	0.131	25.79	0.90
290	74.45	732.3	1290.0	5.485	55.8	13.9	94.2	0.129	28.84	0.93
300	85.92	712.5	1344.9	5.736	54.0	13.2	91.2	0.128	32.73	0.97
310	98.70	691.1	1402.2	6.071	52.3	12.5	88.3	0.128	37.85	1.03
320	112.90	667.1	1462.1	6.574	50.6	11.5	85.3	0.128	44.91	1.11
330	128.65	640.2	1526.2	7.244	48.4	10.4	81.4	0.127	55.31	1.22
340	146.08	610.1	1594.8	8.165	45.7	9.17	77.5	0.127	72.10	1.39
350	165.37	574.4	1671.4	9.504	43.0	7.88	72.6	0.126	103.7	1.60
360	186.74	528.0	1761.5	13.984	39.5	5.36	66.7	0.126	182.9	2.35
370	210.53	450.5	1892.5	40.321	33.7	1.86	56.9	0.126	676.7	6.79

注 表中 α_V 值选自 Steam Tables in SI Units, 2nd Ed., Ed. by Grigull, U. et. Al., Springer Verlag, 1984.

附录9 干饱和水蒸气的热物理性质

t (°C)	$p \times 10^{-5}$ (Pa)	ρ'' (kg/m ³)	h'' (kJ/kg)	r (kJ/kg)	c_p [kJ/ (kg·K)]	$\lambda \times 10^2$ [W/ (m·K)]	$a \times 10^3$ (m ² /s)	$h \times 10^6$ (Pa·s)	$\nu \times 10^6$ (m ² /s)	Pr
0	0.006 11	0.004 847	2501.6	2501.6	1.8543	1.83	7313.0	8.022	1655.01	0.815
10	0.012 27	0.009 396	2520.0	2477.7	1.8594	1.88	3881.3	80.424	896.54	0.831
20	0.023 38	0.017 29	2538.0	2454.3	1.8661	1.94	2167.2	8.84	509.90	0.847
30	0.042 41	0.030 37	2556.5	2430.9	1.8744	2.00	1265.1	9.218	303.53	0.863
40	0.073 75	0.051 16	2574.5	2407.0	1.8553	2.06	768.45	9.620	188.04	0.883
50	0.123 35	0.083 02	2592.0	2392.7	0.8987	2.12	483.59	10.022	120.72	0.896
60	0.199 20	0.1302	2609.6	2358.4	1.9155	2.19	315.55	10.424	80.07	0.913
70	0.3116	0.1982	2626.8	2334.1	1.9364	2.25	210.57	10.817	54.57	0.930
80	0.4736	0.2933	2643.5	2309.0	1.9615	2.33	145.53	11.219	38.25	0.947
90	0.7011	0.4235	2660.3	2283.1	1.9921	2.40	102.22	11.621	27.44	0.966
100	1.013	0.5977	2676.2	2257.1	2.0281	2.48	73.57	12.023	30.12	0.984
110	1.43	0.8265	2691.3	2229.9	2.0704	2.56	53.83	12.425	15.03	1.00
120	1.98	1.122	2705.9	2202.3	2.1198	2.65	40.15	12.798	11.41	1.02
130	2.70	1.497	2719.7	2173.8	2.1763	2.76	30.46	13.170	8.80	1.04
140	3.61	1.967	2733.1	2144.1	2.2408	2.85	23.28	13.543	6.89	1.06
150	4.76	2.548	2745.3	2113.1	2.3145	2.97	18.10	13.896	5.45	1.08
160	6.18	3.260	2756.6	2081.3	2.3974	3.08	14.20	14.249	4.37	1.11
170	7.92	4.123	2767.1	2047.8	2.4911	3.21	11.25	14.612	3.54	1.13
180	10.03	5.160	2776.3	2013.0	2.5958	3.36	9.03	14.965	2.90	1.15
190	12.55	6.397	2784.2	1976.6	2.7126	3.51	7.29	15.298	2.39	1.18
200	15.55	7.864	2790.9	1938.5	2.8428	3.68	5.92	15.651	1.99	1.21
210	19.08	9.593	2796.4	1898.3	2.9877	3.87	4.86	15.995	1.67	1.24
220	23.20	11.62	2799.7	1856.4	3.1497	4.07	4.00	16.338	1.41	1.26
230	27.98	14.00	2801.8	1811.6	3.3310	4.30	3.32	16.701	1.19	1.29
240	33.48	16.76	2802.2	1764.7	3.5366	4.54	2.76	17.073	1.02	1.33
250	39.78	19.99	2800.6	1714.4	3.7723	4.84	2.31	17.446	0.873	1.36

续表

t (°C)	$p \times 10^{-5}$ (Pa)	ρ'' (kg/m ³)	h'' (kJ/kg)	r (kJ/kg)	c_p [kJ/ (kg · K)]	$\lambda \times 10^2$ [W/ (m · K)]	$a \times 10^3$ (m ² /s)	$h \times 10^6$ (Pa · s)	$\nu \times 10^6$ (m ² /s)	Pr
260	46.94	23.73	2796.4	1661.3	4.0470	5018	1.94	17.848	0.752	1.40
270	55.05	28.10	2789.7	1604.8	4.3735	5.55	1.63	19.280	0.651	1.44
280	64.19	33.19	2780.5	1543.7	4.7675	6.00	1.37	18.750	0.565	1.49
290	74.45	39.16	2767.5	1477.5	5.2528	6.55	1.15	19.270	0.492	1.54
300	85.92	46.19	2751.1	1405.9	5.8632	7.22	0.96	19.839	0.430	0.61
310	98.70	54.54	2730.2	1327.6	6.6503	8.06	0.80	20.691	0.380	1.71
320	112.90	64.60	2703.8	1241.0	7.7217	8.65	0.62	21.691	0.336	1.94
330	128.65	76.99	2670.3	1143.8	9.3613	9.61	0.48	23.093	0.300	2.24
340	146.08	92.76	2626.0	1030.8	12.2108	10.70	0.34	24.692	0.266	2.82
350	165.37	113.6	2567.8	895.6	17.1504	11.90	0.22	26.594	0.234	3.83
360	186.74	144.1	2485.3	721.4	25.1162	13.70	0.14	29.193	0.203	5.34
370	210.53	201.1	2342.9	452.0	76.9157	16.60	0.04	33.989	0.169	15.7
374.15	221.20	315.5	2107.2	0.0	∞	13.79	0.0	44.992	0.143	∞

附录 10 1 标准大气压下一些气体的热物理性质

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [J/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	a (m ² /s)	η (Pa·s)	ν (m ² /s)	Pr
二氧化碳 (CO ₂)							
0	1.9635	811	0.014 56	9.141×10^{-6}	1.375×10^{-5}	7.003×10^{-6}	0.7661
27	1.7973	871	0.016 572	1.0588×10^{-6}	1.4958×10^{-5}	8.321×10^{-6}	0.7700
50	1.6597	866.6	0.018 58	1.291×10^{-5}	1.612×10^{-5}	9.714×10^{-6}	0.7520
77	1.5362	900	0.020 47	1.4808×10^{-5}	1.7205×10^{-5}	1.119×10^{-5}	0.7550
100	1.4373	914.8	0.022 57	1.716×10^{-5}	1.841×10^{-5}	1.281×10^{-5}	0.7464
127	1.3424	942	0.024 61	1.9463×10^{-5}	1.932×10^{-5}	1.439×10^{-5}	0.7380
177	1.1918	980	0.028 97	2.4813×10^{-5}	2.134×10^{-5}	1.790×10^{-5}	0.7210
200	1.1336	995.2	0.030 44	2.698×10^{-5}	2.276×10^{-5}	2.008×10^{-5}	0.7442
氮气 (N ₂)							
0	1.2498	1035	0.023 84	1.843×10^{-5}	1.640×10^{-5}	1.312×10^{-5}	0.7121
27	1.1421	1040.8	0.026 20	2.2044×10^{-5}	1.784×10^{-5}	1.563×10^{-5}	0.7130
50	1.0564	1042	0.027 46	2.494×10^{-5}	1.874×10^{-5}	1.774×10^{-5}	0.7114
100	0.9149	1041	0.030 90	3.244×10^{-5}	2.094×10^{-5}	2.289×10^{-5}	0.7056
127	0.8538	1045.9	0.033 35	3.734×10^{-5}	2.198×10^{-5}	2.574×10^{-5}	0.6910
150	0.8068	1043	0.034 16	4.058×10^{-5}	2.300×10^{-5}	2.851×10^{-5}	0.7025
200	0.7215	1050	0.037 27	4.921×10^{-5}	2.494×10^{-5}	3.457×10^{-5}	0.7025
氧气 (O ₂)							
0	1.4277	928.7	0.024 72	1.865×10^{-5}	1.916×10^{-5}	1.342×10^{-5}	0.7198
27	1.3007	920.3	0.026 76	2.2353×10^{-5}	2.063×10^{-5}	1.586×10^{-5}	0.7090
50	1.2068	921.7	0.028 67	2.577×10^{-5}	2.194×10^{-5}	1.818×10^{-5}	0.7053
77	1.1133	929.1	0.030 70	2.968×10^{-5}	2.316×10^{-5}	2.080×10^{-5}	0.7020
100	1.0451	931.8	0.032 54	3.342×10^{-5}	2.451×10^{-5}	2.346×10^{-5}	0.7019
127	0.9755	942.0	0.034 61	3.768×10^{-5}	2.554×10^{-5}	2.618×10^{-5}	0.6950
150	0.9216	947.6	0.036 37	4.164×10^{-5}	2.694×10^{-5}	2.923×10^{-5}	0.7019
177	0.8682	956.7	0.038 28	4.609×10^{-5}	2.777×10^{-5}	3.199×10^{-5}	0.6940
200	0.8242	964.7	0.040 14	5.048×10^{-5}	2.923×10^{-5}	3.546×10^{-5}	0.7025
水蒸气 (H ₂ O)							
-50	0.9839	1892	0.013 53	7.271×10^{-6}	7.187×10^{-6}	7.305×10^{-6}	1.0047
0	0.8038	1874	0.016 73	1.110×10^{-5}	8.956×10^{-6}	1.114×10^{-5}	1.0033
50	0.6794	1874	0.020 32	1.596×10^{-5}	1.078×10^{-5}	1.587×10^{-5}	0.9944
100	0.5884	1887	0.024 29	2.187×10^{-5}	1.265×10^{-5}	2.150×10^{-5}	0.9830

续表

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [J/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	a (m ² /s)	η (Pa·s)	ν (m ² /s)	Pr
水蒸气 (H ₂ O)							
-107	0.5863	2060	0.024 60	2.036×10 ⁻⁵	1.271×10 ⁻⁵	2.160×10 ⁻⁵	1.0600
127	0.5542	2014	0.026 10	2.338×10 ⁻⁵	1.344×10 ⁻⁵	2.420×10 ⁻⁵	1.0400
150	0.5189	1908	0.028 61	2.890×10 ⁻⁵	1.456×10 ⁻⁵	2.806×10 ⁻⁵	0.9712
177	0.4902	1980	0.029 90	3.070×10 ⁻⁵	1.525×10 ⁻⁵	3.110×10 ⁻⁵	1.0100
200	0.4640	1935	0.033 26	3.705×10 ⁻⁵	1.650×10 ⁻⁵	3.556×10 ⁻⁵	0.9599
227	0.4405	1985	0.033 90	3.870×10 ⁻⁵	1.704×10 ⁻⁵	3.860×10 ⁻⁵	0.9960
300	0.3831	1997	0.043 45	5.680×10 ⁻⁵	2.045×10 ⁻⁵	5.340×10 ⁻⁵	0.9401

附录 11 一些液体的热物理性质

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [J/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	a (m ² /s)	ν (m ² /s)	Pr	α_v (K ⁻¹)
乙二醇 [C ₂ H ₄ (OH) ₂]							
0	1131	2294	0.2420	9.340×10 ⁻⁸	7.530×10 ⁻⁶	0.615	0.000 65
20	1117	2382	0.2490	9.390×10 ⁻⁸	1.918×10 ⁻⁵	0.204	0.000 65
40	1101	2474	0.2560	9.390×10 ⁻⁸	8.690×10 ⁻⁶	0.093	0.000 65
60	1088	2562	0.2600	9.320×10 ⁻⁸	4.750×10 ⁻⁶	0.051	0.000 65
80	1078	2650	0.2610	9.210×10 ⁻⁸	2.980×10 ⁻⁶	0.0324	0.000 65
100	1059	2742	0.2630	9.080×10 ⁻⁸	2.030×10 ⁻⁶	0.0224	0.000 65
饱和 CO ₂							
-50	1156	1.84	0.0855	0.4021×10 ⁻⁷	0.119×10 ⁻⁶	2.96	0.014 00
-40	1118	1.88	0.1011	0.4810×10 ⁻⁷	0.118×10 ⁻⁶	2.46	0.014 00
-30	1077	1.97	0.1116	0.5272×10 ⁻⁷	0.117×10 ⁻⁶	2.22	0.014 00
-20	1032	2.05	0.1151	0.5445×10 ⁻⁷	0.115×10 ⁻⁶	2.12	0.014 00
-10	983	2.18	0.1099	0.5133×10 ⁻⁷	0.113×10 ⁻⁶	2.20	0.014 00
0	927	2.47	0.1045	0.4578×10 ⁻⁷	0.108×10 ⁻⁶	2.38	0.014 00
10	860	3.14	0.0971	0.3608×10 ⁻⁷	0.101×10 ⁻⁶	2.80	0.014 00
20	773	5.0	0.0872	0.2219×10 ⁻⁷	0.091×10 ⁻⁶	4.10	0.014 00
30	598	36.4	0.0703	0.0279×10 ⁻⁷	0.080×10 ⁻⁶	28.7	0.014 00
饱和 SO ₂							
-30	1521	1.3616	0.230	1.117×10 ⁻⁷	0.371×10 ⁻⁶	3.31	0.001 94
-20	1489	1.3624	0.225	1.107×10 ⁻⁷	0.324×10 ⁻⁶	2.93	0.001 94
-10	1464	1.3628	0.218	1.097×10 ⁻⁷	0.288×10 ⁻⁶	2.62	0.001 94
0	1438	1.3636	0.211	1.081×10 ⁻⁷	0.257×10 ⁻⁶	2.38	0.001 94
10	1413	1.3645	0.204	1.066×10 ⁻⁷	0.232×10 ⁻⁶	2.18	0.001 94
20	1386	1.3653	0.199	1.050×10 ⁻⁷	0.210×10 ⁻⁶	2.00	0.001 94
30	1359	1.3662	0.192	1.035×10 ⁻⁷	0.190×10 ⁻⁶	1.83	0.001 94
40	1329	1.3674	0.185	1.019×10 ⁻⁷	0.173×10 ⁻⁶	1.70	0.001 94
50	1299	1.3683	0.177	0.999×10 ⁻⁷	0.162×10 ⁻⁶	1.61	0.001 94
饱和氟利昂-12 (CCl ₂ F ₂)							
-50	1547	0.8750	0.067	0.501×10 ⁻⁷	0.310×10 ⁻⁶	6.2	0.002 63
-40	1519	0.8847	0.069	0.514×10 ⁻⁷	0.279×10 ⁻⁶	5.4	0.002 63
-30	1490	0.8956	0.069	0.526×10 ⁻⁷	0.253×10 ⁻⁶	4.8	0.002 63
-20	1461	0.9073	0.071	0.539×10 ⁻⁷	0.235×10 ⁻⁶	4.4	0.002 63

续表

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [J/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	a (m ² /s)	ν (m ² /s)	Pr	α_v (K ⁻¹)
饱和氟利昂-12 (CCl ₂ F ₂)							
-10	1429	0.9203	0.073	0.550×10^{-7}	0.221×10^{-6}	4.0	0.002 63
0	1397	0.9345	0.073	0.557×10^{-7}	0.214×10^{-6}	3.8	0.002 63
10	1364	0.9496	0.073	0.560×10^{-7}	0.203×10^{-6}	3.6	0.002 63
20	1330	0.9659	0.073	0.560×10^{-7}	0.198×10^{-6}	3.5	0.002 63
30	1295	0.9835	0.071	0.560×10^{-7}	0.194×10^{-6}	3.5	0.002 63
40	1257	1.0019	0.069	0.555×10^{-7}	0.191×10^{-6}	3.5	0.002 63
50	1216	1.0216	0.067	0.545×10^{-7}	0.190×10^{-6}	3.5	0.002 63
饱和 NH ₃							
-50	702.0	4354	0.6207	2.031×10^{-7}	4.745×10^{-7}	2.337	0.001 69
-40	689.9	4396	0.6014	1.983×10^{-7}	4.160×10^{-7}	2.098	0.001 78
-30	677.5	4448	0.5810	1.928×10^{-7}	3.700×10^{-7}	1.919	0.001 88
-20	664.9	4501	0.5607	1.874×10^{-7}	3.328×10^{-7}	1.766	0.001 96
-10	652.0	4556	0.5405	1.820×10^{-7}	3.018×10^{-7}	1.659	0.002 04
0	638.6	4617	0.5202	1.764×10^{-7}	2.753×10^{-7}	1.560	0.002 16
10	624.8	4683	0.4998	1.708×10^{-7}	2.522×10^{-7}	1.477	0.002 28
20	610.4	4758	0.4792	1.650×10^{-7}	2.320×10^{-7}	1.406	0.002 42
30	595.4	4843	0.4583	1.589×10^{-7}	2.143×10^{-7}	1.348	0.002 57
40	579.5	4943	0.4371	1.526×10^{-7}	0.988×10^{-7}	1.303	0.002 76
50	562.9	5066	0.4156	1.457×10^{-7}	1.853×10^{-7}	1.271	0.003 07
11号润滑油							
0	905.0	1834	0.1449	8.73×10^{-8}	1.336×10^{-3}		
10	898.8	1872	0.1441	8.56×10^{-8}	5.642×10^{-4}	15310	
20	892.7	1909	0.1432	8.40×10^{-8}	2.802×10^{-4}	6591	0.000 69
30	886.6	1947	0.1423	8.24×10^{-8}	1.532×10^{-4}	3335	
40	880.6	1985	0.1414	8.09×10^{-8}	9.07×10^{-5}	1859	
50	874.6	2022	0.1405	7.94×10^{-8}	5.74×10^{-5}	1121	
60	868.8	2064	0.1396	7.78×10^{-8}	3.84×10^{-5}	723	
70	863.1	2106	0.1387	7.63×10^{-8}	2.70×10^{-5}	493	
80	857.4	2148	0.1379	7.49×10^{-8}	1.97×10^{-5}	354	
90	851.8	2190	0.1370	7.34×10^{-8}	1.49×10^{-5}	263	
100	846.2	2236	0.1361	7.19×10^{-8}	1.15×10^{-5}	203	

续表

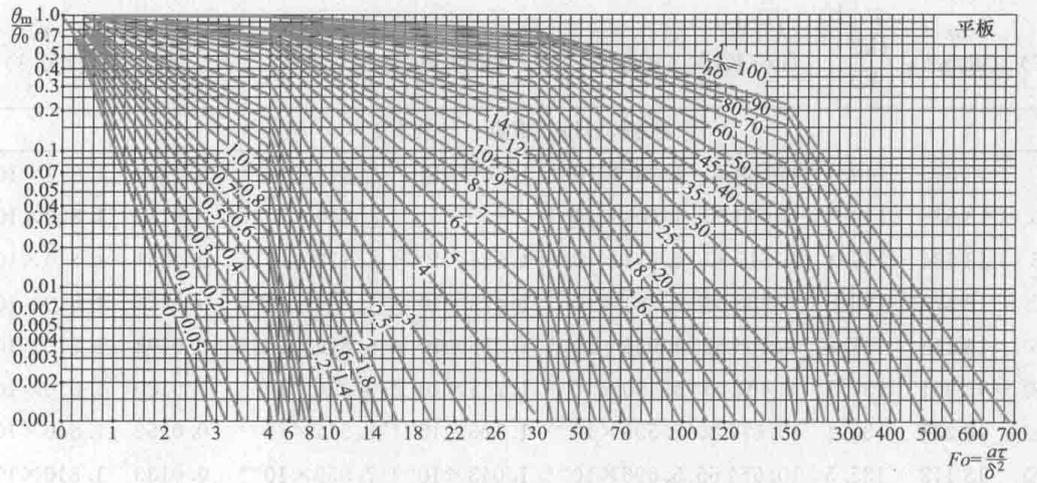
t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [J/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	a (m ² /s)	ν (m ² /s)	Pr	α_v (K ⁻¹)
14号润滑油							
0	905.2	1866	0.1493	8.84×10^{-8}	2.237×10^{-3}	25310	
10	899.0	1909	0.1485	8.65×10^{-8}	8.632×10^{-4}	9979	
20	892.8	1915	0.1477	8.48×10^{-8}	4.109×10^{-4}	4846	0.000 69
30	886.7	1993	0.1470	8.32×10^{-8}	2.165×10^{-4}	2603	
40	880.7	2035	0.1462	8.16×10^{-8}	1.242×10^{-4}	1522	
50	874.8	2077	0.1454	8.00×10^{-8}	7.65×10^{-5}	956	
60	869.0	2114	0.1446	7.87×10^{-8}	5.05×10^{-5}	462	
70	863.2	2156	0.1439	7.73×10^{-8}	3.43×10^{-5}	444	
80	857.5	2194	0.1431	7.61×10^{-8}	2.46×10^{-5}	323	
90	851.9	2227	0.1424	7.51×10^{-8}	1.83×10^{-5}	244	
100	846.4	2265	0.1416	7.39×10^{-8}	1.40×10^{-5}	190	

附录 12 液态金属的热物理性质

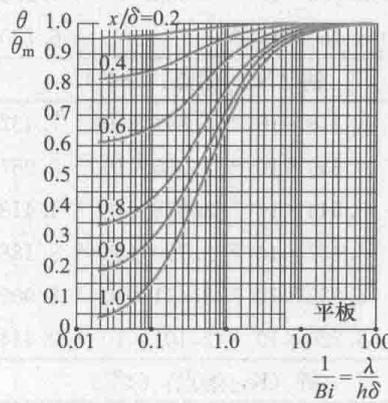
t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p [J/ (kg·K)]	λ [W/ (m·K)]	α (m ² /s)	η (Pa·s)	ν (m ² /s)	Pr	α_v (K ⁻¹)
水银 (Hg, 熔点: -39°C)								
0	13 595	140.4	8.182 00	4.287×10^{-6}	1.687×10^{-3}	1.241×10^{-7}	0.0289	1.810×10^{-4}
20	13 579	139.4	8.690 00	4.606×10^{-6}	—	1.140×10^{-7}	0.0249	1.820×10^{-4}
25	13 534	139.4	8.515 33	4.514×10^{-6}	1.534×10^{-3}	1.133×10^{-7}	0.0251	1.810×10^{-4}
50	13 473	138.6	8.836 32	4.734×10^{-6}	1.423×10^{-3}	1.056×10^{-7}	0.0223	1.810×10^{-4}
75	13 412	137.8	9.156 32	4.956×10^{-6}	1.316×10^{-3}	9.819×10^{-8}	0.0198	1.810×10^{-4}
100	13 351	137.1	9.467 06	5.170×10^{-6}	1.245×10^{-3}	9.326×10^{-8}	0.0180	1.810×10^{-4}
150	13 231	136.1	10.077 80	5.595×10^{-6}	1.126×10^{-3}	8.514×10^{-8}	0.0152	1.810×10^{-4}
200	13 112	135.5	10.654 65	5.996×10^{-6}	1.043×10^{-3}	7.959×10^{-8}	0.0133	1.810×10^{-4}
250	12 993	135.3	11.181 50	6.363×10^{-6}	9.820×10^{-4}	7.558×10^{-8}	0.0119	1.810×10^{-4}
300	12 873	135.3	11.681 50	6.705×10^{-6}	9.336×10^{-4}	7.252×10^{-8}	0.0108	1.854×10^{-4}
315.5	12 847	134.0	14.020 00	8.150×10^{-6}	—	6.730×10^{-8}	0.0083	1.820×10^{-4}
钠 (Na, 熔点: 98°C)								
100	927.3	1378	85.84	6.718×10^{-5}	6.892×10^{-4}	7.432×10^{-7}	0.01106	
200	902.5	1349	80.84	6.639×10^{-5}	5.385×10^{-4}	5.967×10^{-7}	0.008 987	
300	877.8	1320	75.84	6.544×10^{-5}	3.878×10^{-4}	4.418×10^{-7}	0.006 751	
400	853.0	1296	71.20	6.437×10^{-5}	2.720×10^{-4}	3.188×10^{-7}	0.004 953	
500	828.5	1284	67.41	6.335×10^{-5}	2.411×10^{-4}	2.909×10^{-7}	0.004 593	
600	804.0	1272	63.63	6.220×10^{-5}	2.101×10^{-4}	2.614×10^{-7}	0.004 202	
钾 (K, 熔点: 64°C)								
200	795.2	790.8	43.99	6.995×10^{-5}	3.350×10^{-4}	4.213×10^{-7}	0.006 023	
300	771.6	772.8	42.01	7.045×10^{-5}	2.667×10^{-4}	3.456×10^{-7}	0.004 906	
400	748.0	754.8	40.03	7.090×10^{-5}	1.984×10^{-4}	2.652×10^{-7}	0.003 74	
500	723.9	750.0	37.81	6.964×10^{-5}	1.668×10^{-4}	2.304×10^{-7}	0.003 309	
600	699.6	750.0	35.50	6.765×10^{-5}	1.487×10^{-4}	2.126×10^{-7}	0.003 143	
钠钾化合物 (%22Na—%78K, 熔点: -11°C)								
100	847.3	944.4	25.64	3.205×10^{-5}	5.707×10^{-4}	6.736×10^{-7}	0.021 02	
200	823.2	922.5	26.27	3.459×10^{-5}	4.587×10^{-4}	5.572×10^{-7}	0.016 11	
300	799.1	900.6	26.89	3.736×10^{-5}	3.467×10^{-4}	4.339×10^{-7}	0.011 61	
400	775.0	879.0	27.50	4.037×10^{-5}	2.357×10^{-4}	3.041×10^{-7}	0.007 53	
500	751.5	880.1	27.89	4.217×10^{-5}	2.108×10^{-4}	2.805×10^{-7}	0.006 65	
600	728.0	881.2	28.28	4.408×10^{-5}	1.859×10^{-4}	2.553×10^{-7}	0.005 79	

注 数据是利用 S. A. Klein 和 F. L. Alvarado 研发的 EES 软件生成的, 其中原始数据基于大量资料。

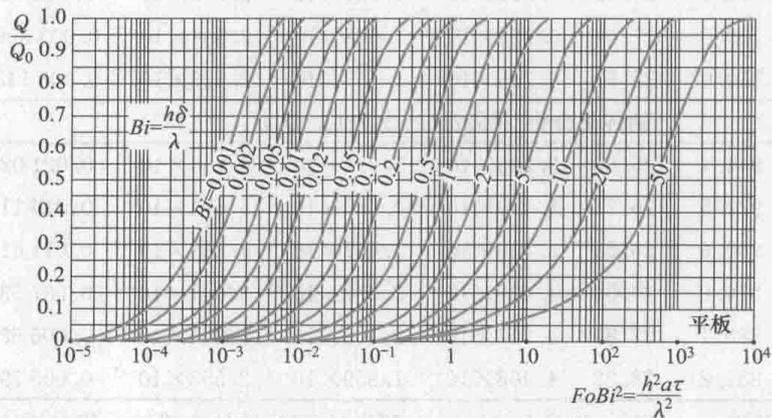
附录 13 无限大平板非稳态导热线算图



附图 13-1 无限大平板中心温度诺谟图

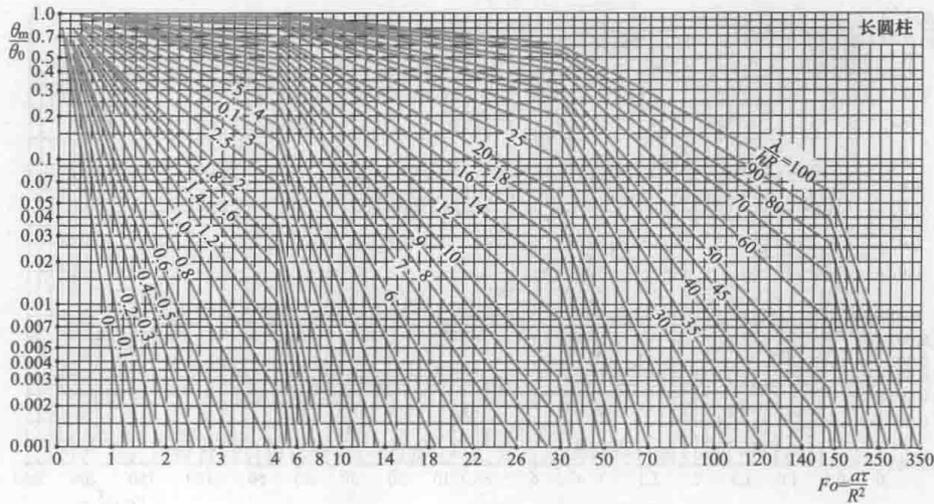


附图 13-2 无限大平板的 θ/θ_m 曲线

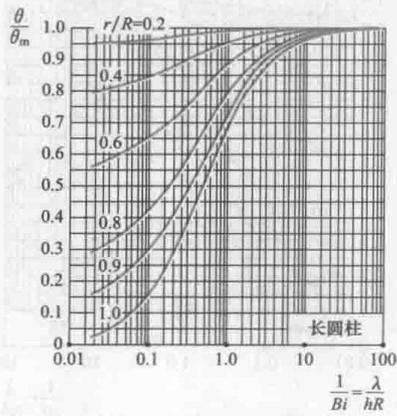


附图 13-3 无限大平板的 Q/Q_0 曲线

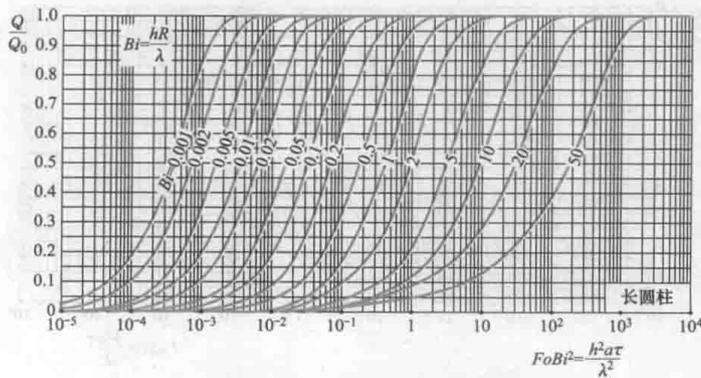
附录 14 长圆柱非稳态导热线算图



附图 14-1 长圆柱中心温度诺谟图

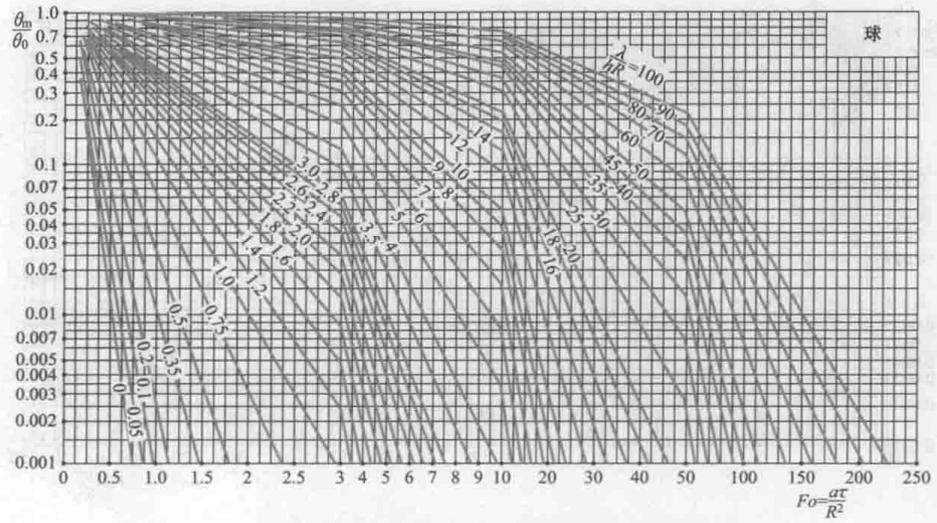


附图 14-2 长圆柱的 θ/θ_m 曲线

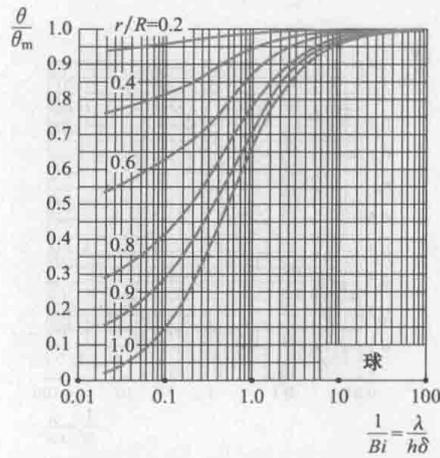


附图 14-3 长圆柱的 Q/Q_0 曲线

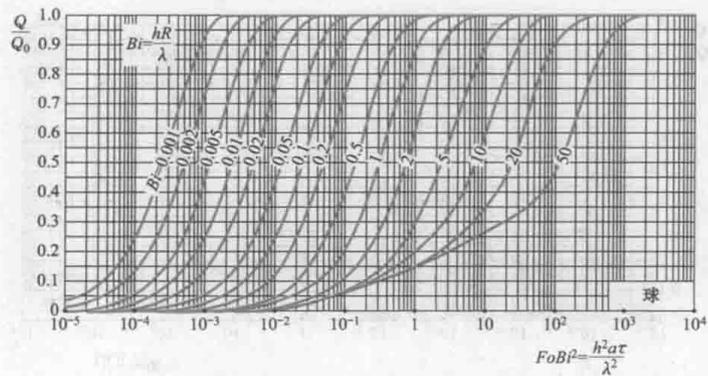
附录 15 球体非稳态导热线算图



附图 15-1 球体中心温度诺谟图



附图 15-2 球体的 θ/θ_m 曲线



附图 15-3 球体的 Q/Q_0 曲线

附录 16 部分毕渥数下对应特征方程 (8-17) 的前 6 个根 μ_n

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
0.01	0.1412	3.8343	7.0170	10.1745	13.3244	16.4712
0.06	0.3438	3.8473	7.0241	10.1794	13.3282	16.4743
0.1	0.4417	3.8577	7.0298	10.1833	13.3312	16.4767
0.5	0.9408	3.9594	7.0864	10.2225	13.3611	16.5010
1	1.2558	4.0795	7.1558	10.2710	13.3984	16.5312
5	1.9898	4.7131	7.6177	10.6223	13.6786	16.7630
10	2.1795	5.0332	7.9569	10.9363	13.9580	17.0099
50	2.3572	5.4112	8.4840	11.5621	14.6433	17.7272
100	2.3809	5.4652	8.5678	11.6747	14.7834	17.8931

附录 17 部分毕渥数下对应特征方程 (8-21) 的前 6 个根 μ_n

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
0.01	0.1730	4.4956	7.7265	10.9050	14.0669	17.2213
0.05	0.3584	4.5045	7.7317	10.9087	14.0697	17.2237
0.1	0.5423	4.5157	7.7382	10.9133	14.0733	17.2266
0.5	1.1656	4.6042	7.7899	10.9499	14.1017	17.2498
1	1.5708	4.7124	7.8540	10.9956	14.1372	17.2788
5	2.5704	5.3540	8.3029	11.3349	14.4080	17.5034
10	2.8363	5.7172	8.6587	11.6532	14.6870	17.7481
51	3.0801	6.1606	9.2420	12.3247	15.4090	18.4953
101	3.1105	6.2211	9.3317	14.4426	15.5537	18.6650

附录 18 误差函数表

x	$\operatorname{erf}x$	x	$\operatorname{erf}x$	x	$\operatorname{erf}x$
0.00	0.000 00	0.76	0.717 54	1.52	0.968 41
0.02	0.022 56	0.78	0.730 01	1.54	0.970 59
0.04	0.045 11	0.80	0.742 10	1.56	0.972 63
0.06	0.067 62	0.82	0.753 81	1.58	0.974 55
0.08	0.090 08	0.84	0.765 14	1.60	0.976 36
0.10	0.112 46	0.86	0.776 10	1.62	0.978 04
0.12	0.134 76	0.88	0.786 69	1.64	0.979 62
0.14	0.156 95	0.90	0.796 91	1.66	0.981 10
0.16	0.179 01	0.92	0.806 77	1.68	0.982 49
0.18	0.200 94	0.94	0.816 27	1.70	0.983 79
0.20	0.222 70	0.96	0.825 42	1.72	0.985 00
0.22	0.244 30	0.98	0.834 23	1.74	0.986 13
0.24	0.265 70	1.00	0.842 70	1.76	0.987 19
0.26	0.286 90	1.02	0.850 84	1.78	0.988 17
0.28	0.307 88	1.04	0.858 65	1.80	0.989 09
0.30	0.328 63	1.06	0.866 14	1.82	0.989 94
0.32	0.349 13	1.08	0.873 33	1.84	0.990 74
0.34	0.369 36	1.10	0.880 20	1.86	0.991 47
0.36	0.389 33	1.12	0.886 79	1.88	0.992 16
0.38	0.409 01	1.14	0.893 08	1.90	0.992 79
0.40	0.428 39	1.16	0.899 10	1.92	0.993 38
0.42	0.447 49	1.18	0.904 84	1.94	0.993 92
0.44	0.466 22	1.20	0.910 31	1.96	0.994 43
0.46	0.484 66	1.22	0.915 53	1.98	0.994 89
0.48	0.502 75	1.24	0.920 50	2.00	0.995 322
0.50	0.520 50	1.26	0.925 24	2.10	0.997 020
0.52	0.537 90	1.28	0.929 73	2.20	0.998 137
0.54	0.554 94	1.30	0.934 01	2.30	0.998 857
0.56	0.571 62	1.32	0.938 06	2.40	0.999 311
0.58	0.587 92	1.34	0.941 91	2.50	0.999 593
0.60	0.603 86	1.36	0.945 56	2.60	0.999 764
0.62	0.619 41	1.38	0.949 02	2.70	0.999 866
0.64	0.634 59	1.40	0.952 28	2.80	0.999 925
0.66	0.649 38	1.42	0.955 38	2.90	0.999 959
0.68	0.662 78	1.44	0.958 30	3.00	0.999 978
0.70	0.677 80	1.46	0.961 05	3.20	0.999 994
0.72	0.691 43	1.48	0.963 65	3.40	0.999 998
0.74	0.704 68	1.50	0.966 10	3.60	1.000 000

注 误差函数 $\operatorname{erf}x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$; 误差余函数 $\operatorname{erfc}x = 1 - \operatorname{erf}x$ 。

参 考 文 献

- [1] 杨世铭, 陶文铨. 传热学. 4版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [2] 赵镇南. 传热学. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [3] 戴锅生. 传热学. 2版. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [4] 章熙民, 任泽霏, 梅飞鸣. 传热学. 5版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.
- [5] YUNUS A CENGEL. Heat transfer, A Practical Approach. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 2003.
- [6] 霍尔曼. 传热学(英文版). 9版. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [7] 弗兰克 P. 英克鲁佩勒. 传热和传质基本原理. 葛新石, 译. 北京: 化学工业出版社, 2009.
- [8] 王补宣. 工程传热传质学. 北京: 科学出版社, 1998.
- [9] 李友荣, 吴双应. 传热学. 北京: 科学出版社, 2012.
- [10] 李友荣, 吴双应, 石万元, 等. 传热分析与计算. 北京: 中国电力出版社, 2013.
- [11] 许国良. 工程传热学. 北京: 中国电力出版社, 2005.
- [12] 张靖周, 常海萍. 传热学. 北京: 科学出版社, 2009.
- [13] 圆山重直. 传热学. 王世学, 张信荣, 译. 北京: 北京大学出版社, 2011.

Images have been losslessly embedded. Information about the original file can be found in PDF attachments. Some stats (more in the PDF attachments):

```
{
  "filename": "5Lyg54Ot5a2mXzEzNzAxNjI5LnV2eg==",
  "filename_decoded": "\u4f20\u70ed\u5b66_13701629.uvz",
  "filesize": 44874152,
  "md5": "682e1ad445253cf372724e15a7ad7b82",
  "header_md5": "7c75ea57d59b46c242e504d87851d377",
  "sha1": "dd168d0e71ed22d5c26d1dc8457cc46547f192c9",
  "sha256": "ed7ed66fbd86ba4c0fab6ba36fa7a8e6b71fb6a0474d98266fc7bdf3855c3600",
  "crc32": 1726047793,
  "zip_password": "",
  "uncompressed_size": 52542355,
  "pdg_dir_name": "",
  "pdg_main_pages_found": 288,
  "pdg_main_pages_max": 288,
  "total_pages": 299,
  "total_pixels": 1760727958,
  "pdf_generation_missing_pages": false
}
```