



21 世纪电力系统及其自动化规划教材

电力系统暂态过程

常鲜戎 赵书强 编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪电力系统及其自动化规划教材



● 电力系统工程基础



● 电力系统分析基础

● 电力系统暂态过程

● 电力系统继电保护

● 电力系统自动化

● 电力系统综合实验——原理与指导

● 电力系统调度运行与控制

● 电力系统规划与可靠性

● 高压直流输电原理与运行

● 现代电力企业管理

● 电力市场



● 电磁兼容原理、技术及应用

● 电能质量监控

● 发电厂电气主系统

● 分布式发电技术

策划编辑：贡克勤

封面设计：王伟光

地址：北京市百万庄大街22号

电话服务

社服务中心：(010)88361066

销售一部：(010)68326294

销售二部：(010)88379649

读者服务部：(010)68993821

邮政编码：100037

网络服务

门户网：<http://www.cmpbook.com>

教材网：<http://www.cmpedu.com>

封面无防伪标均为盗版

ISBN 978-7-111-29025-4

定价：27.00元

ISBN 978-7-111-29025-4



9 787111 290254 >

TM712/7

2010

21 世纪电力系统及其自动化规划教材

电力系统暂态过程

常鲜戎 赵书强 编

机械工业出版社

本书是高等学校电气工程及其自动化专业电力系统及其自动化方向的专业课教材。

本书包括传统的电力系统电磁暂态过程分析和机电暂态过程分析的基本知识,同时为服务于已具有特高压、大电网的我国电力系统,添加了对特高压交流远距离输电所特有的短路暂态分量的分析和功率输送的分析,以及近年颇受关注的电压稳定性分析的相关知识。

本书既可供高等学校电力类有关专业师生使用,也可供从事电力系统工作的工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

电力系统暂态过程/常鲜戎,赵书强编. —北京:机械工业出版社,2010.1

21 世纪电力系统及其自动化规划教材

ISBN 978 - 7 - 111 - 29025 - 4

I. 电… II. ①常…②赵… III. 电力系统 - 系统暂态稳定 - 教材 IV. TM712

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 205161 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 贡克勤 责任编辑: 贡克勤 版式设计: 霍永明

封面设计: 王伟光 责任校对: 魏俊云 责任印制: 乔宇

北京京丰印刷厂印刷

2010 年 1 月第 1 版 · 第 1 次印刷

184mm × 260mm · 14.5 印张 · 357 千字

标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 29025 - 4

定价: 27.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066

门户网: <http://www.cmpbook.com>

销售一部: (010) 68326294

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售二部: (010) 88379649

读者服务部: (010) 68993821

封面无防伪标均为盗版

21 世纪电力系统及其自动化规划教材

编 委 会

主任委员：熊信银

副主任委员：尹项根 韩学山 李庚银 刘宪林

李 扬 陈少华 贡克勤 杨德先（兼秘书）

委 员：（以姓氏笔划排序）

尹项根	毛承雄	车仁飞	文明浩	文劲宇
叶俊杰	刘学东	刘宪林	孙丰奇	许 珉
李 扬	李庚银	吴耀武	陆继明	张 利
张 波	杨国旺	杨宛辉	杨淑英	杨德先
陈 卫	陈少华	罗 毅	房俊龙	易长松
赵书强	赵玉林	赵丽平	娄素华	栗 然
盛四清	常鲜戎	梁振光	韩学山	游志成
熊信银	魏 萍			

前 言

本书的主旨是在《电力系统分析基础》教材的基础上，向从事电力系统及其自动化专业方向学习的高等学校学生提供电力系统暂态过程分析方面的知识。

同步发电机突然短路后的暂态行为是决定电力系统暂态过程的重要因素，本书首先在电机学等学科知识的基础上进一步阐述了同步发电机突然短路后的物理过程及短路电流的近似分析，建立了基于派克变换的同步发电机基本方程，并以此分析了同步发电机的短路过程和参数。然后，本书介绍了同步发电机基本方程的拉普拉斯运算形式以及如何应用基本方程的拉普拉斯运算形式分析突然三相短路电流。

鉴于计算机使用的日益普及，本书专列了一章，介绍了应用计算机计算电力系统故障的内容，并介绍了基本计算原理和计算机流程框图。

得益于电力工业的高速发展，我国电力系统已具有特高压、大电网的规模。为使从事电力系统及其自动化专业方向学习的学生了解特高压电网所特有的一些短路暂态分量及其分析和计算的方法，本书编写了第三章的内容。为使学生了解特高压交流电网远距离功率输送的知识，本书编写了第七章的内容。

电力系统机电暂态过程是电力系统暂态过程的重要组成内容，本书第四～第六章介绍了电力系统机电暂态过程的基本概念和各元件机电特性，以及电力系统机电稳定性的基本分析与计算方法。另外，还介绍了在这一领域的一些新的研究成果和分析、计算方法。

电力系统电压稳定性是近年颇受关注的问题，为使学生增加对电力系统电压稳定性的了解，本书第八章介绍了电压稳定性的基本概念和基本的分析、计算方法以及提高电压稳定性的基本措施。书中带*的为选修内容。

本书书稿经华北电力大学的李庚银教授主审，华北电力大学的栗然教授和河北农业大学的霍利民教授、黄丽华教授也参加了本书的审稿工作。各位教授提出的宝贵意见对本书提供了巨大的帮助，在此表示衷心的感谢。

本书的第一～三、六～八章由常鲜戎编写，第四十五章由赵书强编写。由于编者水平有限，书中的错误和不足之处敬请读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第一章 同步发电机突然三相

短路的分析 1

第一节 短路的一般概念 1

第二节 同步发电机突然三相短路后的物理过程及短路电流的近似分析 3

第三节 同步发电机的基本方程 13

第四节 同步发电机的暂态参数和等效电路 28

第五节 同步发电机的次暂态参数和等效电路 35

第六节 同步发电机的三相短路电流 41

第七节 基本方程的拉普拉斯运算形式 46

第八节 自动调节励磁装置对短路电流的影响 62

思考题与习题 64

第二章 电力系统故障的

计算机算法 66

第一节 概述 66

第二节 电力系统故障计算的等效网络 66

第三节 对称短路计算 74

第四节 简单不对称故障计算 76

第五节 复杂故障的计算方法 83

思考题与习题 90

第三章 特高压交流远距离输电线

路的短路暂态过程 93

第一节 概述 93

第二节 各种暂态分量的基本分析 94

第三节 用拉普拉斯运算法计算三相短路暂态过程 99

第四节 用拉普拉斯运算法计算不对称短路暂态过程 111

思考题与习题 114

第四章 电力系统运行稳定性的

基本概念和各元件的

机电特性 115

第一节 电力系统运行稳定性的基本概念 115

第二节 同步发电机组的机电特性 117

第三节 发电机励磁系统与原动机系统的数学模型 124

第四节 负荷特性 130

思考题与习题 133

第五章 电力系统的静态稳定性 135

第一节 简单电力系统的静态稳定性 135

第二节 简单电力系统静态稳定性分析的小干扰法 137

第三节 自动调节励磁系统对静态稳定性的影响 144

第四节 实际电力系统的静态稳定性分析 148

第五节 提高系统静态稳定性的措施 150

思考题与习题 152

第六章 电力系统的暂态稳定性 153

第一节 电力系统的暂态稳定性概述 153

第二节 简单电力系统暂态稳定性分析 155

第三节 发电机组转子运动方程的数值解法 159

第四节 发电机组自动调节系统对暂态稳定性的影响 167

第五节 复杂电力系统的暂态稳定性分析 175

第六节 电力系统异步运行的概念 185

第七节 提高系统暂态稳定性的措施 188

思考题与习题 193

第七章 特高压交流远距离

功率输送 196

第一节 概述 196

第二节 长线的稳态方程 196

第三节 沿长线的功率传送 201

第四节 提高远距离输电线路的功率极限和改善运行特性的措施 205

思考题与习题	207	第三节 电压稳定性分析方法	214
第八章 电力系统的电压稳定性	208	第四节 提高电压稳定性的措施	223
第一节 概述	208	思考题与习题	224
第二节 简单电力系统的电压		参考文献	225
稳定性分析	210		

第一章 同步发电机突然三相短路的分析

第一节 短路的一般概念

一、短路的原因、类型及后果

短路是电力系统的严重故障之一。所谓短路，是指一切不正常的相与相或相与地（对于中性点接地的系统）之间发生通路或同一相绕组之间的匝间非正常连通的情况。

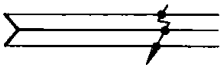
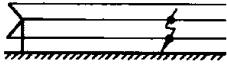
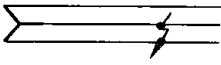
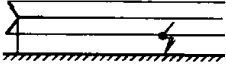
产生短路的原因很多，主要有如下几个方面：①元件损坏，例如绝缘材料的自然老化，设计、安装及维护不良所带来的设备缺陷发展成短路等；②气象条件恶化，例如雷击造成的闪络放电或避雷器动作，架空线路由于大风或导线覆冰引起电杆倒塌等；③人为事故，例如运行人员带负荷拉隔离开关，线路或设备检修后未拆除接地线就加上电压等；④其他，例如鸟兽跨接在裸露的载流部分等。

三相系统的短路基本类型有：三相短路，两相短路、两相接地短路和单相接地短路。其中：三相短路称为对称短路，系统各相与正常运行时一样仍处于对称状态；其他类型的短路称为不对称短路。

电力系统的运行经验表明，在各种类型的短路中，单相短路占大多数，两相短路较少，三相短路的机会最少。三相短路虽然很少发生，但情况较严重，应给以足够的重视。而且，从短路计算方法来看，一切不对称短路的计算，在采用对称分量法后，都可以归结为对称短路的计算。因此，对三相短路的研究是有重要意义的。

短路基本类型的示意图和代表符号见表 1-1。

表 1-1 短路基本类型的示意图和代表符号

短 路 类 型	示 意 图	符 号
三相短路		$f^{(3)}$
两相接地短路		$f^{(1,1)}$
两相短路		$f^{(2)}$
单相接地短路		$f^{(1)}$

随着短路类型、发生地点和持续时间的不同，短路的后果可能只破坏局部地区的正常供电，也可能威胁整个系统的安全运行。短路的危险后果一般有以下几个方面：

- 1) 短路故障使短路点附近的支路中出现比正常值大许多倍的电流，由于短路电流的电动力效应，导体间将产生巨大的机械应力，可能破坏导体和它们的支架。
- 2) 比设备额定电流大许多倍的短路电流通过设备，会使设备发热增加，可能烧毁设备。
- 3) 短路电流在短路点可能产生电弧，引发火灾。
- 4) 短路时系统电压大幅度下降，对用户造成很大影响。严重时会导致系统电压崩溃，造成电网大面积停电。
- 5) 短路故障可能造成并列运行的发电机失去同步，破坏系统稳定，造成大面积停电。这是短路故障的最严重后果。
- 6) 发生不对称短路时，不平衡电流可能产生较大的磁通在邻近的电路内感应出很大的电动势，干扰附近的通信线路和信号系统，危及设备和人身安全。
- 7) 不对称短路产生的负序电流和电压会对发电机造成损坏，破坏发电机的安全，缩短发电机的使用寿命。

二、短路计算的任务和若干简化假设

在电力系统和电气设备的设计和运行中，短路计算是解决一系列技术问题所不可缺少的基本计算。短路计算主要应用在以下几个方面：

- 1) 选择有足够机械稳定性和热稳定度的电气设备，如断路器、互感器、绝缘子、母线、电缆等，必须以短路计算作为依据。这包括：计算冲击电流以校验设备的电动力稳定度，计算若干时刻的短路电流周期分量以校验设备的热稳定度，以及计算指定时刻的短路电流有效值以校验断路器的断流能力等。
- 2) 为了合理地配置各种继电保护和自动装置并正确整定其参数，必须对电力网中发生的各种短路进行计算和分析。在这些计算中不但要知道故障支路的电流值，还必须知道故障时电流在网络中的分布情况及节点的电压值。
- 3) 在设计和选择发电厂和电力系统电气主接线时，为了比较不同方案的接线图、确定是否需要采取限制短路电流的措施等，都要进行必要的短路电流计算。
- 4) 进行电力系统暂态稳定计算、研究短路对用户工作的影响等，也包含一部分短路计算的内容。

此外，确定输电线路对通信的干扰，对已发生故障进行分析，都必须进行短路计算。

在实际工作中，根据一定的任务进行短路计算时，必须首先确定计算条件。这包括：短路发生时系统的运行方式，短路的类型和发生地点，以及短路发生后所采取的措施等。从短路计算的角度来看，系统运行方式指的是系统中投入运行的发电、变电、输电和用电设备以及它们之间相互连接的状况；计算不对称短路时，还应包括中性点的运行状态。对于不同的计算目的，所采用的计算条件是不同的。

由于同步发电机是电力系统最重要的元件，它的运行特性对电力系统的运行状态有决定性的影响。为了分析电力系统的电磁和机电暂态过程，需根据理想同步电机内部各电磁量的关系，建立同步电机的较精确而完整的数学模型，为电力系统暂态过程的研究准备必要的基

基础知识。

为便于分析，在电磁和机电暂态过程研究中常采用以下简化假设：

1) 忽略磁路饱和、磁滞、涡流等的影响，认为电机铁心部分的磁导率为常数，因而可以应用叠加原理。

2) 电机转子的结构分别相对于直轴和交轴对称。

3) 定子的 a、b、c 三相绕组的空间位置互差 120° 电角度，在结构上完全相同，它们均在气隙中产生正弦分布的磁动势。

4) 电机空载、转子恒速旋转时，转子绕组的磁动势在定子绕组所感应的空载电动势是时间的正弦函数。

5) 定子和转子的槽和通风沟不影响定子和转子的电感，即认为电机的定子和转子具有光滑的表面。

符合上述假设条件的电机称为理想同步电机。实验表明，依据理想同步电机的计算结果能满足一般工程计算的精度要求。

此外，在电磁暂态过程分析中还假设：

1) 在电磁暂态过程期间同步发电机保持同步转速，即只考虑电磁暂态过程，不考虑机械暂态过程。

2) 发生短路后励磁电压保持不变，即不考虑短路后发电机端电压降低引起的强行励磁（本章第八节的情况）。

3) 短路发生在发电机的出线端口。如果短路发生在出线端外，可以把外电路的阻抗看作定子绕组电阻和漏抗的一部分，故短路后的物理过程和出线端口短路是完全一样的。

在具有阻尼绕组的凸极同步电机中，共有 6 个有磁耦合关系的线圈。在定子方面有静止的三个相绕组 a、b 和 c，在转子方面有一个励磁绕组 f 和用来代替阻尼绕组的等效绕组 D 和 Q。转子三个绕组随转子一起旋转，绕组 f 和绕组 D 位于直轴 d 方向，绕组 Q 位于交轴 q 方向。对于没有装设阻尼绕组的隐极同步电机，其实心转子所起的阻尼作用也可以用等效的阻尼绕组来表示。

第二节 同步发电机突然三相短路后的物理过程及短路电流的近似分析

在电力系统实用短路计算中介绍了在电源的电压幅值和频率保持恒定的情况下，三相电路发生三相短路的情形。实际上，电力系统发生短路时，作为电源的发电机内部也处于暂态过程，因而不能保持其端电压和频率不变。一般认为，由于电力系统短路作用的时间较短，而发电机转子的惯量较大，在分析短路电流时可以近似地认为发电机转子保持同步转速，即频率保持恒定，但通常应计及发电机的电磁暂态过程，即发电机端电压不能保持恒定。

本节在实测的短路电流波形基础上，应用同步发电机的双反应原理和超导回路的磁链守恒原理，对短路后的物理过程和短路电流的表达式作近似分析。

一、空载时突然三相短路的电流波形

图 1-1 所示为同步发电机在转子有励磁电流而定子回路开路即空载运行情况下，定子三

相绕组端部突然三相短路后的电流实测波形。其中，图 1-1a 为定子三相电流，一般称为短路电流，图 1-1b 为励磁回路电流。用波形分析方法分析定子三相短路电流，可知三相的短路电流均含有直流电流分量。图 1-2a 为三相短路电流包络线的均分线，即短路电流中的直流分量。各相的直流分量大小不等，但衰减规律相同。图 1-2b 为分解得到的交流分量，其峰峰值（正向最大值和负向最大值之差）为三相短路电流包络线间的垂直距离（三相相等）。交流分量含有按两个时间常数衰减的分量，一般将时间常数小的称为 T_d'' ，大的称为 T_d' 。交流分量最终衰减至稳态短路电流。

图 1-1b 示出的励磁回路电流波形表明，定子三相短路后励磁回路电流中出现了交流电流，它最后衰减至零，其衰减时间与定子电流直流分量的衰减时间相同。此外，图中交流电流的对称轴线，即直流电流，在刚短路后较正常值 i_{f10} 大，最后衰减至 i_{f10} ，其衰减时间与定子电流交流分量的相同。励磁回路电流的上述变化是由于励磁回路和定子以及转子阻尼回路间存在磁耦合的缘故。

由图 1-1 所示的波形还可以看出，无论是定子短路电流还是励磁回路电流，在突然短路瞬间均不突变，即三相定子电流均为零，励磁回路电流等于 i_{f10} ，这是因为在感性回路中电流（或磁链）是不会突变的。

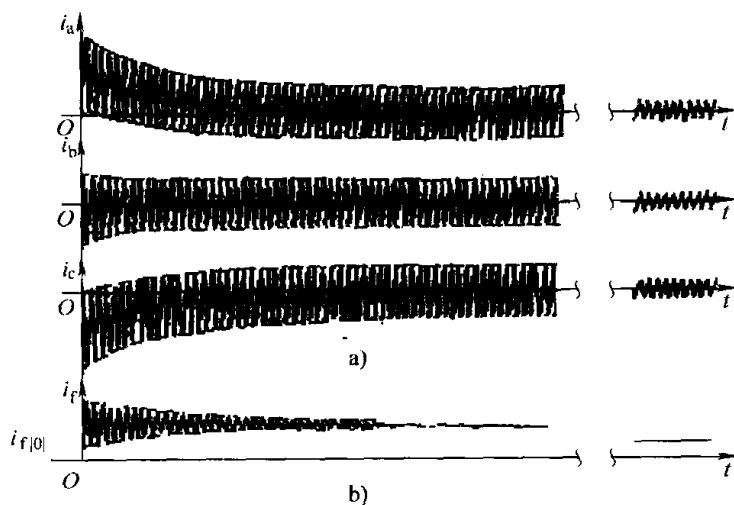


图 1-1 同步发电机定子三相绕组端部
三相短路后的电流实测波形
a) 定子三相电流 b) 励磁回路电流

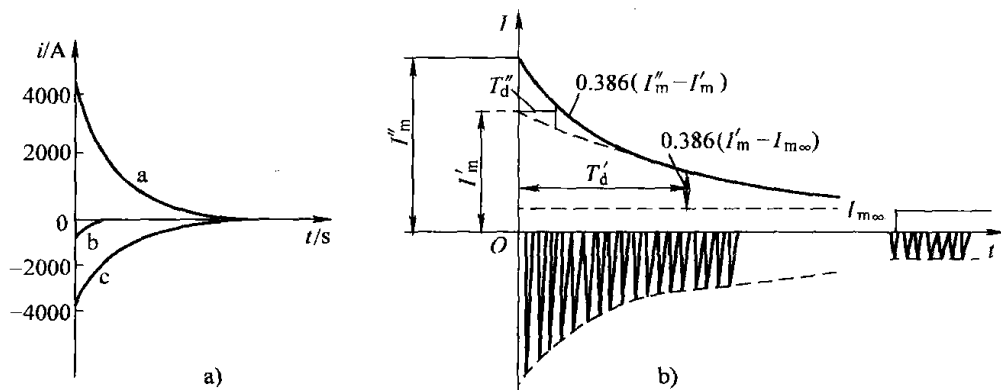


图 1-2 短路电流波形分解
a) 三相直流分量 b) 交流分量

二、空载短路电流分析

从同步发电机的电流波形可看出，定子短路电流和励磁回路电流包括直流分量和交流分量，下面从电机内部物理过程分析产生这些分量的机理。在分析中，主要应用超导体闭合回

路磁链守恒、任意闭合回路磁链不能突变原理以及同步电机电枢反应原理。

(一) 定子短路电流分量

同步发电机空载运行时，只有励磁电流 $i_{f|0|}$ 产生磁通，扣除漏磁通后，穿过主磁路的主磁通 ϕ_0 交链定子三相绕组，主磁通空间位置如图 1-3 所示。图中 θ 为主磁通（即转子直轴）与 a 相磁链轴线的夹角，后者与 a 相正电流磁动势方向相反。由于转子以同步转速旋转，主磁通交链定子三相绕组的磁链随着 θ 的变化而变化，可表示为

$$\left. \begin{aligned} \psi_{a0} &= \psi_0 \cos \theta \\ \psi_{b0} &= \psi_0 \cos(\theta - 120^\circ) \\ \psi_{c0} &= \psi_0 \cos(\theta + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

式中 ψ_0 ——与主磁通 ϕ_0 对应的磁链（下标 0 表示主磁通、主磁链）。

若在 $t=0$ 时刻定子突然三相短路，令该时刻与转子位置相对应的 θ 为 θ_0 ，则短路后主磁通交链三相磁链的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \psi_{a0} &= \psi_0 \cos(\theta_0 + \omega_0 t) \\ \psi_{b0} &= \psi_0 \cos(\theta_0 + \omega_0 t - 120^\circ) \\ \psi_{c0} &= \psi_0 \cos(\theta_0 + \omega_0 t + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

图 1-4 所示为主磁通交链三相磁链的波形。

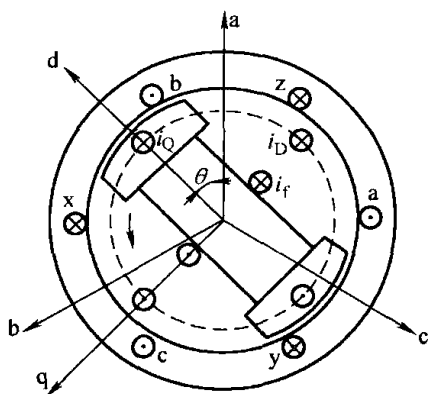


图 1-3 主磁通空间位置

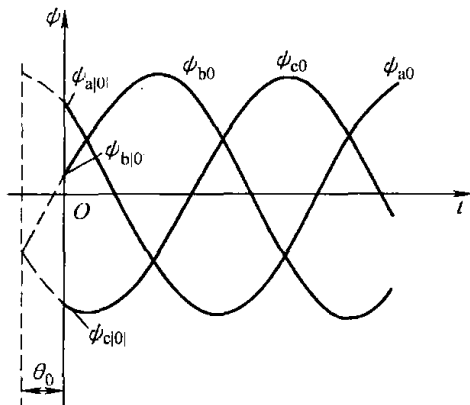


图 1-4 主磁通交链三相磁链的波形

由图 1-4 知，在短路瞬间三相磁链的瞬时值分别为

$$\left. \begin{aligned} \psi_{a|0|} &= \psi_0 \cos \theta_0 \\ \psi_{b|0|} &= \psi_0 \cos(\theta_0 - 120^\circ) \\ \psi_{c|0|} &= \psi_0 \cos(\theta_0 + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

若忽略定子三相回路的电阻，即假设它们为超导体，则根据磁链守恒原理，三相回路的磁链将一直保持为 $\psi_{a|0|}$ 、 $\psi_{b|0|}$ 和 $\psi_{c|0|}$ 。由此可推论，短路后三相回路将感应电流，其产生的磁链 ψ_{ai} 、 ψ_{bi} 和 ψ_{ci} 应满足以下关系：

$$\left. \begin{aligned} \psi_{ai} + \psi_{a0} &= \psi_{a|0|} \\ \psi_{bi} + \psi_{b0} &= \psi_{b|0|} \\ \psi_{ci} + \psi_{c0} &= \psi_{c|0|} \end{aligned} \right\}$$

图 1-5 所示为 a 相电流应产生的磁链 ψ_{ai} 。图中虚线为其包含的两个分量：一个是恒定

的, 等于 ψ_{a101} ; 一个是交变的, 与 ψ_{a0} 大小相等, 方向相反。类似分析可得 ψ_{bi} 和 ψ_{ci} , 它们也含有恒定分量和交变分量。不难理解, ψ_{ai} 、 ψ_{bi} 和 ψ_{ci} 的交变分量是三相对称的, 而恒定分量总是不相等的。

由上可见, 产生 ψ_{ai} 、 ψ_{bi} 和 ψ_{ci} 的三相短路电流均含有基频 (50Hz) 交流电流和直流。三相的基频交流电流显然也是三相对称, 即幅值相等, 相位相差 120° 。由于在图 1-3 规定的磁链正方向与定子电流磁动势正方向相反, 因此三相交流电流分别与 ψ_{a0} 、 ψ_{b0} 和 ψ_{c0} 同相位, 三相的直流电流与 ψ_{a101} 、 ψ_{b101} 和 ψ_{c101} 反相。

三相的直流可合成为一个在空间静止的磁动势, 而在空间旋转的转子, 其直轴与交轴的磁阻 (后面将说明是暂态磁阻) 是不相同的, 所以静止磁动势所遇到的磁阻是周

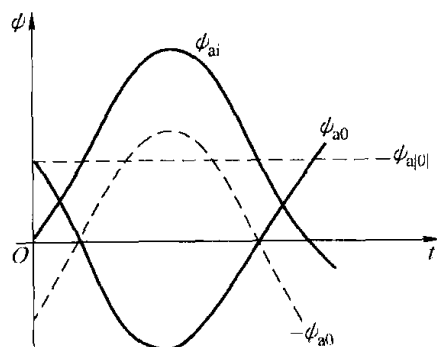


图 1-5 a 相电流应产生的磁链

期变化的, 其周期为 180° 电角度, 频率为二倍于基频。因而, 为产生恒定的磁链, 磁动势不应是恒定的, 而是大小随磁阻作相应的变化, 即直流电流的大小不是恒定的, 而是按二倍基频波动。也可以理解为定子三相中除了大小不变的直流分量外, 还有一个二倍频的交流电流。二倍频交流电流的幅值取决于直轴和交轴磁阻之差, 其幅值较小, 故在波形中不易被观察到。

(二) 励磁回路电流分量

短路前励磁回路的励磁电流 i_{f101} 是恒定的, 它由励磁电源强制产生, 定子短路后依旧存在。除此之外, 突然短路后定子电流的电枢反应将引起励磁回路感生其他电流分量。

定子三相基频交流电流可合成为一个与转子同步旋转的电枢反应磁动势, 若忽略定子绕组电阻, 该磁动势为纯去磁的, 它穿入励磁绕组且与主磁通方向相反。假设励磁绕组为超导体, 为了保持自身磁链守恒, 励磁回路中必然感生一附加的 (或称自由的) 直流电流分量, 其方向与原有的励磁电流 i_{f101} 相同, 即加强励磁回路原有磁链, 以抵消定子基频交流电流电枢反应的作用。

定子电流中直流分量产生的在空间静止的磁场与转子的相对速度为同步转速; 定子电流的二倍频交流电流, 产生的以两倍同步转速旋转的磁场, 与转子的相对速度也是同步转速, 这两种电枢反应均会在励磁回路中感应基频交流电流分量。这也可理解为励磁回路为保持自身磁链守恒感生基频交流电流, 以抵消穿入的交变磁场。

上述的励磁回路附加直流分量和基频交流分量与图 1-1b 所示的波形是一致的。

(三) 阻尼回路电流分量

凸极同步发电机转子磁极上两端短路的阻尼条和隐极机实心转子铁心中涡流回路在正常稳态运行时是没有电流的, 而在暂态过程中会感生电流。为了分析简便, 一般将阻尼条构成的回路和铁心中涡流回路等效为两个绕组, 一个与励磁绕组同轴向, 一般称为直轴阻尼绕组 D, 另一个则为交轴阻尼绕组 Q。

定子短路前等效阻尼绕组 D 和 Q 中均无电流。不难理解, 短路后 D 绕组和励磁绕组一样会感生直流电流和基频交流电流, 而 Q 绕组中只有基频交流电流而没有直流电流, 这是因为假设定子回路电阻为零, 定子基频交流电流只有直轴方向的电枢反应。

(四) 定子和转子回路（励磁和阻尼回路的统称）电流分量的对应关系和衰减

在以上分析中，先讨论定子电流分量，然后说明这些分量分别引起转子回路的电流分量，这只是为了叙述的方便，事实上，短路后定子和转子回路电流同时出现，是相互依存、相互影响的。

定子回路短路电流的基频交流分量和转子回路的自由直流分量是互相依存和影响的，转子的自由直流电流由于转子回路有电阻而最终衰减为零，定子的基频交流和它的衰减时间常数相同，由初始值 I'' 衰减为稳态值 I_∞ 。这对分量的衰减时间常数主要决定于转子回路的电阻和等效电感。转子直轴有相互耦合的励磁和阻尼回路 D，故衰减过程有两个时间常数，其大小与两个回路的参数有关。同步发电机的实际情况往往是较大的一个时间常数 T'_d 主要与励磁绕组参数有关。

定子回路短路电流的直流和二倍频交流分量在转子回路中感生基频交流分量，后者也反过来影响前者。前面曾提到定子直流电流大小的波动（即分解出的二倍频交流电流）是由于转子直轴和交轴的磁阻不同造成的，这里所指的磁阻并非稳态运行情况下电枢反应经过的直轴和交轴主磁路磁阻。由于转子回路感生的基频交流电流是为了抵消定子直流分量的电枢反应，因而此电枢反应被迫绕过转子回路，即在直轴方向走励磁和 D 阻尼回路的漏磁路径，交轴方向走 Q 阻尼回路的漏磁路径，对应的磁阻称为暂态磁阻。

定子回路实际有电阻，定子的直流分量（含二倍频分量）以及与之相对应的转子回路基频交流电流最终均衰减至零，它们的衰减规律相同，其时间常数一般用 T_a 表示。 T_a 主要决定于定子绕组的电阻和等效电感。图 1-2a 中的 T_a 大约为 0.2s 左右。

表 1-2 列出了定子和转子回路各种电流分量的对应关系。

表 1-2 定子和转子回路各种电流分量的对应关系

定子回路	稳态短路电流 I_∞	基频交流电流初始与稳态值之差 $I'' - I_\infty$	直流电流 i_a 二倍频电流 $i_{2\omega}$
励磁回路	励磁电流 $i_{f(0)}$	自由直流电流 i_{fa}	基频交流电流 $i_{f\omega}$
D 阻尼回路		自由直流电流 i_{Da}	基频交流电流 $i_{D\omega}$
Q 阻尼回路		自由直流电流 $i_{Qa} \approx 0$	基频交流电流 $i_{Q\omega}$

三、空载短路电流基频交流分量的初始和稳态有效值

工程上关心的是发电机定子短路电流，若能求得其中的基频交流电流，则短路全电流也基本能确定了，因为若略去倍频分量，则直流分量的起始值在空载短路情况下与基频交流分量的短路瞬时值大小相等，方向相反。

(一) 稳态值

基频交流分量的稳态值即稳态短路电流。若忽略定子电阻，稳态短路电流的电枢反应只有直轴分量，其表达式为

$$I_\infty = I_{d\infty} = E_{q(0)} / X_d \quad (1-2)$$

式中 $E_{q(0)}$ ——对应励磁电流 $i_{f(0)}$ 的空载电动势有效值；

X_d ——直轴同步电抗 ($X_d = X_\sigma + X_{ad}$)。

(二) 初始值

基频交流分量初始值的分析比较复杂，为了简明起见先不计阻尼回路的作用。

1. 不计阻尼回路时基频交流分量初始值 I' (或 I'_d)

前面曾指出, 短路瞬间励磁回路为抵消定子基频交流电流电枢反应而感应自由直流分量 i_{fa} , 图 1-6a 所示为相应的磁通。图中, ϕ_R 为 I' 产生的电枢反应磁通, ϕ'_σ 为其定子漏磁通, ϕ_0 和 $\phi_{f\sigma}$ 为励磁电流 $i_{f|0|}$ 产生的主磁通和励磁漏磁通; $\Delta\phi_0$ 和 $\Delta\phi_{f\sigma}$ 为对应于 i_{fa} 的主磁通增量和励磁漏磁通 $\Delta\phi_0$ 、 $\Delta\phi_{f\sigma}$ 和 ϕ_R 的关系为

$$\Delta\phi_0 + \Delta\phi_{f\sigma} = \phi_R$$

根据图 1-6a 可以写出 I' 的表达式为

$$I' = I'_d = E_{q0}/X_d \quad (1-3)$$

E_{q0} 为对应于 $\phi_0 + \Delta\phi_0$ 的空载电动势, 即短路后瞬时的空载电动势, 由于 i_{fa} 的出现而突然增加。式 (1-3) 虽然简明但无法用来计算 I' , 因为 E_{q0} 、 $\Delta\phi_0$ 乃至 i_{fa} 均是未知的量。

图 1-6b 与 a 等效, 它更能表达物理过程。图中表明, 由于 $\Delta\phi_0 + \Delta\phi_{f\sigma}$ 的抵消作用, 励磁回路仍保持原有的磁通 $\phi_0 + \Delta\phi_{f\sigma}$, 而定子的电枢反应磁通 $\phi'_R = \phi_R - \Delta\phi_0$ 在穿过气隙后被挤到励磁绕组的漏磁路径。现在电枢反应磁通经过的磁阻比原来的主磁通磁阻大, 若将对应电枢反应的等效电压降表示为 $I'X'_{ad}$, 则 X'_{ad} 显然比 X_{ad} 小。令电机直轴等效电抗为 $X'_d = X_\sigma + X'_{ad}$, 则

$$I' = I'_d = E_{q|0|}/X'_d \quad (1-4)$$

X'_d 称为直轴暂态电抗, 它较 X_d 小得多, 可通过试验求得。用式 (1-4) 即可计算不计阻尼回路时的初始基频交流电流, 它显然大于稳态电流 I_∞ 。 I' 称为暂态电流。

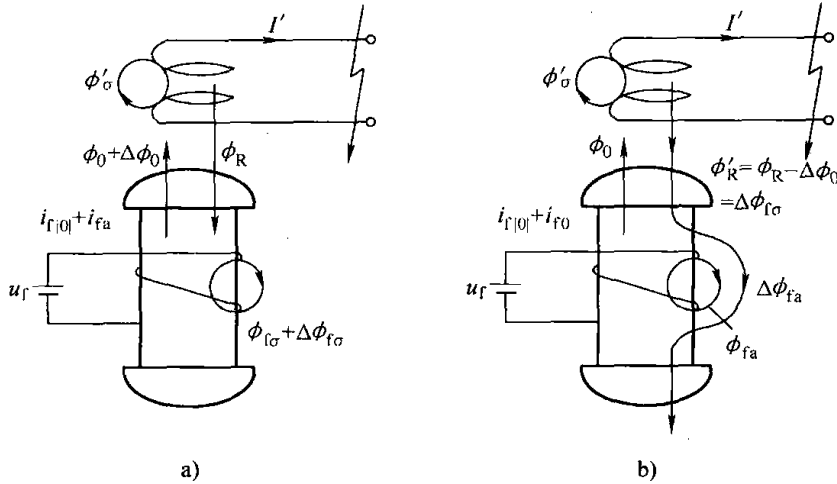


图 1-6 短路瞬时定子基频交流和励磁回路直流分量的磁通

a) 主磁通增加 b) 电枢反应走漏磁路径

2. 计及阻尼回路时基频交流分量初始值 I'' (或 I''_d)

在短路瞬间直轴阻尼回路 D 也会感生自由直流电流, 以抵消定子基频交流电流电枢反应磁通的穿入。图 1-7a 所示为相应的磁通, 其中 $\Delta\phi_0$ 由励磁回路和 D 阻尼回路共同产生, $\Delta\phi_{D\sigma}$ 为 D 回路的漏磁通。磁通平衡关系为

$$\left. \begin{aligned} \Delta\phi_0 + \Delta\phi_{f\sigma} &= \phi_R \\ \Delta\phi_0 + \Delta\phi_{D\sigma} &= \phi_R \end{aligned} \right\}$$

图 1-7b 与图 1-6b 是对应的, 只是电枢反应磁通穿过气隙后被迫走 D 阻尼回路和励磁回路的漏磁路径, 相应的等效电压降为 $I''X''_{ad}$, X''_{ad} 较 X'_{ad} 更小。令电机直轴等效电抗为 $X''_d = X_\sigma$ 。

$+X''_{ad}$ ，则初始电流为

$$I'' = I''_d = E_{q|0|} / X''_d \quad (1-5)$$

X''_d 称为直轴次暂态电抗，它比 X'_d 还小，也可通过实测得到。 I'' 称为次暂态电流，它大于 I' ，更大于 I_∞ 。

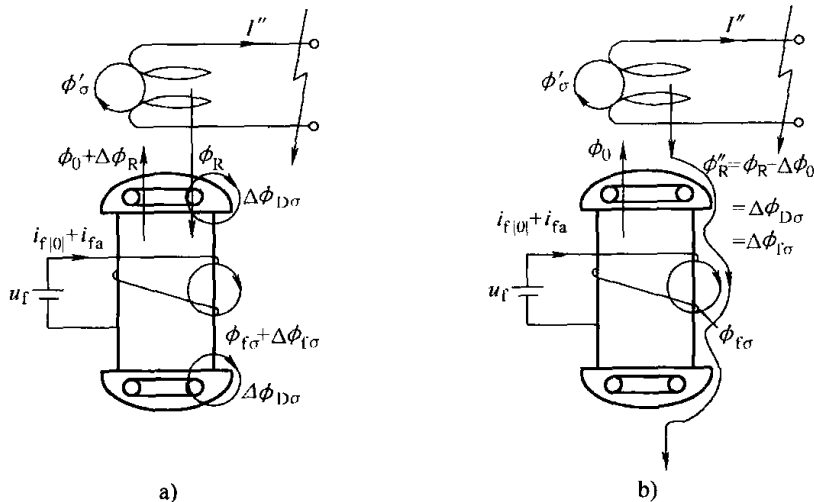


图 1-7 计及阻尼回路后的磁通

a) 主磁通增加 b) 电枢反应走漏磁路径

通过以上讨论可以清楚地看到，同步发电机短路电流的基频交流电流幅值变化的根本原因是在定子三相绕组空间内有闭合的转子回路。这些闭合回路在暂态过程中改变着定子电枢反应磁通的路径，而使定子绕组的等效电抗发生变化，即由 X''_d (X'_d) 变为 X_d 。如果短路不是发生在发电机的端口，而是发生在发电机外电路电抗 X 之后，则电流表达式 (1-2)、式 (1-4) 和式 (1-5) 中的电抗 X_d 、 X'_d 和 X''_d 均应加上 X 。当外电抗 X 比发电机电抗大得很多时，则 $X_d + X \approx X'_d + X \approx X''_d + X \approx X$ ，即短路电流的基频交流电流幅值几乎不变。换句话说，当短路发生在离电源较远处，可以近似地认为电源电压为恒定。在目前讨论的空载情况下短路，电源电压为 $E_{q|0|}$ ，则短路电流的基频交流电流有效值为 $E_{q|0|} / X_0$ 。

四、空载短路电流的近似表达式

(一) 基频交流分量的近似表达式

根据图 1-2b 和式 (1-2)、式 (1-4) 和式 (1-5)，基频交流电流幅值的变化可用下式表达：

$$I_m(t) = \sqrt{2} E_{q|0|} \left[\left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-t/T''_d} + \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \frac{1}{X_d} \right]$$

相应的三相交流基频电流瞬时值应与式 (1-1) 相位一致，即

$$\left. \begin{aligned} i_{pa}(t) &= I_m(t) \cos(\theta_0 + \omega_0 t) \\ i_{pb}(t) &= I_m(t) \cos(\theta_0 + \omega_0 t - 120^\circ) \\ i_{pc}(t) &= I_m(t) \cos(\theta_0 + \omega_0 t + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

式中 i_{pa} ——空载短路时 a 相基频电流瞬时值；

i_{pb} ——空载短路时 b 相基频电流瞬时值；

i_{pc} ——空载短路时 c 相基频电流瞬时值。

(二) 全电流的近似表达式

如果忽略二倍频交流分量, 则直流分量的起始值和基频交流分量的初始瞬时值大小相等, 方向相反, 短路电流的全电流表达式为

$$i_a = \sqrt{2}E_{q|0|} \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{\frac{-t}{T_d'}} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{\frac{-t}{T_d}} + \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega_0 t + \theta_0) - \frac{\sqrt{2}E_{q|0|}}{X_d''} \cos \theta_0 e^{\frac{-t}{T_a}}$$

$$i_b = \sqrt{2}E_{q|0|} \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{\frac{-t}{T_d'}} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{\frac{-t}{T_d}} + \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega_0 t + \theta_0 - 120^\circ) - \frac{\sqrt{2}E_{q|0|}}{X_d''} \cos(\theta_0 - 120^\circ) e^{\frac{-t}{T_a}}$$

$$i_c = \sqrt{2}E_{q|0|} \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{\frac{-t}{T_d'}} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{\frac{-t}{T_d}} + \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega_0 t + \theta_0 + 120^\circ) - \frac{\sqrt{2}E_{q|0|}}{X_d''} \cos(\theta_0 + 120^\circ) e^{\frac{-t}{T_a}}$$

五、负载时短路电流基频交流分量初始值

如果同步发电机在带负载情况下定子端突然三相短路, 从物理概念上不难推论短路电流中仍会含有前述的各种分量, 当然分量的表达式将有所变化, 只有稳态短路电流的表达式仍为 $E_{q|0|}/X_d$ 。以下介绍工程实用上最需计算的基频交流电流的初始值。

短路前同步发电机带有负载, 即短路发生前已有电枢反应磁通 $\phi_{R|0|}$ 。一般情况下负载电流不是纯感性的, 它的电枢反应磁通可按双反应原理分解为 $\phi_{Rd|0|}$ 和 $\phi_{Rq|0|}$ 。图 1-8a 所示为短路前的磁通。

对应的定子电压平衡关系为

$$\dot{E}_{q|0|} - j \dot{I}_{d|0|} X_{ad} - j \dot{I}_{d|0|} X_{\sigma} = \dot{E}_{q|0|} - j \dot{I}_{d|0|} X_d = \dot{U}_{q|0|}$$

$$0 - j \dot{I}_{q|0|} X_{aq} - j \dot{I}_{q|0|} X_{\sigma} = 0 - j \dot{I}_{q|0|} X_q = \dot{U}_{d|0|}$$

其相应的相量图如图 1-8b 所示。

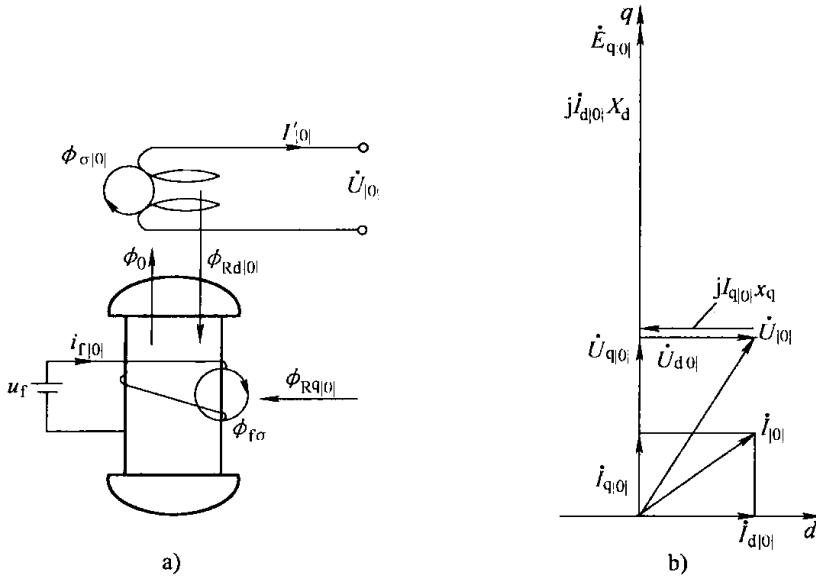


图 1-8 短路前的磁通和相应的相量图

a) 磁通 b) 定子电压、电流相量图

(一) 不计阻尼回路时基频交流分量初始值 I'

假设定子回路电阻为零时, 短路瞬间的定子基频交流分量初始值显然只有直轴电枢反

应, 即 $I' = I'_d$ 。图 1-9a 所示为短路瞬间定子基频交流和励磁回路直流分量的磁通。图中, 走励磁漏磁路径的磁通为 $\Delta\phi_{Rd} - \Delta\phi_0$, $\Delta\phi_{Rd}$ 为电枢反应的增量, $\Delta\phi_{Rd} - \Delta\phi_0$ 对应的定子电压降为 $(I' - I_{d|0|}) X'_{ad}$ 。此时定子的电压平衡方程为

$$\dot{E}_{q|0|} - j \dot{I}_{d|0|} X_{ad} - j(\dot{I}' - \dot{I}_{d|0|}) X'_{ad} - j \dot{I}' X_{\sigma} = 0$$

可改写为

$$\dot{E}_{q|0|} - j \dot{I}_{d|0|} X_{ad} + j \dot{I}_{d|0|} X'_{ad} = j \dot{I}' X'_d \quad (1-6)$$

式 (1-6) 左端为由短路前运行方式决定的量。式 (1-6) 还可改写为

$$\dot{E}_{q|0|} - j \dot{I}_{d|0|} X_d + j \dot{I}_{d|0|} X'_d = \dot{U}_{q|0|} + j \dot{I}_{d|0|} X'_d = j \dot{I}' X'_d \quad (1-7)$$

$\dot{U}_{q|0|} + j \dot{I}_{d|0|} X'_d$ 可看作是短路前交轴分量在 X'_d 后的电动势, 将其称为交轴暂态电动势 $\dot{E}'_{q|0|}$, 即

$$\dot{E}'_{q|0|} = \dot{U}_{q|0|} + j \dot{I}_{d|0|} X'_d \quad (1-8)$$

图 1-9b 示出了相应的相量图。

将式 (1-8) 代入式 (1-7), 得

$$\dot{E}'_{q|0|} = j I' X'_d \quad (1-9)$$

暂态电流的表达式为

$$\dot{I}' = \dot{E}'_{q|0|} / j X'_d$$

或

$$I' = E'_{q|0|} / X'_d \quad (1-10)$$

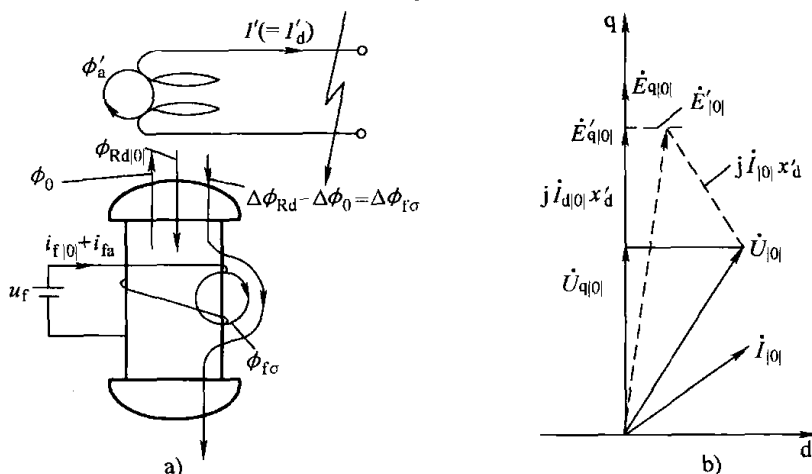


图 1-9 短路瞬时磁通和相应的相量图

a) 磁通 b) 暂态电动势相量图

对比式 (1-8) 和式 (1-9) 可知, $E'_{q|0|}$ 由短路前运行方式求得后可用来计算交流分量初始值, 即它在短路前后瞬间保持不变。详细的数学推导可以证明, $E'_{q|0|}$ 与短路前励磁绕组交链的磁链 $\psi_{f|0|}$ 成正比, 由于后者在短路瞬间不突变, 故 $E'_{q|0|}$ 也不突变。

式 (1-8) ~ 式 (1-10) 具有普遍意义, 适用于短路前带任何负载的运行方式。空载是负载的一种特例, 也可以应用。由式 (1-7) 知, 空载时 $E'_{q|0|} = U_{q|0|} = E_{q|0|}$, 即式 (1-4) 与式 (1-10) 是一致的, 所以暂态电流的一般表达式为式 (1-10), 不再用式 (1-4)。

由式 (1-8) 可见, 为了求得 $E'_{q|0|}$ 必须先将电压 $\dot{U}_{q|0|}$ 和电流 $\dot{I}_{d|0|}$ 分解求得 $\dot{U}_{q|0|}$ 和 $\dot{I}_{d|0|}$ 。一般在工程实用计算中为了简便起见, 用另一虚构暂态电动势 $\dot{E}'_{|0|}$ 代替 $\dot{E}'_{q|0|}$

$$\dot{E}'_{|0|} = \dot{U}_{|0|} + j \dot{I}_{|0|} X'_d$$

$\dot{E}'_{|0|}$ 为 X'_d 后的虚构电动势, 图 1-9b 中虚线示出其相量。实际上 $\dot{E}'_{|0|}$ 在交轴上的分量即为 $\dot{E}'_{q|0|}$, 两者在数值上差别不大, 故可用 $E'_{|0|}$ 代替 $E'_{q|0|}$, 但 $E'_{|0|}$ 不具有短路瞬间不突变的特性。用 $E'_{|0|}$ 代替 $E'_{q|0|}$ 后, 暂态电流近似表达式为

$$I' = E'_{|0|} / X'_d$$

(二) 计及阻尼回路时基频交流分量初始值 I''

应用与上面类似的方法不难推得直轴次暂态电流为

$$\begin{aligned} \dot{I}''_d &= \dot{E}''_{d|0|} / jX''_d \\ \dot{E}''_{q|0|} &= \dot{U}_{q|0|} + j\dot{I}_{d|0|}X''_d \end{aligned}$$

式中 $\dot{E}''_{q|0|}$ ——交轴次暂态电动势。

负载下短路时定子基频交流电流的交轴电枢反应磁通的突变会引起交轴阻尼回路 Q 感生自由直流, 故短路后定子基频交流电流有交轴电流分量 I''_q 。显然, 短路前的交轴电枢反应仍走交轴主磁路, 而短路后增加的部分磁动势 (与 $I''_q - I_{q|0|}$ 对应) 的磁通在穿过气隙后只能走交轴 Q 阻尼回路的漏磁路径, 相应的定子电压方程为

$$-j\dot{I}_{q|0|}X_{aq} - j(\dot{I}''_q - \dot{I}_{q|0|})X''_{aq} - j\dot{I}''_qX_\sigma = 0$$

$$\text{即} \quad -j\dot{I}_{q|0|}X_q + j\dot{I}_{q|0|}X''_q = j\dot{I}''_qX''_q \quad (1-11)$$

式中 X_{aq} ——对应交轴主磁路的电抗;

X_q ——交轴同步电抗, $X_q = X_\sigma + X_{aq}$;

X''_{aq} ——对应交轴 Q 阻尼回路漏磁路径的电抗;

X''_q ——交轴次暂态电抗, $X''_q = X_\sigma + X''_{aq}$ 。

式 (1-11) 等号左边由短路前的量决定, 将其称为直轴次暂态电动势

$$\dot{E}''_{d|0|} = -j\dot{I}_{q|0|}X_q + j\dot{I}_{q|0|}X''_q = \dot{U}_{q|0|} + j\dot{I}_{q|0|}X''_q$$

则交轴次暂态电流为

$$\dot{I}''_q = \dot{E}''_{d|0|} / jX''_q$$

由此可见, 次暂态电动势 $\dot{E}''_{q|0|}$ 和 $\dot{E}''_{d|0|}$ 均具有短路瞬间不突变的特性, 详细的数学推导可以证明它们分别与直轴和交轴转子回路的磁链有关。确定 E''_a 、 E''_d 、 E''_q 的相量图如图 1-10 所示。

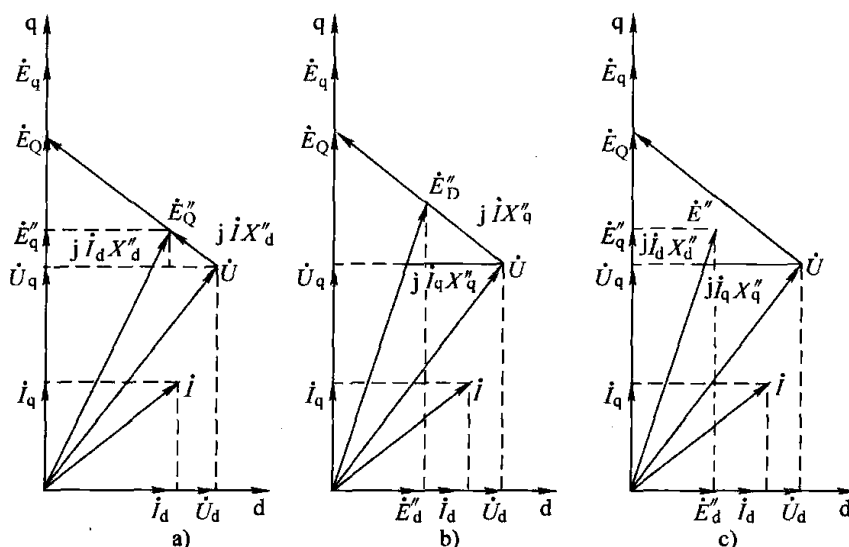


图 1-10 确定 E''_a 、 E''_d 、 E''_q 的相量图

a) 确定 E''_a b) 确定 E''_d c) 确定 E''_q

Q 阻尼回路的自由直流电流最终会衰减为零, 故短路至稳态时 $I_{q\infty}$ 为零, 由 I_q'' 至 $I_{q\infty}$ 的衰减时间常数称为 T_q'' , 主要由 Q 阻尼回路参数决定。

由图 1-10 可知, E_q'' 是直轴次暂态电抗 X_d'' 后的电动势 $\dot{E}_q''$ 在 q 轴上的投影; E_d'' 是交轴次暂态电抗 X_q'' 后的电动势 $\dot{E}_d''$ 在 d 轴上的投影。而同步发电机的次暂态电动势 $\dot{E}''$ 则是 $\dot{E}_q''$ 与 $\dot{E}_d''$ 的相量和, 从而有 $E'' = \sqrt{E_q''^2 + E_d''^2}$ 。对于一般同步发电机, 由于 $X_d'' \approx X_q''$, 则 $E'' \approx E_q'' \approx E_d''$ 。

当仅需计算次暂态电流 I'' 时, 可近似应用虚构次暂态电动势 $\dot{E}_{101}''$ 计算

$$\begin{aligned}\dot{E}_{101}'' &= \dot{U}_{101} + j \dot{I}_{101} X_d'' \\ I'' &= E_{101}'' / X_d''\end{aligned}\quad (1-12)$$

一般 X_d'' 的标么值较小, 故 E_{101}'' 与 U_{101} 的值相差不大, 在近似计算中还可直接令 E_{101}'' 的标么值为 1, 则 I'' 的标么值为

$$I'' = 1 / X_d''$$

本节用物理概念分析突然短路后的过程, 并根据实际的短路电流波形近似给出短路电流公式, 这些公式对于工程上近似计算短路电流已足够准确。下面将在严格地建立同步发电机基本方程的基础上分析短路后的暂态过程, 这样可以使读者更彻底地掌握短路过程以及有关电抗、电动势和时间常数的意义, 同时也可以学会分析计算同步发电机暂态过程的一般方法。

例 1-1 一台额定容量为 50MW 的同步发电机, 额定电压为 10.5kV, 额定功率因数为 0.8, 次暂态电抗 X_d'' 为 0.135 (以发电机额定参数为基准值的电抗标么值)。试计算发电机在空载情况下 (端电压为额定电压) 突然三相短路后短路电流交流分量初始幅值 I_m'' 。

解 周期分量初始有效值的标么值

$$I'' = \frac{1}{X_d''} = \frac{1}{0.135} = 7.41$$

其基准值为发电机的额定电流

$$I_B = \frac{50}{\sqrt{3} \times 10.5 \times 0.8} \text{ kA} = 3.44 \text{ kA}$$

因此, I_m'' 的有名值为

$$I_m'' = 7.41 \times \sqrt{2} \times 3.44 \text{ kA} = 36 \text{ kA}$$

由例 1-1 可见, 短路电流交流分量初始值的幅值达到额定电流幅值的 7 倍多。如果加上最严重情况的直流分量, 短路电流的最大瞬时电流接近额定电流幅值的 14 倍。

第三节 同步发电机的基本方程

一、电压方程和磁链方程

同步发电机的回路如图 1-11 所示。图中, 同步发电机有定子的 a、b、c 三相回路、转子上的励磁回路 f 以及在转子直轴和交轴方向的两个等效阻尼回路 D 和 Q。在建立这些回路的电压方程和磁链方程时, 先要规定回路中磁链、电动势、电流和电压等量的正方向。在图 1-3 中示出了转子旋转的正方向, 定子和转子各绕组的相对位置, 以及各绕组轴线的正方向, 转子交轴 (q 轴) 超前于直轴 (d 轴) 90°。各绕组轴线正方向即为该绕组磁链的正方向。

向。定子侧各绕组电流对本绕组产生反向磁链的电流取为该绕组的正电流，转子侧各绕组电流对本绕组产生正向磁链的电流取为该绕组的正电流。定子回路中，定子电流的正方向即为由绕组中性点流向端点的方向，各相感应电动势的正方向与相电流的相同，向外电路送出正向相电压的机端相电压是正的（见图 1-11）。在转子方面，各个绕组感应电动势的正方向与本绕组电流的正方向相同。向励磁绕组提供正向励磁电流的外加励磁电压是正的。两个阻尼回路的外加电压均为零。

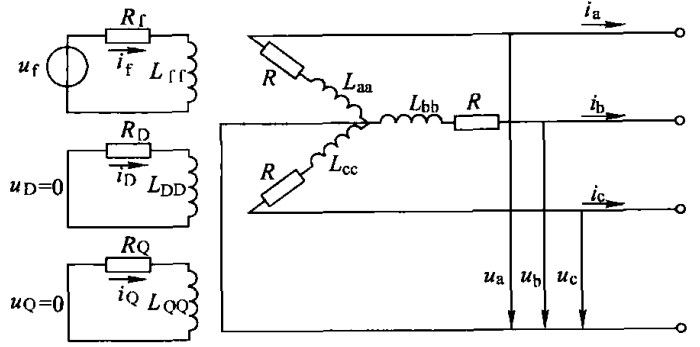


图 1-11 同步发电机的回路（图中未标互感）

根据以上规定的正方向，定子和转子各回路的电压方程可用矩阵写成

$$\begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ \dots \\ u_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & & & & & & \\ & R & & & & & \\ & & R & & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & R_f & & \\ & 0 & & & & R_D & \\ & & & & & & R_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p\dot{\psi}_a \\ p\dot{\psi}_b \\ p\dot{\psi}_c \\ \dots \\ p\dot{\psi}_f \\ p\dot{\psi}_D \\ p\dot{\psi}_Q \end{pmatrix} \quad (1-13)$$

式中 u ——各绕组端电压；

i ——各绕组电流；

R ——定子各相绕组电阻；

$\dot{\psi}_{a \sim Q}$ ——各绕组的磁链对时间的导数。

按矩阵中的虚线进行分块，并将各子块用相应的符号代表，则式 (1-13) 可写成

$$\begin{pmatrix} U_{abc} \\ U_{fDQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_S \\ R_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -I_{abc} \\ I_{fDQ} \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} \dot{\psi}_{abc} \\ \dot{\psi}_{fDQ} \end{pmatrix} \quad (1-14)$$

式中 R_S 、 R_R ——分别为定子和转子电阻矩阵。

由于各个绕组是互相耦合的，与各绕组相交链的磁通将包括本绕组电流所产生的磁通和由其他绕组的电流产生而与本绕组交链的那部分磁通。各绕组的磁链方程可用矩阵形式表示为

$$\begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \dots \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} & \vdots & M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} & \vdots & M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} & \vdots & M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & \vdots & L_{ff} & M_{fD} & M_{fQ} \\ M_{Da} & M_{Db} & M_{Dc} & \vdots & M_{Df} & L_{DD} & M_{DQ} \\ M_{Qa} & M_{Qb} & M_{Qc} & \vdots & M_{Qf} & M_{QD} & L_{QQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (1-15)$$

式中 L_{aa} ——绕组 a 的自感系数，其余类此；

M_{ab} ——绕组 a 和绕组 b 之间的互感系数，其余类此。

式 (1-15) 也可以按虚线形成的分块简写成

$$\begin{pmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fdQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{SS} & M_{SR} \\ M_{RS} & M_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -I_{abc} \\ I_{fdQ} \end{pmatrix} \quad (1-16)$$

式 (1-13) 和式 (1-15) 共有 12 个方程式，包含 6 个绕组的磁链、电流和电压共 18 个运行变量。一般是把各绕组的电压作为给定量，这样就剩下 6 个绕组的磁链和电流共 12 个待求量。作为电机参数的各绕组电阻和自感以及绕组间的互感都是已知量。

转子旋转时，定、转子绕组的相对位置不断变化，在凸极机中有些磁通路径的磁导也随着转子的旋转作周期性变化。因此，式 (1-15) 中的许多自感和互感系数也就随转子位置而变化。为此，先要分析这些自感和互感系数的变化规律。

二、电感系数

(一) 定子各相绕组的自感系数

现以 a 相为例分析自感系数的变化，如图 1-12 所示。在图 1-12a 中画出了转子在 4 个不同位置时 a 相绕组磁通的磁路。当 θ 为 0° 和 180° 时，d 轴与 a 相绕组轴线重叠，a 相磁通路径的磁阻最小，相应的 a 相自感具有最大值；当 θ 为 90° 和 270° 时，q 轴与 a 相绕组轴线重叠，a 相磁通路径的磁阻最大，因此 a 相自感系数最小。由此可见，a 相自感系数是 θ 角的周期函数，其变化周期为 π 。

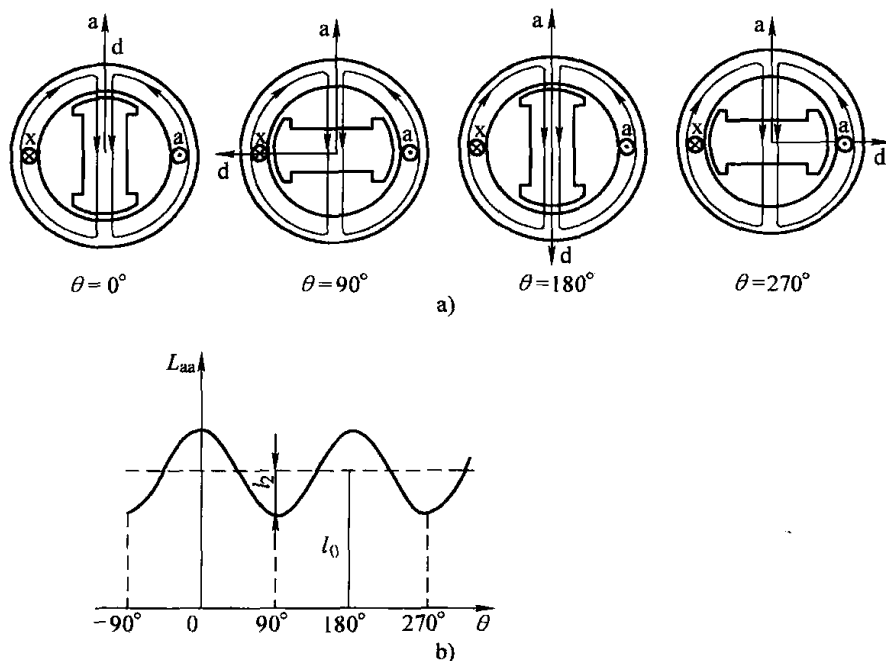


图 1-12 定子绕组的自感系数的变化

a) 转子的不同位置 b) 自感 L_{aa} 的变化规律

由于转子分别对于 d 轴和 q 轴对称，当 d 轴超前或落后于 a 轴的角度相同时，a 相绕组磁通路径的磁导相等，所以自感系数也相等， $L(-\theta) = L(\theta)$ ，即定子自感系数是 θ 角的偶

函数。用傅里叶级数表示时，计及其变化周期为 π ，可得

$$L_{aa} = l_0 + l_2 \cos 2\theta + l_4 \cos 4\theta + \cdots$$

略去式中 4 次及 4 次以上的高次谐波分量，有

$$L_{aa} = l_0 + l_2 \cos 2\theta$$

其变化曲线如图 1-12b 所示。

同理可得 L_{bb} 和 L_{cc} 的变化规律。定子各绕组自感系数与 θ 角的函数关系可表示为

$$\left. \begin{aligned} L_{aa} &= l_0 + l_2 \cos 2\theta \\ L_{bb} &= l_0 + l_2 \cos 2(\theta - 120^\circ) \\ L_{cc} &= l_0 + l_2 \cos 2(\theta + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

式中 l_0 ——自感的平均值；

l_2 ——自感变化部分的幅值。

由于自感总是正的，所以 l_0 恒大于 l_2 。

(二) 定子绕组间的互感

凸极机中定子各绕组间的互感系数也与转子的位置有关。现以 a 相与 b 相之间的互感系数 M_{ab} 为例，分析其变化规律，如图 1-13 所示。由图 1-13a 可见，当转子轴线在 a、b 两相绕组轴线的中间位置 ($\theta = 60^\circ$ 及 240°) 时，由于通过两相绕组的公共磁通遇到的磁阻最大，因而绕组间互感系数的绝对值最小；当转子转过 90° ($\theta = 150^\circ$ 及 -30°) 时，公共磁通路径的磁阻最小，因而互感系数的绝对值最大。由此可见，定子互感系数也是 θ 角的周期函数，其周期为 π 。根据前述同样的理由，它又是角 θ' ($=\theta + 30^\circ$) 的偶函数。由于两个绕组的空间位置相差 120° ，a 相绕组的正磁通交链到 b 相绕组时就成了负磁通，所以互感系数 M_{ab} 总是负的。同理，b、c 相绕组间以及 c、a 相绕组间的互感系数也是负的。根据上述分析，可以写出：

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= M_{ba} = -[m_0 + m_2 \cos 2(\theta + 30^\circ)] \\ M_{bc} &= M_{cb} = -[m_0 + m_2 \cos 2(\theta - 90^\circ)] \\ M_{ca} &= M_{ac} = -[m_0 + m_2 \cos 2(\theta + 150^\circ)] \end{aligned} \right\}$$

由于互感系数恒为负值，故 m_0 恒大于 m_2 。实验和分析结果表明，互感系数变化部分的幅值与自感系数变化部分的幅值几乎相等，即 $m_2 \approx l_2$ 。

互感系数 M_{ab} 的变化曲线如图 1-13b 所示。

(三) 转子上各绕组的自感系数和互感系数

转子上的绕组随着转子一起旋转，由于定子的内缘呈圆柱形，不管转子位置如何，凸极机和隐极机一样，对于转子绕组电流产生的磁通，其磁路的磁阻总是不变的，因此转子各绕

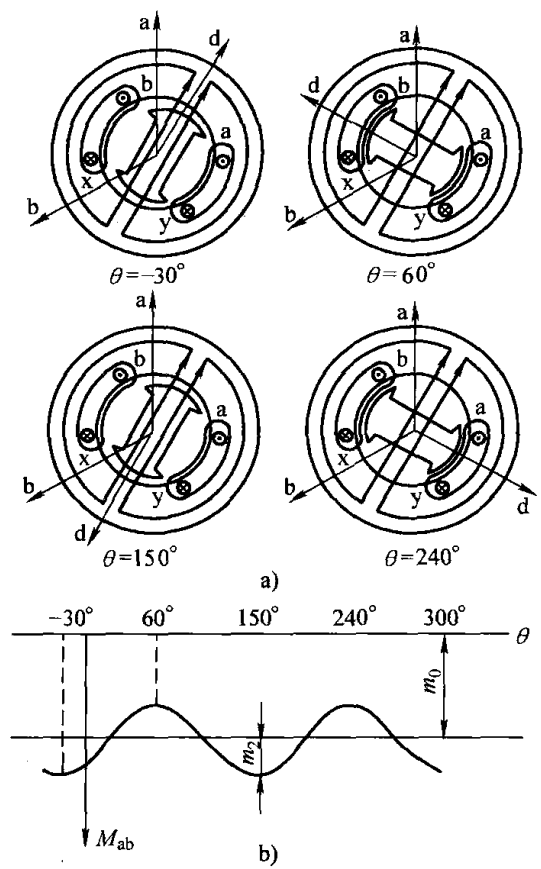


图 1-13 定子绕组间的互感
a) 转子的不同位置 b) 互感 M_{ab} 的变化规律

组的自感系数 L_{ff} 、 L_{DD} 和 L_{QQ} 都是常数，分别改记为 L_f 、 L_D 和 L_Q 。

同理，转子各绕组间的互感系数也为常数。两个直轴绕组（励磁绕组 f 和阻尼绕组 D ）之间的互感系数 $M_{fd} = M_{Df} = \text{常数}$ 。由于转子的直轴绕组和交轴绕组互相垂直，因此它们之间的互感系数为零，即 $M_{fQ} = M_{Qf} = M_{DQ} = M_{QD} = 0$ 。

（四）定子绕组和转子绕组间的互感系数

无论是凸极机还是隐极机，这些互感系数都与定子绕组和转子绕组的相对位置有关。现以励磁绕组与定子 a 相绕组间的互感为例（见图 1-14a），当转子直轴（ d 轴）与 a 相绕组轴线重合时（ $\theta = 0^\circ$ ），两个绕组间的互感有正的最大值，当转子旋转到 $\theta = 90^\circ$ 或 $\theta = 270^\circ$ 时，由于两个绕组的轴线互相垂直，它们之间的互感为零，而当 $\theta = 180^\circ$ 时，两绕组轴线方向相反，两者之间的互感系数有负的最大值。互感系数 M_{af} 的变化规律如图 1-14b 所示，其变化周期为 2π 。对于 b 相和 c 相绕组也可作类似的分析。由此可得

$$\left. \begin{aligned} M_{af} &= M_{fa} = m_{af} \cos \alpha \\ M_{bf} &= M_{fb} = m_{af} \cos(\alpha - 120^\circ) \\ M_{cf} &= M_{fc} = m_{af} \cos(\alpha + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

同理，定子各相绕组与纵轴阻尼绕组间的互感系数为

$$\left. \begin{aligned} M_{aD} &= M_{Da} = m_{aD} \cos \alpha \\ M_{bD} &= M_{Db} = m_{aD} \cos(\alpha - 120^\circ) \\ M_{cD} &= M_{Dc} = m_{aD} \cos(\alpha + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

由于转子交轴超前于直轴 90° ，故定子绕组和交轴阻尼绕组之间的互感系数为

$$\left. \begin{aligned} M_{aQ} &= M_{Qa} = -m_{aQ} \sin \alpha \\ M_{bQ} &= M_{Qb} = -m_{aQ} \sin(\alpha - 120^\circ) \\ M_{cQ} &= M_{Qc} = -m_{aQ} \sin(\alpha + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

由此可见，在磁链方程中许多电感系数都随转子角 θ 周期变化。转子角 θ 又是时间的函数，因此，这些自感系数和互感系数也随时间周期变化。若将磁链方程代入电压方程，则电压方程将是一组以时间的周期函数为系数的微分方程。这类方程组的求解是颇为困难的。为了解决这个困难，可以通过坐标变换，用一组新的变量代替原来的变量，将变系数的微分方程变换成常系数微分方程，然后求解。下面介绍同步发电机暂态分析中最常用的坐标变换——派克变换。

三、派克变换及其应用

同步发电机的实际结构很复杂，但就电磁关系而言，它不过是由若干个有电磁耦合关系的线圈所组成。由图 1-11 可见，在三相同步发电机中，这些线圈是：三相静止的定子绕组 a 、 b 、 c ，与转子一起旋转的励磁绕组 f ，直轴等效阻尼绕组 D 和交轴等效阻尼绕组 Q 。为了

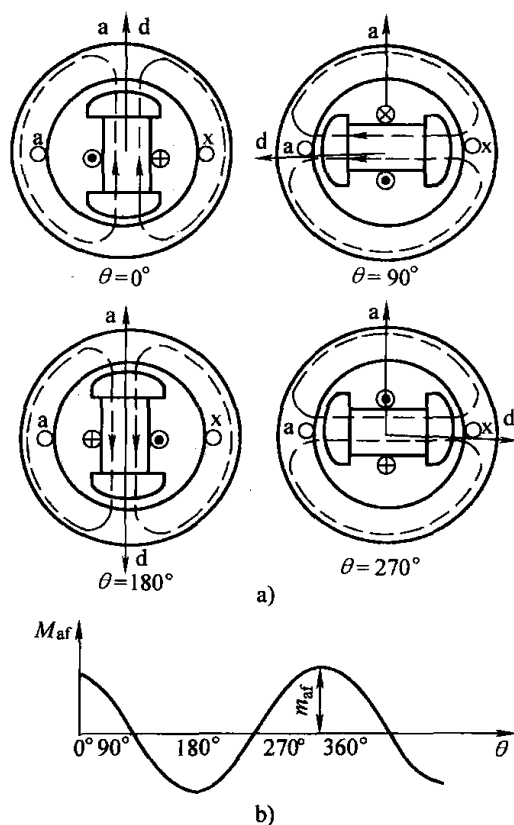


图 1-14 定子绕组与励磁绕组间的互感

a) 转子在不同位置时的互感磁链

b) 互感 M_{af} 的变化规律

简化分析, 通常对被研究的同步发电机按前述假设条件简化为理想同步发电机, 按此来研究同步发电机, 误差在工程允许范围内。

(一) 派克变换

1. 派克变换的定义

派克变换是一种坐标系统的变换, 也是一种线性变换。它将静止的 a、b、c 三相坐标系统 (三相静止坐标轴在空间互差 120°) 表示的电磁量变换为在空间随转子一起旋转的两相直角坐标 d、q 系统和静止的 0 轴系统 (称为 d、q、0 坐标系统) 表示的电磁量。不管以何种坐标系统表示, 发电机内部的电磁关系并未变化。经过派克变换后, 可将同步发电机的变系数微分方程式转化为常系数的微分方程式, 从而为研究同步发电机的运行问题提供了一种简捷、准确的方法。

2. 用综合相量的方法研究派克变换

对于同步发电机的 a 相绕组, 该绕组的轴线为 a 轴, 取 a 轴与复平面的虚轴 j 重合, 如图 1-15 所示, 且在 a 相绕组中通以正弦电流

$$i_a = I_m \sin(90^\circ + \omega t + \alpha_0) = I_m \cos(\omega t + \alpha_0) = I_m \cos \alpha$$

式中 I_m ——相电流的幅值;

ω ——交流电流的角速度;

t ——时间;

α_0 ——初相角;

α ——角位移, $\alpha = \alpha_0 + \omega t$ 。

由此可作出其幅值相量 $\dot{I}_m = I_m e^{j(90^\circ + \omega t + \alpha_0)} = I_m e^{j(90^\circ + \alpha)}$, 这是一个幅值恒为 I_m , 以 ω 角速度反时针方向旋转的旋转相量, 不同时刻它在 j 轴 (a 轴) 上的投影, 即为 a 相电流的瞬时值, 即

$$i_a = I_m \cos(\omega t + \alpha_0) = I_m \cos \alpha$$

上述旋转相量与正弦量的关系如图 1-15 所示。

在落后于 a 轴 120° 和 240° 处取为 b、c 轴, 即构成静止的 a、b、c 三相坐标系统, 显然它们之间在空间互差 120° , 如图 1-15 所示。

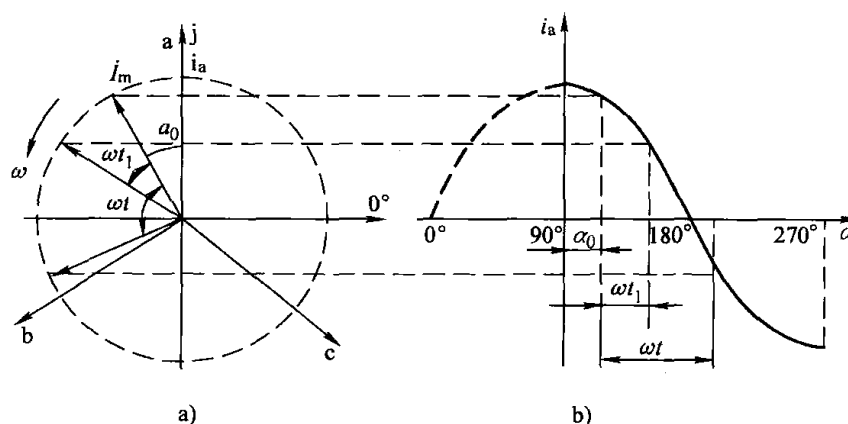


图 1-15 旋转相量与正弦量的关系

a) 旋转相量 b) 正弦量

当旋转相量 $\dot{I}_m$ 以 ω 角速度反时针方向旋转时, $\dot{I}_m$ 在静止的 a、b、c 三相坐标轴上的投影为对称的三相正序电流的瞬时值, 即

$$\left. \begin{aligned} i_a &= I_m \cos \alpha \\ i_b &= I_m \cos(\alpha - 120^\circ) \\ i_c &= I_m \cos(\alpha + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

可见, 用一个旋转相量 $\dot{I}_m$ (对三相电流也称为综合相量), 其幅值为 I_m , 在以 ω 等角速度按反时针方向旋转时, 它在静止的 a、b、c 三相坐标轴上的投影, 可以表示同步发电机三相对称定子 a、b、c 绕组中流过的对称三相正序电流的瞬时值 i_a 、 i_b 、 i_c 。

由电机学知, 当一对称平衡三相交流电流通过理想同步发电机的三相对称绕组时, 将在空气隙中产生一个旋转磁动势。这一磁动势旋转的角速度和交流电流的角速度相同, 旋转的方向与交流电流的相序有关。而这一磁动势的幅值为每一相脉动磁动势幅值的 $3/2$ 倍, 即 $3F_m/2$ 。那么旋转磁动势幅值的 $2/3$ 即为一相脉动磁动势的幅值 F_m 。又由于 F_m 正比于一相交流电流的幅值 I_m , 而 I_m 的大小恰好为综合相量的大小。因此, 可用一相脉动磁动势幅值的大小来表示综合相量的大小。也即用旋转磁动势幅值的 $2/3$ 来表示综合相量的大小。换言之,

旋转磁动势本身具有综合相量的概念。将同步发电机空气隙中的旋转磁动势大小取其 $2/3$ 就是综合相量。综合相量在研究两种坐标系统变换时是非常有用的, 起着桥梁和纽带的作用。

如果取 d、q 为两相直角坐标系统的坐标轴, 将其与同步发电机转子的 d、q 轴重合, 并随转子以 ω 角速度按反时针方向旋转。当 $\dot{I}_m$ 与 a 轴的角位移为 $\alpha = \alpha_0 + \omega t$ 时, d 轴与 a 轴的角位移为 $\theta = \theta_0 + \omega t$ 。显然, 综合相量 $\dot{I}_m$ 将与 d、q 轴同时以 ω 角速度按反时针方向旋转, 它们之间相对静止, 这样 $\dot{I}_m$ 在 d、q 轴上的投影 i_d 、 i_q 为恒定值, 如图 1-16 所示。 i_d 、 i_q 可假想为有两个轴线分别为 d、q 的等效绕组 dd、qq 中的一相电流。因此, 可以通过综合相量 $\dot{I}_m$ 沟通 i_a 、 i_b 、 i_c 与 i_d 、 i_q 之间的关系, 找出它们之间的变换系数, 即派克变换系数。

从图 1-16 中, 可得

$$\left. \begin{aligned} i_d &= I_m \cos(\alpha - \theta) \\ i_q &= I_m \sin(\alpha - \theta) \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

依三角恒等式

$$\left. \begin{aligned} \cos(\theta - \alpha) &= \frac{2}{3} [\cos\theta \cos\alpha + \cos(\theta - 120^\circ) \cos(\alpha - 120^\circ) + \cos(\theta + 120^\circ) \cos(\alpha + 120^\circ)] \\ \sin(\theta - \alpha) &= \frac{2}{3} [\sin\theta \cos\alpha + \sin(\theta - 120^\circ) \cos(\alpha - 120^\circ) + \sin(\theta + 120^\circ) \cos(\alpha + 120^\circ)] \end{aligned} \right\}$$

由图 1-16, $\dot{I}_m$ 在 a、b、c 三轴上的投影为 i_a 、 i_b 、 i_c , 考虑到式 (1-17), 可得

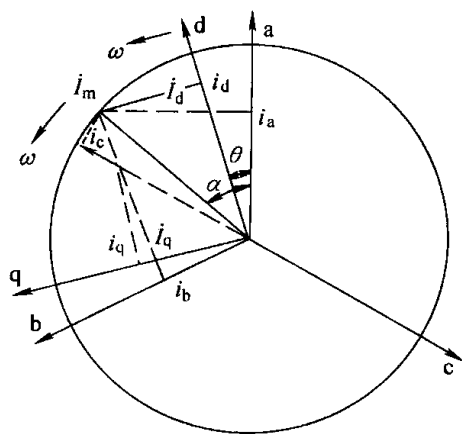


图 1-16 综合相量在两种坐标系统上的投影关系

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} [i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - 120^\circ) + i_c \cos(\theta + 120^\circ)] \\ i_q &= -\frac{2}{3} [i_a \sin \theta + i_b \sin(\theta - 120^\circ) + i_c \sin(\theta + 120^\circ)] \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

当定子三相电流 i_a 、 i_b 、 i_c 不平衡时，即 $i_a + i_b + i_c \neq 0$ ，则各相电流中都含有大小与相位恒定的电流。这个电流为三相零序电流，也就是 $i_{a0} = i_{b0} = i_{c0} = i_0$ ，那么每一相零序电流的表达式为

$$i_0 = (i_a + i_b + i_c) / 3 \quad (1-19)$$

将式 (1-18) 和式 (1-19) 写在一起，并表示成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (1-20)$$

式中

$$\frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \mathbf{P}$$

称为派克变换矩阵，该矩阵行列式不为零，即 $\det \mathbf{P} \neq 0$ ，则 $\mathbf{P}$ 为非奇异矩阵，有唯一的逆矩阵 $\mathbf{P}^{-1}$ 。

于是矩阵方程式 (1-20) 可简写为

$$\mathbf{i}_{dq0} = \mathbf{P} \mathbf{i}_{abc}$$

综合相量 $\dot{I}_m$ 在旋转的两相直角坐标系中可表示为

$$\dot{I}_m = \dot{I}_d + \dot{I}_q = i_d \dot{d} + i_q \dot{q}$$

式中 $\dot{d}$ 、 $\dot{q}$ ——分别为在 d 、 q 轴上的单位相量。

这样可用两个分相量 $\dot{I}_d$ 和 $\dot{I}_q$ 等效地代替 $\dot{I}_m$ 的作用，因此 $\dot{I}_d$ 、 $\dot{I}_q$ 在静止的 a 、 b 、 c 三相坐标轴上的投影也为 i_a 、 i_b 、 i_c 。由图 1-16，可得

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_d \cos \theta - i_q \sin \theta \\ i_b &= i_d \cos(\theta - 120^\circ) - i_q \sin(\theta - 120^\circ) \\ i_c &= i_d \cos(\theta + 120^\circ) - i_q \sin(\theta + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

当 i_a 、 i_b 、 i_c 含有零序电流 i_0 时，其表示式为

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_d \cos \theta - i_q \sin \theta + i_0 \\ i_b &= i_d \cos(\theta - 120^\circ) - i_q \sin(\theta - 120^\circ) + i_0 \\ i_c &= i_d \cos(\theta + 120^\circ) - i_q \sin(\theta + 120^\circ) + i_0 \end{aligned} \right\}$$

写成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (1-21)$$

式中

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{pmatrix}$$

恰为 P^{-1} ，即是 P 的逆矩阵。则式 (1-21) 可简化为

$$\mathbf{i}_{abc} = P^{-1} \mathbf{i}_{dq0}$$

上述变换，一般称为派克变换。它不仅对同步发电机的定子三相电流，而且对其定子绕组的三相电压和三相磁链等物理量也都可以进行这种变换。即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_{dq0} &= P \mathbf{U}_{abc} \\ \mathbf{U}_{abc} &= P^{-1} \mathbf{U}_{dq0} \\ \boldsymbol{\psi}_{dq0} &= P \boldsymbol{\psi}_{abc} \\ \boldsymbol{\psi}_{abc} &= P^{-1} \boldsymbol{\psi}_{dq0} \end{aligned} \right\}$$

例 1-2 设同步发电机定子三相电流为

$$(1) \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = I_m \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \alpha_0) \\ \cos(\omega t + \alpha_0 - 120^\circ) \\ \cos(\omega t + \alpha_0 + 120^\circ) \end{pmatrix}, \quad (2) \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = I_m \begin{pmatrix} 1 \\ -0.25 \\ -0.25 \end{pmatrix}$$

试计算它们经过派克变换后的 i_d 、 i_q 、 i_0 。

解 根据式 (1-20)，并考虑到 $\theta = \omega t + \theta_0$ ，可得

(1)

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \times I_m \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \alpha_0) \\ \cos(\omega t + \alpha_0 - 120^\circ) \\ \cos(\omega t + \alpha_0 + 120^\circ) \end{pmatrix} = I_m \begin{pmatrix} \cos(\theta_0 - \alpha_0) \\ -\sin(\theta_0 - \alpha_0) \\ 0 \end{pmatrix}$$

(2)

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \theta_0) & \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) & \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \\ -\sin(\omega t + \theta_0) & -\sin(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) & -\sin(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \times I_m \begin{pmatrix} 1 \\ -0.25 \\ -0.25 \end{pmatrix} = \frac{I_m}{6} \begin{pmatrix} 5\cos(\omega t + \theta_0) \\ -5\sin(\omega t + \theta_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

由上例可见，在同步发电机定子三相绕组中的三相对称平衡的正弦（余弦）交流电流，经过派克变换后，在 d 、 q 、 0 坐标系中的 i_d 、 i_q 为一组直流电流。由于是三相平衡系统，所以零序电流 $i_0 = 0$ 。反之，如果在同步发电机定子三相绕组中的电流为三相不平衡的直流电流，经过派克变换后，在 d 、 q 、 0 坐标系中的 i_d 、 i_q 为一组正弦（余弦）交流电流。由于是三相不平衡系统，即 $i_a + i_b + i_c \neq 0$ ，所以有零序电流 i_0 存在。

(二) 对磁链方程式进行派克变换

重写式 (1-16)

$$\begin{pmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fdQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{SS} & M_{SR} \\ M_{RS} & M_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -I_{abc} \\ I_{fdQ} \end{pmatrix}$$

式中 M ——各类电感系数，下标“SS”表示定子侧各量，“RR”表示转子侧各量，“SR”和“RS”表示定子和转子间各量。

对式(1-16)进行派克变换，将上式两边左乘矩阵 $\begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix}$ ，其中 U 为单位矩阵。即

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \psi_{dq0} \\ \psi_{fdQ} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fdQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{SS} & M_{SR} \\ M_{RS} & M_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_{abc} \\ i_{fdQ} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{SS} & M_{SR} \\ M_{RS} & M_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_{abc} \\ i_{fdQ} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{SS} & M_{SR} \\ M_{RS} & M_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -i_{dq0} \\ i_{fdQ} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} PM_{SS}P^{-1} & PM_{SR} \\ M_{RS}P^{-1} & M_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_{dq0} \\ i_{fdQ} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

对上式中电感矩阵的各子阵进行运算，可得

$$PM_{SS}P^{-1} = \begin{pmatrix} L_d & & \\ & L_q & \\ & & L_0 \end{pmatrix} = L_{dq0}$$

式中

$$\left. \begin{aligned} L_d &= l_0 + m_0 + \frac{3}{2}l_2 \\ L_q &= l_0 + m_0 - \frac{3}{2}l_2 \\ L_0 &= l_0 - 2m_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

$$PM_{SR} = \begin{pmatrix} m_{af} & m_{aD} & 0 \\ 0 & 0 & m_{aQ} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{SR}P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}m_{af} & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}m_{aD} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{aQ} & 0 \end{pmatrix}$$

此外，将 M_{RR} 中各元素的下标简化后写成

$$\mathbf{M}_{RR} = \begin{pmatrix} L_f & m_r & 0 \\ m_r & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{pmatrix}$$

四、派克变换后的磁链、电压方程

经过派克变换后的磁链方程式为

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \dots \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_q & 0 & 0 & \vdots & m_{af} & m_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & \vdots & 0 & 0 & m_{aQ} \\ 0 & 0 & L_0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{3}{2}m_{af} & 0 & 0 & \vdots & L_f & m_r & 0 \\ \frac{3}{2}m_{aD} & 0 & 0 & \vdots & m_r & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{aQ} & 0 & \vdots & 0 & 0 & L_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (1-23)$$

由式 (1-23) 可见, 经派克变换后的磁链方程式中, 电感矩阵的各电感系数均已变换为常数。各电感系数的意义, 可以用 dd、qq 两个假想等效绕组模型来说明。

同步发电机的原磁链方程式 (1-15) 经过派克变换后变为式 (1-23)。可以理解为将静止的定子三相绕组 ax、by、cz 看成是两个假想的随转子一起旋转的等效绕组 dd、qq。同步发电机假想等效绕组模型如图 1-17 所示。由图可见, 在等效同步发电机中与转子一起旋转的等效绕组 dd、qq 和 f、D、Q 之间是相对静止的。它们的磁通路径的磁导不变, 因此它们的自感系数和互感系数均为常数。式 (1-23) 中的 L_0 可以理解为是与上述各等效定子、转子绕组都垂直的, 且无互感而又孤立的等效零轴绕组的自感系数; 各 L 为各个等效绕组的自感系数; 各 m (包括前面 $3/2$ 的系数) 是各个等效绕组间的互感系数; 各 ψ 可以认为是各个绕组中的合成磁链。

经过派克变换后的磁链方程式中, 出现了定、转子绕组间互感系数不可逆的问题。即由转子绕组电流产生的磁链, 对等效定子绕组 dd、qq 的互感系数是转子绕组对定子一相绕组 ax、by、cz 互感系数的幅值 m_{af} 、 m_{aD} 、 m_{aQ} ; 而等效定子绕组 dd、qq 的电流 i_d 、 i_q 产生的磁链, 对转子绕组的互感系数是定子一相绕组 ax、by、cz 对转子互感系数幅值的 $3/2$ 倍, 即 $3m_{af}/2$ 、 $3m_{aD}/2$ 、 $3m_{aQ}/2$ 。故等效定子绕组与转子绕组间互感系数不可逆。这种不可逆现象的反映是正确的, 它反映了同步发电机基本方程经派克变换后, 内部的电磁关系仍然等效。由等效定子绕组的电流 i_d 、 i_q 产生的对转子绕组的互感磁链等于定子三相电流 i_a 、 i_b 、 i_c 产生的空气隙合成的旋转磁动势 (幅值为 $3F_m/2$, F_m 为单

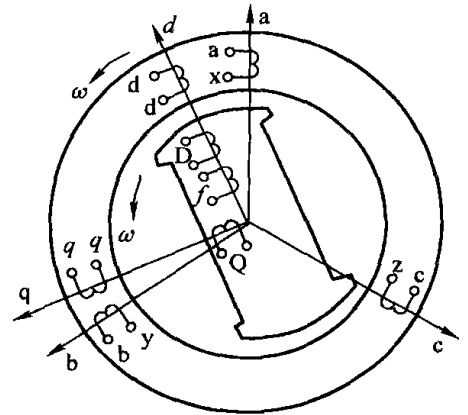


图 1-17 同步发电机假想等效绕组模型

相脉动磁动势的幅值)对转子绕组的互感磁链。因此,在等效定子绕组电流 i_d 、 i_q 大小为定子单相电流幅值的情况下,由互感磁链等效原则,必须将等效定子绕组 dd、qq 对转子单相绕组的互感系数扩大 3/2 倍,所以出现了互感系数不可逆的问题。

为了解决等效定子绕组与转子绕组间互感系数不可逆的问题,将转子电流乘以 2/3,同时将与转子电流有关的相应的电感系数乘以 3/2,便可使等效定子绕组与转子绕组间互感系数可逆。其变换式为

$$\left. \begin{aligned} i'_f &= \frac{2}{3}i_f & i'_D &= \frac{2}{3}i_D & i'_Q &= \frac{2}{3}i_Q \\ m'_{af} &= \frac{3}{2}m_{af} & m'_{aD} &= \frac{3}{2}m_{aD} & m'_{aQ} &= \frac{3}{2}m_{aQ} \\ L'_f &= \frac{3}{2}L_f & L'_D &= \frac{3}{2}L_D & L'_Q &= \frac{3}{2}L_Q & m'_r &= \frac{3}{2}m_r \end{aligned} \right\}$$

采用这种换算后,可得到下面带有可逆互感系数的磁链方程:

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \dots \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 & 0 & \vdots & m'_{af} & m'_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & \vdots & 0 & 0 & m'_{aQ} \\ 0 & 0 & L_0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ m'_{af} & 0 & 0 & \vdots & L'_f & m'_r & 0 \\ m'_{aD} & 0 & 0 & \vdots & m'_r & L'_D & 0 \\ 0 & m'_{aQ} & 0 & \vdots & 0 & 0 & L'_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ i'_f \\ i'_D \\ i'_Q \end{pmatrix} \quad (1-24)$$

以后将只涉及式 (1-24) 的可逆电感,而不再使用不可逆电感,为了书写方便将式 (1-24) 中的符号“'”去掉。

由于同步发电机正常运行时 $\omega_* = 1$, 则 $X_* = \omega_* L_* = L_*$ 或 $X_* = \omega_* M_* = M_*$ 。当省略下标 * 时,有 $X = L$ 或 $X = M$ 。因此在同步转速时,同步发电机的磁链方程,在以标么制表示时,又可写为

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \dots \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_d & 0 & 0 & \vdots & X_{ad} & X_{aD} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & \vdots & 0 & 0 & X_{aQ} \\ 0 & 0 & X_0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ X_{ad} & 0 & 0 & \vdots & X_f & X_{fD} & 0 \\ X_{aD} & 0 & 0 & \vdots & X_{fD} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aQ} & 0 & \vdots & 0 & 0 & X_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

式中 X_d ——同步发电机直轴同步电抗;
 X_q ——同步发电机交轴同步电抗;
 X_0 ——同步发电机零序同步电抗;
 X_f ——同步发电机励磁绕组自感电抗;
 X_D ——同步发电机直轴阻尼绕组自感电抗;
 X_Q ——同步发电机交轴阻尼绕组自感电抗;

- X_{ad} ——定子直轴等效绕组 dd 与励磁绕组 f 的互感电抗, 又称直轴电枢反应电抗;
 X_{ad} ——定子直轴等效绕组与直轴阻尼绕组的互感电抗;
 X_{fd} ——励磁绕组和直轴阻尼绕组的互感电抗, 并且 $X_{fd} \approx X_{ad} \approx X_{ad}$, 以 X_{ad} 表示;
 X_{aq} ——定子交轴等效绕组 qq 和交轴阻尼绕组 Q 的互感电抗, 且有时以 X_{aq} 表示, 又称交轴电枢反应电感。

将上式写成常用形式

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \dots \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_d & 0 & 0 & \vdots & X_{ad} & X_{ad} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & \vdots & 0 & 0 & X_{aq} \\ 0 & 0 & X_0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ X_{ad} & 0 & 0 & \vdots & X_f & X_{ad} & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & \vdots & X_{ad} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aq} & 0 & \vdots & 0 & 0 & X_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (1-25)$$

重写同步发电机的电压方程式 (1-14) 如下:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{abc} \\ \mathbf{U}_{fdQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_S & \\ & \mathbf{R}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_{fdQ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{abc} \\ \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{fdQ} \end{pmatrix}$$

以 $\begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix}$ 左乘式 (1-14) 两侧, 可将式 (1-14) 派克变换如下:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{abc} \\ \mathbf{u}_{fdQ} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{dq0} \\ \mathbf{u}_{fdQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_{fdQ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{abc} \\ \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{fdQ} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_{fdQ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \boldsymbol{\Psi}_{abc} \\ \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{fdQ} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{P}\mathbf{R}_S\mathbf{P}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_{dq0} \\ \mathbf{I}_{fdQ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \boldsymbol{\Psi}_{abc} \\ \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{fdQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\mathbf{I}_{dq0} \\ \mathbf{I}_{fdQ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \boldsymbol{\Psi}_{abc} \\ \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{fdQ} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

由于 $\boldsymbol{\Psi}_{dq0} = \mathbf{P}\boldsymbol{\Psi}_{abc}$, 对该式两侧求导数得 $\mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{dq0} = \mathbf{p}\mathbf{P}\boldsymbol{\Psi}_{abc} + \mathbf{P}\mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{abc}$, 于是有

$$\mathbf{P}\mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{abc} = \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{dq0} - \mathbf{p}\mathbf{P}\boldsymbol{\Psi}_{abc} = \mathbf{p}\boldsymbol{\Psi}_{dq0} - \mathbf{p}\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_{dq0}$$

经运算, 得

$$\mathbf{p}\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

式中 ω ——转子角速度, 其标么值 $\omega_* = 1 + s$, s 为转差率, 当转子以同步转速旋转时, $\omega_* = 1$ 。

令 $\mathbf{p}\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_{dq0} = \mathbf{S}$, 则

$$\mathbf{S} = \mathbf{p}\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\Psi}_{dq0} = \begin{pmatrix} 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega\psi_q \\ -\omega\psi_d \\ 0 \end{pmatrix}$$

于是得派克变换后的公式为

$$\begin{pmatrix} u_{dq0} \\ u_{fDQ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -I_{dq0} \\ I_{fDQ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p\psi_{dq0} \\ p\psi_{fDQ} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

将其展开为

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ \dots \\ u_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & & & & & & \\ & R & & & & & \\ & & R & & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ & & & R_f & & & \\ & & & & R_D & & \\ & & & & & R_Q & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p\psi_d \\ p\psi_q \\ p\psi_0 \\ \dots \\ p\psi_f \\ p\psi_D \\ p\psi_Q \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (1+s)\psi_q \\ -(1+s)\psi_d \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1-26)$$

式中，等号右侧第二项

$$\begin{pmatrix} p\psi_d \\ p\psi_q \\ p\psi_0 \\ \dots \\ p\psi_f \\ p\psi_D \\ p\psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_d & 0 & 0 & \vdots & X_{ad} & X_{ad} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & \vdots & 0 & 0 & X_{aq} \\ 0 & 0 & X_0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ X_{ad} & 0 & 0 & \vdots & X_f & X_{ad} & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & \vdots & X_{ad} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aq} & 0 & \vdots & 0 & 0 & X_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -pi_d \\ -pi_q \\ -pi_0 \\ \dots \\ pi_f \\ pi_D \\ pi_Q \end{pmatrix}$$

第三项中各元素又可写作

$$(1+s)\psi_q = (1+s)(-X_q i_q + X_{aq} i_Q) - (1+s)\psi_d = -(1+s)(-X_d i_d + X_{ad} i_f + X_{ad} i_D)$$

式(1-26)为以d、q、0坐标系统表示的同步发电机的电压方程，一般称为派克方程。

它表征了同步发电机各回路电流、电压的关系，当 $s = \frac{\omega - \omega_N}{\omega_N}$ 为常数时，它是一组常系数线性微分方程式。求解这组微分方程式并不困难。

式(1-26)中 $p\psi_d$ 、 $p\psi_q$ 、 $p\psi_0$ 为等效定子绕组中的变压器电动势，或称脉动电动势。它是变化的磁通在静止线圈中产生的电动势。式(1-26)的 $(1+s)\psi_q$ 、 $-(1+s)\psi_d$ 是由于发电机等效定子绕组相对于同步旋转磁场的运动而切割磁力线产生的电动势，称为发电机电动势或速率电动势。

经派克变换后的同步发电机磁链、电压方程称为同步发电机的基本方程。

在某些条件下，可将电磁暂态过程中同步发电机的基本方程简化如下：

1) 在电磁暂态过程中，认为发电机转速不发生变化，仍以同步转速在旋转，则 $\omega_* = 1$ ，

$s=0$ 。

2) 定子回路的电磁暂态过程可以忽略, 即设 $p\psi_d = p\psi_q = 0$ 。

考虑上述两点假设, 式 (1-26) 中等效定子 dd、qq 回路的电压方程式可以简化为

$$\left. \begin{aligned} u_d &= -\dot{\psi}_q - Ri_d \\ u_q &= \dot{\psi}_d - Ri_q \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

3) 忽略定子电阻, 假设 $R=0$, 式 (1-27) 进一步简化为

$$\left. \begin{aligned} u_d &= -\dot{\psi}_q \\ u_q &= \dot{\psi}_d \end{aligned} \right\} \quad (1-28)$$

五、同步发电机的常用标么制

在同步发电机运行状态分析中, 为了把基本方程中的各物理量表示为标么值, 首先必须选好各量的基准值。希望在标么制中, 基本方程的形式不变, 如果可能, 也希望在转子磁链平衡方程中不再出现系数 $3/2$ 。

先选择定子侧的基准值。基本方程是由原始方程式 (3-1) 和式 (3-3) 演变而来, 原始方程是对于三相电压、电流和磁链的瞬时值列写的。因此, 首先选取定子额定相电压的幅值作为定子电压基准值 $U_B = \sqrt{2}U_N$, 选取定子额定相电流的幅值作为定子电流基准值 $I_B = \sqrt{2}I_N$, 选取额定同步转速作为角速度的基准值 $\omega_B = \omega_N = 2\pi f_N$ 。选定这三个量以后, 根据基本方程形式不变的条件, 可以确定其他各物理量的基准值如下:

阻抗的基准值为 $Z_B = U_B/I_B$;

电感的基准值为 $L_B = Z_B/\omega_B$;

时间的基准值为 $t_B = 1/\omega_B$, 即基准角速度转过 1rad 所需的时间;

磁链的基准值为 $\psi_B = L_B I_B = U_B/\omega_B = U_B t_B$;

选同步发电机的额定功率作为功率的基准值: $S_B = 3U_N I_N = 3U_B I_B/2$ 。

转子侧基准值选择的关键在于怎样确定转子和定子绕组各电磁量基准值之间的关系。转子方面的阻尼绕组是等效绕组, 不妨假定它的匝数与励磁绕组匝数相同, 或者说已折合成与励磁绕组有相同匝数的绕组, 即对阻尼绕组不另选取不同于励磁绕组的基准值。

这里介绍一种常用的选法, 就是把同步发电机看作等效变压器, 按下述条件确定转子电流和定子电流基准值之间的关系: 转子基准电流 I_{fB} 产生的磁动势应同幅值为 I_B 的定子三相对称电流产生的磁动势相等, 即 $I_{fB} N_f = 3I_B N/2$ 。所以

$$I_{fB} = 3I_B N / (2N_f) = 3kI_B/2$$

式中 N 、 N_f ——分别为定子绕组和转子绕组的有效匝数;

k ——定子、转子绕组的有效匝数比, $k = N/N_f$ 。

定子和转子绕组作为磁耦合电路, 应有相同的功率基准值和时间基准值, 于是有

$$U_{fB} I_{fB} = S_{fB} = S_B = 3U_B I_B/2$$

由此可得

$$U_{fB} = 3U_B I_B / (2I_{fB}) = U_B/k$$

转子绕组中阻抗、电感、磁链的基准值同电流、电压和时间的基准值之间的关系与定子方面的相同。

按这样选出的基准值，在标么制的磁链平衡方程中，转子对定子和定子对转子的互感系数变为相等了。

定子、转子各物理量都用标么值表示时，同步发电机的基本方程可列写如下：

$$\left. \begin{aligned} u_d &= -p\psi_d - \omega\psi_q - Ri_d \\ u_q &= -p\psi_q + \omega\psi_d - Ri_q \\ u_0 &= -p\psi_0 - Ri_0 \\ u_f &= p\psi_f + R_f i_f \\ 0 &= p\psi_D + R_D i_D \\ 0 &= p\psi_Q + R_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= L_d i_d + m_{af} i_f + m_{aD} i_D \\ \psi_q &= L_q i_q + m_{aQ} i_Q \\ \psi_0 &= L_0 i_0 \\ \psi_f &= m_{fa} i_d + L_f i_f + m_{aD} i_D \\ \psi_D &= m_{Da} i_d + m_{Df} i_f + L_D i_D \\ \psi_Q &= m_{Qa} i_q + L_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

此外，标么制中的有功功率公式为

$$\frac{P}{S_B} = \frac{3u_0 i_0 + 3(u_d i_d + u_q i_q)/2}{3U_B I_B/2} = 2u_0 i_0 + u_d i_d + u_q i_q$$

注：本书后面各公式不加说明均使用标么制表示。

第四节 同步发电机的暂态参数和等效电路

一、同步发电机正常运行时定子回路的电压方程

为了研究同步发电机的暂态参数，首先要研究同步发电机正常运行时定子回路的电压方程。正常运行时，同步发电机定子三相电流是对称而又平衡的正序电流，其表示式为

$$\left. \begin{aligned} i_a &= I_m \cos(\omega t + \alpha_0) \\ i_b &= I_m \cos(\omega t + \alpha_0 - 120^\circ) \\ i_c &= I_m \cos(\omega t + \alpha_0 + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

由例 1-2 可知，这时经派克变换后得到的 i_d 、 i_q 是常数， $i_0 = 0$ 。同理， u_d 、 u_q 和 ψ_d 、 ψ_q 都是常数， u_0 、 ψ_0 均为零。

此外, 在正常运行时, i_f 为常数, i_d 、 i_q 为零, 因此 ψ_f 、 ψ_d 、 ψ_q 均为常数, 故式 (1-26) 中各磁链的导数项均为零。于是同步发电机定子的磁链方程由式 (1-25) 简化为

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= -X_d i_d + X_{ad} i_f = -X_d i_d + E_q \\ \psi_q &= -X_q i_q \end{aligned} \right\} \quad (1-29)$$

式中 E_q ——同步发电机的空载电动势, $E_q = X_{ad} i_f$ 。

由式 (1-27) 和式 (1-29), 得

$$\left. \begin{aligned} u_d &= -R i_d - \dot{\psi}_q = -R i_d + X_q i_q \\ u_q &= -R i_q + \dot{\psi}_d = -R i_q - X_d i_d + E_q \end{aligned} \right\} \quad (1-30)$$

当定子绕组电阻 $R \approx 0$ 时, 由式 (1-30), 可得

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{E_q - u_q}{X_d} = \frac{E_q - U \cos \delta}{X_d} \\ i_q &= \frac{u_d}{X_q} = \frac{U \sin \delta}{X_q} \end{aligned} \right\} \quad (1-31)$$

由式 (1-31), 可作出正常运行时同步发电机等效电路, 如图 1-18 所示。

按式 (1-31) 可在 d、q 坐标轴平面上绘出同步发电机正常运行时的电流、电压相量图。但由于在正常运行时, 一般是发电机的相电压、相电流和它们之间的相角差 φ 已知, 而不知 d、q 轴的方向, 因此在绘制相量图前, 首先要确定 d、q 轴的方向。假设一个虚构电动势

$$E_Q = E_q - (X_d - X_q) i_d \quad (1-32)$$

将式 (1-32) 代入式 (1-30) 中的第二式, 可得

$$u_q = -R i_q - X_q i_d + E_Q$$

将上式等号两侧乘以 j, 再与式 (1-30) 的第一式相加, 得

$$u_d + j u_q = -R(i_d + j i_q) - j X_q(i_d + j i_q) + j E_Q$$

即

$$j E_Q = u_d + j u_q + (R + j X_q)(i_d + j i_q)$$

写成相量形式为

$$\dot{E}_Q = \dot{U} + Z_q \dot{I} \quad (1-33)$$

式中

$$\dot{E}_Q = j E_Q, \dot{U} = u_d + j u_q, \dot{I} = i_d + j i_q, Z_q = R + j X_q$$

可见, 虚构电动势 E_Q 在虚轴 (j 轴) 上, 且为 Z_q 后的电动势。因而由已知的相电压 $\dot{U}$ 和相电流 $\dot{I}$, 按式 (1-33) 可以确定 $\dot{E}_Q$, 从而确定 d、q 轴的正方向。坐标轴 d、q 的方向确定后, 就可以确定 u_d 、 u_q 、 i_d 、 i_q , 并按式 (1-32) 求出 E_q 。图 1-19 所示是按这种方法绘制的同步发电机正常运行时的相量图。

应指出, 在同步发电机正常运行时, 有, $i_d = I_d$, $i_q = I_q$; $u_d = U_d$, $u_q = U_q$ 。

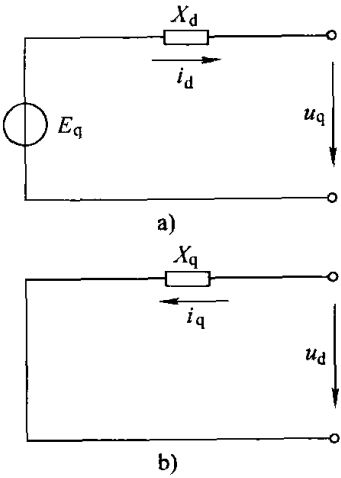


图 1-18 正常运行时同步发电机的等效电路
a) 直轴电路 b) 交轴电路

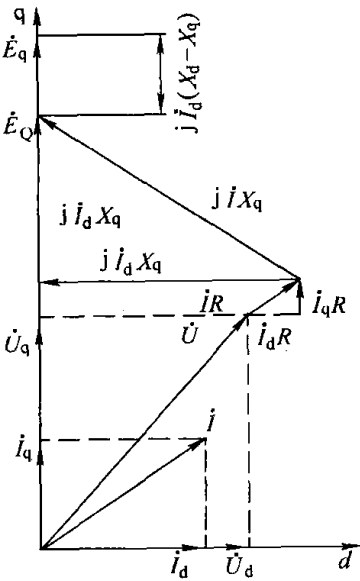


图 1-19 同步发电机正常运行时的相量图

二、无阻尼绕组同步发电机三相短路的物理过程

无阻尼绕组同步发电机正常稳态运行时，励磁绕组 f 端加直流电压 u_f ，在励磁绕组中有励磁电流 i_f 通过，从而产生折算到定子侧的总磁链 ψ_f 。其中一部分为励磁绕组的漏磁链 $\psi_{f\sigma}$ ，另一部分为同定子绕组匝链的互感磁链 ψ_{fd} ，这个磁链也称为发电机的工作磁链或空载磁链。空载磁链 ψ_{fd} 在定子绕组中感应产生空载电动势 E_q 。当定子绕组与外部电路接通时，在正常运行情况下，定子绕组中有同步频率交流电流 $i_{\omega(0)}$ 流通。定子三相绕组中的电流分别产生脉动磁场，它们合成了一个大小不变，以同步转速按转子旋转方向转动的旋转磁场。其合成磁链为 ψ_Σ ，其中定子绕组的漏磁链为 ψ_σ ， ψ_Σ 同转子绕组间的互感磁链为 ψ_a ，也称电枢反应磁链。 ψ_a 可分解为直轴电枢反应磁链 ψ_{ad} 和交轴电枢反应磁链 ψ_{aq} 。图 1-20 所示为无阻尼绕组同步发电机在正常稳态运行时的磁链分解示意图。

当同步发电机的外部电路突然三相短路时，由于外接阻抗减小，定子绕组电流突然增大，相应电枢反应磁链也将增大，原来稳定状态下电机内部的电磁平衡关系遭到了破坏。但在突然短路的瞬间，发电机各绕组中为了遵

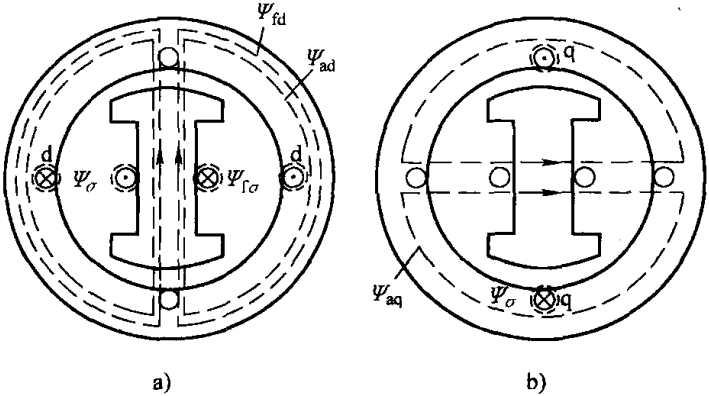


图 1-20 无阻尼绕组同步发电机在正常稳态运行时的磁链分解示意图
a) 直轴方向 b) 交轴方向

守磁链守恒定律,保持各自的合成磁链不变,都将产生若干新的磁链和电流的自由分量,这些自由分量将按相应的时间常数衰减至零。以下分析同步发电机定子回路突然三相短路时,转子和定子绕组中的电流和磁链的变化情况。

对于励磁绕组而言,在短路前瞬间正常运行时的励磁电流为 $i_{f(0)}$,当定子回路发生三相短路时,由于定子直轴电枢反应磁链增量 $\Delta\psi_{ad}$ 的作用,励磁绕组为保持磁链守恒,在励磁绕组中产生了与之对应的直流磁链增量 $\Delta\psi_{fa}$,与此对应,在励磁绕组中产生了励磁电流的直流自由分量 Δi_{fa} 。又由于 $\Delta\psi_{fa}$ 中与定子绕组间互感磁链的作用,在定子三相绕组中产生了同步频率的交流电流自由分量 $\Delta i'_{\omega}$ 。这两个自由分量电流 Δi_{fa} 和 $\Delta i'_{\omega}$ 将以定子绕组短接时励磁绕组的时间常数 T'_f 按指数规律衰减至零。

对于定子绕组而言,在短路前瞬间正常运行时工作电流为 $i_{\omega(0)}$,当定子回路发生三相短路时,由于外接阻抗的减小,定子绕组中将突然增加同步频率交流电流的强制分量 $\Delta i_{\omega k}$ 。由 $\Delta i_{\omega k}$ 和 $\Delta i'_{\omega}$ 所引起的定子绕组的磁链将增大,定子绕组为保持它的合成磁链守恒,在定子三相绕组中产生了直流磁链增量 $\Delta\psi_a$ 。由于定子三相绕组在空间互差 120° ,这个直流磁链增量 $\Delta\psi_a$ 在各绕组中的大小是不同的。此外,对于凸极式同步发电机,由于转子不对称和旋转,定子绕组的自感系数含有恒定不变和二倍同步频率部分。因此, $\Delta\psi_a$ 将在定子绕组中产生直流电流自由分量 Δi_a 和二倍同步频率电流的交流自由分量 $\Delta i_{2\omega}$,在励磁绕组中产生同步频率电流的交流自由分量 $\Delta i_{f\omega}$ 。因为 Δi_a 、 $\Delta i_{2\omega}$ 和 $\Delta i_{f\omega}$ 都是电流的自由分量,它们将以励磁绕组短接时定子绕组的时间常数 T_a 按指数规律衰减至零。

由上述对同步发电机的励磁绕组和定子三相绕组的电流和磁链分析可见,对于没有阻尼绕组的凸极式同步发电机,当定子绕组突然三相短路时,在暂态过程中,励磁绕组的电流和定子三相绕组的电流分别为

$$i_f = i_{f(0)} + \Delta i_{fa} + \Delta i_{f\omega} \quad (1-34)$$

$$i = i_{\omega(0)} + \Delta i_{\omega k} + \Delta i'_{\omega} + \Delta i_a + \Delta i_{2\omega} \quad (1-35)$$

三、同步发电机的暂态电动势和暂态电抗

由式 (1-31) 可见,同步发电机的空载电动势 E_q 及端电压 u_d 、 u_q 是定子电流 i_d 、 i_q 的函数。其中空载电动势与励磁电流 i_f 成正比,当正常运行时 i_f 一定,则空载电动势 E_q 为定值,此时 u_d 、 u_q 只和 i_d 、 i_q 有关,因此在正常稳态运行时,可用具有恒压源的式 (1-31) 计算定子电流 i_d 、 i_q 。但在无阻尼绕组同步发电机定子回路外部发生三相短路时,在短路瞬间,励磁绕组和定子绕组的电流表达式为式 (1-34) 和式 (1-35),它们都较正常时增加了若干电流分量,而且经过派克变换后也是如此,这样就使 E_q 和 u_d 、 u_q 都随 i_f 、 i (或 i_d 、 i_q) 的变化而发生变化。由于 i_f 不确定, E_q 也就不确定,因此就不能使用式 (1-31) 求 i_d 、 i_q ,必须寻求其他解决办法。

根据磁链守恒定律,励磁绕组的合成磁链 ψ_f 在短路瞬间不突变,这样就有可能找到一个在短路瞬间不突变的电动势,以确定短路瞬间的电压、电流之间的简单关系。

同步发电机在正常运行时,由式 (1-25) 的第一、四式

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= -X_d i_d + X_{ad} i_f \\ \psi_f &= -X_{ad} i_d + X_f i_f \end{aligned} \right\}$$

消去 i_f , 得

$$\psi_d = \frac{X_{ad}}{X_f} \psi_f - \left(X_d - \frac{X_{ad}^2}{X_f} \right) i_d \quad (1-36)$$

当 $R=0$ 时, 式 (1-28) 中第二式所示 $\psi_d = u_q$ 。如再令

$$\frac{X_{ad}}{X_f} \psi_f = E'_q \quad (1-37)$$

$$X_d - \frac{X_{ad}^2}{X_f} = X'_d$$

则式 (1-36) 为

$$u_q = E'_q - X'_d i_d \quad (1-38)$$

或

$$i_d = (E'_q - u_q) / X'_d \quad (1-39)$$

式中 X'_d ——同步发电机的直轴暂态电抗;

E'_q ——同步发电机的交轴暂态电动势。

由于无阻尼绕组同步发电机没有交轴暂态电抗和直轴暂态电动势, 所以 X'_d 、 E'_q 也可简称为暂态电抗、暂态电动势。 E'_q 系转子直轴磁链所产生, 而由于感应电动势落后于磁链 90° , 故 E'_q 在交轴方向, 以下标 “q” 表示, 并称为交轴暂态电动势。

由式 (1-37) 可见, E'_q 与 ψ_f 成正比, ψ_f 在短路瞬间不突变, 所以 E'_q 在短路瞬间也不突变。这样可以利用短路前瞬间正常运行状态求出 $E'_{q(0)}$, 该 E'_q 由于不突变即为短路瞬间的 $E'_{q(0)}$ 。当已知 X'_d 后, 就可应用式 (1-39) 确定短路瞬间定子电流 i_{d0} 。

无阻尼绕组同步发电机交轴方向没有转子绕组和转子磁链, 因而短路瞬间不发生如直轴方向那样的变化, 所以没有必要引出交轴暂态电抗和直轴暂态电动势, 仍可按式 (1-31) 中第二式求定子电流 i_q 。

综上所述, 同步发电机端三相短路瞬间定子电流的表达式为

$$\left. \begin{aligned} i_d &= (E'_q - u_q) / X'_d \\ i_q &= u_d / X_q \end{aligned} \right\} \quad (1-40)$$

式 (1-40) 中, u_d 、 u_q 应为短路时的端电压, 当同步发电机端三相短路时, $u_d = u_q = 0$, 则定子电流 $i_d = E'_q / X'_d$, $i_q = 0$ 。

图 1-21 是按式 (1-40) 作出的同步发电机用暂态参数表示的等效电路。

E'_q 的求取方法类似于 E_q 的求取, 步骤如下:

1) 利用虚构电动势 $E_Q = U + Z_q I \approx U + jIX_q$ ($R=0$) 确定 d、q 轴方向。

2) 由式 (1-38) 即 $E'_q = u_q + X'_d i_d$ 求取 E'_q 。

$R=0$ 时, 确定 E'_q 的相量图如图 1-22 所示。由图 1-22 可见, $\dot{E}'$ 为暂态电抗 X'_d 后的电动势, 且 $\dot{E}'$ 在 q 轴上的投影即为 E'_q 。可见, E'_q 在同步发电机正常运行时就存在。

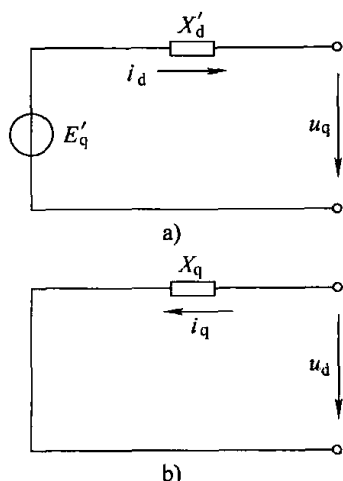


图 1-21 同步发电机用暂态参数
表示的等效电路
a) 直轴电路 b) 交轴电路

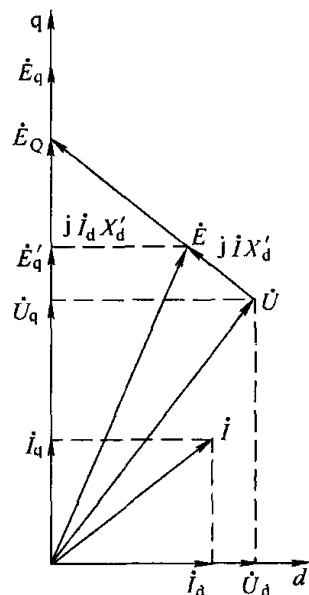


图 1-22 确定 E'_q 的相量图

在 d 、 q 、 0 坐标系中，定子直轴等效绕组 dd 的轴线与转子 d 轴一致，它与转子等速同向旋转，因而与转子绕组相对静止。对于无阻尼绕组同步发电机，转子上仅有励磁绕组 f ，它和直轴等效绕组 dd 相对静止，类似于双绕组变压器。因此，可仿照双绕组变压器的等效电路作出无阻尼绕组同步发电机直轴方向的等效电路，如图 1-23 所示。图 1-23 中， X_σ 为等效定子绕组漏抗； $X_{f\sigma}$ 为励磁绕组漏抗； X_{ad} 为直轴电枢反应电抗，也为等效定子绕组与转子励磁绕组间的互感抗。

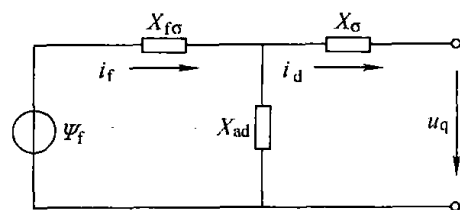


图 1-23 无阻尼绕组同步发电
机直轴方向的等效电路

应用戴维南定理可以求图 1-23 等效电路中的等效电动势和等效电抗。

等效电动势

$$\frac{X_{ad}}{X_{ad} + X_{f\sigma}} \psi_f = \frac{X_{ad}}{X_f} \psi_f = E'_q$$

等效电抗

$$X_\sigma + \frac{X_{ad} X_{f\sigma}}{X_{ad} + X_{f\sigma}} = X'_d \quad (1-41)$$

可见，同步发电机的暂态电动势 E'_q 和暂态电抗 X'_d ，可理解为从定子侧沿 d 轴方向观察同步发电机时所得到的等效电动势和等效电抗，其等效电路与图 1-21a 相同。

四、无阻尼绕组同步发电机电流自由分量衰减的时间常数

同步发电机各绕组都有电阻，因此在暂态过程中，各绕组磁链和电流的自由分量都将衰减。它们衰减的快慢取决于各绕组电感和电阻的比值，即各绕组的时间常数。但同步发电机各个绕组不是孤立存在的，相互间有互感作用，在确定时间常数时，应采用考虑了互感影响后的有效电感和电阻。无阻尼绕组同步发电机在短路暂态过程中，定子电流和励磁电流的自由分量分为两类：

一类是为保持短路瞬间励磁绕组磁链守恒而出现的，包括励磁电流的直流自由分量和定

子电流的同步频率交流自由分量。它们的衰减取决于考虑了定子绕组短接时励磁绕组的时间常数 T'_d 。

第二类是为保持短路瞬间定子绕组磁链守恒而出现的，包括定子电流的直流自由分量和二倍同步频率交流自由分量，以及励磁电流的同步频率交流自由分量。它们的衰减取决于考虑了励磁绕组短接时定子绕组的时间常数 T_a 。

以下分别讨论这两个时间常数。

(一) 时间常数 T'_d

在定子回路发生三相短路的暂态过程中，励磁电流的直流自由分量和定子三相电流的同步频率交流自由分量将按时间常数 T'_d 衰减。可以利用从励磁绕组往里看，并考虑了定子回路短路影响的等效电路作为求 T'_d 的近似等效电路，如图 1-24 所示。图中，励磁绕组的有效电抗与电阻之比即为 T'_d 。励磁绕组的有效电抗为

$$\begin{aligned} X_{f\sigma} + \frac{X_{ad}X_{\sigma}}{X_{ad} + X_{\sigma}} &= (X_f - X_{ad}) + \frac{X_{ad}X_{\sigma}}{X_d} = X_f - \frac{X_{ad}(X_d - X_{\sigma})}{X_d} \\ &= X_f - \frac{X_{ad}^2}{X_d} = \frac{X_f}{X_d} \left(X_d - \frac{X_{ad}^2}{X_f} \right) = X_f \frac{X'_d}{X_d} \end{aligned}$$

励磁绕组的有效电阻为 R_f ，因而时间常数

$$T'_d = \frac{X_f}{R_f} \frac{X'_d}{X_d} = T_f \frac{X'_d}{X_d} \quad (1-42)$$

式中 T_f ——定子绕组开路时励磁绕组的时间常数， $T_f = X_f/R_f$ 。

(二) 时间常数 T_a

在定子回路三相短路的暂态过程中，定子三相电流的直流自由分量、二倍同步频率交流自由分量以及励磁电流的同步频率交流自由分量将按考虑励磁绕组影响的定子回路时间常数 T_a 衰减。但由于转子 d、q 轴方向不对称，励磁绕组的轴线为转子的 d 轴，q 轴方向无转子绕组，因此转子转动到不同位置时，定子绕组受到励磁绕组的互感也不同。当转子 d 轴与定子某相绕组轴线一致时，其等效电路如图 1-25a 所示。

定子绕组的有效电抗为

$$X_{\sigma} + \frac{X_{ad}X_{f\sigma}}{X_{ad} + X_{f\sigma}} = (X_d - X_{ad}) + \frac{X_{ad}(X_f - X_{ad})}{X_f} = X_d - \frac{X_{ad}^2}{X_f} = X'_d$$

当转子 q 轴与定子某相绕组轴线一致时，其等效电路如图 1-25b 所示。定子绕组的有效电抗为

$$X_{\sigma} + X_{aq} = X_q$$

可见，定子绕组的有效电抗应为 X'_d 和 X_q 的某一平均值。

可以证明，这个有效电抗为 $\frac{2X'_dX_q}{X'_d + X_q}$ 。定子绕组的有效电阻为 R ，因而时间常数

$$T_a = \frac{2X'_dX_q}{R(X'_d + X_q)} \quad (1-43)$$

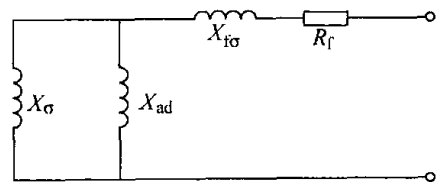


图 1-24 求 T'_d 的近似等效电路

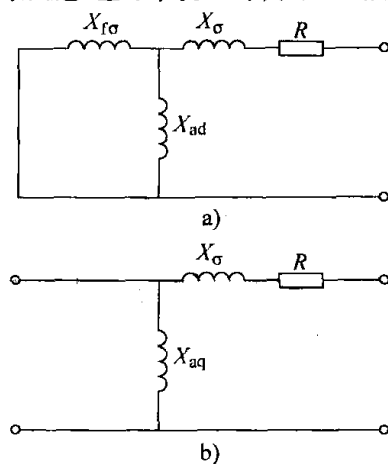


图 1-25 求 T_a 的等效电路

a) 转子 d 轴与定子某相绕组轴线一致时

b) 转子 q 轴与定子某相绕组轴线一致时

第五节 同步发电机的次暂态参数和等效电路

有阻尼绕组同步发电机三相短路的暂态过程通常可分为两个阶段：短路的最初阶段称为次暂态过程；稍后阶段仍称为暂态过程。在这两个阶段的过程中，磁链、电流和电压的变化规律分别取决于同步发电机的次暂态参数和暂态参数。在这一节，将要着重讨论有阻尼绕组同步发电机的次暂态参数和等效电路。

有阻尼绕组同步发电机在 d 轴方向有定子直轴等效绕组 dd 、励磁绕组 f 和直轴阻尼绕组 D ，它们之间相对静止，其间的电磁关系与三绕组变压器相似。在 q 轴方向有定子交轴等效绕组 qq 和交轴阻尼绕组 Q ，它们之间也相对静止，其间的电磁关系与双绕组变压器相似。

一、同步发电机的次暂态电动势和次暂态电抗

对于有阻尼绕组同步发电机，在外电路突然短路瞬间，由于外接阻抗的减小，使定子电流突然增大，从而破坏了发电机内部定、转子间的电磁平衡关系。此时，在发电机的定子绕组、励磁绕组和阻尼绕组中，为了保持短路瞬间合成磁链守恒，都将出现若干新的电流和磁链自由分量。它们相互作用而形成新的平衡。在此，又遇到了在正常运行状态下用来计算定子电流的发电机空载电动势 E_q 未知的问题，因而又要寻求一个可由正常运行状态求取的，并在短路瞬间不突变的新电动势，以计算短路瞬间的电流。

有阻尼绕组同步发电机磁链方程见式 (1-25)，由于三相对称且平衡时不存在零序分量，因而该式可简化为

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_d & 0 & X_{ad} & X_{aD} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & 0 & X_{aQ} \\ X_{ad} & 0 & X_f & X_{fD} & 0 \\ X_{aD} & 0 & X_{fD} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aQ} & 0 & 0 & X_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

直轴方向的磁链为

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= -X_d i_d + X_{ad} i_f + X_{aD} i_D \\ \psi_f &= -X_{ad} i_d + X_f i_f + X_{fD} i_D \\ \psi_D &= -X_{aD} i_d + X_{fD} i_f + X_D i_D \end{aligned} \right\} \quad (1-44)$$

从后两式中解出 i_f 、 i_D 为

$$\begin{aligned} i_f &= \frac{X_D \psi_f - X_{fD} \psi_D}{X_D X_f - X_{fD}^2} + \frac{X_D X_{ad} - X_{fD} X_{aD}}{X_D X_f - X_{fD}^2} i_d \\ i_D &= \frac{X_f \psi_D - X_{fD} \psi_f}{X_D X_f - X_{fD}^2} + \frac{X_f X_{aD} - X_{fD} X_{ad}}{X_D X_f - X_{fD}^2} i_d \end{aligned}$$

将 i_f 、 i_D 代入式 (1-44) 的第一式，并考虑到 $X_{fD} = X_{aD} = X_{ad}$ ，可得

$$\psi_d = \frac{X_{ad}}{X_D X_f - X_{ad}^2} [(X_D - X_{ad}) \psi_f + (X_f - X_{ad}) \psi_D] - \left[X_d - \frac{X_{ad}^2 (X_D + X_f - 2X_{ad})}{X_D X_f - X_{ad}^2} \right] i_d \quad (1-45)$$

$r=0$ 时，按式 (1-28) 有 $u_q = \psi_d$ ，并令

$$\left. \begin{aligned} \frac{X_{ad}}{X_D X_f - X_{ad}^2} [(X_D - X_{ad})\psi_f + (X_f - X_{ad})\psi_D] &= E_q'' \\ X_d - \frac{X_{ad}^2 (X_D + X_f - 2X_{ad})}{X_D X_f - X_{ad}^2} &= X_d'' \end{aligned} \right\} \quad (1-46)$$

则式 (1-45) 可写为

$$u_q = E_q'' - X_d'' i_d$$

或

$$i_d = (E_q'' - u_q) / X_d'' \quad (1-47)$$

式中 X_d'' ——同步发电机的直轴次暂态电抗；

E_q'' ——同步发电机的交轴次暂态电动势， E_q'' 由直轴磁链所产生，而且由于电动势落后于磁链 90° ，故 E_q'' 在交轴方向。

由式 (1-46) 第一式可见， E_q'' 与 ψ_f 、 ψ_D 有关。 ψ_f 、 ψ_D 在短路瞬间不突变，则 E_q'' 在短路瞬间也不突变。这样就可以利用短路前瞬间正常运行状态求出 E_{q101} ，即为短路瞬间的 E_{q0} 。通常 X_d'' 是已知的，因而可利用式 (1-47) 求短路瞬间的定子电流 i_{d0} 。

交轴方向的磁链为

$$\left. \begin{aligned} \psi_q &= -X_q i_q + X_{aq} i_Q \\ \psi_Q &= -X_{aq} i_q + X_Q i_Q \end{aligned} \right\}$$

在这两式中消去 i_Q ，并取 $X_{aq} = X_{aq}$ ，可得

$$\Psi_q = \frac{X_{aq}}{X_Q} \Psi_Q - \left(X_q - \frac{X_{ad}^2}{X_Q} \right) i_q \quad (1-48)$$

$t=0$ 时，按式 (1-28)，有 $u_d = -\psi_q$ 。如令

$$-\frac{X_{aq}}{X_Q} \Psi_Q = E_d'' \quad (1-49)$$

$$X_q - \frac{X_{aq}^2}{X_Q} = X_q''$$

则式 (1-48) 可改写为

$$u_d = E_d'' + X_q'' i_q$$

而

$$i_q = -(E_d'' - u_d) / X_q'' \quad (1-50)$$

式中 X_q'' ——同步发电机交轴次暂态电抗；

E_d'' ——同步发电机直轴次暂态电动势， E_d'' 系交轴磁链所产生，且电动势落后于磁链 90° ，故 E_d'' 在直轴方向。

由式 (1-49) 可见， E_d'' 正比于 ψ_Q ， ψ_Q 在短路瞬间不突变，则 E_d'' 在短路瞬间也不突变，可以由短路前瞬间正常运行状态求得 E_{d101} ，即为短路瞬间的 E_{d0} 。此外， X_q'' 一般是已知的，这样利用式 (1-50) 便可求出短路瞬间的定子电流 i_{q0} 。

在确定同步发电机机端三相短路情况下的定子电流 i_d 、 i_q 时， u_d 和 u_q 应为短路时的机端电压，此时 $u_d = u_q = 0$ 。

按式 (1-47) 和式 (1-50) 可以作出用次暂态参数表示的同步发电机的等效电路，如图 1-26a、b 所示。

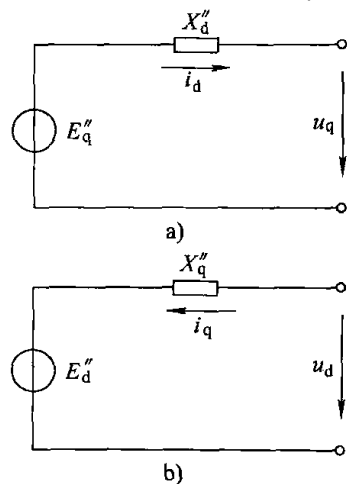


图 1-26 用次暂态参数表示的同步发电机的等效电路
a) 直轴电路 b) 交轴电路

将 E''_q 、 X''_d 和 E''_d 、 X''_q 的表示式变化为

$$\begin{aligned} E''_q &= \frac{X_{ad}}{X_D X_f - X_{ad}^2} [(X_D - X_{ad})\psi_f + (X_f - X_{ad})\psi_D] \\ &= \frac{X_{ad}}{(X_{D\sigma} + X_{ad})(X_{f\sigma} + X_{ad}) - X_{ad}^2} [X_{D\sigma}\psi_f + X_{f\sigma}\psi_D] \\ &= \frac{X_{ad}X_{D\sigma}\psi_f + X_{ad}X_{f\sigma}\psi_D}{X_{D\sigma}X_{f\sigma} + X_{D\sigma}X_{ad} + X_{f\sigma}X_{ad}} = \frac{\psi_f/X_{f\sigma} + \psi_D/X_{D\sigma}}{1/X_{ad} + 1/X_{f\sigma} + 1/X_{D\sigma}} \end{aligned} \quad (1-51)$$

$$\begin{aligned} X''_d &= X_d - \frac{X_{ad}^2(X_D + X_f - 2X_{ad})}{X_D X_f - X_{ad}^2} = (X_\sigma + X_{ad}) - \frac{X_{ad}^2(X_{D\sigma} + X_{f\sigma})}{X_{D\sigma}X_{f\sigma} + X_{D\sigma}X_{ad} + X_{ad}X_{f\sigma}} \\ &= X_\sigma + \frac{X_{ad}X_{D\sigma}X_{f\sigma}}{X_{D\sigma}X_{f\sigma} + X_{D\sigma}X_{ad} + X_{ad}X_{f\sigma}} = X_\sigma + \frac{1}{1/X_{ad} + 1/X_{f\sigma} + 1/X_{D\sigma}} \end{aligned} \quad (1-52)$$

$$E''_d = -\frac{X_{aq}}{X_Q}\psi_Q = -\frac{X_{aq}}{X_{Q\sigma} + X_{aq}}\psi_Q = -\frac{\psi_Q/X_{Q\sigma}}{1/X_{aq} + 1/X_{Q\sigma}} \quad (1-53)$$

$$X''_q = X_q - \frac{X_{aq}^2}{X_Q} = (X_\sigma + X_{aq}) - \frac{X_{aq}^2}{X_{Q\sigma} + X_{aq}} = X_\sigma + \frac{1}{1/X_{aq} + 1/X_{Q\sigma}} \quad (1-54)$$

式中 $X_{D\sigma}$ 、 $X_{Q\sigma}$ ——分别为直轴和交轴阻尼绕组的漏抗。

依式(1-51)~式(1-54)，可作出有阻尼绕组同步发电机的等效电路，如图 1-27 所示。

直轴方向的等效电路如图 1-27a 所示，该电路的等效电动势为

$$E''_q = \frac{\psi_f/X_{f\sigma} + \psi_D/X_{D\sigma}}{1/X_{ad} + 1/X_{f\sigma} + 1/X_{D\sigma}}$$

其等效电抗为

$$X''_d = X_\sigma + \frac{1}{1/X_{ad} + 1/X_{f\sigma} + 1/X_{D\sigma}}$$

可见，从有阻尼绕组同步发电机的 d 轴往里观察， E''_q 、 X''_d 就是其等效电动势和等效电抗。

交轴方向的等效电路如图 1-27b 所示，该电路的等效电动势为

$$E''_d = -\frac{\psi_Q/X_{Q\sigma}}{1/X_{aq} + 1/X_{Q\sigma}}$$

其等效电抗为

$$X''_q = X_\sigma + \frac{1}{1/X_{aq} + 1/X_{Q\sigma}}$$

可见，从有阻尼绕组同步发电机 q 轴往里看， E''_d 、 X''_q 为其等效电动势和等效电抗。

在图 1-27 中，如 $X_{D\sigma} = \infty$ 、 $X_{Q\sigma} = \infty$ ，这就是无阻尼绕组的情况，变为无阻尼绕组同步发电机。

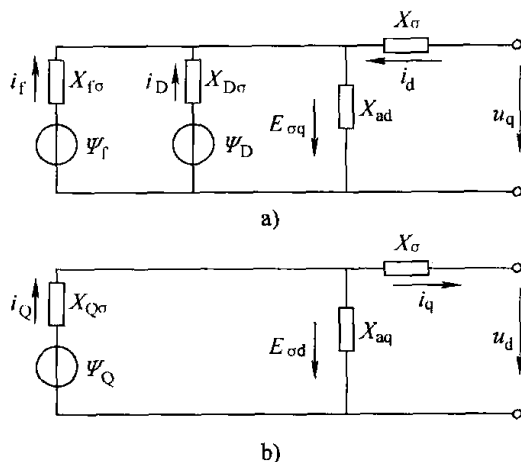


图 1-27 有阻尼绕组同步发电机的等效电路

a) 直轴方向 b) 交轴方向

二、有阻尼绕组同步发电机电流自由分量的衰减时间常数

(一) 时间常数 T''_d 、 T'_d

有阻尼绕组同步发电机直轴方向有三个相对静止的绕组，即定子直轴等效绕组 dd、励

磁绕组 f 和直轴阻尼绕组 D 。定子回路三相短路时, 为了维持励磁绕组和直轴阻尼绕组磁链守恒, 励磁绕组和直轴阻尼绕组中都要出现直流电流自由分量, 三相定子绕组中则出现与之对应的同步频率交流电流自由分量。发电机各绕组都有电阻, 因此在暂态过程中, 这些电流自由分量都要衰减。但励磁绕组和直轴阻尼绕组间有磁耦合关系, 它们的自由电流分量的衰减将相互影响, 而且还要受短接的定子绕组的影响, 因而形成了较复杂的关系。它们将按时间常数 T_d'' 、 T_d' 衰减。在求时间常数 T_d'' 、 T_d' 时, 由于转子绕组流过直流自由电流, 则应从转子绕组往里看, 并考虑定子绕组短接时的情况。

在暂态过程中, 励磁绕组和直轴阻尼绕组的电流各有两个直流自由分量, 它们在定子三相电流中又对应着两个同步频率的交流自由分量, 这两组电流自由分量分别称直轴次暂态分量和暂态分量。它们的衰减时间常数分别以 T_d'' 和 T_d' 表示。

T_d'' 是决定次暂态电流分量衰减的时间常数。在求 T_d'' 时, 可以近似地认为在次暂态过程中暂态电流分量是不衰减的, 即认为 $R_f = 0$, $T_f' = (X_{f\sigma} + X'_{ad})/R_f \rightarrow \infty$ 。求 T_d'' 的近似等效电路如图 1-28 所示。

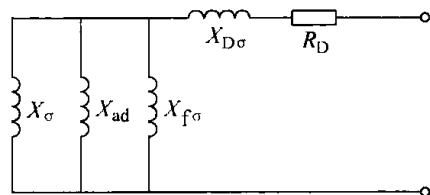


图 1-28 求 T_d'' 的近似等效电路

由图 1-28 所示等效电路, 可求得

$$T_d'' = \left(X_{D\sigma} + \frac{X_{ad}X_{\sigma}X_{f\sigma}}{X_{ad}X_{\sigma} + X_{f\sigma}X_{\sigma} + X_{ad}X_{f\sigma}} \right) / R_D$$

可以近似认为, T_d'' 是在定子绕组和励磁绕组都短接时直轴阻尼绕组的时间常数。这种考虑在实际中是允许的。

T_d' 是决定暂态电流分量衰减的时间常数。在求 T_d' 时, 可以近似地认为在暂态过程中次暂态电流分量已衰减完毕, 只有暂态电流分量衰减, 即 $R_D \rightarrow \infty$, $T_D' = (X_{D\sigma} + X'_{ad})/R_D = 0$ 。因此, 求 T_d' 的近似等效电路就同图 1-24 一样。

由图 1-24 所示的等效电路, 可求得

$$T_d' = \left(X_{f\sigma} + \frac{X_{ad}X_{\sigma}}{X_{ad} + X_{\sigma}} \right) / R_f$$

可以近似认为 T_d' 是在定子绕组短接, 直轴阻尼绕组开路时, 励磁绕组的时间常数。

(二) 时间常数 T_q''

有阻尼绕组同步发电机交轴方向有两个相对静止的绕组, 即定子交轴等效绕组 qq 和转子交轴阻尼绕组 Q 。它们之间存在着双绕组变压器的关系。同步发电机定子回路端点三相短路时, 在短路瞬间交轴阻尼绕组要保持磁链守恒, 则在交轴阻尼绕组中要出现直流电流自由分量, 定子三相绕组中则出现与之对应的同步频率交流电流自由分量, 这组电流自由分量称交轴次暂态分量, 其衰减的时间常数为 T_q'' 。可用图 1-29 所示等效电路来求时间常数 T_q'' 。

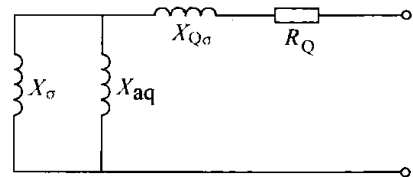


图 1-29 求 T_q'' 的等效电路

由图 1-29 可见, 定子绕组短接时交轴阻尼绕组有效电抗为

$$X_{Q\sigma} + \frac{X_{\sigma}X_{aq}}{X_{\sigma} + X_{aq}} = (X_Q - X_{aq}) + \frac{X_{\sigma}X_{aq}}{X_{\sigma} + X_{aq}} = X_Q - \frac{X_{aq}(X_q - X_{\sigma})}{X_q}$$

$$= X_Q - \frac{X_{aq}^2}{X_q} = \frac{X_Q}{X_q} \left(X_q - \frac{X_{aq}^2}{X_Q} \right) = X_Q \frac{X_q''}{X_q}$$

则

$$T_q'' = \frac{X_Q}{R_Q} \frac{X_q''}{X_q} = T_Q \frac{X_q''}{X_q} \quad (1-55)$$

式中 T_Q ——定子绕组开路时交轴阻尼绕组的时间常数, $T_Q = X_Q/R_Q$ 。

(三) 时间常数 T_a

有阻尼绕组同步发电机定子端部三相短路时, 在短路瞬间定子三相绕组为保持磁链守恒, 在定子绕组电流中将出现直流自由分量和二倍同步频率分量, 励磁绕组电流和直轴、交轴阻尼绕组电流中与之对应的同步频率分量, 这些电流自由分量将按时间常数 T_a 衰减。求 T_a 的方法与无阻尼绕组同步发电机相同。这时, 由于有直轴和交轴阻尼绕组, 定子绕组有效电抗将在 X_d'' 和 X_q'' 之间变化, 其平均值为 $\frac{2X_d''X_q''}{X_d'' + X_q''}$, 从而得时间常数为 $T_a = \frac{2X_d''X_q''}{R(X_d'' + X_q'')}$ 。

不同类型同步发电机的 T_d'' 与 T_q'' 的大致范围可参见表 1-4。

三、同步发电机各电抗、电动势大小的比较

由式 (1-41)、式 (1-52), 可得

$$X_d > X_d' > X_d'' > X_\sigma \quad (1-56)$$

由式 (1-54), 可得

$$X_q > X_q'' > X_\sigma \quad (1-57)$$

由式 (1-22), 有

$$X_d > X_q \quad (1-58)$$

此外, 又由于

$$\left. \begin{aligned} E_q &= E_Q + (X_d - X_q)i_d = u_q + i_d X_d \\ E_Q &= u_q + i_d X_q \\ E_q' &= u_q + i_d X_d' \\ E_q'' &= u_q + i_d X_d'' \\ E_{\delta q} &= u_q + i_d X_\sigma \end{aligned} \right\} \quad (1-59)$$

考虑式 (1-56)、式 (1-58) 及一般 $X_q > X_d'$, 有

$$E_q \geq E_Q > E_q' > E_q'' > E_{\delta q}$$

式中 $E_{\delta q}$ —— q 轴空气隙电动势。

因为 $E_d = 0$, 所以 $E_d'' > E_d$ ($E_d' = E_d = 0$)。

又由于

$$\left. \begin{aligned} E_d'' &= u_d - i_q X_q'' \\ E_{\delta d} &= u_d - i_q X_\sigma \end{aligned} \right\} \quad (1-60)$$

由式 (1-57) 和式 (1-60), 有

$$E_{\delta d} > E_d'' \quad (1-61)$$

不同类型发电机电抗参数的大致范围见表 1-3 (以本机额定容量为基准的标么值)。

对于式 (1-59) ~ 式 (1-61), 用相量表示的关系如图 1-30 所示。应指出, 同步发电机在正常运

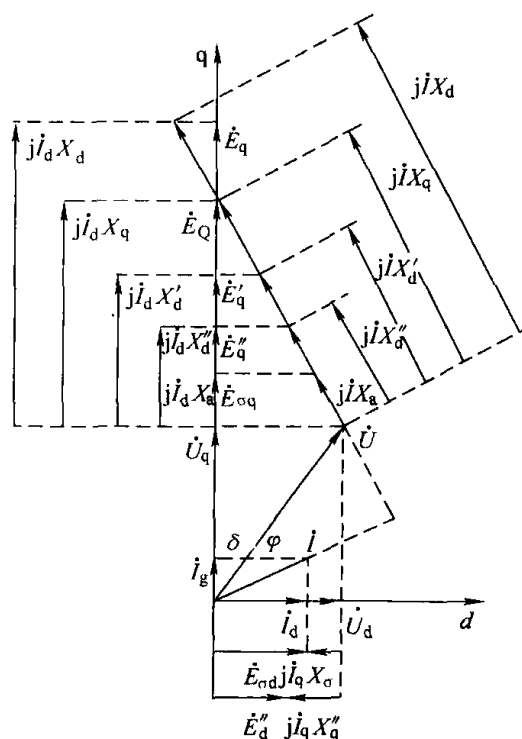


图 1-30 同步发电机正常运行时各相量的关系

行时, 有 $i_d = I_d$ 、 $i_q = I_q$ 、 $u_d = U_d$ 、 $u_q = U_q$ 。

表 1-3 同步发电机的电抗参数

电 抗 \ 类 型	水轮发电机	汽轮发电机	调 相 机
X_d	0.7 ~ 1.4	1.2 ~ 2.2	1.6 ~ 2.4
X'_d	0.2 ~ 0.35	0.15 ~ 0.24	0.25 ~ 0.5
X''_d	0.14 ~ 0.26	0.1 ~ 0.15	0.15 ~ 0.3
X_σ	0.12 ~ 0.21	0.08 ~ 0.225	0.1 ~ 0.16
X_q	0.45 ~ 0.7	1.2 ~ 2.2	0.8 ~ 1.2
X''_q	0.15 ~ 0.35	0.1 ~ 0.15	0.15 ~ 0.3

例 1-3 已知某水轮同步发电机的参数: $X_d = 1.0$, $X_q = 0.6$, $X_\sigma = 0.15$, $X'_d = 0.3$, $X''_d = 0.21$, $X''_q = 0.31$ 。在额定运行时, $U = 1.0$, $I = 1.0$, $\cos\varphi = 0.85$ 。试计算在额定运行情况下该同步发电机的 u_d 、 u_q 、 i_d 、 i_q 、 E_Q 、 E_q 、 E'_q 、 E''_q 、 E''_d 、 E'' 之值。

解 按已知条件, 计算同步发电机的其他参数如下:

$$X_{ad} = X_d - X_\sigma = 1 - 0.15 = 0.85$$

$$X_{aq} = X_q - X_\sigma = 0.6 - 0.15 = 0.45$$

由

$$X'_d = X_\sigma + \frac{1}{1/X_{ad} + 1/X_{f\sigma}}, \quad 0.3 = 0.15 + \frac{1}{1/0.85 + 1/X_{f\sigma}}$$

解得 $X_{f\sigma} = 0.18$ 。

由

$$X''_d = X_\sigma + \frac{1}{1/X_{ad} + 1/X_{f\sigma} + 1/X_{D\sigma}}, \quad 0.21 = 0.15 + \frac{1}{1/0.85 + 1/0.18 + 1/X_{D\sigma}}$$

解得 $X_{D\sigma} = 0.1$ 。

由

$$X''_q = X_\sigma + \frac{1}{1/X_{aq} + 1/X_{Q\sigma}}, \quad 0.31 = 0.15 + \frac{1}{1/0.45 + 1/X_{Q\sigma}}$$

解得 $X_{Q\sigma} = 0.25$ 。

同步发电机正常额定运行时, $\cos\varphi = 0.85$, 则 $\varphi = 32^\circ$ 。由图 1-30, 有

$$\tan(\delta + \varphi) = \frac{U \sin\varphi + I X_q}{U \cos\varphi} = \frac{\sin 32^\circ + 0.6}{0.85} = 1.33$$

则 $\delta + \varphi = \arctan 1.33 = 53^\circ$, $\delta = 53^\circ - 32^\circ = 21^\circ$ 。因此

$$u_d = U \sin\delta = \sin 21^\circ = 0.36$$

$$u_q = U \cos\delta = \cos 21^\circ = 0.93$$

$$i_d = I \sin(\delta + \varphi) = \sin 53^\circ = 0.8$$

$$i_q = I \cos(\delta + \varphi) = \cos 53^\circ = 0.6$$

$$E_Q = u_q + i_d X_q = 0.93 + 0.8 \times 0.6 = 1.41$$

$$E_q = u_q + i_d X_d = 0.93 + 0.8 = 1.73$$

$$E'_q = u_q + i_d X'_d = 0.93 + 0.8 \times 0.3 = 1.17$$

$$E''_q = u_q + i_d X''_d = 0.93 + 0.8 \times 0.21 = 1.098$$

$$E_{\delta q} = u_q + i_d X_\sigma = 0.93 + 0.8 \times 0.15 = 1.05$$

$$E_{\delta d} = u_d - i_q X_\sigma = 0.36 - 0.6 \times 0.15 = 0.27$$

$$E_d'' = u_d - i_q X_q'' = 0.36 - 0.6 \times 0.31 = 0.174$$

$$E'' = \sqrt{E_q''^2 + E_d''^2} = \sqrt{1.098^2 + 0.174^2} = 1.112$$

因 $i_f = E_q / X_{ad} = 1.73 / 0.85 = 2.04$, $i_D = 0$, $i_Q = 0$, 故由图 1-28, 可得

$$\psi_f = E_{\delta q} + i_f X_{f\sigma} = 1.05 + 2.04 \times 0.18 = 1.42$$

$$\psi_D = E_{\delta q} + i_D X_{D\sigma} = 1.05 + 0 = 1.05$$

$$-\psi_Q = E_{\delta d} - i_Q X_{Q\sigma} = 0.27 - 0 = 0.27$$

第六节 同步发电机的三相短路电流

一、无阻尼绕组同步发电机的三相短路电流

为了计算无阻尼绕组同步发电机三相短路时的电流值, 可先假设定子和转子绕组的电阻为零 ($R = R_f = 0$), 即设各绕组由“超导体”组成。在这个假设下, 暂态过程中各绕组磁链和电流的自由分量都保持它们在短路瞬间的值而不衰减。然后再考虑定子和转子绕组的电阻, 并计及自由分量按相应的时间常数衰减的情况, 得出三相短路电流的完整表达式。设三相短路发生在发电机端, 短路瞬间 ($t=0$) a 相轴线与 d 轴间夹角为 θ_0 ($\theta = \theta_0 + \omega t$), 参见图 1-16。

(一) 不计自由分量衰减时三相短路电流

式 (1-28) 表明, $r=0$ 时, $u_d = -\psi_q$, $u_q = \psi_d$ 。将它们代入式 (1-40), 可得

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= u_q = E_q' - i_d X_d' \\ \psi_q &= -u_d = -i_q X_q' \end{aligned} \right\}$$

短路前瞬间 (以下标 “|0|” 表示) 交、直轴电压 $u_{q|0|}$ 、 $u_{d|0|}$ 已知, 这时等效定子的磁链为

$$\left. \begin{aligned} \psi_{d|0|} &= u_{q|0|} \\ \psi_{q|0|} &= -u_{d|0|} \end{aligned} \right\}$$

派克变换后, 定子 a 相磁链为

$$\psi_{a|0|} = u_{q|0|} \cos \theta_0 + u_{d|0|} \sin \theta_0$$

短路瞬间交轴电动势 (以下标 “0” 表示, 下同) 为 $E_{q0}' = E_{q|0|}'$ 已知, 此时定子磁链可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \psi_{d0} &= E_{q0}' - i_{d0} X_d' = E_{q|0|}' - i_{d0} X_d' \\ \psi_{q0} &= -i_{q0} X_q \\ \psi_{a0} &= (E_{q|0|}' - i_{d0} X_d') \cos \theta + i_{q0} X_q \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

由于假设各绕组磁链不衰减, 短路过程任意瞬间有

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= E_q' - i_d X_d' = E_{q|0|}' - i_d X_d' \\ \psi_q &= -i_q X_q \\ \psi_a &= (E_{q|0|}' - i_d X_d') \cos(\omega t + \theta_0) + i_q X_q \sin(\omega t + \theta_0) \end{aligned} \right\}$$

且 $\psi_a = \psi_{a0} = \psi_{a101}$ ，则有

$$u_{q101} \cos \theta_0 + u_{d101} \sin \theta_0 = (E'_{q101} - i_d X'_d) \cos(\omega t + \theta_0) + i_q X_q \sin(\omega t + \theta_0) \quad (1-62)$$

相似地，对于定子 b 相绕组，有

$$\begin{aligned} & u_{q101} \cos(\theta_0 - 120^\circ) + u_{d101} \sin(\theta_0 - 120^\circ) \\ &= (E'_{q101} - i_d X'_d) \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) + i_q X_q \sin(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) \end{aligned} \quad (1-63)$$

联立求解式 (1-62) 和式 (1-63)，得

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{E'_{q101}}{X'_d} - \left(\frac{u_{q101}}{X'_d} \cos \omega t - \frac{u_{d101}}{X'_d} \sin \omega t \right) \\ i_q &= \frac{u_{q101}}{X_q} \sin \omega t + \frac{u_{d101}}{X_q} \cos \omega t \end{aligned} \right\} \quad (1-64)$$

将 $u_{d101} = u_{101} \sin \delta_0$ ， $u_{q101} = u_{101} \cos \delta_0$ 代入式 (1-64)，并经派克反变换，可得 a 相电流的表达式为

$$i_a = \frac{E'_{q101}}{X'_d} \cos(\omega t + \theta_0) - \frac{u_{101}}{\frac{2X'_d X_q}{X'_d + X_q}} \cos(\delta_0 - \theta_0) - \frac{u_{101}}{\frac{2X'_d X_q}{X_q - X'_d}} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0) \quad (1-65)$$

式中 u_{101} ——短路前瞬间短路点正常运行电压。

相似地，可得 b、c 相电流 i_b 、 i_c 的表达式。

由式 (1-65) 可见，无阻尼绕组同步发电机端突然三相短路时，定子三相电流包含以下三种电流分量：

1) 同步频率交流分量

$$i_\omega = \frac{E'_{q101}}{X'_d} \cos(\omega t + \theta_0)$$

2) 直流分量

$$i_\alpha = \frac{u_{101}}{\frac{2X'_d X_q}{X'_d + X_q}} \cos(\delta_0 - \theta_0)$$

3) 二倍同步频率交流分量

$$i_{2\omega} = \frac{u_{101}}{\frac{2X'_d X_q}{X_q - X'_d}} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0)$$

定子电流表达式确定后，励磁电流的表达式就不难确定。因为转子励磁绕组和定子直轴等效绕组 dd 间存在着相似双绕组变压器的关系，利用这种变压器的关系，可以从等效定子电流 i_d 直接求励磁电流 i_f 。将式 (1-64) 中 i_d 的表达式作如下变化，则

$$i_d = \frac{E'_{q101} - u_{q101}}{X'_d} + \left(\frac{u_{q101}}{X'_d} - \frac{u_{q101}}{X'_d} \cos \omega t + \frac{u_{d101}}{X'_d} \sin \omega t \right) = i_{d101} + \Delta i_d \quad (1-66)$$

式中 i_{d101} ——短路前瞬间正常运行状态下的负荷电流；

Δi_d ——直轴电流的故障分量。

因此，式 (1-66) 就是正常运行状态和故障状态相叠加的电流表达式。

与 i_{d101} 相对应的励磁电流为短路前瞬间正常运行状态下的励磁电流 i_{f101} ，其表示式为

$$i_{f101} = E_{q101} / X_{ad} \quad (1-67)$$

与 Δi_d 相对应的励磁电流增量为 Δi_f ，按励磁绕组磁链守恒的条件，有

$$X_f \Delta i_f = X_{ad} \Delta i_d$$

则

$$\begin{aligned} \Delta i_f &= \frac{X_{ad}}{X_f} \Delta i_d = \frac{1}{X_{ad}} \frac{X_{ad}^2}{X_f} \Delta i_d = \frac{X_{ad} - X'_d}{X_{ad}} \Delta i_d \\ &= \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \left(\frac{u_{q|0|}}{X'_d} - \frac{u_{q|0|}}{X'_d} \cos \omega t + \frac{u_{d|0|}}{X'_d} \sin \omega t \right) \end{aligned} \quad (1-68)$$

将式 (1-67) 和式 (1-68) 相加，可得励磁电流的表达式

$$\begin{aligned} i_f &= \frac{E_{q|0|}}{X_{ad}} + \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \left(\frac{u_{q|0|}}{X'_d} - \frac{u_{q|0|}}{X'_d} \cos \omega t + \frac{u_{d|0|}}{X'_d} \sin \omega t \right) \\ &= \frac{E_{q|0|}}{X_{ad}} + \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \left(\frac{u_{q|0|}}{X'_d} - \frac{u_{|0|}}{X'_d} \cos(\omega t + \delta_0) \right) \end{aligned} \quad (1-69)$$

由式 (1-69) 可见，无阻尼绕组同步发电机突然三相短路时，励磁电流中包含有两种电流分量：

1) 直流电流分量

$$i_{fa} = \frac{E_{q|0|}}{X_{ad}} + \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \frac{u_{q|0|}}{X'_d} = i_{f|0|} + \Delta i_{fa}$$

2) 同步频率交流分量

$$\Delta i_{f\omega} = - \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \frac{u_{|0|}}{X'_d} \cos(\omega t + \delta_0)$$

如果短路点不在发电机端点，而在与发电机相连的外部电路中某一点，该点与发电机端点的电抗为 X ，则无论是等效定子直轴回路或交轴回路的电抗均应改为发电机内部电抗 X'_d 、 X_d 、 X_q 与外部电抗 X 的总和（即定子电流和励磁电流表达式中各电抗均应分别替换为 $X'_d + X$ 、 $X_d + X$ 、 $X_q + X$ ）。

(二) 计及自由分量衰减时的三相短路电流

根据各电流分量的初值和终值以及它们的自由分量衰减的时间常数，对式 (1-65) 和式 (1-69) 进行修正，得到短路暂态过程中定子电流和励磁电流的完整表达式。其中，式 (1-65) 和式 (1-69) 所表示的实际上是定子电流和励磁电流各分量的初值。在这些分量中，励磁电流的直流分量衰减到短路前瞬间的正常值 $i_{f|0|}$ ；相应地，定子电流同步频率交流分量衰减到其稳态值 $\frac{E'_{q|0|}}{X_d} \cos(\omega t + \theta_0)$ 。而其他各自由分量因是无源的，都要衰减到零。短路暂态过程中定子 a 相电流表达式为

$$\begin{aligned} i_a &= \frac{E'_{q|0|}}{X_d} \cos(\omega t + \theta_0) + \left(\frac{E'_{q|0|}}{X'_d} - \frac{E'_{q|0|}}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} \cos(\omega t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{u_{|0|}}{2X'_d X_q} e^{-t/T_a} \cos(\delta_0 - \theta_0) - \frac{u_{|0|}}{2X'_d X_q} e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0) \end{aligned} \quad (1-70)$$

同样可写出 i_b 、 i_c 的表达式，此处从略。

励磁电流的表达式为

$$i_f = \frac{E_{q|0|}}{X_{ad}} + \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \left[\frac{u_{q|0|}}{X'_d} e^{-t/T'_d} - \frac{u_{|0|}}{X'_d} e^{-t/T_a} \cos(\omega t + \delta_0) \right] \quad (1-71)$$

如果短路点不在发电机端点，而在与发电机相连的外部电路中某一点，则式(1-70)和式(1-71)中各电抗均应以发电机内部电抗与外部电抗的总和代替，式中各电流分量的幅值相应要减小。此外，时间常数表示式(1-42)和式(1-43)中定子的电阻和电抗也应以发电机定子的电阻、电抗与外部电阻、电抗的总和来代替，从而各电流自由分量衰减的速度也有所变化。

二、有阻尼绕组同步发电机的三相短路电流

(一) 不计自由分量衰减时的三相短路电流

有阻尼绕组同步发电机不计自由分量衰减时三相短路电流的计算方法、步骤及求得结果的表达式形式与无阻尼绕组不计自由分量衰减时三相短路情况相同，其公式似于式(1-64)和式(1-66)。在此只是用次暂态参数代替了暂态参数，并考虑了 E''_{ao} 在q轴等效绕组中的作用。另外，在转子绕组中多了直轴和交轴阻尼绕组的电流。其等效定子电流的表达式为

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{E''_{q|0|}}{X''_d} - \left(\frac{u_{q|0|}}{X''_d} \cos \omega t - \frac{u_{d|0|}}{X''_d} \sin \omega t \right) \\ i_q &= \frac{E''_{d|0|}}{X''_q} + \left(\frac{u_{q|0|}}{X''_q} \sin \omega t + \frac{u_{d|0|}}{X''_q} \cos \omega t \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-72)$$

定子a相电流的表达式为

$$\begin{aligned} i_a &= \frac{E''_{q|0|}}{X''_d} \cos(\omega t + \theta_0) + \frac{E''_{d|0|}}{X''_q} \sin(\omega t + \theta_0) - \\ &\quad \frac{\frac{u_{|0|}}{2X''_d X''_q} \cos(\delta_0 - \theta_0) - \frac{u_{|0|}}{2X''_d X''_q} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0)}{X''_d + X''_q} \end{aligned}$$

励磁绕组电流为

$$i_f = \frac{E_{q|0|}}{X_{ad}} + \frac{(X_D - X_{ad})X_{ad}}{X_f X_D - X_{ad}^2} \left(\frac{u_{q|0|}}{X''_d} - \frac{u_{|0|}}{X''_d} \cos(\omega t + \delta_0) \right) \quad (1-73)$$

直轴阻尼绕组电流为

$$i_D = \frac{(X_f - X_{ad})X_{ad}}{X_f X_D - X_{ad}^2} \left(\frac{u_{q|0|}}{X''_d} - \frac{u_{|0|}}{X''_d} \cos(\omega t + \delta_0) \right)$$

交轴阻尼绕组电流为

$$i_Q = -\frac{X_{aq}}{X_Q} \left(\frac{u_{d|0|}}{X''_q} - \frac{u_{|0|}}{X''_q} \sin(\omega t + \delta_0) \right)$$

(二) 计及自由分量衰减时的三相短路电流

设三相短路发生在发电机端，短路瞬间d轴与a轴的角位移为 θ_0 。在短路瞬间 $t=0$ 时，由式(1-72)可见， i_d 、 i_q 中直流分量的初值分别为

$$\left. \begin{aligned} i''_{da0} &= E''_{q|0|} / X''_d \\ i''_{qa0} &= E''_{d|0|} / X''_q \end{aligned} \right\}$$

在阻尼绕组断开，无次暂态分量，短路瞬间 $t=0$ 时， i_d 、 i_q 中直流分量的初值分别为

$$\left. \begin{aligned} i'_{da0} &= E'_{q|0|} / X'_d \\ i'_{qa0} &= i_{qa0} = 0 \end{aligned} \right\}$$

进入稳态 $t \rightarrow \infty$ 时, i_d 、 i_q 中的直流分量分别为

$$\left. \begin{aligned} i_{d\infty} &= E_{q|0|}/X_d \\ i_{q\infty} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

于是, 可得次暂态分量的幅值为

$$\begin{aligned} \Delta i''_{da0} &= i''_{da0} - i'_{da0} = \frac{E''_{q|0|}}{X''_d} - \frac{E'_{q|0|}}{X'_d} = \frac{u_{q|0|} + i_{d|0|}X''_d}{X''_d} - \frac{u_{q|0|} + i_{d|0|}X'_d}{X'_d} \\ &= u_{q|0|} (1/X''_d - 1/X'_d) = u_{|0|} (1/X''_d - 1/X'_d) \cos \delta_0 \\ \Delta i''_{qa0} &= i''_{qa0} - i'_{qa0} = -\frac{E''_{d|0|}}{X''_q} = -\frac{u_{d|0|} - i_{q|0|}X''_q}{X''_q} \\ &= -u_{d|0|} (1/X''_q - 1/X_q) = -u_{|0|} (1/X''_q - 1/X_q) \sin \delta_0 \end{aligned}$$

暂态分量的幅值为

$$\begin{aligned} \Delta i'_{da0} &= i'_{da0} - i_{d\infty} = \frac{E'_{q|0|}}{X'_d} - \frac{E_{q|0|}}{X_d} = \frac{u_{q|0|} + i_{d|0|}X'_d}{X'_d} - \frac{u_{q|0|} + i_{d|0|}X_d}{X_d} \\ &= u_{q|0|} (1/X'_d - 1/X_d) = u_{|0|} (1/X'_d - 1/X_d) \cos \delta_0 \\ \Delta i'_{qa0} &= i'_{qa0} - i_{q\infty} = 0 \end{aligned}$$

由式 (1-72) 可见, i_d 、 i_q 的交流分量分别为

$$\left. \begin{aligned} i_{d\omega} &= -\left(\frac{u_{q|0|}}{X''_d} \cos \omega t - \frac{u_{d|0|}}{X''_d} \sin \omega t \right) = -\frac{u_{|0|}}{X''_d} \cos(\omega t + \delta_0) \\ i_{q\omega} &= \left(\frac{u_{q|0|}}{X''_q} \sin \omega t + \frac{u_{d|0|}}{X''_q} \cos \omega t \right) = -\frac{u_{|0|}}{X''_q} \sin(\omega t + \delta_0) \end{aligned} \right\}$$

将等效定子电流各自由分量的幅值分别乘以相应的衰减系数, 再与稳态短路电流相加, 可得等效定子电流 i_d 、 i_q 的完整表达式为

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{E_{q|0|}}{X_d} + u_{|0|} \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) \cos \delta_0 e^{-\nu/T_d} + u_{|0|} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) \cos \delta_0 e^{-\nu/T_d} - \frac{u_{|0|}}{X''_d} \cos(\omega t + \delta_0) e^{-\nu/T_a} \\ i_q &= -u_{|0|} \left(\frac{1}{X''_q} - \frac{1}{X_q} \right) \sin \delta_0 e^{-\nu/T_q} + \frac{u_{|0|}}{X''_q} \sin(\omega t + \delta_0) e^{-\nu/T_a} \end{aligned} \right\}$$

经派克变换后定子 a 相电流为

$$\begin{aligned} i_a &= \frac{E_{q|0|}}{X_d} \cos(\omega t + \theta_0) + u_{|0|} \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) \cos \delta_0 \cos(\omega t + \theta_0) e^{-\nu/T_d} \\ &\quad + u_{|0|} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) \cos \delta_0 \cos(\omega t + \theta_0) e^{-\nu/T_d} + u_{|0|} \left(\frac{1}{X''_q} - \frac{1}{X_q} \right) \sin \delta_0 \sin(\omega t + \theta_0) e^{-\nu/T_q} \\ &\quad - \frac{u_{|0|}}{2X''_d X''_q} \cos(\delta_0 - \theta_0) e^{-\nu/T_a} - \frac{u_{|0|}}{2X''_d X''_q} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0) e^{-\nu/T_a} \end{aligned} \quad (1-74)$$

比较式 (1-65) 和式 (1-74) 可见, 无阻尼绕组同步发电机定子电流直流分量 i_a 较有阻尼绕组同步发电机的小, 这是因为 $X'_d > X''_d$, $X_q > X''_q$ 。而前者的二倍同步频率交流分量 $i_{2\omega}$ 却较后者大, 因为阻尼绕组 D、Q 的存在, 使转子 d、q 轴方向的不对称度减小了, 故使有阻尼绕组同步发电机的 $i_{2\omega}$ 幅值减小。对于隐极式同步发电机, 因 $X''_d \approx X''_q$, 定子中 $i_{2\omega}$ 分量可以忽略不计。

式 (1-74) 也可推广运用到短路点不在发电机端的情况, 这时对各电流分量幅值和时间

常数的修改均与无阻尼绕组同步发电机相同。

由式 (1-73) 可见, 短路瞬间 $t=0$ 时, 励磁电流中直流分量为

$$i''_{f\alpha\alpha} = \frac{(X_D - X_{ad})X_{ad}}{X_f X_D - X_{ad}^2} \frac{u_{q|0|}}{X_d''}$$

当阻尼绕组断开 (即无阻尼绕组), 在短路瞬间 $t=0$ 时, 由式 (1-71) 可见, 励磁电流直流自由分量为

$$i'_{f\alpha\alpha} = \frac{X_d - X_d'}{X_{ad}} \frac{u_{q|0|}}{X_d'}$$

进入稳态时, 励磁电流直流自由分量衰减为零。若暂态过程中自动调节励磁装置没有动作, 则这时的励磁电流将恢复到短路前的值 $i_{f|0|}$ 。至于励磁电流中同步频率交流分量的幅值, 也可由式 (1-73) 获得。

将励磁电流各自由分量的幅值分别乘以相应的衰减系数, 并将它们与 $i_{f|0|}$ 相加, 可得励磁电流的完整表达式

$$i_f = i_{f|0|} + \left[\frac{(X_D - X_{ad})X_{ad}}{X_f X_D - X_{ad}^2} \frac{u_{q|0|}}{X_d''} - \frac{X_d - X_d'}{X_{ad}} \frac{u_{q|0|}}{X_d'} \right] e^{-t/T_d'} + \frac{X_d - X_d'}{X_{ad}} \frac{u_{q|0|}}{X_d'} e^{-t/T_d} - \frac{(X_D - X_{ad})X_{ad}}{X_f X_D - X_{ad}^2} \frac{u_{|0|}}{X_d''} \cos(\omega t + \delta_0) e^{-t/T_a}$$

相似地, 可得直轴和交轴阻尼绕组电流的完整表达式

$$i_D = \frac{(X_f - X_{ad})X_{ad}}{X_f X_D - X_{ad}^2} \left[\frac{u_{q|0|}}{X_d''} e^{-t/T_d'} - \frac{u_{|0|}}{X_d''} \cos(\omega t + \delta_0) e^{-t/T_a} \right]$$

$$i_Q = -\frac{X_{aq}}{X_Q} \left(\frac{u_{d|0|}}{X_q''} e^{-t/T_q'} - \frac{u_{|0|}}{X_q''} \sin(\omega t + \delta_0) e^{-t/T_a} \right)$$

第七节 基本方程的拉普拉斯运算形式

一、有阻尼绕组同步发电机的运算方程

同步发电机的基本方程可以用数值方法求解, 也可以通过拉普拉斯变换将原函数的微分方程化为象函数的代数方程, 然后求解。假定转子转速恒定, 并等于额定转速。对派克方程施行拉普拉斯变换, 以 $U_d(p)$ 、 $U_q(p)$ 、 $U_f(p)$ 、 $\psi_d(p)$ 、 $\psi_q(p)$ 、 $\psi_f(p)$ 、 $\psi_D(p)$ 、 $\psi_Q(p)$ 、 $I_d(p)$ 、 $I_q(p)$ 、 $I_f(p)$ 、 $I_D(p)$ 和 $I_Q(p)$ 分别表示 u_d 、 u_q 、 u_f 、 ψ_d 、 ψ_q 、 ψ_f 、 ψ_D 、 ψ_Q 、 i_d 、 i_q 、 i_f 、 i_D 和 i_Q 的象函数。在标幺制中, 当 $\omega_* = 1$ 时, 电抗和电感数值相等, 习惯上常直接用电抗代替电感。零轴分量的计算同 d、q 轴分量无关, 可另作处理。这样便得拉普拉斯运算形式的各绕组电压方程和磁链方程如下:

$$\left. \begin{aligned} U_d(p) &= -[p\psi_d(p) - \psi_{d0}] - \psi_q(p) - RI_d(p) \\ U_q(p) &= -[p\psi_q(p) - \psi_{q0}] + \psi_d(p) - RI_q(p) \\ U_f(p) &= p\psi_f(p) - \psi_{f0} + R_f I_f(p) \\ 0 &= p\psi_D(p) - \psi_{D0} + R_D I_D(p) \\ 0 &= p\psi_Q(p) - \psi_{Q0} + R_Q I_Q(p) \end{aligned} \right\} \quad (1-75)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_d(p) &= X_d I_d(p) + X_{af} I_f(p) + X_{ad} I_D(p) \\ \psi_q(p) &= X_q I_q(p) + X_{aq} I_Q(p) \\ \psi_f(p) &= X_{fa} I_d(p) + X_f I_f(p) + X_{fD} I_D(p) \\ \psi_D(p) &= X_{Da} I_d(p) + X_{Df} I_f(p) + X_D I_D(p) \\ \psi_Q(p) &= X_{Qa} I_q(p) + X_Q I_Q(p) \end{aligned} \right\} \quad (1-76)$$

求解上述方程时，各绕组的电压作为已知量，磁链初值由初始条件给出。利用上述两组共十个方程即可求得各绕组电流和磁链的象函数表达式。在实际应用中，往往只要计算定子绕组的电流即可，为此，可将转子绕组的电流先行消去。利用式 (1-75) 和式 (1-76) 的第三、四式，可求得

$$\begin{aligned} I_f(p) &= \frac{-[p^2(X_{af}X_D - X_{ad}X_{fD}) + pX_{af}R_D]I_d(p)}{p^2(X_fX_D - X_{fD}^2) + p(X_fX_D + X_D R_f) + R_f R_D} \\ &\quad + \frac{(pX_D + R_D)[U_f(p) + \psi_{f0}] - pX_{fD}\psi_{D0}}{p^2(X_fX_D - X_{fD}^2) + p(X_fX_D + X_D R_f) + R_f R_D} \\ I_D(p) &= \frac{-[p^2(X_{ad}X_f - X_{af}X_{Df}) + pX_{ad}R_f]I_d(p)}{p^2(X_fX_D - X_{fD}^2) + p(X_fX_D + X_D R_f) + R_f R_D} \\ &\quad + \frac{(pX_f + R_f)\psi_{D0} - pX_{fD}[U_f(p) + \psi_{f0}]}{p^2(X_fX_D - X_{fD}^2) + p(X_fX_D + X_D R_f) + R_f R_D} \end{aligned}$$

将所得的 $I_f(p)$ 和 $I_D(p)$ 代入式 (1-76) 中的第一式，整理可得

$$\psi_d(p) = X_d(p)I_d(p) + G_f(p)[U_f(p) + \psi_{f0}] + G_D(p)\psi_{D0} \quad (1-77)$$

式中

$$\begin{aligned} X_d(p) &= X_d - \frac{p^2(X_{af}^2X_D + X_{ad}^2X_f - 2X_{af}X_{ad}X_{Df}) + p(X_{af}^2R_D + X_{ad}^2R_f)}{p^2(X_fX_D - X_{fD}^2) + p(X_fX_D + X_D R_f) + R_f R_D} \\ G_f(p) &= \frac{p(X_{af}X_D - X_{ad}X_{fD}) + X_{af}R_D}{p^2(X_fX_D - X_{fD}^2) + p(X_fX_D + X_D R_f) + R_f R_D} \\ G_D(p) &= \frac{p(X_{ad}X_f - X_{af}X_{Df}) + X_{ad}R_f}{p^2(X_fX_D - X_{fD}^2) + p(X_fX_D + X_D R_f) + R_f R_D} \end{aligned} \quad (1-78)$$

类似地，由方程组式 (1-75) 和式 (1-76) 的第五式，可求得

$$I_Q(p) = \frac{-pX_{aQ}I_q(p) + \psi_{Q0}}{pX_Q + R_Q}$$

将 $I_Q(p)$ 代入式 (1-76) 的第二式，得

$$\psi_q(p) = X_q(p)I_q(p) + G_Q(p)\psi_{Q0} \quad (1-79)$$

式中

$$\begin{aligned} X_q(p) &= X_q - \frac{pX_{aQ}^2}{pX_Q + R_Q} \\ G_Q(p) &= \frac{X_{aQ}}{pX_Q + R_Q} \end{aligned}$$

上述公式中的 $X_d(p)$ 和 $X_q(p)$ 分别称为同步发电机的直轴和交轴运算电抗； $G_f(p)$ 、 $G_D(p)$ 和 $G_Q(p)$ 称为运算常数。

将式 (1-77) 和式 (1-79) 代入式 (1-75) 中的第一、二两式，便可解出定子电流的 d

轴和 q 轴分量的象函数如下:

$$I_d(p) = \frac{1}{D(p)} \{ -[pX_q(p) + R][U_d(p) - \psi_{d0}] - [(p^2 + 1)X_q(p) + pR] \\ G_f(p)[U_f(p) + \psi_{f0}] - [(p^2 + 1)X_q(p) + pR] \\ G_D(p)\psi_{D0} + X_q(p)[U_q(p) - \psi_{q0}] - RG_Q(p)\psi_{Q0} \} \quad (1-80)$$

$$I_q(p) = \frac{1}{D(p)} \{ -[pX_d(p) + R][U_q(p) - \psi_{q0}] + RG_f(p)[U_f(p) + \psi_{f0}] \\ - [(p^2 + 1)X_d(p) + pR]G_Q(p)\psi_{Q0} - X_d(p)[U_d(p) - \psi_{d0}] - RG_D(p)\psi_{D0} \} \quad (1-81)$$

式中

$$D(p) = (p^2 + 1)X_d(p)X_q(p) + pR[X_d(p) + X_q(p)] + R^2$$

根据已知的电压象函数 $U_d(p)$ 、 $U_q(p)$ 、 $U_f(p)$ 和初始条件, 通过拉普拉斯反变换, 即可求得定子电流的 d、q 轴分量的时间函数。但是这种解法的计算工作相当繁琐, 不便于实际应用。

如果忽略定子电阻 R , 电流象函数的表达式便简化为

$$I_d(p) = \frac{-p[U_d(p) - \psi_{d0}]}{(p^2 + 1)X_d(p)} + \frac{U_q(p) - \psi_{q0}}{(p^2 + 1)X_d(p)} - \frac{G_f(p)[U_f(p) + \psi_{f0}]}{X_d(p)} - \frac{G_D(p)\psi_{D0}}{X_d(p)} \quad (1-82)$$

$$I_q(p) = \frac{-p[U_q(p) - \psi_{q0}]}{(p^2 + 1)X_q(p)} - \frac{U_d(p) - \psi_{d0}}{(p^2 + 1)X_q(p)} - \frac{G_Q(p)\psi_{Q0}}{X_q(p)} \quad (1-83)$$

从式(1-80)~式(1-83)可看出, 定子电流由若干项叠加而成, 根据参数恒定的假设, 其中的每一项都可单独计算。在实际应用中, 还常对非零初始条件作化零处理。初始条件化零处理示意图如图 1-31 所示。设有源网络由于运行状态的突变, 某一外加电压由原始状态下的 $u_0(t)$ 变为 $u(t) = u_0(t) + \Delta u(t)$ (见图 1-31a)。突变后网络中的电流 (或电压) 可由未发生突变时的原有分量 (见图 1-31b) 和外加电压增量 $\Delta u(t)$ 单独

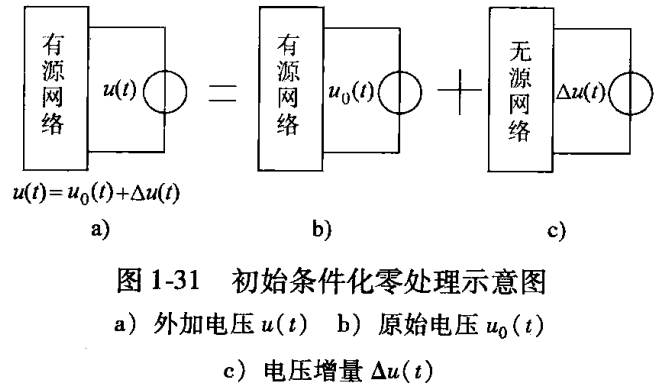


图 1-31 初始条件化零处理示意图

a) 外加电压 $u(t)$ b) 原始电压 $u_0(t)$

c) 电压增量 $\Delta u(t)$

作用所致的突变增量 (见图 1-31c) 叠加求得。计算突变增量时, 网络是无源的, 其初始状态是零状态。必须指出, 突变前的状态并不限定是稳态。

若用 $\Delta U_d(p)$ 、 $\Delta U_q(p)$ 和 $\Delta U_f(p)$ 分别表示定子 d 轴电压、q 轴电压和励磁电压增量的象函数, 则定子 d 轴和 q 轴电流的突变增量的象函数将为

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_d(p) &= \frac{-p\Delta U_d(p)}{(p^2 + 1)X_d(p)} + \frac{\Delta U_q(p)}{(p^2 + 1)X_d(p)} - \frac{G_f(p)\Delta U_f(p)}{X_d(p)} \\ \Delta I_q(p) &= \frac{-p\Delta U_q(p)}{(p^2 + 1)X_q(p)} - \frac{\Delta U_d(p)}{(p^2 + 1)X_q(p)} \end{aligned} \right\} \quad (1-84)$$

二、运算电抗的等效电路

运算电抗 $X_d(p)$ 和 $X_q(p)$ 都有相应的等效电路。为了简化, 通常假定在 d 轴方向的三个

绕组只有一个公共磁通，而不存在只同两个绕组交链的漏磁通，即认为 $X_{af} = X_{ad} = X_{fd} = X_{ad}$ 。在 q 轴方向，将 X_{aq} 改记为 X_{aq} 。 X_{ad} 和 X_{aq} 分别是 d 轴和 q 轴的电枢反应电抗。再以 $X_{\sigma a}$ 、 $X_{\sigma f}$ 、 $X_{\sigma D}$ 和 $X_{\sigma Q}$ 分别表示定子绕组的漏抗、励磁绕组的漏抗、纵轴阻尼绕组的漏抗和横轴阻尼绕组的漏抗。这样，定、转子各绕组的电抗可写成

$$\left. \begin{aligned} X_d &= X_{\sigma a} + X_{ad} \\ X_f &= X_{\sigma f} + X_{ad} \\ X_D &= X_{\sigma D} + X_{ad} \\ X_q &= X_{\sigma a} + X_{aq} \\ X_Q &= X_{\sigma Q} + X_{aq} \end{aligned} \right\} \quad (1-85)$$

根据式 (1-85)，直轴运算电抗 $X_d(p)$ 可简化为

$$X_d(p) = X_{\sigma a} + \frac{1}{\frac{1}{X_{ad}} + \frac{1}{X_{\sigma f} + R_f/p} + \frac{1}{X_{\sigma D} + R_D/p}}$$

交轴运算电抗 $X_q(p)$ 可改写成

$$X_q(p) = X_{\sigma a} + \frac{1}{\frac{1}{X_{aq}} + \frac{1}{X_{\sigma Q} + R_Q/p}}$$

与以上两式对应的等效电路如图 1-32

所示。

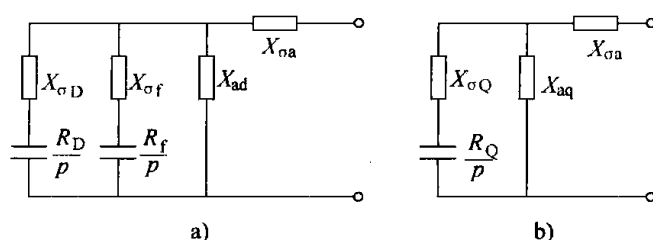


图 1-32 运算电抗的等效电路

a) 直轴方向 b) 交轴方向

三、无阻尼绕组同步发电机的运算方程

对于没有阻尼绕组或不考虑阻尼绕组影响的同步发电机，象函数方程组式 (1-75) 和式 (1-76) 中的第四、五式可以略去。前面导出的定子磁链和电流的象函数表达式 (1-77)、式 (1-79) ~ 式 (1-81) 仍然适用，只是其中的运算电抗和运算常数应简化为

$$\left. \begin{aligned} X_d(p) &= X_d - \frac{pX_{ad}^2}{pX_f + R_f} \\ X_q(p) &= X_q \\ G_f(p) &= \frac{X_{ad}}{pX_f + R_f} \\ G_D(p) &= G_Q(p) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-86)$$

四、应用同步发电机基本方程（拉普拉斯运算形式）分析突然三相短路电流

为使读者掌握使用基本方程分析突然三相短路的方法，本节应用基本方程拉普拉斯运算形式分析同步发电机突然三相短路后的电流。虽然方程本身是严格的，但由于方程较繁，求解过程仍是近似的。

图 1-33 所示为单台同步发电机带负荷的简单系统在发电机端突然发生三相短路时的示意图。图 1-33a 表示短路故障，将短路点等效为两个相同电压源反向相加，电压源的数值为短路前的短路点电压值 $\dot{U}_{l0}$ 。应用叠加原理将图 1-33a 的短路情形分解为图 1-33b 和图 1-33c 两种情况的叠加。图 1-33b 为系统短路前的运行情况；图 1-33c 表示短路引起的故障分量，

它相当于发电机在无励磁电源情况（即零初始状态）下在短路点突然加上一电压源 $-\dot{U}_{|0|}$ 。

以下分析发电机定子回路的短路电流，而不再讨论负荷回路（短路点右侧）的电流，后者在短路后逐渐衰减至零。短路电流为正常电流 $i_{a|0|}$ 、 $i_{b|0|}$ 、 $i_{c|0|}$ 和故障分量 Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c 的叠加，前者是已知的，故仅需分析故障分量。

故障分量等于发电机在零初始状态下突然在短路点加上一电压源时的电流，故可应用基本方程在已知 u_d 、 u_q 下求电流 Δi_d 、 Δi_q 。显然，电压源的 d、q 分量为

$$\left. \begin{aligned} u_d &= -u_{d|0|} \\ u_q &= -u_{q|0|} \end{aligned} \right\}$$

$u_{d|0|}$ 和 $u_{q|0|}$ 由短路前的短路点电压 $u_{a|0|}$ 、 $u_{b|0|}$ 、 $u_{c|0|}$ 经派克变换得到，它们就是短路前相量图中电压相量 $\dot{U}_{|0|}$ 在 d 轴和 q 轴上的分量，均为常数。故电压源的象函数分别为 $-U_{d|0|}/p$ 和 $-U_{q|0|}/p$ 。

分析故障分量的拉普拉斯运算方程由式 (1-75) 和式 (1-76) 前两式改写而得

$$\left. \begin{aligned} -U_{d|0|}/p &= -r\Delta I_d(p) + p\Delta\psi_d(p) - \Delta\psi_q(p) \\ -U_{q|0|}/p &= -r\Delta I_q(p) + p\Delta\psi_q(p) + \Delta\psi_d(p) \\ \Delta\psi_d(p) &= -X_d(p)\Delta I_d(p) \\ \Delta\psi_q(p) &= -X_q(p)\Delta I_q(p) \end{aligned} \right\}$$

消去磁链 $\Delta\psi_d(p)$ 和 $\Delta\psi_q(p)$ ，得电流故障分量象函数为

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_d(p) &= \frac{[R + pX_q(p)]U_{d|0|} + X_q(p)U_{q|0|}}{[pX_d(p) + R][pX_q(p) + R] + X_d(p)X_q(p)} \frac{1}{p} \\ \Delta I_q(p) &= \frac{-X_d(p)U_{d|0|} + [R + pX_d(p)]U_{q|0|}}{[pX_d(p) + R][pX_q(p) + R] + X_d(p)X_q(p)} \frac{1}{p} \end{aligned} \right\} \quad (1-87)$$

为简明起见，先分析不计阻尼绕组的情形。

(一) 不计阻尼绕组时的短路电流

不计阻尼绕组时 $\Delta I_d(p)$ 和 $\Delta I_q(p)$ 的表达式与式 (1-87) 相似，只是其中的 $X_d(p)$ 和 $X_q(p)$ 为式 (1-86)。为求得故障分量电流的原函数 $\Delta i_d(t)$ 和 $\Delta i_q(t)$ ，首先要求得式 (1-87) 分母为零时的根，然后应用展开定理。由于分母为 p 的三阶多项式（不计因子 p ），因此不易得到 p 的解析解，以下将逐步由简到繁地、近似地分析 $\Delta i_d(t)$ 和 $\Delta i_q(t)$ ，并由此得到短路全电流。

1. 忽略所有绕组的电阻以分析 $\Delta i_d(t)$ 、 $\Delta i_q(t)$ 的初始值

由于各回路在扰动瞬间的反应和超导体回路一样，即保持各自磁链不变，所以首先忽略各绕组电阻进行分析，可得各电流分量的初始值。

令 $R=0$ ， $R_f=0$ ，则式 (1-87) 转化为

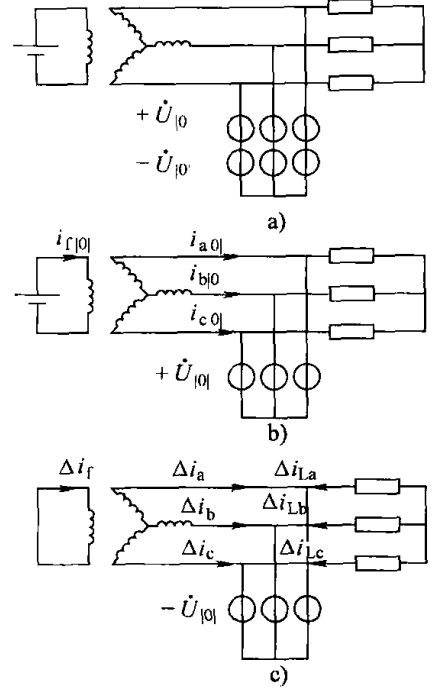


图 1-33 发电机端突然发生三相短路时的示意图

a) 短路等效图 b) 正常运行情况
c) 故障分量

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_d(p) &= \frac{pU_{d|0|} + U_{q|0|}}{(p^2 + 1)X'_d} \frac{1}{p} \\ \Delta I_q(p) &= \frac{-U_{d|0|} + pU_{q|0|}}{(p^2 + 1)X_q} \frac{1}{p} \end{aligned} \right\} \quad (1-88)$$

可以方便地求得其对应的原函数为

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= \frac{u_{q|0|}}{X'_d} - \frac{u_{q|0|}}{X'_d} \cos \omega t + \frac{u_{d|0|}}{X'_d} \sin \omega t \\ \Delta i_q &= \frac{u_{q|0|}}{X_q} \sin \omega t - \frac{u_{q|0|}}{X_q} + \frac{u_{d|0|}}{X_q} \cos \omega t \end{aligned} \right\} \quad (1-89)$$

Δi_d 、 Δi_q 中含有直流和基频交流分量，将它们转换为 Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c ，则 Δi_a 的表达式为

$$\begin{aligned} \Delta i_a &= \frac{u_{q|0|}}{X'_d} \cos(\omega t + \theta_0) + \frac{u_{d|0|}}{X_q} \sin(\omega t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{u_{q|0|}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) \cos \theta_0 - \frac{u_{d|0|}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) \sin \theta_0 \\ &\quad - \frac{u_{q|0|}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) \cos(2\omega t + \theta_0) + \frac{u_{d|0|}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) \sin(2\omega t + \theta_0) \end{aligned} \quad (1-90)$$

由于 $u_{q|0|} = U_{|0|} \cos \delta_0$ ， $u_{d|0|} = U_{|0|} \sin \delta_0$ ， δ_0 为短路前发电机空载电动势和故障点电压相量间的夹角，因此式 (1-90) 可简写为

$$\begin{aligned} \Delta i_a &= \frac{U_{|0|}}{X'_d} \cos \delta_0 \cos(\omega t + \theta_0) + \frac{U_{|0|}}{X_q} \sin \delta_0 \sin(\omega t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{U_{|0|}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) \cos(\delta_0 - \theta_0) - \frac{U_{|0|}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0) \end{aligned}$$

Δi_b 、 Δi_c 的表达式仅需将上式的 θ_0 换为 $\theta_0 - 120^\circ$ 、 $\theta_0 + 120^\circ$ 即得。

励磁绕组故障分量电流，由式 (1-75) 和式 (1-76) 的第三、四式得

$$\Delta i_f = \frac{X_{ad}}{X_f} \Delta i_d = \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \left[\frac{u_{q|0|}}{X'_d} - \frac{u_{q|0|}}{X'_d} \cos \omega t + \frac{u_{d|0|}}{X'_d} \sin \omega t \right] \quad (1-91)$$

Δi_f 中的分量与 Δi_d 完全对应。

以上结果可归纳如下：

1) Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c 中的基频交流分量由 Δi_d 、 Δi_q 的直流分量转换而来，即与 Δi_f 中的直流分量对应，它的初始值在 d 轴方向决定于暂态电抗 X'_d ，在 q 轴方向则决定于 X_q 。

2) Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c 中的直流和二倍频交流分量由 Δi_d 、 Δi_q 中的基频交流分量转换而得，即与 Δi_f 中的基频交流分量相对应。若 d、q 轴暂态磁阻相等，即 $X'_d = X_q$ ，则二倍频交流分量为零。

2. Δi_d 、 Δi_q 的稳态直流

暂态过程达到稳态时 Δi_d 、 Δi_q 中只有直流分量，即 Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c 中只有稳态交流电流。若忽略定子电阻，则

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_d(p) &= \frac{pU_{d|0|} + U_{q|0|}}{(p^2 + 1)X_d(p)} \frac{1}{p} \\ \Delta I_q(p) &= \frac{-U_{d|0|} + pU_{q|0|}}{(p^2 + 1)X_q} \frac{1}{p} \end{aligned} \right\} \quad (1-92)$$

Δi_d 、 Δi_q 中的稳态直流是式 (1-92) 分母的零根所对应的原函数。

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_{d\infty} &= u_{q101}/X_d \\ \Delta i_{q\infty} &= -u_{d101}/X_q \end{aligned} \right\} \quad (1-93)$$

即稳态时电流的 d 轴分量取决于同步电抗 X_d 。

对比式 (1-89) 和式 (1-93) 可知, 计及电阻后, Δi_d 中直流分量将由 u_{q101}/X'_d 衰减至 u_{q101}/X_d , Δi_d 、 Δi_q 中的基频交流分量均将衰减至零。

3. 计及电阻后 Δi_d 、 Δi_q 各分量的衰减

上述所有分量的衰减过程应通过式 (1-87) 反变换求得。然而理论分析和实际现象表明, Δi_d 的直流分量、 Δi_f 的直流分量和对应的 Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c 中基频交流分量的衰减主要决定于励磁绕组的电阻; Δi_d 、 Δi_q 的基频交流分量、 Δi_f 的基频交流分量以及相应的 Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c 中的直流和二倍频交流分量的衰减主要决定于定子绕组的电阻。即自由直流分量在哪个绕组内流过, 则衰减就主要受该绕组电阻的影响。下面用此近似原则分析各分量的衰减时间常数。

(1) Δi_d 直流分量的衰减时间常数

忽略定子电阻时的 $\Delta I_d(p)$ 表达式见式 (1-92) 的第一式, Δi_d 直流分量的衰减时间常数显然由 $X_d(p) = 0$ 的实根决定。由于

$$\begin{aligned} X_d(p) &= X_d - \frac{pX_{ad}^2}{R_f + pX_f} = \frac{X_d \left[R_f + p \left(X_f - \frac{X_{ad}^2}{X_d} \right) \right]}{R_f + pX_f} \\ &= \frac{X_d \left[R_f + p \left(X_f \frac{X'_d}{X_d} \right) \right]}{R_f + pX_f} = \frac{X_d(1 + pT'_d)}{(1 + pT_f)} \end{aligned} \quad (1-94)$$

将式 (1-94) 代入式 (1-92) 第一式, 得

$$\Delta I_d(p) = \frac{(pU_{d101} + U_{q101})(1 + pT_f)}{(p^2 + 1)(1 + pT'_d)X_d} \frac{1}{p}$$

显然, 分母中 $p = -1/T'_d$ 的根对应 Δi_d 直流分量的衰减系数, 即 T'_d 是 Δi_d 直流分量衰减时间常数, 也就是 Δi_a 、 Δi_b 、 Δi_c 基频交流分量的衰减时间常数。

(2) Δi_d 、 Δi_q 中基频交流分量的衰减时间常数

忽略励磁绕组电阻, $\Delta I_d(p)$ 和 $\Delta I_q(p)$ 的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_d(p) &= \frac{(R + pX_q)u_{d101} + X_q u_{q101}}{(pX'_d + R)(pX_q + R) + X'_d X_q} \frac{1}{p} \\ \Delta I_q(p) &= \frac{-X'_d u_{d101} + (pX'_d + R)u_{q101}}{(pX'_d + R)(pX_q + R) + X'_d X_q} \frac{1}{p} \end{aligned} \right\} \quad (1-95)$$

Δi_d 、 Δi_q 中的交流分量显然对应于式 (1-95) 中分母的共轭复根, 即

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) \pm j \sqrt{1 - \frac{R^2}{4} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right)^2}$$

根的虚部为交流分量的频率, 略小于工频; 实部绝对值的倒数为衰减时间常数, 即

$$T_a = \frac{2X'_d X_q}{R(X'_d + X_q)} \quad (1-96)$$

将此交流分量转换到定子三相坐标系统, 则对应一个很低频率的电流 (不是绝对的直流) 和一个接近二倍频的交流电流。实际上仍可近似认为是直流和二倍频交流分量, 它们的衰减时间常数为 T_a 。 T_a 的表达式 (1-96) 是不难理解的, 定子直流分量的衰减主要取决于定子电阻 R 和其等效电感。由于直流磁场在空间不动, 转子相对它旋转, 当 d 轴与某相绕组轴线一致时, 定子等效电抗为 X'_d ; 当 q 轴与某相绕组轴线一致时, 定子等效电抗为 X_q , 因此确定 T_a 的电抗应为 X'_d 和 X_q 的某一平均值 $\frac{2X'_dX_q}{X'_d+X_q}$ 。

(3) 计及各分量衰减的 Δi_d 、 Δi_q

引入上列时间常数后 Δi_d 、 Δi_q 为

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= \left(\frac{u_{q101}}{X'_d} - \frac{u_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{u_{q101}}{X_d} - \left(\frac{u_{q101}}{X'_d} \cos \omega t - \frac{u_{d101}}{X'_d} \sin \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \\ \Delta i_q &= -\frac{u_{d101}}{X_q} + \left(\frac{u_{q101}}{X_q} \sin \omega t + \frac{u_{d101}}{X_q} \cos \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \end{aligned} \right\}$$

4. 定子三相短路电流

应用叠加原理求 i_d 、 i_q

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \Delta i_d + i_{d101} = \left(\frac{u_{q101}}{X'_d} - \frac{u_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{E_{q101}}{X_d} - \left(\frac{u_{q101}}{X'_d} \cos \omega t - \frac{u_{d101}}{X'_d} \sin \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \\ i_q &= \Delta i_q + i_{q101} = \left(\frac{u_{q101}}{X_q} \sin \omega t + \frac{u_{d101}}{X_q} \cos \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \end{aligned} \right\}$$

上式中应用了 $E_{q101} = u_{q101} + i_{d101} X_d$ 和 $u_{d101} = -i_{q101} X_q$ 。

将 i_d 、 i_q 转换为定子三相短路电流 i_a 、 i_b 、 i_c 。其中 a 相电流为

$$\begin{aligned} i_a &= \left[\left(\frac{U_{101}}{X'_d} - \frac{U_{101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} \cos \delta_0 + \frac{E_{q101}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\delta_0 - \theta_0) - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0) \end{aligned}$$

令 $E'_{q101} = u_{q101} + i_{d101} X'_d$, 代入上式后可改写为

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \left[\left(\frac{E'_{q101}}{X'_d} - \frac{E_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{E_{q101}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0) - \\ &\quad \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\delta_0 - \theta_0) - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0) \\ i_b &= \left[\left(\frac{E'_{q101}}{X'_d} - \frac{E_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{E_{q101}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0 - 120^\circ) - \\ &\quad \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\delta_0 - \theta_0 + 120^\circ) - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0 - 120^\circ) \\ i_c &= \left[\left(\frac{E'_{q101}}{X'_d} - \frac{E_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{E_{q101}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0 + 120^\circ) - \\ &\quad \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\delta_0 - \theta_0 - 120^\circ) - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0 + 120^\circ) \end{aligned} \right\}$$

(1-97)

由式 (1-97) 可知, 短路电流基频交流分量的初始值为 E'_{q101}/X'_d , 稳态值为 E_{q101}/X_d , 当 $X'_d = X_q$ 时没有二倍频交流分量, 这些结果与前述结论均相同。

当 $t=0$ 时, 短路瞬时电流由式 (1-97) 可得

$$i_{a0} = i_{d101} \cos \theta_0 - i_{q101} \sin \theta_0 = i_{a101}$$

i_{b0} 、 i_{c0} 类似, 即短路瞬间电流不突变。

如果短路前空载, 则 $\delta_0 = 0$, $U_{101} = u_{q101} = E_{q101}$, $E'_{q101} = u_{q101} + i_{d101} X'_d = E_{q101}$, 式 (1-97) 变为

$$i_a = \left[\left(\frac{E_{q101}}{X'_d} - \frac{E_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \frac{E_{q101}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0) - \frac{E_{q101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T'_a}} \cos \theta_0 - \frac{E_{q101}}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T'_a}} \cos(2\omega t + \theta_0)$$

此时相应的励磁回路电流可由式 (1-91) 改写为

$$\begin{aligned} i_f &= i_{f101} + \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \left(\frac{E_{q101}}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_d}} - \frac{E_{q101}}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_a}} \cos \omega t \right) \\ &= \frac{E_{q101}}{X_{ad}} + \frac{X_d - X'_d}{X_{ad}} \frac{E_{q101}}{X'_d} (e^{-\frac{t}{T'_d}} - e^{-\frac{t}{T'_a}} \cos \omega t) \end{aligned}$$

图 1-34 所示为以上两式各电流分量波形, 其中 $\theta_0 = 180^\circ$ 。图中 i_ω 和 Δi_{fa} 按 T'_d 衰减, i_a 、 $i_{2\omega}$ 和 Δi_{fw} 按 T'_a 衰减, T'_d 显然比 T'_a 大。

例 1-4 已知一同步发电机不计阻尼绕组时的参数为 $X_d = 1.0$, $X_q = 0.6$, $X'_d = 0.3$, $R = 0.005$, $T_f = 5s$ 。试给出下列情况的短路电流表达式:

(1) 定子三相端口短路, 短路前空载, 机端电压为额定电压 (标么值 = 1);

(2) 距定子端口 $X = 0.9$ 、 $R = 0.085$ 处三相短路, 短路前运行方式同 (1);

(3) 定子三相端口短路, 短路前为额定负载, 功率因数为 0.85。

解 (以下式中 t 为有名值, 以 s 为单位)

(1) 已知 $E_{q101} = 1$, 则

$$T'_d = T_f X'_d / X_d = 5 \times 0.3 s = 1.5 s$$

$$T'_a = \frac{2X'_d X_q}{2\pi f R (X'_d + X_q)} = \frac{2 \times 0.3 \times 0.6}{100\pi \times 0.005 \times (0.3 + 0.6)} s = 0.254 s$$

$$\begin{aligned} i_a &= \left[\left(\frac{1}{0.3} - 1 \right) e^{-\frac{t}{1.5}} + 1 \right] \cos(100\pi t + \theta_0) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.6} \right) e^{-\frac{t}{0.254}} \cos \theta_0 \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{0.6} \right) e^{-\frac{t}{0.254}} \cos(200\pi t + \theta_0) \\ &= [2.33 e^{-\frac{t}{1.5}} + 1] \cos(100\pi t + \theta_0) - 2.5 e^{-\frac{t}{0.254}} \cos \theta_0 - 0.83 e^{-\frac{t}{0.254}} \cos(200\pi t + \theta_0) \end{aligned}$$

(2) 已知 $E_{q101} = 1$, 则

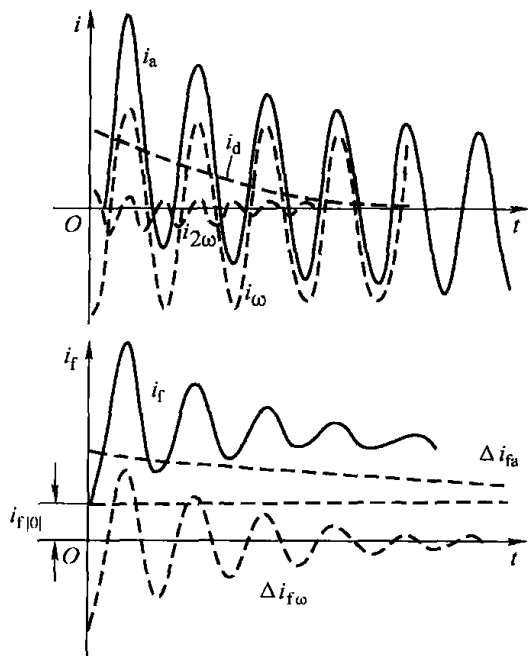


图 1-34 各电流分量波形

$$T'_d = 5 \times \frac{0.3 + 0.9}{1 + 0.9} \text{s} = 3.16 \text{s}$$

$$T_a = \frac{2 \times (0.3 + 0.9) \times (0.6 + 0.9)}{100\pi \times (0.005 + 0.085) \times (0.3 + 0.9 + 0.6 + 0.9)} \text{s} = 0.047 \text{s}$$

T'_d 较端口短路时增大, 而 T_a 减小, 即短路电流中基频交流分量衰减变慢, 而直流分量等衰减变快。

$$\begin{aligned} i_a &= \left[\left(\frac{1}{0.3 + 0.9} - \frac{1}{1 + 0.9} \right) e^{-\frac{t}{3.16}} + \frac{1}{1 + 0.9} \right] \cos(100\pi t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.3 + 0.9} + \frac{1}{0.6 + 0.9} \right) e^{-\frac{t}{0.047}} \cos\theta_0 \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.3 + 0.9} - \frac{1}{0.6 + 0.9} \right) e^{-\frac{t}{0.047}} \cos(200\pi t + \theta_0) \\ &= (0.307e^{-\frac{t}{3.16}} + 0.526) \cos(100\pi t + \theta_0) - 0.75e^{-\frac{t}{0.047}} \cos\theta_0 \\ &\quad - 0.0833e^{-\frac{t}{0.047}} \cos(200\pi t + \theta_0) \end{aligned}$$

(3) 计算短路前运行方式, 有

$$\dot{E}_Q = \dot{U}_0 + j \dot{I}_{101} X_q = 1 + j \angle -32^\circ \times 0.6 = 1.4 \angle 21^\circ$$

$$u_{d101} = U_{101} \sin\delta_0 = 1 \times \sin 21^\circ = 0.36$$

$$u_{q101} = U_{101} \cos\delta_0 = 1 \times \cos 21^\circ = 0.93$$

$$i_{d101} = I_{101} \sin(\delta_0 + \varphi) = 1 \times \sin 53^\circ = 0.8$$

$$i_{q101} = I_{101} \cos(\delta_0 + \varphi) = 1 \times \cos 53^\circ = 0.6$$

$$E_{q101} = u_{q101} + i_{d101} X_d = 0.93 + 0.8 = 1.73$$

$$E'_{q101} = u_{q101} + i_{d101} X'_d = 0.93 + 0.8 \times 0.3 = 1.17$$

$$\begin{aligned} i_a &= \left[\left(\frac{1.17}{0.3} - 1.73 \right) e^{-\frac{t}{1.5}} + 1.73 \right] \cos(100\pi t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.6} \right) e^{-\frac{t}{0.254}} \cos(21^\circ - \theta_0) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{0.6} \right) e^{-\frac{t}{0.254}} \cos(200\pi t + 21^\circ + \theta_0) \\ &= (2.17e^{-\frac{t}{1.5}} + 1.73) \cos(100\pi t + \theta_0) \\ &\quad - 2.5e^{-\frac{t}{0.254}} \cos(21^\circ - \theta_0) - 0.83e^{-\frac{t}{0.254}} \cos(200\pi t + 21^\circ + \theta_0) \end{aligned}$$

5. 交轴暂态电动势 (以下简称暂态电动势)

下面对暂态电动势 $\dot{E}'_{q101} = \dot{U}_{q101} + j \dot{I}_{d101} X'_d$ 作进一步分析说明。

暂态电动势与励磁绕组磁链有如下关系:

$$\begin{aligned} E'_{q101} &= u_{q101} + i_{d101} X'_d = \psi_{d101} + i_{d101} X'_d = (-X_d i_{d101} + X_{ad} i_{f101}) + i_{d101} \left(X_d - \frac{X_{ad}^2}{X_f} \right) \\ &= \frac{X_{ad}}{X_f} (X_f i_{f101} - X_{ad} i_{d101}) = \frac{X_{ad}}{X_f} \psi_{f101} \end{aligned}$$

即暂态电动势正比于励磁绕组磁链。

空载电动势、同步电抗和暂态电动势、暂态电抗都可用来描述定子交轴电压基频分量平衡关系。先观察空载电动势和同步电抗, 由于

$$\psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f = -X_d i_d + E_q \quad (1-98)$$

即

$$u_q = -X_d i_d + E_q \quad (1-99)$$

说明空载电动势减去同步电抗压降后得交轴电压。

暂态电动势和暂态电抗的对应关系同样可由式 (1-98) 推得, 只是将式中的 i_f 换以 ψ_f , 即由

$$\psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f$$

$$\psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f$$

中消去 i_f , 得

$$\psi_d = -X_d i_d + \frac{X_{ad}^2}{X_f} i_d + \frac{X_{ad}}{X_f} \psi_f = -X'_d i_d + E'_q$$

即

$$u_q = -X'_d i_d + E'_q \quad (1-100)$$

式 (1-100) 与式 (1-38) 完全对应。

正常运行时, 由已知的 $u_{q|0|}$ 和 $i_{d|0|}$ 可分别应用式 (1-99) 和式 (1-100) 计算得 $E_{q|0|}$ 和 $E'_{q|0|}$ 。当定子受到扰动时, 例如发生短路, 在短路后瞬间励磁绕组直流电流有突变, 但励磁绕组磁链不变, 故此时的空载电动势有突变, 而暂态电动势不变, 即

$$\left. \begin{aligned} E_{q0} &= X_{ad} i_{f0} \neq E_{q|0|} = X_{ad} i_{f|0|} \\ E'_{q0} &= \frac{X_{ad}}{X_f} \psi_{f0} = E'_{q|0|} = \frac{X_{ad}}{X_f} \psi_{f|0|} \end{aligned} \right\}$$

所以尽管短路后瞬间的电流 i_{d0} (即 I') 仍可用式 (1-99) 和式 (1-100) 表达 (式中 $u_q = 0$), 即

$$I' = i_{d0} = E_{q0}/X_d = E'_{q0}/X'_d = E'_{q|0|}/X'_d$$

但由于 E_{q0} 未知, 只有暂态电动势和暂态电抗可用来计算短路后瞬间的电流 I' 。

顺便指出, 当短路到达稳态时, 励磁电流恢复到正常值 $i_{f|0|}$, 而励磁绕组磁链由于电枢反应的变化不可能保持 $\psi_{f|0|}$, 即

$$\left. \begin{aligned} E_{q\infty} &= X_{ad} i_{f|0|} = E_{q|0|} \\ E'_{q\infty} &= \frac{X_{ad}}{X_f} \psi_{f\infty} \neq E'_{q|0|} \end{aligned} \right\}$$

故稳态短路电流只能用空载电动势和同步电抗计算, 即

$$I_{\infty} = i_{d\infty} = E_{q|0|}/X_d$$

图 1-35 所示为短路后 E_q 和 E'_q 的变化曲线, 它们的时间常数与 Δi_d 和 Δi_f 的相同, 均为 T'_d 。

(二) 计及阻尼绕组时的短路电流

分析方法同前。

1. Δi_d 、 Δi_q 各分量的初始值

$\Delta I_d(p)$ 和 $\Delta I_q(p)$ 的表达式与式 (1-88) 相似只是其中 X'_d 、 X_q 应换为 X''_d 和 X''_q 。 Δi_d 、 Δi_q 各分量初始值表达式为

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= \frac{u_{q|0|}}{X''_d} - \frac{u_{q|0|}}{X''_d} \cos \omega t + \frac{u_{d|0|}}{X''_d} \sin \omega t \\ \Delta i_q &= \frac{u_{q|0|}}{X''_q} \sin \omega t - \frac{u_{q|0|}}{X''_q} + \frac{u_{d|0|}}{X''_q} \cos \omega t \end{aligned} \right\}$$

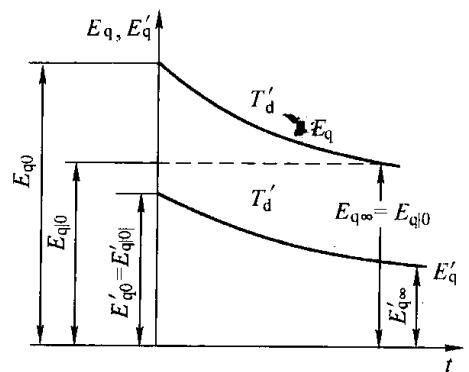


图 1-35 短路后 E_q 和 E'_q 的变化曲线

2. Δi_d 、 Δi_q 的稳态直流

与不计阻尼绕组时相同，即

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_{d\infty} &= u_{q101}/X_d \\ \Delta i_{q\infty} &= -u_{d101}/X_q \end{aligned} \right\}$$

3. 计及电阻后 Δi_d 、 Δi_q 各分量的衰减

(1) Δi_d 直流分量的衰减

1) 衰减时间常数。同前， $X_d(p)=0$ 的实根决定 Δi_d 直流分量的时间常数。

将式 (1-78) 的 $X_d(p)$ 通分后，分子、分母同除以 $R_f R_D$ ， $X_d(p)$ 可表达为

$$X_d(p) = \frac{\sigma'_d T'_f T'_D p^2 + (T'_f + T'_D)p + 1}{\sigma_d T_f T_D p^2 + (T_f + T_D)p + 1} X_d \quad (1-101)$$

式中 T_f ——励磁绕组本身的时间常数， $T_f = X_f/R_f$ ；

T_D ——d 轴阻尼绕组本身的时间常数， $T_D = X_D/R_D$ ；

σ_d ——励磁绕组和 d 轴阻尼绕组之间的漏磁系数， $\sigma_d = 1 - \frac{X_{ad}^2}{X_f X_D}$ ；

T'_f ——定子绕组短接（且 $R=0$ ）和阻尼绕组开路时励磁绕组的时间常数， $T'_f =$

$\frac{1}{R_f} \left(X_{f\sigma} + \frac{X_{ad} X_{\sigma}}{X_{ad} + X_{\sigma}} \right) = \frac{1}{R_f} (X_{f\sigma} + X'_{ad}) = \frac{X'_f}{R_f}$ ，其中 X'_f 为定子绕组短接、阻尼绕组开路时励磁绕组的等效电抗；

T'_D ——定子绕组短接（且 $R=0$ ）和励磁绕组开路时 d 轴阻尼绕组的时间常数， $T'_D =$

$\frac{1}{R_D} \left(X_{D\sigma} + \frac{X_{ad} X_{\sigma}}{X_{ad} + X_{\sigma}} \right) = \frac{1}{R_D} (X_{D\sigma} + X'_{ad}) = \frac{X'_D}{R_D}$ ；

σ'_d ——定子绕组短接（且 $R=0$ ）时，励磁绕组和 d 轴阻尼绕组之间的漏磁系数，

$$\sigma'_d = 1 - \frac{X_{ad}^2}{X'_f X'_D}。$$

式 (1-101) 中， $X_d(p)$ 的分子就是图 1-36 所示等效电路的特征方程多项式。上述 $X_d(p)$ 分子的各项参数也可由图 1-36 求得。这个电路类似一双绕组变压器的等效电路，它反映了定子绕组短接时励磁和 d 轴阻尼绕组的耦合，短路的定子绕组改变了互感抗 ($X_{ad} \rightarrow X'_{ad}$)。图中

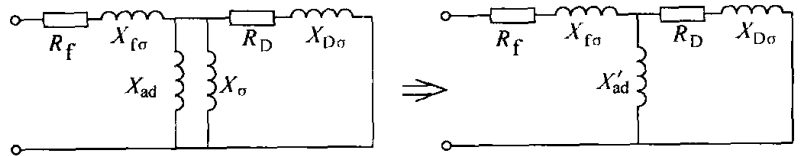


图 1-36 决定 Δi_d 直流分量衰减时间常数的等效电路

效电路，它反映了定子绕组短接时励磁和 d 轴阻尼绕组的耦合，短路的定子绕组改变了互感抗 ($X_{ad} \rightarrow X'_{ad}$)。图中

$$X'_{ad} = \frac{X_{ad} X_{\sigma}}{X_{ad} + X_{\sigma}} = \frac{X_{ad} X_{\sigma}}{X_d}$$

在暂态过程中，此电路的电流包含两个衰减的直流分量，令时间常数为 T'_d 和 T''_d ，可由以下方程求得：

$$\sigma'_d T'_f T'_D p^2 + (T'_f + T'_D)p + 1 = 0$$

若方程的两个根为 p_1 和 p_2 ，则

$$\left. \begin{aligned} T'_d &= \frac{-1}{p_1} = \frac{1}{2}(1+q')(T'_f + T'_D) \\ T''_d &= \frac{-1}{p_2} = \frac{1}{2}(1-q')(T'_f + T'_D) \end{aligned} \right\} \quad (1-102)$$

其中

$$q' = \sqrt{1 - \frac{4\sigma'_d T'_f T'_D}{(T'_f + T'_D)^2}}$$

如果 σ'_d 较小, 则

$$q' \approx 1, 1+q' \approx 2; 1-q' \approx 1 - \left[1 - \frac{1}{2} \frac{4\sigma'_d T'_f T'_D}{(T'_f + T'_D)^2} \right] = \frac{2\sigma'_d T'_f T'_D}{(T'_f + T'_D)^2}$$

于是式 (1-102) 可近似为

$$\left. \begin{aligned} T'_d &\approx T'_f + T'_D \\ T''_d &\approx \frac{\sigma'_d T'_f T'_D}{T'_f + T'_D} \end{aligned} \right\}$$

一般同步发电机阻尼绕组的电感较励磁绕组的电感小得多, 因而 $T'_f \gg T'_D$ 。 T'_d 还可近似为

$$T'_d \approx T'_f = T_f X'_d / X_d \quad (1-103)$$

即与无阻尼绕组时的时间常数相同。 T''_d 则近似为

$$T''_d \approx \sigma'_d T'_D = T''_{d0} X'_d / X_d \quad (1-104)$$

式中 T''_{d0} ——定子绕组开路 and 励磁绕组短接时 ($R_f = 0$), d 轴阻尼绕组的时间常数, $T''_{d0} =$

$$\frac{1}{R_D} \left(X_D - \frac{X_{ad}^2}{X_f} \right) = \frac{X_D}{R_D} \sigma_d = \sigma_d T_D。$$

显然, T'_d 较大, 是衰减慢的分量的时间常数; T''_d 较小, 是衰减快的分量的时间常数。

2) Δi_d 直流分量衰减表达式。在求得时间常数后, 就可以对 $\Delta I_d(p)$ 应用展开定理推导出 Δi_d 的两个直流分量表达式。但一般都用近似的方法解决此问题。根据以上 T'_d 和 T''_d 的近似表达式 (1-103) 和式 (1-104), 可以近似地认为衰减快的分量反映阻尼绕组的作用, 当它衰减完后即与不计阻尼绕组的过程一样, 后者的表达式为

$$\left(\frac{u_{q101}}{X'_d} - \frac{u_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \frac{u_{q101}}{X_d}$$

在此基础上加上衰减快的分量, 则 Δi_d 直流分量表达式应为

$$\Delta i_{da} = \left(\frac{u_{q101}}{X''_d} - \frac{u_{q101}}{X'_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} + \left(\frac{u_{q101}}{X'_d} - \frac{u_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \frac{u_{q101}}{X_d}$$

(2) Δi_q 直流分量的衰减

式 (1-84) 中 $X_q(p)$ 的表达式和不计阻尼绕组时的 $X_d(p)$ 类似, 求取 Δi_q 直流分量衰减时间常数 T''_q 的等效电路可参见图 1-29。 T''_q 的计算式为式 (1-55)。

Δi_q 直流分量可表示为

$$\Delta i_{qa} = \left(\frac{u_{d101}}{X''_q} - \frac{u_{d101}}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T''_q}} - \frac{u_{d101}}{X_q}$$

(3) Δi_d 、 Δi_q 中基频交流分量的衰减时间常数

忽略转子回路电阻后 $\Delta I_d(p)$ 和 $\Delta I_q(p)$ 与式 (1-95) 类似, 仅以 X'_d 和 X''_q 分别替换 X'_d 和

X_q , 故计及阻尼绕组后

$$T_a = \frac{2X_d''X_q''}{R(X_d'' + X_q'')}$$

(4) 计及各分量衰减后的 Δi_d 、 Δi_q

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= \left(\frac{u_{q101}}{X_d''} - \frac{u_{q101}}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \left(\frac{u_{q101}}{X_d'} - \frac{u_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{u_{q101}}{X_d} - \left(\frac{u_{q101}}{X_d''} \cos \omega t - \frac{u_{d101}}{X_d''} \sin \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \\ \Delta i_q &= \left(-\frac{u_{d101}}{X_q''} + \frac{u_{d101}}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_q}} - \frac{u_{d101}}{X_q} + \left(\frac{u_{q101}}{X_q''} \sin \omega t + \frac{u_{d101}}{X_q''} \cos \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \end{aligned} \right\}$$

4. 定子三相短路电流

应用叠加原理求得 i_d 、 i_q

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \Delta i_d + i_{d101} = \left(\frac{u_{q101}}{X_d''} - \frac{u_{q101}}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \left(\frac{u_{q101}}{X_d'} - \frac{u_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{E_{q101}}{X_d} - \left(\frac{u_{q101}}{X_d''} \cos \omega t - \frac{u_{d101}}{X_d''} \sin \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \\ i_q &= \Delta i_q + i_{q101} = \left(-\frac{u_{d101}}{X_q''} + \frac{u_{d101}}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_q}} + \left(\frac{u_{q101}}{X_q''} \sin \omega t + \frac{u_{d101}}{X_q''} \cos \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \end{aligned} \right\}$$

转换得定子短路电流 i_a 为

$$\begin{aligned} i_a &= \left[U_{101} \cos \delta_0 \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + U_{101} \cos \delta_0 \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{E_{q101}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0) \\ &\quad + U_{101} \sin \delta_0 \left(\frac{1}{X_q''} - \frac{1}{X_q} \right) e^{-\frac{t}{T_q}} \sin(\omega t + \theta_0) - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\delta_0 - \theta_0) \\ &\quad - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0) \end{aligned}$$

还可写为

$$\begin{aligned} i_a &= \left[\left(\frac{E_{q101}''}{X_d''} - \frac{E_{q101}'}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \left(\frac{E_{q101}'}{X_d'} - \frac{E_{q101}}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{E_{q101}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0) + \frac{E_{d101}''}{X_q''} e^{-\frac{t}{T_q}} \sin(\omega t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\delta_0 - \theta_0) - \frac{U_{101}}{2} \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega t + \delta_0 + \theta_0) \end{aligned} \quad (1-105)$$

式中 E_{q101}'' 、 E_{d101}'' ——分别为直轴和交轴次暂态电动势， $E_{q101}'' = u_{q101} + i_{d101} X_d''$ ， $E_{d101}'' = u_{d101} - i_{q101} X_q''$ 。

由式 (1-105) 得定子短路电流初始值的直轴分量为 E_{q101}''/X_d'' ，交轴分量为 $-E_{d101}''/X_q''$ ，稳态值仍为 E_{q101}/X_d 。

如果短路前为空载，式 (1-105) 演变为

$$\begin{aligned} i_a &= E_{q101} \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{E_{q101}}{2} \left(\frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos \theta_0 - \frac{E_{q101}}{2} \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(2\omega t + \theta_0) \end{aligned} \quad (1-106)$$

如近似取 $X_d'' = X_q''$ ，则

$$i_a = E_{q101} \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega t + \theta_0) - \frac{E_{q101}}{X_d''} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos \theta_0$$

例 1-5 已知同步发电机参数如下： $X_d = 1.0$ ， $X_q = 0.6$ ， $X_\sigma = 0.15$ ， $X_{ad} = 0.85$ ， $X_d' =$

0.3, $X_d'' = 0.21$, $R = 0.005$, $X_{f\sigma} = 0.18$, $X_{D\sigma} = 0.1$, $T_f = 5s$, $T_D = 2s$, $X_q'' = 0.31$ 。若发电机空载, 端电压为额定电压, 端点突然三相短路, 且 $\theta_0 = 0$, 试计算 $t = 0.01s$ 和 $t = 0.1s$ 时 a 相短路电流。

解 (1) 计算各系数

$$X'_{ad} = \frac{X_{\sigma} X_{ad}}{X_{\sigma} + X_{ad}} = \frac{0.15 \times 0.85}{0.15 + 0.85} = 0.128$$

$$X'_f = X_{f\sigma} + X'_{ad} = 0.18 + 0.128 = 0.308$$

$$X'_D = X_{D\sigma} + X'_{ad} = 0.1 + 0.128 = 0.228$$

$$T'_f = \frac{X'_f}{R_f} = T_f \frac{X'_f}{X_f} = 5 \times \frac{0.308}{0.18 + 0.85} s = 1.5s$$

$$T'_D = \frac{X'_D}{R_D} = T_D \frac{X'_D}{X_D} = 2 \times \frac{0.228}{0.1 + 0.85} s = 0.48s$$

$$\sigma'_d = 1 - \frac{X_{ad}^2}{X'_f X'_D} = 1 - \frac{0.128^2}{0.308 \times 0.228} = 0.767$$

$$q' = \sqrt{1 - \frac{4\sigma'_d T'_f T'_D}{(T'_f + T'_D)^2}} = \sqrt{1 - \frac{4 \times 0.767 \times 1.5 \times 0.48}{(1.5 + 0.48)^2}} = 0.66$$

$$T'_d = \frac{1}{2}(1 + q')(T'_f + T'_D) = \frac{1}{2}(1 + 0.66)(1.5 + 0.48)s = 1.643s$$

$$T''_d = \frac{1}{2}(1 - q')(T'_f + T'_D) = \frac{1}{2}(1 - 0.66)(1.5 + 0.48)s = 0.337s$$

$$T_a = \frac{1}{2\pi \times 50} \times \frac{2 \times 0.21 \times 0.31}{(0.21 + 0.31)0.005} s = 0.159s$$

(2) a 相短路电流表达式

由式 (1-106), 有

$$\begin{aligned} i_a &= \left[\left(\frac{1}{0.21} - \frac{1}{0.3} \right) e^{-\frac{t}{0.337}} + \left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{1} \right) e^{-\frac{t}{1.643}} + 1 \right] \cos(100\pi t + \theta_0) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.21} + \frac{1}{0.31} \right) e^{-\frac{t}{0.159}} \cos\theta_0 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.21} - \frac{1}{0.31} \right) e^{-\frac{t}{0.159}} \cos(200\pi t + \theta_0) \\ &= (1.43e^{-\frac{t}{0.337}} + 2.34e^{-\frac{t}{1.643}} + 1) \cos(100\pi t + \theta_0) - 4e^{-\frac{t}{0.159}} \cos\theta_0 - \\ &\quad 0.77e^{-\frac{t}{0.159}} \cos(200\pi t + \theta_0) \end{aligned}$$

(3) $\theta_0 = 0$, $t = 0.01s$

$$\begin{aligned} i_a &= (1.43e^{\frac{-0.01}{0.337}} + 2.34e^{\frac{-0.01}{1.643}} + 1) \cos\pi - 4e^{\frac{-0.01}{0.159}} - 0.77e^{\frac{-0.01}{0.159}} \cos(2\pi) \\ &= -(1.43 \times 0.9708 + 2.34 \times 0.9939 + 1) - 4 \times 0.939 - 0.77 \times 0.939 = -9.19 \end{aligned}$$

(4) $\theta_0 = 0$, $t = 0.1s$

$$\begin{aligned} i_a &= (1.43e^{\frac{-0.1}{0.337}} + 2.34e^{\frac{-0.1}{1.643}} + 1) \cos(10\pi) - 4e^{\frac{-0.1}{0.159}} - 0.77e^{\frac{-0.1}{0.159}} \cos(20\pi) \\ &= (1.43 \times 0.7432 + 2.34 \times 0.941 + 1) - 4 \times 0.5332 - 0.77 \times 0.5332 = 1.72 \end{aligned}$$

表 1-4 中列出了不同类型同步电机时间常数的大致范围。

表 1-4 不同类型同步电机的时间常数的大致范围

(单位: s)

类 型	水轮发电机		汽轮发电机		调相机
容量/MV · A	5 ~ 15	40 ~ 120	0.6 ~ 15	30 ~ 165	5 ~ 75
T_f	2 ~ 4	5 ~ 7.5	3 ~ 6	8 ~ 12	4.5 ~ 10
T'_d	0.8 ~ 1.5	1.5 ~ 3	0.4 ~ 0.8	0.8 ~ 1.6	0.8 ~ 2.4
T_a	0.08 ~ 0.2	0.12 ~ 0.4	0.04 ~ 0.13	0.14 ~ 0.4	0.1 ~ 0.3
$T''_d \approx T''_q$	0.02 ~ 0.06		0.03 ~ 0.11		0.007 ~ 0.03

5. 次暂态电动势

(1) 交轴次暂态电动势 E''_q

类似于 E'_q , E''_q 可如下推得。由直轴磁链方程

$$\psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f + X_{ad} i_D$$

$$\psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f + X_{ad} i_D$$

$$\psi_D = -X_{ad} i_d + X_{ad} i_f + X_D i_D$$

消去 i_f 和 i_D 后, 有

$$\psi_d = -X''_d i_d + \frac{\psi_f/X_{f\sigma} + \psi_D/X_{D\sigma}}{1/X_{ad} + 1/X_{f\sigma} + 1/X_{D\sigma}} = -X''_d i_d + E''_q$$

即

$$E''_q = u_q + X''_d i_d$$

式中

$$E''_q = \frac{\psi_f/X_{f\sigma} + \psi_D/X_{D\sigma}}{1/X_{ad} + 1/X_{f\sigma} + 1/X_{D\sigma}}$$

E''_q 即为交轴次暂态电动势, 它与励磁绕组和 D 阻尼绕组的磁链 ψ_f 和 ψ_D 有关, 故在扰动前后瞬间不变, 可用来计算短路后瞬间的基频交流的 d 轴分量

$$I''_d = E''_{q|0|} / X''_d$$

(2) 直轴次暂态电动势 E''_d

由交轴磁链方程

$$\psi_q = -X_q i_q + X_{aq} i_Q$$

$$\psi_Q = -X_{aq} i_q + X_Q i_Q$$

消去 i_Q 后

$$\psi_q = -X''_q i_q + \frac{X_{aq}}{X_Q} \psi_Q$$

即

$$E''_d = u_d - X''_q i''_q$$

式中

$$E''_d = -\frac{X_{aq}}{X_Q} \psi_Q$$

E''_d 即为直轴次暂态电动势, 它与 Q 阻尼绕组的磁链 ψ_Q 有关, 故在扰动前后瞬间不变, 可用来计算短路后瞬间基频交流的 q 轴分量

$$I''_q = -E''_{d|0|} / X''_q$$

$\dot{E}_{q101}''$ 和 $\dot{E}_{d101}''$ 的相量图参见图 1-10。

本节运用同步发电机基本方程分析了同步发电机突然三相短路的情形。在分析过程中对于绕组的电阻作了某些近似的处理。现对分析的结果归纳如下几点：

1) 同步发电机在三相突然短路后，短路电流中除了基频交流分量外，还有直流分量（严格说是一个频率很低的分量）和二倍基频交流分量（严格地说近似二倍基频）。由于实际的电机总有阻尼绕组，故二倍基频交流分量很小，可以忽略不计。

2) 短路电流基频交流分量初始幅值很大（在例题中是额定电流的 3~4 倍），经过衰减而到稳态值。基频交流分量的初始值由次暂态电动势和次暂态电抗或暂态电动势和暂态电抗决定。次暂态电动势或暂态电动势正比于转子绕组的磁链，在突然扰动前后保持不变，因而可以用它在正常运行时的值来计算短路后瞬时的基频交流电流。

短路电流稳态值总是由空载电动势稳态值和 X_d 决定。

3) 直流分量（包括二倍基频交流分量）的衰减规律主要取决于定子电阻和定子的等效电抗（介于 X_d'' 和 X_q'' 或 X_d' 和 X_q' 间的某平均值）。基频交流分量的衰减规律和转子绕组中直流分量的衰减规律是一致的，后者取决于转子绕组的等效回路。对于无阻尼绕组同步发电机，只有励磁绕组中有直流自由分量，它的衰减主要取决于 R_f 和定子绕组短路情况下励磁绕组的等效电抗；对于有阻尼绕组同步发电机，在 d 轴方向有 f 和 D 绕组，它们中的直流自由分量衰减规律由这两个耦合绕组的等效电路决定，直流自由分量含有一个衰减快的分量和一个衰减慢的分量。在 q 轴方向只有 Q 绕组，其中直流自由分量只有一个时间常数，其值取决于 R_Q 和定子绕组短路时 Q 绕组的等效电抗。在确定 i_d 中直流自由分量两个衰减分量的大小时，采取了这样的假定，即当衰减快的分量快衰减至零时，有阻尼绕组同步发电机相当于无阻尼绕组同步发电机。

第八节 自动调节励磁装置对短路电流的影响

前面的讨论中，均假设同步发电机的自动调节励磁装置不动作。实际上，当同步发电机端电压波动时，自动调节励磁装置将自动地调节励磁电压 u_f ，以改变励磁电流 i_f ，由此改变发电机的空载电动势，以便维持发电机端电压在允许范围内。 u_f 的变化曲线如图 1-37 所示。当同步发电机端附近突然短路，端电压急剧下降到额定值的 85% 以下时，自动调节励磁装置中的强行励磁装置就会迅速动作，增大励磁机励磁电压到它的极限值，但由于励磁机励磁绕组具有电感，它的电流不可能突然增大，以致与之对应的励磁机电压 u_f 也不可能突然升高，而只能按图 1-37 中曲线 1 变化，即开始上升较慢，后来上升较快，最后达到极限值 u_{fm} 。为了便于数学分析，通常取图 1-37 中虚线 2 所示的指数曲线近似替代实际曲线 1。指数曲线的时间常数 T_H ，就取励磁机励磁绕组的时间常数。故 u_f 可表示为

$$\begin{aligned} u_f &= u_{f101} + (u_{fm} - u_{f101})(1 - e^{-\frac{t}{T_H}}) \\ &= u_{f101} + \Delta u_{fm}(1 - e^{-\frac{t}{T_H}}) \end{aligned}$$

根据叠加原理，同步发电机短路电流还应该加上一个分量，这是由于励磁电压增加而附加的分量，计及强行励磁的附加分量如图 1-38 所示。

对应这个附加分量的基本方程为

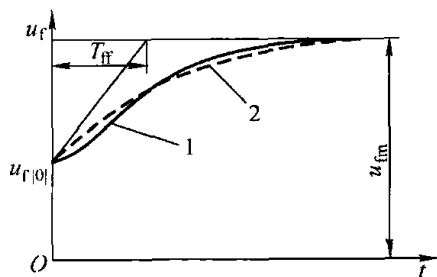
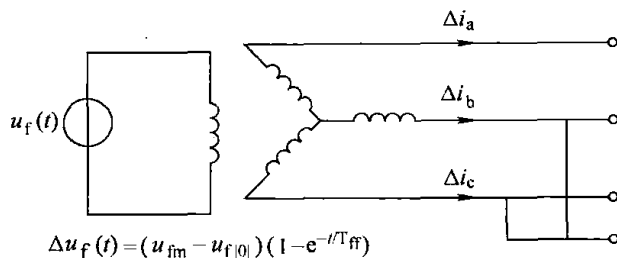
图 1-37 u_f 的变化曲线

图 1-38 计及强行励磁的附加分量

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -r\Delta I_d(p) + p\psi_d(p) - \Delta\psi_q(p) \\ 0 &= -r\Delta I_q(p) + p\psi_q(p) + \Delta\psi_d(p) \\ \Delta\psi_d(p) &= G(p)\Delta U_f(p) - X_d(p)\Delta I_d(p) \\ \Delta\psi_q(p) &= -X_q(p)\Delta I_q(p) \end{aligned} \right\} \quad (1-107)$$

由于现在分析的是 Δi_d 和 Δi_q 的直流分量，故可假设定子电阻为零。如果不计阻尼绕组，则由式 (1-107) 可得

$$\Delta I_q(p) = \frac{X_{ad}}{X_d R_f + p(X_d X_f - X_{ad}^2)} \Delta U_f(p) \Delta I_q(p) = 0$$

$\Delta U_f(p)$ 为对应 Δu_f 的象函数，代入得

$$\begin{aligned} \Delta I_d(p) &= \frac{X_{ad}}{X_d R_f + p(X_d X_f - X_{ad}^2)} \Delta u_{fm} \left(\frac{1}{p} - \frac{T_{ff}}{1 + pT_{ff}} \right) \\ &= \frac{X_{ad} \Delta U_{fm}}{X_d R_f (1 + pT'_d)} \left(\frac{1}{p} - \frac{T_{ff}}{1 + pT_{ff}} \right) = \frac{\Delta E_{qm}}{X_d} \left(\frac{1}{1 + pT'_d} \right) \left(\frac{1}{p} - \frac{T_{ff}}{1 + pT_{ff}} \right) \end{aligned} \quad (1-108)$$

式中 ΔE_{qm} ——对应励磁电压最大增量的空载电动势最大增量， $\Delta E_{qm} = X_{ad} \Delta u_{fm} / R_f$ 。

由式 (1-108) 可得其原函数

$$\Delta i_d = \frac{\Delta E_{qm}}{X_d} \left(1 - \frac{T'_d e^{\frac{-t}{T'_d}} - T_{ff} e^{\frac{-t}{T_{ff}}}}{T'_d - T_{ff}} \right)$$

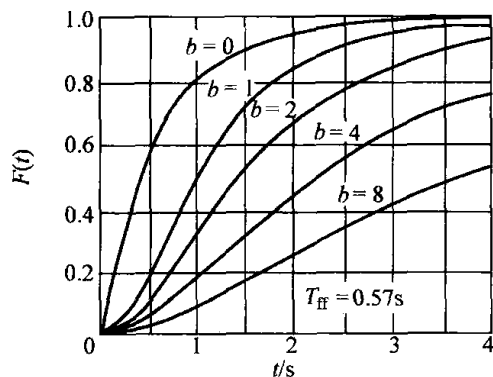
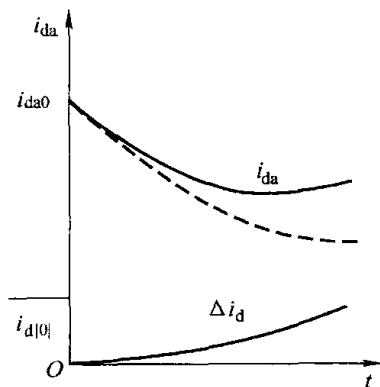
对应的 a 相电流中附加分量为

$$\Delta i_a = \frac{\Delta E_{qm}}{X_d} \left(1 - \frac{T'_d e^{\frac{-t}{T'_d}} - T_{ff} e^{\frac{-t}{T_{ff}}}}{T'_d - T_{ff}} \right) \cos(\omega t + \theta_0) = \frac{\Delta E_{qm}}{X_d} F(t) \cos(\omega t + \theta_0)$$

$F(t)$ 是时间常数 T'_d 和 T_{ff} 的函数。图 1-39 所示为对应于不同 $b = T'_d / T_{ff}$ 的 $F(t)$ 随时间变化的曲线。 T'_d 因短路点的远近不同而有不同的数值。短路点越远， T'_d 越大， T'_d / T_{ff} 越大， $F(t)$ 的增长速度也越慢。这是因为短路点越远，故障对发电机影响越小。

强行励磁对 i_{da} 变化的影响如图 1-40 所示，其中虚线为无强行励磁作用的情形。

前面的分析只适用于强行励磁后励磁电压能上升到顶值的情形，实际上，如果在励磁电压升高过程中发电机端电压恢复到额定电压，强行励磁装置中的低压继电器就会返回，励磁电压也就不会再继续升高。因此，短路电流的稳态值（对应于 i_{da} 的稳态值）不可能大于 U_{101} / X ， X 为发电机端点到短路点的电抗。

图 1-39 $F(t)$ 随时间变化的曲线图 1-40 强行励磁对 i_{da} 变化的影响

思考题与习题

1-1 一同步发电机经输电线路向电网供电，设在运行过程中突然发生三相短路故障，请分析：同步发电机定子绕组和励磁绕组中将产生哪些分量？为什么会产生这些分量？它们各以什么时间常数衰减？

1-2 系统如图 1-41 所示，电源为恒定电源，当变压器低压母线发生三相短路时，若短路前变压器空载，试计算短路电流周期分量的有效值、短路冲击电流及短路功率。（ $S_B = 100\text{MV} \cdot \text{A}$ ， $U_B = U_{av}$ ，冲击系数 $K_M = 1.8$ ）

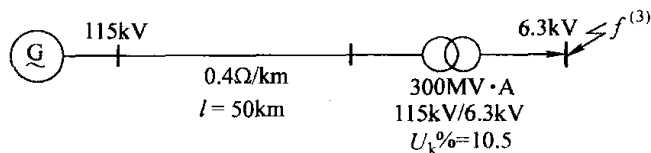


图 1-41 题 1-2 图

1-3 电力系统接线如图 1-42 所示。有关参数标于图中。试计算：

- (1) f 点发生三相短路时的起始次暂态电流 I'' 及冲击电流 i_M ；
- (2) 简述短路冲击电流的意义，何种情况下短路其冲击电流最大？

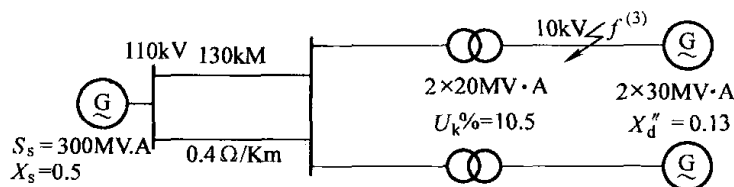


图 1-42 题 1-3 图

1-4 试推导派克变换矩阵

$$P = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(-120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

1-5 设三相电流的瞬时值为 $i_{abc} = \sqrt{2}I \begin{cases} \cos(\omega t + \varphi) \\ \cos(\omega t + \varphi - 120^\circ) \\ \cos(\omega t + \varphi + 120^\circ) \end{cases}$ ，试计算经派克变换后的 i_{dq0} 。

1-6 已知： $\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = I_m \begin{pmatrix} 1 \\ -0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$ ，试计算经派克变换后的 $\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix}$ 。

1-7 已知同步发电机的同步电抗 $X_d = 1.6$ ， $X_q = 1.02$ ，负载点电压 $\dot{U} = 1.0 \angle 30^\circ$ ，电流 $\dot{i} = 0.8 \angle -10^\circ$ ，试计算同步电动势 E_q ，并作相量图。

1-8 已知同步发电机的暂态电抗 $X'_d = 0.22$, $X_q = 1.06$, 负荷点电压 $\dot{U} = 1.0 \angle 30^\circ$, 电流 $\dot{I} = 0.8 \angle -15^\circ$, 试计算暂态电动势 E'_q , 并作相量图。

1-9 已知同步发电机的次暂态电抗 $X''_d = 0.12$, $X''_q = 0.14$, 负荷点电压 $\dot{U} = 1.0 \angle 30^\circ$, 电流 $\dot{I} = 0.8 \angle -5^\circ$, 试计算次暂态电动势 E''_q 、 E''_d 及 E'' , 并作相量图。

1-10 一台同步发电机短路前 $U_q = 0.95$, $I_d = 1$, 其电抗标么值分别为 $X_d = 1.5$, $X'_d = 0.26$, $X_q = 1.06$ 。

(1) 求同步发电机短路前的 E_q 和 E'_q ;

(2) 若同步发电机端发生三相短路时, 求短路瞬间的 E_{q0} 和 E'_{q0} , 并说明这些量在突变前后瞬间的变化情况。

1-11 一台汽轮发电机, $P_N = 200\text{MW}$, $\cos\varphi_N = 0.9$, $U_N = 10.5\text{kV}$ 。在空载额定电压下机端突然发生三相短路。其参数为 $X''_d = 0.12$, $X'_d = 0.2$, $X_d = 1.86$, $T''_d = 0.102\text{s}$, $T'_q = 0.102\text{s}$, $T'_d = 0.82\text{s}$, $T_s = 0.16\text{s}$, $X''_q = X''_d$, $X_q = X_d$ 。短路瞬间 $\theta_0 = 30^\circ$ (转子轴线偏离 a 相绕组的轴线角度)。

(1) 试写出三相电流的时间关系式;

(2) 说明最大冲击电流发生在哪一相?

1-12 已知同步发电机参数为 $X_d = 1.6$, $X_q = 0.96$, $X'_d = 0.32$, $X''_d = 0.12$, $X''_q = 0.26$, $T_s = 0.15\text{s}$, $T'_d = 1.2\text{s}$, $T''_d = 0.06\text{s}$, $R = 0.009$ 。设 $\theta_0 = 0$ 时发电机发生空载端点短路, 试计算 $t = 0.01\text{s}$ 和 $t = 0.1\text{s}$ 时 a 相短路电流值。

第二章 电力系统故障的计算机算法

第一节 概 述

电力系统故障计算的基本原理和方法已在前面作了详细讨论。在一般情况下,为解决设备选择、继电保护整定及运行分析等问题,往往只要计算故障后某一时刻(一般是故障后瞬间)的基频电流。因此,这一章仅讨论故障后 $t=0s$ 的电流和电压周期(基频)分量的计算方法。

用计算机进行故障分析时,主要有以下两条基本假设:

- 1) 系统各元件的参数是恒定的,因而可以应用叠加原理。
- 2) 除了发生不对称故障的局部以外,系统其余部分各元件的三相参数是对称的。

利用节点方程作故障计算,需先形成系统的节点导纳矩阵或节点阻抗矩阵。对于初始次暂态电流的计算,在等效网络中发电机支路应该用次暂态阻抗 $R+jX_d''$ 和次暂态电动势 E'' 代表,并将电动势源转换成等效的电流源。发电机的等效电路如图 2-1 所示。因此,在形成节点导纳(或阻抗)矩阵时,应在发电机端点接上一支阻抗为 $R+jX_d''$ 的对地支路。

节点的负荷在短路计算中一般用恒定阻抗表示,它的数值由短路前瞬间的负荷功率和节点电压算出,即

$$Z_L = U_L^2 / S_L^* \quad (2-1)$$

Z_L 作为负荷节点的对地支路计入导纳(或阻抗)矩阵。个别离短路点很近的大型旋转电机,也可以表示为一种具有次暂态阻抗和次暂态电动势的有源支路,并仿照发电机支路进行处理。

在不对称故障计算时,电力系统各元件的负序和零序参数的确定以及负序和零序等效网络的制作,已在前面其他课程讨论过,这里不再重复。

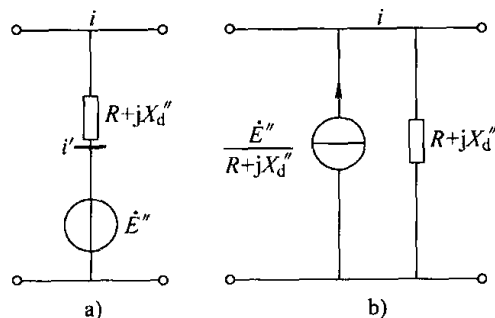


图 2-1 发电机的等效电路
a) 电压源 b) 电流源

第二节 电力系统故障计算的等效网络

一、系统等效网络

(一) 等效网络

用数字电子计算机对由发电机、变压器、输电线路、串(并)联电容器、电抗器、负荷等元件组成的电力系统进行计算时,首先要根据所要解决的问题对各元件分别建立足够准确的数学模型,然后根据各元件的拓扑关系将各元件的数学模型连接起来,将实际的电力系

统表示成相应的等效网络，对它进行数学计算。下面对构造等效网络的一些特殊问题加以说明。

1. 电源

在使用节点方程进行故障计算时，系统中的发电机用电流源等效电路表示比较方便（见图 2-1b）。这比用电压源等效电路（见图 2-1a）省去一个节点 i' ，从而使系统的节点数保持不变。

2. 负荷

进行故障计算时，如果要考虑系统节点所带负荷（见图 2-2a）的影响，一般采用恒定阻抗（见图 2-2b）来表示节点负荷。负荷阻抗值 Z_L 可由式（2-1）求得。

由于一般负荷电流比短路故障电流小得多，所以在简化的短路故障电流计算中，可以不计负荷电流的影响，即将负荷阻抗视为无限大。

3. 变压器非标准电压比情况下的等效电路

在制订电力系统等效网络时，变压器的励磁阻抗常被处理成无限大，在不考虑电压比变化的情况下，变压器的等效电路是以额定（标准）电压比情况下的漏阻抗 Z_T 表示的，并按计算要求将它折算至某电压级。但在实际运行中，变压器常因运行情况的变化而工作在不同的调压抽头上，因此有必要研究变压器的运行电压比不是额定电压比时对其等效电路的影响。

对于双绕组变压器，这里用其漏阻抗串联一个无损耗的电压比为 k 的理想变压器来模拟，等效电路如图 2-3 所示。可以直接将 Z_T 接至低压侧 i ，如图 2-3a 所示，也可以用 $k^2 Z_T$ 接至高压侧 j ，如图 2-3d 所示。理想变压器的电压比 k ，等于抽头切换开关所在侧的实际匝数与其额定（标准）匝数之比，也即变压器的实际运行电压比与额定电压比的比值。即

$$k = \frac{n_j}{n_{jN}} = \left(\frac{n_j}{n_{iN}} \right) / \left(\frac{n_{iN}}{n_{jN}} \right) = \frac{k_T}{k_N}$$

式中 k_T ——变压器的实际电压比；

k_N ——变压器的额定（标准）电压比；

n_{iN} ——低压侧（ i 侧）额定（标准）匝数；

n_j ——高压侧（ j 侧）的实际运行匝数；

n_{jN} ——高压侧（ j 侧）额定（标准）匝数。

电力变压器的调压抽头一般设置在高压侧（ j 侧）。所以低压侧（ i 侧）的匝数不变，即等于 n_{iN} 。

根据图 2-3a，可得

$$k = \dot{U}_j / \dot{U}'_i \quad (2-2)$$

$$\dot{I}_i = (\dot{U}_i - \dot{U}'_i) / Z_T \quad (2-3)$$

$$\dot{I}_j = -\dot{I}_i / k = -(\dot{U}_i - \dot{U}'_i) / (k Z_T) \quad (2-4)$$

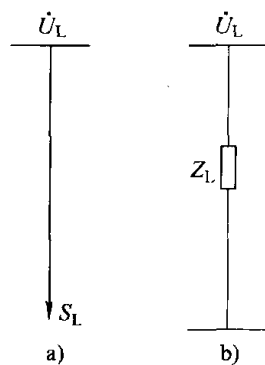


图 2-2 负荷模型

a) 恒功率 b) 恒阻抗

将式 (2-2) 中的 $\dot{U}'_i$ 代入式 (2-3)、式 (2-4), 得

$$\begin{aligned}\dot{I}_i &= \frac{1}{Z_T} \dot{U}_i - \frac{1}{kZ_T} \dot{U}_j \\ \dot{I}_j &= -\frac{1}{kZ_T} \dot{U}_i + \frac{1}{k^2 Z_T} \dot{U}_j\end{aligned}$$

将以上两式改写成

$$\left. \begin{aligned}\dot{I}_i &= \frac{k-1}{kZ_T} \dot{U}_i + \frac{1}{kZ_T} (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \\ \dot{I}_j &= \frac{1-k}{k^2 Z_T} \dot{U}_j + \frac{1}{kZ_T} (\dot{U}_j - \dot{U}_i)\end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

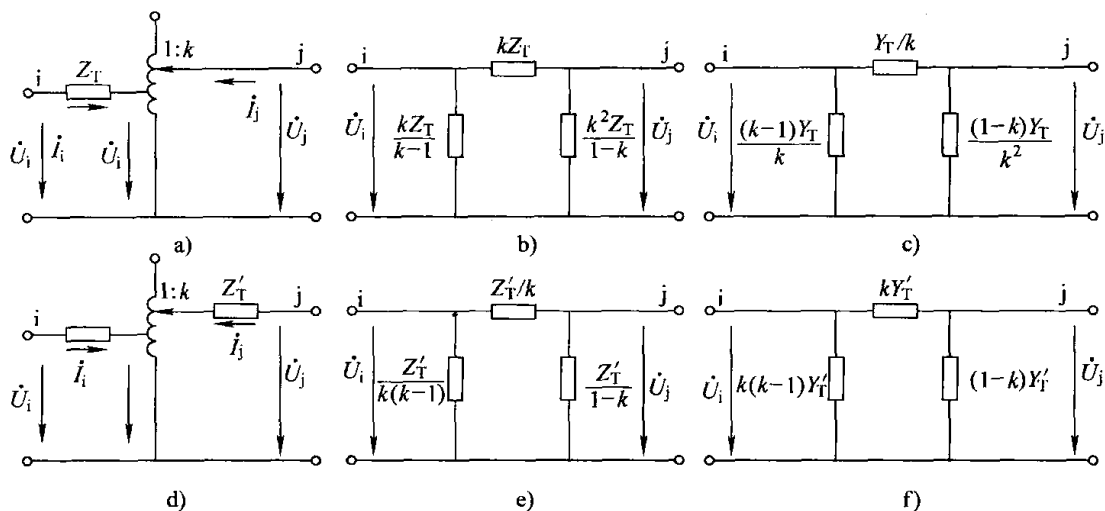


图 2-3 双绕组变压器的等效电路

- a) Z_T 接在低压侧 (i 侧) 的模拟电路 b) 图 a 的阻抗形等效电路 c) 图 a 的导纳形等效电路
 d) Z_T 接在高压侧 (j 侧) 的模拟电路 e) 图 d 的阻抗形等效电路 f) 图 d 的导纳形等效电路

根据式 (2-5), 可得到图 2-3b 所示等效电路, 图中 $Y_T = 1/Z_T$ 。

对于图 2-3d 所示变压器模拟电路, 用类似推导, 可得到图 2-3e、f 的等效电路, 其中

$$\left. \begin{aligned}\dot{I}_i &= k(k-1) \dot{U}_i / Z'_T + k(\dot{U}_i - \dot{U}_j) / Z'_T \\ \dot{I}_j &= (1-k) \dot{U}_j / Z'_T + k(\dot{U}_j - \dot{U}_i) / Z'_T \\ Y'_T &= 1/Z'_T\end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

显然, 对于同一台变压器来说, 在相同 k 值的情况下, 图 2-3a 及 d 这两种模拟电路应当是完全等效的, 即式 (2-5) 与式 (2-6) 中的对应项相等, 为此必须满足下列条件:

$$Z'_T = k^2 Z_T$$

对于三绕组变压器, 若 j、k 两侧都有调压抽头切换开关, 仍可以根据上述方法, 用星形等效电路来模拟, 如图 2-4 所示。其中, 图 2-4a 为模拟电路, 图 2-4b 为星形等效电路。

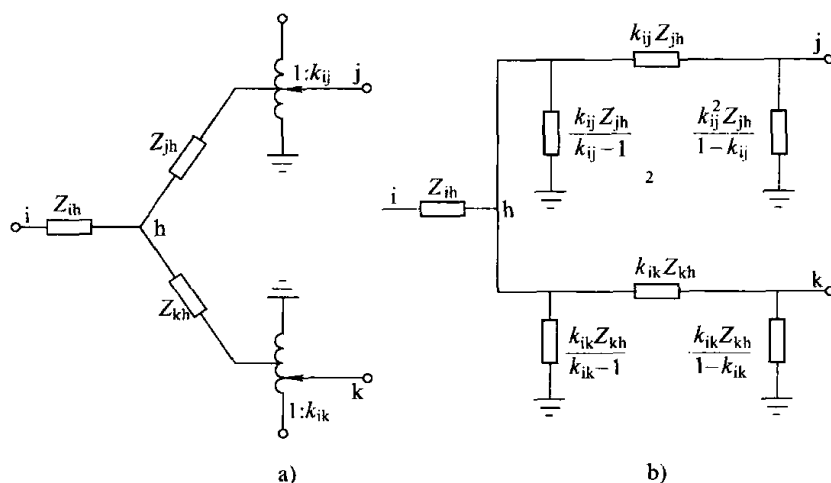


图 2-4 三绕组变压器

a) 模拟电路 b) 星形等效电路

(二) 原始矩阵

从电路理论已知，在一般情况下网络中任何一条支路可以表示成电压源或电流源的形式，等效电路如图 2-5 所示。网络是由若干条这样的支路构成的，对于其中每一条支路，都可用图 2-5 中的特性方程来描述。而对于网络中的全部 m 条支路，则可相应地以矩阵形式集中写出它们总体的特性方程，如式 (2-7)、式 (2-8) 所示。但由于这一方程只反映了各支路特性，并不反映这些支路的连接情况，因而其中的 z (或 y)，一般称为网络的原始支路阻抗 (或导纳) 矩阵。

当电源采用电压源表示时，网络的原始支路特性方程为

$$\mathbf{U}_m = \mathbf{Z}_m \mathbf{I}_m - \mathbf{E}_m \quad (2-7)$$

式中 $\mathbf{I}_m$ ——各支路电流组成的 m 维列向量，支路电流的

正方向可以任意选择，并以其正方向作为支路的正方向；

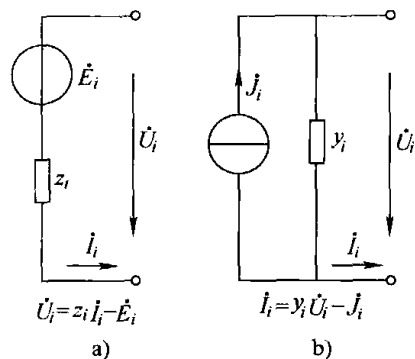
$\mathbf{E}_m$ ——各支路电压源组成的 m 维列向量，支路电压源的正方向与支路电流的正方向一致；

$\mathbf{U}_m$ ——各支路电压组成的 m 维列向量，支路电压的正方向与支路电流的正方向一致；

$\mathbf{Z}_m$ ——各支路的自阻抗和互阻抗所组成的原始支路阻抗矩阵。

网络中的 m 条支路可按任意顺序编号，各支路的阻抗参数按此支路编号顺序排列成的 $m \times m$ 方阵就是原始支路阻抗矩阵

$$\mathbf{Z}_m = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1m} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_{m1} & z_{m2} & \cdots & z_{mm} \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

图 2-5 第 i 条支路的等效电路

a) 电压源 b) 电流源

式中 z_{kk} ——支路的自阻抗, 其中 $k=1, 2, \dots, m$;

z_{kl} ——支路 k 和支路 l 之间的互阻抗, 其中 $k, l=1, 2, \dots, m; k \neq l$ 。

由于在实际的电力系统故障计算时, 只在零序网络中才考虑对那些相互距离比较近的输电线路 (例如双回或多回平行线路) 的互感影响, 这种线路在整个系统中所占比例一般不大, 所以在零序网络的原始支路阻抗矩阵 $\mathbf{Z}_{m(0)}$ 中, 绝大多数的非对角元素为零, 这种特性称为 $\mathbf{Z}_{m(0)}$ 的稀疏性。而正序网络的 $\mathbf{Z}_{m(1)}$ 、负序网络的 $\mathbf{Z}_{m(2)}$ 均为对角阵, 同时在实用计算中常常将两者视为相等。显然, 如零序网络不考虑互感影响, $\mathbf{Z}_{m(0)}$ 也为对角阵。

当电源采用电流源表示时, 由图 2-5b 可得网络的原始支路特性方程为

$$\mathbf{I}_m = \mathbf{Y}_m \mathbf{U}_m - \mathbf{J}_m$$

式中 $\mathbf{Y}_m$ ——原始支路导纳矩阵, $\mathbf{Y}_m = \mathbf{Z}_m^{-1}$;

$\mathbf{J}_m$ ——由各支路电压源 $\mathbf{E}_m$ 所引起的电流源组成的 m 维列向量, $\mathbf{J}_m = -\mathbf{Y}_m \mathbf{E}_m$ 。

$\mathbf{Y}_m$ 一般不能直接写出, 必须通过对 $\mathbf{Z}_m$ 求逆求得。显然, $\mathbf{Y}_m$ 与 $\mathbf{Z}_m$ 均为对称的 $m \times m$ 方阵。 $\mathbf{Y}_m$ 的一般形式为

$$\mathbf{Y}_m = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1m} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mm} \end{pmatrix}$$

式中 y_{kk} ——支路的自导纳, $k=1, 2, \dots, m$;

y_{kl} ——支路 k 和支路 l 之间的互导纳, 其中, $l=1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, m; k \neq l$ 。

对于各支路间无互感耦合关系的网络, $\mathbf{Z}_m$ 是对角阵, 对 $\mathbf{Z}_m$ 求逆, 得

$$\mathbf{Y}_m = \text{diag}(1/z_{11} \quad 1/z_{22} \quad \cdots \quad 1/z_{mm})$$

也是对角矩阵。其对角元分别等于 $\mathbf{Z}_m$ 中相应对角元的倒数。

对于考虑互感耦合关系的零序网络, 由于 $\mathbf{Z}_m$ 是稀疏矩阵, 如果系统中只有第 p 条与第 q 条支路间存在互感关系, 并将 $\mathbf{Z}_m$ 按有无互感关系进行分块, 则得分块对角矩阵

$$\mathbf{Z}_m = \text{diag} \left(z_{11} \quad \cdots \quad \begin{pmatrix} z_{pp} & z_{pq} \\ z_{qp} & z_{qq} \end{pmatrix} \quad \cdots \quad z_{mm} \right) \quad (2-9)$$

根据分块矩阵求逆法, 可得式 (2-9) 的逆矩阵为

$$\mathbf{Y}_m = \text{diag} \left(z_{11}^{-1} \quad \cdots \quad \begin{pmatrix} z_{pp} & z_{pq} \\ z_{qp} & z_{qq} \end{pmatrix}^{-1} \quad \cdots \quad z_{mm}^{-1} \right)$$

在实际的电力系统中, 由于分块矩阵的阶数相当低, 所以求其逆矩阵并不困难。

(三) 节点关联矩阵

由电路理论可知, 从系统的等效网络可以作出它的有向拓扑图, 如图 2-6 所示。对于图 2-6a 所示等效网络 (其支路电抗标幺值列于表 2-1 中), 作出的有向拓扑图如图 2-6b 所示。

图中各支路同节点之间的连接关系与支路电流的参考方向，可以用节点关联矩阵 A 来描述。 A 同原始支路阻抗（或导纳）矩阵一起以数学形式描述了整个网络的真实情况。

节点关联矩阵 A 是一个 $n \times m$ 矩阵，行数 n 是网络的独立节点数；列数 m 是网络的支路数。 A 中各个元素 a_{ij} 取值只有 0、1、-1 三种情况：当 $a_{ij}=1$ 时，第 j 条支路的参考方向流出节点 i ；当 $a_{ij}=-1$ 时，第 j 条支路的参考方向流入节点 i ；当 $a_{ij}=0$ 时，第 j 条支路与节点 i 无连接关系。这样，

根据网络的有向拓扑图，便不难得出其节点关联矩阵。

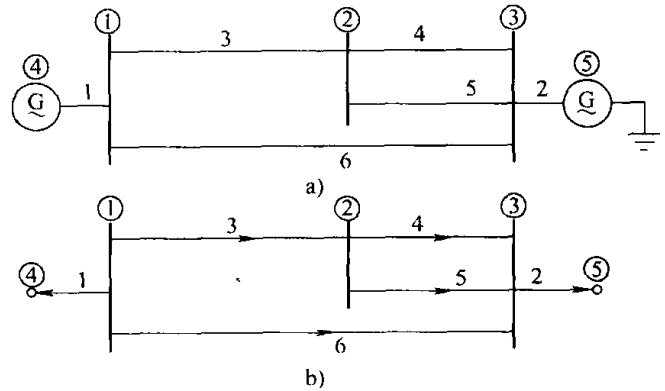


图 2-6 系统的等效网络与其有向拓扑图
a) 等效网络 b) 有向拓扑图

表 2-1 图 2-6 等效网络的支路电抗标么值

支路编号	支路两端节点号		自 感			零序互感	互感支路
	i	j	正序	负序	零序		
1	①	④	$j0.25$	$j0.15$	$j0.03$		
2	③	⑥	$j0.2$	$j0.12$	$j0.02$		
3	①	②	$j0.08$	$j0.08$	$j0.14$		
4	②	③	$j0.06$	$j0.06$	$j0.1$	$j0.05$	5
5	②	③	$j0.06$	$j0.06$	$j0.12$	$j0.05$	4
6	①	③	$j0.13$	$j0.13$	$j0.17$		

根据关联矩阵 A 的上述特点，在实际的计算程序中无需具体形成 A ，只要约定支路的参考方向，如约定从支路的小端号指向大端号作为支路参考方向，则向计算机输入支路节点号，就相当于输入了有向拓扑图。如按表 2-1 的形式将数码输入计算机，则计算机就能识别出它是图 2-6a 的图形及知道各支路的数据。

二、导纳型节点方程

在 $n+1$ 个节点的等效网络中，通常以大地作参考点，并编号为“0”，所以独立节点数为 n 个。

由电路理论有

$$AI_m = 0 \quad (2-10)$$

$$U_m = A^T U \quad (2-11)$$

式中 U ——各独立节点对参考点的电压所组成的 n 维列向量。

因为

$$I_m = Y_m U_m - J_m \quad (2-12)$$

将式 (2-10) 和式 (2-11) 代入式 (2-12) 并整理，得

$$AY_m A^T U = A J_m \quad (2-13)$$

令

$$Y = AY_m A^T$$

$$I = A J_m \quad (2-14)$$

$$YU = I \quad (2-15)$$

则式 (2-13) 为

式中 I —— n 维节点电流列向量, 它由各节点注入电流组成, 并以流向节点为正, 流出节点为负

$$I = (\dot{I}_1 \quad \cdots \quad \dot{I}_i \quad \cdots \quad \dot{I}_n)^T$$

U —— n 维节点电压列向量, 它由各节点电压组成

$$U = (\dot{U}_1 \quad \cdots \quad \dot{U}_i \quad \cdots \quad \dot{U}_n)^T$$

Y ——节点导纳矩阵, 它描述了网络的电路参数和连接方式。显然, Y 为 n 阶方阵, n 为网络中的独立节点数

$$Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{i1} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{pmatrix}$$

式 (2-15) 是节点电压方程, 它描述了节点电压 U 与节点注入电流 I 的关系。实际上, 这就是基尔霍夫电流定律的矩阵表达式。

式 (2-15) 为一组线性方程, 它是进行网络节点分析的基础。当 I 和 Y 已知时, 可由式 (2-15) 解出 U , 然后利用 U 进一步计算网络中的其他电气量。

如果在网络的任意节点 i 加一单位电压, 而将其余节点全部接地, 即令

$$U = (0 \quad \cdots \quad 1_{(i)} \quad 0 \quad \cdots \quad 0)^T$$

则由式 (2-15), 可得节点导纳矩阵中第 i 列的全部元素为

$$(\dot{I}_1 \quad \cdots \quad \dot{I}_i \quad \cdots \quad \dot{I}_n)^T = (Y_{1i} \quad \cdots \quad Y_{ii} \quad \cdots \quad Y_{ni})^T$$

可见, 节点导纳矩阵中第 i 列的对角元素 Y_{ii} 为节点 i 的自导纳, 在数值上等于第 i 节点加单位电压, 而其余节点全部接地时, 从节点 i 流向网络的注入电流, 因其与节点注入电流的参考方向同向, 显然它等于连至 i 节点的各支路导纳之和。第 i 列的非对角元 Y_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的互导纳, 它在数值上等于节点 i 加单位电压而其他节点都接地时, 从节点 j 流向网络的注入电流值, 此时节点 j 的电流实际上是从网络流出, 与参考方向反向, 所以它等于节点 i 与节点 j 间相连支路导纳的负值。显然, 凡与节点 i 没有支路直接相连的那些节点 k , 其 $Y_{ik} = 0$ 。这就是节点导纳矩阵元素的物理意义。

对于一个具体的网络, 其节点导纳矩阵元素可由下列两式算出:

$$Y_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} + y_{i0} \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \quad (2-16)$$

$$Y_{ij} = -y_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \cdots, n; i \neq j) \quad (2-17)$$

式中 n ——网络的独立节点数;

j ——与节点 i 相连支路的另一端节点号;

y_{ij} ——支路 $i-j$ 的导纳值。当节点 i 与节点 j 之间无支路直接相连时, $Y_{ij} = 0$;

y_{i0} ——节点 i 的接地支路导纳值。

从以上讨论可知, 节点导纳矩阵有下列特点:

1) 节点导纳矩阵为对称阵。对于双向特性的线性网络, 从网络互易定理可知, 这一特点是很明显的。因此, 在计算机中只需存储导纳矩阵的对角元和上三角元或下三角元以节省存储容量。

2) 节点导纳矩阵为稀疏矩阵。当节点 i 和节点 j 之间无支路直接相连时, 导纳矩阵中 $Y_{ij} = Y_{ji} = 0$ 。由于实际电力系统中, 某一节点所连的支路数远比系统的节点数少, 而且系统规模越大, 这种现象越显著, 平均每个节点的支路数为 2~4 个, 所以在节点导纳矩阵每行(或列)的非对角元中的非零个数, 平均也只有 2~4 个, 其余的非对角元为零。这一特点为节点导纳矩阵的稀疏性。利用这一特点, 在计算时只需存储非零元, 并只对这些非零元进行运算, 从而可大大节省存储容量和提高计算速度。

3) 网络结构变更时, 节点导纳矩阵修改速度快、方便。

4) 在网络节点数不变的情况下, 节点导纳矩阵的结构取决于节点编号顺序。

5) 根据节点导纳矩阵, 可以作出一个无互感支路的与节点导纳参数等效的网形网络。

根据节点导纳矩阵元素的物理意义, 由式 (2-16)、式 (2-17) 可以作出一个对应于节点导纳矩阵的网形等效网络, 其中不含互感支路。同时, 在此基础上可以作出对应于节点导纳方程的等效网络。但应注意, 这仅仅是节点导纳参数及节点电压、电流的等效, 它并不一定与实际的网络形式相一致。

三、阻抗型节点方程

将式 (2-15) 两端左乘 Y^{-1} , 可得

$$U = Y^{-1}I = ZI \quad (2-18)$$

从式 (2-18) 可知, Z 与 Y 互为逆矩阵, 而且是同阶对称的, 即 $Z = Y^{-1}$ 。

Z 为节点阻抗矩阵。式 (2-18) 为用阻抗矩阵表示的节点电压方程, 当已知 I 和 Z 时, 可以很方便地由该式通过矩阵乘法得到 U 。

如果在网络的任一节点 i 注入单位电流, 而让其他节点的注入电流为零, 即令

$$I = (0 \quad \cdots \quad 1_{(i)} \quad 0 \quad \cdots \quad 0)^T$$

将上式代入式 (2-18), 得

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \vdots \\ \dot{U}_i \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1i} & \cdots & Z_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{i1} & \cdots & Z_{ii} & \cdots & Z_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & \cdots & Z_{ni} & \cdots & Z_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{1i} \\ \vdots \\ Z_{ii} \\ \vdots \\ Z_{ni} \end{pmatrix}$$

即节点阻抗矩阵 Z 的第 i 列元素。

从以上计算过程可看出节点阻抗矩阵的物理意义及特点:

1) 节点阻抗矩阵的对角元素 Z_{ii} 为节点 i 的自阻抗, 在数值上等于在节点 i 注入单位电流, 且其他节点注入电流均为零时节点 i 的电压。因此, 从电路参数角度来看, Z_{ii} 是节点 i 与地之间的等效阻抗, 也即所谓戴维南等效阻抗。所以只要节点 i 与带有接地支路的网络有

通路存在, 则 Z_{ii} 必为一非零的有限数值。

2) 节点阻抗矩阵的非对角元 Z_{ij} 为节点 i 和 j 之间的互阻抗, 在数值上等于由节点 i 注入单位电流, 且其他节点注入电流为零时, 节点 j 上呈现的电压。由于网络中各节点之间总是存在直接的或间接的电磁联系, 因此当节点 i 注入单位电流时, 虽然其他节点电流源都在开路状态, 但网络所有节点对地电压一般都不为零, 即 Z_{ij} 都是非零元, 所以节点阻抗矩阵中一般没有零元素, 它是一个对称的满矩阵, 占用内存容量大。

3) 根据节点阻抗矩阵, 可以构造一个有互感支路的与节点阻抗等效的星形网络。对于已知 n 个独立节点阻抗矩阵, 可以把它等效地看成是由 n 条与地相连、相互间有互感耦合关系的支路所组成的星形网络, 如图 2-7 所示。

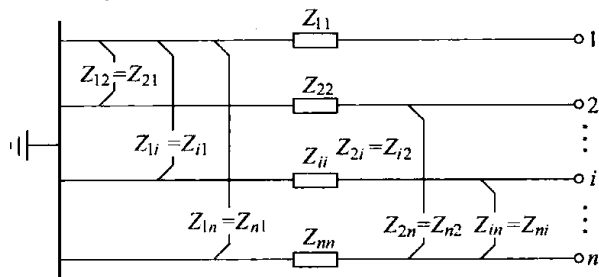


图 2-7 节点阻抗参数等效星形网络

图中各支路的自阻抗等于 Z 中相应节点的对角元, 各支路间的互阻抗等于 Z 中相应的非对角元。在图 2-7 的基础上, 可进一步作出节点阻抗方程的等效网络, 它们仅仅是网络节点阻抗参数和节点电压、电流的一种等效形式, 一般不反映实际的网络结构。

节点导纳方程与节点阻抗方程相比较: Y 阵稀疏, 占用内存少, Z 为满阵, 占用内存多; 形成 Y 阵容易、速度快, 形成 Z 阵较难, 速度慢; 网络结构变更时, 修改 Y 阵快, 修改 Z 阵慢; 节点导纳方程解算较难, 节点阻抗方程解算较容易。所以在实际应用时, 常常是同时利用 Y 阵的稀疏性和 Z 阵的计算方便性。

第三节 对称短路计算

一、叠加原理的应用

发生非金属性短路时, 故障节点 f 经过渡阻抗 z_f 发生短路。这个过渡阻抗 z_f 不参与形成网络的节点导纳 (或阻抗) 矩阵。

保持故障处的边界条件不变, 把网络的原有部分同故障支路分开, 如图 2-8 所示。容易看出, 对于正常状态的网络而言, 相当于在故障节点 f 增加了一个注入电流 $-\dot{I}_f$ (短路电流以流出故障点为正, 节点电流则以注入节点为正)。因此, 网络中任一节点 i 的电压可表示为

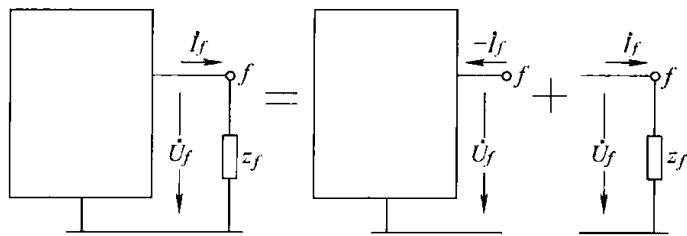


图 2-8 对称短路分析

$$\dot{U}_i = \sum_{j \in G} Z_{ij} \dot{I}_j - Z_{if} \dot{I}_f \quad (2-19)$$

式中 G ——网络内有源节点的集合。

由式 (2-19) 可见, 任一节点 i 的电压都由两项叠加而成。第一项是 Σ 符号下的总和, 它表示 $\dot{I}_f = 0$ 时网络内所有电源在节点 i 产生的电压, 也就是短路前瞬间正常运行状态下的

节点电压, 这是节点电压的正常分量, 记为 $\dot{U}_{i101}$ 。第二项是当网络中所有电流源都断开、电动势源都短路时, 仅由短路电流 $\dot{I}_f$ 在节点 i 产生的电压, 这是节点电压的故障分量。上述两个分量的叠加, 等于短路后节点 i 的实际电压, 即

$$\dot{U}_i = \dot{U}_{i101} - Z_{if}\dot{I}_f \quad (2-20)$$

式 (2-20) 也适用于故障节点 f , 于是有

$$\dot{U}_f = \dot{U}_{f101} - Z_{ff}\dot{I}_f \quad (2-21)$$

式中 $\dot{U}_{f101}$ ——故障点在短路前的正常电压;

Z_{ff} ——故障节点 f 的自阻抗。

式 (2-21) 也可以根据戴维南定理直接写出。

式 (2-21) 含有两个未知量 $\dot{U}_f$ 和 $\dot{I}_f$, 需要根据故障点的边界条件再写出一个方程才能求解。这个条件为

$$\dot{U}_f - z_f \dot{I}_f = 0 \quad (2-22)$$

由式 (2-21) 和式 (2-22) 可解出

$$\dot{I}_f = \frac{\dot{U}_{f101}}{Z_{ff} + z_f} \quad (2-23)$$

二、非故障处电压、电流的计算

网络中任一节点的电压为

$$\dot{U}_i = \dot{U}_{i101} - \frac{Z_{if}}{Z_{ff} + z_f} \dot{U}_{f101} \quad (2-24)$$

任一支路 (见图 2-9) 的电流为

$$\dot{I}_{ij} = (k \dot{U}_i - \dot{U}_j) / Z_{ij}$$

对于非变压器支路, 令 $k=1$ 即可。

从式 (2-23) 和式 (2-24) 可以看到, 式中的阻抗矩阵元素都有下标 f 。这表明, 如果网络在正常状态下的节点电压已知, 为了进行短路计算, 只需利用节点阻抗矩阵中与故障点 f 对应的一列元素。因此, 尽管采用了阻抗型的节点方程, 但是并不需要作出全网的阻抗矩阵。在短路计算中, 一般只需形成网络的节点导纳矩阵, 并根据具体要求, 求出阻抗矩阵的某一列或某几列元素即可。因此, 在以下各节中, 将都采用这种方法。

在不要求精确计算的场合, 可以不计负荷电流的影响。在形成节点导纳矩阵时, 将所有节点的负荷都略去不计, 相当于短路前网络处于空载状态, 此时各节点电压正常分量的标幺值可近似为 1。这样, 式 (2-23) 和式 (2-24) 便分别简化成

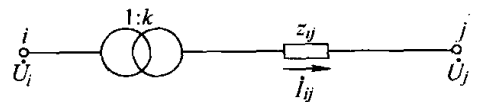


图 2-9 支路电流计算

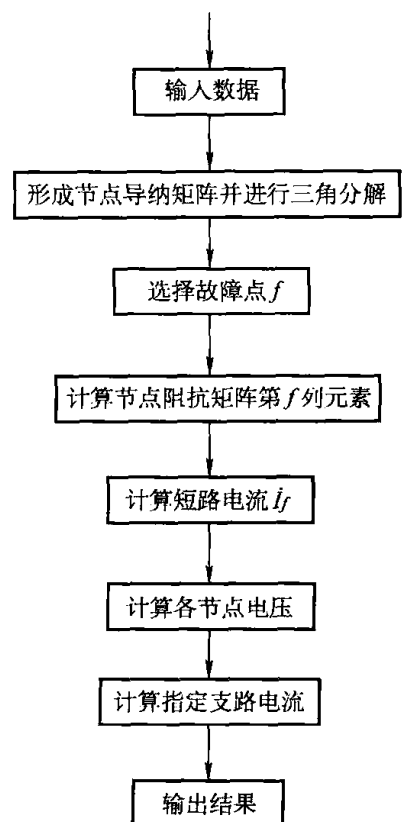


图 2-10 对称短路简化计算的原理框图

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_f &= 1/(Z_{ff} + z_f) \\ \dot{U}_i &= 1 - Z_{if}/(Z_{ff} + z_f) \end{aligned} \right\} \quad (2-25)$$

金属性短路时 $z_f = 0$ ，因此只要知道节点阻抗矩阵的有关元素就可以作短路计算了。

图 2-10 所示为对称短路简化计算的原理框图。

第四节 简单不对称故障计算

一、各序网络的电压方程式

不对称故障分析的基本原理和方法已在前面的课程作了详细介绍。不论是发生横向故障还是纵向故障，都可以从故障口把各序网络看成是某种等效的两端（一端口）网络，如图 2-11 所示。正序网络是有源两端网络，负序和零序网络是无源两端网络。故障口记为 F ，端口的两个节点记为 f 和 h 。横向故障时，节点 h 是零电位点；纵向故障时，节点 h 是故障口的另一个节点 f' 。故障口的各序电流记为 $\dot{I}_{F(1)}$ 、 $\dot{I}_{F(2)}$ 和 $\dot{I}_{F(0)}$ ，以流出节点 f （注入节点 h ）为正。故障口的各序电压记为 $\dot{U}_{F(1)}$ 、 $\dot{U}_{F(2)}$ 和 $\dot{U}_{F(0)}$ ，且 $\dot{U}_{F(k)} = \dot{U}_{f(k)} - \dot{U}_{h(k)}$ （ k 为表示序别的下标）。

仿照上节对称短路的分析方法，对于正序网络，发生故障可以看作是在故障口的节点 f 和 h 分别注入电流 $-\dot{I}_{F(1)}$ 和 $\dot{I}_{F(1)}$ 。因此，任一节点 i 的正序电压

$$\begin{aligned} \dot{U}_{i(1)} &= \sum_{j \in G} Z_{ij(1)} \dot{I}_j - Z_{if(1)} \dot{I}_{F(1)} + Z_{ih(1)} \dot{I}_{F(1)} \\ &= \dot{U}_{i(1)}^{(0)} - Z_{iF(1)} \dot{I}_{F(1)} \end{aligned} \quad (2-26)$$

式中 $\dot{U}_{i(1)}^{(0)} = \sum_{j \in G} Z_{ij(1)} \dot{I}_j$ ， $Z_{iF(1)} = Z_{if(1)} - Z_{ih(1)}$ 。

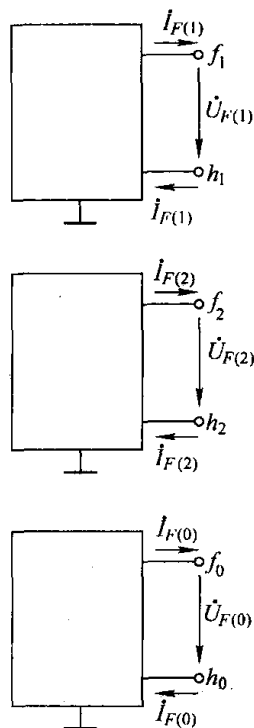


图 2-11 各序网络

式 (2-26) 表明，正序网络中任一节点的电压由两个分量组成。一个是 $U_{i(1)}^{(0)}$ ，它代表在故障口开路（即 $\dot{I}_{F(1)} = 0$ ）时由网络中所有的电源在节点 i 产生的电压。对于横向故障， $\dot{U}_{i(1)}^{(0)}$ 就是节点 i 电压的正常分量，但在纵向故障时， $\dot{U}_{i(1)}^{(0)}$ 不是节点 i 的正常电压。考虑到在电力系统的正常运行中并无负序和零序电源，以后将省去 $\dot{U}_{i(1)}^{(0)}$ 中表示正序的下标 (1)。另一个分量是 $-Z_{iF(1)} \dot{I}_{F(1)}$ ，它代表当网络中所有电动势源都短接、电流源都断开，只在故障口的节点 f 流出和在节点 h 注入电流 $\dot{I}_{F(1)}$ 时，在节点 i 产生的电压。不限定正序网络，称 $Z_{iF} = Z_{if} - Z_{ih}$ 为故障口同节点 i 之间的互阻抗。

除去网络中所有电源，仅在故障口的节点 f 注入单位电流的同时在节点 h 流出单位电流，则这时节点 i 的电压在数值上即等于互阻抗 Z_{iF} 。横向故障时， h 为零电位节点，按照自阻抗和互阻抗的定义，零电位节点同任何节点的互阻抗都为零，故有 $Z_{iF} = Z_{if}$ ，这就是节点 i 和故障点 f 间的互阻抗。纵向故障时， h 代表故障点 f' ，便有 $Z_{iF} = Z_{if} - Z_{if'}$ 。

式 (2-26) 适用于任何节点，对于故障口的两个节点 f 和 h ，有

$$\dot{U}_{f(1)} = \dot{U}_f^{(0)} - Z_{ff(1)} \dot{I}_{F(1)}$$

$$\dot{U}_{h(1)} = \dot{U}_h^{(0)} - Z_{hf(1)} \dot{I}_{F(1)}$$

因此

$$\dot{U}_{F(1)} = \dot{U}_{f(1)} - \dot{U}_{h(1)} = \dot{U}_f^{(0)} - \dot{U}_h^{(0)} - (Z_{ff(1)} - Z_{hf(1)}) \dot{I}_{F(1)} = \dot{U}_F^{(0)} - Z_{FF(1)} \dot{I}_{F(1)}$$

这是正序网络故障口的电压方程式，它也可以根据戴维南定理直接写出。式中， $\dot{U}_F^{(0)}$ 是正序网络中故障口的开路电压。对于横向故障 $\dot{U}_F^{(0)} = \dot{U}_{f|0|}$ ，即故障点 f 的正常电压。对于纵向故障， $\dot{U}_F^{(0)}$ 是故障口开路时节点 f 和 f' 的电压差。 $Z_{FF(1)}$ 是正序网络从故障口看进去的等效阻抗，称为故障口的自阻抗。不限定正序网络，如果去除网络中所有电源，仅在故障口的节点 f 注入单位电流，同时在节点 h 流出单位电流，则在故障口产生的电压在数值上即等于故障口的自阻抗 Z_{FF}

$$Z_{FF} = Z_{ff} - Z_{hf} = Z_{ff} - Z_{fh} - Z_{hf} + Z_{hh}$$

横向故障时 $Z_{FF} = Z_{ff}$ ，它是故障点 f 的自阻抗。纵向故障时 $Z_{FF} = Z_{ff} + Z_{f'f'} - 2Z_{ff'}$ 。

弄清正序网络的电压方程后，注意到负序和零序网络内部没有电源，套用式 (2-26)，可写出网络中任一节点 i 的负序和零序电压为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{i(2)} &= -Z_{iF(2)} \dot{I}_{F(2)} \\ \dot{U}_{i(0)} &= -Z_{iF(0)} \dot{I}_{F(0)} \end{aligned} \right\} \quad (2-27)$$

故障口的负序和零序电压分别为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{F(2)} &= -Z_{FF(2)} \dot{I}_{F(2)} \\ \dot{U}_{F(0)} &= -Z_{FF(0)} \dot{I}_{F(0)} \end{aligned} \right\}$$

为了求解不对称故障，还必须列写三个反映故障口边界条件的方程式。由于采用了计算机，可以把故障处的情况考虑得略为复杂一些。以下将对横向故障和纵向故障分别进行讨论。

二、横向不对称故障

(一) 单相 (a 相) 接地短路

单相接地短路及其复合序网如图 2-12 所示。

短路处的特征条件 (见图 2-12a) 为

$$\dot{I}_b = \dot{I}_c = 0, \dot{U}_a - z_f \dot{I}_a = 0$$

用对称分量表示可得边界条件

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{F(1)} &= \dot{I}_{F(2)} = \dot{I}_{F(0)} \\ (\dot{U}_{F(1)} - z_f \dot{I}_{F(1)}) + (\dot{U}_{F(2)} - z_f \dot{I}_{F(2)}) + (\dot{U}_{F(0)} - z_f \dot{I}_{F(0)}) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

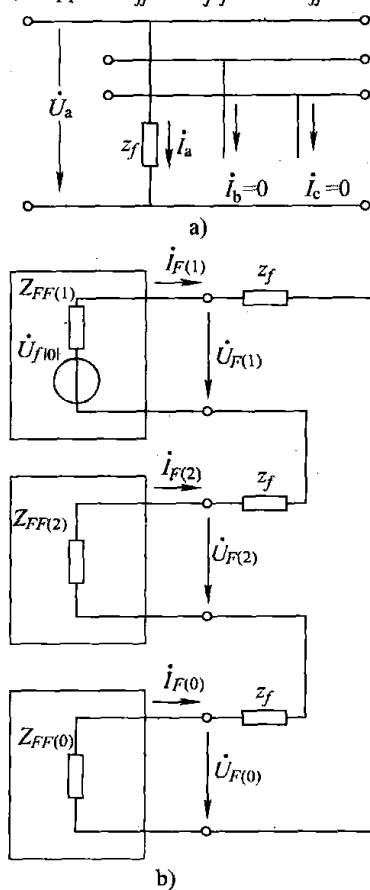


图 2-12 单相接地短路及其复合序网

a) 单相接地短路示意图 b) 复合序网

与这种边界条件相适应的复合序网如图 2-12b 所示。由此可解出

$$\dot{I}_{F(1)} = \frac{\dot{U}_{f(0)}}{Z_{FF(1)} + Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 3z_f}$$

求得故障口电流的各序分量后, 利用式 (2-26) 和式 (2-27) 即可算出网络中任一节点的各序电压分量。支路 ij 的各序电流为

$$\dot{I}_{ij(k)} = \frac{\dot{U}_{i(k)} - \dot{U}_{j(k)}}{z_{ij(k)}} \quad (k=1, 2, 0) \quad (2-28)$$

对于零序网络的互感支路组, 可先算出消去互感的等效网络中的支路电流, 经网络还原再求出互感支路的实际电流。

对于变压器支路, 考虑非标准电压比时应按式 (2-25) 计算支路电流。遇星形—三角形联结的变压器还应计及电流和电压的正序和负序对称分量的相位移动。

算出电压和电流各序分量在网络中的分布后, 再计算指定节点的各相电压和指定支路的各相电流就没有困难了。

由此可见, 不对称短路和对称短路的计算步骤是一致的。首先算出故障口的电流, 接着算出网络中各节点的电压, 由节点电压即可确定支路电流。不同的是, 要分别计算三序分量。

(二) 两相 (b 相和 c 相) 接地短路

两相接地短路及其复合序网如图 2-13 所示。

短路处的特征条件 (见图 2-13a) 为

$$\dot{I}_a = 0$$

$$\dot{U}_b - z_f \dot{I}_b - z_g (\dot{I}_b + \dot{I}_c) = 0$$

$$\dot{U}_c - z_f \dot{I}_c - z_g (\dot{I}_b + \dot{I}_c) = 0$$

将后两个条件用对称分量表示, 得

$$a^2 \dot{U}_{F(1)} + a \dot{U}_{F(2)} + \dot{U}_{F(0)} - 3z_g \dot{I}_{F(0)} - z_f (a^2 \dot{I}_{F(1)} + a \dot{I}_{F(2)} + \dot{I}_{F(0)}) = 0$$

$$a \dot{U}_{F(1)} + a^2 \dot{U}_{F(2)} + \dot{U}_{F(0)} - 3z_g \dot{I}_{F(0)} - z_f (a \dot{I}_{F(1)} + a^2 \dot{I}_{F(2)} + \dot{I}_{F(0)}) = 0$$

整理后可得

$$a^2 (\dot{U}_{F(1)} - z_f \dot{I}_{F(1)}) + a (\dot{U}_{F(2)} - z_f \dot{I}_{F(2)}) + (\dot{U}_{F(0)} - (z_f + 3z_g) \dot{I}_{F(0)}) = 0$$

$$a (\dot{U}_{F(1)} - z_f \dot{I}_{F(1)}) + a^2 (\dot{U}_{F(2)} - z_f \dot{I}_{F(2)}) + (\dot{U}_{F(0)} - (z_f + 3z_g) \dot{I}_{F(0)}) = 0$$

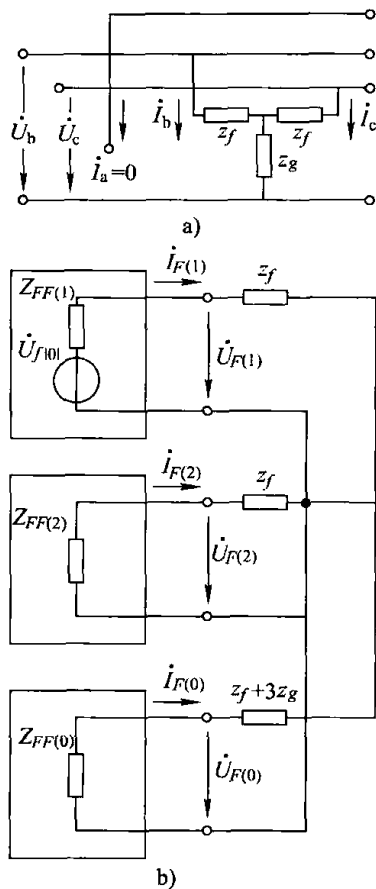


图 2-13 两相接地短路及其复合序网

a) 两相接地短路示意图 b) 复合序网

由此可以解出边界条件

$$\dot{U}_{F(1)} - z_f \dot{I}_{F(1)} = \dot{U}_{F(2)} - z_f \dot{I}_{F(2)} = \dot{U}_{F(0)} - (z_f + 3z_g) \dot{I}_{F(0)} \quad (2-29)$$

及

$$\dot{I}_{F(1)} + \dot{I}_{F(2)} + \dot{I}_{F(0)} = 0 \quad (2-30)$$

满足边界条件式 (2-29) 和式 (2-30) 的复合序网如图 2-13b 所示。由这个序网图可以解出

$$\dot{I}_{F(1)} = \frac{\dot{U}_{f01}}{Z_{FF(1)} + z_f + \frac{(Z_{FF(2)} + z_f)(Z_{FF(0)} + z_f + 3z_g)}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f + 3z_g}}$$

故障口电流的负序和零序分量分别为

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{F(2)} &= -\frac{Z_{FF(0)} + z_f + 3z_g}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f + 3z_g} \dot{I}_{F(1)} \\ \dot{I}_{F(0)} &= -\frac{Z_{FF(2)} + z_f}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f + 3z_g} \dot{I}_{F(1)} \end{aligned} \right\}$$

(三) 两相 (b 相和 c 相) 短路

两相短路又称相间短路, 其特征条件如图 2-14 所示。两相短路可以作为两相接地短路时 z_g 趋于无限大的特例处理。将图 2-13b 中的零序网络断开, 即得两相短路的复合序网。因此, 故障口的正序和负序电流为

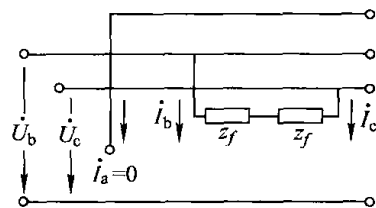


图 2-14 两相短路

$$\dot{I}_{F(1)} = -\dot{I}_{F(2)} = \frac{\dot{U}_{f01}}{Z_{FF(1)} + Z_{FF(2)} + 2z_f}$$

三、纵向不对称故障

(一) 单相 (a 相) 断开

设故障处 b 相和 c 相的阻抗为 z_f , 如图 2-15 所示, 则特征条件为

$$\dot{I}_a = 0, \Delta \dot{U}_b - z_f \dot{I}_b = 0, \Delta \dot{U}_c - z_f \dot{I}_c = 0$$

上述特征条件同 $z_g = 0$ 时两相接地短路的特征条件完全相似。因此, 两相接地短路的复合序网及故障口各序电流的算式都可用于单相断开的计算, 只是故障口自阻抗和开路电压的计算不同而已。

(二) 两相 (b 相和 c 相) 断开

设故障处 a 相的阻抗为 z_f , 如图 2-16 所示, 则特征条件为

$$\dot{I}_b = \dot{I}_c = 0, \Delta \dot{U}_a - z_f \dot{I}_a = 0$$

这同单相接地短路的特征条件完全相似。因此, 复合序网的接法以及故障口各序电流的算式也同单相接地短路的一样。但需注意, 横向故障和纵向故障时故障口自阻抗和开路电压是不同的。

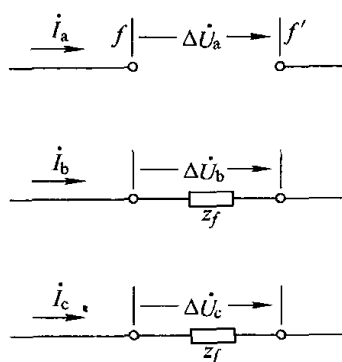


图 2-15 单相断开

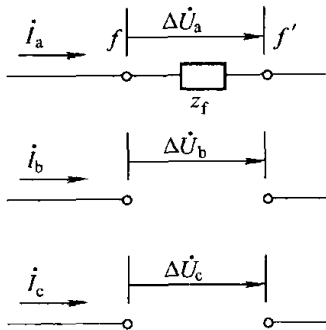


图 2-16 两相断开

(三) 串联补偿电容的非全相击穿

输电线路的串联补偿电容有可能发生单相或两相击穿，这也属于纵向不对称故障。这类故障按非全相断开处理比较方便，如图 2-17 所示。

四、简单不对称故障的计算通式

综上所述，无论是发生横向还是纵向简单不对称故障时，故障口正序电流的算式都可写成

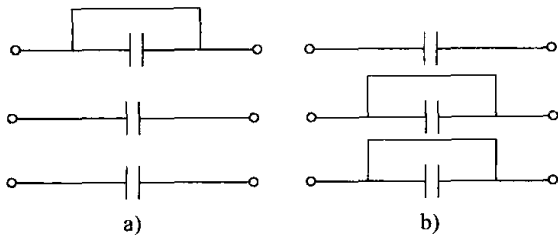


图 2-17 串联补偿电容
a) 单相击穿 b) 两相击穿

$$\dot{I}_{F(1)} = \frac{\dot{U}_F^{(0)}}{Z_{FF(1)} + Z_{\Delta}} \tag{2-31}$$

负序和零序电流可以分别写成

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{F(2)} &= K_2 \dot{I}_{F(1)} \\ \dot{I}_{F(0)} &= K_0 \dot{I}_{F(1)} \end{aligned} \right\} \tag{2-32}$$

各种不对称故障时的故障附加阻抗 Z_{Δ} 和系数 K_2 、 K_0 的计算公式见表 2-2。

表 2-2 各种不对称故障时的故障附加阻抗 Z_{Δ} 和系数 K_2 、 K_0 的计算公式

故障类型	Z_{Δ}	K_2	K_0
单相接地短路	$Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 3z_f$	1	1
两相接地短路	$z_f + \frac{(Z_{FF(2)} + z_f)(Z_{FF(0)} + z_f + 3z_g)}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f + 3z_g}$	$-\frac{Z_{FF(0)} + z_f + 3z_g}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f + 3z_g}$	$-\frac{Z_{FF(2)} + z_f}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f + 3z_g}$
两相短路	$Z_{FF(2)} + 2z_f$	-1	0
单相断开	$z_f + \frac{(Z_{FF(2)} + z_f)(Z_{FF(0)} + 2z_f)}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f}$	$-\frac{Z_{FF(0)} + z_f}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f}$	$-\frac{Z_{FF(2)} + z_f}{Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 2z_f}$
两相断开	$Z_{FF(2)} + Z_{FF(0)} + 3z_f$	1	1

横向故障时, 短路节点为 f , 且

$$\dot{U}_F^{(0)} = \dot{U}_{f|0|}, Z_{FF(k)} = Z_{ff(k)} \quad (k=1, 2, 0)$$

纵向故障时, 故障口节点号为 f 和 f' , 且

$$\dot{U}_F^{(0)} = \dot{U}_{f|0|} - \dot{U}_{f'|0|}, Z_{FF(k)} = Z_{ff(k)} + Z_{f'f'(k)} - 2Z_{ff'(k)} \quad (k=1, 2, 0)$$

简单不对称故障计算的原理框图如图 2-18 所示。这个框图对横向和纵向故障计算都适用。在进行短路的简化计算时, 可省去 $\dot{U}_i^{(0)}$ 和 $\dot{U}_F^{(0)}$ 的计算, 直接取 $\dot{U}_i^{(0)} = \dot{U}_F^{(0)} = 1$ 即可。

五、简单不对称故障的通用复合序网

从上述各种不对称故障的复合序网可以看到, 各序网络在故障口的连接方式基本上只有两种: 串联接法和并联接法。

单相接地短路和两相断开时, 复合序网由各序网络在故障口 (经过故障处的阻抗) 串联组成。因此, 这类故障又称为串联型故障。

两相接地短路和单相断开时, 复合序网由各序网络在故障口 (经过故障处的阻抗) 并联组成。因此, 这类故障又称为并联型故障。两相短路可作为两相短路接地时 $z_g = \infty$ 的特例。

在以上的讨论中, 凡属单相故障都假定发生在 a 相, 两相故障都发生在 b 相和 c 相。单相故障时的故障相和两相故障时的非故障相通常称为故障特殊相, 即该相的状态有别于另外两相。这里把 a 相当作故障特殊相, 同选取 a 相作为对称分量的基准相是一致的。在这种条件下, 用对称分量表示的边界条件最简单。

当网络中只有一处故障时, 总可以把故障特殊相选为对称分量的基准相。当发生多处故障时, 全网只能选定统一的基准相, 这时就会在某些故障处出现故障特殊相和基准相不一致的情况。例如单相接地短路, 不管短路发生在哪一相, 都以 a 相作为对称分量的基准相。

当 a 相短路时, 假定为金属性短路, 边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{F(1)} &= \dot{I}_{F(2)} = \dot{I}_{F(0)} \\ \dot{U}_{F(1)} + \dot{U}_{F(2)} + \dot{U}_{F(0)} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

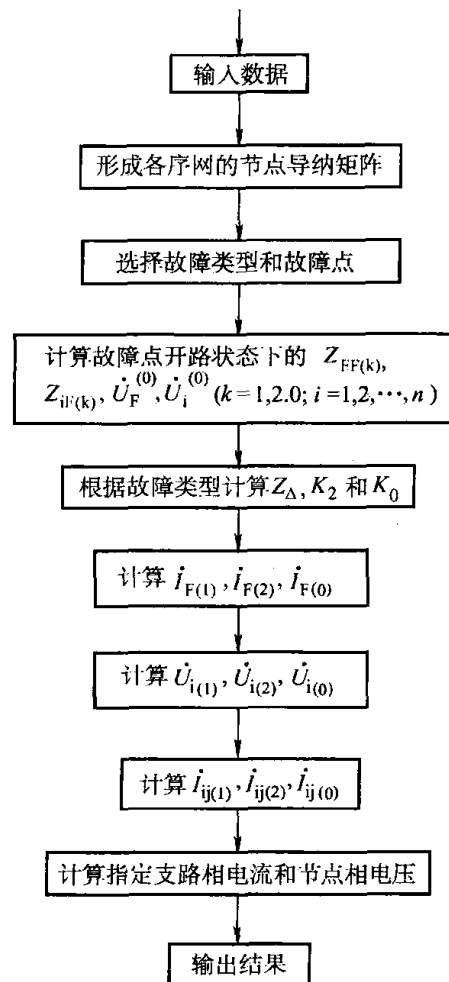


图 2-18 简单不对称故障计算原理框图

当 b 相短路时, $\dot{I}_a = \dot{I}_c = 0$ 以及 $\dot{U}_b = 0$, 用对称分量表示, 可得

$$\left. \begin{aligned} a^2 \dot{I}_{F(1)} &= a \dot{I}_{F(2)} = \dot{I}_{F(0)} \\ a^2 \dot{U}_{F(1)} + a \dot{U}_{F(2)} + \dot{U}_{F(0)} &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{2-33}$$

当 c 相短路时, $\dot{I}_a = \dot{I}_b = 0$ 以及 $\dot{U}_c = 0$, 用对称分量表示, 可得

$$\left. \begin{aligned} a \dot{I}_{F(1)} &= a^2 \dot{I}_{F(2)} = \dot{I}_{F(0)} \\ a \dot{U}_{F(1)} + a^2 \dot{U}_{F(2)} + \dot{U}_{F(0)} &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{2-34}$$

从上述边界条件可见, 当 a 相短路时, 可以将各序网络的端口直接串联组成复合序网。一般情况下, 需借理想移相器来组成复合序网。所谓理想移相器就是不改变电流和电压的大小, 只改变其相位的理想变压器。图 2-19 所示为带有理想移相器的单相短路复合序网。a 相短路时, 移相系数取为 $n_{(1)} = n_{(2)} = n_{(3)} = 1$; b 相短路时取 $n_{(1)} = a^2, n_{(2)} = a, n_{(0)} = 1$; c 相短路时则取 $n_{(1)} = a, n_{(2)} = a^2, n_{(0)} = 1$ 。这种带有理想移相器的复合序网称为通用复合序网。

对于两相故障的分析说明, 当非故障相为 b 相或 c 相时, 故障处的边界条件也发生与以上相似的变化。因此, 在组成复合序网时必须借助于理想移相器。

综合上述讨论, 在以 a 相为对称分量的基准相, 而故障特殊相为不同的相别时, 各序网络的移相系数的取值可以归纳成表 2-3。按照表 2-3, 故障口电流和电压的零序分量都不必移相, 所以零序网络可以不接理想移相器。实际上可以采取另一种做法。例如对式 (2-33) 的各项都乘以 a , 对式 (2-34) 的各项都乘以 a^2 , 这样得到的移相系数列于表 2-4。这时, 不论故障特殊相是哪一相, 都有 $n_{(1)} = 1$, 故障口电流和电压的正序分量就不必移相了。

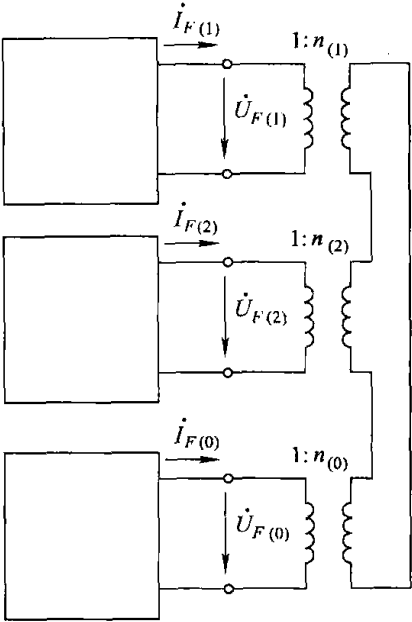


图 2-19 带有理想移相器的单相短路复合序网

表 2-3 不同的相别时的移相系数

特殊相 \ 移相系数	$n_{(1)}$	$n_{(2)}$	$n_{(0)}$
a	1	1	1
b	a^2	a	1
c	a	a^2	1

表 2-4 式 (2-33)、式 (2-34) 各项乘 a 、乘 a^2 的移相系数

特殊相 \ 移相系数	$n_{(1)}$	$n_{(2)}$	$n_{(0)}$
a	1	1	1
b	1	a^2	a
c	1	a	a^2

总结以上讨论, 可以为串联型故障和并联型故障分别制订通用的复合序网, 如图 2-20 和图 2-21 所示。

图 2-21 中, z_0 在横向故障时为 $z_f + 3z_g$, 在纵向故障时为 z_f 。

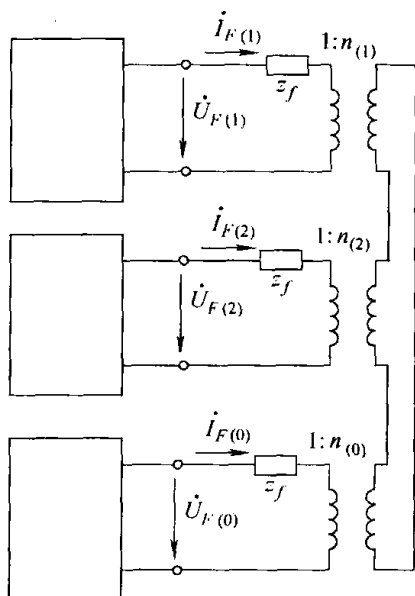


图 2-20 串联型故障通用复合序网

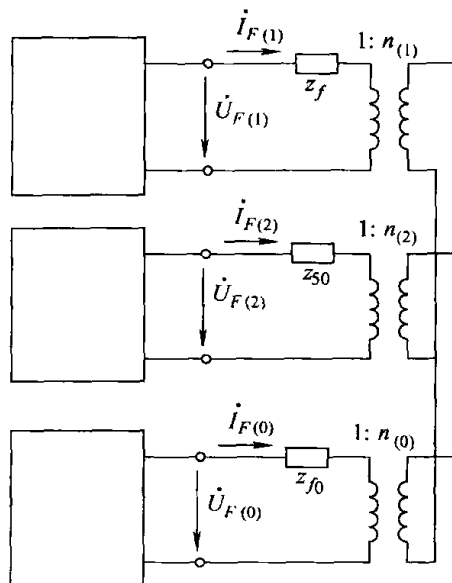


图 2-21 并联型故障通用复合序网

这两类故障的边界条件方程式可以分别列写如下：

对于串联型故障

$$\left. \begin{aligned} n_{(1)} \dot{I}_{F(1)} &= n_{(2)} \dot{I}_{F(2)} = n_{(0)} \dot{I}_{F(0)} \\ n_{(1)} (\dot{U}_{F(1)} - z_f \dot{I}_{F(1)}) &+ n_{(2)} (\dot{U}_{F(2)} - z_f \dot{I}_{F(2)}) + n_{(0)} (\dot{U}_{F(0)} - z_f \dot{I}_{F(0)}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-35)$$

对于并联型故障

$$\left. \begin{aligned} n_{(1)} \dot{I}_{F(1)} + n_{(2)} \dot{I}_{F(2)} + n_{(0)} \dot{I}_{F(0)} &= 0 \\ n_{(1)} (\dot{U}_{F(1)} - z_f \dot{I}_{F(1)}) &= n_{(2)} (\dot{U}_{F(2)} - z_f \dot{I}_{F(2)}) = n_{(0)} (\dot{U}_{F(0)} - z_{f0} \dot{I}_{F(0)}) \end{aligned} \right\} \quad (2-36)$$

将不对称故障归纳为串联型和并联型，并且对其边界条件采用统一的列写方法，这就为制订复杂不对称故障的分析计算方法打下了基础。

第五节 复杂故障的计算方法

一、分析复杂故障的一般方法

复杂故障是指网络中有两处或两处以上同时发生不对称故障的情况。电力系统中常见的复杂故障是某处发生不对称短路时，有一处或两处的开关非全相跳闸。

掌握了简单故障分析计算的原理和方法，对复杂故障是不难处理的。从以上两节可以看到，处理简单故障的基本方法是：从故障口把网络同故障支路隔开，把发生故障考虑为在故障口向网络注入故障电流的各序分量，然后联立求解各序网络故障口的电压方程和边界条件方程，得到故障口电流的各序分量，最后计算网络中的电流和电压分布。这种方法也完全适用于对复杂故障的分析计算。

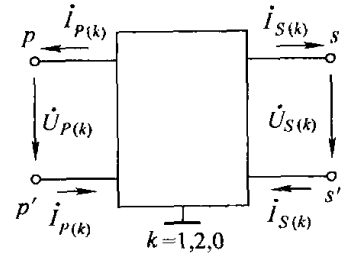
二、双重故障的分析计算

假定系统中发生了一处串联型故障和一处并联型故障。串联型故障口记为端口 S，它的

两个节点为 s 和 s' ，并联型故障口记为端口 P ，它的两个节点为 p 和 p' 。发生故障相当于从故障口分别向各序网络注入了故障电流的该序分量，如图 2-22 所示。

正序网络中任一节点 i 的电压

$$\begin{aligned}\dot{U}_{i(1)} &= \sum_{j \in G} Z_{ij(1)} \dot{I}_j - (Z_{is(1)} - Z_{is'(1)}) \dot{I}_{S(1)} - (Z_{ip(1)} - Z_{ip'(1)}) \dot{I}_{P(1)} \\ &= \dot{U}_i^{(0)} - Z_{is(1)} \dot{I}_{S(1)} - Z_{ip(1)} \dot{I}_{P(1)}\end{aligned}\quad (2-37)$$



式 (2-37) 中， $\dot{U}_i^{(0)}$ 是正序网络中当故障端口都开路（即 $\dot{I}_{S(1)} = \dot{I}_{P(1)} = 0$ ）时，由网络内的电源在节点 i 产生的电压。不限于正序网络， $Z_{is} = Z_{is} - Z_{is'}$ 和 $Z_{ip} = Z_{ip} - Z_{ip'}$ 分别为故障口 S 和 P 同节点 i 之间的互阻抗。

将式 (2-37) 应用于故障端口的两对节点可得

$$\begin{aligned}\dot{U}_{S(1)} &= \dot{U}_{s(1)} - \dot{U}_{s'(1)} = (\dot{U}_s^{(0)} - \dot{U}_{s'}^{(0)}) - (Z_{sS(1)} - Z_{s'S(1)}) \dot{I}_{S(1)} - (Z_{sP(1)} - Z_{s'P(1)}) \dot{I}_{P(1)} \\ &= \dot{U}_S^{(0)} - Z_{SS(1)} \dot{I}_{S(1)} - Z_{SP(1)} \dot{I}_{P(1)}\end{aligned}\quad (2-38)$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{P(1)} &= \dot{U}_{p(1)} - \dot{U}_{p'(1)} = (\dot{U}_p^{(0)} - \dot{U}_{p'}^{(0)}) - (Z_{pS(1)} - Z_{p'S(1)}) \dot{I}_{S(1)} - (Z_{pP(1)} - Z_{p'P(1)}) \dot{I}_{P(1)} \\ &= \dot{U}_P^{(0)} - Z_{PS(1)} \dot{I}_{S(1)} - Z_{PP(1)} \dot{I}_{P(1)}\end{aligned}\quad (2-39)$$

在上面两式中 $\dot{U}_S^{(0)}$ 、 $\dot{U}_P^{(0)}$ ——分别为故障口 S 和 P 的开路电压；

Z_{SS} 、 Z_{PP} ——分别为端口 S 和 P 的自阻抗。

$$Z_{SS} = Z_{ss} + Z_{s's'} - 2Z_{ss'}$$

$$Z_{PP} = Z_{pp} + Z_{p'p'} - 2Z_{pp'}$$

Z_{PS} 、 Z_{SP} ——分别为端口 S 和端口 P 之间的互阻抗

$$Z_{PS} = Z_{SP} = Z_{ps} + Z_{p's'} - Z_{ps'} - Z_{p's}$$

如果网络内所有电动势源都短接、电流源都断开，仅在端口 S 的节点 s 注入单位电流，同时在节点 s' 流出单位电流时，在端口 P 产生的电压在数值上即等于 Z_{PS} 。

可见，端口自阻抗和端口间互阻抗的物理意义同节点自阻抗和节点间互阻抗的物理意义完全一致。节点阻抗矩阵可以看作端口阻抗矩阵的特例，如果把网络中每一个节点都同零电位点组成一个端口，这时的端口阻抗矩阵就是节点阻抗矩阵。

式 (2-38) 和式 (2-39) 可用矩阵合写如下：

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_{S(1)} \\ \dot{U}_{P(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{U}_S^{(0)} \\ \dot{U}_P^{(0)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_{SS(1)} & Z_{SP(1)} \\ Z_{PS(1)} & Z_{PP(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_{S(1)} \\ \dot{I}_{P(1)} \end{pmatrix}\quad (2-40)$$

可简记为 $U_{F(1)} = U_F^{(0)} - Z_{FF(1)} I_{F(1)}$ 。

这就同简单故障的方程式完全一致了。

同样，可以写出负序和零序网络中任一节点 i 的电压计算公式如下：

$$\dot{U}_{i(k)} = -Z_{is(k)} \dot{I}_{S(k)} - Z_{ip(k)} \dot{I}_{P(k)} \quad (k=2, 0)\quad (2-41)$$

负序和零序网络故障口的电压方程可用矩阵形式分别写成

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_{S(2)} \\ \dot{U}_{P(2)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} Z_{SS(2)} & Z_{SP(2)} \\ Z_{PS(2)} & Z_{PP(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_{S(2)} \\ \dot{I}_{P(2)} \end{pmatrix}\quad (2-42)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_{S(0)} \\ \dot{U}_{P(0)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} Z_{SS(0)} & Z_{SP(0)} \\ Z_{PS(0)} & Z_{PP(0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_{S(0)} \\ \dot{I}_{P(0)} \end{pmatrix} \quad (2-43)$$

或简写为

$$U_{F(2)} = -Z_{FF(2)} I_{F(2)}, \quad U_{F(0)} = -Z_{FF(0)} I_{F(0)}$$

式 (2-40)、式 (2-42) 和式 (2-43), 再加上边界条件式 (2-35) 和式 (2-36), 就是求解两个故障端口电流和电压各序分量所需要的全部方程式。这些方程式共包含了 12 个待求量。

实际计算时, 同计算简单故障一样, 先联解一部分方程, 或者组成复合序网, 消去若干未知量, 降低联立方程的阶次。至于这 12 个未知量, 留下哪些, 消去哪些, 可根据不同的考虑, 采取不同的处理方法。常见的一种方法是组成复合序网, 将各序网络在并联型故障口并联, 在串联型故障口串联。这就消去了并联型故障口的各序电流和串联型故障口的各序电压, 只留下并联型故障口的某序 (一般是正序) 电压和串联型故障口的某序 (一般是正序) 电流作为待求量。采用这种做法, 最后要求解的方程式的阶次恰好等于故障的重数。但是, 只在两处都为串联型故障时, 各序网络故障口的电压方程式 (2-40)、式 (2-42) 和式 (2-43) 可以直接应用。当两处都为并联型故障时, 需将上述方程变换为导纳型方程。如果一处为串联型故障另一处为并联型故障, 则应变换为混合型方程。这种处理方法的演算步骤, 这里就不介绍了。

为避免对网络的电压方程进行变换, 并使求解的结果更便于应用, 一般做法是, 保留串联型故障口的正序电流和并联型故障口的各序电流作为待求量, 而将两个故障口的各序电压和串联型故障口的负序和零序电流都消去。具体的推导过程如下。

将式 (2-40)、式 (2-42) 和式 (2-43) 中 $\dot{U}_{S(1)}$ 、 $\dot{U}_{S(2)}$ 和 $\dot{U}_{S(0)}$ 的算式代入式 (2-35) 的第二式, 得

$$\begin{aligned} n_{S(1)} [\dot{U}_S^{(0)} - (Z_{SS(1)} + z_S) \dot{I}_{S(1)} - Z_{SP(1)} \dot{I}_{P(1)}] + n_{S(2)} [- (Z_{SS(2)} + z_S) \dot{I}_{S(2)} - Z_{SP(2)} \dot{I}_{P(2)}] \\ + n_{S(0)} [- (Z_{SS(0)} + z_S) \dot{I}_{S(0)} - Z_{SP(0)} \dot{I}_{P(0)}] = 0 \end{aligned}$$

利用式 (2-35) 的第一式消去上式中的 $\dot{I}_{S(2)}$ 和 $\dot{I}_{S(0)}$, 得

$$\begin{aligned} (Z_{SS(1)} + Z_{SS(2)} + Z_{SS(0)} + 3z_S) n_{S(1)} \dot{I}_{S(1)} + n_{S(1)} Z_{SP(1)} \dot{I}_{P(1)} \\ + n_{S(2)} Z_{SP(2)} \dot{I}_{P(2)} + n_{S(0)} Z_{SP(0)} \dot{I}_{P(0)} = n_{S(1)} \dot{U}_S^{(0)} \end{aligned} \quad (2-44)$$

将式 (2-40)、式 (2-42) 和式 (2-43) 中 $\dot{U}_{P(1)}$ 、 $\dot{U}_{P(2)}$ 和 $\dot{U}_{P(0)}$ 的算式代入式 (2-36) 的第二式, 得

$$n_{P(1)} [\dot{U}_P^{(0)} - Z_{PS(1)} \dot{I}_{S(1)} - (Z_{PP(1)} + z_P) \dot{I}_{P(1)}] = n_{P(0)} [-Z_{PS(0)} \dot{I}_{S(0)} - (Z_{PP(0)} + z_{P0}) \dot{I}_{P(0)}]$$

和 $n_{P(2)} [-Z_{PS(2)} \dot{I}_{S(2)} - (Z_{PP(2)} + z_P) \dot{I}_{P(2)}] = n_{P(0)} [-Z_{PS(0)} \dot{I}_{S(0)} - (Z_{PP(0)} + z_{P0}) \dot{I}_{P(0)}]$

再利用式 (2-35) 的第一式消去 $\dot{I}_{S(2)}$ 和 $\dot{I}_{S(0)}$, 得

$$\begin{aligned} (n_{P(1)} Z_{PS(1)} - n_{P(0)} Z_{PS(0)} n_{S(0)}^{-1} n_{S(1)}) \dot{I}_{S(1)} + n_{P(1)} (Z_{PP(1)} + z_P) \dot{I}_{P(1)} \\ - n_{P(0)} (Z_{PP(0)} + z_{P0}) \dot{I}_{P(0)} = n_{P(1)} \dot{U}_P^{(0)} \end{aligned} \quad (2-45)$$

$$\begin{aligned} (-n_{P(2)} Z_{PS(2)} n_{S(2)}^{-1} + n_{P(0)} Z_{PS(0)} n_{S(0)}^{-1}) n_{S(1)} \dot{I}_{S(1)} - n_{P(2)} (Z_{PP(2)} + z_P) \dot{I}_{P(2)} \\ + n_{P(0)} (Z_{PP(0)} + z_{P0}) \dot{I}_{P(0)} = 0 \end{aligned} \quad (2-46)$$

式 (2-44) ~ 式 (2-46) 以及式 (2-36) 中的第一式共 4 个方程, 可写成矩阵形式

$$\begin{pmatrix}
 Z_{SS(1)} + Z_{SS(2)} + Z_{SS(0)} + 3z_s & n_{S(1)} Z_{SP(1)} n_{P(1)}^{-1} & n_{S(2)} Z_{SP(2)} n_{P(2)}^{-1} & n_{S(0)} Z_{SP(0)} n_{P(0)}^{-1} \\
 n_{P(1)} Z_{PS(1)} n_{S(1)}^{-1} - n_{P(0)} Z_{PS(0)} n_{S(0)}^{-1} & Z_{PP(1)} + z_p & 0 & -(Z_{PP(0)} + z_{p0}) \\
 n_{P(2)} Z_{PS(2)} n_{S(2)}^{-1} - n_{P(0)} Z_{PS(0)} n_{S(0)}^{-1} & 0 & Z_{PP(2)} + z_p & -(Z_{PP(0)} + z_{p0}) \\
 0 & 1 & 1 & 1
 \end{pmatrix}
 \times
 \begin{pmatrix}
 n_{S(1)} \dot{I}_{S(1)} \\
 n_{P(1)} \dot{I}_{P(1)} \\
 n_{P(2)} \dot{I}_{P(2)} \\
 n_{P(0)} \dot{I}_{P(0)}
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 n_{S(1)} \dot{U}_S^{(0)} \\
 n_{P(1)} \dot{U}_P^{(0)} \\
 0 \\
 0
 \end{pmatrix}
 \quad (2-47)$$

这就是最终要解的故障方程，其中的4个待求量是 $\dot{I}_{S(1)}$ 、 $\dot{I}_{P(1)}$ 、 $\dot{I}_{P(2)}$ 和 $\dot{I}_{P(0)}$ 。如果把式(2-47)中的 $\dot{I}_{P(0)}$ 先消去，使得

$$\begin{pmatrix}
 Z_{SS(1)} + Z_{SS(2)} & n_{S(1)} Z_{SP(1)} n_{P(1)}^{-1} & n_{S(2)} Z_{SP(2)} n_{P(2)}^{-1} \\
 + Z_{SS(0)} + 3z_s & -n_{S(0)} Z_{SP(0)} n_{P(0)}^{-1} & -n_{S(0)} Z_{SP(0)} n_{P(0)}^{-1} \\
 n_{P(1)} Z_{PS(1)} n_{S(1)}^{-1} & Z_{PP(1)} + z_p & Z_{PP(0)} + z_{p0} \\
 -n_{P(0)} Z_{PS(0)} n_{S(0)}^{-1} & + Z_{PP(0)} + z_{p0} & \\
 n_{P(2)} Z_{PS(2)} n_{S(2)}^{-1} & Z_{PP(0)} + z_{p0} & Z_{PP(2)} + z_p \\
 -n_{P(0)} Z_{PS(0)} n_{S(0)}^{-1} & Z_{PP(0)} + z_{p0} & + Z_{PP(0)} + z_{p0}
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 n_{S(1)} \dot{I}_{S(1)} \\
 n_{P(1)} \dot{I}_{P(1)} \\
 n_{P(2)} \dot{I}_{P(2)}
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 n_{S(1)} \dot{U}_S^{(0)} \\
 n_{P(1)} \dot{U}_P^{(0)} \\
 0
 \end{pmatrix}
 \quad (2-48)$$

式(2-47)或式(2-48)不仅用于计算一处串联型和一处并联型的双重故障，也可用于计算简单故障。只有一处串联型故障时，可令 $\dot{I}_{P(1)} = \dot{I}_{P(2)} = \dot{I}_{P(0)} = 0$ ，只保留矩阵方程的第一行即可。当只有一处并联型故障时，令 $\dot{I}_{S(1)} = 0$ ，并将矩阵方程的第一行舍去即可。

为求解方程式(2-47)或式(2-48)，需要先确定故障口的开路电压 $\dot{U}_S^{(0)}$ 和 $\dot{U}_P^{(0)}$ ，而方程式左端的系数矩阵各元素则由故障口的自阻抗和口间互阻抗、故障口各序网络的移相系数以及附加阻抗组合而成，根据给定的故障口节点号、故障类型、故障相别和附加阻抗等是不难求得的。算出串联型故障口的正序电流后，很容易确定该口的负序和零序电流。故障口的各序电流求得后，即可由式(2-37)和式(2-41)计算网络中任意指定节点的各序电压。

* 三、任意重故障的通用方程式

如果网络中发生了 l 重串联型故障和 m 重并联型故障，则可以仿照上一小节所述方法进行处理。将所有的故障端口都引出，如图2-23所示，形成多口网络。其中，第 i 个串联型故障口记为 S_i ，它的两个端口节点为 s_i 和 s'_i ，故障口电流 $\dot{I}_{S_i}$ 从节点 s_i 流出而由节点 s'_i 注入网络；故障口电压为 $\dot{U}_{S_i} = \dot{U}_{s_i} - \dot{U}_{s'_i}$ 。第 i 处并联型故障口记为 P_i ，它的两个端口节点为 p_i 和 p'_i ，故障口电流 $\dot{I}_{P_i}$ 从节点 p_i 流出由节点 p'_i 流入网络；故障口电压为 $\dot{U}_{P_i} = \dot{U}_{p_i} - \dot{U}_{p'_i}$ 。

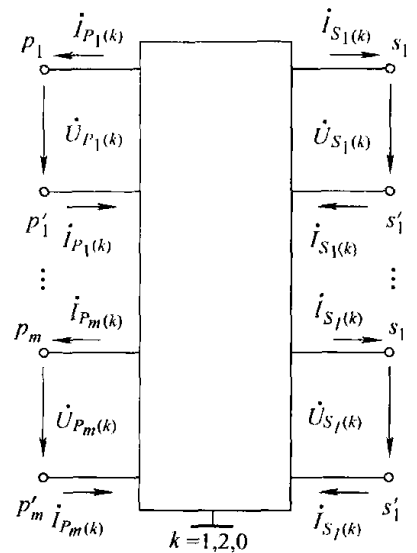


图 2-23 多重故障的端口

先列写网络中任一节点 i 的电压计算公式, 对于正序网络有

$$\begin{aligned}\dot{U}_{i(1)} &= \sum_{j \in G} Z_{ij(1)} \dot{I}_j - \sum_{j=1}^l Z_{iS_j(1)} \dot{I}_{S_j(1)} - \sum_{j=1}^m Z_{iP_j(1)} \dot{I}_{P_j(1)} \\ &= \dot{U}_i^{(0)} - \sum_{j=1}^l Z_{iS_j(1)} \dot{I}_{S_j(1)} - \sum_{j=1}^m Z_{iP_j(1)} \dot{I}_{P_j(1)}\end{aligned}\quad (2-49)$$

同样可以写出负序网络和零序网络节点 i 的电压算式为

$$\dot{U}_{i(k)} = - \sum_{j=1}^l Z_{iS_j(k)} \dot{I}_{S_j(k)} - \sum_{j=1}^m Z_{iP_j(k)} \dot{I}_{P_j(k)} \quad (k = 2, 0) \quad (2-50)$$

将式 (2-49) 应用于正序网络每一个故障端口的一对节点, 可得

$$\left. \begin{aligned}\dot{U}_{S_i(1)} &= \dot{U}_{S_i}^{(0)} - \sum_{j=1}^l Z_{S_i S_j(1)} \dot{I}_{S_j(1)} - \sum_{j=1}^m Z_{S_i P_j(1)} \dot{I}_{P_j(1)} \\ \dot{U}_{P_i(1)} &= \dot{U}_{P_i}^{(0)} - \sum_{j=1}^l Z_{P_i S_j(1)} \dot{I}_{S_j(1)} - \sum_{j=1}^m Z_{P_i P_j(1)} \dot{I}_{P_j(1)}\end{aligned}\right\} \quad (2-51)$$

式中

$$\left. \begin{aligned}\dot{U}_{S_i}^{(0)} &= \sum_{j \in G} (Z_{S_i j(1)} - Z_{S_i' j(1)}) \dot{I}_j = \sum_{j \in G} Z_{S_i j(1)} \dot{I}_j \\ \dot{U}_{P_i}^{(0)} &= \sum_{j \in G} (Z_{P_i j(1)} - Z_{P_i' j(1)}) \dot{I}_j = \sum_{j \in G} Z_{P_i j(1)} \dot{I}_j\end{aligned}\right\}$$

分别为第 i 个串联型故障口和第 i 个并联型故障口的开路电压。

式 (2-51) 可用矩阵形式缩写为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{S(1)} \\ \mathbf{U}_{P(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_S^{(0)} \\ \mathbf{U}_P^{(0)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{SS(1)} & \mathbf{Z}_{SP(1)} \\ \mathbf{Z}_{PS(1)} & \mathbf{Z}_{PP(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{S(1)} \\ \mathbf{I}_{P(1)} \end{pmatrix} \quad (2-52)$$

同理, 可写出负序和零序网络故障口电压方程如下:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{S(2)} \\ \mathbf{U}_{P(2)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{SS(2)} & \mathbf{Z}_{SP(2)} \\ \mathbf{Z}_{PS(2)} & \mathbf{Z}_{PP(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{S(2)} \\ \mathbf{I}_{P(2)} \end{pmatrix} \quad (2-53)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{S(0)} \\ \mathbf{U}_{P(0)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{SS(0)} & \mathbf{Z}_{SP(0)} \\ \mathbf{Z}_{PS(0)} & \mathbf{Z}_{PP(0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{S(0)} \\ \mathbf{I}_{P(0)} \end{pmatrix} \quad (2-54)$$

式中 $\mathbf{I}_{S(k)}$ 、 $\mathbf{U}_{S(k)}$ 、 $\mathbf{U}_S^{(0)}$ ——分别是串联型故障口序电流、序电压和开路电压的 l 维列向量 ($k = 1, 2, 0$ 表示序列)。

$$\mathbf{I}_{S(k)} = \begin{pmatrix} \dot{I}_{S_1(k)} \\ \dot{I}_{S_2(k)} \\ \vdots \\ \dot{I}_{S_l(k)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}_{S(k)} = \begin{pmatrix} \dot{U}_{S_1(k)} \\ \dot{U}_{S_2(k)} \\ \vdots \\ \dot{U}_{S_l(k)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}_S^{(0)} = \begin{pmatrix} \dot{U}_{S_1}^{(0)} \\ \dot{U}_{S_2}^{(0)} \\ \vdots \\ \dot{U}_{S_l}^{(0)} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{I}_{P(k)}$ 、 $\mathbf{U}_{P(k)}$ 、 $\mathbf{U}_P^{(0)}$ ——分别是并联型故障口序电流、序电压和开路电压的 m 维列向量

$$\mathbf{I}_{P(k)} = \begin{pmatrix} \dot{I}_{P_1(k)} \\ \dot{I}_{P_2(k)} \\ \vdots \\ \dot{I}_{P_m(k)} \end{pmatrix}, \mathbf{U}_{P(k)} = \begin{pmatrix} \dot{U}_{P_1(k)} \\ \dot{U}_{P_2(k)} \\ \vdots \\ \dot{U}_{P_m(k)} \end{pmatrix}, \mathbf{U}_P^{(0)} = \begin{pmatrix} \dot{U}_{P_1}^{(0)} \\ \dot{U}_{P_2}^{(0)} \\ \vdots \\ \dot{U}_{P_m}^{(0)} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{Z}_{SS}$ —— l 阶方阵，它的第 i 、 j 个元素为

$$Z_{S_i S_j} = Z_{s_i s_j} + Z_{s_i' s_j'} - Z_{s_i s_j'} - Z_{s_i' s_j} \quad (2-55)$$

$\mathbf{Z}_{PP}$ —— m 阶方阵，它的第 i 、 j 个元素为

$$Z_{P_i P_j} = Z_{p_i p_j} + Z_{p_i' p_j'} - Z_{p_i p_j'} - Z_{p_i' p_j} \quad (2-56)$$

$\mathbf{Z}_{PS}$ —— $m \times l$ 阶矩阵，它的第 i 、 j 个元素为

$$Z_{P_i S_j} = Z_{p_i s_j} + Z_{p_i' s_j'} - Z_{p_i s_j'} - Z_{p_i' s_j} \quad (2-57)$$

$\mathbf{Z}_{SP}$ —— $\mathbf{Z}_{PS}$ 的转置。

以上是各序网络故障口的电压方程式。下面列写边界条件方程式。每一处串联型故障口可以写出如式 (2-35) 所示的边界条件方程， l 处串联型故障的边界条件可写成矩阵形式

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{N}_{S(1)} \mathbf{I}_{S(1)} &= \mathbf{N}_{S(2)} \mathbf{I}_{S(2)} = \mathbf{N}_{S(0)} \mathbf{I}_{S(0)} \\ \mathbf{N}_{S(1)} (\mathbf{U}_{S(1)} - \mathbf{Z}_S \mathbf{I}_{S(1)}) &+ \mathbf{N}_{S(2)} (\mathbf{U}_{S(2)} - \mathbf{Z}_S \mathbf{I}_{S(2)}) + \mathbf{N}_{S(0)} (\mathbf{U}_{S(0)} - \mathbf{Z}_{S(0)} \mathbf{I}_{S(0)}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-58)$$

式中 $\mathbf{N}_{S(k)}$ —— l 阶对角线矩阵，由串联型故障口所接理想移相器的移相系数构成

$$\mathbf{N}_{S(k)} = \begin{pmatrix} n_{S_1(k)} & & & \\ & n_{S_2(k)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & n_{S_l(k)} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{Z}_S$ —— l 阶对角线矩阵，由串联型故障口的附加阻抗构成

$$\mathbf{Z}_S = \begin{pmatrix} z_{S_1} & & & \\ & z_{S_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & z_{S_l} \end{pmatrix}$$

对每一处并联型故障口可以写出如式 (2-36) 的边界条件方程， m 处并联型故障的边界条件可写成矩阵形式

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{N}_{P(1)} \mathbf{I}_{P(1)} + \mathbf{N}_{P(2)} \mathbf{I}_{P(2)} + \mathbf{N}_{P(0)} \mathbf{I}_{P(0)} &= 0 \\ \mathbf{N}_{P(1)} (\mathbf{U}_{P(1)} - \mathbf{Z}_P \mathbf{I}_{P(1)}) &= \mathbf{N}_{P(2)} (\mathbf{U}_{P(2)} - \mathbf{Z}_P \mathbf{I}_{P(2)}) = \mathbf{N}_{P(0)} (\mathbf{U}_{P(0)} - \mathbf{Z}_{P0} \mathbf{I}_{P(0)}) \end{aligned} \right\} \quad (2-59)$$

式中 $\mathbf{N}_{P(k)}$ —— m 阶对角线矩阵，由并联型故障口所接理想移相器的移相系数构成

$$\mathbf{N}_{P(k)} = \begin{pmatrix} n_{P_1(k)} & & & \\ & n_{P_2(k)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & n_{P_m(k)} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{Z}_P$ 、 $\mathbf{Z}_{P0}$ ——都是 m 阶对角线矩阵，其元素分别是正序（负序）网络和零序网络在并联型故障口的附加阻抗

$$\mathbf{Z}_P = \begin{pmatrix} z_{P1} & & & \\ & z_{P2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & z_{Pm} \end{pmatrix}, \mathbf{Z}_{P0} = \begin{pmatrix} z_{P10} & & & \\ & z_{P20} & & \\ & & \ddots & \\ & & & z_{Pm0} \end{pmatrix}$$

故障口的电压方程式 (2-52) ~ 式 (2-54) 以及边界条件方程式 (2-58) 和式 (2-59) 是计算任意重故障所要求解的方程。这些方程同前面的式 (2-40)、式 (2-42)、式 (2-43)、式 (2-35) 和式 (2-36) 在结构上完全一样。处理时可以采用与上一小节相同的方法, 只保留串联型故障口的正序电流和并联型故障口的各序电流, 而将其余未知量消去。消去的推导过程也与上一小节相同, 只是要注意矩阵的演算规则。最后得到的故障方程式可用分块矩阵列写如下:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Z}'_{SS(1)} + \mathbf{Z}'_{SS(2)} + \mathbf{Z}'_{SS(0)} + 3\mathbf{Z}_S & \mathbf{Z}'_{SP(1)} & \mathbf{Z}'_{SP(2)} & \mathbf{Z}'_{SP(0)} \\ \mathbf{Z}'_{PS(1)} - \mathbf{Z}'_{PS(0)} & \mathbf{Z}'_{PP(1)} + \mathbf{Z}_P & 0 & -(\mathbf{Z}'_{PP(0)} + \mathbf{Z}_{P0}) \\ \mathbf{Z}'_{PS(2)} - \mathbf{Z}'_{PS(0)} & 0 & \mathbf{Z}'_{PP(2)} + \mathbf{Z}_P & -(\mathbf{Z}'_{PP(0)} + \mathbf{Z}_{P0}) \\ 0 & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{N}_{S(1)} \mathbf{I}_{S(1)} \\ \mathbf{N}_{P(1)} \mathbf{I}_{P(1)} \\ \mathbf{N}_{P(2)} \mathbf{I}_{P(2)} \\ \mathbf{N}_{P(0)} \mathbf{I}_{P(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{N}_{S(1)} \mathbf{U}_S^{(0)} \\ \mathbf{N}_{P(1)} \mathbf{U}_P^{(0)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-60)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Z}'_{SS(k)} &= \mathbf{N}_{S(k)} \mathbf{Z}_{SS(k)} \mathbf{N}_{S(k)}^{-1} \\ \mathbf{Z}'_{SP(k)} &= \mathbf{N}_{S(k)} \mathbf{Z}_{SP(k)} \mathbf{N}_{P(k)}^{-1} \\ \mathbf{Z}'_{PS(k)} &= \mathbf{N}_{P(k)} \mathbf{Z}_{PS(k)} \mathbf{N}_{S(k)}^{-1} \\ \mathbf{Z}'_{PP(k)} &= \mathbf{N}_{P(k)} \mathbf{Z}_{PP(k)} \mathbf{N}_{P(k)}^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$\mathbf{I}$ 是单位矩阵。

如把并联型故障口的零序电流也消去, 便得

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Z}'_{SS(1)} + \mathbf{Z}'_{SS(2)} + \mathbf{Z}'_{SS(0)} + 3\mathbf{Z}_S & \mathbf{Z}'_{SP(1)} - \mathbf{Z}'_{SP(0)} & \mathbf{Z}'_{SP(2)} - \mathbf{Z}'_{SP(0)} \\ \mathbf{Z}'_{PS(1)} - \mathbf{Z}'_{PS(0)} & \mathbf{Z}'_{PP(1)} + \mathbf{Z}_P + \mathbf{Z}'_{PP(0)} + \mathbf{Z}_{P0} & \mathbf{Z}'_{PP(0)} + \mathbf{Z}_{P0} \\ \mathbf{Z}'_{PS(2)} - \mathbf{Z}'_{PS(0)} & \mathbf{Z}'_{PP(0)} + \mathbf{Z}_{P0} & \mathbf{Z}'_{PP(2)} + \mathbf{Z}_P + \mathbf{Z}'_{PP(0)} + \mathbf{Z}_{P0} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{N}_{S(1)} \mathbf{I}_{S(1)} \\ \mathbf{N}_{P(1)} \mathbf{I}_{P(1)} \\ \mathbf{N}_{P(2)} \mathbf{I}_{P(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{N}_{S(1)} \mathbf{U}_S^{(0)} \\ \mathbf{N}_{P(1)} \mathbf{U}_P^{(0)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-61)$$

式 (2-60) 或式 (2-61) 是任意重复故障的通用方程式, 其阶次分别为 $l+3m$ 和 $l+2m$ 阶。当网络中仅有串联型 (或并联型) 故障时, 只需利用上述方程中的有关部分即可。

复杂故障分析计算的已知条件包括: 电力系统的运行方式、元件的各序参数、各电源的电动势、故障地点 (即故障口的节点号)、故障类型、故障特殊相以及故障处的附加阻抗。计算步骤大致如下:

障处和发电机 B 机端的三相电压、电流。

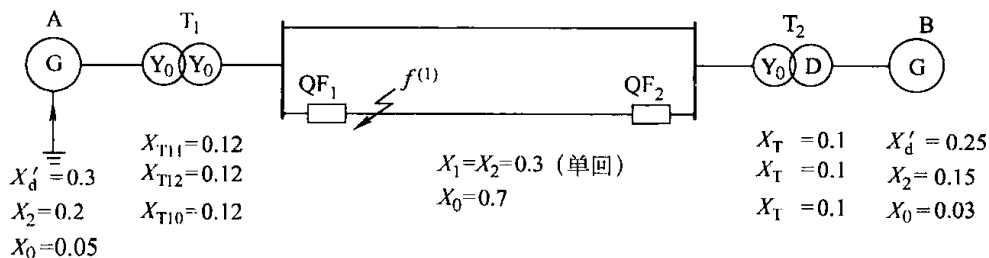


图 2-25 题 2-5 图

2-6 系统接线如图 2-26 所示, 有关参数均标示图中, 当 f 点发生两相短路时, 试求短路点和发电机输出的三相电流。

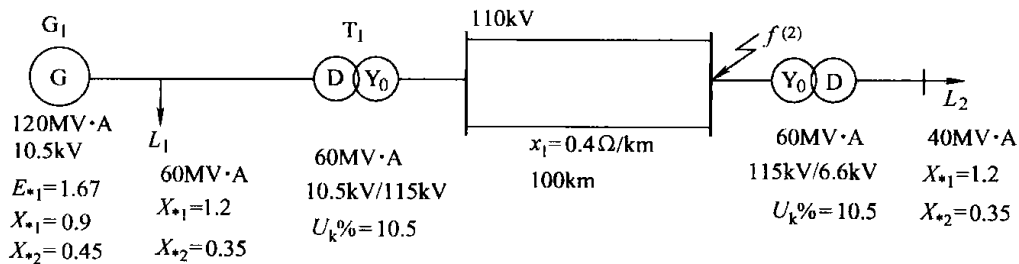


图 2-26 题 2-6 图

2-7 系统接线如图 2-27 所示, 已知: $\dot{E}_{a1\Sigma} = j1$, $X_{1\Sigma} = j0.4$, $X_{2\Sigma} = j0.5$, $X_{0\Sigma} = j0.25$, $R_f = 0.35$ 。当 B、C 两相经 R_f 短路接地时:

(1) 求短路点的各相电流、电压, 并绘制短路点的电流、电压相量图;

(2) 其他参数不变, R_f 由零到无穷大范围内变化, 求短路点电流、电压随 R_f 变化的轨迹图。

2-8 系统接线及各元件参数如图 2-28 所示, 试求:

(1) 网络的各序节点阻抗矩阵;

(2) 分别在节点①、②、③处发生单相 (A 相) 接地短路时, 求流过各支路的序电流及各节点的序电压;

(3) 在线路①—②中间 f 点发生单相接地短路时, 求流过故障线路左侧的电流及节点①的相电压以及保护安装处 (节点①) 感受的阻抗值;

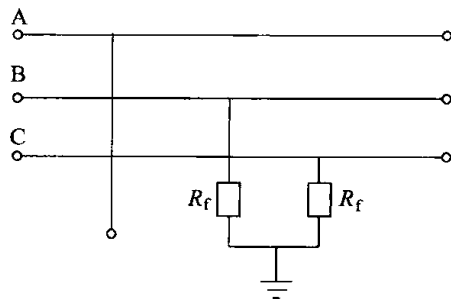


图 2-27 题 2-7 图

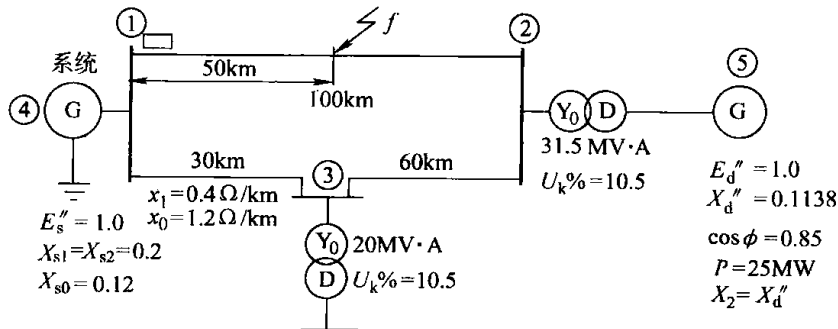


图 2-28 题 2-8 图

(4) 当在 f 点发生 B、C 两相短路接地时，求故障线路①侧的相电流和电压，并求保护安装处感受的阻抗及零序功率。

2-9 系统接线如图 2-29。线路的正序、负序和零序电纳分别为 B_1 、 B_2 、 B_0 ，且 $B_1 = B_2$ ， $B_1 > B_0$ ，系统其他元件的阻抗和线路容抗相比小得多，可忽略不计，电动势 $\dot{E}_M = \dot{E}_N$ 均已知。图中线路一侧断开（N 侧），另一侧（M 侧）空载投入，由于三相触头合闸不同时，造成 A 相先合，求这时流过线路的负序及零序电流。

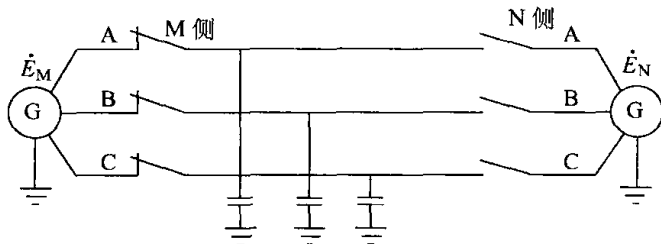


图 2-29 题 2-9 图

2-10 系统接线如图 2-30 所示。各元件参数均是以 $S_B = 100 \text{ MV} \cdot \text{A}$ ， $U_B = U_{av}$ 为基准的标么值。

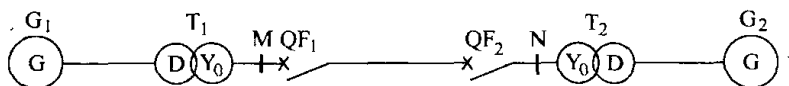


图 2-30 题 2-10 图

发电机 G_1 : $X_1 = X_2 = 0.34$ G_2 : $X_1 = X_2 = 0.4$

变压器 T_1 : $X_1 = X_2 = X_0 = 0.175$ T_2 : $X_1 = X_2 = X_0 = 0.334$

线路 l : $X_1 = X_2 = 0.182$ $X_0 = 0.546$

试求：

- (1) 当在 QF_1 点 B、C 相断线， QF_2 点 C 相接地短路时，求流经 N 侧断路器的电流及母线 N 上的电压；
- (2) 当在 QF_1 点 B 相断线， QF_2 点 B、C 两相接地短路时，求流过 N 侧断路器的电流及母线 N 上的电压；
- (3) 当在 QF_1 点 C 相断线， QF_2 点 A 相接地短路时，求流过两侧断路器的电流及两侧母线的电压。

第三章 特高压交流远距离输电线路的短路暂态过程

第一节 概 述

随着电力负荷的飞速增长，电力系统的规模越来越大，为了将距离遥远的大容量电厂的巨大功率送至负荷中心，或者作为大电网之间的联络线，特高压输电线路也越来越多。特高压输电线路对现代电力系统的安全稳定运行具有举足轻重的作用。

特高压远距离输电线路的典型结构如图 3-1 所示，这与中短距离的线路有所不同。为提高远距离输电线的传输能力，提高并联运行的电力系统的运行稳定性是一个极为重要的问题。

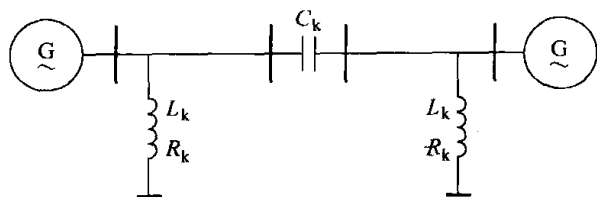


图 3-1 特高压远距离输电线路的典型结构

为此，在远距离输电线路常常装设串联补偿电容器以缩短线路的电气距离。串联补偿电容可以装设在线路中间，也可加在线路两端。线路在高电压的运行条件下，电晕损耗较大。为了尽量减少损耗，线路一般采用分裂导线。由于线路距离长，加之采用分裂导线，使线路的分布电容大为增加。为了补偿线路分布电容的影响以防止过电压和发电机的自励磁，远距离输电线路还往往要装设并联电抗器。

由于分布电容较大，以及串联电容和并联电抗补偿的存在，使得远距离输电线路的短路暂态过程和中短线路有显著的不同。对于中短距离线路（此时可不用考虑线路的分布电容），电流和电压的暂态分量中，只会出现一个非周期分量。但对于特高压远距离输电线路，则可能会有多种不同类型的暂态分量出现。由图 3-1 可知，串联电容 C_k 与线路电感、并联电抗 L_k 构成谐振时，将产生数值较大的频率低于工频的谐波电流（简称低频分量）；由于分布电容较大，在线路分布电容与线路及系统中的电感构成谐振时，将产生很多的（严格讲为无穷多）有一定幅值的频率高于工频的谐波（称为高频分量）；同时由于并联电抗器的存在，还会产生一个衰减很慢的非周期自由分量。这些暂态分量的出现，将会使暂态过程中电流、电压的波形发生严重的畸变。此外，由于大容量发电机和具有分裂导线的输电线路的有效电阻很小，网络的衰减时间常数很大，使短路时电流、电压的暂态分量衰减很慢，因而过渡过程将持续一段较长的时间。

在特高压输电线路路上，为了在发生短路故障时能迅速地予以切除，以保证电力系统的安全稳定运行，要求配置动作极为迅速的继电保护设备，其动作时间一般要求在 20 ~ 40ms 以内。由于动作时间很短，这些快速动作的保护设备将不可避免地要承受各种不同暂态电流的影响。因此，对特高压远距离输电线路故障的过渡过程进行比较精确的分析和计算，对保障电力系统的安全稳定运行具有十分重要的理论与现实的意义。

特高压远距离输电线路暂态过程的计算大致有两类：一类属解析算法；另一类为数值

算法。前者能够粗略地给出计算结果的解析表达式,能够说明各种暂态分量产生的原因、它们的性质(频率和衰减时间常数)以及数量级的大小;后者一般可以对其故障的过渡过程进行比较精确的数值计算。特高压远距离输电线路的短路过渡过程的分析计算是一个较复杂的问题,本章仅就以上两类方法中的一些较有代表性的方法,从理论上作初步的介绍,一方面为解决工程的实际问题提供必要的计算工具,同时也为今后更深入的研究奠定必要的理论基础。

为简化分析,计算时不考虑原动机调速器和发电机励磁调节器的影响,不考虑并列运行的发电机电势之间的相位摇摆,也不考虑发电机内部的电磁暂态过程(用发电机的次暂态电动势和次暂态电抗来计算)。

第二节 各种暂态分量的基本分析

本节着重介绍各种暂态分量产生的条件和变化特征,如幅值特征、频率特征、衰减特征以及在网络中的分布特征,这对于短路过程的实用计算是很有必要的。

电路暂态过程中出现的各种暂态分量(自由分量)具有 $Fe^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$ 的形式。当 $\omega = 0$ 时为按指数规律衰减的非周期性暂态分量(直流分量),而 $\omega \neq 0$ 时则为振荡衰减的周期性暂态分量。

从能量角度看,周期性暂态分量反映了电路中电场和磁场能量的自由交换。因此,仅当电路含有电感、电容两种储能元件,并且电路中电阻数值适当时(如在 RLC 串联电路中 $R < 2\sqrt{L/C}$),才会出现周期性暂态分量。对于特高压远距离输电线路来讲,由于电阻很小,短路时将出现周期性暂态分量。

前面提到,特高压远距离输电线路短路电流的暂态分量有直流分量、高频分量和低频分量。在短路的暂态过程中,各分量同时出现,相互之间互有影响,各暂态分量之间的相互影响只有通过具体计算才知道。但为了较清楚的说明基本概念,在本节将先选择一些特定的计算条件,将各分量分别研究,至于较为实际一些的计算,将在以后各节讨论。

一、基本非周期分量

当不考虑线路的分布电容时,电力网络就成为由电阻和电感组成的电路。由于电感中的电流不能突变,为了维持电感中的电流在短路瞬间不突变就产生了直流分量,此直流分量按其流经回路的时间常数衰减。此直流分量在高压和低压电网中都存在,为了和由线路并联电抗器产生的直流分量相区别,称其为基本非周期分量。对这一分量的解算过程及其特点分析已在前面其他课程介绍短路电流计算时讨论过,这里不再重复。

不过,需要指出的是,虽然基本非周期分量在任何电网的暂态过程中都有,但是,随着电网电压等级的不同,衰减的时间常数是有所不同的。在低压电网中,此分量衰减很快。在超高压电网中,系统阻抗中电阻分量的比例下降,暂态分量的衰减时间常数也就增加。例如,在 330kV 线路短路时 $T \approx 0.04s$ (即暂态过程将持续 6~7 个工频周期),在 500~750kV 线路上可达 0.075s。由于现代大容量发电机的时间常数很大,故在大容量电站出线的始端短路时则可能更大一些,一般 $T \approx 0.15 \sim 0.2s$ 。

二、串联补偿电容器引起的低频分量

当线路有串联补偿电容器时,在忽略线路分布电容的情况下,网络成为 RLC 串联电路,如图 3-2 所示。在短路时不仅电感中电流不能突变,而且电容上的电压也不能突变。由于超高压电网中各个元件的电阻都比较小,所以短路电流的暂态分量 $i''(t)$ 具有振荡衰减的性质,即

$$i''(t) = I_0 e^{-\beta t} \sin(\omega' t + \theta)$$

式中 I_0 、 θ ——积分常数,由初始条件确定;

β 、 ω' ——暂态分量的衰减系数和振荡频率,由电路微分方程的特征方程决定。

此微分方程的特征方程为

$$Lp^2 + Rp + 1/C = 0$$

其根为

$$p_1, p_2 = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\beta \pm j\omega'$$

式中

$$\beta = \frac{R}{2L}, j\omega' = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \approx \sqrt{-\frac{1}{LC}} = j\omega_0$$

因为串联补偿电容仅仅补偿线路电抗的一部分,通常容抗 $X_c = 1/(\omega C)$ 不大于线路感抗 $X_L = \omega L$ 的 30% (对工频 50Hz 而言)。从整个电网来看,容抗所占比例就更小,设 $1/(\omega C) = k\omega L$, 而 $\omega_0 = \sqrt{1/(LC)} = \sqrt{k}\omega$, 则暂态分量的振荡频率 $\omega \approx \omega_0$ (实际上小于 ω_0) 将低于工频,所以称为低频分量。显然,串联补偿电容的补偿度 k 越小,系统的运行方式越小 (即系统阻抗大的运行方式),短路点越远,则低频分量的频率越低。

低频分量的衰减时间常数 $T = 1/\beta = 2L/R$, 为非周期分量衰减时间常数的二倍,也就是说衰减得更慢。这是因为振荡电流周期性地过零,能量消耗较慢的缘故。

低频分量的幅值 I_0 和初相角 θ 由起始条件决定,可按短路前后瞬间电感中的电流和电容上的电压均不能突变的条件求出。

设系统电动势为 $e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi_e)$, 并假定短路前线路空载,即电路为零起始条件 $u_c(0) = 0, i(0) = 0$ 。短路后的稳态分量为

$$i'(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi)$$

式中 φ ——线路阻抗角, $\varphi = \arctan(\omega L/R)$ 。

则短路过程的全电流为

$$i(t) = i'(t) + i''(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi) + I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega' t + \theta)$$

由于 RLC 回路暂态过程的一般解较复杂,同时又因特高压电力系统中的电阻很小,因此在确定积分常数时可以近似地取 $R \approx 0$, $\omega' \approx \omega_0$, $\varphi \approx 90^\circ$ 。在此条件下,有

$$i(t) = -I_m \cos(\omega t + \varphi_e) + I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \theta) \quad (3-1)$$

因 $i(0) = 0$, 由式 (3-1), 有

$$I_0 \cos \theta = I_m \cos \varphi_e \quad (3-2)$$

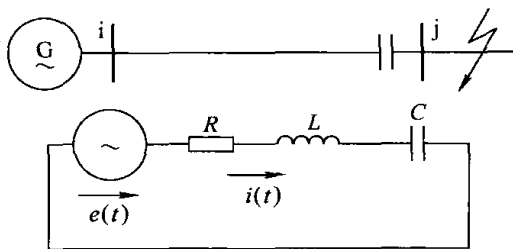


图 3-2 分析串联补偿电容器的 RLC 串联电路

另外, 由电路理论

$$u_c(t) - u_c(0) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = \frac{1}{C} \left[-I_m \int_0^t \cos(\omega t + \varphi_e) dt + I_0 \int_0^t e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \theta) dt \right] \quad (3-3)$$

由式 (3-3), 可得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{C} \left[-I_m \int_0^t \cos(\omega t + \varphi_e) dt + I_0 \int_0^t e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \theta) dt \right] \Big|_{t=0} \\ &= \frac{1}{C} \left[-\frac{I_m}{\omega} \sin(\omega t + \varphi_e) \right] \Big|_{t=0} + \frac{I_0}{C} \left\{ \frac{e^{-\beta t} [\omega_0 \sin(\omega_0 t + \theta) - \beta \cos(\omega_0 t + \theta)]}{\beta^2 + \omega_0^2} \right\} \Big|_{t=0} \\ &\approx -\frac{I_m}{C\omega} \sin \varphi_e + \frac{1}{C} \frac{I_0}{\omega_0} \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (3-4)$$

联立求解式 (3-2) 和式 (3-4), 得

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= I_m \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} \sin^2 \varphi_e + \cos^2 \varphi_e} \\ \theta &= \arctan \frac{\omega_0 \sin \varphi_e}{\omega \cos \varphi_e} \end{aligned} \right\}$$

于是全电流为

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi) + I_m \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} \sin^2 \varphi_e + \cos^2 \varphi_e} \cos(\omega_0 t + \theta) e^{-\beta t} \quad (3-5)$$

式 (3-5) 中的第一项为稳态分量 $i'(t)$, 第二项为暂态分量电流 $i''(t)$ 。设

$$F_n = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} \sin^2 \varphi_e + \cos^2 \varphi_e}$$

显然, 当 $0 < \omega_0/\omega < \infty$ 时, 随着 φ_e 值的改变 F_n 的轨迹为椭圆; 而且当 $\omega_0/\omega > 1$ 时椭圆的长轴位于垂直轴, 当 $\omega_0/\omega < 1$ 时椭圆的长轴位于水平轴。换言之, 当自由振荡频率 ω_0 异于工频时, 随着合闸角 φ_e 值的不同, 自由周期分量的幅值要改变。由此可知, 当自由周期分量电流频率低于工频时, 其幅值在 $\varphi_e = 0$ 时为最大, 在 $\varphi_e = 90^\circ$ 时为最小, 幅值为稳态电流幅值的 ω_0/ω 倍。但是在任何时刻短路, 低频分量都不会等于零, 这是因为暂态分量的出现不仅要保证电感中的电流不能突变, 而且还要保证电容器上的电压也不能突变的缘故。

由式 (3-5) 还可以看出, 有串联补偿电容时没有基本非周期分量, 而只有低频分量。低频分量在网络中的分布特点为贯穿全线。低频分量不仅幅值很大, 而且持续时间较长。在分析电力系统特性时, 应注意它的影响。

三、线路分布电容引起的高频分量

特高压远距离输电线路的分布电容对短路电流的暂态过程有很大的影响。由于分布电容

是沿线均匀分布的,要知道分布电容对暂态过程的影响,需按分布参数进行短路计算。为简化分析,本节将线路用一个 T 形等效计算网络代替,如图 3-3 所示。按该图所列写的微分方程是三阶的,其对应的特征方程为

$$L_1 L_2 C p^3 + (C R_1 L_2 + C R_2 L_1) p^2 + (R_1 R_2 C + L_1 + L_2) p + R_1 + R_2 = 0$$

此方程有一个实根和一对共轭复根。由实根决定的是基本的非周期分量。由一对共轭复根决定的是周期性自由分量,它在线路分布电容 C 和电感 L_1 和 L_2 并联后的等效电路之间振荡衰减,用 $i_c''(t)$ 表示,由于电容 C 较小,振荡频率高于工频,故称该分量为高频分量。众所周知,在求某一回路的自由振荡频率时,频率越高,忽略回路电阻带来的误差越小。 $i_c''(t)$ 的频率高于工频,忽略电阻后近似地决定 $i_c''(t)$ 的频率为

$$\omega' \approx 1 / \left(\sqrt{\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}} C \right) \quad (3-6)$$

由式 (3-6) 可以看出,高频分量的频率与电网的运行方式和发生短路的故障位置有关,运行方式越小,短路点越远,频率越低。

同分析低频分量的幅值特点类似,当 $\omega_0/\omega > 1$ 时, F_n 的椭圆的长轴位于垂直轴,所以其幅值在 $\varphi_c = 90^\circ$ 时为最大, $\varphi_c = 0$ 时为最小。这从物理意义上也是容易理解的。众所周知,高频分量主要是保证短路时刻分布电容 C 上的电压不突变,而且分布电容中储存的电荷与电压成正比,故在电压接近最大值时短路,电容放电产生的高频分量 $i_c''(t)$ 最大,在电压近于零时短路, $i_c''(t)$ 最小(但是不为零,因为此时分布电容中电荷虽然为零,但电感中剩余的能量将向分布电容充电)。高频分量 $i_c''(t)$ 可能达到的最大值与最小值之比约等于该谐振频率对工频的倍数。

高频分量电流沿线路的分布是按电容两侧电感的大小成反比分配的。

四、并联电抗器引起的附加非周期分量

图 3-4 所示为输电线路接有并联电抗器时在电抗器外发生短路时的等效电路,在该等效电路中忽略了分布电容。

为了使电抗器电流在短路瞬间不突变而出现的非周期性暂态分量记为 $i_k''(t)$, $i_k''(t)$ 称为附加非周期分量以区别于基本非周期分量。

由于电抗的电感 L_k 很大、电阻 R_k 很小,电流 $i_k''(t)$ 的衰减主要取决于这两个参数,所以可以忽略 L_1 和 L_2 , 此时其衰减时间常数可近似地认为

$$T_k \approx L_k / \left(R_k + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

在特高压电网中,该值可达几百毫秒。

$i_k''(t)$ 的幅值决定于短路前后电抗器中电流稳态分量的变化情况,这个变化情况决定于短路前

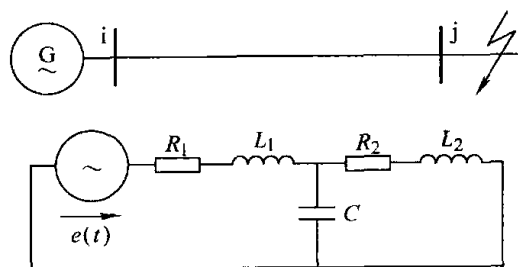


图 3-3 线路的 T 形等效计算网络

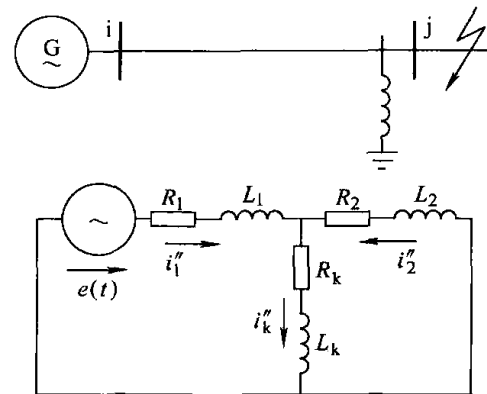


图 3-4 接有并联电抗器时的短路等效电路

后电抗器端电压的变化，它与短路发生的时刻有关。设短路前线路空载，则电抗器的端电压 $u_k(t)$ 为

$$u_k(t) \approx e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi_e) \quad (t < 0)$$

短路发生后，电抗器端电压要降低。忽略电网中的电阻，可近似认为短路后电抗器端电压的稳态分量下降为

$$u'_k(t) = \frac{L_2}{L_1 + L_2} e(t) = U_{km} \sin(\omega t + \varphi_e) \quad (t > 0)$$

忽略电抗器的电阻 R_k ，则短路前后电抗器的电流稳态分量分别为

$$i(t) = \frac{E_m}{x_k} \sin(\omega t + \varphi_e - 90^\circ) \quad (t < 0)$$

$$i(t) = \frac{U_{km}}{x_k} \sin(\omega t + \varphi_e - 90^\circ) \quad (t > 0)$$

式中 U_{km} ——短路后电抗器端电压稳态分量幅值， $U_{km} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} E_m$ ；

x_k ——电抗器的电抗值， $x_k = \omega L_k$ 。

根据电感中电流不能突变的条件，可以确定电流暂态分量 $i''_k(t)$ 为

$$i''_k(t) = [i_k(0^-) - i'_k(0^+)] e^{-t/T_k} = \frac{E_m - U_{km}}{x_k} \sin(\varphi_e - 90^\circ) e^{-t/T_k}$$

电抗器在短路前储有电磁能，短路后电抗器的端电压降低，电流减小，出现了能量的不平衡，这部分多余的电磁能释放出来，就是暂态分量电流的来源。短路后电抗器中的全电流 $i_k(t)$ 为

$$i_k(t) = \frac{U_{km}}{x_k} \sin(\omega t + \varphi_e - 90^\circ) + \frac{E_m - U_{km}}{x_k} \sin(\varphi_e - 90^\circ) e^{-t/T_k}$$

因此，可得以下结论：

1) 在 $\varphi_e = \pm 90^\circ$ 即 e 为最大时发生短路，有 $i''_k = 0$ 。因为短路时电抗器电流为零，储能为零。在 $\varphi_e = 0$ 即 e 为零时发生短路，则 i''_k 为最大，因为短路时电抗器储能为最大。

2) 短路发生的地点越靠近电抗器，则短路后端电压的稳态分量幅值 $U_{km} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} E_m$ 越小， i''_k 的幅值也就越大。当短路发生在电抗器端而又是 $\varphi_e = 0$ 时，附加非周期分量最大，其值为

$$i''_k(t) = -\frac{E_m}{x_k} e^{-t/T_k}$$

3) i''_k 的大小主要决定于短路前后电抗器端电压的变化情况，与系统的运行方式基本无关。

附加非周期分量产生于并联电抗器，并在电抗器两侧电网中分流。由于此分量衰减很慢，它更接近于恒定不变的直流。因此， i''_k 在电抗器两侧电网中的分流可近似地认为按两部分电网之电阻反比分配。

电抗器两侧电流的附加非周期分量的方向如图 3-4 所示。对线路 ij 来说，当发生外部短路时，在线路 i 端和 j 端的附加非周期分量的方向都是从母线流向线路，即把外部故障反映为内部故障。这与基本非周期分量是不同的。

还应指出, 如果短路发生在电抗器端, 则附加非周期量几乎全流过故障线路一侧, 而不会分流到远离故障点的电源侧。这时线路两侧附加非周期分量的大小相差很悬殊。

前面的计算分析中没有涉及较多的储能元件, 也没有考虑更为复杂因素的影响, 作为定性分析, 建立必要的基本概念是很有用的, 但是作为实际计算那就远远不够了。为此, 从下节起开始介绍各种常用的计算方法以及实际计算方面的有关问题。

第三节 用拉普拉斯运算法计算三相短路暂态过程

本节讨论应用拉普拉斯变换求解特高压输电线路短路暂态过程的问题。应用拉普拉斯变换法计算电路暂态过程的方法, 一般称为运算法。

在运算法的具体运用中可将初始条件化零处理。在应用拉普拉斯变换法计算非零初始条件电路的暂态过程时, 必须把电感中的初始条件电流和电容上的初始条件电压考虑成算子电动势引入到算子电路中。在含有多个电感、电容元件的复杂电网中逐一计算对应初始条件 $i_L(0)$ 和 $u_C(0)$ 的算子电动势是很繁琐的。简化计算的办法是采用叠加原理, 将短路过程的计算等效成对故障前正常状态的计算和故障后附加状态的计算。由于故障前正常状态的计算属于稳态计算, 可用其他计算稳态值的方法计算。计算故障后的附加状态时, 根据叠加原理, 此时需将网络的电源都消去, 仅在故障端口加一电压源或电流源。因此, 计及非零初始条件的算子电源也就没有了。采用这种方法可以大大减少计算工作量, 但应注意, 实际的故障电流应为短路前的稳态电流与故障后的暂态电流故障分量的和。

在应用运算法进行计算时, 远距离输电线路可以用分布参数表示, 也可用集中参数的等效 π 形或等效 T 形网络的串联组合代表。前者可给出较为精确的解答; 后者所得计算结果与 π 形或 T 形网络的数目有关。在用较少的 π 形或 T 形网络表示线路时, 所得自由分量与实际出入较大; 当用很多 π 形或 T 形网络代表时, 计算工作将比较复杂。在实用上可根据对计算结果精度要求的不同, 选择适当的计算方法。现将这两种方法分述如下。

一、线路用集中参数表示时短路暂态过程的计算

(一) 基本算式的推导及分析

三相短路附加状态计算的复频域等效电路如图 3-5 所示。

首先考虑最简单的情况。图 3-5a 示出在输电线路的 f 点发生了三相短路。假定短路前稳态量的计算已经完成, 现在集中分析附加状态。设已求得的短路前短路点的电压 $u_f(t) = U_{fm} \sin(\omega t + \varphi_e)$ 。图 3-5b 给出了短路附加状态的复频域等效电路。短路点所加的电压幅值与该点故障前的电压幅值相等, 方向相反, 即 $u_1(t) = -u_f(t)$, 因此加在短路点的电压象函数 $u_1(p)$ 为

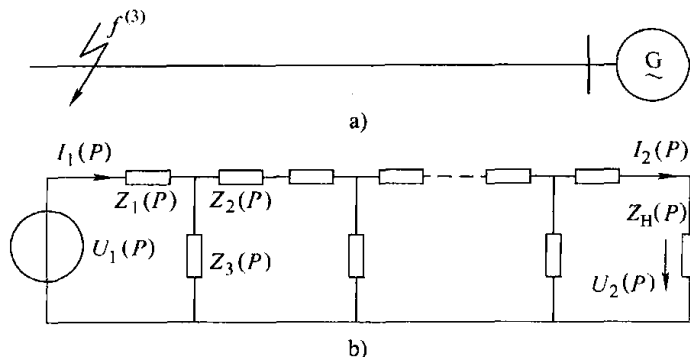


图 3-5 三相短路附加状态计算的复频域等效电路

a) 简单系统 b) 等效电路

$$u_1(p) = L[u_1(t)] = L[-U_{fm} \sin(\omega t + \varphi_e)] = -\frac{U_{fm}(\omega \cos \varphi_e + p \sin \varphi_e)}{p^2 + \omega^2} \quad (3-7)$$

式 (3-7) 为以实数表示的形式。在有些情况下为了计算方便也可表示为复数取虚部的形式 (简称复数形式), 即

$$u_1(p) = -\operatorname{Im} \left\{ \frac{-U_{fm} e^{j\varphi_e}}{p - j\omega} \right\}$$

对于输电线路, 可用 n 个 T 形双口网络的串联表示, 其中 $Z_1(p)$ 、 $Z_2(p)$ 、 $Z_3(p)$ 为组成每一个 T 形双口网络的复频域阻抗。 $Z_H(p)$ 为对应电源支路的复频域阻抗。

将每一个 T 形网络用二端口网络的传输矩阵 T_i (称为 A 型参数) 来描述, T_i 为

$$T_i = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

T_i 中的元素与 T 形网络中的 $Z_1(p)$ 、 $Z_2(p)$ 及 $Z_3(p)$ 的关系可用下式表示:

$$T_i = \begin{pmatrix} 1 + Z_1(p)/Z_3(p) & Z_1(p) + Z_2(p) + Z_1(p)Z_2(p)/Z_3(p) \\ 1/Z_3(p) & 1 + Z_2(p)/Z_3(p) \end{pmatrix} \quad (3-8)$$

当有多个 T 形网络串联时, 可求得一个总的传输矩阵 T , 计算式为

$$T = \prod_{i=1}^n T_i = \prod_{i=1}^n \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (3-9)$$

可得方程式

$$\begin{pmatrix} U_1(p) \\ I_1(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2(p) \\ I_2(p) \end{pmatrix} \quad (3-10)$$

及

$$U_2(p) = Z_H(p) I_2(p) \quad (3-11)$$

联立解式 (3-10) 和式 (3-11), 得

$$I_1(p) = U_1(p) \frac{CZ_H(p) + D}{AZ_H(p) + B} = \frac{U_1(p)}{Z_1(p)} \quad (3-12)$$

式中 $Z_1(p)$ ——从短路点向系统看的输入阻抗, $Z_1(p) = \frac{AZ_H(p) + B}{CZ_H(p) + D}$ 。

在网络形式不同时, 根据线路传输矩阵的 A 、 B 、 C 、 D 参数和网络中的各个集中阻抗能够方便地求得 $Z_1(p)$ 。

将式 (3-7) 代入式 (3-12), 得

$$I_1(p) = \frac{U_1(p)}{Z_1(p)} = \frac{-U_{km}(\omega \cos \varphi_e + p \sin \varphi_e)}{(p^2 + \omega^2) Z_1(p)} = \frac{W(p)}{V(p)} \quad (3-13)$$

只要求出 $V(p) = 0$ 的根 p_i (设有 m 个根, $i = 1, 2, \dots, m$), 就可用部分分式展开法进行拉普拉斯反变换, 求得电流象函数 $I_1(p)$ 对应的时域中的表达式

$$i_1(t) = \sum_{i=1}^m \frac{W(p_i)}{V(p_i)} e^{p_i t}$$

在 $V(p)=0$ 的根中, 当 $U_1(p)$ 以实数形式表示时有一对共轭虚根 $p = \pm j\omega$, 或者当 $U_1(p)$ 以复数形式表示时有一个虚根 $p = j\omega$, 构成短路附加状态中的稳态分量。计算此分量时, 为了方便, 习惯上采用 $U_1(p)$ 的复数形式, 于是有

$$i_{\infty}(t) = \text{Im} \left\{ \frac{-U_{km} e^{j\varphi_e}}{[(p-j\omega)Z_1(p)]} e^{pt} \right\}_{p=j\omega} = -\frac{U_{km}}{|Z_1(j\omega)|} \sin(\omega t - \varphi_e - \varphi_k) \quad (3-14)$$

式中 $\varphi_k = \text{Arg}(Z_1(j\omega))$ 。

$V(p)=0$ 的负实根, 设为 $p = -\beta_j$, 对应于短路附加状态的非周期分量, 计算时 $U_1(p)$ 也宜采用复数表示的形式, 其算式为

$$i_j(t) = \text{Im} \left\{ \frac{-U_{km} e^{j\varphi_e}}{[(p-j\omega)Z_1(p)]} e^{pt} \right\}_{p=-\beta_j} = \frac{U_{km} \sin(\varphi_e - \psi_j)}{\sqrt{\beta_j^2 + \omega^2} Z_1(-\beta_j)} e^{-\beta_j t} \quad (3-15)$$

式中 $\psi_j = \arctan(\omega/\beta_j)$ 。

特征方程 $V(p)=0$ 的实部不为零的共轭复根, 如 $p_1, p_2 = -\beta_k \pm j\omega'_k$, 则构成了附加状态的周期性暂态分量。此时宜采用 $U_1(p)$ 的实数形式进行计算。周期性暂态分量 $i_k(t)$ 的算式为

$$i_k(t) = \frac{W(p_1)}{V(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{W(p_2)}{V(p_2)} e^{p_2 t} \quad (3-16)$$

式 (3-16) 可写成更为简明的形式。由于 p_1 与 p_2 为共轭复数, 而 $W(p)$ 和 $V(p)$ 均为 p 的实系数代数式, 因此式 (3-16) 右边的第一项与第二项也必为共轭复数。两共轭复数相加则结果应为其实部的二倍, 所以有

$$\begin{aligned} i_k(t) &= 2\text{Re} \left\{ \frac{-U_{km} [\omega \cos \varphi_e + (-\beta_k + j\omega'_k) \sin \varphi_e]}{[(-\beta_k + j\omega'_k)^2 + \omega^2] Z_1(-\beta_k + j\omega'_k)} e^{(-\beta_k + j\omega'_k)t} \right\} \\ &= -2U_{km} \frac{\sqrt{\beta_k^2 + \omega_k'^2} [\sin \varphi_e \sin(\omega'_k t + \varphi_k - \xi) - \omega \cos \varphi_e \cos(\omega'_k t - \xi)]}{\sqrt{(\omega_k'^2 - \omega^2 - \beta_k^2) + (2\beta_k \omega_k')^2} |Z_1(-\beta_k + j\omega'_k)|} \end{aligned} \quad (3-17)$$

式中

$$\begin{aligned} \xi &= \arctan \frac{2\beta_k \omega'_k}{\omega_k'^2 - \omega^2 - \beta_k^2} + \arg Z(-\beta_k + j\omega'_k) \\ \varphi_k &= \arctan \beta_k / \omega'_k \end{aligned}$$

在有多根和多个共轭复根的情况下, 可重复应用式 (3-15) 及式 (3-17) 进行计算。

由以上的分析可见, 求解 $V(p)=0$ 的根是解题的关键之一, 特别是在方程的阶次比较高的情况下更是如此。为此, 下面介绍一些高次代数方程求根的实用方法。

(二) 高次代数方程的实用求根法

根据电力系统暂态计算的实际需要, 下面分别就手算和应用计算机求解的一些实用方法进行简要介绍。

1. 手算求根的简单方法

这是以牛顿-贝尔斯特迭代法为基础, 以综合除法为运算格式的实用方法, 适于手算, 且收敛速度较快。以下将代数方程分为奇次方程和偶次方程的两种情况, 来阐明方法的基本思想和运算步骤。

(1) 奇次方程实根的确定

设实系数的高次代数方程

$$f(p) = 0 \quad (3-18)$$

为奇次方程, 由高次代数方程的理论可知, 奇次方程至少有一实根存在。求取这一实根的基本思想是: 设用一次因子 $(p - H_i)$ 除多项式 $f(p)$, 并判断其余数是否足够小。如已足够小, 即可认为 H_i 为式 (3-18) 的一个实根; 否则可再选一个改进的一次式 $[p - (H_i + \Delta H_i)]$ 去除 $f(p)$, 并继续对余数进行判断, 重复以上过程, 进行迭代计算, 直至余数达到足够小为止。在这一方法中, 确定 H_i 的修正量 ΔH_i 是个关键。 ΔH_i 可以根据牛顿迭代法的基本思想应用综合除法求得。设用 $(p - H_i)$ 去除 $f(p)$ 后所得的商为 $L(p)$, 余数为 K_1 , 则有

$$f(p) = (p - H_i)L(p) + K_1 \quad (3-19)$$

并设用 $(p - H_i)$ 去除商 $L(p)$ 后所得的余数为 K_2 , 则 ΔH_i 应取为这两种情况下的余数之比的负值, 即

$$\Delta H_i = -K_1/K_2 \quad (3-20)$$

算式的原理是: K_1 是 H_i 的函数。将式 (3-19) 对 H_i 求导, 得

$$L(p) = (p - H_i) \frac{dL}{dH_i} + \frac{dK_1}{dH_i} \quad (3-21)$$

由牛顿迭代法知, $\Delta H_i = -K_1(H_i)/K'_1(H_i)$ 。 $K_1(H_i)$ 为用 $(p - H_i)$ 去除 $f(p)$ 所得的余数, 而 $K'_1(H_i) = -dK_1/dH_i$ 。由式 (3-21) 可以看出, 它正好是以 $(p - H_i)$ 去除此时的商 $L(p)$ 所得的余数。

例 3-1 试求三次方程

$$2p^3 + 62p^2 + 460p + 400 = 0 \quad (3-22)$$

的实根。

解 先将方程中高次项的系数变为 1, 即“首 1 化”, 得

$$p^3 + 31p^2 + 230p + 200 = 0 \quad (3-23)$$

确定迭代计算的根的初值。一般是选一个与多项式最小的根接近的数作为迭代计算的根的初值。而该值可由多项式的最后两项的和等于零求出, 即 $230p + 200 = 0$, 解得 $p_1 = -200/230 = -0.87$ 。

应用综合除法, 以 $(p + 0.87)$ 去除式 (3-23) 左端的多项式。运算格式及结果为

	1	31	230	200
$p_1 = -0.87$		-0.87	-26.2131	-177.2946
$L(p)$ 的系数(1		30.13	203.7869	22.7054(余数 K_1)

对余数作出判断。因余数 K_1 较大（相对于方程的常数项 200 较大），故需用一改进的一次式继续去算。为此，以 $p - p_1 = p + 0.87$ 去除商式 $L(p)$ 。算式为

$$\begin{array}{r} 1 \quad 30.13 \quad 203.7869 \\ p_1 = -0.87 \quad -0.87 \quad -25.4562 \\ \hline 1 \quad 29.76 \quad 178.3307 (\text{余数 } K_2) \end{array}$$

根据式(3-20)，得

$$\Delta H_i = -K_1/K_2 = -22.7054/178.3307 = -0.127322$$

于是第二次要试的根为 $p_2 = p_1 + \Delta p_1 = H_i + \Delta H_i = -0.997322$ ，计算结果如下：

$$\begin{array}{r} 1 \quad 31 \quad 230 \quad 200 \\ p_1 = -0.997322 \quad -0.997322 \quad -29.922326861 \quad -199.5418377 \\ \hline 1 \quad 30.002678 \quad 200.077673 \quad 0.45816224 (\text{余数}) \end{array}$$

可以看出，此时的余数虽然还不为零，但比之式(3-23)的常数项 200 已经小得很多，基本达到了工程计算的要求。故得方程的实根为 $p = -0.997322$ 。

如计算结果还不满足精度要求，可继续对根进行修正，直到余数小于给定的精度指标为止。

(2) 偶次方程根的确定

求得了奇次方程的一个实根后，原方程的多项式即可表示为一个偶次高阶多项式和一个一次因式的积。余下的就是偶次高次代数方程的求根问题。对于偶次方程，可能有实根，也可能没有实根，但必然包括二次因式 $Q^*(p) = p^2 + u^*p + v^*$ （*号表示准确值）。如果能从式(3-18)的多项式 $f(p)$ 中分离出一个二次因式 $Q^*(p) = p^2 + u^*p + v^*$ ，就能容易地获得它的一对根。因此，可以从某一近似的二次因式 $Q(p) = p^2 + up + v$ 出发，运用某种迭代过程使之逐步精确化。计算的基本思想与确定奇次方程的实根大致相同。

设用二次因式 $Q(p)$ 去除 $f(p)$ ，记商式为 $N(p)$ ，余式为一次式，如为 $r_0p + r_1$ ，则有

$$f(p) = (p^2 + up + v)N(p) + r_0p + r_1 \quad (3-24)$$

显然， r_0 、 r_1 均为 u 、 v 的函数。该方法就是通过逐步修改 u 、 v 的值，使余式的 r_0 、 r_1 变得足够小，从而获得足够准确的二次因式。现在的问题是，如何在本步计算的基础上确定修改量 Δu 、 Δv ，改进 u 、 v 再继续作下步计算。 Δu 和 Δv 仍然可以应用综合除法通过公式求得。设 $s_0p + s_1$ 为用 $p^2 + up + v$ 去除式(3-24)中的商式 $N(p)$ 所得的余式，理论证明 Δu 和 Δv 可以通过下式确定：

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= \frac{s_0r_1 - s_1r_0}{s_1(us_0 - s_1) - vs_0^2} \\ \Delta v &= \frac{r_1 + vs_0\Delta u}{s_1} \end{aligned} \right\} \quad (3-25)$$

式(3-25)是一个重要的计算公式。如果在某一步计算之后，尚需进一步迭代计算，则可用本步综合除法过程中所得参量 u 、 v 、 r_0 、 r_1 和 s_0 、 s_1 ，根据式(3-25)算出新的 Δu 和 Δv ，进而得到要进行试除的改进的二次式 $Q(p) = p^2 + (u + \Delta u)p + v + \Delta v$ ，再以此去除多项式 $f(p)$ ，重复迭代，直到余式足够小，得到满意的结果。

例 3-2 为求四次方程 $f(p) = p^4 + 15p^3 + 158p^2 + 1184p + 1040 = 0$ 的根，试将多项式 $f(p)$

分解成为两个二次式乘积的形式。

解 首先取一近似的二次式

$$Q_1(p) = p^2 + \frac{1184}{158}p + \frac{1040}{158} = p^2 + 7.5p + 6.6$$

以 $Q_1(p)$ 去除 $f(p)$, 运算格式及结果为

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccc}
 & & 1 & 7.5 & 95.4 [N(p) \text{ 的系数}] \\
 1 & +7.5 & +6.6 & \sqrt{1+15} & +158 & +1184 & +1040 \\
 (u) & (v) & 1 & +7.5 & +6.6 & & \\
 \hline
 & & & 7.5 & +151.4 & +1184 & +1040 \\
 & & & 7.5 & +56 & & +49.5 \\
 \hline
 & & & & 95.4 & +1134 & +1040 \\
 & & & & 95.4 & +713 & +626 \\
 \hline
 & & & & & 421 & +414 \\
 & & & & & (r_0) & (r_1)
 \end{array}
 \end{array}$$

商式 $N_1(p) = p^2 + 7.5p + 95.4$

余式 $421p + 414$

从计算结果可以看出, 余项系数尚太大, 需进一步试求。为了求 Δu 、 Δv , 再以 $Q_1(p)$ 去除 $N_1(p)$, 以便定下 s_0 、 s_1 。

根据式(3-25)算出 $\Delta u = 4.7624434384$, $\Delta v = 4.683257918$, 得进一步试算的二次式为

$$Q_2(p) = p^2 + 12.26244343p + 11.28325791$$

按照上述过程进行类似计算, 其结果为

商式 $N_2(p) = p^2 + 2.73755657p + 113.1476094$

余式 $-234.3547165p - 236$

余式仍嫌较大, 再进行试算。以 $Q_2(p)$ 去除 $N_2(p)$, 得

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccc}
 & & & & 1 \\
 1 & +12.26244343 & +11.28325791 & \sqrt{1+2.73755657} & +113.1476094 \\
 & & & 1 & +12.26244343 & +11.28325791 \\
 & & & & & -9.52488686 & +101.8643514 \\
 & & & & & (s_0) & (s_1)
 \end{array}
 \end{array}$$

根据式(3-25)算出 $\Delta u = -1.12143257$, $\Delta v = -1.140254963$, 从而得到进一步试算的二次式为

$$Q_3(p) = p^2 + 11.14101086p + 10.14300294$$

再按上述过程进行类似计算, 得

商式 $N_3(p) = p^2 + 3.85898914p + 104.863957$

余式 $-23.4322227p - 23.6354241$

可以看出, 此时所得的余式与多项式 $f(p)$ 的末两项 $1184p + 1040$ 相比已小很多, 精度基本满足要求, 迭代计算便到此结束。这样原方程就化为

$$(p^2 + 11.14101086p + 10.14300294)(p^2 + 3.85898914p + 104.863957) = 0$$

的形式, 其根就好求了。

上面介绍的求根方法, 具有步骤简单、计算方便和收敛速度较快的优点, 宜在工程的手算中采用。

2. 借助计算机搜寻迭代求根法

对于大型的计算题目, 应用计算机辅助求根是非常必要的。下面介绍一种顾及了特高压电力系统暂态过程求解特点的比较适用的搜寻迭代求根法。由于实根的计算比较容易, 因此主要讨论复根的求解问题。求解的过程分两步: 第一步是近似虚根的求解; 第二步是根的精确化。具体说明如下。

(1) 近似虚根的求解

由式(3-13)可知, 在 $V(p)=0$ 的方程中包含一个方程为 $p^2 + \omega^2 = 0$, 其根容易求。因此求根的工作主要是对 $Z_1(p)=0$ 的方程来解。

设高次代数方程 $Z_1(p)=0$ 中的一对复根为 $p_k = -\beta_k \pm j\omega'_k$ 。在求根过程中, 欲同时计算 β_k 和 ω'_k 是相当困难的。为了简便, 可先假定输电线路没有损耗 ($R=0, \beta_k=0$), 即暂时认为暂态过程不衰减 ($p_k = \pm j\omega'_k$)。在特高压电力系统中 $X \gg R$, 因此忽略损耗求得的近似虚根比较接近实际情况。

实际计算中, 要得到 n 个 T 形网络串联时的 $Z_1(p)$ 的解析表达式也十分困难。为此, 采用给变量连续值 (给 $p_k = \pm j\omega'_k$ 一系列的值) 的方法, 在忽略损耗的情况下, 求一系列的 $Z_1(p)$ 的值, 来搜寻使 $Z_1(p)=0$ 的 p_k 值。

为了加速根的搜寻过程, 先找根存在的区间。搜寻时用 ω'_{k-1} 、 ω'_k 所对应的 $Z_1(\omega'_{k-1})$ 、 $Z_1(\omega'_k)$ 来判断 ω'_{k-1} 和 ω'_k 之间是否存在根。在求出根存在的小区间 (ω'_{k-1} 、 ω'_k) 后, 再用线性插值法确定根的数值, 即

$$\omega_k^{(0)} = [\omega'_{k-1} Z_1(\omega'_k) - \omega'_k Z_1(\omega'_{k-1})] / [Z_1(\omega'_k) - Z_1(\omega'_{k-1})]$$

因这个根只是作为应用牛顿迭代法进行迭代计算的初值, 所以只用一次插值。

(2) 根的精确化

在求得近似根 $\omega_k^{(0)}$ 后, 就可用牛顿迭代法精确求解。此时在 $Z_1(p)$ 中把电阻的影响考虑进去, 将 $p_k = 0 + j\omega_k^{(0)}$ 作为第一次计算的初值代入方程

$$p_{k+1} = p_k - Z_1(p_k) / Z'_1(p_k) \quad (3-26)$$

式(3-26)的 $Z_1(p_k)$ 可以这样来计算: p_k 值给定后, 由式(3-8)及式(3-9)求出线路的 A 型参数 (A 、 B 、 C 、 D) 和 $Z_H(p_k)$ 值, 再根据 $Z_1(p) = [AZ_H(p) + B] / [CZ_H(p) + D]$ 的关系, 算出 $Z_1(p_k)$ 值。但是, 由于在整个计算过程中 $Z_1(p_k)$ 的解析式并不出现, 其导数不能直接求出, 所以 $Z'_1(p_k)$ 的值也不能直接得到, 需用数值微分中微商的差商近似, 即

$$f'(p) = [f(p + \Delta p) - f(p)] / \Delta p$$

设 $Z_1(p_k) = u(\beta_k, \omega'_k) + jv(\beta_k, \omega'_k)$, 根据复变函数的性质, $Z'_1(p) = \partial v / \partial \omega'_k - j \partial u / \partial \omega'_k$, 对实部和虚部分别求导计算。当求得的 p_{k+1} 满足 $|p_{k+1} - p_k| < \varepsilon$ 时 (ε 是根据精度要求给定的任意小数), 即认为结果满足了精度的要求。

根据上述思路和数学公式即可编制计算机程序。实际的计算结果表明这一方法是比较实用的。

至此, 对于线路用集中参数代表时的短路暂态过程的分析, 已介绍了基本算式、步骤以及高次代数方程求根的常用方法。为了进一步的详细了解, 下面结合电力系统中的故障实例

进行计算与分析。

(三) 计算举例

例 3-3 某 330kV、300km 长的高压输电线路，在线路末端设有串联补偿电容器。图 3-6 所示为系统图及当线路用两个等效 T 形网络代替时的等效电路。有关参数折算到 330kV 电压侧的数值如下： $R_0 = 2\Omega$ ， $L_0 = 0.338\text{H}$ ， $R_2 = 3.5\Omega$ ， $L_2 = 0.076\text{H}$ ， $C = 1.53 \times 10^{-6}\text{F}$ ， $C_k = 113 \times 10^{-6}\text{F}$ 。短路前线路空载。设 $e(t) = \sqrt{2} \times 320 \sin(314t + \varphi_e) \text{ kV}$ 。试求在串联补偿电容后发生三相短路时线路两侧的电流。

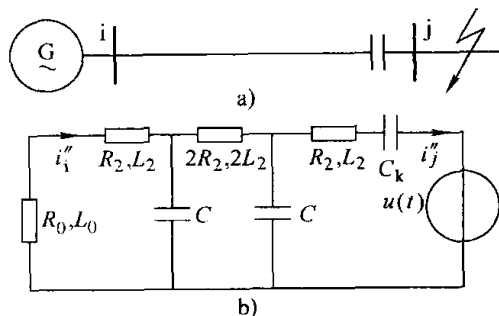


图 3-6 例 3-3 系统图及等效电路

a) 系统图 b) 等效电路

解 应用运算法，采用将初始条件化为零值的方法求解。

(1) 正常状态。j 侧无电流 $i_j' = 0$ ，而 i 侧流过线路电容电流 $i_i'(t)$ 为

$$i_i'(t) \approx \frac{\sqrt{2} \times 230}{1/2\omega C - \omega L_1} \sin(314t + \varphi_e + 90^\circ) = \sqrt{2} \times 353.5 \sin(314t + \varphi_e + 90^\circ) \text{ A}$$

而 $u(t) = \frac{1}{2\omega C} \times \sqrt{2} \times 353.5 \sin(314t + \varphi_e) = \sqrt{2} \times 368.8 \sin(314t + \varphi_e) \text{ kV}$

(2) 附加状态。根据图 3-6 可写出两侧电流 i_i 和 i_j 的运算式如下：

$$I_j''(p) = \frac{pF_1(p)U(p)}{L_2F_2(p)}, \quad I_i''(p) = \frac{pU(p)}{2L_1L_2C^2F_2(p)}$$

式中

$$\begin{aligned} F_1(p) &= p^4 + p^3 \left(\frac{R_1}{L_1} + \frac{R_2}{L_2} \right) + p^2 \left(\frac{1}{L_1C} + \frac{1}{L_2C} + \frac{R_1R_2}{L_1L_2} \right) + p \frac{R_1 + R_2}{L_1L_2C} + \frac{1}{2L_1L_2C^2} \\ F_2(p) &= p^6 + p^5 \left(\frac{R_1}{L_1} + \frac{2R_2}{L_2} \right) + p^4 \left(\frac{1}{L_1C} + \frac{2}{L_2C} + \frac{1}{L_2C_k} + \frac{2R_1R_2}{L_1L_2} + \frac{R_2^2}{L_2^2} \right) \\ &\quad + p^3 \left[\frac{2(R_1L_2 + R_2L_1 + R_2L_2)}{L_1L_2C} + \left(\frac{R_1}{L_1} + \frac{R_2}{L_2} \right) \frac{1}{L_2C_k} + \frac{R_1R_2^2}{L_1L_2^2} \right] \\ &\quad + p^2 \left[\frac{L_1 + 3L_2}{2L_1L_2^2C^2} + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \frac{1}{L_2CC_k} + \frac{R_2(R_1 + R_2)}{L_1L_2^2C} + \frac{R_1R_2}{L_1L_2^2C_k} \right] \\ &\quad + p \left(\frac{R_1 + 3R_2}{2L_1L_2^2C^2} + \frac{R_1 + R_2}{2L_1L_2^2CC_k} \right) + \frac{1}{2L_1L_2^2C_kC^2} \\ &\quad R_1 = R_0 + R_2, \quad L_1 = L_2 + L_0 \end{aligned}$$

将具体数据代入后，得

$$F_1(p) = p^4 + 59p^3 + 1.02 \times 10^7 p^2 + 1.87 \times 10^7 p + 6.8 \times 10^{12}$$

$$F_2(p) = p^6 + 105p^5 + 1.89 \times 10^7 p^4$$

$$+ 1.16 \times 10^9 p^3 + 5.76 \times 10^{13} p^2 + 1.45 \times 10^{15} p + 7.9 \times 10^{17}$$

$F_2(p) = 0$ 为电路的特征方程。此特征方程是六次的。分析电网的特点可知共有三对共轭复根。一对共轭复根对应于串联补偿电容器引起的低频分量，另两对共轭复根对应于线路分布电容引起的两个高频分量。应用高次代数方程求根的方法，解得特征方程 $F_2(p) = 0$ 的

三对共轭复根为

$$\begin{aligned} p_1, p_2 &= -12.5 \pm j117 & f &= 19\text{Hz} \\ p_3, p_4 &= -17.5 \pm j1970 & f &= 314\text{Hz} \\ p_5, p_6 &= -22.5 \pm j3847 & f &= 612\text{Hz} \end{aligned}$$

为计算方便,可用高次代数方程求根的方法将 $F_1(p)$ 分解,得

$$F_1(p) = (p^2 + 16.5p + 7.2 \times 10^5)(p^2 + 42.5p + 9.5 \times 10^6)$$

最后,根据分解定理对 $I_i''(p)$ 和 $I_j''(p)$ 进行反变换,有

$$\begin{aligned} i_j''(t) &= L^{-1}[I_j''(p)] = I_m \left[\frac{\sqrt{2} \times 368.8 \times 10^3 e^{j\varphi_e} p F_1(p)}{L_2 F_2(p)} e^{pt} \right]_{p=j314} \\ &\quad + 2R_e \{ [\sqrt{2} \times 368.8 \times 10^3 (p \sin \varphi_e + 314 \cos \varphi_e) p F_1(p) e^{pt}] \div [L_2(p^2 + 314^2) \times (p^2 + 35p + 3.87 \times 10^6)(p^2 + 45p + 14.8 \times 10^6) j117 \times 2] \}_{p=-12.5+j117} \\ &\quad + 2R_e \{ [\sqrt{2} \times 368.8 \times 10^3 (p \sin \varphi_e + 314 \cos \varphi_e) p F_1(p) e^{pt}] \div [L_2(p^2 + 314^2) \times (p^2 + 25p + 1.38 \times 10^4)(p^2 + 45p + 14.8 \times 10^6) j1970 \times 2] \}_{p=-17.5+j1970} \\ &\quad + 2R_e \{ [\sqrt{2} \times 368.8 \times 10^3 (p \sin \varphi_e + 314 \cos \varphi_e) p F_1(p) e^{pt}] \div [L_2(p^2 + 314^2) \times (p^2 + 25p + 1.38 \times 10^4)(p^2 + 35p + 3.87 \times 10^6) j3847 \times 2] \}_{p=-22.5+j3847} \\ &= \sqrt{2} \times 1869.7 \sin(314t + \varphi_e - 84^\circ) A + \sqrt{2} [-787.8 \sin \varphi_e \sin(117t + 14^\circ) \\ &\quad + 2102.9 \cos \varphi_e \cos(117t + 8^\circ)] e^{-12.5t} A \\ &\quad + \sqrt{2} [1060.6 \sin \varphi_e \sin 1970t - 169 \cos \varphi_e \cos 1970t] e^{-17.5t} A \\ &\quad + \sqrt{2} [1060.6 \sin \varphi_e \sin 1970t - 48 \cos \varphi_e \cos 3847t] e^{-22.5t} A \end{aligned}$$

同样,可求得 i 侧故障分量电流 $i_i''(t)$ 。

(3) 全电流。将附加状态的故障分量电流 $i_i''(t)$ 、 $i_j''(t)$ 加上正常状态下的电流,其中 $i_i'(t)$ 即线路电容电流, $i_j'(t) = 0$, 即得到短路状态下的全电流

$$i_j(t) = i_j''(t)$$

$$\begin{aligned} i_i(t) &= i_i'(t) + i_i''(t) = \sqrt{2} \times 1836.2 \sin(314t + \varphi_e - 84^\circ) A \\ &\quad + \sqrt{2} [-803 \sin \varphi_e \sin(117t + 14^\circ) + 2144 \cos \varphi_e \cos(117t + 8^\circ)] e^{-12.5t} A \\ &\quad + \sqrt{2} [-406.9 \sin \varphi_e \sin 1970t + 64.8 \cos \varphi_e \cos 1970t] e^{-17.5t} A \\ &\quad + \sqrt{2} [50 \sin \varphi_e \sin 3847t - 4.4 \cos \varphi_e \cos 3847t] e^{-22.5t} A \end{aligned}$$

(四) 几点结论

1) 两侧电流中的工频稳态分量和低频分量基本相等,这是因为对此两分量来说分布电容的影响可忽略不计。

2) 对于高频分量来说,频率较低的分量幅值大,且当线路外部故障时线路两侧相应的正弦项或余弦项具有基本相同的相位(都以流入线路为正方向),即把外部故障反映为内部故障。频率较高的分量幅值小得多,而线路两侧相应各项具有基本相反的相位(都以母线流入线路为正方向)。

例 3-4 某 330kV、200km 长的高压输电线,在线路末端装设有串联补偿电容器和并联电抗器。线路以一个等效 T 形网络代替。网络接线如图 3-7a 所示。有关参数折算到 330kV 电压的数值如下: $R_0 = 135\Omega$, $L_0 = 1.33\text{H}$, $R_2 = 6\Omega$, $L_2 = 0.14\text{H}$, $R_k = 6\Omega$, $L_k = 4.5\text{H}$, $C_k = 113$

$\times 10^{-6}\text{F}$, $C = 2.88 \times 10^{-6}\text{F}$ 。短路前线路空载。 $e(t) = \sqrt{2} \times 320 \sin(314t + \varphi_e) \text{ kV}$ 。试求在电容器后发生三相短路时线路两侧的电流。

解 应用运算法, 采用将初始条件化为零值的方法求解。

(1) 正常状态。j 侧电流为零, i 侧流过线路电容电流和电抗器的电感电流。应用复数符号法可求得

$$i_j'(t) = 0$$

$$i_i'(t) \approx \sqrt{2} \times 77.4 \sin(314t + \varphi_e + 90^\circ) \text{ A}$$

$$u(t) = \sqrt{2} \times 355 \sin(314t + \varphi_e) \text{ kV}$$

(2) 附加状态。根据图 3-7b, 写出两侧电流 i_i 和 i_j 的运算形式如下:

$$I_j''(p) = \frac{F_1(p)U(p)}{F_2(p)}$$

$$I_i''(p) = \frac{F_3(p)U(p)}{F_2(p)}$$

式中

$$F_1(p) = 7.35p^3 + 98.6p^2 + 3.11 \times 10^5 p + 7.8 \times 10^6$$

$$F_2(p) = p^5 + 140p^4 + 2.79 \times 10^6 p^3 + 2.58 \times 10^8 p^2 + 2.06 \times 10^{10} p + 5.07 \times 10^{11}$$

$$F_3(p) = 1.69 \times 10^9 p(p + 1.33)$$

$F_2(p) = 0$ 为电路的特征方程, 此方程为五次方程, 有一个实根和两对共轭复根。根据电网特点可知, 一个实根对应于并联电抗器引起的附加非周期分量, 一对共轭复根对应于串联补偿电容引起的低频分量, 另一对共轭复根对应于线路分布电容引起的高频分量。在本题的情况下, 由于有了串联补偿电容器, 因此没有基本非周期分量, 而仅有低频分量。

特征方程 $F_2(p) = 0$ 所对应的特征根为

$$p_1 = -34.2 \quad (\text{非周期分量})$$

$$p_2, p_3 = -29 \pm j69 \quad f = 11 \text{ Hz} \quad (\text{低频分量})$$

$$p_4, p_5 = -24 \pm j1670 \quad f = 266 \text{ Hz} \quad (\text{高频分量})$$

(3) 全电流。最后, 根据分解定理, 求出 $I_i''(p)$ 和 $I_j''(p)$ 的原函数 $i_i''(t)$ 和 $i_j''(t)$ 。再加上正常状态下的电流分量 $i_i'(t)$ 和 $i_j'(t)$, 即得到短路后两侧的全电流

$$\begin{aligned} i_i(t) = & \sqrt{2} \times 676.6 \sin(314t + \varphi_e - 71^\circ) \text{ A} - \sqrt{2} \times 166.1 \sin(\varphi_e - 84^\circ) e^{-34t} \text{ A} \\ & + \sqrt{2} [-192 \sin \varphi_e \sin(69t + 75^\circ) + 818.3 \cos \varphi_e \cos(69t + 52^\circ)] e^{-29t} \text{ A} \\ & + \sqrt{2} [-135.6 \sin \varphi_e \sin 1670t + 25.9 \cos \varphi_e \cos 1670t] e^{-24t} \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_j(t) = & \sqrt{2} \times 679.6 \sin(314t + \varphi_e - 71^\circ) \text{ A} - \sqrt{2} \times 57.6 \sin(\varphi_e - 84^\circ) e^{-34t} \text{ A} \\ & + \sqrt{2} [-221 \sin \varphi_e \sin(69t + 50^\circ) + 1031.6 \cos \varphi_e \cos(69t + 27^\circ)] e^{-29t} \text{ A} \\ & + \sqrt{2} [1569.5 \sin \varphi_e \sin 1670t - 295.6 \cos \varphi_e \cos 1670t] e^{-24t} \text{ A} \end{aligned}$$

(4) 本例的特点如下:

1) 直流分量主要是电抗器引起的附加非周期分量, 但在确定其流通途径时, 不能认为

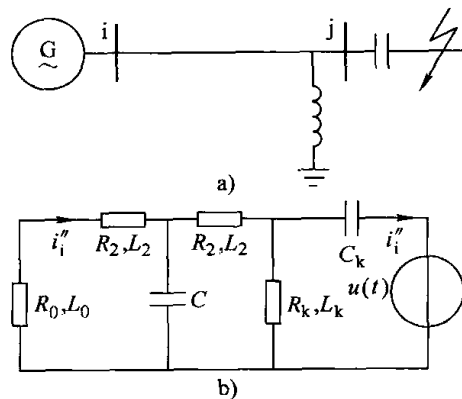


图 3-7 例题 3-4 图

a) 网络接线 b) 等效电路

串联补偿电容对直流分量是开路的, 流经串联补偿电容的直流分量占有相当的比例。

2) 由于电源容量很小, 短路电流的稳态分量较小, 又由于 $L_0 \gg L_2$, 高频分量主要在近故障侧流通。在近故障侧高频分量超过稳态分量。

二、线路用分布参数表示时短路暂态过程的计算

为了精确计算长线的暂态过程, 长线需按分布参数电路考虑。长线按分布参数电路表示如图 3-8 所示。

下面仍以一简单网络的三相短路进行讨论, 网络接线如图 3-8a 所示, 等效电路如图 3-8b 所示。在图 3-8b 所示的短路附加状态中, 如前述, 短路点所加的电压为负的该点的短路前电压。设此电压为

$$u_1(t) = -U_{km} \sin(\omega t + \varphi_e)$$

写成拉普拉斯变换的象函数, 则有

$$U_1(p) = -U_{km}(\omega \cos \varphi_e + p \sin \varphi_e) / (p^2 + \omega^2) \quad (3-27)$$

设线路始端 ($x=0$) 电流的象函数为 $I_1(p)$, 末端 ($x=l$)

电压电流的象函数为 $U_2(p)$ 和 $I_2(p)$ 。末端所连接的集中阻抗为 $Z_k(p)$ 。由电路理论可知, 在过渡过程中, 长线两端电流、电压象函数之间的关系, 在形式上和时域中的稳定状态下的长线方程相似, 即

$$\begin{pmatrix} U_1(p) \\ I_1(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}(\gamma l) & Z_c \operatorname{sh}(\gamma l) \\ \operatorname{sh}(\gamma l) / Z_c & \operatorname{ch}(\gamma l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2(p) \\ I_2(p) \end{pmatrix} \quad (3-28)$$

在式(3-28)中 γ 和 Z_c 分别代表算子形式表示的传播系数 $\gamma(p)$ 和特征阻抗 $Z_c(p)$, 其表达式为

$$\gamma(p) = \sqrt{(R + pL)(G + pC)}$$

$$Z_c(p) = \sqrt{(R + pL) / (G + pC)}$$

式中 R 、 L ——分别为线路单位长度的电阻和电感;

G 、 C ——分别为线路单位长度的对地电导和电容。

式(3-28)也可写成式(3-10)的表示形式, 即

$$\begin{pmatrix} U_1(p) \\ I_1(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2(p) \\ I_2(p) \end{pmatrix} \quad (3-29)$$

此时, $A = \operatorname{ch}(\gamma l)$, $B = Z_c \operatorname{sh}(\gamma l)$, $C = \operatorname{sh}(\gamma l) / Z_c$, $D = \operatorname{ch}(\gamma l)$ 。

因此, 在用运算法计算时, 线路用分布参数等效与用集中参数等效, 线路两端电流、电压的关系式可以统一, 区别只是传输矩阵参数 A 、 B 、 C 、 D 的具体内容不一样。

由于在线路 $x=l$ 端接有运算阻抗 $Z_k(p)$, 故有

$$U_2(p) = I_2(p) Z_k(p) \quad (3-30)$$

联解式(3-29)与式(3-30), 可得

$$I_1(p) = U_1(p) \frac{CZ_k(p) + D}{AZ_k(p) + B} = U_1(p) \frac{Z_k(p) \operatorname{sh}(\gamma l) / Z_c + \operatorname{ch}(\gamma l)}{Z_k(p) \operatorname{ch}(\gamma l) + Z_c \operatorname{sh}(\gamma l)} = \frac{U_1(p)}{Z_1(p)} \quad (3-31)$$

$$\text{这里, 输入阻抗为} \quad Z_1(p) = \frac{Z_k(p) \operatorname{ch}(\gamma l) + Z_c \operatorname{sh}(\gamma l)}{Z_k(p) \operatorname{sh}(\gamma l) / Z_c + \operatorname{ch}(\gamma l)} \quad (3-32)$$

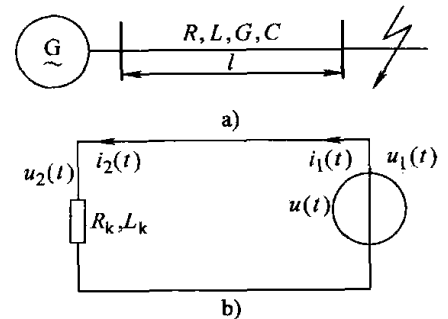


图 3-8 长线按分布参数电路表示
a) 网络接线 b) 等效电路

将式(3-27)代入式(3-31), 得

$$I_1(p) = \frac{U_1(p)}{Z_1(p)} = \frac{-U_{km}(\omega \cos \varphi_e + p \sin \varphi_e)}{(p^2 + \omega^2)Z_1(p)} = \frac{W(p)}{V(p)}$$

式中

$$V(p) = (p^2 + \omega^2)Z_1(p)$$

$$W(p) = -U_{km}(\omega \cos \varphi_e + p \sin \varphi_e)$$

显然, 只要求出 $V(p) = 0$ 的根, 就同样可以利用式(3-14)、式(3-15)及式(3-17)进行拉普拉斯反变换求得始端电流 $i_1(t)$ 。

由以上分析可看出, 计算的关键依然集中于两点: 一是如何针对具体网络的结构决定在短路点向系统看去的输入阻抗 $Z_1(p)$; 二是如何求解方程 $V(p) = 0$ 的根, 而主要又是 $Z_1(p) = 0$ 的根。

几种常见的求 $Z_1(p)$ 的网络如图 3-9 所示, $Z_1(p)$ 的求法如下:

1. 线路末端为集中感抗

线路末端为集中感抗, 如图 3-9a 所示。设末端集中电感为 L_2 , 则 $Z_H(p) = pL_2$, 由式(3-32), 得

$$Z_1(p) = \frac{pL_2 \operatorname{ch}(\gamma l) + Z_c \operatorname{sh}(\gamma l)}{pL_2 \operatorname{sh}(\gamma l)/Z_c + \operatorname{ch}(\gamma l)} \quad (3-33)$$

2. 线路末端有集中阻抗, 始端也串有集中阻抗

除线路末端有集中阻抗 $Z_k(p)$ 外, 在线路始端又串有集中阻抗 $Z_2(p)$, 如图 3-9b 所示。

此时先按式(3-33)计算出从集中阻抗 $Z_2(p)$ 后面向末端看去的输入阻抗 $Z_3(p)$ 。显然, 在短路点向末端看去的输入阻抗

$$Z_1(p) = Z_2(p) + Z_3(p)$$

3. 两段长线串联, 在末端有集中阻抗

两段长线串联, 在末端有集中阻抗 $Z_k(p)$, 如图 3-9c 所示。

一种方法是用式(3-33)算出由第二线路始端向末端看去的输入阻抗 $Z_2(p)$ 。对第一线路来说, 此 $Z_2(p)$ 是接在其末端的等效阻抗。故再次应用式(3-33), 将其中 pL_2 换成 $Z_2(p)$ 就得到了 $Z_1(p)$ 。

另一种方法是根据式(3-9)的思路, 将两段线路所对应的 A 型参数传输矩阵相乘, 算出两线串联后的等效传输矩阵参数 A' 、 B' 、 C' 及 D' , 再将其代入式(3-31)就可得到此种情况下的 $Z_1(p)$ 。

4. 两条长线并联

两条长线并联, 如图 3-9d 所示。先按式(3-28)分别写出两条线的长线方程, 将两条长线方程变换为 Y 型二端口网络方程, 并进而求出两条长线并联后等效的二端口网络方程(两 Y 型矩阵相加), 然后再将等效 Y 型二端口网络方程变为 A 参数方程。以下就可仿照图 3-9a 求得短路处的输入阻抗 $Z_1(p)$ 。

当线路两端与复杂网络连接, 不能用一个简单的集中感抗或容抗代表时, 应先将此网络

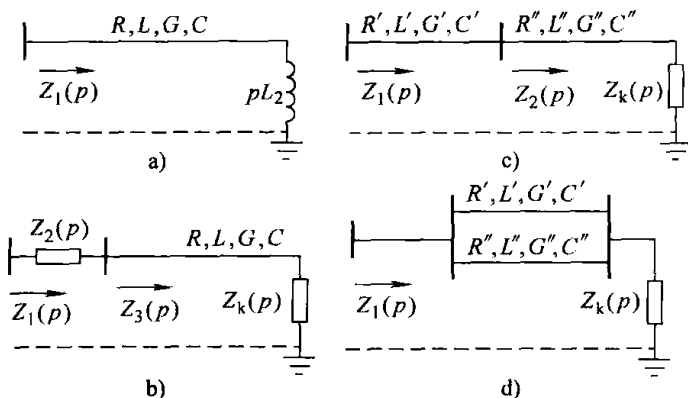


图 3-9 求 $Z_1(p)$ 的几种网络

- a) 线路末端有集中感抗 b) 线路末端有集中感抗, 线路始端串有集中阻抗 c) 两段长线串联, 末端有集中阻抗 d) 两条长线并联, 末端有集中阻抗

从最远端起逐步归并到短路的长线两端。

关于 $Z_1(p) = 0$ 的求解要困难些。主要原因是在 $Z_1(p)$ 的式子中包含有双曲函数, 因此在实用计算中一般采用近似解法。为了便于了解, 以式(3-33)为例, 具体说明这种求根法的步骤。 $Z_1(p) = 0$ 也即

$$f(p) = pL_2 \operatorname{ch}(\gamma l) + Z_c \operatorname{sh}(\gamma l) = 0$$

(1) 忽略线路有功损耗, 求出近似虚根

由于特高压电力系统的有功损耗很小, 故可先忽略系统的有功损耗, 设 $R = G = 0$, 于是方程中的双曲函数即简化为三角函数。而且 $Z_c = \sqrt{L/C}$ 为常数, $\gamma l = p \sqrt{LC}l = p\tau$, 其中, τ 为电磁波沿无损线传播所需的时间, $\tau = \sqrt{LC}l$ 。因为无损耗, 自由分量不衰减, $f(p) = 0$ 的方程只有虚根。令 $p_n = j\omega_n$, 代入方程 $f(p) = 0$, 整理得

$$\tan \omega_n \tau = -\omega_n L_2 / Z_c = -\omega_n \tau L_2 / (Ll) \quad (3-34)$$

式(3-34)左边为正切曲线, 右边为经过坐标原点的直线。用作图法求此两曲线的交点就是式(3-34)的近似根。式(3-34)近似根求解示意图如图 3-10 所示, 由图可见, 在理论上应有无穷多个根。由于 ω_n 的值越大 $i_1(t)$ 的幅值越小。因此, 实用计算中可根据所要求的精度将较大的 ω_n 舍去。

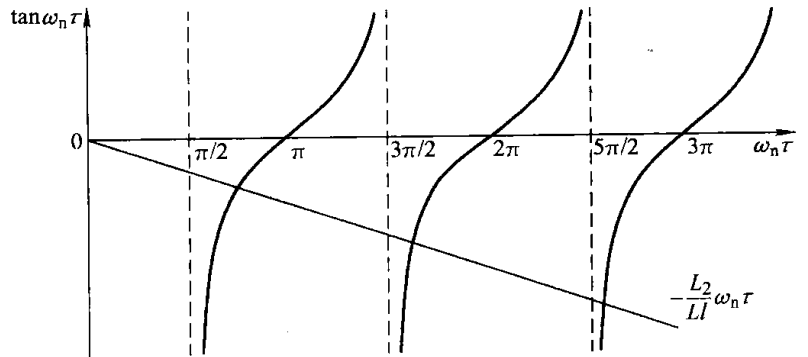


图 3-10 式(3-34)近似根求解示意图

(2) 精确化近似虚根

假设用图解法所求近似虚根为 $j\omega_{n1}$ 。令 $j\omega_{n2}$ 为精确解的虚部, 有

$$I_m[f(j\omega_{n2}) - f(j\omega_{n1})] \approx (\omega_{n2} - \omega_{n1}) I_m[f'(j\omega_{n1})]$$

可以近似认为 $f(j\omega_{n2}) = 0$, 故得

$$\omega_{n2} \approx \omega_{n1} - I_m[f(j\omega_{n1})/f'(j\omega_{n1})]$$

(3) 精确化近似复根

此时精确化虚根 $j\omega_{n2}$ 可看作是 $f(p) = 0$ 的近似根。令 $-\beta + j\omega_n$ 为精确复根, 则近似有

$$p_n \approx -\beta_n + j\omega_n \approx j\omega_{n2} - f(j\omega_{n2})/f'(j\omega_{n2})$$

上面介绍了应用运算法求解三相短路暂态过程的两种情况, 前者要求解高次代数方程, 后者要求解超越函数方程。当用手算作初步校验时, 不要求得很精确的解答, 用前一方法较为方便。在要求得到较精确的解答, 尤其是在有条件用计算机计算的情况下, 宜用后一方法。

第四节 用拉普拉斯运算法计算不对称短路暂态过程

一、对称分量法的运算形式

对称分量法不仅可以用来进行不对称短路的稳态计算, 也可以用来作暂态计算。

对于具有 $Fe^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$ 形式的各种暂态分量, 可类似于对待正弦稳态分量一样, 用旋转相量在虚轴 (或实数轴) 上的投影来表示。不同之处在于对于正弦稳态来说, 相量的

模是不变的, 并且是匀速旋转的。对暂态分量来说, 相量的模 $Fe^{-\beta t}$ 随着时间的推移要衰减, 并且相量可能是匀速旋转的 (周期性暂态分量), 也可能是静止不动的 (非周期性暂态分量), 如图 3-11 所示。

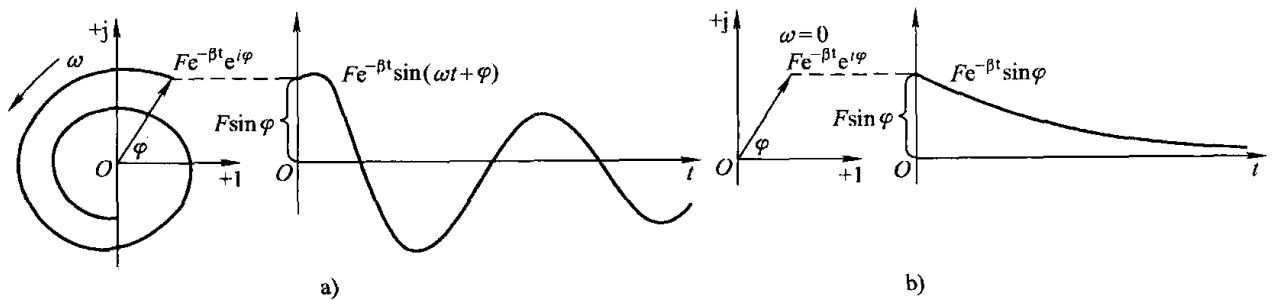


图 3-11 衰减曲线的相量概念

a) 正弦暂态分量的相量 b) 直流暂态分量的相量

因此, 处于暂态过程中的短路电流 $i_a(t)$ 、 $i_b(t)$ 、 $i_c(t)$ [或电压 $u_a(t)$ 、 $u_b(t)$ 、 $u_c(t)$] 可以用相应的复数形式 $\dot{I}_a(t)$ 、 $\dot{I}_b(t)$ 、 $\dot{I}_c(t)$ [或 $\dot{U}_a(t)$ 、 $\dot{U}_b(t)$ 、 $\dot{U}_c(t)$] 来表示。例如电流 $i_a(t) = \sum F_{\alpha k} e^{-\beta_k t} \sin(\omega_k t + \varphi_k) = \text{Im}[\sum F_{\alpha k} e^{-\beta_k t} e^{j(\omega_k t + \varphi_k)}] = \text{Im}[\dot{I}_a(t)]$ 。这样, 在线性网络 a、b、c 系统的频率相同、衰减时间常数相同的暂态电流 (或电压) 也可以分解为三组对称分量 $\dot{I}_1(t)$ 、 $\dot{I}_2(t)$ 和 $\dot{I}_0(t)$ [或 $\dot{U}_1(t)$ 、 $\dot{U}_2(t)$ 和 $\dot{U}_0(t)$] , 即

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_a(t) &= \dot{I}_1(t) + \dot{I}_2(t) + \dot{I}_0(t) \\ \dot{I}_b(t) &= a^2 \dot{I}_1(t) + a \dot{I}_2(t) + \dot{I}_0(t) \\ \dot{I}_c(t) &= a \dot{I}_1(t) + a^2 \dot{I}_2(t) + \dot{I}_0(t) \end{aligned} \right\} \quad (3-35)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1(t) &= [\dot{I}_a(t) + a \dot{I}_b(t) + a^2 \dot{I}_c(t)]/3 \\ \dot{I}_2(t) &= [\dot{I}_a(t) + a^2 \dot{I}_b(t) + a \dot{I}_c(t)]/3 \\ \dot{I}_0(t) &= [\dot{I}_a(t) + \dot{I}_b(t) + \dot{I}_c(t)]/3 \end{aligned} \right\} \quad (3-36)$$

式(3-35)、式(3-36)与用于正弦稳态分量的变换公式具有完全相似的形式, 不同的是, 在正弦稳态分量中所讨论的各电流是同一频率的正弦时间函数, 它们所对应相量的模不随时间变化, 而且以相同的角速度旋转, 如 $i_a(t) = \sqrt{2} I_a \sin(\omega t + \varphi_a) = \text{Im}[\sqrt{2} I_a e^{j(\omega t + \varphi_a)}] = \text{Im}[\sqrt{2} \dot{I}_a e^{j\omega t}]$, 因此常将它们共同的旋转因子 $e^{j\omega t}$ 略去, 简单地用 $\dot{I}_a = I_a e^{j\varphi_a}$ 来表示。但式(3-35)中的电流可能包含各种不同频率、不同衰减系数的周期性或非周期性暂态分量, 与它们相应的各相量的旋转速度不同, 相量模的衰减速率也不同。因此, 在式(3-35)中必须以时间函数的复数形式表示, 如 $\dot{I}_a(t) = \sum I_{\alpha k} e^{-\beta_k t} e^{j(\omega_k t + \varphi_k)}$ 。

应当指出, 由于在三相对称分量 $\dot{U}_1(t)$ 、 $\dot{U}_2(t)$ 和 $\dot{U}_0(t)$ 中同时都存在有各种不同频率的周期性和非周期性暂态分量, 把它们称作正、负、零序分量是不够确切的, 所以有时把它们称为第一组、第二组和零组对称分量。

在用运算法计算暂态过程时, 应用拉普拉斯变换将电流 (或电压) 变为象函数, 则式(3-35)和式(3-36)有如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_a(p) &= \dot{I}_1(p) + \dot{I}_2(p) + \dot{I}_0(p) \\ \dot{I}_b(p) &= a^2 \dot{I}_1(p) + a \dot{I}_2(p) + \dot{I}_0(p) \\ \dot{I}_c(p) &= a \dot{I}_1(p) + a^2 \dot{I}_2(p) + \dot{I}_0(p) \\ \dot{I}_1(p) &= [\dot{I}_a(p) + a \dot{I}_b(p) + a^2 \dot{I}_c(p)]/3 \\ \dot{I}_2(p) &= [\dot{I}_a(p) + a^2 \dot{I}_b(p) + a \dot{I}_c(p)]/3 \\ \dot{I}_0(p) &= [\dot{I}_a(p) + \dot{I}_b(p) + \dot{I}_c(p)]/3 \end{aligned} \right\} \quad (3-37)$$

式中 $\dot{I}_a(p)$ 、 $\dot{I}_b(p)$ 、 $\dot{I}_c(p)$ ——分别为三相电流复数表达式的象函数；

$\dot{I}_1(p)$ 、 $\dot{I}_2(p)$ 、 $\dot{I}_0(p)$ ——分别为第一组、第二组和零组对称分量电流复数表达式的象函数。

假定在三相对称静止电路的 a、b、c 三相中流过电流 $i_a(t)$ 、 $i_b(t)$ 和 $i_c(t)$ 时产生电压降 $u_a(t)$ 、 $u_b(t)$ 和 $u_c(t)$ 。用电流、电压的运算式表示，则有

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_a(p) &= Z_{aa}(p)\dot{I}_a(p) + Z_{ab}(p)\dot{I}_b(p) + Z_{ac}(p)\dot{I}_c(p) \\ \dot{U}_b(p) &= Z_{ba}(p)\dot{I}_a(p) + Z_{bb}(p)\dot{I}_b(p) + Z_{bc}(p)\dot{I}_c(p) \\ \dot{U}_c(p) &= Z_{ca}(p)\dot{I}_a(p) + Z_{cb}(p)\dot{I}_b(p) + Z_{cc}(p)\dot{I}_c(p) \end{aligned} \right\} \quad (3-38)$$

式中 $Z_{aa}(p)$ 、 $Z_{bb}(p)$ 、 $Z_{cc}(p)$ ——分别为三相的运算自阻抗， $Z_{aa}(p) = Z_{bb}(p) = Z_{cc}(p)$ ；

$Z_{ab}(p)$ 、 $Z_{ac}(p)$ 、 $Z_{ba}(p)$ 、 $Z_{bc}(p)$ 、 $Z_{ca}(p)$ 、 $Z_{cb}(p)$ ——分别为三相之间的运算互阻抗，
 $Z_{ab}(p) = Z_{ac}(p) = Z_{ba}(p) = Z_{bc}(p)$
 $= Z_{ca}(p) = Z_{cb}(p)$ 。

将式(3-38)中的 $\dot{U}_a(p)$ 、 $\dot{U}_b(p)$ 、 $\dot{U}_c(p)$ 分解为对称分量，并考虑式(3-37)，得

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1(p) &= [Z_{aa}(p) - Z_{ab}(p)]\dot{I}_1(p) = Z_1(p)\dot{I}_1(p) \\ \dot{U}_2(p) &= [Z_{aa}(p) - Z_{ab}(p)]\dot{I}_2(p) = Z_2(p)\dot{I}_2(p) \\ \dot{U}_0(p) &= [Z_{aa}(p) + 2Z_{ab}(p)]\dot{I}_0(p) = Z_0(p)\dot{I}_0(p) \end{aligned} \right\} \quad (3-39)$$

式中 $Z_1(p)$ 、 $Z_2(p)$ 、 $Z_0(p)$ ——分别为三相对称电路对于第一组、第二组和零组运算电流的运算阻抗，简称为一(1)组、二(2)组和零(0)组运算阻抗。

二、计算不对称短路暂态过程的算子等效复合序网

在三相对称静止电路的情况下，式(3-39)表明了各组对称分量具有独立性，并且有 $Z_1(p) = Z_2(p)$ ，因而用 0、1、2 对称分量计算很方便。计算时仍然先根据短路的边界条件组成复合序网图，然后应用叠加原理，分成正常状态和具有零初始条件的附加状态进行计算。如前所述，对于暂态过程主要计算短路附加状态分量，最后把短路前的稳态分量叠加上去就得到短路时的电流和电压。各种短路故障的短路附加状态的复合序网图与用于正弦稳态分量计算的复合序网在形状上是相似的。

类似于正弦稳态分量的计算，根据短路点短路前电压的象函数 $\dot{U}_k(p)$ 以及由故障类型形成的复合序网，便可求出各组分量电流的象函数 $\dot{I}_1(p)$ 、 $\dot{I}_2(p)$ 和 $\dot{I}_0(p)$ ，并用式(3-37)求出各

相电流之象函数 $\dot{I}_a(p)$ 、 $\dot{I}_b(p)$ 和 $\dot{I}_c(p)$ 。然后再变换为它们的原函数,即三相电流的复数表达式 $\dot{I}_a(t)$ 、 $\dot{I}_b(t)$ 和 $\dot{I}_c(t)$ 。最后求出各相电流的时间函数 $i_a(t)$ 、 $i_b(t)$ 和 $i_c(t)$ 。需注意,从电流的复数表达式求其时间函数时,若电源的原函数为正弦函数时,则应取其虚部以得到电流的时间函数;若电源的原函数为余弦函数时,则应取其实部以得到电流的时间函数。

在系统的第一组运算阻抗和第二组的运算阻抗相等,即 $Z_1(p) = Z_2(p)$ 时,两相短路的暂态分量和三相短路的暂态分量具有完全相同的性质。此时两相短路的第一组电流的暂态分量是三相短路电流暂态分量的一半,两相短路的相电流是三相短路的 $\sqrt{3}/2$ 。

除了对称分量法以外,还可以用 $\alpha\beta 0$ 分量法进行不对称短路的计算,尤其是在第一组运算阻抗和第二组运算阻抗相同时,应用 $\alpha\beta 0$ 分量法比较简便。如需了解这方面的内容,可参考有关文献。

思考题与习题

3-1 特高压远距离输电线路的短路电流有哪些暂态分量?这些暂态分量是怎样产生的?

3-2 特高压远距离输电线路为什么要装设串联电容器和并联电抗器?

3-3 为什么特高压远距离输电线路的短路电流和电压的暂态分量衰减速度较慢?

3-4 根据图 3-2 所示等效电路,分析由于装设串联电容器而产生的短路电流低频分量的幅值、频率及衰减时间常数随串联电容补偿度的取值范围。

3-5 分析特高压远距离输电线路由于分布电容引起的短路电流高频分量与短路地点和时刻的关系。

3-6 根据图 3-4 所示等效电路,分析由于装设并联电抗器而产生的附加非周期分量与短路地点和时刻的关系。

3-7 应用综合除法计算三次方程 $p^3 + 50p^2 + 200p + 300 = 0$ 的实根。

3-8 应用综合除法计算四次方程 $3p^4 + 5p^3 + 150p^2 + 200p + 1000 = 0$ 的根。

3-9 系统及等效电路参见图 3-6,折算到 330kV 电压侧的有关参数如下: $R_0 = 1.5\Omega$, $L_0 = 0.36\text{H}$, $R_2 = 3.0\Omega$, $L_2 = 0.08\text{H}$, $C = 1.5 \times 10^{-6}\text{F}$, $C_k = 110 \times 10^{-6}\text{F}$ 。短路前线路空载。设 $e(t) = \sqrt{2} \times 330 \sin(314t + \varphi_e)\text{kV}$,求在串联补偿电容后发生三相短路时线路两侧的电流。

3-10 系统及等效电路参见图 3-7,折算到 330kV 电压侧的有关参数如下: $R_0 = 120\Omega$, $L_0 = 1.3\text{H}$, $R_2 = 5\Omega$, $L_2 = 0.15\text{H}$, $R_k = 5\Omega$, $L_k = 4.4\text{H}$, $C_k = 110 \times 10^{-6}\text{F}$, $C = 3.0 \times 10^{-6}\text{F}$ 。短路前线路空载。设 $e(t) = \sqrt{2} \times 330 \sin(314t + \varphi_e)\text{kV}$,试求在串联补偿电容 C_k 后发生三相短路时线路两侧的电流。

第四章 电力系统运行稳定性的基本概念和各元件的机电特性

第一节 电力系统运行稳定性的基本概念

电力系统运行稳定性的问题就是当系统在某一正常运行状态下受到某种干扰后，能否经过一定的时间后回到原来的运行状态或者过渡到一个新的稳态运行状态的问题。如果能够，则认为系统在该正常运行状态下是稳定的。反之，若系统不能回到原来的运行状态或者不能建立一个新的稳态运行状态，则说明系统的状态变量没有一个稳态值，而是随着时间不断增大或振荡，系统是不稳定的。电力系统稳定性的破坏，将造成大量用户供电中断，甚至导致整个系统的瓦解，后果极为严重。因此，保持电力系统运行的稳定性，对于电力系统安全可靠运行具有非常重要的意义。

电力系统正常运行的重要标志即系统中的所有同步发电机均同步运行（电气角速度相同）。如果机组间失去同步，系统的电压、电流和功率等状态变量就会大幅度地、周期性地振荡变化，以致系统不能向负荷正常供电。

下面用一个简单电力系统说明稳定性的概念，如图 4-1 所示。

图 4-1a 示出一台发电机经变压器、线路和受端系统相连的简单电力系统。假定受端系统的容量相对于发电机而言是很大的，则受端系统可以看作一个无限大容量系统，即受端母线电压的幅值和频率保持恒定。假设发电机为隐极机，则系统的等效电路如图 4-1a 所示，系统正常运行时的相量图如图 4-1b 实线部分所示，图中忽略了各元件的电阻及线路导纳， $x_{\Sigma} = x_G + x_T + x_L$ 。

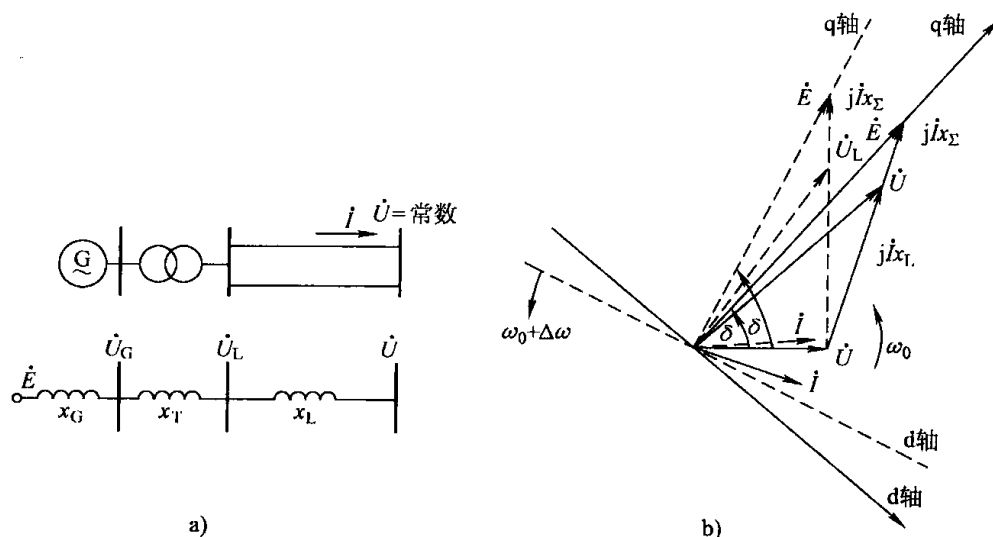


图 4-1 简单电力系统及其相量图

a) 系统的等效电路 b) 相量图

发电机输出功率的大小与 $\dot{E}$ 和 $\dot{U}$ 之间的相角差 δ 密切相关, 因此 δ 称为功角或功率角, 而输出功率 P_e 与功角的关系 $P_e = f(\delta)$ 称为功角特性或功率特性。功角 δ 在电力系统稳定问题的研究中具有特别重要的地位。

正常运行时发电机和无限大容量系统是同步的, 即在相量图中 $\dot{E}$ 和 $\dot{U}$ 以同一角速度 (ω_0) 旋转。在发电机输出功率一定的情况下, 功角 δ 是常数, 即各相量之间的关系维持不变, 功角 δ 是这个系统的状态变量。如果由于某种干扰使发电机的转速不再保持同步转速, 例如比同步转速快了, 则相量 $\dot{E}$ 的速度比 $\dot{U}$ 旋转的速度快, 则 $\dot{E}$ 和 $\dot{U}$ 间的相角差 δ 不再是常数。图 4-1b 中虚线表示了 $\dot{E}$ 对 $\dot{U}$ 的相对运动。很明显, 如果 $\dot{E}$ 和 $\dot{U}$ 一直不同步, 则 δ 将不断地增大, 系统因为功率平衡被破坏以致不能正常工作。这种情况即为系统的不稳定, 而由于这种不稳定取决于功角 δ 的变化, 因此也称为功角不稳定。

发电机组的转速是由作用在它转子上的转矩所决定的, 作用在转子上的转矩主要包括原动机作用在转子上的机械转矩和发电机的电磁转矩两部分。当转子维持同步转速时, 上述两部分转矩是平衡的, 一旦这两部分转矩不平衡时就会引起转子的加速或减速, 转子就脱离了同步转速。原动机的机械转矩是由汽轮机或水轮机的运行状态所决定, 发电机的电磁转矩是由发电机及其连接的电力系统的运行状态所决定, 在这些运行状态中如发生任何干扰都会使作用在转子上的转矩不平衡, 也就会使转速发生变化。在实际运行中, 这些干扰是不可避免的, 小的干扰经常不断地发生, 例如电力系统中负荷的小波动; 大的干扰也是时常出现的, 例如电网中突然发生短路等。因此, 要求系统在受到各种干扰后, 发电机组经过一段过程的运动变化后仍能恢复同步运行, 即 δ 角能恢复到原来的稳态值或达到一个新的稳态值。能满足这一点, 系统就是功角稳定的, 否则就是功角不稳定的, 而必须采取相应的措施以保证系统的稳定。

除了功角稳定性问题以外, 电力系统还存在电压稳定问题。在电力系统经弱联系向受端供电, 或受端无功电源不足的情况下, 有时系统受到扰动后功角变化不是主要问题, 而电压却发生持续下降且不可控制, 即电压失稳, 最终导致电压崩溃, 大量失去负荷。人们已经对电压稳定性问题作了很多分析研究, 一般认为系统无功功率平衡状况、有载调压变压器分接头的调整及负荷特性、特别是异步电动机的机电动态特性等, 对电压稳定性有较大影响, 但因电压稳定性问题较为复杂, 在产生机理、分析方法以及防止对策方面还需作深入研究。

电力系统在发生功角失稳的动态过程中表现出不同的特征, 导致在分析研究功角稳定性时将其分类并采取不同的分析方法和控制对策。目前一般将功角稳定性分为下列三类:

1) 静态稳定: 是指电力系统受到小干扰后, 不发生非周期性失步或自发振荡, 自动恢复到初始运行状态的能力。

2) 暂态稳定: 是指电力系统受到大干扰后, 各发电机组保持同步运行并过渡到新的或恢复到原来稳态运行状态的能力。

3) 动态稳定: 是指电力系统受到小的或大的干扰后, 在自动调节和控制装置的作用下, 保持长过程运行稳定性的能力。

动态稳定的过程较长, 参与动作的元件和控制系统更多、更复杂, 而且电压失稳问题也可能与长过程动态有关。

为了掌握功角稳定性的基本特性和分析方法, 首先必须对系统中各主要元件的机电动态特性有一个基本的了解。

第二节 同步发电机组的机电特性

为了便于对电力系统的稳定性问题进行准确的分析和计算，必须首先建立描述发电机转子运动的动态方程。本节，将导出适合电力系统稳定分析用的发电机转子运动方程。

一、同步发电机组转子运动方程

根据旋转物体的力学定律，同步发电机组转子的机械角加速度与作用在转子轴上的不平衡转矩之间有如下关系：

$$J\alpha = J \frac{d\Omega}{dt} = \Delta M = M_T - M_e \quad (4-1)$$

式中 α ——转子机械角加速度 (rad/s^2)；

Ω ——转子机械角速度 (rad/s)；

J ——转子的转动惯量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)；

ΔM ——作用在转子轴上的不平衡转矩 ($\text{N} \cdot \text{m}$)；

t ——时间 (s)。

当转子以额定转速 Ω_0 旋转时，其动能为

$$W_k = \frac{1}{2} J \Omega_0^2 \quad (4-2)$$

由式 (4-1) 和式 (4-2) 可得

$$\frac{2W_k}{\Omega_0^2} \frac{d\Omega}{dt} = \Delta M \quad (4-3)$$

如果转矩采用标么值，将式 (4-3) 两端同除以转矩基准值 M_B (即功率基准值除以同步转速—— S_B/Ω_0)，则得

$$\frac{\frac{2W_k}{\Omega_0^2}}{\frac{S_B}{\Omega_0}} \frac{d\Omega}{dt} = \frac{2W_k}{S_B \Omega_0} \frac{d\Omega}{dt} = \Delta M_* \quad (4-4)$$

式中 S_B 单位为 $\text{V} \cdot \text{A}$ (或 W)。

由于机械角速度和电角速度存在下列关系：

$$\Omega = \frac{\omega}{p} \quad \Omega_0 = \frac{\omega_0}{p}$$

式中 p ——同步发电机转子的极对数；

ω_0 ——同步电角速度。

式 (4-4) 可改写为

$$\frac{2W_k}{S_B \omega_0} \frac{d\omega}{dt} = \frac{T_J}{\omega_0} \frac{d\omega}{dt} = \Delta M_* \quad (4-5)$$

$$T_J = \frac{2W_k}{S_B}$$

式中 T_J ——发电机组的惯性时间常数 (s)，一般手册上所给出的数据均以发电机本身的额定容量为功率基准值。

式 (4.4) 可改写为

$$T_J \frac{d\Omega_*}{dt} = \Delta M_*$$

其中 $\Omega_* = \Omega/\Omega_0$ 。由上式可得

$$dt = T_J \frac{d\Omega_*}{\Delta M_*}$$

令 $\Delta M_* = 1$ ，并将上式从 $\Omega_* = 0$ 到 $\Omega_* = 1$ 进行积分，则

$$t = \int_0^1 \frac{T_J}{\Delta M_*} d\Omega_* = T_J \quad (4-6)$$

式 (4-6) 说明， T_J 为在发电机组转子上施加额定转矩后，转子从停顿状态 ($\Omega_* = 0$) 加速到额定转速 ($\Omega_* = 1$) 时所经过的时间。

通常制造厂商提供的发电机组的数据是飞轮转矩 (或称回转力矩)，它和 T_J 之间的关系为

$$T_J = \frac{J\Omega_0^2}{S_B} = \frac{GD^2}{4} \frac{\Omega_0^2}{S_B} = \frac{GD^2}{4S_B} \left(\frac{2\pi n}{60} \right)^2 \quad (4-7)$$

式中 GD^2 ——发电机组的飞轮转矩 ($t \cdot m^2$)；

S_B ——发电机的额定容量 ($kV \cdot A$)；

n ——发电机组的额定转速 (r/min)。

在电力系统稳定性计算中，当已选好全系统统一的基准功率 S_B 时，必须将各发电机的惯性时间常数按全系统统一的基准功率 S_B 进行折算，即

$$T_{Ji} = T_{JNi} \frac{S_{Ni}}{S_B} \quad (4-8)$$

有时，需将几台发电机合并成一台等效发电机，合并后等效机的惯性时间常数为

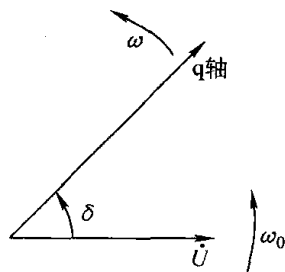
$$T_{J\Sigma} = \frac{T_{JN1}S_{N1} + T_{JN2}S_{N2} + \cdots + T_{JNa}S_{Nn}}{S_B} = \sum_{i=1}^n T_{Ji} \quad (4-9)$$

式 (4-5) 是转子运动方程式 (4.4) 的变形，它还可以用电角度来表示。 δ 与 ω 、 ω_0 的关系如图 4-2 所示。图中，发电机的 q 轴以电角速度 ω 旋转 (即发电机的电动势相量以 ω 旋转)，系统中某一电压参考相量 $\dot{U}$ 以同步电角速度 ω_0 旋转，它们之间的夹角为 δ 。当 ω 不等于 ω_0 时， δ 不断变化，是时间的函数，显然有以下关系：

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega - \omega_0 \\ \frac{d^2\delta}{dt^2} &= \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4-10)$$

将式 (4-10) 代入式 (4-5)，可得

$$\frac{T_J}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \Delta M_* \quad (4-11)$$



如果考虑到发电机组的惯性较大，一般机械角速度 Ω 的变 图 4-2 δ 与 ω 、 ω_0 的关系

化不是太大，故可以近似地认为转矩的标么值等于功率的标么值，即

$$\Delta M_* = \frac{\Delta M}{S_B / \Omega_0} = \frac{\Delta M \Omega_0}{S_B} \approx \frac{\Delta M \Omega}{S_B} = \frac{\Delta P}{S_B} = P_{T*} - P_{E*}$$

为了书写简便，以后略去下标“*”，则式(4-11)演变为

$$\frac{T_J}{\omega_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_T - P_e \quad (4-12)$$

式(4-12)还可写为状态方程的形式

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega - \omega_0 \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\omega_0}{T_J} (P_T - P_e) \end{aligned} \right\} \quad (4-13)$$

若将 ω 表示为标么值，即用 $\omega_* = \omega / \omega_0$ ，式(4-13)还可以改写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= (\omega_* - 1) \omega_0 \\ \frac{d\omega_*}{dt} &= \frac{1}{T_J} (P_T - P_e) \end{aligned} \right\}$$

再略去下标“*”，则得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= (\omega - 1) \omega_0 \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{T_J} (P_T - P_e) \end{aligned} \right\} \quad (4-14)$$

式(4-14)中除了 t 、 T_J 和 ω_0 为有名值外，其余均为标么值。

前面给出的几种形式的转子运动方程，表明了电的或机械的角加速度和转子上不平衡转矩或功率的关系。在稳态运行时机械转矩或功率和发电机的电磁转矩或输出的电磁功率相等，在暂态过程中受调速器的控制。在近似分析较短时间内的暂态过程时，可以假设调速器不起作用，汽轮机的汽门或水轮机的导向叶片的开度不变，即机械转矩或功率不变。

发电机转子运动方程式(4-14)，是电力系统稳定性分析计算中最基本的方程，方程式初看似乎简单，但它的右函数，即机械功率和电磁功率却是复杂的非线性函数。在实际的多机电力系统中，电磁功率不单与本台发电机的电磁特性、励磁调节系统特性等有关，而且还与其他发电机的电磁特性、负荷特性、网络结构等有关，它是电力系统稳定性分析计算中最为复杂的部分。可以说，电力系统稳定性计算的复杂性和工作量，取决于发电机电磁转矩(或功率)的描述和计算。

二、发电机的电磁转矩和功率

发电机电磁转矩的准确公式为

$$M_e = i_q \psi_d - i_d \psi_q \quad (4-15)$$

它可表示发电机处于任意暂态过程时的电磁转矩。

严格地讲，分析同步发电机受到干扰后的机电暂态过程，必须将转子运动方程式(4-5)和第一章介绍的同步发电机基本方程联立求解。但是，在解决工程实际问题时，往往是针对所要解决问题的主要方面进行分析，而对次要方面的问题作必要简化。例如，在计算短路电

流时,近似地认为发电机转速保持同步转速,即不考虑转子运动的变化,从数学上讲,即取消了转子运动方程。同样,在分析稳定性问题时,对发电机的电磁暂态过程作某些近似简化。这种简化主要包含下列两个方面:

1) 只计及发电机定子电流中的正序基频交流分量产生的电磁转矩(或功率),而忽略暂态过程中定子电流的其他分量,如直流分量和负序分量等所产生的转矩(或功率),因为这些分量的转矩往往是交变的。这也就是说,可以忽略定子的暂态过程,而用发电机的等效电动势和阻抗计算定子的正序基频电流,以决定其电磁功率(或称同步功率)。从数学上看,即同步发电机基本方程中定子回路的两个方程 $p\psi_d = p_d\psi_q = 0$, 该两方程变为代数方程。

2) 对于发电机励磁系统暂态过程的不同简化,将影响发电机等效电动势的取值。若假设励磁回路电压、电流无变化,即励磁电流为常数,则发电机的空载电动势为常数。当不计阻尼绕组时则认为暂态电动势在发电机受到干扰的瞬间是不变的,若再近似地认为自动调节励磁装置的作用能补偿暂态电动势的衰减,则可用恒定的暂态电动势作为发电机的等效电动势。

最极端的情况是假设自动调节励磁装置的作用极强,则近似认为发电机端电压不变。

下面讨论同步发电机在以下几个假设条件下的电磁功率:

- 1) 略去发电机定子绕组电阻。
- 2) 设机组转速接近同步转速, $\omega \approx 1$ 。
- 3) 不计定子绕组中的电磁暂态过程。
- 4) 发电机的某个电动势,例如空载电动势或暂态电动势甚至端电压为恒定。

(一) 简单系统中发电机的功率

现以图 4-1a 所示的简单系统为例,分析发电机的电磁功率。

1. 隐极同步发电机的功角特性

图 4-3 所示为隐极同步发电机的相量图,从图中可以导出发电机以不同的电动势和电抗表示时的功率方程。

(1) 以空载电动势和同步电抗表示发电机

以 d、q 轴分量表示的发电机有功功率为

$$\begin{aligned} P_e &= \operatorname{Re}(\dot{U} \dot{I}) \\ &= \operatorname{Re}[(U_d + jU_q)(I_d - jI_q)] \\ &= U_d I_d + U_q I_q \end{aligned} \quad (4-16)$$

由图 4-3, 可得

$$\begin{cases} E_q = U_q + I_d x_{d\Sigma} \\ 0 = U_d - I_q x_{q\Sigma} \end{cases} \quad (4-17)$$

将式 (4-17) 代入式 (4-16), 得

$$\begin{aligned} P_{eq} &= \left(\frac{E_q - U_q}{x_{d\Sigma}} \right) U_d + \frac{U_d}{x_{d\Sigma}} U_q \\ &= \frac{E_q U_d}{x_{d\Sigma}} = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin \delta \end{aligned} \quad (4-18)$$

在有功功率表达式 (4-18) 中, 无限大容量系统的母线电压 U 为常数。若假设转子回路无暂态过程, 即励

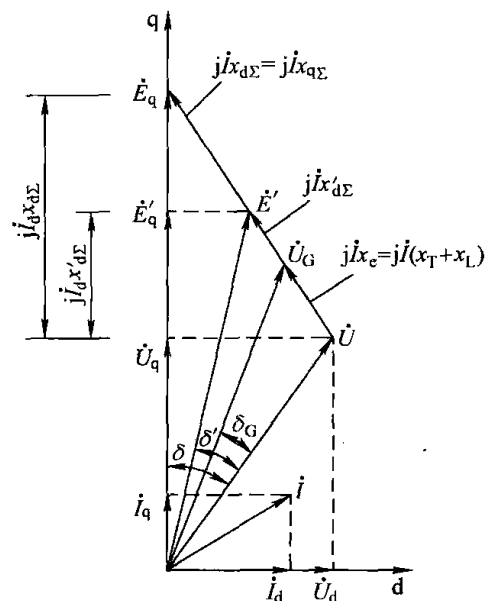


图 4-3 隐极同步发电机的相量图

磁电流为常数, 则 E_q 也为常数, 发电机发出的电磁功率仅是功角 δ 的函数。式 (4-18) 即隐极机在 E_q 为常数时的功一角特性。

图 4-4 绘出了简单系统中隐极发电机在 E_q 为常数情况下的有功功率和功角 δ 的关系曲线 (功一角特性), 此曲线为一正弦曲线, 其最大值为 $E_q U / x_{d\Sigma}$, 也就是这种情况下的功率极限。

(2) 以暂态电动势和暂态电抗表示发电机

由图 4-3 可得此时电动势、电压和电流的关系为

$$\left. \begin{aligned} E'_q &= U_q + I_d x'_{d\Sigma} \\ 0 &= U_d - I_q x_{d\Sigma} \end{aligned} \right\} \quad (4-19)$$

将式 (4-19) 代入式 (4-16), 可得

$$\begin{aligned} P_{E'_q} &= \left(\frac{E'_q - U_q}{x_{d\Sigma}} \right) U_d + \frac{U_d}{x_{d\Sigma}} U_q \\ &= \frac{E'_q U}{x_{d\Sigma}} \sin \delta - \frac{U^2}{2} \frac{x_{d\Sigma} - x'_{d\Sigma}}{x_{d\Sigma} x'_{d\Sigma}} \sin 2\delta \end{aligned} \quad (4-20)$$

如果近似地认为自动调节励磁装置能保持 E'_q 不变, 则发电机的电磁功率也仅是功角 δ 的函数。按式 (4-20) 绘制的功一角特性如图 4-5 所示。由于暂态电抗和同步电抗不相等, 出现了一个按两倍功角正弦变化的功率分量, 它和凸极发电机的磁阻功率相类似, 可称为暂态磁阻功率。由于它的存在, 功一角特性曲线发生畸变, 使功率极限略有增加, 并且极限值出现在功角大于 90° 处。

暂态磁阻功率的出现带来了功一角特性计算的复杂化, 而且暂态电动势 E'_q 必须通过 d、q 轴的分别计算才能得到。所以, 在工程近似计算中往往采取进一步的简化, 即用 x'_d 后的电动势 $\dot{E}'$ 代替 $\dot{E}'_q$, 按上述方法不难推导出这时的功一角特性为

$$P_{E'} = \frac{E' U}{x_{d\Sigma}} \sin \delta' \quad (4-21)$$

式中 δ' —— $\dot{E}'$ 和 $\dot{U}$ 之间的夹角。

这样, 功角特性又变为正弦关系, 这时的 δ' 已不再是实际的功角 δ , 由图 4-3, 可得

$$\begin{aligned} \delta' &= \delta - \arcsin \frac{I_q (x_{d\Sigma} - x'_{d\Sigma})}{E'} \\ &= \delta - \arcsin \left[\frac{U}{E'} \left(1 - \frac{x'_{d\Sigma}}{x_{d\Sigma}} \right) \sin \delta \right] \end{aligned} \quad (4-22)$$

一般情况下两者差别不大, 在近似计算中往往以 δ' 代替 δ 。

(3) 发电机端电压为常数

由图 4-3 可得发电机的功率为

$$P_{U_G} = \frac{U_G U}{x_e} \sin \delta_G \quad (4-23)$$

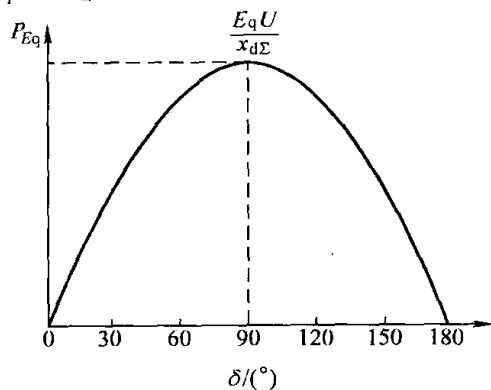


图 4-4 E_q 为常数时隐极发电机的功一角特性

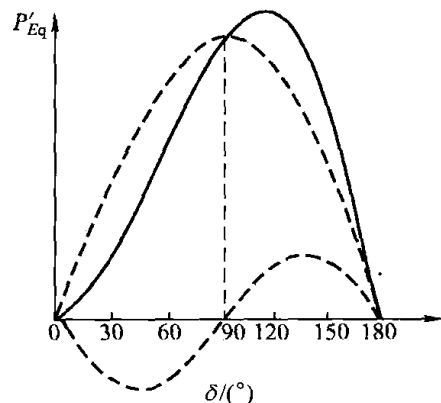


图 4-5 E'_q 为常数时隐极发电机的功一角特性

$$x_e = x_T + x_L$$

式中 x_e ——发电机端电压与无限大母线间电抗；

δ_G —— $\dot{U}_G$ 与 $\dot{U}$ 之间的夹角。

由图 4-3, 可得

$$\delta_G = \delta - \arcsin \left[\frac{U}{U_G} \left(1 - \frac{x_e}{x_{d\Sigma}} \right) \sin \delta \right] \quad (4-24)$$

2. 凸极同步发电机的功一角特性

图 4-6 所示为一凸极同步发电机的相量图, 由此图可导出以不同电动势和电抗表示凸极发电机时的功一角关系式。

(1) 以空载电动势和同步电抗表示发电机

由图 4-6, 可得

$$\begin{cases} E_q = U_q + I_d x_{d\Sigma} \\ 0 = U_d - I_q x_{q\Sigma} \end{cases} \quad (4-25)$$

代入式 (4-16), 得

$$\begin{aligned} P_{E_q} &= \left(\frac{E_q - U_q}{x_{d\Sigma}} \right) U_d + \frac{U_d}{x_{q\Sigma}} U_q \\ &= \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_{d\Sigma} - x_{q\Sigma}}{x_{d\Sigma} x_{q\Sigma}} \sin 2\delta \end{aligned} \quad (4-26)$$

按式 (4-26) 绘制的功一角特性曲线如图 4-7 所示。由于凸极发电机直轴和交轴的磁阻不等, 即直轴和交轴同步电抗不相等, 功率中出现了一个按两倍功角的正弦变化的分量, 即磁阻功率。它使功一角特性曲线畸变, 功率极限略有增加, 并且极限值出现在功角小于 90° 处。

(2) 以暂态电动势和暂态电抗表示发电机

由图 4-6, 得

$$\begin{cases} E'_q = U_q + I_d x'_{d\Sigma} \\ 0 = U_d - I_q x'_{q\Sigma} \end{cases} \quad (4-27)$$

将式 (4-27) 代入式 (4-16), 得

$$P_{E'_q} = \frac{E'_q U}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta - \frac{U^2}{2} \frac{x_{q\Sigma} - x'_{d\Sigma}}{x_{q\Sigma} x'_{d\Sigma}} \sin 2\delta \quad (4-28)$$

式 (4-28) 的功一角特性曲线与图 4-5 的类似。由于凸极机的 x_q 往往小于隐极机的 x_d , 故其暂态磁阻功率往往小于隐极机的相应分量。同样, 用暂态电动势 E'_q 进行计算对于凸极机也是不方便的, 进一步的简化可用 E' 代替 E'_q , 则有功功率的表达式与式 (4-21) 相同。

(3) 发电机端电压为常数

发电机端电压为常数时的功率表达式与式 (4-23) 相同, 只是 δ_G 的表达式 (4-24) 中的 $x_{d\Sigma}$ 应换成 $x_{q\Sigma}$ 。

当以不同电动势和电抗表示凸极发电机时, 相应的功一角特性如图 4-8 所示。其中,

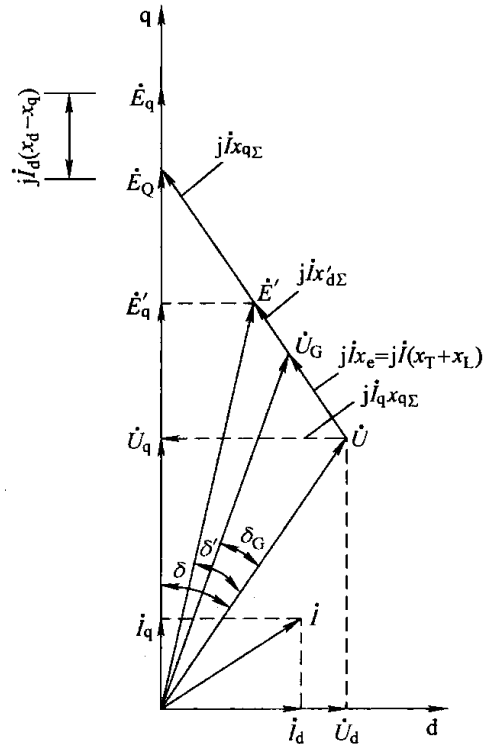


图 4-6 凸极同步发电机的相量图

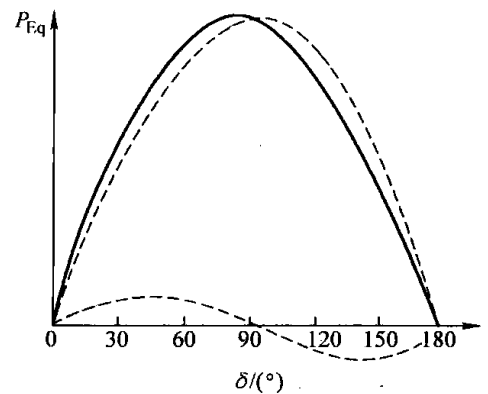


图 4-7 E_q 为常数时凸极机的功一角特性

$E'_{q|0|}$ 等于常数时的功率极限值大于 $E_{q|0|}$ 等于常数时的功率极限值, $U_{G|0|}$ 为常数时的功率极限值又大于 $E'_{q|0|}$ 为常数时的值。同时, 观察图 4-3 可知, 若 E_q 为常数, 当 δ 增大时 E' 、 E'_q 以及 U_G 等均会减小。说明当 E_q 为常数时, δ 在第一象限和第二象限内 E'_q 随着 δ 的增加而减小, 因而, δ 增大时要维持 E'_q 或 U_G 以不变, 只能增大 E_q 即增加励磁。

(二) 多机系统中发电机的功率

若系统中有多台发电机, 近似地将发电机以一等效电抗和该电抗后的电动势 (例如 x'_d 和 $\dot{E}'$) 来代表。如果除了发电机节点外, 已消去了系统等效网络中的其他中间节点, 根据系统的节点方程

$$\dot{I} = Y \dot{U}$$

可得任一发电机注入系统的电流为

$$\dot{I}_i = \sum_{j=1}^n \dot{E}_j Y_{ij}$$

则任一发电机的电磁功率为

$$\begin{aligned} R_{E_i} &= \operatorname{Re}(\dot{E}_i \hat{I}_i) = \operatorname{Re}\left(\dot{E}_i \sum_{j=1}^n \hat{E}_j \hat{Y}_{ij}\right) \\ &= E_i \sum_{j=1}^n E_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ &= E_i^2 G_{ii} + E_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (4-29)$$

式中 Y_{ij} ——发电机电势节点 i 和 j 之间的互导纳 ($G_{ij} + jB_{ij}$);

n ——发电机的总台数;

δ_{ij} —— $\dot{E}_i$ 和 $\dot{E}_j$ 相量间的夹角。

式 (4-29) 表明, 任一发电机发出的功率是该发电机电势相对于其他发电机电势相量的相角差的函数。在系统含有三台以上发电机的情况下, 已不再能作出发电机的功角特性曲线。

三、电动势变化过程的方程

前面讨论功率方程时假设某个电动势 (例如 E'_q 或 E') 是常数。实际上, 虽然装有自动调节励磁装置, 由于励磁调节系统和发电机转子回路的暂态过程, 即使暂态电动势 E'_q 也只是在突然扰动瞬间不突变, 而不可能一直保持常数。如果在分析系统稳定性中要求计及电动势的实际变化, 则必须分析电动势变化的过程。以下将讨论无阻尼绕组发电机的电动势变化过程的方程。

发电机励磁回路的方程为

$$u_f = r_f i_f + \dot{\phi}_f$$

将上式两侧同时乘以 x_{ad}/r_f , 得

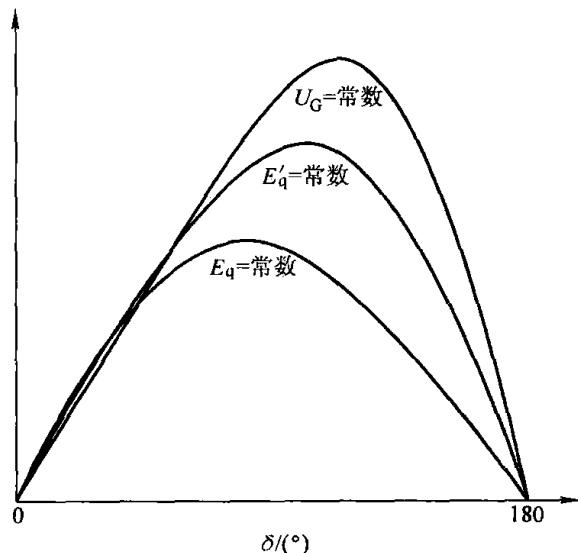


图 4-8 凸极发电机用不同电动势和电抗表示时的功—角特性

$$\frac{x_{ad}}{r_f} u_f = x_{ad} i_f + \frac{x_f}{r_f} \frac{x_{ad}}{x_f} \dot{\psi}_f \quad (4-30)$$

式(4-30)等号左边为对应于励磁电流强制分量 u_f/r_f 的空载电动势, 一般称为强制空载电动势 E_{qe} 。等号右侧的第一项, 对应于实际励磁电流 i_f 的空载电动势 E_q ; 第二项的乘数 x_f/r_f 就是励磁绕组本身的时间常数(定子绕组开路的情况下) T_f 或表示为 T'_{d0} , 另外

$$\frac{x_{ad}}{x_f} \dot{\psi}_f = \frac{dE'_q}{dt}$$

则励磁回路方程可进一步改写为

$$E_{qe} = E_q + T'_{d0} \frac{dE'_q}{dt} \quad (4-31)$$

如果再计及

$$E_q = E'_q + I_d(x_d - x'_d)$$

式(4-31)还可改写为

$$T'_{d0} \frac{dE'_q}{dt} = E_{qe} - [E'_q + I_d(x_d - x'_d)] \quad (4-32)$$

式(4-31)和式(4-32)就是描述暂态电动势变化过程的方程。可以看出, 只有在发电机空载情况下, 即 $I_d = 0$, $E_q = E'_q$ 时, 上述方程才能用来计算在 u_f (即 E_{qe}) 作用下, E'_q (E_q) 的变化规律, 而若是非空载状态, 上述方程还必须与其他相关定子回路方程联立求解。此外, 式(4-32)表明, 电动势 E_q 、 E'_q 是受控于 E_{qe} , 即受控于励磁电压 u_f 的, 而 u_f 则由自动调节励磁系统控制。

第三节 发电机励磁系统与原动机系统的数学模型

发电机励磁系统均配备自动调节励磁装置, 如自动励磁调节器 (AVR 或 AER) 等, 在暂态过程中自动励磁调节器调节发电机励磁绕组两端的励磁电压, 因而影响发电机的电动势, 并对发电机的电磁功率和系统稳定性产生影响。

为了控制发电机输出的机械功率, 保持电网的正常运行频率, 以及在并网运行的发电机之间合理分配负荷, 发电机原动机 (汽轮机、水轮机等) 都配置调速器, 调速器通过调节汽轮机的汽门开度或水轮机的导水叶开度来实现功率调节, 因而也会对系统的稳定性产生重要影响。

一、发电机励磁系统及其数学模型

发电机主励磁系统和自动调节励磁装置合称自动调节励磁系统。主励磁系统是从励磁电源到发电机励磁绕组的励磁主回路; 自动调节励磁装置根据发电机的运行参数, 如端电压、电流等自动地调节主励磁系统的励磁电压。

(一) 主励磁系统及其数学模型

主励磁系统主要有直流励磁机励磁系统、交流励磁机励磁系统和静止励磁系统三类。如果按励磁调节速度划分, 又可分为闭环调节回路包含励磁机和不含励磁机两类, 前者称为常规励磁系统, 后者称为快速励磁系统。

1. 直流励磁机励磁系统

直流励磁机可采用自励或他励直流发电机，容量较大的同步发电机一般用他励直流励磁机，即用另一台直流发电机供给主励磁机励磁，称为副励磁机。图 4-9 所示为有副励磁机的直流励磁机励磁系统。直流励磁机一般与同步发电机同轴。

直流励磁机励磁具有接线和结构简单、运行经验丰富等优点，但因换向困难、可靠性差，难以制造大容量直流发电机。目前，容量在 100MW 以上的同步发电机均普遍采用交流励磁机励磁。

当不计励磁机的饱和特性时，他励直流励磁机励磁系统的模型可用一个惯性环节来表示，其传递函数如图 4-10 所示。图中 u_{ff} 为励磁机他励绕组的输入电压， u_f 为励磁机输出电压（即发电机励磁绕组电压）， T_{ff} 为他励绕组（励磁机励磁绕组）时间常数，除时间常数 T_{ff} 外其他变量都用标么值表示。与图 4-10 对应的微分方程为

$$T_{ff} \frac{du_f}{dt} = -u_f + u_{ff} \quad (4-33)$$

2. 交流励磁机励磁系统

励磁机是一台交流发电机，其输出电流经大功率整流器整流后供给发电机励磁回路。图 4-11 所示为他励交流励磁机静止半导体不可控整流励磁系统的原理接线，其中发电机、励磁机和副励磁机同轴。这种励磁系统自动励磁调节器控制的是励磁机励磁绕组电压，因而闭环调节回路包含励磁机，属于常规励磁系统。如果励磁机输出电压经晶闸管整流后供给发电机励磁绕组，且晶闸管整流器受自动励磁调节器控制，则闭环调节回路不包含励磁机，这时励磁系统即为快速励磁系统。

交流励磁机励磁系统具有便于制造、成本低、工作可靠以及反应迅速等优点。

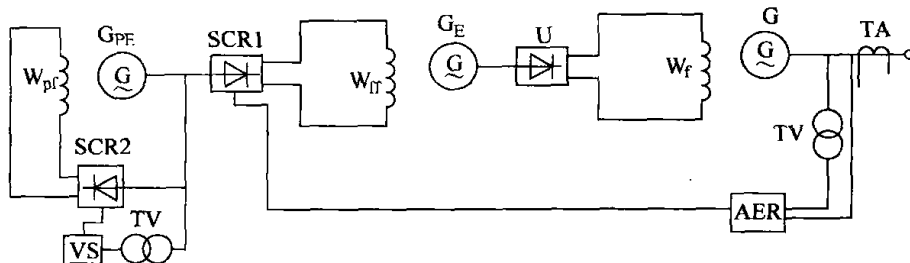


图 4-11 他励交流励磁机静止半导体不可控整流励磁系统的原理接线

SCR—晶闸管整流器 VS—自励恒压单元

图 4-11 所示的交流励磁机励磁系统其数学模型与直流励磁机励磁系统基本相同，也可以采用图 4-10 所示的传递函数框图或微分方程式（4-33）来描述。

对于快速励磁系统，其传递函数框图和微分方程在形式上与图 4-10 或式（4-33）相同，

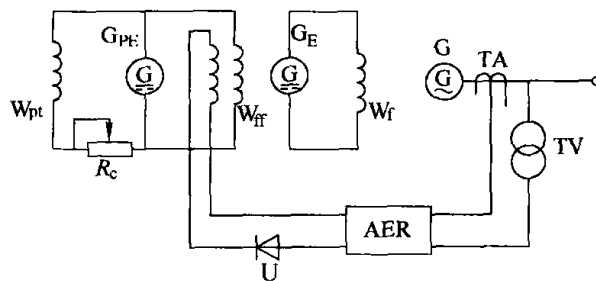


图 4-9 有副励磁机（他励）的直流励磁机励磁系统

G_E —励磁机 G_{PE} —副励磁机 TV、TA—电压、电流互感器 U—整流器 W_f 、 W_{ff} 、 W_{pt} —发电机、励磁机、副励磁机励磁绕组 AER—自动励磁调节器 R_c —继电强行励磁短路电阻

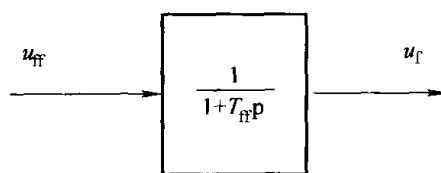


图 4-10 他励直流励磁机传递函数

但其中的时间常数不再是励磁机励磁绕组时间常数，而应是晶闸管整流器的反应时间，这一时间常数比 T_{ff} 要小得多。

3. 静止励磁系统

静止励磁系统的励磁电源取自发电机或电网，若仅以电压源提供励磁功率的，称为自并励，若同时有电压源和电流源的，则称为自复励。过去曾认为静止励磁系统易受发电机或电网运行状态影响（如发电机出口发生三相短路则晶闸管将失去励磁电压），因而是不可靠的。但多年的运行实践表明，这种励磁系统稳定可靠，人们所担心的问题并不严重。

图 4-12 所示为励磁电源取自发电机本身的静止励磁系统。显然，这种励磁系统属于快速励磁系统，其数学模型也是如图 4-10 所示的一个惯性环节，或式 (4-33) 所示的微分方程，但模型中的时间常数是晶闸管整流器的反应时间。

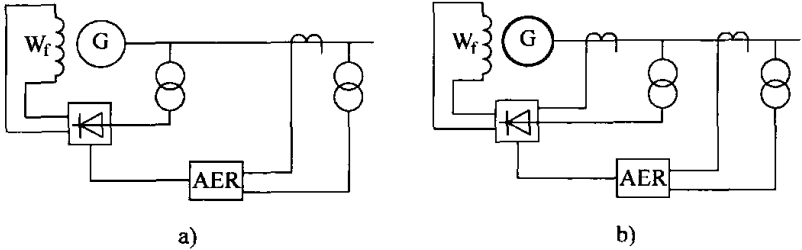


图 4-12 励磁电源取自发电机本身的静止励磁系统
a) 自并励 b) 自复励

(二) 自动调节励磁装置及框图

自动励磁调节器的作用是接收、处理和放大输入的控制信号，以形成合适的励磁调节。控制信号有发电机电压、电流等。自动励磁调节器中一般包括测量、放大、稳定作用以及限幅等环节。自动励磁调节器的种类很多，目前多采用晶闸管和微机控制系统。这里仅介绍用于他励式交流励磁机的晶闸管励磁调节器，其原理框图如图 4-13 所示。

当发电机端电压（定子电流）变化时，量测滤波单元测得的电压信号与给定的电压信号相比较，得到的电压偏差信号经放大后，作用于移相触发单元，产生不同相位的触发脉冲，进而改变晶闸管的导通角，使励磁机励磁绕组的电压和电流变化，以达到调节发电机励磁绕组电压乃至发电机电压的目的。

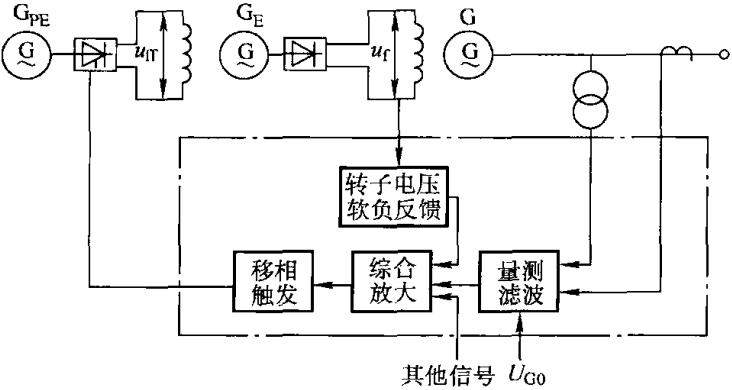


图 4-13 晶闸管励磁调节器原理框图

图 4-14 所示为简化的对应于图 4-13 的传递函数框图。量测滤波单元是一个惯性环节，其时间常数 T_R 主要取决于滤波回路的参数，电流部分时间常数更小，故略去不计。综合放大、移相触发及晶闸管输出等单元近似合并为一个惯性环节，放大倍数为 K_A ，时间常数为 T_A 。转子电压软负反馈单元是为了提高调节系统的稳定性并改善调节器品质，其输出量正比于励磁电压的变化率。通常此环节是用一个变压器或电阻和电容组成的微分电路来实现

的,故可用一个惯性微分环节模拟,放大倍数为 K_F ,时间常数为 T_F 。图中, u_p 为副励磁机的输出电压,限制环节的上限 u_{ffmax} 对应于强行励磁时励磁电压的极限值 u_{fm} , S_E 为励磁机饱和系数,当不计饱和时, $S_E = 0$ 。

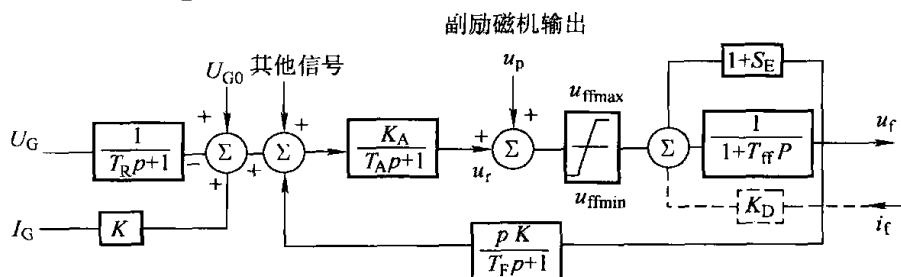


图 4-14 晶闸管励磁调节器传递函数框图

图 4-13 所示基本上是按电压偏差的比例调节的比例式自动励磁调节器。为了提高自动励磁调节器的性能,可加入按电压偏差的积分、微分调节的环节,即构成 PID (比例、积分、微分) 调节器,其中积分环节可消除静差,微分环节可减少超调,改善系统的动态特性。自动励磁调节器还可以引入其他信号,如电角速度 ω 和发电机功率的偏差量。后面将提到的为抑制系统的低频振荡而设置的电力系统稳定器 (PSS),即将 $\Delta\omega$ 经过相位补偿后引入自动励磁调节器。

(三) 自动调节励磁系统的简化模型

在近似分析中,可以将图 4-14 简化为用偏差量表示的一个等效的一阶惯性环节,其传递函数框图如图 4-15 所示,其表达式为

$$-\Delta U_G \frac{K_e}{1 + T_e p} = \Delta u_f \quad (4-34)$$

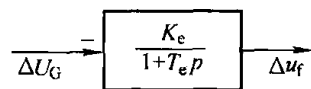


图 4-15 自动调节励磁系统简化传递函数框图

式 (4-34) 中,负号表示端电压下降时励磁电压增加, K_e 和 T_e 为等效的放大倍数和时间常数。对于闭环调节回路,包括励磁机的常规励磁系统,由于自动励磁调节器的滤波、综合放大环节时间常数较小, $T_e \approx T_{ff}$ 。

由于励磁电压 u_f 和强制空载电动势 E_{qe} 间为线性关系,在标幺制中若取它们的基准值满足此比例关系,则 u_f 和 E_{qe} 的标幺值相等,于是式 (4-34) 可改写为

$$-K_e \Delta U_G = (1 + T_e p) \Delta E_{qe} \quad (4-35)$$

或

$$T_e \frac{d\Delta E_{qe}}{dt} = -\Delta E_{qe} - K_e \Delta U_G \quad (4-36)$$

二、发电机原动机系统及其数学模型

要研究电力系统功角稳定性,还必须了解发电机原动机输出的机械功率 (P_T) 特性。 P_T 与原动机的运行工况有关,而且还受调速器的控制。所以,发电机原动机的数学模型实际上包括原动机本身和调速器两部分。

(一) 原动机数学模型

目前电力系统中的原动机主要是水轮机和汽轮机,原动机的数学模型实际上就是汽轮机的蒸汽容积或水轮机的水锤效应的表示方式,两者有较大的差别。汽轮机机械功率的大小与

汽轮机汽门开度大小有关, 水轮机机械功率的大小则与水轮机导水叶开度的大小有关。 P_T 和导水叶或汽门开度 μ 的关系即为原动机的功率特性, 开度 μ 受控于调速器。

对于汽轮机, 计及汽容影响时; 油动机活塞的移动或调节汽门进汽量的增减并不能立即引起汽轮机机械功率的变动, 或者说汽轮机机械功率的变动将滞后于油动机活塞的移动。因此, 对于复杂的汽容影响, 汽轮机汽门开度 μ 和机械功率 P_T 的关系可近似地表示为

$$\mu = (T_{ch}p + 1)P_T \quad (4-37)$$

式中 T_{ch} ——汽容时间常数, 一般取 $T_{ch} = 0.1 \sim 0.4s$ 。

对于中间再热式汽轮机, 中间再热段的蒸汽容积更大, 时间常数也更大, 一般其时间常数 $T_{ch} = 4 \sim 11s$ 。

这样, 汽轮机模型可用图 4-16 所示的传递函数框图表示。图中, a 和 $1-a$ 分别为高压汽缸和中低压汽缸功率占汽轮机总功率的比例, 一般 $a = 0.21 \sim 0.3$ 。

对于水轮机, 当导水叶开度关小时, 水轮机的输出功率并不立即减小, 反而短时间增大, 然后逐渐减小; 反之, 当导水叶开度增大时, 水轮机的输出功率并不立即增大, 反而短时间减小, 然后逐渐增大。这种现象称为水锤效应, 主要是由于水流惯性等因素引起的。

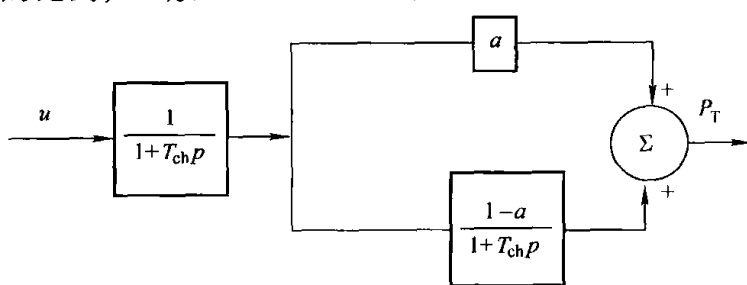


图 4-16 汽轮机传递函数框图

计入水锤效应后, 水轮机的模型可用图 4-17 所示的传递函数框图表示。图中 T_w 为水锤时间常数或水流惯性时间常数, 不同水电站有不同的数值, 一般为零点几秒至 10s 之间。根据水轮机传递函数框图, 水轮机导水叶开度 μ 和机械功率 P_T 的关系为

$$0.5T_w \frac{dP_T}{dt} + P_T = \mu - T_w \frac{d\mu}{dt} \quad (4-38)$$

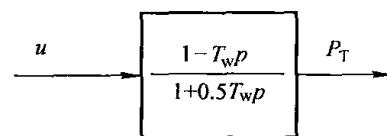


图 4-17 水轮机传递函数框图

(二) 调速系统数学模型

调速系统由测量、放大、执行环节组成。根据调速器测量环节组成元件的不同, 调速器分为机械式、机械液压式和电气液压式等类型。无论是汽轮机还是水轮机的调速器, 其执行环节均采用液压放大原理控制汽门或导水叶开度。

各种调速器主要部分的数学模型大致相同。为直观起见, 现以图 4-18 所示的水轮机离心飞摆式调速系统为例, 建立其数学模型。

当发电机的电磁功率增大使它的转速降低时, 调速器的接力器 3 上移而开大水轮机的导水叶, 从而使原动机的功率增加, 转速回升。当接力器 3 活塞上移时, 硬反馈连杆 5 及缓冲器 6 使 A 点上移, 并以飞摆套筒 B 为支点使 O 点向上移动, 构成反馈机构。硬反馈连杆 5 产生与接力器 3 活塞位移成比例的硬反馈, 其目的是在调节过程结束时, 使配压阀 2 回复到中间位置, 关闭接力器 3 的油路, 同时产生静态调差。当接力器 3 活塞极缓慢上移时, 缓冲器 6 外套上移, 由于弹簧的作用将活塞下移, 活塞下部的油经调节小孔 H 流到上部, C 点的位置保持不变。当接力器 3 活塞快速上移时, 缓冲器 6 下部的油来不及经小孔流到上部, 这样, 缓冲器 6 外套将带动其活塞一起上移, 使 C 点也上移而产生反馈作用。所以, 缓冲器 6

产生的是一个与接力器 3 活塞移动速度有关的软反馈，其目的是减缓调节速度，改善调节过程的品质。下面将根据上述调节过程来导出各环节的动态方程。

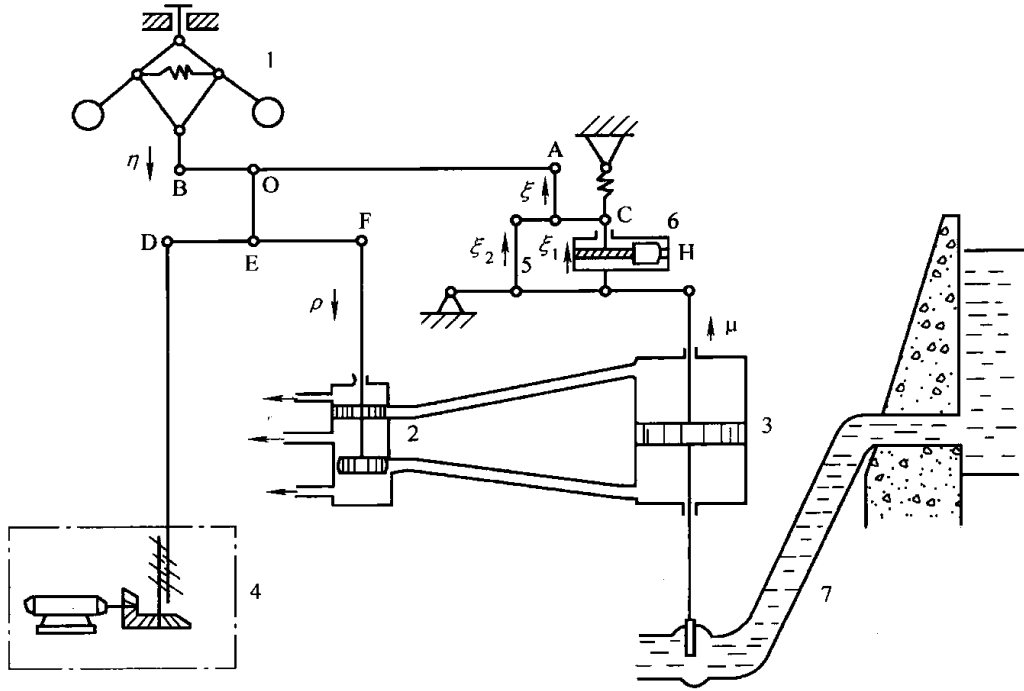


图 4-18 水轮机离心飞摆式调速系统

1—离心飞摆 2—配压阀 3—接力器 4—调频器 5—硬反馈连杆 6—缓冲器 7—压力水管

对于离心飞摆，当不计飞摆及套筒的质量以及忽略摩擦等阻尼因素时，套筒的相对位移 η （以机组从空载到满载时套筒行程为基准值的标么值表示）与转速偏差成比例，即

$$\eta = K_{\delta}(\omega_N - \omega) = -K_{\delta}\Delta\omega = -\frac{1}{\delta_{\gamma}}\Delta\omega \quad (4-39)$$

式中 K_{δ} ——测速部件的放大系数；

δ_{γ} ——测速部件的灵敏度。

对于配压阀，当忽略其惯性时，用标么值表示的相对行程为

$$\rho = \eta - \xi + K_{\gamma}\mu_0 \quad (4-40)$$

式中 ξ ——总反馈量；

μ_0 ——导水叶开度的稳态值，由同步器整定；

K_{γ} ——硬反馈放大系数， $K_{\gamma} = \delta/\delta_{\gamma}$ 。

对于接力器，当配压阀移动而打开接力器的油路时，压力油开始进入接力器并推动活塞移动。活塞移动速度取决于进油量。当压力油的压力一定时，进油量与进油口大小成正比，即与 ρ 成正比，故有

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{1}{T_s}\rho \quad (4-41)$$

式中 T_s ——接力器的时间常数；

μ ——接力器活塞的相对行程，也代表导水叶的开度。

对于缓冲器，如前所述，C 点的移动量与接力器活塞移动速度有关，通常近似地个微分惯性环节表示，即

$$T_{\beta} \frac{d\xi}{dt} + \xi_1 = K_{\beta} T_{\beta} \frac{d\mu}{dt} \quad (4-42)$$

式中 ξ_1 ——软反馈量；

T_{β} ——软反馈时间常数；

K_{β} ——软反馈放大系数， $K_{\beta} = \beta/\delta$ ， β 为软反馈系数。

对于连杆硬反馈，其硬反馈量 ξ_2 与接力器活塞位移成正比，即

$$\xi_2 = K_{\gamma} \mu \quad (4-43)$$

式中 ξ_2 ——硬反馈量；

K_{γ} ——硬反馈放大系数， $K_{\gamma} = \delta/\delta_{\gamma}$ ， δ 为调差系数。

总反馈量为软、硬反馈量之和，即

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 \quad (4-44)$$

综合以上各环节，并考虑到配压阀行程和导水叶开度极限，以及调速器所具有的失灵区，则水轮机调速系统的传递函数框图如图 4-19 所示。图中把水轮机的原动机传递函数框图也表示了出来。

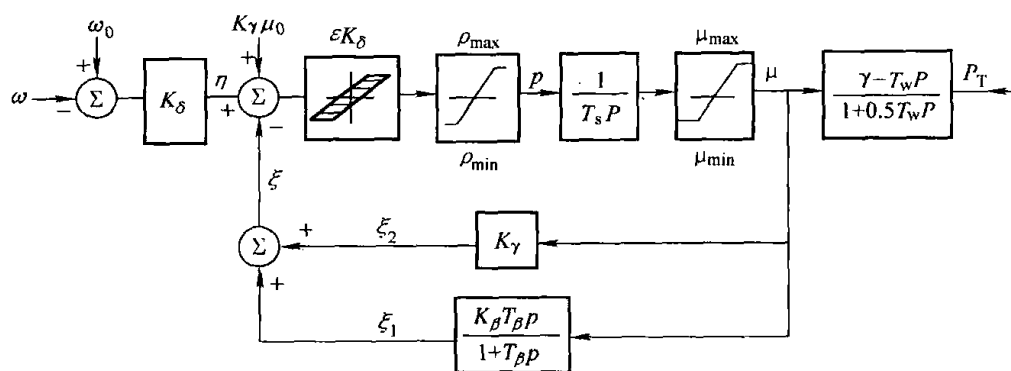


图 4-19 水轮机调速系统的传递函数框图

汽轮机与水轮机调速系统的主要区别在于，汽轮机调速系统仅有硬反馈环节而无软反馈环节，且硬反馈环节的反馈系数 $K_{\gamma} = 1$ 。

第四节 负 荷 特 性

负荷特性即为负荷功率随节点电压或系统频率变化而变化的规律，有电压特性和频率特性之分。负荷特性又可以进一步分为静态特性和动态特性，前者指电压或频率进入稳态时负荷功率与电压或频率的关系，后者则指电压或频率变化过程中负荷功率与电压或频率的关系。系统电压和频率的变化直接影响负荷从系统吸收的有功功率和无功功率，后者又反过来影响系统的状态，显然，负荷特性对系统稳定性有相当大的影响。但是，网络节点上的负荷是由各种各样用电设备组成的综合负荷，要确定它的特性并给出数学模型是非常困难的。

本节主要介绍较为常用的三种负荷模型，即恒定阻抗（导纳）模型、综合负荷静态模型和综合负荷动态模型。

一、恒定阻抗（导纳）模型

在前面讨论多机系统的发电机功率特性时即假设所有负荷均为恒定阻抗（导纳），其数值由潮流计算结果而得。如果负荷用电阻、电抗的并联支路来模拟，则

$$\left. \begin{aligned} P &= U^2/R_L \\ Q &= U^2/X_L \end{aligned} \right\} \quad (4-45)$$

式中 P ——节点有功功率；
 Q ——节点无功功率；
 R_L ——负荷的等效电阻；
 X_L ——负荷的等效电抗；
 U ——负荷节点电压。

这是最简单的处理负荷的方法，实际上就是近似地认为负荷从系统吸收的功率总是正比于负荷节点电压的平方。

二、综合负荷静态模型

负荷的静态特性反映了负荷有功、无功功率随频率、电压缓慢变化而变化的规律，其模型可用代数方程来描述。基本的静态负荷模型结构有幂函数模型、多项式模型、频关模型等。

（一）幂函数模型

负荷的幂函数模型为

$$\left. \begin{aligned} P &= P_0 (U/U_0)^{n_p} \\ Q &= Q_0 (U/U_0)^{n_q} \end{aligned} \right\} \quad (4-46)$$

式中 P_0 ——稳态运行时负荷有功功率；
 Q_0 ——稳态运行时负荷无功功率；
 U_0 ——稳态运行时节点电压幅值；
 P ——负荷实际有功功率；
 Q ——负荷实际无功功率；
 U ——节点电压实际值；
 n_p ——负荷有功功率电压特性指数；
 n_q ——负荷无功功率电压特性指数。

由式（4-46）可得

$$\left. \begin{aligned} n_p &= \frac{d(P/P_0)}{d(U/U_0)} \\ n_q &= \frac{d(Q/Q_0)}{d(U/U_0)} \end{aligned} \right\} \quad (4-47)$$

式（4-47）既反映了 n_p 、 n_q 的物理意义，又提供了其量测的理论依据。当特性指数为 0、1、2 时，分别表示恒定功率、恒定电流、恒定阻抗负荷模型。一般 $n_p = 0.5 \sim 1.8$ ， $n_q =$

1.5~6。通常幂函数模型在电压变化范围比较大的情况下仍能较好地描述许多负荷的静态特性。

(二) 多项式模型

负荷的多项式模型即其静态电压特性

$$\left. \begin{aligned} P &= P_0 [a_p (U/U_0)^2 + b_p (U/U_0) + c_p] \\ Q &= Q_0 [a_q (U/U_0)^2 + b_q (U/U_0) + c_q] \end{aligned} \right\} \quad (4-48)$$

多项式模型由恒阻抗、恒电流、恒功率三部分组成，它可以看作是三个幂函数相加的特例，这三个幂函数的幂指数分别为 2、1、0。系数 a_p 、 b_p 、 c_p 表示这三部分占总有功功率的百分比， a_q 、 b_q 、 c_q 表示这三部分占无功功率的百分比，且有 $a_p + b_p + c_p = 1$ ， $a_q + b_q + c_q = 1$ 。

(三) 频关模型

频关模型是一种与频率相关的静态负荷模型，一般由幂函数或多项式模型表达式乘以因子 $[1.0 + a_f(f - f_0)]$ 构成，即

$$\left. \begin{aligned} P &= P_0 (U/U_0)^{n_p} [1.0 + a_{pf}(f - f_0)] \\ Q &= Q_0 (U/U_0)^{n_q} [1.0 + a_{qf}(f - f_0)] \end{aligned} \right\} \quad (4-49)$$

$$\left. \begin{aligned} P &= P_0 [a_p (U/U_0)^2 + b_p (U/U_0) + c_p] [1.0 + a_{pf}(f - f_0)] \\ Q &= Q_0 [a_q (U/U_0)^2 + b_q (U/U_0) + c_q] [1.0 + a_{qf}(f - f_0)] \end{aligned} \right\} \quad (4-50)$$

式中 f ——系统的实际频率；

f_0 ——系统的额定频率；

a_{pf} ——有功功率频率灵敏度参数，一般 $a_{pf} = 0 \sim 3$ ；

a_{qf} ——无功功率频率灵敏度参数，一般 $a_{qf} = -2 \sim 0$ 。

三、综合负荷动态模型

负荷的动态特性反映了负荷有功、无功功率随频率、电压急剧变化而变化的规律。由于在一个负荷节点（变电所）的负荷中，大约 70% 以上是各种容量的感应电动机。感应电动机对电力系统运行分析与控制具有相当大的影响。负荷的动态行为及动态特性主要归因于感应电动机的动态行为，因此，常常以感应电动机模型来反映负荷的动态模型。

感应电动机的稳态等效电路如图 4-20 所示，其中， s 表示转子转差率， R_r 和 X_r 分别表示转子绕组的电阻、漏抗， R_s 和 X_s 分别表示定子绕组的电阻、漏抗， X_m 表示励磁支路电抗，均为以感应电动机自身容量为基准的标么值。

设电动机母线电压为 $\dot{U}$ ，相应感应电动机电流为 $\dot{i}$ ，则以自身容量为基准值的标么值电压方程为

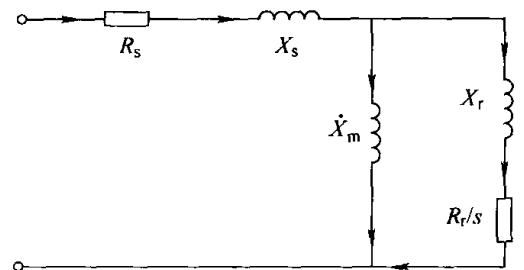


图 4-20 感应电动机的稳态等效电路

$$\dot{U} = Z \dot{i} \quad (4-51)$$

式中 Z ——等效阻抗, $Z = (R_s + jX_s) + jX_m // (R_r/s + jX_r)$ 。

一般来说, 感应电动机定子绕组的电磁暂态过程比转子绕组的暂态过程要快得多, 且更比电力系统暂态过程快得多。因此, 就感应电动机对电力系统的影响而言, 是否计及定子的暂态过程影响不大, 因此在一般分析中采用三阶模型就可以达到足够的精度。

忽略定子绕组的电磁暂态过程, 感应电动机只考虑机电暂态过程的三阶模型为

$$\begin{aligned} \frac{dE'_q}{dt} &= -\omega_s s E'_d - \frac{1}{T'_0} E'_q + \frac{X - X'}{T'_0} i_d \\ \frac{dE'_d}{dt} &= -\frac{1}{T'_0} E'_d + \omega_s s E'_q - \frac{X - X'}{T'_0} i_q \\ \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{\omega_s}{2H} (T_e - T_m) \end{aligned} \quad (4-52)$$

式中 E'_d ——转子直轴暂态电动势;
 E'_q ——转子交轴暂态电动势;
 ω_s ——同步角速度;
 ω_m ——转子角速度;
 H ——感应电动机惯性时间常数;
 X ——转子开路电抗;
 X' ——转子短路电抗;
 T'_0 ——转子暂态开路时间常数;
 T_e ——电磁转矩;
 T_m ——机械转矩;
 i_d ——定子电流直轴分量;
 i_q ——定子电流交轴分量。

有时为了减少计算量, 进一步忽略转子绕组的暂态过程, 即令 $dE'_d/dt = dE'_q/dt = 0$, 就可以将以上考虑机电暂态过程的三阶模型化为考虑机械暂态过程的一阶模型。

机理动态负荷模型还有另一种形式, 那就是将综合负荷看成一个等效的静态负荷和动态负荷, 静态负荷部分用静态负荷模型表示, 动态负荷用一个等效的感应电动机来表示, 复合式模型如图 4-21 所示。由于综合负荷是由各种各样的电气设备组成的, 包含各种负荷成分, 这种模型既能反映负荷的静态特性又能反映负荷的动态特性, 比较综合地反映了负荷的性质, 又称为复合式模型。

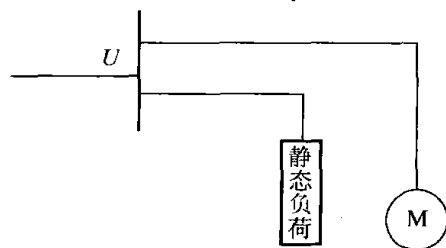


图 4-21 复合式模型

思考题与习题

4-1 何谓电力系统的稳定性? 何谓电力系统的静态稳定? 何谓电力系统的暂态稳定?

4-2 电站 A 有 2 台 600MW 机组, 额定功率因数为 0.90, 每台机组的惯性时间常数为 8s。电站 B 有 4 台 200MW 机组, 额定功率因数为 0.85, 每台机组的惯性时间常数为 10s。如果两个电站均用一台等效机来

表示, 计算以 $100\text{MV} \cdot \text{A}$ 为基准容量的等效机惯性时间常数。

4-3 试推导下列情况下隐极机和凸极机有功功率及无功功率的功—角特性方程。

(1) 发电机以 E_q 、 x_d 表示时;

(2) 发电机以 E'_q 、 x'_d 表示时;

(3) 发电机以 E' 、 x'_d 表示时。

4-4 典型的发电机自动励磁调节器包括哪些基本环节? 这些基本环节的作用是什么?

4-5 什么是综合负荷的静态特性和动态特性? 为什么综合负荷的动态模型常用感应电动机模型来表示?

第五章 电力系统的静态稳定性

电力系统的静态稳定性是指电力系统受到小干扰后,不发生自发振荡或非周期性失步,自动恢复到初始运行状态的能力。电力系统几乎时时刻刻都受到小的干扰。例如,系统中负荷的小量变化;架空输电线因风吹摆动引起的线间距离(影响线路电抗)的微小变化等。因此,电力系统的静态稳定性问题实际上就是确定系统的某个运行状态能否保持稳定的问题。

第一节 简单电力系统的静态稳定性

在一个简单电力系统中(参见图4-1),假设发电机是隐极机,则在某稳态运行下发电机的相量图如图5-1a所示,其中 $x_{d\Sigma} = x_d + x_T + x_{l0}$ 。

发电机输出的电磁功率为

$$P_e = UI \cos \varphi = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin \delta \quad (5-1)$$

如果不考虑发电机励磁调节器的作用,即认为发电机的空载电动势 E_q 恒定,则发电机的功—角特性为如图5-1b所示的正弦曲线。

若不计原动机调速器的作用,则原动机的机械功率 P_T 不变。假定在某一正常运行情况下,发电机向无限大系统输送的功率为 P_0 ,如

果忽略电阻损耗以及机组的风阻、摩擦等损耗,则 P_0 等于原动机输出的机械功率 P_T 。由图5-1b可见,当发电机输送功率为 P_0 时,可能有两个运行点 a 和 b。考虑到系统经常不断地受到各种小的扰动,从下面的分析可以看到,只有 a 点是能保持静态稳定的实际运行点,而 b 点是不可能维持稳定运行的,也就是静态不稳定的。

先分析 a 点的运行情况。如果发电机受到某种瞬时的小干扰(如汽轮机进汽量突增),使功角 δ 增加了一个微小增量 $\Delta\delta$,则发电机的运行点将变到 a' 点,发电机输出电磁功率增大,由于干扰是瞬时性的,发电机运行点变化后原动机功率保持不变,因而发电机输出的电磁功率大于原动机的机械功率,即转子过剩转矩为负值,发电机转子将减速, δ 将减小。由于发电机转子的惯性以及在运动过程中存在阻尼作用,经过一系列微小振荡后运行点又回到 a 点。如果小干扰使 δ 减小了 $\Delta\delta$,则发电机运行点将变到 a'' 点,这时发电机输出的电磁功率小于输入的机械功率,转子过剩转矩为正,转子将加速, δ 将增加,同样经过一系列振荡后又回到运行点 a。图5-2a 中示出了发电机在运行点 a 受到小干扰后功角 δ 变化的情形。可见,不论发电机受到的小干扰是使 δ 增加还是减小,最终系统都能够自动恢复到原来的平衡状态,因此 a 点是静态稳定的。

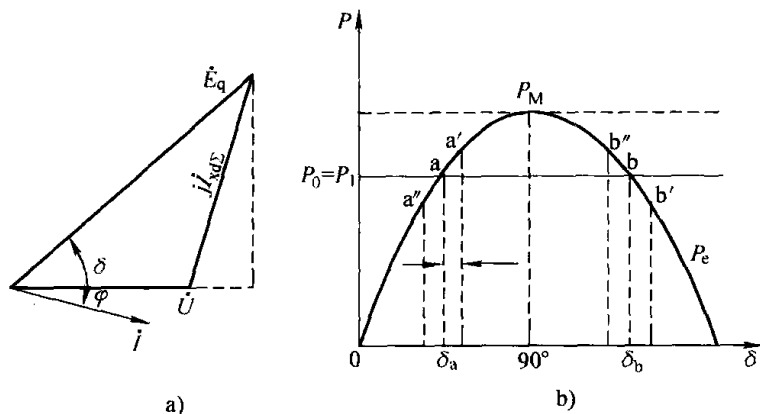


图5-1 简单系统的功率特性

a) 相量图 b) 功—角特性

b 点的情况则完全不同。如果小干扰使功角 δ 增加一个微小增量 $\Delta\delta$ ，则发电机的运行点将变到 b' 点，发电机输出的电磁功率将减少到与 b' 点对应的值。这时，电磁功率小于机械功率，过剩转矩为正，功角 δ 将进一步增大。而功角增大时，与之相应的电磁功率又将进一步减小。这样继续下去，功角不断增大，运行点不再回到 b 点，功角的不断增大标志着发电机与无限大系统非周期性地失去同步。如果小干扰使 δ_b 有一个负的增量 $\Delta\delta$ ，情况又不同，电磁功率将增加到与 b'' 点对应的值，大于机械功率，因而转子减速， δ 将减小， δ 减小的过程将一直持续到发电机运行点到达 a 点，然后又经过一系列振荡，在 a 点抵达新的平衡，运行点也不再回到 b 点。图 5-2b 中示出了发电机在运行点 b 受到小干扰后功角 δ 变化的情形。可见，不论发电机受到的小干扰是使 δ 增加还是减小，b 点都是不稳定的，即系统本身没有能力维持在 b 点运行。

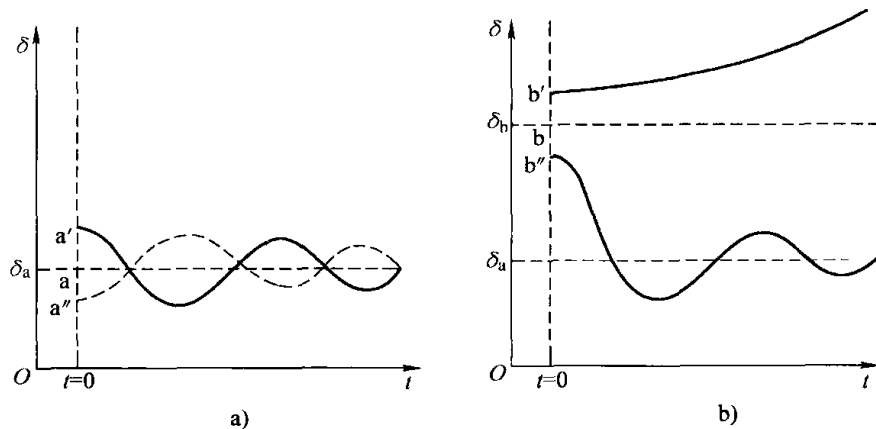


图 5-2 受小扰动后功角变化特性

a) 运行点 a b) 运行点 b

下面进一步观察 a、b 两个运行点的异同，以便找出某些规律来判断系统的稳定与否。a、b 两点对应的电磁功率等于 P_0 ，这是它们的共同点。但是 a 点对应的功角 δ_a 小于 90° ，在 a 点运行时，随着功角 δ 的增大电磁功率也增大，随着功角 δ 的减小电磁功率也减小。而 b 点对应的 δ_b 则大于 90° ，在 b 点运行时，随功角 δ 的增大电磁功率反而减小，随功角 δ 的减小电磁功率反而增大。换言之，在 a 点，两个电磁功率增量 ΔP_e 与功角增量 $\Delta\delta$ 的符号相同，即 $\Delta P_e / \Delta\delta > 0$ ，或改写为微分的形式 $dP_e / d\delta > 0$ ；在 b 点， ΔP_e 和 $\Delta\delta$ 的符号相反，即 $\Delta P_e / \Delta\delta < 0$ 或 $dP_e / d\delta < 0$ ，这是它们的不同点。可以得出结论： $dP_e / d\delta > 0$ 时，系统是稳定的； $dP_e / d\delta < 0$ 时，系统是不稳定的。因此，根据 $dP_e / d\delta$ 是否大于零可以判断系统静态稳定与否。

综上所述，对于目前所讨论的简单系统，其静态稳定的判据为

$$\frac{dP_e}{d\delta} > 0 \quad (5-2)$$

导数 $dP_e / d\delta$ 称为整步功率系数，其大小可以说明发电机维持同步运行的能力，即说明静态稳定的程度。

由式 (5-1) 可以求得

$$\frac{dP_e}{d\delta} = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \cos\delta \quad (5-3)$$

图 5-3 所示为隐极发电机 $dP_e / d\delta$ 和 P_e 的特性曲线。当 δ 小于 90° 时， $dP_e / d\delta$ 为正值，

在这个范围内发电机的运行是稳定的，但当 δ 越接近 90° ，其值越小，稳定的程度愈低。当 δ 等于 90° 时，是稳定与不稳定的分界点，称为静态稳定极限。在所讨论的简单系统情况下，静态稳定极限所对应的功角正好与最大功率或称功率极限的功角一致。

电力系统实际运行时不应接近稳定极限，而应保持一定的储备，其储备系数为

$$K_p = \frac{P_M - P_0}{P_0} \times 100\% \quad (5-4)$$

式中 P_M ——最大功率；

P_0 ——某一运行情况下的输送功率。

我国现行的《电力系统安全稳定导则》规定：系统在正常运行方式下， K_p 应不小于 15% ~ 20%；在事故后的运行方式下， K_p 应不小于 10%。所谓事故后的运行方式，是指事故后系统尚未恢复到它原始的正常运行方式的情况，例如，事故使双回路中的一回路被切除，有待重新投入。这时系统的联系被削弱了，即 $x_{d\Sigma}$ 增大， P_M 减小，可以暂时降低对稳定储备的要求。

如果发电机是凸极机，其 $dP_e/d\delta$ 和 P_e 的特性曲线如图 5-4 所示。与前类似，只有在 $dP_e/d\delta > 0$ 或曲线的上升部分运行时系统是静态稳定的。在 $dP_e/d\delta$ 等于零处是静稳定极限，此时 δ 略小于 90° 。显然，静稳定极限与功率极限也是一致的。

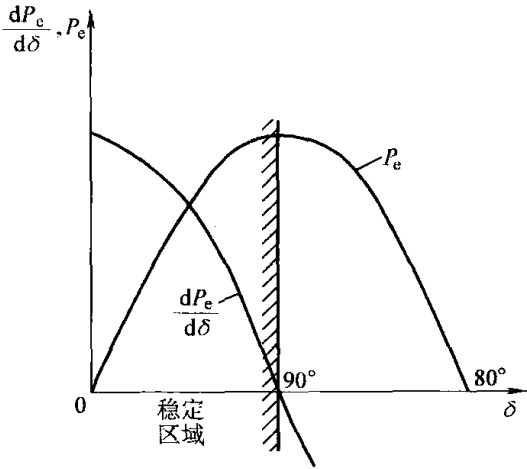


图 5-3 隐极发电机 $dP_e/d\delta$ 和 P_e 的特性曲线

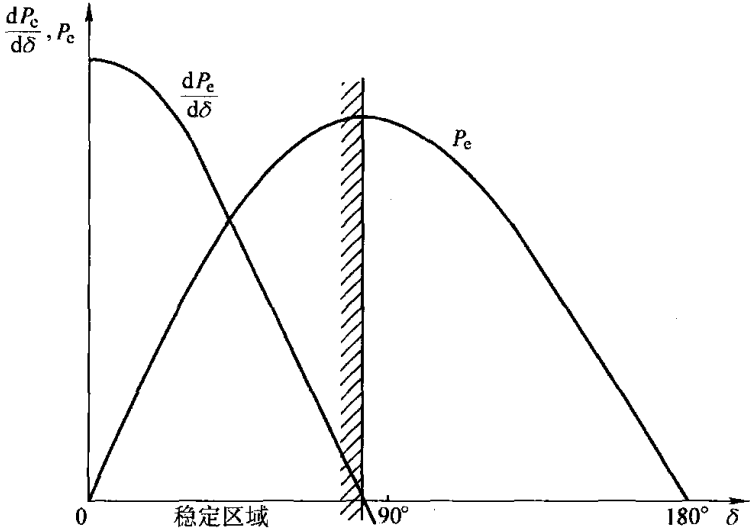


图 5-4 凸极发电机 $dP_e/d\delta$ 和 P_e 特性曲线

第二节 简单电力系统静态稳定性分析的小干扰法

一、小干扰法理论基础

小干扰法的理论基础是 19 世纪俄国学者李雅普诺夫 (А. М. ЛЯПУНОВ) 奠定的。对于一非

线性动力系统, 其运动特性可以用一阶非线性微分方程组来描述, 即

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{F}[\mathbf{X}(t)] \quad (5-5)$$

式中 $\mathbf{X}$ ——系统状态变量向量;

$\mathbf{F}$ ——非线性函数向量。

如果 $\mathbf{X}_0$ 是系统的一个初始平衡状态向量, 即 $\mathbf{F}(\mathbf{X}_0) = 0$ 。系统受到小干扰后, 其状态变量将偏离平衡状态, 并可以用在平衡状态上叠加一个小偏移量来表示, 即 $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \Delta\mathbf{X}$, 代入式 (5-5) 并将等式右边用泰勒级数展开, 忽略 $\Delta\mathbf{X}$ 的二阶以上各项, 可得

$$\frac{d(\mathbf{X}_0 + \Delta\mathbf{X})}{dt} = \mathbf{F}[\mathbf{X}_0 + \Delta\mathbf{X}] = \mathbf{F}[\mathbf{X}_0] + \left. \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{X})}{d\mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} \Delta\mathbf{X}$$

考虑到 $d\mathbf{X}_0/dt = 0$ 、 $\mathbf{F}(\mathbf{X}_0) = 0$, 并令 $\mathbf{A} = \left. \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{X})}{d\mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0}$, 则得

$$\frac{d\Delta\mathbf{X}}{dt} = \left. \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{X})}{d\mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} \Delta\mathbf{X} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{X} \quad (5-6)$$

式 (5-6) 即为以状态变量偏移量表示的线性化状态方程, 其中 $\mathbf{A}$ 又称为雅可比矩阵或状态矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

李雅普诺夫稳定性判断原则是, 若线性化方程中的 $\mathbf{A}$ 矩阵没有零值和实部为零值的特征值, 则非线性系统的稳定性可以完全由线性化方程的稳定性来决定。具体地说:

- 1) 若 $\mathbf{A}$ 矩阵的所有特征值均为负实数或实部为负的复数, 则系统是稳定的。
- 2) 若 $\mathbf{A}$ 矩阵的特征值出现一个正实数或一个实部为正的复数, 则系统是不稳定的, 前者对应于非周期性的失稳, 后者则对应于周期性的振荡失稳。
- 3) 若 $\mathbf{A}$ 矩阵特征值出现零根或实部为零的虚数根, 则系统处于稳定的边界, 系统状态变量将作周期性的等幅振荡。

二、小干扰法分析简单系统的静态稳定

(一) 列出系统状态变量偏移量的线性状态方程

在简单系统中只有发电机需要列出其状态方程。因为, 变压器和线路的电抗可看作发电机漏抗的一部分, 无限大容量系统相当于一个无限大容量的发电机, 其电压和频率不变, 不必列出状态方程。严格地讲, 发电机的状态方程应包括定子、转子回路方程和转子运动方程, 但由于采取了假设, 简单系统中发电机的电磁功率已表达为 E_q 、 U 和 δ 的函数。这样, 发电机的状态方程就只有转子运动方程了, 即

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= (\omega - 1)\omega_0 \\ \frac{d\delta}{dt} &= \frac{1}{T_J} \left(P_T - \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin\delta \right) \end{aligned} \right\} \quad (5-7)$$

式 (5-7) 是一组非线性的状态方程。由于静态稳定是研究系统在某一个运行状态下受到小干扰后的运行状况, 故可以把系统状态变量的变化看作在原来的运行情况上叠加了一个

小的偏移。对于简单系统，其状态变量可表示为

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \delta_0 + \Delta\delta \\ \omega &= 1 + \Delta\omega \end{aligned} \right\} \quad (5-8)$$

代入状态方程式 (5-7) 后，得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(\delta_0 + \Delta\delta)}{dt} &= \frac{d\Delta\delta}{dt} = \Delta\omega\omega_0 \\ \frac{d(1 + \Delta\omega)}{dt} &= \frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{1}{T_J} \left[P_T - \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin(\delta_0 + \Delta\delta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (5-9)$$

在式 (5-9) 第二式中含有非线性函数 ($P_e \sim \delta$)，但由于假定 $\Delta\delta$ 很小，可以将 P_e 在 δ_0 附近按泰勒级数展开，然后略去偏移量的二次及以上的高次项，则可近似得 P_e 与 $\Delta\delta$ 的线性关系，即

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin(\delta_0 + \Delta\delta) \\ &= \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin\delta_0 + \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} \Delta\delta + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 P_e}{d\delta^2} \right)_{\delta=\delta_0} \Delta\delta^2 + \cdots \\ &\approx \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin\delta_0 + \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} \Delta\delta = P_0 + \Delta P_e = P_T + \Delta P_e \end{aligned} \quad (5-10)$$

将式 (5-10) 代入式 (5-9) 并考虑到 $P_T = P_0$ 后可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta\delta}{dt} &= \Delta\omega\omega_0 \\ \frac{d\Delta\omega}{dt} &= -\frac{1}{T_J} \Delta P_e = -\frac{1}{T_J} \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} \Delta\delta \end{aligned} \right\} \quad (5-11)$$

式 (5-11) 是系统状态变量偏移量的线性微分方程组，图 5-5 所示为与此方程组对应的框图。

式 (5-11) 的矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} \dot{\Delta\delta} \\ \dot{\Delta\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\frac{1}{T_J} \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \end{pmatrix} \quad (5-12)$$

它的一般形式与式 (5-6) 一致，即

$$\Delta \dot{X} = A \Delta X \quad (5-13)$$

(二) 根据特征值判断系统的稳定性

对于式 (5-12) 这样的二阶微分方程组，其特征方程为

$$\begin{vmatrix} 0 - p & \omega_0 \\ -\frac{1}{T_J} \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0} & 0 - p \end{vmatrix} = 0 \quad (5-14)$$

其特征值 p 为

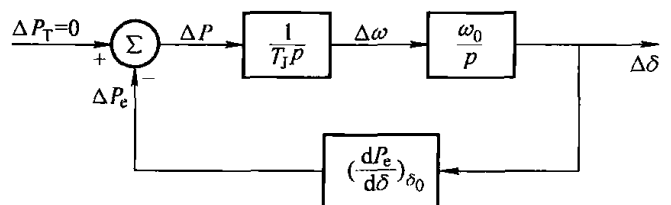


图 5-5 简单系统中发电机的框图

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-\omega_0}{T_J} \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0}} \quad (5-15)$$

当 $\left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0}$ 小于零时, $p_{1,2}$ 为一个正实根和一个负实根, 由于出现了正实根, 根据小干扰法, 系统是不稳定, 而且状态变量 $\Delta\delta$ 和 $\Delta\omega$ 将随时间不断地单调增加, 发电机相对于无限大系统非周期性地失去同步。

当 $\left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0}$ 大于零时, $p_{1,2}$ 为一对虚根, 根据小干扰法, 系统处于稳定的边界, $\Delta\delta$ 和 $\Delta\omega$ 将作周期性的等幅振荡, 其振荡频率为

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_0}{T_J} \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0}} \quad (5-16)$$

电力系统中通常 f 为 1Hz 左右, 故称这种振荡为低频振荡。

实际电力系统中一般存在着正的阻尼, 阻尼因素会使系统振荡能量不断损耗, 因而 $\Delta\delta$ 和 $\Delta\omega$ 将作衰减振荡, 即系统受到小干扰后经过衰减的振荡, 最后恢复同步, 系统实际上是稳定的。

由上可见, 用小干扰法对简单系统分析的结果表明, 其静态稳定的判据与式 (5-2) 是一致的, 即

$$\frac{dP_e}{d\delta} > 0$$

当假设发电机的空载电动势为常数时, 对于隐极机和凸极机, 电磁功率表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} P_{E_q} &= \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin\delta \\ P_{E_q} &= \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \sin\delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_{d\Sigma} - x_{q\Sigma}}{x_{d\Sigma} x_{q\Sigma}} \sin 2\delta \end{aligned} \right\} \quad (5-17)$$

其整步功率系数则分别为

$$\left. \begin{aligned} S_{E_q} &= \frac{dP_{E_q}}{d\delta} = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \cos\delta \\ S_{E_q} &= \frac{dP_{E_q}}{d\delta} = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \cos\delta + U^2 \frac{x_{d\Sigma} - x_{q\Sigma}}{x_{d\Sigma} x_{q\Sigma}} \cos 2\delta \end{aligned} \right\} \quad (5-18)$$

根据上述分析, 系统必须运行在 $S_{E_q} > 0$ 的状况下。 S_{E_q} 的大小则标志着同步发电机维持同步运行的能力, 因为 $S_{E_q} \Delta\delta$ 代表着当 δ 有一偏移量 $\Delta\delta$ 时同步功率偏移量的大小。随着功角的逐步增大, 整步功率系数将逐步减小。当整步功率系数减小为零并进而改变符号时, 发电机就再没有能力维持同步运行, 系统将非周期地丧失稳定。

三、阻尼对静态稳定的影响

发电机组的阻尼作用包括由轴承摩擦和发电机转子与气体摩擦所产生的机械性阻尼作用, 以及由发电机转子闭合绕组 (包括铁心) 所产生的电气阻尼作用。机械阻尼作用与发电机的实际转速有关, 电气阻尼作用则与相对转速有关, 要精确计算这些阻尼作用是很复杂的。为了对阻尼作用的性质有基本了解, 假定阻尼作用所产生的转矩 (或功率) 都与转速

呈线性关系，于是总的阻尼功率可近似表示为

$$P_D = D\Delta\omega \quad (5-19)$$

式中 D ——阻尼系数。

阻尼转矩与电磁转矩一样具有阻转矩性质，计及阻尼功率后发电机的转子运动方程式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta\delta}{dt} &= \Delta\omega\omega_0 \\ \frac{d\Delta\omega}{dt} &= \frac{-1}{T_J} \left[D\Delta\omega + \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0} \Delta\delta \right] \end{aligned} \right\} \quad (5-20)$$

其对应的框图如图 5-6 所示，它与图 5-5 的差别就是增加了一个阻尼环节。

式 (5-20) 的矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} \dot{\Delta\delta} \\ \dot{\Delta\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\frac{1}{T_J} \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0} & -\frac{D}{T_J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \end{pmatrix} \quad (5-21)$$

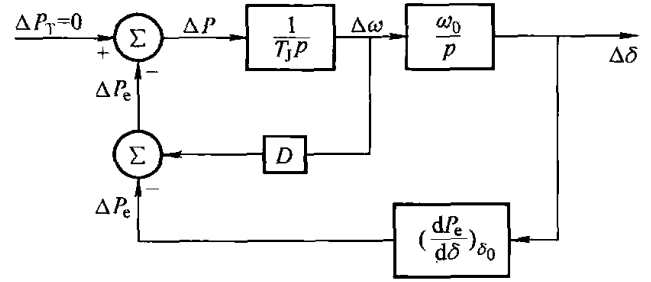


图 5-6 计及阻尼功率的发电机框图

式 (5-21) 的特征方程为

$$\begin{vmatrix} 0 - p & \omega_0 \\ -\frac{1}{T_J} \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0} & -\frac{D}{T_J} - p \end{vmatrix} = p^2 + \frac{D}{T_J}p + \frac{\omega_0}{T_J} \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0} = 0 \quad (5-22)$$

式 (5-22) 的特征值为

$$p_{1,2} = -\frac{D}{2T_J} \pm \frac{1}{2T_J} \sqrt{D^2 - 4\omega_0 T_J \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0}} \quad (5-23)$$

特征值 p 具有负实部的条件为

$$D > 0; S_{E_q} = \left(\frac{dP_e}{d\delta} \right)_{\delta_0} > 0 \quad (5-24)$$

显然，由式 (5-24) 可知：

1) 若 $S_{E_q} < 0$ ，则不论 D 是正或负， p 总有一正实根，系统均将非周期性地失去稳定，只是在正阻尼时过程会慢一些。

2) 若 $S_{E_q} > 0$ ，则 D 的正、负将决定系统是否稳定：

① $D > 0$ ，系统总是稳定的。由于一般 D 不是很大， p 为负实部的共轭根，即系统受到小干扰后， $\Delta\delta$ 和 $\Delta\omega$ 作衰减振荡。

② $D < 0$ ，系统不稳定。一般 p 为正实部的共轭根，系统受到小干扰后， $\Delta\delta$ 和 $\Delta\omega$ 作增幅振荡，即系统振荡失稳。

可见，阻尼对于系统的静态稳定，特别是振荡形式的静态稳定具有重要的作用。从物理意义上，很容易理解 $D > 0$ 时的阻尼作用。当 $\Delta\omega > 0$ ，即转子转速高于同步转速时，阻尼功率为正，阻止转速升高；反之，当 $\Delta\omega < 0$ 时，转子转速低于同步转速，阻尼功率为负，阻止转速进一步降低。 $D < 0$ 则与上述情况相反，因而会促使系统振荡失稳。

图 5-7 所示为阻尼功率对振荡的影响。先观察阻尼功率系数等于零的情形，其微小振荡

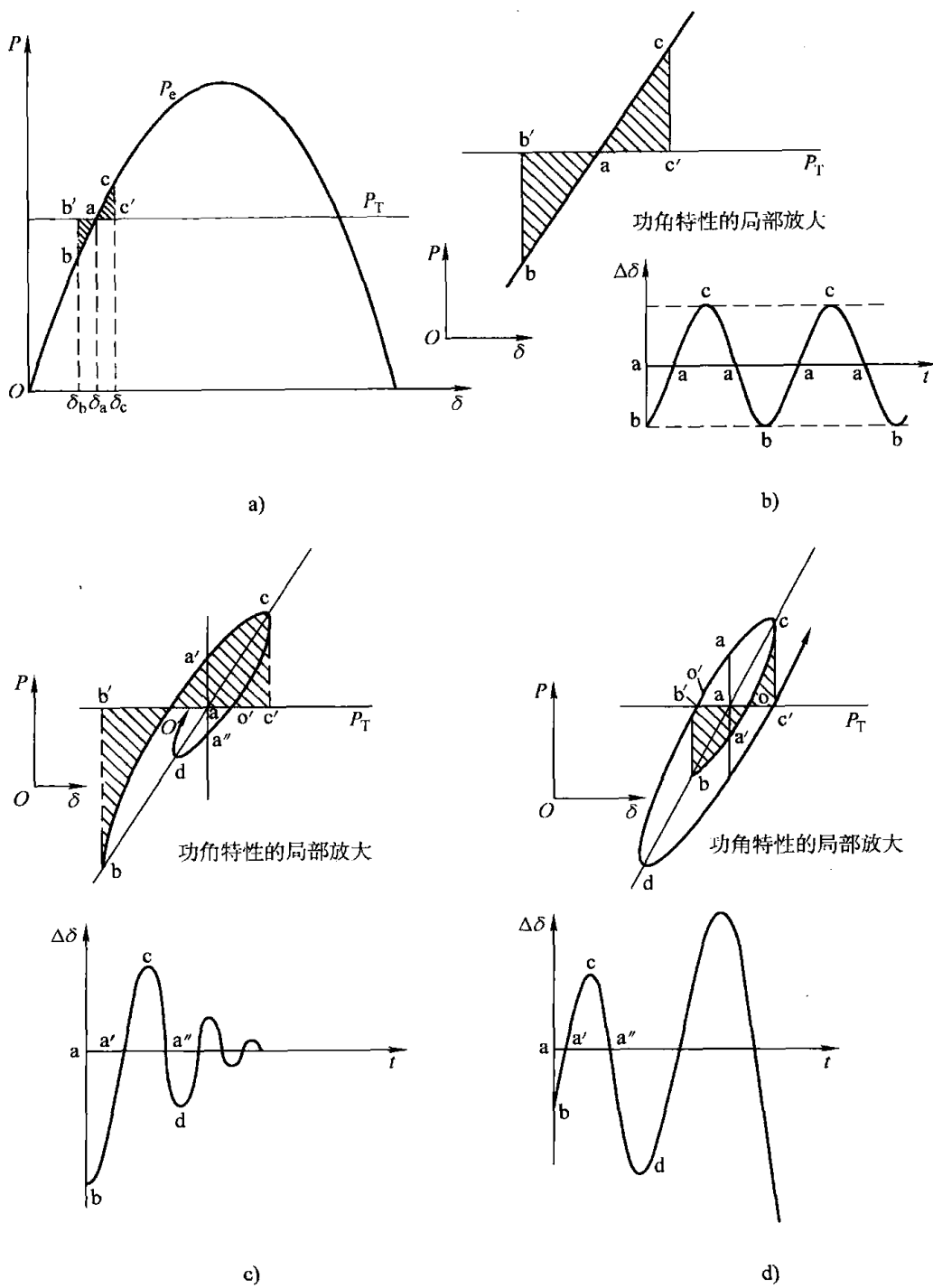


图 5-7 阻尼功率对振荡的影响

a) 功—角特性曲线 b) 等幅振荡, $D=0$ c) 衰减振荡, $D>0$ d) 自发振荡, $D<0$

如图 5-7a 和 5-7b 所示。设瞬时出现的微小扰动使功角减小 $\Delta\delta$, 系统的运行点从 a 转移至 b , 由于发电机组的机械功率大于电磁功率, 转子将加速, 功角将增大, 运行点将沿功—角特性曲线向上转移。在回到 a 点的瞬间, 机械功率和电磁功率又一次平衡, 但因从 b 点向 a 点转移的过程中转子始终在加速, 故在 a 点时转速高于同步转速, 由于转子惯性的作用, 功角还要加大, 运行点必将越过 a 点继续向上转移。但越过 a 点后, 由于机械功率又小于电磁功率, 转子又将减速, 以致在功角不断增大的同时转子动能不断减小。当转子的动能减小为同步转速的动能时, 也就是从 b 点到 a 点的加速过程中增加的动能全部消耗完的瞬间, 功角不

再增大,这时的运行点就是c点。转子在加速过程中增加的动能可以bab'的面积表示;减速过程中减少的动能可以acc'的面积表示。加速过程中增加的动能必须在减速过程中全部消耗完,即面积acc'与bab'相等时, δ 才不会再增大。在局部线性化下显然有 $\delta_c - \delta_a = \delta_a - \delta_b$ 的关系。运行点抵达c点时,机械功率仍小于电磁功率,转速继续减小,并开始小于同步转速,功角也开始减小。由于没有任何阻尼作用,运行点将严格地沿着原来的功—角特性曲线返回,即经过a点到b点,其中经历的过程和由b向c点的过程恰恰相反。如此往返不停,形成了不衰减的等幅振荡。

所以,没有阻尼功率的等幅振荡的特性,是运行点在 $p-\delta$ 平面上沿功—角特性曲线以初始运行点为中心作往返等距的运动。 $\Delta\delta$ 随时间的变化规律为等幅振荡曲线。

阻尼功率系数不等于零时,情况将有所不同。由于这时增加了一项与角速度偏移量成正比的阻尼功率分量,运行点不再沿原来的功—角特性bac转移。

当 D 为正值时,运行点由于扰动偏移到b点后,转子加速, $\Delta\omega$ 为正值,阻尼功率也为正值,运行点移动的轨迹将从正向(向上)偏离原来的功—角特性bac,而且随着转子转速的逐渐增大,偏离的垂直距离也逐渐增大,如图5-7c中的弧线bo。越过o点后,转子减速,但转速仍高于同步转速,即阻尼功率仍为正值,运行点移动的轨迹仍从正向偏离bac。但随着转子转速的逐渐减小,偏离的垂直距离也逐渐减小,直至转速恢复为同步转速,运行点到达boc的c点,如图5-7c中的弧线oc。当然,c点的位置仍应由面积bob'b与面积occ'o相等的条件所决定。于是,可以看到,由于计及了阻尼作用, $\delta_c - \delta_a$ 必将小于 $\delta_a - \delta_b$ 。然后开始功角的减小,根据同样原理,功角减小时,运行点移动的轨迹将是co'd,而不再是cab,从而 $\delta_a - \delta_d$ 必将小于 $\delta_c - \delta_a$ 。如此等等,形成了衰减振荡。

当 D 为负值时,情况正好相反。运行点偏移到b点后,转子加速, $\Delta\omega$ 为正值,但阻尼功率却为负值,以致运行点移动的轨迹将从反向(向下)偏离bac,随着转子转速的增大,偏离的垂直距离也逐渐增大,如图5-7d中的弧线bo。越过o点后,转子减速,但转速仍高于同步转速,阻尼功率仍为负值,运行点的轨迹从反向偏离bac,直至c点,如图5-7d中的弧线oc。可以看到, $\delta_c - \delta_a$ 必然大于 $\delta_a - \delta_b$ 。相似地,功角减小时,运行点移动的轨迹也将正向而不是反向偏离cab,从而使 $(\delta_a - \delta_d)$ 必然大于 $(\delta_c - \delta_a)$ 。如此等等,振荡的振幅不断增大,形成了所谓的自发振荡。

综上所述,当 D 大于零时,衰减振荡的特征是运行点在 $P-\delta$ 平面上顺时针移动,最后回到初始运行点;当 D 小于零时,自发振荡的特征是运行点在 $P-\delta$ 平面上逆时针移动,逐渐远离初始运行点。自发振荡时功角变化的幅度越来越大,最后必将导致电源之间失步,即系统稳定受到破坏。

一般发电机的自然阻尼功率系数为正数,只有在初始功角较小或者定子外电路中有串联电容使定子回路总电阻相对于总电抗较大等极少数情况下, D 可能为负数。发电机的自动励磁调节会产生阻尼作用,这种阻尼效果称为人工阻尼。一般情况下,发电机的自动励磁调节产生正阻尼,对系统的稳定运行是有利的,但如果励磁调节器参数配置不当,也可能产生负阻尼,引发系统低频振荡。现代电力系统是典型的复杂大系统,控制装置众多,如自动励磁调节器(AVR)、静止补偿器(SVC)、可控电容器串联补偿(TCSC)等,这些控制装置均会使电力系统产生人工阻尼,并使电力系统呈现复杂的阻尼特性,如果这些控制装置在阻尼作用方面协调不好,会使电力系统出现负阻尼,从而产生低频振荡。所以,各类控制装置的

协调阻尼控制是一个重要的研究课题。

第三节 自动调节励磁系统对静态稳定性的影响

自动调节励磁装置在动态过程中可以调节发电机励磁电流，从而对电力系统静态稳定性产生深刻影响，下面将以按电压偏差比例调节的自动励磁调节器为例，分析其对静态稳定性的影响。

一、按电压偏差比例调节励磁

(一) 列出系统的状态方程

考虑自动调节励磁系统的作用时，系统的状态方程除包含转子运动方程外，还应包括发电机电动势变化方程和反映自动调节励磁系统作用的方程。以偏移量表示的转子运动方程为式 (5-11)，发电机电动势变化方程为式 (4-32)，而反映自动调节励磁系统作用的简化方程为式 (4-36)。为叙述方便，把四个方程重写如下，其中式 (4-32) 改写成偏移量的形式

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta\delta}{dt} &= \Delta\omega\omega_0 \\ \frac{d\Delta\omega}{dt} &= -\frac{1}{T_J}\Delta P_e \\ T'_{d0}\frac{d\Delta E'_q}{dt} &= -\Delta E_q + \Delta E_{qe} \\ T_e\frac{d\Delta E_{qe}}{dt} &= -\Delta E_{qe} - K_e\Delta U_G \end{aligned} \right\} \quad (5-25)$$

系统状态方程式 (5-25) 中包含 $\Delta\delta$ 、 $\Delta\omega$ 、 $\Delta E'_q$ 、 ΔE_{qe} 、 ΔP_e 、 ΔE_q 、 ΔU_G 七个变量，其中 $\Delta\delta$ 、 $\Delta\omega$ 、 $\Delta E'_q$ 、 ΔE_{qe} 为状态变量，而 ΔP_e 、 ΔE_q 、 ΔU_G 为非状态变量，非状态变量必须用状态变量表示出来。

(1) ΔP_e 与 $\Delta E'_q$ 、 $\Delta\delta$ 的关系

在式 (4-20) 中， P_e 仅是 E'_q 和 δ 的函数，根据式 (4-20)，可得

$$\Delta P_e = \left(\frac{\partial P'_e}{\partial \delta} \right)_0 \Delta\delta + \left(\frac{\partial P'_e}{\partial E'_q} \right)_0 \Delta E'_q = K_1 \Delta\delta + K_2 \Delta E'_q \quad (5-26)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} K_1 = S'_{E_q} &= \left(\frac{\partial P'_e}{\partial \delta} \right)_0 = \frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}} \cos\delta_0 + U^2 \frac{x'_{d\Sigma} - x_{d\Sigma}}{x'_{d\Sigma} x_{d\Sigma}} \cos 2\delta_0 \\ K_2 &= \left(\frac{\partial P'_e}{\partial E'_q} \right)_0 = \frac{U}{x'_{d\Sigma}} \sin\delta_0 \end{aligned} \right\} \quad (5-27)$$

(2) ΔE_q 与 $\Delta E'_q$ 、 $\Delta\delta$ 的关系

根据式 (4-17) 和式 (4-19)，可得

$$E_q = \frac{x_{d\Sigma}}{x'_{d\Sigma}} E'_q - \frac{x_{d\Sigma} - x'_{d\Sigma}}{x_{d\Sigma} x'_{d\Sigma}} U \cos\delta \quad (5-28)$$

由式 (5-28)，可得

$$\Delta E_q = \left(\frac{\partial E_q}{\partial E'_q} \right)_0 \Delta E'_q + \left(\frac{\partial E_q}{\partial \delta} \right)_0 \Delta \delta = \frac{1}{K_3} \Delta E'_q + K_4 \Delta \delta \quad (5-29)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} K_3 &= x'_{d\Sigma} / x_{d\Sigma} \\ K_4 &= \frac{x_{d\Sigma} - x'_{d\Sigma}}{x'_{d\Sigma}} U \sin \delta_0 \end{aligned} \right\} \quad (5-30)$$

(3) ΔU_G 与 $\Delta E'_q$ 、 $\Delta \delta$ 的关系

根据图 5-8 所示的发电机端电压相量图, 可得

$$U_{Gd} = I_q x_q = U_d \frac{x_q}{x_{q\Sigma}} = U \frac{x_q}{x_{q\Sigma}} \sin \delta \quad (5-31)$$

$$U_{Gq} = U_q + I_d (x_{d\Sigma} - x_d)$$

其中 I_d 可以有两种表达式, 即

$$I_d = \frac{E'_q - U_q}{x'_{d\Sigma}} = \frac{E_q - U_q}{x_{d\Sigma}}$$

代入上式后 U_{Gq} 也可以有两种表达式, 即

$$U_{Gq} = \frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}} x_e + \frac{x'_d}{x'_{d\Sigma}} \cos \delta = \frac{E_q}{x_{d\Sigma}} x_e + \frac{x_d}{x_{d\Sigma}} \cos \delta \quad (5-32)$$

式中 x_e ——发电机外部电抗。

因为 $U_G^2 = U_{Gd}^2 + U_{Gq}^2$, 所以 U_G 和也是 E'_q 和 δ 的函数, 故有

$$\Delta U_G = \left(\frac{\partial U_G}{\partial \delta} \right)_0 \Delta \delta + \left(\frac{\partial U_G}{\partial E'_q} \right)_0 \Delta E'_q = K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta E'_q \quad (5-33)$$

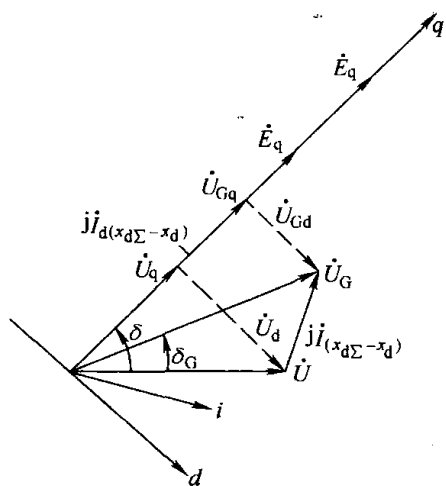


图 5-8 发电机端电压相量图

式中

$$K_5 = \left(\frac{\partial U_G}{\partial \delta} \right)_0 = \frac{U_{Gd|0} |U x_q \cos \delta_0|}{U_{G|0} |x_{q\Sigma}|} - \frac{U_{Gq|0} |U x'_d \sin \delta_0|}{U_{G|0} |x'_{d\Sigma}|} \quad (5-34)$$

$$K_6 = \left(\frac{\partial U_G}{\partial E'_q} \right)_0 = \frac{U_{Gq|0} |x_{d\Sigma} - x_d|}{U_{G|0} |x'_{d\Sigma}|} \quad (5-35)$$

把非状态变量 ΔP_e 、 ΔE_q 、 ΔU_G 的表达式代入系统状态方程式 (5-25), 并整理成矩阵形式的状态方程, 则有

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{E}'_q \\ \Delta \dot{E}_{qe} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{T_J} & 0 & -\frac{K_2}{T_J} & 0 \\ -\frac{K_4}{T'_{d0}} & 0 & -\frac{1}{T'_{d0} K_3} & \frac{1}{T'_{d0}} \\ -\frac{K_e K_5}{T_e} & 0 & -\frac{K_e K_6}{T_e} & -\frac{1}{T_e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \omega \\ \Delta E'_q \\ \Delta E_{qe} \end{pmatrix} \quad (5-36)$$

式 (5-36) 是标准形式的状态方程, 对于一个具体系统, 可以采用小干扰法即通过求特征值的方法判断系统的静态稳定情况。通过多次求特征值, 可以分析系统某一参数 (例如

励磁调节器放大倍数 K_e) 变化时, 系统静态稳定的变化情况。为不失一般性, 也为了介绍另一种方法, 下面利用劳斯判据法, 根据式 (5-36) 的特征方程来分析励磁调节对系统静态稳定的影响。

(二) 稳定判据的分析

对于任一代数方程

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \cdots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

可作劳斯阵列

$$\begin{array}{ccccccc} a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdots & & \\ a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdots & & \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots & & \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \cdots & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & & \\ e_1 & e_2 & & & & & \\ f_1 & & & & & & \\ g_1 & & & & & & \end{array}$$

系数 b_1 、 b_2 、 $\cdots$ 、 c_1 、 c_2 、 $\cdots$ 等根据下列公式计算:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}; \quad b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}; \quad b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}; \quad \cdots \\ c_1 &= \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}; \quad c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}; \quad c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}; \quad \cdots \end{aligned}$$

劳斯判据如下: 方程所有根具有负实部的充要条件是方程的所有系数和劳斯阵列第一列的各项均为正值。方程中实部为正值的根数等于劳斯阵列中第一列中各项的正、负号改变的次数。特殊的情况是, 如果仅劳斯阵列第一列的最后一项 g_1 为负, 说明正、负号只改变一次, 方程有一个正实根 (表明系统非周期地失去稳定)。如果阵列第一列的倒数第二项 f_1 为负, 则正、负号改变两次, 方程有一对正实部的复根 (表明系统周期振荡地失去稳定)。

式 (5-36) 的特征方程为

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0 \quad (5-37)$$

式中 $a_0 = T_J T'_{\infty} T_e$

$$a_1 = T_J T'_{\infty} + T_J T_e / K_3$$

$$a_2 = T_J K_e K_6 + \omega_0 K_1 T'_{\infty} T_e + T_J / K_3$$

$$a_3 = \omega_0 K_1 T'_{\infty} + \omega_0 K_1 T_e / K_3 - \omega_0 K_2 K_4 T_e$$

$$a_4 = \omega_0 K_1 / K_3 + \omega_0 K_1 K_e K_6 - \omega_0 K_2 K_4 - \omega_0 K_2 K_e K_5$$

根据劳斯判据, 系统稳定的条件是

$$a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0, b_1 > 0, c_1 > 0$$

因为 ω_0 、 T_J 、 T'_{∞} 和 T_e 均为正值, 而根据各系数定义 K_2 、 K_3 、 K_4 、 K_6 总是大于零, 则 $a_0 > 0$ 、 $a_1 > 0$ 的条件自然满足。根据 a_2 、 a_3 的表达式, 如果 $a_3 > 0$ 则必有 $a_2 > 0$, 另外, $b_1 > 0$ 、 $c_1 > 0$ 可以归结为

$$a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0$$

所以系统稳定的条件实际上是

$$a_3 > 0, a_4 > 0, a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0$$

下面对上述稳定的三个条件进行具体分析。

$$(1) a_3 = \omega_0 K_1 T'_{d0} + \omega_0 K_1 T_e / K_3 - \omega_0 K_2 K_4 T_e$$

根据 K_1 、 K_2 、 K_3 、 K_4 的定义可知

$$\left. \begin{aligned} K_1/K_3 - K_2 K_4 &> 0 & \delta < 90^\circ \\ K_1/K_3 - K_2 K_4 &= 0 & \delta = 90^\circ \\ K_1/K_3 - K_2 K_4 &< 0 & \delta > 90^\circ \end{aligned} \right\} \quad (5-38)$$

而 K_1 在 $\delta > 90^\circ$ 的一定范围内仍然大于零，又由于 T_e 远小于 T'_{d0} ，所以 $a_3 > 0$ 的稳定条件在 $\delta > 90^\circ$ 的一定范围内仍然成立，说明加装励磁调节器后稳定极限角可扩展到大于 90° ，一般能达到 110° 左右，扩大了稳定运行的范围。

另外，励磁调节器扩大稳定运行范围的程度与时间常数 T_e 有关，在 $\delta > 90^\circ$ 时， T_e 越小，则 $a_3 > 0$ 的稳定条件就越容易满足，即系统稳定范围越大。如果采用快速励磁系统，则可以认为 $T_e = 0$ ，则 $a_3 > 0$ 的稳定条件变为 $K_1 > 0$ ，即 $S_{E_q} > 0$ 。

$$(2) a_4 = \omega_0 K_1 / K_3 + \omega_0 K_1 K_e K_6 - \omega_0 K_2 K_4 - \omega_0 K_2 K_e K_5$$

根据上述稳定条件，可得

$$K_e > K_{e,\min} = - \frac{K_1/K_3 - K_2 K_4}{K_1 K_6 - K_2 K_5} \quad (5-39)$$

即励磁调节器的放大倍数不能低于 $K_{e,\min}$ ，否则 $a_4 > 0$ 的条件不能满足，劳斯阵列第一列最后一项为负，系统将非周期地失去稳定。从物理意义上讲，励磁调节器放大倍数过低说明励磁调节器的作用发挥不足，此时系统失去稳定的形式与无励磁调节时相同，是非周期的。

$$(3) a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0$$

根据上述稳定条件，并考虑到 $S_{E_q} = K_1 - K_2 K_3 K_4$ ， $T'_d = K_3 T'_{d0} = T'_{d0} x'_{d\Sigma} / x_{d\Sigma}$ ，可得

$$K_e < K_{e,\max} = - \frac{K_4}{K_5} \frac{1 + \frac{\omega_0 T_e^2}{T_J (T'_d + T_e)} (T'_d S_{E_q} + T_e S_{E_q})}{1 + \frac{T_e}{T'_d} \left(1 - \frac{K_3 K_4 K_5}{K_5} \right)} \quad (5-40)$$

通常，为了使发电机端电压波动不大，要求励磁调节器放大倍数整定得大些。同时，励磁调节器的放大系数整定值越大，维持发电机端电压的能力就越强，输电系统的功率极限也越大。然而式 (5-40) 却限制采用较大的放大系数，或者放大系数整定得大些，但只允许运行在较小的功角下，从而限制了输送功率。

如果 $K_e > K_{e,\max}$ ，将使劳斯阵列第一列的倒数第二项为负，系统将周期性地失去稳定（系统发生低频振荡），失去稳定的形式与无励磁调节器的情况不同。进一步分析可知， $K_e > K_{e,\max}$ 时发电机电磁功率中会出现负的阻尼功率，这一负的阻尼功率将诱发系统产生增幅振荡，从而使系统失去稳定。

总之，比例式励磁调节器可以提高静态稳定性，即扩大了稳定范围（功角极限大于 90° ）以及增大了功率极限，但励磁调节器放大倍数是一个需要特别注意的问题。

二、电力系统稳定器

针对比例式励磁调节器容易产生低频振荡失稳而不能提高放大倍数的情况，人们自然会

考虑到如何引入能产生正阻尼功率的调节信号,以抵消励磁调节器放大倍数过大时产生的负阻尼。现在广泛应用的电力系统稳定器(PSS),即将 $\Delta\omega$ 也作为励磁调节器的输入信号,并经过适当的相位补偿环节,使发电机产生正阻尼功率。

加装了电力系统稳定器后,励磁调节器的放大倍数可以大大提高,以致有可能保持发电机的端电压恒定,稳定极限达到 P_{UG} 功率特性的最大值。

三、调节励磁对静态稳定影响的综述

不同励磁调节方式的稳定极限如图5-9所示。

1) 无励磁调节时,系统静态稳定极限由 S_{E_q} 确定,它与 P_{E_q} 的功率极限一致,为图5-9中的a点。

2) 当发电机装有按某运行参数偏移量调节的比例式励磁调节器时,如果放大倍数选择合适,可以大致保持 $E'_q = E'_{q101} = \text{常数}$,静态稳定极限由 $S_{E_q} = 0$ 确定,它与 P'_{E_q} 的功率极限一致,即图5-9中的b点。

3) 当发电机装有按两个运行参数偏移量调节的比例式励磁调节器,例如带电压校正器的复式励磁装置时,如电流放大倍数合适,其稳定极限同样可与 $S_{E'_q} = 0$ 对应,同时电压校正器也可使发电机端电压大致保持恒定,则稳定极限运行点为图5-9中的c点。

4) 在装有电力系统稳定器情况下,系统稳定极限运行点可达图5-9中的d点,即 P_{UG} 的最大功率,对应 $S_{UG} = 0$ 。

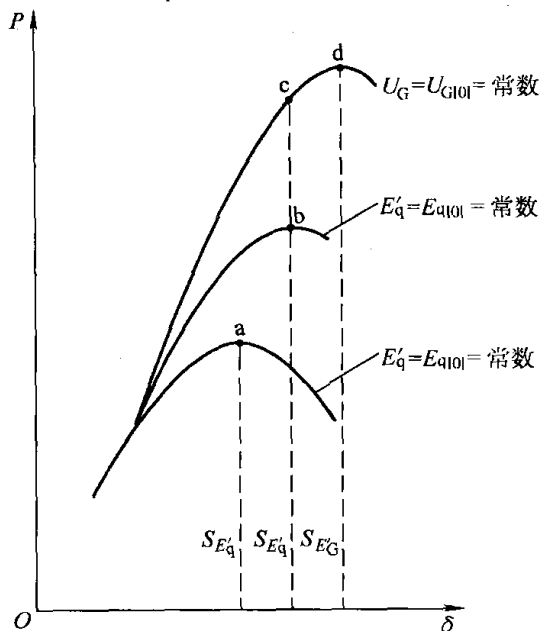


图5-9 不同励磁调节方式的稳定极限

第四节 实际电力系统的静态稳定性分析

实际电力系统都是含多台发电机的复杂系统,虽然前面以简单电力系统为例所得出的有关静态稳定的概念,在性质上都能适用于复杂电力系统,但是,有些则无法得出量值(如稳定极限)。本节将简要地介绍实际电力系统静态稳定性分析计算的一些基本概念。

一、小干扰法在复杂电力系统中的应用

应用小干扰法分析复杂电力系统静态稳定性时,需要建立电力系统各部分的数学模型,然后应用小干扰法分析系统的静态稳定情况。对于静态稳定性的分析,发电机及其控制系统(励磁控制系统、原动机控制系统)的数学模型用微分方程来描述,直流输电及其控制系统、静止补偿器(SVC)、可控串联补偿器(TCSC)等系统或元件的数学模型也用微分方程来描述,网络及负荷的数学模型一般采用代数方程来描述。对于静态稳定性的分析,可以采用线性化的处理方法,所以,用于静态稳定性分析的复杂系统数学模型是一组线性微分代数方程。小干扰法的核心是计算微分方程的特征值。对于复杂电力系统,特征值计算一般采用

数值迭代方法，具体处理方式有两种：一种是消去数学模型（微分代数方程）中的代数方程，形成系统状态矩阵，然后计算状态矩阵的特征值；另一种是微分方程和代数方程交替进行迭代，最后求出系统的特征值。对于前者，特征值计算的基本步骤如下：

- 1) 列写电力系统各元件的微分方程以及联系各元件间关系的代数方程（如网络方程）。
- 2) 分别对微分方程和代数方程线性化。
- 3) 消去方程中的非状态变量，求出线性化状态方程及矩阵 A 。
- 4) 进行给定运行情况的潮流计算，确定 A 矩阵各元素的值。
- 5) 计算 A 矩阵的特征值，根据小干扰法判断系统的稳定性。

目前，电力系统特征值计算已推出了不少商品化的软件，这些软件除了计算特征值的基本功能外，往往还具有灵敏度分析、控制器（如电力系统稳定器）参数设计等功能。

二、小干扰法应用中需注意的问题

在小干扰法的应用中还需注意处理如下的一些问题和概念。

（一）复杂电力系统静态稳定的判别法

对复杂电力系统，无法再导出反映特征值性质的用运行参数表示的简单稳定性判断条件，也不能求出稳定极限功率，而只能由给定的运行方式，确定 A 矩阵的元素值，然后借助于计算机，求出全部的特征值，或者对间接判断特征值性质的判据（如劳斯判据等）进行计算，从而判断系统在给定的运行方式下是否具有静态稳定性。但是，由于不能从理论上求出稳定极限功率，因而不能确定所给定运行方式的稳定程度之高低。

应该指出，当所有特征值实部为负值时，系统是稳定的。特征值实部绝对值的大小，仅说明系统受扰动后自由振荡衰减的速度，表征系统在给定运行条件下的阻尼情况，它也不能反映稳定程度的高低。

（二）关于参考轴的选择

进行多机系统静态稳定性分析时，有两种参考轴的选取方式：一是以发电机转子相对于同步旋转轴的角度和相对于同步转速的转速，即以绝对角 $\Delta\delta_i$ 和绝对速度 $\Delta\omega_i$ 作为变量；二是以某一发电机的转子角度和转子转速为参考，即以相对角 $\Delta\delta_{ij}$ 和相对速度 $\Delta\omega_{ij}$ 作为变量。

在多机电力系统静态稳定分析中，如果以绝对角和绝对速度作变量来列写转子运动方程，则状态方程的系数矩阵 A 将会出现零特征值。

以两机电力系统为例，计及与发电机绝对速度成比例的阻尼作用后，用绝对角和绝对速度作变量的线性化状态方程为

$$\begin{pmatrix} \frac{d\Delta\delta_1}{dt} \\ \frac{d\Delta\omega_1}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta_2}{dt} \\ \frac{d\Delta\omega_2}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\omega_N}{T_{J1}}S_{e1} & -\frac{\omega_N}{T_{J1}}D_1 & \frac{\omega_N}{T_{J1}}S_{e1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\omega_N}{T_{J2}}S_{e2} & 0 & \frac{\omega_N}{T_{J2}}S_{e2} & -\frac{\omega_N}{T_{J2}}D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta_1 \\ \Delta\omega_1 \\ \Delta\delta_2 \\ \Delta\omega_2 \end{pmatrix} \quad (5-41)$$

式中

$$S_{e1} = \left. \frac{dP_{e1}}{d\delta_{12}} \right|_{\delta_{12}=\delta_{120}}, \quad S_{e2} = \left. \frac{dP_{e2}}{d\delta_{12}} \right|_{\delta_{12}=\delta_{120}}$$

其特征方程 $\det[A - pI] = 0$ 为

$$p \left[p^3 + \omega_N \left(\frac{D_1}{T_{J1}} + \frac{D_2}{T_{J2}} \right) p^2 + \omega_N \left(\frac{S_{e1}}{T_{J1}} - \frac{S_{e2}}{T_{J2}} + \frac{\omega_N D_1 D_2}{T_{J1} T_{J2}} \right) p + \frac{\omega_N^2}{T_{J1} T_{J2}} (S_{e1} D_2 - S_{e2} D_1) \right] = 0 \quad (5-42)$$

显然, 式 (5-42) 有一个零特征值。

现在, 若选发电机 2 的转子角度作为功角的参考, 即以相对角 $\Delta\delta_{12}$ 及原来的 $\Delta\omega_1$ 和 $\Delta\omega_2$ 作为变量, 变换后的状态方程将降低一阶, 其特征方程即是式 (5-42) 中消去零根以后的三阶方程。如果再将与绝对速度成比例的阻尼作用略去不计, 即令 $D_1 = D_2 = 0$, 则特征方程将简化为

$$p \left[p^2 + \omega_N \left(\frac{S_{e1}}{T_{J1}} - \frac{S_{e2}}{T_{J2}} \right) \right] = 0 \quad (5-43)$$

可见, 又出现了一个零特征值。

如果速度也选发电机 2 的转子转速作为参考, 即以相对角 $\Delta\delta_{12}$ 和相对速度 $\Delta\omega_{12}$ 作变量, 状态方程又可降低一阶, 其特征方程为

$$p^2 + \omega_N \left(\frac{S_{e1}}{T_{J1}} - \frac{S_{e2}}{T_{J2}} \right) = 0 \quad (5-44)$$

两个特征值为

$$p_{1,2} = \pm j \sqrt{\omega_N \left(\frac{S_{e1}}{T_{J1}} - \frac{S_{e2}}{T_{J2}} \right)} \quad (5-45)$$

由此可以得到两机电力系统保持静态稳定的条件为

$$\frac{S_{e1}}{T_{J1}} - \frac{S_{e2}}{T_{J2}} > 0 \quad (5-46)$$

从以上的分析可以看到, 零特征值的出现, 一个原因是采用了绝对角作变量; 另一个原因是忽略了与转速成比例的阻尼项而采用绝对速度作变量。应该指出, 即使计及转子绕组的电磁阻尼效应, 但因它不是以比例于绝对速度的形式出现在方程中, 所以也不能清除由于用绝对速度作变量所引起的零特征值。

零特征值意味着自由运动的解 $\Delta\omega_1$ 、 $\Delta\delta_1$ 、 $\Delta\omega_2$ 和 $\Delta\delta_2$ 可能有常数项。当系统保持静态稳定时, 相对速度 $\Delta\omega_{12} = 0$, 但系统受扰后可能偏离同步转速。若存在比例于绝对速度的阻尼项, 则它可以使所有发电机都恢复到同步转速。

第五节 提高系统静态稳定性的措施

电力系统静态稳定性的基本性质说明, 发电机可能输送的功率极限越高则静态稳定性越高。以单机对无限大系统的情形来看, 减少发电机与系统之间的联系电抗就可以增加发电机的功率极限, 联系紧密的系统显然是不容易失去静态稳定的, 当然, 这种系统的短路电流较大。

加强电气联系, 即缩短“电气距离”, 也就是减小各元件的阻抗, 主要是电抗。以下介

绍的几种提高静态稳定性的措施，都是直接或间接地减小电抗的措施。

一、采用自动调节励磁装置

在分析单机对无限大系统的静态稳定性时曾经指出，当发电机装设比例式励磁调节器时，发电机具有 E'_q (或 E') 为常数的功率特性，这也就相当于将发电机的电抗从同步电抗 x_d 减小为暂态电抗 x'_d 。如果发电机配备电力系统稳定器可以维持发电机端电压为常数，这就相当于将发电机的电抗减小为零。因此，发电机装设先进的励磁调节器就相当于缩短了发电机与系统间的电气距离，从而提高了静态稳定性。因为励磁调节器在总投资中所占的比重很小，所以在各种提高静态稳定性的措施中，安装自动励磁调节器总是优先考虑的。

二、减小元件的电抗

发电机之间的联系电抗总是由发电机、变压器和线路的电抗所组成。这里有实际意义的是减少线路电抗，具体做法有下列几种。

(一) 采用分裂导线

高压输电线路采用分裂导线的主要目的是为了避免电晕，同时，分裂导线可以减小线路电抗。

例如，对于 500kV 的线路，采用单根导线时电抗大约为 $0.42\Omega/\text{km}$ ；采用两根分裂导线时约为 $0.32\Omega/\text{km}$ ；采用三根分裂导线时电抗约为 $0.30\Omega/\text{km}$ ；采用四根时约为 $0.29\Omega/\text{km}$ 。

(二) 采用串联电容补偿

在较高电压等级的输电线路路上装设串联电容以补偿线路电抗，可以提高该线路传输功率的能力以及系统的稳定性。特别是若采用可控串联补偿 (TCSC)，串联电容的等效电抗是可变的，则进一步提升了串联电容补偿的效果。此外，TCSC 控制系统引入附加阻尼控制环节后，可改善系统的阻尼状况，有利于抑制低频振荡。

一般说，串联电容补偿度 $K_c (= x_c/x_L)$ 越大，线路等效电抗越小，对提高稳定性越有利。但 K_c 的增大要受到很多条件的限制。首先是短路电流不能过大。当补偿度过大时，在装在离电源较近的高压输电线路上的电容器后短路的情况下，电容器的容抗可能大于变压器和电容器前面输电线路的电抗之和。这时，短路电流就会大于发电机端短路时的短路电流，这显然是不合适的。而且，短路电流还可能呈容性。这时电流、电压相位关系的紊乱将引起某些保护装置的误动作。

此外，补偿度过大还可能有其他问题，例如自励磁现象。若发电机外部电抗呈现容性，电枢反应可能起助磁作用，使发电机的励磁电流和电压无法控制地上升，直至发电机转子磁路饱和为止。

三、提高线路标称电压等级

功率极限和电压的平方成正比，因而提高线路额定电压等级可以提高功率极限。提高线路额定电压等级也可以等效地看作是减小线路电抗。当用统一的基准值计算各元件电抗的标么值时，发电机的电抗为

$$x_{G*(B)} = x_{G*(N)} \frac{S_B}{S_{NG}}$$

变压器电抗为

$$x_{T* (B)} = \frac{U_s \%}{100} \frac{S_B}{S_{NT}}$$

线路电抗为

$$x_{L* (B)} = x_l \frac{S_B}{U_{NL}^2}$$

式中 U_{NL} ——线路的额定电压。

由此可见，线路电抗标么值与其电压平方成反比。

当然，提高线路额定电压必须加强线路的绝缘、加大杆塔的尺寸并增加变电所的投资。因此，一定的输送功率和输送距离对应一个经济上合理的线路额定电压等级。

四、改善系统的结构和采用中间补偿设备

(一) 改善系统的结构

有多种方法可以改善系统的结构，加强系统的联系，例如增加输电线路的回路数。另外，当输电线路通过的地区原来就有电力系统时，将这些中间电力系统与输电线路连接起来也是有利的。这样可以使长距离的输电线路中间点的电压得到维持，相当于将输电线路分成两段，缩小了“电气距离”。而且，中间系统还可与输电线路交换有功功率，起到互为备用的作用。

(二) 采用中间补偿设备

如果在输电线路中间的降压变电所内装设静止补偿器 (SVC)，则可以维持静止补偿器 (SVC) 端点电压甚至高压母线电压恒定。这样，输电线路也就等效地分为两段，功率极限得到提高。

以上提高静态稳定的措施均是从减小电抗这一点着眼，在正常运行中提高发电机的电动势和电网运行电压也可以提高功率极限。为使电网具有较高的电压水平，必须在系统中设置足够的无功功率电源。

思考题与习题

5-1 电力系统静态稳定的实用判据是什么？什么是电力系统静态稳定储备系数？

5-2 提高电力系统静态稳定性的措施有哪些？理论根据是什么？

5-3 对于图 4-1a 所示的电力系统，如果发电机为隐极机，其有关参数（标么值）如下：

$$x_d = 1.2, x'_d = 0.4, x_T = 0.12, x_l = 0.38, U_G = 1.0, P_0 = 0.8, Q_0 = 0.2$$

计算当 E_q 、 E' 、 U_G 为常数时的静态稳定功率极限和静态稳定储备系数。

5-4 如果系统特征方程如下，判断系统的稳定性如何？

$$(1) p^3 + 5p^2 + 3p + 12 = 0$$

$$(2) p^3 + 2p^2 + 2p + 6 = 0$$

$$(3) 4p^3 + 3p^2 + 2p + 3 = 0$$

5-5 在简单系统中，若发电机按电压偏差调节的比例式励磁调节器的放大倍数 K_e 为零，试推导系统的静态稳定判据。

第六章 电力系统的暂态稳定性

本章主要论述系统受大扰动后发电机转子相对运动的物理过程、暂态稳定的基本算法以及暂态稳定判据，同时，介绍暂态稳定性计算中的发电机自动励磁调节器、调速器以及负荷等的数学模型。

第一节 电力系统的暂态稳定性概述

一、电力系统机电暂态过程的特点

电力系统暂态稳定性问题是指电力系统在某个运行方式下受到较大的扰动之后各发电机间能否继续保持同步运行的问题。引起电力系统大扰动的原因主要有以下几种：

- 1) 负荷的突然变化，如投入或切除大容量的用户等。
- 2) 切除或投入系统的主要元件，如发电机、变压器及线路等。
- 3) 发生短路或断线故障。

其中短路故障的扰动最为严重，常以此作为检验系统是否具有暂态稳定性的条件。

当电力系统在某个运行方式下受到某种大的扰动时，表征系统运行状态的各种电磁参数都在发生急剧的变化。但是，由于原动机调速器具有较大的惯性，它必须经过一定时间后才能改变原动机的功率。这样，发电机的电磁功率与原动机的机械功率之间便失去了平衡，产生了不平衡转矩。在不平衡转矩作用下，发电机开始改变转速，使各发电机转子间的相对位置发生变化（机械运动）。发电机转子相对位置，即相对角的变化，反过来又影响电力系统中电流、电压和发电机电磁功率的变化。如果经过一段时间的振荡后，系统能在一个新的平衡点稳定运行，则称系统在这种运行方式下能承受该种大扰动，也即是暂态稳定的。反之，如系统在受到某种大的扰动后各发电机间不能继续保持同步运行，则称系统在这种运行方式下不能承受该种大扰动，也即是暂态不稳定的。可见，一个系统的暂态稳定性是同系统的运行方式以及大干扰的类型有关的。因此，在分析系统暂态稳定性时，必须根据系统的实际情况定出系统的初始运行方式，并确定干扰类型。我国现行的《电力系统安全稳定导则》规定我国电力系统必须能承受的扰动方式为三相短路故障。

由大扰动引起的电力系统暂态过程，是一个电磁暂态过程和发电机转子间机械暂态过程交织在一起的复杂过程。如果计及原动机调速器、发电机励磁调节器等调节设备的动态过程，则暂态过程将更加复杂。

精确地确定所有电磁参数和机械运动参数在暂态过程中的变化是困难的，对于解决一般的工程实际问题也是不必要的。通常，暂态稳定分析计算的目的在于确定系统在给定的大扰动下发电机能否继续保持同步运行。因此，只需研究表征发电机是否同步的转子运动特性，即功角 δ 随时间变化特性便可以了。据此，应找出暂态过程中对转子机械运动起主要影响的因素，在分析计算中加以考虑，而对于影响不大的因素，则予以忽略或作近似考虑。

二、暂态稳定性分析的基本假设

(一) 忽略发电机定子电流的非周期分量和与它相对应的转子电流的周期分量

在大扰动，特别是发生短路故障时，定子非周期分量电流将在定子回路电阻中产生有功损耗，增加发电机转轴上的电磁功率，在某些情况下（在发电机空载或轻载时），附加了非周期分量电流的损耗后，可能使发电机的电磁功率大于原动机功率，从而使发电机产生减速运动。然而，一方面由于定子非周期分量电流衰减时间常数很小，一般为百分之几秒，另一方面，定子非周期分量电流产生的磁场在空间是静止不动的，它与转子绕组直流（包括自由电流）所产生的转矩以同步频率作周期变化，其平均值很小，由于转子机械惯性较大，因而对转子整体相对运动影响很小。

采用这个假设之后，发电机定、转子绕组的电流、系统的电压及发电机的电磁功率等，在大扰动的瞬间均可以突变，如图 6-1 所示。同时，这一假定也意味着忽略电力网络各元件的电磁暂态过程。

(二) 不计零序和负序电流对转子运动的影响

对于零序电流来说，一方面，由于连接发电机的升压变压器绝大多数采用三角形—星形联结，发电机都接在三角形侧，如果故障发生在高压网络，则零序电流并不通过发电机；另一方面，即使发电机流通零序电流，由于定子三相绕组在空间对称分布，零序电流产生的合成气隙磁场为零，对转子运动也没有影响。

负序电流在气隙中产生的合成电枢反应磁场，其旋转方向与转子旋转方向相反。它与转子绕组直流电流相互作用所产生的转矩，是以近二倍同步频率交变的转矩，其平均值接近于零，对转子运动的总趋势影响很小。加之转子机械惯性较大，所以，对转子运动的瞬时速度的影响也不大。

不计零序和负序电流的影响，就大大简化了不对称故障时暂态稳定的计算。此时，发电机输出的电磁功率，仅由正序分量确定。不对称故障时网络中正序分量的计算，可以应用正序等效定则和复合序网。故障时确定正序分量的等效电路与正常运行时的等效电路的不同之处，仅在于故障处接入由故障类型确定的故障附加阻抗 Z_{Δ} ，如图 6-2 所示。

应该指出，由于 Z_{Δ} 与负序及零序参数有关，故障时正序电流、电压及功率，除与正序参数有关外，也与负序及零序参数有关。所以，网络的负序及零序参数，也影响系统的暂态稳定性。

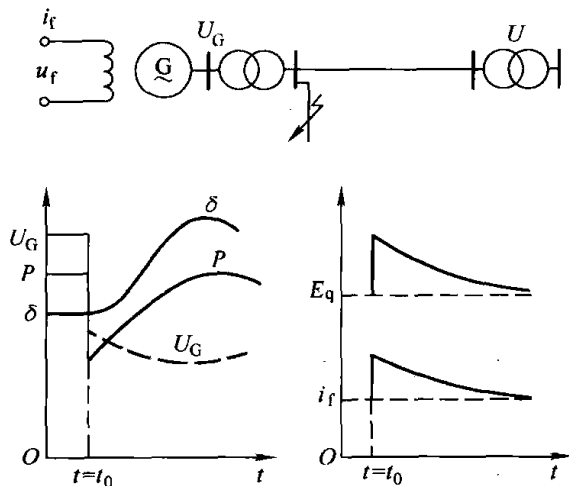


图 6-1 运行情况突变（短路）时各变量的变化

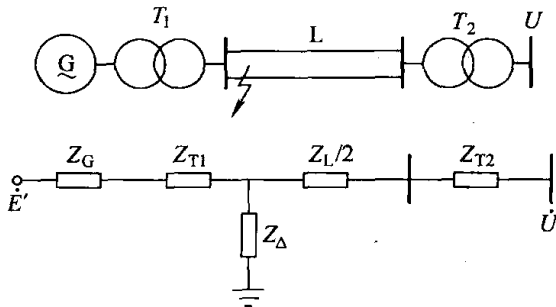


图 6-2 短路时系统的等效电路

(三) 忽略暂态过程中发电机的附加损耗

这些附加损耗对转子的加速运动有一定的制动作用，但其数值不大。忽略它们使计算结果略偏保守。

(四) 不考虑频率变化对系统参数的影响

在一般暂态过程中，发电机的转速偏离同步转速不多，可以不考虑频率变化对系统参数的影响，各元件参数值都按额定频率计算。

三、近似计算中的简化

除了上述基本假设之外，根据所研究问题的性质和对计算精度要求的不同，有时还可作一些简化规定。下面是一般暂态稳定分析中常使用的简化。

(一) 对发电机采用简化的数学模型

根据磁链守恒原理，在大扰动瞬间，转子闭合绕组将产生自由电流。由于忽略了定子非周期分量电流，转子闭合绕组的自由电流只有直流分量。

由于阻尼绕组的时间常数很小，只有百分之几秒，自由电流迅速衰减，所以可以不计阻尼绕组的作用，即假定阻尼绕组是开路的。

在大扰动瞬间，励磁绕组总磁链守恒，与此磁链成比例的计算用电动势 E'_q 也不变。在暂态过程中，随着励磁绕组自由分量的衰减， E'_q 也将减小。但是，励磁绕组自由直流电流的衰减时间常数 T'_d 较大，为秒数量级；而且，发电机的自动调节励磁系统在发生短路后要强行励磁，因此，励磁绕组中自由直流电流的衰减，将为强行励磁所致的电流增量所补偿。这样，可以近似地认为在暂态过程中 E'_q 一直保持恒定。

发电机纵轴等效电路用 E'_q 、 X'_d 表示，横轴用 X'_q 表示。对于简单电力系统，发电机的电磁功率由式 $P = f(E'_q, \delta)$ 确定。

由于 E' 与 E'_q 差别不大，在实用计算中，进一步假定 E' 恒定不变。发电机的模型简化为用 E' 和 X'_d 表示。对于简单系统，发电机的电磁功率用式 $P = f(E', \delta')$ 计算。必须注意， E' 、 δ' 与 E'_q 、 δ 是有区别的，特别是 δ' ，它已不代表发电机转子间的相对空间位置了。但暂态过程中， E' 和 E'_q 、 δ' 和 δ 的变化规律相似。多数情况下，近似计算能获得与实验很相近的结果，它可以正确判断系统是否稳定。只是当系统处于稳定边界附近时，不管是用 $E'_q = \text{常数}$ 还是用 $E' = \text{常数}$ 的近似计算，都可能得出不正确的结论。为书写简化，今后在采用 E' 和 X'_d 的模型时，将省去 E' 、 δ' 的上标一撇，省去 P_E 的下标 E' ，仅用 E 、 δ 、 P 表示，但注意不要忘记它们的含义。

(二) 不考虑原动机调速器的作用

由于原动机调速器一般要在发电机转速变化之后才能起调节作用，加上其本身惯性较大，所以，在一般短过程的暂态稳定计算中，假定原动机输出功率恒定。

第二节 简单电力系统暂态稳定性分析

假设图 6-2 所示简单电力系统在输电线路的始端发生短路，下面分析其暂态稳定性。

一、大扰动后系统的物理过程

系统在各种运行情况下的等效电路如图 6-3 所示。转子相对运动及面积定则如图 6-4 所

示。

系统正常运行情况下的等效电路如图 6-3a 所示（接线见图 6-2）。系统总电抗

$$X_I = X'_d + X_{T1} + \frac{1}{2}X_L + X_{T2}$$

根据给定的运行条件，可以算出短路前暂态电抗 X'_d 后的电动势 E' 值。正常运行时的功率特性为

$$P_I = \frac{E'U}{X_I} \sin\delta = P_{mI} \sin\delta \quad (6-1)$$

发生短路时根据正序等效定则，应在正常等效电路中的短路点接入短路附加电抗 X_Δ ，如图 6-3b 所示。此时，发电机与系统间的转移电抗

$$X_{II} = X_I + \frac{(X'_d + X_{T1}) \left(\frac{1}{2}X_L + X_{T2} \right)}{X_\Delta}$$

发电机的功率特性为

$$P_{II} = \frac{E'U}{X_{II}} \sin\delta = P_{mII} \sin\delta \quad (6-2)$$

因为 $X_{II} > X_I$ ，短路时的功率特性比正常运行时的要低，如图 6-4 所示。

故障线路切除后，系统总电抗

$$X_{III} = X'_d + X_{T1} + X_L + X_{T2}$$

此时的功率特性为

$$P_{III} = \frac{E'U}{X_{III}} \sin\delta = P_{mIII} \sin\delta \quad (6-3)$$

一般情况下， $X_I < X_{III} < X_{II}$ ，因此 P_{III} 介于 P_I 和 P_{II} 之间（见图 6-4）。

正常运行情况下，若原动机输入功率为 $P_T = P_0$ （在图 6-4 中用一横线表示），发电机的运行点为点 a，对应的功角为 δ_0 。

短路瞬间，发电机的运行点应在短路时的功率特性 P_{II} 上。由于转子具有惯性，功角不能突变，发电机输出的电磁功率（即工作点）应由 P_{II} 上对应于 δ_0 的点 b 确定，设其值为 $P_{(0)}$ 。这时原动机的功率 P_T 仍保持不变，于是出现了不平衡功率 $\Delta P_a = P_T - P_e = P_0 - P_{(0)} > 0$ 。

在正的不平衡功率作用下，发电机加速，使其相对速度 $\Delta\omega = \omega - \omega_N > 0$ ，于是功角 δ 增大。发电机的运行点沿着 P_{II} 由 b 向 c 移动。在变动过程中，随着 δ 的增大，发电机的电磁功率增大，不平衡功率减小，但不平衡功率仍是正的，所以， $\Delta\omega$ 不断增大，如图 6-4 所示。

设在功角为 δ_c 时，故障线路被切除，在切除瞬间，由于功角不能突变，发电机的运行点便转移到 P_{III} 上对应于 δ_c 的点 d。此时，发电机的电磁功率大于原动机的功率，不平衡功率 $\Delta P_a = P_T - P_e < 0$ 为负。在负的不平衡功率作用下，发电机转速开始降低，相对速度 $\Delta\omega$ 开始减小，但由于惯性的作用，它仍大于零，因此功角 δ 继续增大，运行点将沿 P_{III} 由 d 向 f 变动。发电机则一直受到减速作用而不断减速。

如果到达点 f 时，发电机恢复到同步转速，即 $\Delta\omega = 0$ ，则功角 δ 抵达它的最大值 δ_{max} 。

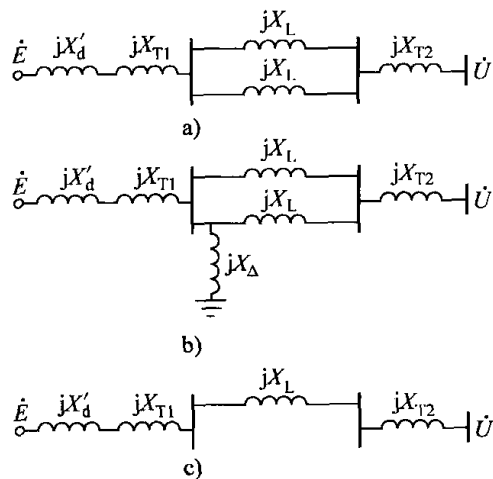


图 6-3 各种运行情况下的等效电路

a) 正常运行情况 b) 短路持续期间
c) 故障线路切除后

此时发电机恢复了同步，但由于功率平衡尚未恢复，所以不能稳定地运行在点 f。发电机在负的不平衡转矩作用下，转速继续下降而低于同步转速，相对速度改变符号，即 $\Delta\omega < 0$ ，于是功角 δ 开始减小，发电机运行点将沿 P_{III} 由点 f 向点 d、s 变动。

在到达点 s 时，虽然不平衡功率 $\Delta P_a = P_T - P_e = 0$ ，但由于 $\Delta\omega < 0$ ，在惯性作用下，功角 δ 继续减小，发电机运行点将冲过点 s 继续向前。此时 ΔP_a 又大于 0，使转子加速，当 $\Delta\omega = 0$ 时，功角 δ 达到最小值 $\delta_{\min}$ （图 6-4h 点）。然后在 $\Delta P_a > 0$ 的作用下， $\Delta\omega > 0$ ，功角 δ 增加。如果不计能量损失，运行点将沿 P_{III} 曲线在点 f 和点 h 之间来回变动，与此相对应，功角 δ 将在 $\delta_{\max}$ 和 $\delta_{\min}$ 之间变动（见图 6-4 中的虚线）。考虑到过程中的能量损失，振荡将逐渐衰减，最后在点 s 稳定运行。即系统在上述大扰动下保持了暂态稳定性。

如果故障切除较晚，发电机的运行点转移到 P_{III} 后，当功角 δ 到达点 f 时，发电机的 $\Delta\omega > 0$ ，因此功角 δ 继续增大，如果到达 s' 点时，仍有 $\Delta\omega > 0$ ，则发电机的运行点将越过 s' 点，这时候不平衡功率 $\Delta P_a = P_T - P_e > 0$ ，发电机在此 ΔP_a 的作用下将加速， $\Delta\omega > 0$ 将越来越大，不可能恢复到同步转速。此时发电机将失步，也即系统在此大扰动下失去了暂态稳定性。

二、等面积定则

不考虑振荡中的能量损耗时，可以在功—角特性曲线上根据等面积定则简便地确定最大摇摆角 $\delta_{\max}$ ，并判断系统稳定性。下面证明，在功角由 δ_0 变到 δ_c 的过程中，原动机输入的大于发电机输出的多余能量将以动能的形式储存在转子中而使发电机的转速升高；而功角由 δ_c 变到 $\delta_{\max}$ 时，原动机输入的小于发电机输出的能量将由发电机转速降低而释放的动能转化为电磁能来平衡。

转子由 δ_0 向 δ_c 移动时，发电机的转子运动方程为

$$\frac{T_J}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_T - P_{\text{II}}$$

由于

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\delta}{dt} \right) = \frac{d\dot{\delta}}{dt} = \frac{d\dot{\delta}}{dt} \frac{d\delta}{d\delta} = \dot{\delta} \frac{d\dot{\delta}}{d\delta}$$

代入转子运动方程

$$\frac{T_J}{\omega_0} \dot{\delta} d\dot{\delta} = (P_T - P_{\text{II}}) d\delta$$

两边积分

$$\int_{\dot{\delta}_0}^{\dot{\delta}_c} \frac{T_J}{\omega_0} \dot{\delta} d\dot{\delta} = \frac{1}{2} \frac{T_J}{\omega_0} (\dot{\delta}_c^2 - \dot{\delta}_0^2) = \frac{1}{2} \frac{T_J}{\omega_0} \dot{\delta}_c^2 = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_T - P_{\text{II}}) d\delta \quad (6-4)$$

式 (6-4) 左端为转子增加的动能，右端为过剩转矩所作的功。即为图 6-4 中 abce 包围的面积，称为加速面积。

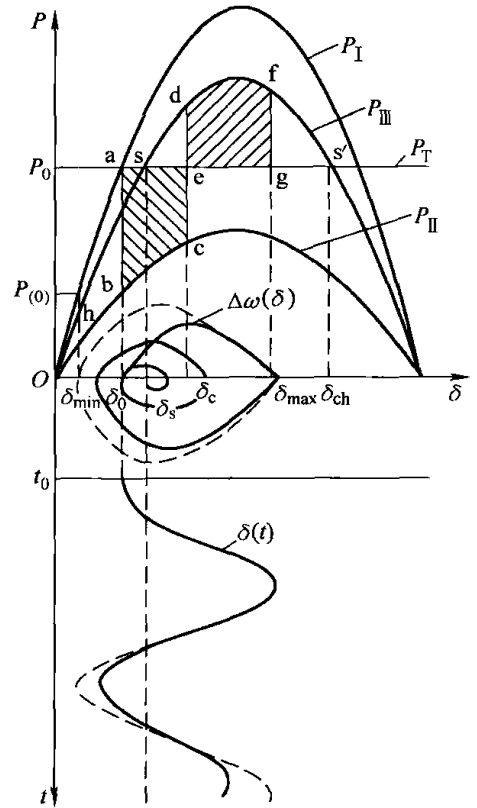


图 6-4 转子相对运动及面积定则

类似地, 当转子由 δ_c 向 $\delta_{\max}$ 移动时, 有

$$-\frac{1}{2} \frac{T_J}{\omega_0} \dot{\delta}_c^2 = \int_{\delta_c}^{\delta_{\max}} (P_T - P_{\text{III}}) d\delta$$

或

$$\frac{1}{2} \frac{T_J}{\omega_0} \dot{\delta}_c^2 = \int_{\delta_c}^{\delta_{\max}} (P_{\text{III}} - P_T) d\delta \quad (6-5)$$

式 (6-5) 左端为转速恢复到同步转速时转子减少的动能, 右端为制动转矩所作的功。即为图 6-4 中 edfg 包围的面积, 称为减速面积。

显然, 当满足

$$\int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_T - P_{\text{II}}) d\delta = \int_{\delta_c}^{\delta_{\max}} (P_{\text{III}} - P_T) d\delta \quad (6-6)$$

的条件时, 动能增量为零, 即短路后得到加速使其转速高于同步转速的发电机重新恢复了同步, $\Delta\omega = 0$ 。根据这个条件, 并考虑到 $P_T = P_0$, 以及将 P_{II} 和 P_{III} 的表达式 (6-2)、式 (6-3) 代入, 便可求得 $\delta_{\max}$ 。式 (6-6) 也可写成

$$|A_{abce}| = |A_{edfg}| \quad (6-7)$$

即加速面积和减速面积大小相等, 这就是等面积定则。同理, 根据等面积定则, 可以确定摇摆的最小角度 $\delta_{\min}$, 即

$$\int_{\delta_s}^{\delta_{\max}} (P_{\text{III}} - P_T) d\delta = \int_{\delta_{\min}}^{\delta_s} (P_T - P_{\text{III}}) d\delta \quad (6-8)$$

由图 6-4 可以看出, 在给定的计算条件下, 当切除角 δ_c 一定时, 有一个最大可能的减速面积 $A_{dfs'e}$ 。如果这块面积的数值比加速面积 A_{abce} 小, 发电机将失去同步。因为在这种情况下, 当功角增至临界角 δ_{cr} 时, 转子在加速过程中所增加的动能未完全耗尽, 发电机转速仍高于同步转速, 功角继续增大而越过点 s' , 过剩功率变成加速性的了, 使发电机继续加速而失去同步。显然, 最大可能的减速面积不小于加速面积, 是保持暂态稳定的条件。

三、极限切除角和极限切除时间

如果对应于某一故障切除角, 最大可能的减速面积与加速面积大小相等, 则系统处于稳定的极限情况, 大于这个角度切除故障, 系统最大可能的减速面积将小于加速面积, 系统失去稳定。这个角度称为极限切除角 δ_{cm} 。

应用等面积定则可以方便地确定 δ_{cm} 。极限切除角如图 6-5 所示。由图可得

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{cm}} (P_0 - P_{\text{mII}} \sin\delta) d\delta + \int_{\delta_{cm}}^{\delta_{ch}} (P_0 - P_{\text{mIII}} \sin\delta) d\delta = 0$$

求出积分并整理后可得极限切除角

$$\delta_{cm} = \arccos \frac{P_0(\delta_{ch} - \delta_0) + P_{\text{mIII}} \cos\delta_{ch} - P_{\text{mII}} \cos\delta_0}{P_{\text{mIII}} - P_{\text{mII}}} \quad (6-9)$$

式 (6-9) 中所有的角度都用弧度表示。临界角 $\delta_{ch} = \pi - \arcsin(P_0/P_{\text{mIII}})$ 。

为了判断系统的暂态稳定性, 还需知道转子抵达极限切除角所用的时间, 即所谓故障的极限切除时间 t_{cm} 。为此, 可以通过求解故障时发电机转子运动方程来确定功角随时间变化的特性 $\delta(t)$, 如图 6-6 所示。当已知继电保护和断路器切除故障的时间 t_c 时, 可以由 $\delta(t)$ 曲线上找出对应的切除角 δ_c 。比较 δ_c 与等面积定则确定的极限切除角 δ_{cm} , 若 $\delta_c < \delta_{cm}$, 系统是暂态稳定的, 反之则不稳定。也可以比较时间, 由等面积定则确定的 δ_{cm} , 在 $\delta(t)$ 上求出

对应的极限切除时间 t_{cm} ，若实际切除时间 $t_c < t_{cm}$ ，系统是暂态稳定的，反之则不稳定。

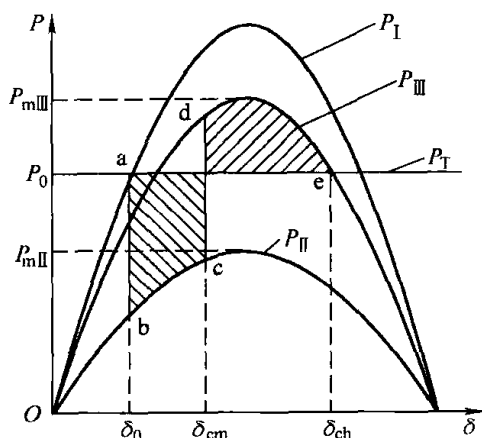


图 6-5 极限切除角

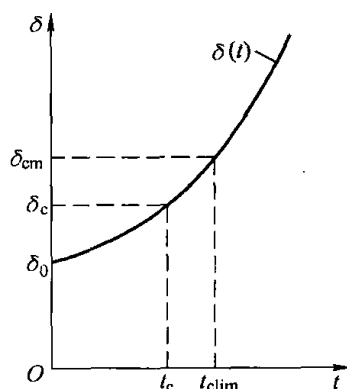


图 6-6 极限切除时间的确定

应用等面积定则，人们可以方便地求出极限切除角从而确定极限切除时间，快速判断系统的稳定性。但等面积定则只能直接应用于单机一无穷大系统或两机系统，多年来，人们一直试图将等面积定则应用于多机系统，经过多年努力，南京电力自动化研究院的薛愚胜院士终于在前人工作的基础上，成功地研究出了可用于多机系统稳定判断的扩展等面积准则 (EEAC)，为快速判断实际电力系统的稳定性作出了突出贡献。

第三节 发电机组转子运动方程的数值解法

为了得到故障时发电机功角随时间变化的特性 $\delta(t)$ ，必须求解发电机转子运动方程。由于发电机转子运动方程是非线性的常微分方程。在一般的情况下不能求得解析解，因此只能用数值方法求近似解。非线性常微分方程的数值解法，是计算数学的研究课题之一，目前已有各种不同精确度的算法。这里以简单电力系统为例，介绍暂态稳定性计算中常用的方法。

从数学角度来看，电力系统暂态稳定性计算要处理的方程可以分成两类，一类是非线性微分方程，如发电机的转子运动方程、发电机励磁绕组的电磁暂态方程等。简写为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \quad (6-10)$$

式中 $\mathbf{f}$ ——非线性微分方程组；

$\mathbf{X}$ ——由微分方程组求解的系统运行变量；

$\mathbf{Y}$ ——由代数方程组求解的系统运行变量。

另一类是代数方程，如发电机定子回路电压方程、电力网络方程等。简写为

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \quad (6-11)$$

式中 $\mathbf{g}$ ——代数方程组。

计算时，对这两类方程组可以联立求解，也可以交替求解。交替求解时，先给定一组变量的值，如设 $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0$ 为给定初值，由式 (6-11) 算出 $\mathbf{Y}$ 值，再把 $\mathbf{Y}$ 值代入式 (6-10)，算出下一时刻的 $\mathbf{X}$ 值，再把 $\mathbf{X}$ 值代入式 (6-11)，算出该时刻的 $\mathbf{Y}$ 值……。持续循环往返，算出各时刻的系统运行变量。联立求解时，先将式 (6-10) 差分化，即将式 (6-10) 改写为差分

方程, 然后与式 (6-11) 联立, 用解非线性代数方程组的方法求出各时刻的 X 、 Y 值。

暂态稳定性数值计算的过程框图如图 6-7 所示。下面, 在讨论用显式积分法进行暂态稳定性计算时, 介绍交替求解方法, 在讨论用隐式积分法进行暂态稳定性计算时, 介绍联立求解方法。

一、显式积分法暂态稳定性计算

早期的暂态稳定性计算的程序大都采用显式数值积分法, 包括欧拉法、改进欧拉法和龙格-库塔法。欧拉法和改进欧拉法由于计算精度较低且数值稳定性差, 通常只适用于当所采用的元件数学模型比较简单而且所要求计算的暂态过程持续时间不长 (一般限于第一摇摆周期) 时的暂态稳定计算。龙格-库塔法的计算精度优于改进欧拉法, 所采用的元件数学模型可以较为详细, 目前仍用于一些暂态稳定性计算程序中。由于改进欧拉法和龙格-库塔法的数值积分过程相似, 为简单和清晰起见, 下面主要针对改进欧拉法进行介绍, 而在适当的地方说明两者的区别。

当只需判断第一摇摆周期的暂态稳定性时, 通常忽略原动机及其调速系统对暂态过程的影响, 认为原动机功率保持不变, 其数值由扰动前的稳

态运行情况决定。对于励磁调节系统的影响, 则近似地用暂态电动势 E'_q 保持恒定来反映, 即认为在第一摇摆周期这一短时间内, 励磁绕组中自由电流的变化由励磁调节系统的作用所补偿, 从而使励磁绕组的磁链 ψ_f 在这段时间内保持不变。相应地, 阻尼绕组的影响将略去不计。因此, 下面采用的数学模型将作相应的简化。但必须指出, 在用龙格-库塔法进行计算时, 通常考虑励磁系统、原动机及调速系统以及发电机阻尼绕组的影响, 对此只需增加相应的方程式和计算过程, 而不会产生很大的困难和问题。

下面根据暂态稳定性数值计算的过程框图对暂态稳定性计算加以介绍。

1) 输入初始数据计算潮流和 $Y_{(0)}$ 。进行暂态稳定性计算之前, 首先要进行潮流计算, 确定系统在扰动前的状态。通过潮流计算, 可得到系统各节点电压、各支路潮流等, 由此可计算出发电机输出的电磁功率等暂态稳定性计算需要的变量初值。

2) 计算状态变量初值 $X_{(0)}$ 。根据潮流计算结果, 还可计算暂态稳定性计算所需状态变量的初值。例如, 根据发电机机端电压和发电机输出的电磁功率及发电机的模型和参数, 可以计算出发电机的电动势 E' 的初值、算出功角的初值 $\delta_{(0)}$ 等。

根据前面的计算结果, 计算出暂态稳定性计算使用的微分方程式和代数方程式的参数和初值。

3) 形成微分方程式和代数方程式。按照前面的简化条件, 这里的微分方程式只有发电机的转子运动方程

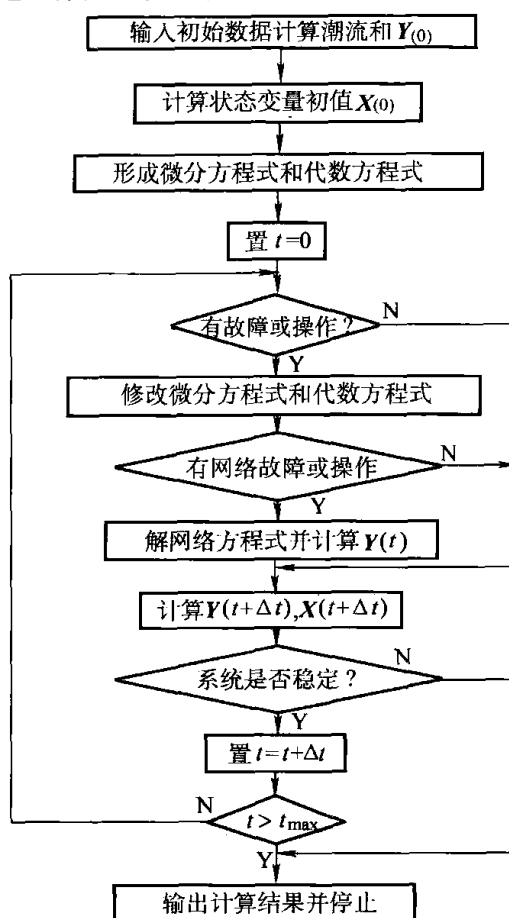


图 6-7 暂态稳定性数值计算的过程框图

$$\left. \begin{aligned} d\delta/dt &= \omega - \omega_N = \Delta\omega \\ d\Delta\omega/dt &= \omega_N(P_T - P_e)/T_J \end{aligned} \right\} \quad (6-12)$$

代数方程式只有发电机输出的电磁功率方程

$$P_e = \frac{E'U}{X'_{d\Sigma}} \sin\delta \quad (6-13)$$

由于假设机械功率保持不变, 因此 $P_T = P_{e(0)}$ 。

4) 置计数单元 $t=0$, 开始暂态稳定计算。

5) 判断该时段是否有故障或操作发生, 如有则对方程作相应的修改。电力系统暂态稳定性计算涉及大扰动, 这包括短路故障和断线故障以及切除线路调整变压器接头和切机、切负荷等操作。当发生这些扰动时, 有可能某些设备的模型或系数要变化, 因此要作相应的修改。例如, 若图 6-2 所示系统的一条线路故障, 则发电机的电动势节点与无穷大系统节点间的转移电抗将从原来的 X_I 变化至 X_{II} , 因此要修改发电机输出电磁功率的方程。

6) 判断该时段在电力网络上是否有故障或操作发生, 如有则重新计算节点电压方程。当电力网络上有故障或操作发生时, 网络的拓扑结构要发生变化, 网络拓扑结构的变化, 将引起某些运行变量的变化, 如节点电压、发电机输出电磁功率等。因此, 在修正节点电压方程后要重新进行计算, 算出在新的网络结构下的各节点电压、线路潮流及发电机输出功率等。例如, 图 6-2 所示系统的一条线路故障时, 发电机输出电磁功率从 P_I 变化至 P_{II} 。

计算时, 如在第 i 时段网络结构发生变化, 造成发电机输出电磁功率从 $P'_{e(i)}$ 变化至 $P''_{e(i)}$, 则在第 i 时段末的电磁功率一般取其平均值

$$P_{e(i)} = (P'_{e(i)} + P''_{e(i)})/2 \quad (6-14)$$

7) 计算运行变量 X 、 Y 。这里介绍用交替求解的方式进行暂态稳定性计算。

暂态稳定性计算的代数方程主要为网络方程, 暂态稳定性计算中求解网络方程的主要目的是为了确定各发电机向电网输送的电磁功率。网络方程一般采用节点电压方程, 但其组成及求解方法与发电机的处理方法以及负荷所采用的数学模型有密切的关系。对于图 6-2 所示单机-无穷大系统, 如发电机采用简化模型, 则发电机输出有功功率可表示为式 (6-13)。该式中 E' 与 U 为常数, $X'_{d\Sigma}$ 在网络结构不变化时也保持为常数不变。在系统暂态过程中, 该式变化的运行量只有 P_e 和 δ , 其中 δ 由微分方程式 (6-12) 求出, 因此, 从代数方程式 (6-13) 求解的运行变量只有 P_e 。

式 (6-12) 中, ω_N 、 T_J 为常数, P_T 按假设也保持不变, 该式变化的运行量只有 P_e 和 δ 、 $\Delta\omega$, P_e 由式 (6-13) 求出, 因此, 解式 (6-12) 时所求的运行变量只有 δ 和 $\Delta\omega$ 。

下面以 $t \sim t + \Delta t$ 的积分时段为例, 说明用改进欧拉法进行交替求解的计算内容和过程。

在时刻 t , 全部状态变量, 包括各发电机的转子角度 $\delta(t)$ 、相对转速 $\Delta\omega(t)$ 是前一个时段的计算结果 ($t=0$ 时为状态变量初值), 对于本时段来说是已知的。

①由 t 时刻各发电机的 $\delta(t)$ 求解式 (6-13), 得发电机输出功率 $P_e(t)$ 。

②按式 (6-12) 计算各状态变量的导数, 即

$$\left. \begin{aligned} d\delta(t)/dt &= \Delta\omega(t) \\ d\Delta\omega(t)/dt &= \omega_N[P_T - P_e(t)]/T_J \end{aligned} \right\} \quad (6-15)$$

③应用欧拉公式计算 $t + \Delta t$ 时刻各状态变量的估计值, 即

$$\left. \begin{aligned} \delta^{(0)}(t + \Delta t) &= \delta(t) + [d\delta(t)/dt] \Delta t \\ \Delta\omega^{(0)}(t + \Delta t) &= \Delta\omega(t) + [d\Delta\omega(t)/dt] \Delta t \end{aligned} \right\}$$

④与第①步相似,将 $\delta^{(0)}(t+\Delta t)$ 代入式(6-13),计算发电机输出功率估计值 $P_e^{(0)}(t+\Delta t)$ 。

⑤计算 $t+\Delta t$ 时刻各状态变量导数的估计值 $d\delta^{(0)}(t+\Delta t)/dt$ 、 $d\Delta\omega^{(0)}(t+\Delta t)/dt$ 。对此,只需在式(6-15)中将 $\Delta\omega(t)$ 、 $P_e(t)$ 分别换成 $t+\Delta t$ 时刻相应的估计值 $\Delta\omega^{(0)}(t+\Delta t)$ 、 $P_e^{(0)}(t+\Delta t)$ 。

⑥最后,求出各状态变量在 $t+\Delta t$ 时刻的校正值,即

$$\left. \begin{aligned} \delta(t+\Delta t) &= \delta(t) + [d\delta(t)/dt + d\delta^{(0)}(t+\Delta t)/dt] \Delta t/2 \\ \Delta\omega(t+\Delta t) &= \Delta\omega(t) + [d\Delta\omega(t)/dt + d\Delta\omega^{(0)}(t+\Delta t)/dt] \Delta t/2 \end{aligned} \right\}$$

在图6-7中对框“计算 $y(t+\Delta t), x(t+\Delta t)$ ”按上述步骤进行计算,便可得出用改进欧拉法计算暂态稳定的程序框图。

仿照改进欧拉法的计算过程,不难得出用龙格-库塔法进行计算的步骤和方法。由于龙格-库塔法在每一步长内的各个中间点上都需要求解网络方程,计算相应的状态变量导数,因而需要大量的计算时间。因此,在一个时段的计算时间要比改进欧拉法长。但由于龙格-库塔法的计算精度高,因而可取较大的步长。在同样计算精度的条件下,龙格-库塔法总的计算量不比改进欧拉法大。

8) 判断系统是否失稳。对于单机-无穷大系统,当功角 $\delta(t) > 180^\circ$ 时,即可判断系统已经失稳。如果在计算过程中, $\delta(t)$ 开始减小,则系统是一摆稳定的。但对于多机系统,判断系统的稳定性则不是太容易,人们现在仍在研究中。

若判断系统已经失稳或稳定,则把计算结果输出,结束计算。若判断不了系统的稳定性,则继续下一时段的计算,直到能判断系统为止,或者是到了指定的计算结束时间。

二、隐式积分法暂态稳定性计算

与显式积分法相比,隐式积分法具有良好的数值稳定性和对刚性微分方程组的适应性,从而可以采用较大的积分步长(可达5周波),并可以模拟时间常数较小的环节。在电力系统暂态稳定性计算中,使用较好的隐式积分法是隐式梯形法。应用隐式梯形法计算暂态稳定的方法,首先由美国邦涅维尔电力局(Bonneville Power Administration, BPA)提出。目前一般认为隐式梯形法是计算暂态稳定性比较理想的方法。BPA开发的程序经过发展和完善,所考虑的元件种类和数学模型已十分详细,并具有很强的功能,我国不少电力部门具有这种程序。

由于隐式积分法具有较好的数据计算特性,因此,用在电力系统暂态稳定性计算时,一般使用较详细的数学模型:对于发电机,采用考虑阻尼绕组时的数学模型,并考虑励磁系统、原动机及其调速系统的影响;对于负荷,考虑其静态和动态特性模型等。

为简便起见,下面介绍隐式积分法时仍采用前述简便模型及假设,同时介绍用联立求解方法进行暂态稳定性计算。

用隐式积分法进行暂态稳定性计算时,要将微分方程差分化,形成差分方程。

重写发电机组的转子运动方程式(6-15),有

$$\left. \begin{aligned} d\delta(t)/dt &= \Delta\omega(t) \\ d\Delta\omega(t)/dt &= \omega_N [P_T - P_e(t)]/T_J \end{aligned} \right\}$$

在时刻 t 的角度 $\delta(t)$ 、相对转速 $\Delta\omega(t)$ 和电磁功率 $P_e(t)$ 已知时,由式(6-15)可得时刻 $(t+\Delta t)$ 的角度为

$$\delta(t + \Delta t) = \delta(t) + \int_t^{t+\Delta t} \Delta\omega(t') dt' \quad (6-16)$$

当 Δt 足够小时, 从 $t \sim (t + \Delta t)$ 之间 $\Delta\omega(t')$ 的变化曲线可近似以直线代替。采用梯形差分公式, 式 (6-16) 可写成

$$\delta(t + \Delta t) = \delta(t) + \Delta t [\Delta\omega(t) + \Delta\omega(t + \Delta t)]/2 \quad (6-17)$$

同样, 可得时刻 $(t + \Delta t)$ 的相对转速为

$$\Delta\omega(t + \Delta t) = \Delta\omega(t) + \frac{\omega_N}{2T_J} \Delta t [P_T - P_e(t) + P_T - P_e(t + \Delta t)] \quad (6-18)$$

将式 (6-18) 代入式 (6-17), 消去变量 $\Delta\omega(t + \Delta t)$, 得

$$\delta(t + \Delta t) = \delta(t) + \Delta\omega(t) \Delta t + \frac{\omega_N}{T_J} \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2 [P_T - P_e(t) + P_T - P_e(t + \Delta t)]$$

$$\text{令 } \alpha_\delta = \frac{\omega_N}{T_J} \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2, \delta_{i_0} = \delta(t) + \Delta\omega(t) \Delta t + \alpha_\delta [P_T - P_e(t)]$$

则上式改为

$$\delta(t + \Delta t) = \alpha_\delta [P_T - P_e(t + \Delta t)] + \delta_{i_0} \quad (6-19)$$

而

$$\Delta\omega(t + \Delta t) = \alpha_\omega \delta(t + \Delta t) + \omega_{i_0} \quad (6-20)$$

式中

$$\alpha_\omega = 2/(\Delta t), \omega_{i_0} = -\alpha_\omega \delta(t) - \omega(t)$$

α_δ 和 α_ω 在 Δt 确定后为一个常数, 这种常数称为差分常数。 δ_{i_0} 和 ω_{i_0} 是一个已知数, 因求取 $t + \Delta t$ 时的功率角时, 该式的所有变量都已知, 从而, 它对式 (6-19) 和式 (6-20) 而言也是一个常数。但这个常数在不同的时段有不同的值。这是后面将差分方程式和代数方程式联立求解时这两种方程式的主要区别。

代数方程式为发电机输出的电磁功率方程

$$P_e(t + \Delta t) = \frac{E'U}{X'_{d\Sigma}} \sin\delta(t + \Delta t) = K_p \sin\delta(t + \Delta t) \quad (6-21)$$

前面已经导出了各元件微分方程式的梯形差分方程, 现在具体介绍它们与代数方程联立求解的方法和过程, 即图 6-7 中框“计算 $y(t + \Delta t), x(t + \Delta t)$ ”的内容。图 6-7 其他框的内容基本上没有太大差异。

对于 $t \sim t + \Delta t$ 的时段, 假定 t 时刻各个变量的取值都已知, 则在本时段暂态过程的计算, 便归结为求解方程式 (6-19) ~ 式 (6-21), 这几个方程重写如下:

$$\delta(t + \Delta t) = \alpha_\delta [P_T - P_e(t + \Delta t)] + \delta_{i_0}$$

$$\Delta\omega(t + \Delta t) = \alpha_\omega \delta(t + \Delta t) + \omega_{i_0}$$

$$P_e(t + \Delta t) = K_p \sin\delta(t + \Delta t)$$

在以上三式中, 由于等式两端都存在待求变量, 因此这些方程是隐式方程, 一般情况下要用迭代方式求解。

在 $t \sim t + \Delta t$ 时段的计算中, 式 (6-19) ~ 式 (6-21) 中共有三个待求量, 其中 $\delta(t + \Delta t)$ 和 $P_e(t + \Delta t)$ 需由式 (6-19) 和式 (6-21) 联立求解, 在求出 $\delta(t + \Delta t)$ 后, 将其代入式 (6-20) 即可解出 $\Delta\omega(t + \Delta t)$ 。因此在计算过程中, 可先迭代求解式 (6-19) 和式 (6-21), 算出 $\delta(t + \Delta t)$ 和 $P_e(t + \Delta t)$, 然后将 $\delta(t + \Delta t)$ 代入式 (6-20) 求出 $\Delta\omega(t + \Delta t)$ 。

由于式 (6-19) 和式 (6-21) 是非线性方程, 因此要用解非线性方程组的迭代方法计算, 如牛顿-拉夫逊法。

迭代计算的思路是: 先给定 $\delta(t + \Delta t)$ 和 $P_e(t + \Delta t)$ 的初值 $\delta^{(0)}(t + \Delta t) = \delta(t)$ 和 $P_e^{(0)}(t + \Delta t) = P_e(t)$, 然后代入式 (6-19) 和式 (6-21), 按照具体使用的迭代方法计算

$$\delta^{(1)}(t + \Delta t) = \alpha_s [P_T - P_e^{(0)}(t + \Delta t)] + \delta_{i_0} \quad (6-22)$$

$$P_e^{(1)}(t + \Delta t) = K_p \sin \delta^{(0)}(t + \Delta t) \quad (6-23)$$

检验 $\delta(t + \Delta t)$ 和 $P_e(t + \Delta t)$ 是否满足下列条件:

$$|\delta^{(1)}(t + \Delta t) - \delta^{(0)}(t + \Delta t)| \leq \varepsilon$$

$$|P_e^{(1)}(t + \Delta t) - P_e^{(0)}(t + \Delta t)| \leq \varepsilon$$

式中 ε ——事先给定的精度指标, $\varepsilon > 0$ 。

如满足条件, 则 $\delta(t + \Delta t) = \delta^{(1)}(t + \Delta t)$, $P_e(t + \Delta t) = P_e^{(1)}(t + \Delta t)$ 。计算结束。如不满足条件, 则将 $\delta^{(1)}(t + \Delta t)$ 和 $P_e^{(1)}(t + \Delta t)$ 代入式 (6-22) 和式 (6-23), 继续计算 $\delta^{(2)}(t + \Delta t)$ 和 $P_e^{(2)}(t + \Delta t)$, 直到满足下列收敛条件:

$$|\delta^{(k+1)}(t + \Delta t) - \delta^{(k)}(t + \Delta t)| \leq \varepsilon$$

$$|P_e^{(k+1)}(t + \Delta t) - P_e^{(k)}(t + \Delta t)| \leq \varepsilon$$

迭代结束。用式 (6-20) 求出 $\Delta\omega(t + \Delta t)$, 即可开始下一时段的计算。

例 6-1 简单电力系统的接线参见图 6-2。设电力线路某一回路的始端发生两相接地短路, 试计算保持暂态稳定性而要求的极限切除时间。其中: 发电机 G 的技术参数为 $P_{GN} = 240\text{MW}$, $U_{GN} = 10.5\text{kV}$, $\cos\varphi_N = 0.8$, $X'_d = 0.3$, $X_2 = 0.44$, $T_{JN} = 6\text{s}$; 变压器 T_1 额定容量 $S_{TN} = 300\text{MV} \cdot \text{A}$, 额定电压 U_N 为 $10.5\text{kV}/242\text{kV}$, 短路电压 $U_k\% = 14$; 变压器 T_2 额定容量 $S_{TN} = 280\text{MV} \cdot \text{A}$, 额定电压 U_N 为 $220\text{kV}/121\text{kV}$, 短路电压 $U_k\% = 14$; 电力线路长为 $l = 230\text{km}$, 单位长度的正、负序电抗 $x_1 = x_2 = 0.42\Omega/\text{km}$, 单位长度的零序电抗 $x_0 = 4x_1$; 输送到末端的有功功率 $P_{(0)} = 220\text{MW}$, 功率因数 $\cos\varphi_{(0)} = 0.98$; 末端电压 $U = 115\text{kV} = \text{定值}$ 。

解 (1) 求各元件电抗的标么值。

取 $S_B = 220\text{MV} \cdot \text{A}$, $U_B = 209\text{kV}$ (T_2 高压侧电压), 对于暂态稳定性计算, 应采用精确计算方法, 故在参数计算时应按变压器实际电压比进行计算。将 U_B 折算至其他各级电压

$$U_{B(220)} = 209\text{kV}, U_{B(110)} = 115\text{kV}, U_{B(10)} = U_{B(220)} \frac{10.5}{242} = 9.068\text{kV}$$

1) 正序参数计算

$$\text{发电机} \quad X'_{d*} = \frac{X'_d U_N^2 S_B}{U_{B(10)}^2 S_N} = \frac{0.3 \times 10.5^2 \times 220}{9.068^2 \times 240/0.8} = 0.295$$

$$\text{变压器} \quad X_{T1*} = \frac{U_{KT1} \% U_N^2 S_B}{100 U_{B(220)}^2 S_N} = \frac{14 \times 242^2 \times 220}{100 \times 209^2 \times 300} = 0.138$$

$$X_{T2*} = \frac{U_{KT2} \% U_N^2 S_B}{100 U_{B(220)}^2 S_N} = \frac{14 \times 220^2 \times 220}{100 \times 209^2 \times 280} = 0.122$$

$$\text{线路} \quad X_{l*}/2 = x_1 l \frac{S_B}{2 U_{B(220)}^2} = 0.42 \times 230 \times \frac{220}{2 \times 209^2} = 0.243$$

2) 负序参数计算

发电机
$$X_{2*} = \frac{X_2 U_N^2 S_B}{U_{B(10)}^2 S_N} = \frac{0.44 \times 10.5^2 \times 220}{9.068^2 \times 240/0.8} = 0.432$$

变压器、电力线路的负序电抗等于其正序电抗。

3) 零序参数计算

变压器
$$X_{T10*} = X_{T1*} = 0.138, X_{T20*} = X_{T2*} = 0.122$$

线路
$$X_{l0*}/2 = 4X_{l*}/2 = 4 \times 0.243 = 0.972$$

4) 发电机组惯性时间常数。将其折算至基准功率的值

$$T_{JB} = T_{JN} \frac{S_N}{S_B} = 6.0 \times \frac{240/0.8}{220} \text{s} = 8.18 \text{s}$$

(2) 正常运行情况。

用各元件正序参数作电力系统正常运行时等效电路,如图 6-3a 所示。图中电力系统总电抗为

$$X_I = X'_{d*} + X_{T1*} + X_{l*}/2 + X_{T2*} = 0.295 + 0.138 + 0.243 + 0.122 = 0.798$$

电动势为

$$E' = \sqrt{\left(U + \frac{Q_{(0)*} X_I}{U}\right)^2 + \left(\frac{P_{(0)*} X_I}{U}\right)^2} = \sqrt{(1 + 0.2 \times 0.798)^2 + (1 \times 0.798)^2} = 1.41$$

式中

$$\begin{aligned} P_{(0)*} &= P_{(0)}/S_B = 220/220 = 1, Q_{(0)*} = P_{(0)} \tan \varphi_{(0)}/S_B \\ &= 220 \tan 11.478^\circ / 220 = 0.2 \end{aligned}$$

$U = 1$ (标么值)

且
$$\delta_0 = \arctan \frac{0.798}{1 + 0.2 \times 0.798} = \arctan \frac{0.798}{1.16} = 34.53^\circ$$

正常运行时功—角特性方程为

$$P_I = \frac{E' U}{X_I} \sin \delta = \frac{1.41 \times 1}{0.798} \sin \delta = 1.767 \sin \delta$$

(3) 短路故障情况

两相接地短路 $f^{(1,1)}$ 时:

负序电抗
$$X_{2\Sigma} = \frac{(0.432 + 0.138)(0.244 + 0.122)}{(0.432 + 0.138) + (0.244 + 0.122)} = 0.222$$

零序电抗
$$X_{0\Sigma} = \frac{0.138 \times (0.976 + 0.122)}{0.138 + (0.976 + 0.122)} = 0.123$$

两相接地短路的附加电抗
$$X_\Delta = \frac{X_{2\Sigma} X_{0\Sigma}}{X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}} = \frac{0.222 \times 0.123}{0.222 + 0.123} = 0.079$$

$f^{(1,1)}$ 的正序等效电路如图 6-3b 所示。由图得 E' 、 U 之间的转移电抗为

$$\begin{aligned} X_{II} &= X_I + \frac{(X'_{d*} + X_{T1*})(X_{l*}/2 + X_{T2*})}{X_\Delta} \\ &= 0.798 + \frac{(0.295 + 0.138)(0.243 + 0.122)}{0.079} = 2.80 \end{aligned}$$

两相接地短路时的功—角特性方程为

$$P_{II} = \frac{E' U}{X_{II}} \sin \delta = \frac{1.41 \times 1}{2.80} \sin \delta = 0.504 \sin \delta$$

(4) 短路故障切除后的情况。

短路故障切除后的等效网络如图 6-3c 所示。由图可得

$$X_{\text{III}} = X'_{d*} + X_{T1*} + X_{l*} + X_{T2*} = 0.295 + 0.138 + 2 \times 0.243 + 0.122 = 1.041$$

故障切除后的功一角特性方程为

$$P_{\text{III}} = \frac{E'U}{X_{\text{III}}} \sin \delta = \frac{1.41 \times 1}{1.041} \sin \delta = 1.35 \sin \delta$$

(5) 作功一角特性曲线和求极限切除角。

由上面所得各种运行情况下功一角特性方程，可作出图 6-4 所示的功一角特性曲线。其中 $\delta_0 = 34.53^\circ$ 。则

$$\delta_h = 180^\circ - \arcsin \frac{P_{(0)}}{P_{\text{II max}}} = 180^\circ - \arcsin \frac{1}{1.35} = 180^\circ - 47.8^\circ = 132.2^\circ$$

根据等面积定则，计算极限切除角 δ_{cr}

$$\begin{aligned} \cos \delta_{\text{cr}} &= \frac{P_{(0)}(\delta_h - \delta_0) + P_{\text{III max}} \cos \delta_h - P_{\text{II max}} \cos \delta_0}{P_{\text{III max}} - P_{\text{II max}}} \\ &= \frac{1 \times (132.3^\circ - 34.53^\circ) \frac{\pi}{180^\circ} + 1.35 \cos 132.3^\circ - 0.504 \cos 34.53^\circ}{1.35 - 0.504} = 0.458 \end{aligned}$$

$$\delta_{\text{cr}} = \arccos 0.458 = 62.7^\circ$$

(6) 用改进欧拉法求极限切除时间。

取 $\Delta t = 0.05 \text{ s}$ 。

1) 计算第一时段末的角度。

第一时段开始时 δ 和 ω 的变化率为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta}(0) &= \Delta \omega(0) = 0 \\ \Delta \dot{\omega}(0) &= \frac{\omega_N}{T_J} [P_T - P_e(0)] = \frac{18000}{8.18} (1 - 0.504 \sin 34.53^\circ) = 1571.84 \end{aligned} \right\}$$

第一时段末 δ 和 ω 的估计值为

$$\left. \begin{aligned} \delta^{(0)}(0.05) &= \delta(0) + \dot{\delta}(0) \times 0.05 = 34.53^\circ + 0 = 34.53^\circ \\ \Delta \omega^{(0)}(0.05) &= \Delta \omega(0) + \Delta \dot{\omega}(0) \times 0.05 = 0 + 1571.84 \times 0.05 = 78.592 \end{aligned} \right\}$$

第一时段末对应于 δ 和 ω 估计值的变化率为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta}^{(0)}(0.05) &= \Delta \omega^{(0)}(0.05) = 78.592 \\ \Delta \dot{\omega}^{(0)}(0.05) &= \frac{\omega_N}{T_J} [P_T - P_e^{(0)}(0.05)] = \frac{18000}{8.18} (1 - 0.504 \sin 34.53^\circ) = 1571.84 \end{aligned} \right\}$$

第一时段末 δ 和 ω 的校正值为

$$\left. \begin{aligned} \delta(0.05) &= \delta(0) + [\dot{\delta}(0) + \dot{\delta}^{(0)}(0.05)] \times 0.05/2 \\ &= 34.53 + [0 + 78.592] \times 0.05/2 = 36.4948^\circ \\ \Delta \omega(0.05) &= \Delta \omega(0) + [\Delta \dot{\omega}(0) + \Delta \dot{\omega}^{(0)}(0.05)] \times 0.05/2 \\ &= 0 + [1571.84 + 1571.84] \times 0.05/2 = 78.592 \end{aligned} \right\}$$

2) 计算第二时段末的角度。

第二时段开始时 δ 和 ω 的变化率为

$$\dot{\delta}(0.05) = \Delta\omega(0.05) = 78.592$$

$$\Delta\dot{\omega}(0.05) = \frac{\omega_N}{T_J} [P_T - P_e(0.05)] = \frac{18000}{8.18} (1 - 0.504 \sin 36.4948^\circ) = 1540.88$$

第二时段末 δ 和 ω 的估计值为

$$\delta^{(0)}(0.1) = \delta(0.05) + \dot{\delta}(0.05) \times 0.05 = 36.4948^\circ + 78.592 \times 0.05 = 40.4244^\circ$$

$$\Delta\omega^{(0)}(0.1) = \Delta\omega(0.05) + \Delta\dot{\omega}(0.05) \times 0.05 = 78.592 + 1540.88 \times 0.05 = 155.636$$

第二时段末对应于 δ 和 ω 估计值的变化率为

$$\dot{\delta}^{(0)}(0.1) = \Delta\omega^{(0)}(0.1) = 155.636$$

$$\Delta\dot{\omega}^{(0)}(0.1) = \frac{\omega_N}{T_J} [P_T - P_e^{(0)}(0.1)] = \frac{18000}{8.18} (1 - 0.504 \sin 40.4244^\circ) = 1481.33$$

第二时段末 δ 和 ω 的校正值为

$$\delta(0.1) = \delta(0.05) + [\dot{\delta}(0.05) + \dot{\delta}^{(0)}(0.1)] \times 0.05/2$$

$$= 36.4948 + [78.592 + 155.636] \times 0.05/2 = 42.3505^\circ$$

$$\Delta\omega(0.1) = \Delta\omega(0.05) + [\Delta\dot{\omega}(0.05) + \Delta\dot{\omega}^{(0)}(0.1)] \times 0.05/2$$

$$= 78.592 + [1540.88 + 1481.33] \times 0.05/2 = 154.147$$

依此类推, 可作出如图 6-6 所示 δ 与 t 关系的摇摆曲线。当第四时段末 $t=0.2s$ 时, 算得 $\delta(0.2) = 64.75^\circ$, 用线性插值可算得 $\delta_{cm} = 62.7^\circ$ 对应的极限切除时间 $t_{cm} = 0.192s$ 。

第四节 发电机组自动调节系统对暂态稳定性的影响

这一节的讨论仍以图 6-2 所示简单电力系统为对象, 但计及自动调节励磁系统和自动调速系统的作用。

一、自动调节系统对暂态稳定性的影响

(一) 自动调节励磁系统的作用

在前面的讨论中, 假设了发电机直轴暂态电动势 E'_q (或发电机直轴暂态电抗 X'_d 后的电动势 E') 在暂态过程中保持恒定。这些电动势之所以能保持恒定, 是由于短路后发电机的自动调节励磁装置增大了发电机的励磁电压, 从而提高了发电机空载电动势的强迫分量 E_{qe} 。显然, 这样考虑是相当粗略的, 有可能带来错误的结论, 有时会出现按 E'_q (或 E') 恒定的条件计算时系统能保持暂态稳定, 但实际上却暂态不稳定的情况。

下面以等面积定则说明出现这种情况的原因。

发生扰动后运行点的转移如图 6-8 所示。设图中: 曲线 P_I 为系统正常运行时的功—角特性曲线; 曲线 P'_I 表示发生短路等大扰动后按 $E' = E'_{q|0|} = \text{定值}$, 或较严格地按 $E'_q = E'_{q|0|} = \text{定值}$ 的条件绘制的功—角特性曲线; 曲线 P_{II} 表示发生短路等大扰动后按 $E_q = \text{定值}$ 的条件绘制的功—角特性曲线。 E_q 等于 $E_{q|0|}$ 表示励磁不可调。曲线 P'_I 也表示发生扰动后最初瞬间的功—角关系, 因扰动后最初瞬间, 不论励磁是否可调, $E'_{q(0)} = E'_{q|0|}$ 。而曲线 P_{II} 表示发生扰动后在励磁不可调的条件下进入稳态运行时的功—角关系, 因进入稳态运行时, E_q 就不再变化而等于 $E_{q|0|}$ 。因为正常运行时的 E_q 总比大扰动后强励动作后的 E_q 小, 所以曲线 P'_I 的最大值将大于曲线 P_{II} 的最大值。因此, 图中的虚线 1、2、3、…就依次表示发生扰动后

发电机待求解的微分方程式有四个。由图 4-10 可列出发电机待求解的第一个微分方程式（励磁机的微分方程式）

$$dE_{qe}/dt = (E_{qe, \max} - E_{qe})/T_{ff} \quad (6-24)$$

不计阻尼绕组的作用时，第二个微分方程式就是励磁绕组微分方程式

$$dE'_q/dt = [E_{qe} - E'_q - (X_d - X'_d)I_d]/T'_{d0}$$

它可分解为两个方程式

$$dE'_q/dt = (E_{qe} - E_q)/T'_{d0} \quad (6-25)$$

$$E_q = E'_q + (X_d - X'_d)I_d \quad (6-26)$$

计及 $I_d = (E_q - U \cos \delta)/X_{d\Sigma}$ ，并将其代入式 (6-26)，得

$$E'_q = E_q X'_{d\Sigma}/X_{d\Sigma} + (X_d - X'_d)U \cos \delta / X_{d\Sigma}$$

取 E'_q 的导数 dE'_q/dt ，并将其代入式 (6-25)，可得

$$T'_{d0} \frac{X'_{d\Sigma}}{X_{d\Sigma}} \frac{dE_q}{dt} + E_q - T'_{d0} \frac{X_d - X'_d}{X_{d\Sigma}} U \sin \delta \frac{d\delta}{dt} = E_{qe}$$

计及 $T'_d = T'_{d0} X'_{d\Sigma}/X_{d\Sigma}$ ，上式可改写为

$$T'_d \frac{dE_q}{dt} + E_q - T'_d \frac{X_d - X'_d}{X'_d X_{d\Sigma}} U \sin \delta \frac{d\delta}{dt} = E_{qe} \quad (6-27)$$

这是既计及励磁绕组的电磁暂态过程，又计及转子与定子绕组合成磁场的相对运动时，励磁绕组的回路方程。如果发电机转子与定子绕组合成磁场之间没有相对运动，即 $d\delta/dt = 0$ ，上式就转化为定子绕组闭路时的励磁绕组电磁暂态过程方程。因此，上式中等号左侧的第三项应该是励磁绕组和定子绕组合成磁场相对运动时，在励磁绕组中感应而生的电动势分量。而与它相对应的功率，就是励磁绕组产生的阻尼功率。如将这个电动势分量与 $I_q = U \sin \delta / X_d$ 相乘，可得 $U^2 \sin^2 \delta \frac{X_d - X'_d}{X_d X'_d} T'_d \frac{d\delta}{dt}$ 。这里的系数 $U^2 \sin^2 \delta \frac{X_d - X'_d}{X_d X'_d} T'_d$ 正是振荡频率 $\gamma = 0$ 时的阻尼功率系数 D_f 。

可见，用式 (6-27) 作为励磁绕组的回路方程计算暂态稳定性时，事实上已计及了励磁绕组的阻尼作用。虽然在实际计算中，往往仍将该式分解为式 (6-25)、式 (6-26) 所示的两个方程。

待求解的另外两个微分方程是转子运动方程 [式 (6-15)]

$$\left. \begin{aligned} d\delta/dt &= \Delta\omega \\ d\Delta\omega/dt &= \omega_N (P_T - P_e)/T_J \end{aligned} \right\}$$

由式 (6-24)、式 (6-25) 和式 (6-15) 即可列出运用改进欧拉法计算暂态稳定性时各变量近似值的递推公式

$$\left. \begin{aligned} E_{qe}^{(0)}(t + \Delta t) &= E_{qe}(t) + \dot{E}_{qe}(t) \Delta t \\ E_q^{(0)}(t + \Delta t) &= E_q(t) + \dot{E}_q(t) \Delta t \\ \delta^{(0)}(t + \Delta t) &= \delta(t) + \dot{\delta}(t) \Delta t \\ \Delta\omega^{(0)}(t + \Delta t) &= \Delta\omega(t) + \dot{\Delta\omega}(t) \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (6-28)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{qe}(t) &= [E_{qe, \max} - E_{qe}(t)]/T_{ff} \\ \dot{E}_q(t) &= [E_{qe}(t) - E_q(t)]/T'_{d0} \\ \dot{\delta}(t) &= \Delta\omega(t) \\ \dot{\Delta\omega}(t) &= \omega_N [P_T - P_e(t)]/T_J \end{aligned} \right\} \quad (6-29)$$

各变量校正值的递推公式

$$\left. \begin{aligned} E_{qe}(t + \Delta t) &= E_{qe}(t) + [\dot{E}_{qe}(t) + \dot{E}_{qe}^{(0)}(t + \Delta t)] \Delta t/2 \\ E'_q(t + \Delta t) &= E'_q(t) + [\dot{E}'_q(t) + \dot{E}'_q{}^{(0)}(t + \Delta t)] \Delta t/2 \\ \delta(t + \Delta t) &= \delta(t) + [\dot{\delta}(t) + \dot{\delta}^{(0)}(t + \Delta t)] \Delta t/2 \\ \Delta\omega(t + \Delta t) &= \Delta\omega(t) + [\dot{\Delta\omega}(t) + \dot{\Delta\omega}^{(0)}(t + \Delta t)] \Delta t/2 \end{aligned} \right\} \quad (6-30)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{qe}^{(0)}(t + \Delta t) &= [E_{qe, \max} - E_{qe}^{(0)}(t + \Delta t)]/T_{ff} \\ \dot{E}'_q(t + \Delta t) &= [E_{qe}^{(0)}(t + \Delta t) - E'_q(t + \Delta t)]/T'_{d0} \\ \dot{\delta}^{(0)}(t + \Delta t) &= \Delta\omega(t + \Delta t) \\ \dot{\Delta\omega}^{(0)}(t + \Delta t) &= \omega_N [P_T - P_e^{(0)}(t + \Delta t)]/T_J \end{aligned} \right\} \quad (6-31)$$

这四个一组方程组中共有六个变量 E_{qe} 、 E'_q 、 E'_q 、 ω 、 δ 和 P_e ，因此，尚需再补充两个方程式方能联立解出全部变量。这两个方程式就是同步电动势 E_q 与交轴暂态电动势 E'_q 、功率角 δ 的关系式以及电磁功率 P_e 与同步电动势 E_q 、功率角 δ 的关系式。

当发电机经复杂网络与无限大容量母线相连时，将复杂网络用二端口等效导纳矩阵表示，有

$$\left. \begin{aligned} E_Q &= \frac{E_q - (X_q - X_d)U|Y_{12}|\cos(\delta + \beta_{12})}{1 + (X_q - X_d)|Y_{11}|\cos\beta_{11}} \\ E'_Q &= \frac{E'_q - (X_q - X'_d)U|Y_{12}|\cos(\delta + \beta_{12})}{1 + (X_q - X'_d)|Y_{11}|\cos\beta_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (6-32)$$

$$P_e = E_Q^2 |Y_{11}| \sin\beta_{11} + E_q U |Y_{12}| \sin(\delta + \beta_{12}) \quad (6-33)$$

从式 (6-32) 和式 (6-33) 可以得到所需代数方程式

$$\begin{aligned} E_q(t) &= f[E'_q(t), \delta(t)] \\ P_e(t) &= g[E_q(t), \delta(t)] \\ E_q^{(0)}(t + \Delta t) &= f[E_q^{(0)}(t + \Delta t), \delta^{(0)}(t + \Delta t)] \\ P_e^{(0)}(t + \Delta t) &= g[E_q^{(0)}(t + \Delta t), \delta^{(0)}(t + \Delta t)] \end{aligned}$$

计算的初始条件是根据正常运行状态确定的 $E_{qe|0|}$ 、 $E'_{q|0|}$ 、 $\delta_{|0|}$ 和 $\omega_{|0|}$ ，因这些变量在扰动前后不突变。

最后需指出，计及自动调节励磁的作用时，不能再运用等面积定则先求出极限切除角，然后计算极限切除时间。只能先给定一个切除时间 t_c ，计算按这个切除时间切除短路时，系统能否保持暂态稳定。当发电机与无限大容量系统相连时， δ 随时间的不断增长是系统不能保持暂态稳定的标志。

例 6-2 设例 6-1 的发电机为隐极式发电机， $X_d = 1.32$ （以其本身容量为基准容量）， $T'_{d0} = 5s$ 。配置的励磁机参数如下：①强行励磁时，励磁电压的最大值为正常运行时的 2.5 倍， $T_{ff} = 0.35s$ ；②强行励磁时，励磁电压的最大值为正常运行时的 5 倍， $T_{ff} = 0.2s$ 。切除短路时间为 0.2s。试计算其暂态稳定性。

解 (1) 计算正常运行时的 $E_{qe|0|}$ 、 $E'_{q|0|}$ 、 $\delta_{|0|}$ 和 $\omega_{|0|}$

$$\text{发电机的 } X_{d*} = \frac{X_d U_N^2 S_B}{U_{B(10)}^2 S_N} = \frac{1.32 \times 10.5^2 \times 220}{9.068^2 \times 240/0.8} = 1.298$$

所以

$$X_I = 1.298 + 0.138 + 0.243 + 0.122 = 1.801$$

$$E_{qe|0|} = E_{q|0|} = \sqrt{(1 + 0.2 \times 1.801)^2 + (1 \times 1.801)^2} = \sqrt{1.3602^2 + 1.801^2} = 2.257$$

$$\delta_{|0|} = \arctan 1.801/1.3602 = 52.94^\circ$$

$$\begin{aligned} E'_{q|0|} &= U_{q|0|} + I_{d|0|} x'_{d\Sigma} = U \cos \delta_{|0|} + (E_{q|0|} - U \cos \delta_{|0|}) x'_{d\Sigma} / x_{d\Sigma} \\ &= 1.0 \cos 52.94 + (2.257 - 1.0 \cos 52.94) \times 0.798 / 1.801 = 1.3357 \end{aligned}$$

$$\Delta \omega_{|0|} = 0$$

(2) 计算短路期间 E_q 和 P_e 的表达式

$$\begin{aligned} X_{II} &= (1.298 + 0.138) + (0.243 + 0.122) + (1.298 + 0.138)(0.243 + 0.122)/0.079 \\ &= 8.436 \end{aligned}$$

$$Y_{12} = -y_{12} = -1/j8.436 = j0.1185, \beta_{12} = 0$$

$$x_{10} = (1.298 + 0.138) + 0.079 + (1.298 + 0.138)0.079/(0.243 + 0.122) = 1.826$$

$$Y_{11} = y_{10} + y_{12} = 1/j1.826 + 1/j8.436 = -j0.666, \beta_{11} = 180^\circ$$

由于隐极机的 $E_q = E_Q$, 应用式 (6-32) 第二式, 得

$$\begin{aligned} E_q^{II} &= \frac{E'_q - (X_d - X'_d) U |Y_{12}| \cos(\delta + \beta_{12})}{1 + (X_d - X'_d) |Y_{11}| \cos \beta_{11}} \\ &= \frac{E'_q - (1.298 - 0.295) \times 1 \times 0.1185 \cos(\delta + 0^\circ)}{1 + (1.298 - 0.295) \times 0.666 \cos 180^\circ} = 3.012 E'_q - 0.358 \cos \delta \end{aligned}$$

应用式 (6-33), 得

$$\begin{aligned} P_{II} &= E_q^2 |Y_{11}| \sin \beta_{11} + E_q U |Y_{12}| \sin(\delta + \beta_{12}) \\ &= E_q^2 \times 0.666 \sin 180^\circ + E_q \times 1 \times 0.1185 \sin(\delta + 0^\circ) = 0.1185 E_q \sin \delta \end{aligned}$$

(3) 计算短路切除后 E_q 和 P_e 的表达式

$$X_{III} = 1.298 + 0.138 + 0.486 + 0.122 = 2.044$$

$$Y_{12} = -y_{12} = -1/j2.044 = j0.489, \beta_{12} = 0$$

$$Y_{11} = y_{12} = -j0.489, \beta_{11} = \pi = 180^\circ$$

应用式 (6-32) 第二式, 得

$$\begin{aligned} E_q^{III} &= \frac{E'_q - (X_d - X'_d) U |Y_{12}| \cos(\delta + \beta_{12})}{1 + (X_d - X'_d) |Y_{11}| \cos \beta_{11}} \\ &= \frac{E'_q - (1.298 - 0.295) \times 1 \times 0.489 \cos(\delta + 0^\circ)}{1 + (1.298 - 0.295) \times 0.489 \cos 180^\circ} = 1.963 E'_q - 0.963 \cos \delta \end{aligned}$$

应用式 (6-33), 得

$$\begin{aligned} P_{III} &= E_q^2 |Y_{11}| \sin \beta_{11} + E_q U |Y_{12}| \sin(\delta + \beta_{12}) \\ &= E_q^2 \times 0.489 \sin 180^\circ + E_q \times 1 \times 0.489 \sin(\delta + 0^\circ) = 0.489 E_q \sin \delta \end{aligned}$$

(4) 计算这些变量在短路后的初始值

E_{qe} 、 E'_q 、 δ 和 ω 在短路瞬间不突变, 所以分别等于短路前的 $E_{qe|0|}$ 、 $E'_{q|0|}$ 、 $\delta_{|0|}$ 和

$\omega_{|0|0}$

$$E_{q(0)}^{II} = 3.012 E'_{q(0)} - 0.358 \cos \delta_{|0|} = 3.012 \times 1.337 - 0.358 \cos 52.94^\circ = 3.811$$

$$P_{II} = E_q^2 |Y_{11}| \sin \beta_{11} + E_q U |Y_{12}| \sin(\delta + \beta_{12})$$

$$= E_q^2 \times 0.666 \sin 180^\circ + E_q \times 1 \times 0.1185 \sin(\delta + 0^\circ) = 0.1185 E_q \sin \delta$$

$$P_{II(0)} = 0.1185 E_{q(0)}^2 \sin \delta_{|0|} = 0.1185 \times 3.811 \sin 52.94^\circ = 0.360$$

(5) 运用式(6-28) ~ 式(6-31)递推计算各变量在短路后的数值

$$\textcircled{1} E_{qe, \max} = 2.5 E_{q|0|}, T_{ff} = 0.35 \text{ s}$$

$$\dot{E}_{qe} = (E_{qe, \max} - E_{qe}) / T_{ff} = (2.257 \times 2.5 - E_{qe}) / 0.35 = 16.12 - 2.857 E_{qe}$$

$$\dot{E}'_q = (E_{qe} - E_q) / T'_{d0} = (E_{qe} - E_q) / 5 = 0.2 (E_{qe} - E_q)$$

$$\dot{\delta} = \Delta \omega$$

$$\Delta \dot{\omega} = \omega_N (P_T - P_e) / T_J = 18000 (1.0 - P_e) / 8.18 = 2200.49 (1 - P_e)$$

$$\textcircled{2} E_{qe, \max} = 5 E_{q|0|}, T_{ff} = 0.2 \text{ s}$$

$$\dot{E}_{qe} = (E_{qe, \max} - E_{qe}) / T_{ff} = (2.257 \times 5 - E_{qe}) / 0.2 = 56.425 - 5 E_{qe}$$

其他公式同①。

根据计算结果可作出图 6-10 所示的曲线。

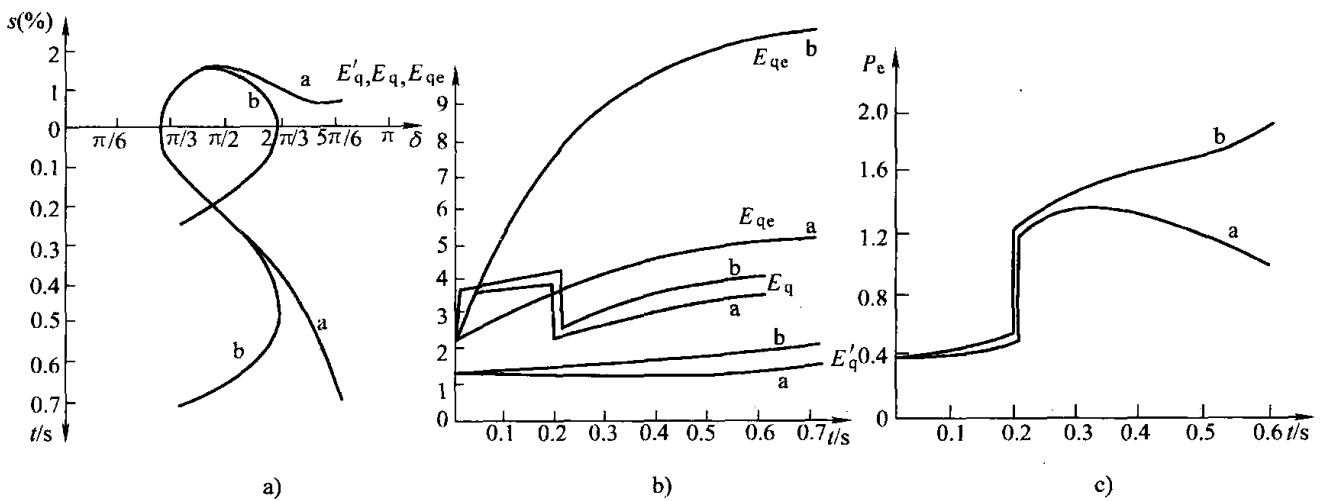


图 6-10 计算结果

a) 摇摆曲线 b) E_{qe} 、 E_q 、 E'_q 的变化曲线 c) 功率变化曲线

由图 6-10 可见, 提高强行励磁的速度, 增大强行励磁的倍数, 可提高系统的暂态稳定性。这一结论是在设 E' 或 E'_q 恒定时无法获得的。

从计算结果还可发现, 即使励磁电压或与之对应的 E_{qe} 可迅速增长, 由于发电机励磁绕组的时间常数 T'_{d0} 相当大, 同步电动势 E_q 和交轴暂态电动势 E'_q 的增长较慢。当强行励磁的速度不高、倍数不大时, E'_q 几乎没有增长。这也正是近似计算时可设 E'_q 或 E' 恒定的依据。

需要指出, 当故障切除使发电机端电压上升达到强行励磁退出工作的区域时, 强行励磁将退出工作。此时励磁机的微分方程式应使用下式:

$$\dot{E}_{qe} = (E_{qef} - E_{qe}) / T_{ff}$$

式中 E_{qef} ——相对于励磁机励磁电压 u_{ff} 的强制同步电动势。

三、考虑原动机及调节器作用时的暂态稳定性计算

为简单起见, 原动机—汽轮机调速系统的框图取图 6-11 所示的简化框图。

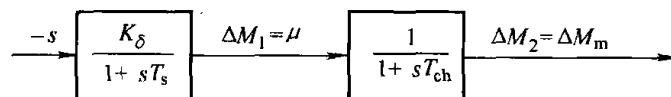


图 6-11 汽轮机自动调速系统简化框图

由图 6-11 可列出下列两个待解微分方程:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{M}_1 &= -[\Delta \omega K_8 + \Delta M_1]/T_s \\ \Delta \dot{M}_2 &= (\Delta M_1 - \Delta \dot{M}_2)/T_{ch} \end{aligned} \right\}$$

ΔM_1 、 ΔM_2 分别是油动机活塞行程或调节汽门开度的变化量 $\Delta \mu = \mu - \mu_{|0|}$ 和汽轮机机械功率的变化量 $\Delta P_T = P_T - P_{T|0|}$ ，它们可分别改写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu} &= -[\Delta \omega K_8 + (\mu - \mu_{|0|})]/T_s \\ \dot{P}_T &= (\mu - P_T)/T_{ch} \end{aligned} \right\} \quad (6-34)$$

式中 K_8 ——调速系统测量元件的放大倍数;

T_s ——油动机时间常数;

T_{ch} ——汽容时间常数。

$P_{T|0|}$ 为扰动前的机械功率，且 $P_{T|0|} = \mu_{|0|}$ 为定值。

将式 (6-34) 与转子运动方程式 (6-15) 联立，并采用暂态电抗后电动势 E' 恒定的电磁功率与功角 δ 之间的关系式 $P_e = f(\delta)$ ，就可联立求解。

严格地说，转子运动方程式 (6-15) 表示的应该是转矩之间的关系，为了提高计算精确度，上列方程式组可改写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu} &= -[\Delta \omega K_8 + (\mu - \mu_{|0|})]/T_s \\ \dot{M}_T &= [\mu/(\Delta \omega + 1) - M_T]/T_{ch} \\ \dot{\delta} &= \Delta \omega \\ \Delta \dot{\omega} &= \omega_N (M_T - M_e)/T_J \\ M_e &= P_e/(\Delta \omega + 1) = \phi(\delta, \Delta \omega) \end{aligned} \right\} \quad (6-35)$$

至此，可列出运用改进欧拉法计算各变量估计值的递推公式

$$\left. \begin{aligned} \mu^{(0)}(t + \Delta t) &= \mu(t) + \dot{\mu}(t) \Delta t \\ M_T^{(0)}(t + \Delta t) &= M_T(t) + \dot{M}_T(t) \Delta t \\ \delta^{(0)}(t + \Delta t) &= \delta(t) + \dot{\delta}(t) \Delta t \\ \Delta \omega^{(0)}(t + \Delta t) &= \Delta \omega(t) + \Delta \dot{\omega}(t) \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (6-36)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu}(t) &= -[\Delta \omega(t) K_8 + (\mu(t) - \mu_{|0|})]/T_s \\ \dot{M}_T(t) &= \{\mu(t)/[\Delta \omega(t) + 1] - M_T(t)\}/T_{ch} \\ \dot{\delta}(t) &= \Delta \omega(t) \\ \Delta \dot{\omega}(t) &= \omega_N [M_T(t) - M_e(t)]/T_J \end{aligned} \right\} \quad (6-37)$$

各变量校正值的递推公式

$$\left. \begin{aligned} \mu(t + \Delta t) &= \mu(t) + [\dot{\mu}(t) + \dot{\mu}^{(0)}(t + \Delta t)] \Delta t/2 \\ M_T(t + \Delta t) &= M_T(t) + [\dot{M}_T(t) + \dot{M}_T^{(0)}(t + \Delta t)] \Delta t/2 \\ \delta(t + \Delta t) &= \delta(t) + [\dot{\delta}(t) + \dot{\delta}^{(0)}(t + \Delta t)] \Delta t/2 \\ \Delta \omega(t + \Delta t) &= \Delta \omega(t) + [\Delta \dot{\omega}(t) + \Delta \dot{\omega}^{(0)}(t + \Delta t)] \Delta t/2 \end{aligned} \right\} \quad (6-38)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu}^{(0)}(t + \Delta t) &= -\{\Delta \omega^{(0)}(t + \Delta t) K_8 + [\mu^{(0)}(t + \Delta t) - \mu_{|0|}]\}/T_s \\ \dot{M}_T^{(0)}(t + \Delta t) &= \{\mu^{(0)}(t + \Delta t)/[\Delta \omega^{(0)}(t + \Delta t) + 1] - M_T^{(0)}(t + \Delta t)\}/T_{ch} \\ \dot{\delta}^{(0)}(t + \Delta t) &= \Delta \omega^{(0)}(t + \Delta t) \\ \Delta \dot{\omega}^{(0)}(t + \Delta t) &= \omega_N [M_T^{(0)}(t + \Delta t) - M_e^{(0)}(t + \Delta t)]/T_J \end{aligned} \right\} \quad (6-39)$$

电磁转矩 M_e 与功角 δ 和相对角频率 ω 的关系式为

$$M_e(t) = \phi[\delta(t), \Delta\omega(t)]$$

$$M_e^{(0)}(t + \Delta t) = \phi[\delta^{(0)}(t + \Delta t), \Delta\omega^{(0)}(t + \Delta t)]$$

至于错油门活塞和油动机活塞的行程限制,需在计算过程中随时校核。对于前者,可运用 $d\mu/dt$ 的数值折算错油门活塞的相对位移 ρ ;对于后者,则可直接校核油动机活塞的相对位移 μ 。当这些变量越出它们的上限或下限时,应取相应的上限或下限值进行随后的计算。

开始计算的初始条件是 $\mu|_0, M_T|_0, \Delta\omega|_0 = 0, \delta|_0$, 因这些变量在扰动前后不突变。

最后需指出,计及自动调速系统作用时,也不能运用等面积定则求极限切除角,再计算极限切除时间。只能先给定一个切除时间 t_c ,计算在这个时间切除短路时,系统能否保持暂态稳定。

例 6-3 设例 6-1 中发电机的原动机为汽轮机,它的测速元件的放大倍数 $K_s = 450000$,油动机时间常数 T_s 和汽容时间常数 T_{ch} 如下:① $T_s = 0.1s, T_{ch} = 0.4s$;② $T_s = 0.4s, T_{ch} = 0.4s$;③ $T_s = 0.1s, T_{ch} = 0.1s$ 。其他条件同例 6-2。切除短路时间 $t_c = 0.2s$,试计算其暂态稳定性。

解 (1) 计算短路后瞬间的 $M_{e(0)}, M_{T(0)}, \delta_{(0)}$ 和 $\Delta\omega_{(0)}$ 。

由例 6-1 已知

$$M_{e|0} = P_{e|0} = 1.0, \delta|_0 = 34.53^\circ, P_{II} = 0.504\sin\delta, P_{III} = 1.35\sin\delta$$

短路后瞬间

$$M_{e(0)} = P_{II(0)} = 0.504\sin 34.53^\circ = 0.2857$$

$$M_{T(0)} = 1.0, \mu_{(0)} = 1.0, \delta_{(0)} = 34.53^\circ, \Delta\omega_{(0)} = 0$$

(2) 运用式(6-36)~式(6-39)递推计算各变量在短路后的数值。

① $T_s = 0.1s, T_{ch} = 0.4s$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu}(t) &= -10 \{ 450000 \Delta\omega(t) + [\mu(t) - 1] \} \\ \dot{M}_T(t) &= 2.5 \{ \mu(t) / [\Delta\omega(t) + 1] - M_T(t) \} \\ \dot{\delta}(t) &= \Delta\omega(t) \\ \dot{\Delta\omega}(t) &= 2200.49 [M_T(t) - M_e(t)] \end{aligned} \right\}$$

根据以上公式可列出全部递推公式。

由计算结果可作出图 6-12a。

由计算结果知,进入第七个时段后,油动机活塞的相对位移越出上限,即 $\mu > 1.0$,因此,以后的计算应按 $\mu = 1.0$ 进行。错油门活塞的相对位移 $\rho = T_s d\mu/dt$ 始终没有越出 $-1.0 < \rho < 0.3$ 的上下限。

② $T_s = 0.4s, T_{ch} = 0.4s$ 。除油动机活塞相对位移公式外,其他计算公式与①完全相同。油动机活塞相对位移公式改写为

$$\dot{\mu}(t) = -2.5 \{ 450000 \Delta\omega(t) + [\mu(t) - 1] \}$$

计算过程从略,计算结果示于图 6-12b。由图可见,这时油动机活塞的相对位移没有越出限额。错油门活塞的相对位移在暂态稳定性计算中一般不会越出限额。

③ $T_s = 0.1s, T_{ch} = 0.1s$ 。除机械转矩公式外,其他计算公式与①完全相同。机械转矩公式改写为

$$\dot{M}_T(t) = 10 \{ \mu(t) / [\Delta\omega(t) + 1] - M_T(t) \}$$

计算过程从略,计算结果示于图 6-12c 中。由图可见,这时油动机活塞的相对位移也超

出上限。

由图 6-12 可见, 本例故障切除时间 $t_c = 0.2\text{s}$, 而按原动机机械功率恒定的条件所确定的极限切除时间为 0.19s 。计及原动机调速系统的作用时, 在暂态过程中将减小其机械转矩, 使处于临界状态的系统由不能保持暂态稳定转而可以保持暂态稳定。

比较图 6-12a、b 可见, 油动机时间常数不同, 但汽容时间常数相同时, 暂态过程中机械转矩 M_m 、相对角频率 ω 和功角 δ 的变化规律大体相似。但从图 6-12a、b 可见, 油动机时间常数相同而汽容时间常数不同时, 暂态过程中这些变量的变化规律差别较大。可见, 对暂态稳定, 汽容时间常数的影响较油动机时间常数的影响更大。

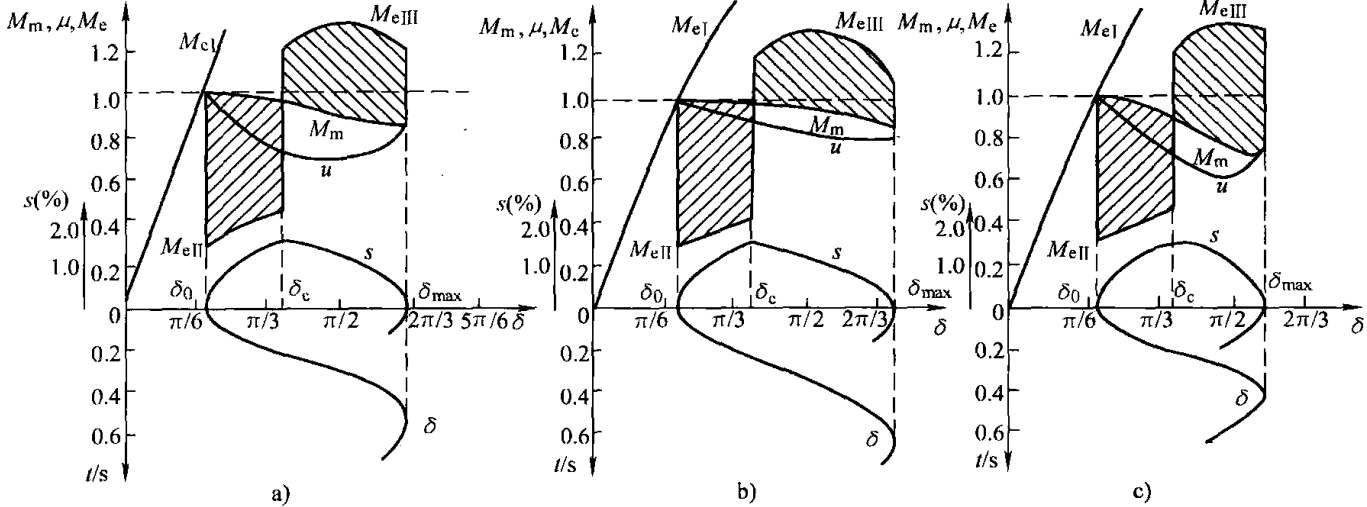


图 6-12 M_e 、 M_m 、 μ 和 ω 随 δ 变化的曲线和摇摆曲线
a) $T_s = 0.1\text{s}$, $T_{ch} = 0.4\text{s}$ b) $T_s = 0.4\text{s}$, $T_{ch} = 0.4\text{s}$ c) $T_s = 0.1\text{s}$, $T_{ch} = 0.1\text{s}$

第五节 复杂电力系统的暂态稳定性分析

一、大扰动后各发电机转子运动的特点

以两机电力系统为例来说明复杂电力系统大扰动后各发电机转子运动的特点。图 6-13 所示为两机电力系统及暂态稳定性计算用的等效电路, 正常运行时, 发电机 G_1 、 G_2 共同向负荷 LD 供电。为简化起见, 负荷用恒定阻抗表示。这样, 可以作出正常运行时的等效电路 (见图 6-13a), 并根据给定的运行条件, 算出 E_1/δ_1 、 E_2/δ_2 以及发电机转子间的相对角 $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ 。对于两机系统, 有

$$P_{11} = \frac{E_1^2}{|Z_{111}|} \sin \alpha_{111} + \frac{E_1 E_2}{|Z_{121}|} \sin (\delta_{12} - \alpha_{121})$$
$$P_{21} = \frac{E_2^2}{|Z_{221}|} \sin \alpha_{221} - \frac{E_1 E_2}{|Z_{121}|} \sin (\delta_{12} + \alpha_{121})$$

根据上式可以作出功率特性曲线, 如图 6-14 所示。由于两发电机共同供给负荷所需的功率, 所以发电机 G_1 的功率随相对角 δ_{12} 增大而增大, 发电机 G_2 的功率随相对角 δ_{12} 增大而减小。

正常运行时 $\delta_{12} = \delta_0$, 发电机输出的功率为由 P_{11} 和 P_{21} 分别与 δ_{120} 相交的点 a_1 及点 a_2 所确定的 P_{10} 和 P_{20} , 它们分别等于各自原动机的功率 P_{T1} 和 P_{T2} , 如图 6-14 所示。

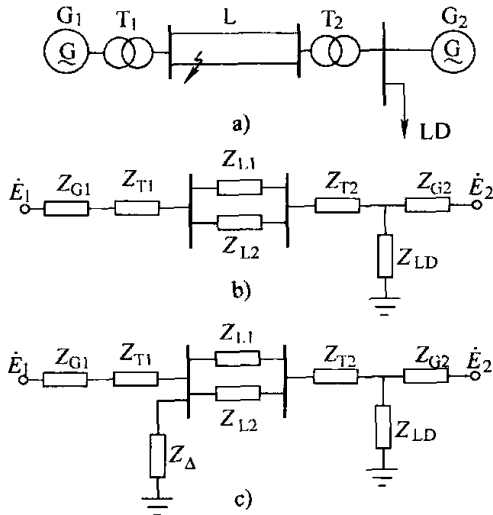


图 6-13 两机电力系统及暂态
稳定性计算用的等效电路

a) 两机电力系统 b) 正常运行 c) 短路状态

如果在靠近发电机 G_1 的高压线路始端发生短路，则短路时的等效电路如图 6-13b 所示。此时各发电机的功率特性为

$$\left. \begin{aligned} P_{1\parallel} &= \frac{E_1^2}{|Z_{11\parallel}|} \sin \alpha_{11\parallel} + \frac{E_1 E_2}{|Z_{12\parallel}|} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12\parallel}) \\ P_{2\parallel} &= \frac{E_2^2}{|Z_{22\parallel}|} \sin \alpha_{22\parallel} - \frac{E_1 E_2}{|Z_{12\parallel}|} \sin(\delta_{12} + \alpha_{12\parallel}) \end{aligned} \right\}$$

通常，高压网络的电抗远大于电阻，因此，短路附加阻抗 Z_{Δ} 主要是电抗。并联电抗的接入，使转移阻抗增大，即 $|Z_{12\parallel}| > |Z_{12\text{I}}|$ 。因而功率特性中与转移阻抗成反比的正弦项的幅值下降，从而使发电机 G_1 的功率比正常时的低，发电机 G_2 的功率则比正常时的高（图 6-14 中的 $P_{1\parallel}$ 、 $P_{2\parallel}$ ）。

在突然短路瞬间，由于转子惯性，功角仍保持为 δ_0 。此刻，发电机 G_1 输出的电磁功率由 $P_{1\parallel}$ 上的点 b_1 确定，发电机 G_2 的电磁功率由 $P_{2\parallel}$ 上的点 b_2 确定。由图 6-14 可以看到，发电机 G_1 的电磁功率比它的原动机功率小，它的转子将受到加速性的不平衡转矩作用而加速，使其转速高于同步转速，从而使绝对角 δ_1 增大。而发电机 G_2 的电磁功率却大于它的原动机功率，它的转子将受到减速性不平衡转矩作用而减速，使其低于同步转速，因而绝对角 δ_2 将减小。使发电机之间的相对运动更加剧烈，相对角 δ_{12} 急剧增大。

在多发发电机的复杂电力系统，当发生大扰动时，各发电机输出的电磁功率将按扰动后的网络特性重新分配。这样，有的发电机因电磁功率小于原动机功率而加速，有的则因电磁功率大于原动机功率而减速。至于哪些发电机加速，哪些发电机减速，则与网络的接线、负荷的分布、各发电机与短路点（大扰动发生的地点）的电气连接有关。

二、复杂电力系统暂态稳定性的近似计算

判断复杂电力系统的暂态稳定性同样需要求解发电机转子运动方程，计算功角随时间变化的曲线。复杂电力系统暂态稳定性的计算，由于计算量很大，现在都采用计算机来完成。每一台发电机的转子运动方程为

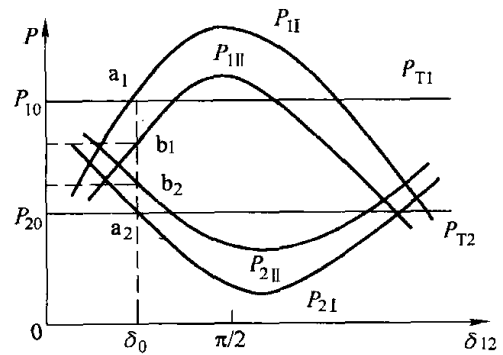


图 6-14 两机系统的功率特性曲线

$$\left. \begin{aligned} d\delta_i/dt &= \Delta\omega_i \\ d\Delta\omega_i/dt &= \omega_N (P_{Ti} - P_{ei}) / T_{ji} \quad (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\}$$

式中 P_{Ti} ——第 i 号发电机的原动机功率，它由本台原动机及其调速器特性所决定，与其他发电机无关；

P_{ei} ——第 i 台发电机输出的电磁功率，它需求解全系统的网络方程来确定。

在暂态稳定性的近似分析中，常采用下列简化假设：

1) 发电机用电抗 x'_d 及其后的电动势 $\dot{E}'$ 表示， $\dot{E}' = \text{常数}$ ，而且用 $\dot{E}'$ 的相位 δ' 代替转子的绝对角 δ 。

2) 负荷用恒定阻抗表示。

3) 不考虑原动机的调节作用，即 $P_T = \text{常数}$ 。

采用上述三项简化假设的电力系统模型称为经典模型。在经典模型下系统中每一台发电机的电磁功率可以由公式

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \frac{E_i^2}{Z_{ii}} \sin\alpha_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{E_i E_j}{Z_{ij}} \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij}) \\ Q_i &= \frac{E_i^2}{Z_{ii}} \cos\alpha_{ii} - \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{E_i E_j}{Z_{ij}} \cos(\delta_{ij} - \alpha_{ij}) \end{aligned} \right\}$$

直接计算。式中的输入阻抗和转移阻抗只需在网络状态变更时（发生故障、故障切除或其他操作后）作相应计算即可。

求解转子运动方程的计算公式和计算步骤与前述简单系统的情况基本相同，其差别只是电磁功率的计算公式不同，而且每一步要计算相对角 $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ 。

与简单系统的情况相比，复杂系统暂态稳定计算的主要特点是：

1) 发电机转子运动方程用每一台发电机的绝对角 δ_i 和绝对角速度 $\Delta\omega_i$ 来描述，计算公式简单。

2) 发电机的电磁功率是 $n-1$ 个相对角 δ_{ij} 的函数。它与扰动后网络的结构和参数、所有发电机的电磁特性和参数以及负荷的特性和参数有关。

3) 对复杂电力系统不能直接用等面积定则来确定极限切除角，而是按给定的故障切除时间 t_c 进行计算，算到 $t = t_c$ 时刻，以系统再发生一次扰动（操作）来处理，从而算出发电机的摇摆曲线。

由暂态稳定性计算的结果可得到两种功角随时间变化的曲线，即绝对角和相对角随时间变化的曲线。图 6-15 所示为某三机电力系统的计算结果。

电力系统是否具有暂态稳定性，或者说，系统受到大扰动后各发电机之间能否继续保持同步运行，是根据各发电机转子之间相对角的变化特性来判断的。在相对角中，只要有一个相对角随时间的变化趋势是不断增大（或不断减小）时，系统就是不稳定的（见图 6-16）；如果所有的相对角经过振荡之后都能稳定在某一值，则系统是稳定的（见图 6-15b）。

因为绝对角是发电机相对于同步旋转轴的角度，因此，若绝对角 δ_i 随时间不断增大，则意味着第 i 台发电机的转速高于同步转速；若 δ_i 随时间不断减小，则第 i 台发电机的转速低于同步转速。所有发电机的绝对角最后都随时间不断增大（见图 6-15a），系统仍然可能是稳定的，它只意味着在新的稳定运行状态下，系统频率高于额定值。

图 6-16 为系统失去暂态稳定的情况。从图中可以看到，发电机 G_2 、 G_3 基本上是同步的，而发电机 G_1 相对于 G_2 、 G_3 则失去同步，系统稳定破坏是由于 G_1 转速升高引起的。

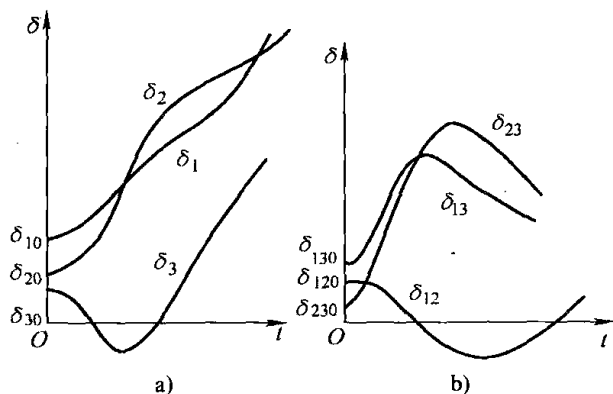


图 6-15 某三机电力系统的
绝对角和相对角的变化

a) 绝对角的变化 b) 相对角的变化

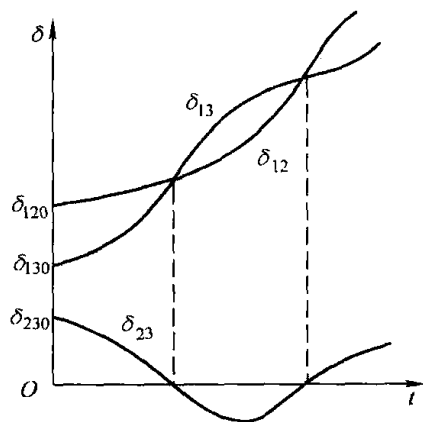


图 6-16 发电机 G_1 与 G_2 、 G_3 间失去同步

三、暂态稳定性计算中系统各元件的数学模型

发电机的电磁暂态过程及其调节系统的动态特性和负荷的成分及动态特性，对系统的暂态稳定性都有重要影响，经典模型无法考虑这些影响因素。计算机的普及应用，为暂态稳定性的更精确计算创造了条件。本节将介绍实际系统暂态稳定性计算中较常用的各元件动态模型。

(一) 发电机的数学模型及其与网络方程的衔接

电力系统暂态分析中发电机的模型一般用微分方程的阶次来说明，常用的有三阶模型和五阶模型。三阶模型包括转子运动的两阶微分方程和励磁绕组电磁暂态的一阶微分方程。三阶模型再加上纵轴和横轴阻尼绕组各一阶微分方程，便构成五阶模型。

现在介绍三阶模型中的励磁绕组电磁暂态微分方程和相关的发电机定子电压方程。发电机励磁绕组方程为

$$u_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}$$

式中 ψ_f ——励磁绕组的总磁链。

把上式变换成用发电机电势表示的形式。全式乘以 X_{ad}/r_f ，得

$$\frac{u_f}{r_f} X_{ad} = i_f X_{ad} + \frac{X_{ad}}{r_f} \frac{X_f}{X_f} \frac{d\psi_f}{dt}$$

或

$$i_{fe} X_{ad} = i_f X_{ad} + \frac{X_f}{r_f} \frac{d}{dt} \left(\frac{X_{ad}}{X_f} \psi_f \right)$$

式中 i_{fe} ——励磁电流的强制分量， $i_{fe} = u_f/r_f$ 。

在标幺制中， $i_{fe} X_{ad} = E_{qe}$ 是空载电动势的强制分量，且有 $i_f X_{ad} = E_q$ ， $X_f/r_f = T'_{d0}$ ， $\frac{X_{ad}}{X_f} \psi_f = (1 - \sigma_f) \psi_f = E'_q$ 。于是发电机励磁绕组方程为

$$E_{qe} = E_q + T'_{d0} \frac{dE'_q}{dt}$$

当发电机用 E'_q 表示时, 需按固定在本机转子上的 d、q 坐标系建立定子回路电压平衡方程, 即

$$\left. \begin{aligned} E'_q &= U_{Gq} + I_{Gq}r_G + I_{Gd}X'_d \\ 0 &= U_{Gd} - I_{Gq}X_q + I_{Gd}r_G \end{aligned} \right\}$$

写成矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} E'_q \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{Gq} \\ U_{Gd} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_G & X'_d \\ -X_q & r_G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{Gq} \\ I_{Gd} \end{pmatrix} \quad (6-40)$$

发电机的定子回路电压方程需与网络方程相衔接。采用直角坐标表示网络方程时, 电压和电流相量是以某一同步旋转的坐标系作为基准的, 假定这个坐标系由 x 轴和比它超前 90° 的 y 轴组成, 各节点的电压和电流都以该坐标系的分量表示。

在暂态稳定计算中, 如果将同步旋转的参考轴选为与 x 轴重合, 则发电机转子 q 轴与 x 轴间夹角, 即为转子的绝对角 δ , 坐标系的变换如图 6-17 所示。电机端电压在两个直角坐标系分量的关系为

$$\begin{pmatrix} U_{Gq} \\ U_{Gd} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta & \sin\delta \\ \sin\delta & -\cos\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{Gx} \\ U_{Gy} \end{pmatrix}$$

逆变换为

$$\begin{pmatrix} U_{Gx} \\ U_{Gy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta & \sin\delta \\ \sin\delta & -\cos\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{Gq} \\ U_{Gd} \end{pmatrix}$$

电流也有类似的关系, 利用这些关系, 对式 (6-40) 进行坐标变换, 可得

$$\begin{pmatrix} I_{Gx} \\ I_{Gy} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} G_x & B_x \\ B_y & G_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{Gx} \\ U_{Gy} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \end{pmatrix} E'_q \quad (6-41)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} G_x &= \frac{r_G + (X_q - X'_d) \sin\delta \cos\delta}{r_G^2 + X_q X'_d} \\ G_y &= \frac{r_G - (X_q - X'_d) \sin\delta \cos\delta}{r_G^2 + X_q X'_d} \\ B_x &= \frac{X'_d + (X_q - X'_d) \sin^2\delta}{r_G^2 + X_q X'_d} \\ B_y &= -\frac{X'_d + (X_q - X'_d) \cos^2\delta}{r_G^2 + X_q X'_d} \\ C_x &= \frac{r_G \cos\delta + X_q \sin\delta}{r_G^2 + X_q X'_d} \\ C_y &= \frac{r_G \sin\delta - X_q \cos\delta}{r_G^2 + X_q X'_d} \end{aligned} \right\} \quad (6-42)$$

这些系数都是绝对角 δ 的函数, 它们必须根据每个时

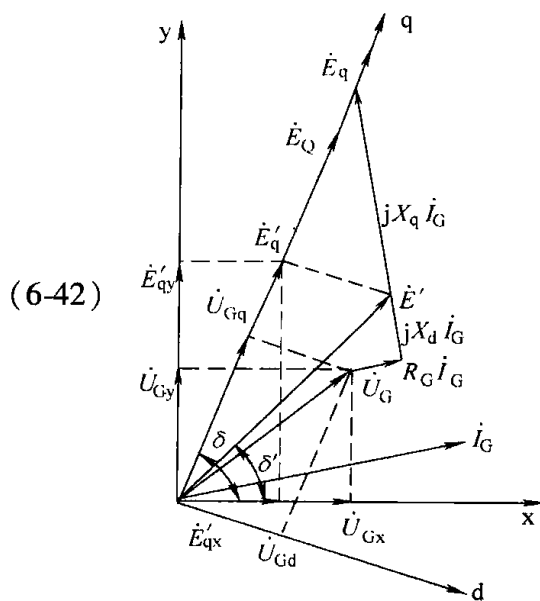


图 6-17 坐标系的变换

间段的功角值,不断加以修改。

这里的网络方程即是正常潮流计算用的网络方程,它以发电机端点、负荷端点及联络节点为系统节点,仅用网络元件的参数形成节点导纳矩阵。节点 i 的方程为

$$\dot{I}_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} \dot{U}_j$$

或

$$I_{ix} + jI_{iy} = \sum_{j=1}^n (G_{ij} + jB_{ij})(U_{jx} + jU_{jy})$$

该方程可以分为两个实数方程,并用矩阵形式表示为

$$\begin{pmatrix} I_{ix} \\ I_{iy} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^n \begin{pmatrix} G_{ij} & -B_{ij} \\ B_{ij} & G_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{jx} \\ U_{jy} \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6-43)$$

如果节点 i 为发电机节点,则节点注入电流即为发电机定子电流,节点电压即是机端电压。将定子电流算式(6-41)代入式(6-43)的左端,其中与机端电压有关的项移到右端与同类项合并,便可得到暂态稳定计算用的网络方程

$$\begin{pmatrix} I'_{ix} \\ I'_{iy} \end{pmatrix} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \begin{pmatrix} G_{ij} & -B_{ij} \\ B_{ij} & G_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{jx} \\ U_{jy} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_{ii} + G_{ix} & -B_{ii} + B_{ix} \\ B_{ii} + B_{iy} & G_{ii} + G_{iy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{ix} \\ U_{iy} \end{pmatrix}$$

式中

$$\begin{pmatrix} I'_{ix} \\ I'_{iy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{ix} \\ C_{iy} \end{pmatrix} E'_{qi} \quad (6-44)$$

由此可见,只要用 $(I'_{ix} \ I'_{iy})^T$ 取代 $(I_{ix} \ I_{iy})^T$,并用发电机电压方程式(6-41)中的二阶导纳矩阵去修改网络 Y 矩阵中对应的二阶对角子块,就可把发电机模型纳入网络方程。

暂态稳定性计算中,解微分方程算出该时刻各发电机的 δ 之后,由式(6-42)计算出各发电机的 G_x 、 B_x 、 G_y 、 B_y 、 C_x 、 C_y 等系数,修正各发电机节点的自导纳二阶子矩阵元素,由式(6-44)求出各发电机的计算用注入电流 I'_x 和 I'_y ,求解网络方程,得到发电机的端电压 U_x 和 U_y ,再用式(6-41)求出发电机的定子电流 I_x 和 I_y ,便可计算发电机的电磁功率,即

$$P_e = U_x I_x + U_y I_y + (I_x^2 + I_y^2) r_G$$

如果暂态稳定性计算中发电机采用 $E' = C$ (C 为常数)作为计算条件,则将前面公式中的 E'_q 用 E' 代替, δ 用 δ' 代替,且令 $X_q = X'_d$ 即可。此时, C_x 、 C_y 仍是随时间变化的 δ' 的函数,但系数 G_x 、 B_x 、 G_y 、 B_y 已是常数了。因此,只需在操作(包括故障)后的第一个时间段将导纳矩阵中与 $E' = C$ 的发电机相对应的自导纳二阶子矩阵用常数 G_x 、 B_x 、 G_y 、 B_y 修改一次即可。

(二) 发电机励磁系统与原动机系统的数学模型

发电机励磁系统与原动机系统的数学模型请查阅本书第四章第三节。

(三) 负荷的数学模型

负荷的数学模型请查阅本书第四章第四节。

四、电力系统暂态稳定性的快速判断

当电力系统遭遇大扰动后,运行人员希望尽早知道扰动后系统能否保持稳定,以便采取

相应的措施。但采用数值积分的方法需要较长的时间，等计算结果出来时，系统可能已经失去稳定，或者已没有足够的时间采取保持稳定的措施。因此，电力系统暂态稳定性的快速判断对于提高电力系统的安全稳定运行水平具有重要的意义。

(一) 电力系统暂态稳定性分析的直接法

1892 年俄国学者李雅普诺夫在《运动稳定性的一般问题》中提出了判断动态系统稳定性的直接方法。该方法不用去求解受扰系统的微分方程，只需构造一个正定的函数 V （后人称为李雅普诺夫函数），然后计算该函数对时间的导函数 $\dot{V}$ ，如在某一区域内， $\dot{V}$ 是负定的，则该受扰系统是稳定的。

使用经典直接法判断系统稳定性的一般步骤如下：

- 1) 针对受扰动系统构造一个正定的李雅普诺夫函数 V 。
- 2) 根据受扰运动方程式计算出 V 函数对时间的导函数 $\dot{V}$ 。
- 3) 计算满足 $\dot{V}(X) = 0$ 的点 X_i ($i=1, 2, \dots, n$)。
- 4) 将 X_i ($i=1, 2, \dots, n$) 代入 $V(X)$ ，计算 $V(X_i)$ ($i=1, 2, \dots, n$)。
- 5) 计算 $V_{cr} = V(X_*) = \min [V(X_i) (i=1, 2, \dots, n)]$ 。
- 6) 如受扰后系统的初始运行点 X_0 有 $V(X_0) < V_{cr}$ ，则系统稳定。反之，则不然。

李雅普诺夫直接法是判断系统稳定性的充分条件，因此，对于一个稳定的系统，其李雅普诺夫函数的构成有无穷多个。对于不同的李雅普诺夫函数，其表示的稳定域可能不一样，越大的稳定域越接近系统的实际稳定区域。各种构造李雅普诺夫函数的方法都是在试图构造能在系统的稳定区域内最大程度逼近系统实际稳定域的李雅普诺夫函数。这个工作目前仍在继续。

从使用经典直接法判断系统稳定性的一般步骤可以看出：该方法不考虑故障发生的地点和类型，一律取不稳定平衡点上最小的李雅普诺夫函数 $V(X_*)$ 值作为 V_{cr} ，认为当系统受扰后的初始运行点 X_0 的 $V(X_0) < V_{cr}$ 时系统才稳定。研究表明：在多机系统稳定平衡点 X_* 周围稳定域的边上，有很多不稳定平衡点 X_u 。一般来说，这些不稳定平衡点上的李雅普诺夫函数 $V(X_u)$ 的值是不同的，当系统受扰失去稳定时，对于不同的扰动方式或地点，系统受扰后的轨迹是不同的，因而穿过稳定边界的边界点也不同，相应的 V_{cr} 值也应该不同。而现在取最小的 $V(X)$ 值作为 V_{cr} ，可见其保守性之大。为改善计算精度，人们使用了许多改进措施，使电力系统暂态稳定性的快速判断方法逐步完善。下面介绍目前较好的两种方法。

(二) 势能界面法

势能界面法的李雅普诺夫函数用能量函数 $V_E(X)$ 构成，该能量函数分为势能 V_{PE} 和动能 V_{KE} 两部分。当系统在稳定平衡点同步运行时，系统不存在使系统摇摆振荡的能量，因此，在稳定平衡点，系统的 $V_{PE} = 0$ ，当系统的所有发电机保持同步运行时，系统的 $V_{KE} = 0$ 。对于电力系统，可以画出以功角为坐标的稳定域。某三机系统的势能曲面图如图 6-18 所示。在稳定域中有一个稳定平衡点 θ_s ，在其周围的稳定边界上有一些不稳定平衡点 θ_u 。在稳定平衡点 θ_s ，势能 $V_{PE} = 0$ ，偏离 θ_s 后， $V_{PE} > 0$ 。不同的点，其 V_{PE} 不同。把相角空间上 V_{PE} 相等的点连起来，就构成了等势能线（类似于地理图上的等高线）。在 θ_s 周围的某个范围内，等势能线是闭合的，而且在 θ_s 的势能最小（形如群山环抱的平地）。而对于不稳定平衡点 θ_u ，如果是鞍点，虽然也有 $\nabla V_{PE} = 0$ ，但其周围的等势能线不是闭合曲线（两山之间的山

谷)；如不是鞍点，则 θ_u 周围的势能线也是闭合线，但 θ_u 处的势能达到极大。

在势能曲线图上再画一条曲线，这条曲线穿过不稳定平衡点 θ_u 且与等势能曲线正交。这条曲线是一个闭合线，该曲线将相角空间上的势能曲面分成两部分，在闭合线内部有 θ_s 。这个闭合曲线称为势能界面 (PEBS)。

对于某一事故，如在比临界切除时间稍大一点的时刻清除事故，则系统的运行轨迹将紧靠某一鞍点 U_1 穿过 PEBS，如图 6-19 所示。不同的事故地点一般是紧靠另一个鞍点穿过 PEBS，这个鞍点就是关联不稳定平衡点。

若延长故障持续时间，则系统的运行轨迹将在关联不稳定平衡点 U_1 附近的某一点 U_2 穿过 PEBS，若是持续故障，则系统的运行轨迹将在某一点 U 穿过 PEBS。 U_2 及 U 点虽然不是关联不稳定平衡点 U_1 ，但研究表明，可以认为在相角平面上持续事故轨迹与 PEBS 相交的点 U 很接近关联不稳定平衡点 U_1 ，而且 U 和 U_1 都位于相角平面图上势能变化较平缓处，因此交点 U 上的 $V_{PE}(\theta_U)$ 和该事故状况下的 $V_{cr} = V_{PE}(\theta_{U1})$ 非常接近，因此可用 $V_{PE}(\theta_U)$ 近似 V_{cr} 。

用势能界面法计算 V_{cr} 的基本步骤如下：

- 1) 用快速方法计算持续事故轨迹。
- 2) 计算在 PEBS 变号的函数，用以判断轨迹是否与 PEBS 相交。
- 3) 计算交点 U 处 $V_{PE}(\theta)$ 的值，近似为 V_{cr} 。

多机系统暂态稳定性分析时通常需要在给定事故条件下计算临界切除时间 t_{cr} ，此时可用积分法计算受扰系统的轨迹，并利用已经得到的 V_{cr} 值。在每个积分时段都计算 $V_E = V_{PE} + V_{KE}$ ，并比较 V_E 与 V_{cr} ，如 $V_E < V_{cr}$ ，则继续积分计算，当第一次出现 $V_E \geq V_{cr}$ 时，所对应的积分时间 t 即为 t_{cr} 。

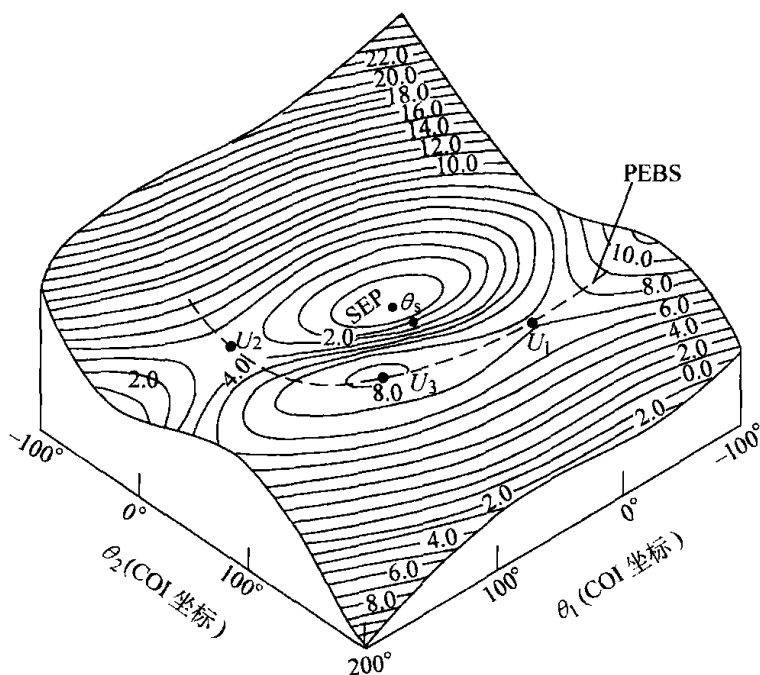


图 6-18 某三机系统的势能曲面图

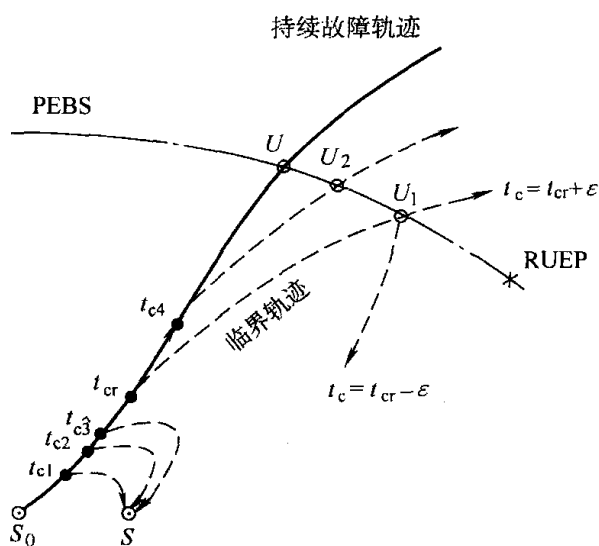


图 6-19 势能界面法示意图

(三) 扩展等面积法 (EEAC 法)

等面积法则利用平面上的加(减)速面积与影响发电机组转速变化的加(减)速能量的对应关系,通过计算、比较加(减)速面积的大小,可以方便、快速地判断单机—无限大系统的稳定性。但由于多机系统中不容易确定影响发电机组转速变化的加(减)速能量与某个面积(或体积)的对应关系,因此该方法不能用于多机系统稳定性的判断。扩展等面积法应用投影的原理,将多机系统对应的在多维空间的运动轨迹等效映射到对应于单机—无限大系统的一维空间,在一维空间,根据映射后的系统等效轨迹,用大家熟悉的等面积法则判断系统的稳定性。扩展等面积法是目前快速判断电力系统稳定性的最佳方法。下面简单介绍扩展等面积法的基本原理。

1. n 维空间到 1 维空间的映射: $\text{PCOI}(n, 1)$

对于一个 n 机系统,其发电机的转子运动方程可表示为

$$\frac{T_k}{\omega_0} \frac{d\delta_k^2}{dt^2} = P_{Tk}(t) - P_{Ek}(t) = \Delta P_k(t) \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (6-45)$$

将这 n 台机分为两群,即超前群 S_g 和滞后群 A_g 。然后将这两群内的发电机转子运动方程相加,并进行一次线性变换,记作 $\text{PCOI}(n, 2): R^n \rightarrow E(R^2)$, 其变换函数为

$$T_{S_g} = \sum_{i \in S_g} T_i, \delta_{S_g} = \sum_{i \in S_g} T_i \delta_i / T_{S_g}$$

$$T_{A_g} = \sum_{j \in A_g} T_j, \delta_{A_g} = \sum_{j \in A_g} T_j \delta_j / T_{A_g}$$

于是分别得超前群 S_g 和滞后群 A_g 的等效机方程

$$\frac{T_{S_g}}{\omega_0} \frac{d\delta_{S_g}^2}{dt^2} = P_{TS_g} - P_{ES_g} = \Delta P_{S_g} \quad (6-46)$$

$$\frac{T_{A_g}}{\omega_0} \frac{d\delta_{A_g}^2}{dt^2} = P_{TA_g} - P_{EA_g} = \Delta P_{A_g} \quad (6-47)$$

式(6-46)、式(6-47)是等效两机系统的动态方程。从数学角度看,将 n 台机分到非空的超前群和滞后群共有 $l = 2^n - 2$ 种分法,故方程式(6-46)、式(6-47)有 l 对。也即 $\text{PCOI}(n, 2)$ 变换将一个 n 维空间的动态轨迹 $\delta_k(t) (k=1, 2, \dots, n)$ 等效映射到 l 个二维空间。

为便于应用等面积法则,再将两机系统等效地映射到单机—无限大系统,即 $\text{OMIB}: R^2 \rightarrow R^1$ 。其变换函数为

$$\delta_g = \delta_{S_g} - \delta_{A_g}$$

将式(6-46)乘以 T_{A_g} , 得

$$\frac{T_{S_g} T_{A_g}}{\omega_0} \frac{d\delta_{S_g}^2}{dt^2} = T_{A_g} (P_{TS_g} - P_{ES_g}) \quad (6-48)$$

式(6-47)乘以 T_{S_g} , 得

$$\frac{T_{S_g} T_{A_g}}{\omega_0} \frac{d\delta_{A_g}^2}{dt^2} = T_{S_g} (P_{TA_g} - P_{EA_g}) \quad (6-49)$$

将式(6-48)减式(6-49), 得

$$\frac{T_{S_g} T_{A_g}}{\omega_0} \frac{d\delta_g^2}{dt^2} = (T_{A_g} P_{TS_g} - T_{S_g} P_{TA_g}) - (T_{A_g} P_{ES_g} - T_{S_g} P_{EA_g}) \quad (6-50)$$

令 $T_g = T_T^{-1} T_{S_g} T_{A_g}$, $T_T = T_{S_g} + T_{A_g}$, 代入式 (6-50), 有

$$\frac{T_g}{\omega_0} \frac{d\delta_g^2}{dt^2} = T_T^{-1} (T_{A_g} P_{TS_g} - T_{S_g} P_{TA_g}) - T_T^{-1} (T_{A_g} P_{ES_g} - T_{S_g} P_{EA_g}) = P_{Tg} - P_{Eg} \quad (6-51)$$

通过 PCOI($n, 2$) 和 OMIB 两次映射, 将 n 维空间的动态轨迹等效映射到 R^1 空间。将依次进行 PCOI($n, 2$) 和 OMIB 映射定义为 PCOI($n, 1$) 映射, 记作 PCOI($n, 1$): $R^n \rightarrow E(R^1)$ 。

在 R^1 空间, 可以使用等面积法则迅速地判断式 (6-51) 表示的系统是否稳定。但式 (6-51) 表示的系统稳定性是否同用式 (6-45) 表示的原始系统的稳定性一致呢? 以下的定理证明了这一点。

2. PCOI($n, 1$) 保留了系统稳定特性

系统运行时, 各发电机电动势相对于参考相量都有一个相角 $\delta_k (k=1, 2, \dots, n)$, 将 n 个 δ_k 角按从大到小的顺序重新排列, 得序列 $\delta_1 > \delta_2 > \dots > \delta_i > \dots > \delta_n$, 每两个相邻相角之间构成一个角度间隙 $\Delta\delta_j = \delta_j - \delta_{j+1} \geq 0$ 。对于 n 机系统, 有 $n-1$ 个角度间隙 $\Delta\delta_j$, 即 $j=1, 2, \dots, n-1$ 。

当系统稳定时, 任一个角度间隙 $\Delta\delta_j$ 都不会无限增大, 即小于一个足够大的值。反之当系统不稳定时, 则存在至少一个角度间隙 $\Delta\delta_j$ 逐渐增大, 最终大于任何事先给定的值。这种无限增大的角度间隙称为无界角度间隙 (UAG)。

显然, 若系统存在 UAG, 则系统一定是不稳定的, 而系统不存在 UAG, 则系统一定是稳定的。

定理 6-1: 如果系统在 R^n 空间不稳定, 则至少在一个 PCOI($n, 1$) 映射得到的 R^1 空间上的映像是稳定的。

证明: 系统在 R^n 空间不稳定, 意味着在 R^n 中至少有一个 UAG。以此 UAG 为划分, 将该 n 机分成互补的两群 S_g 和 A_g 。设 G_j 是超前群 S_g 中最滞后的发电机, G_{j+1} 是滞后群 A_g 中最领先的机组。根据 PCOI($n, 1$) 映射, 在 R_g^1 空间的映射角

$$\delta_g = \delta_{S_g} - \delta_{A_g} = \sum_{i \in S_g} T_i \delta_i / \sum_{i \in S_g} T_i - \sum_{k \in A_g} T_k \delta_k / \sum_{k \in A_g} T_k \geq \delta_j - \delta_{j+1} = \Delta\delta_j (\text{UAG})$$

所以 δ_g 是 R^1 空间的 UAG。因此, 系统在 R_g^1 空间的映射是不稳定的。

证毕。

定理 6-2: 如果系统在 R^n 空间稳定, 则在任一个 R^1 空间上的映像都是稳定的。

证明: 设 G_1 是 n 台发电机中最领先的发电机, G_n 是最滞后的发电机。因为系统稳定, 所以不存在 UAG。因此, 必存在一有限值 K , 满足 $|\delta_1 - \delta_n| \leq K$ 。指定 G_1 是超前群 S_g 的第一个成员, G_n 是滞后群 A_g 的第一个成员。对于其他的发电机 $G_k (1 < k < n)$, 有 $\delta_1 \leq \delta_k \leq \delta_n$ 。将 G_k 划入 S_g 不可能增加 δ_{S_g} ; 划入 A_g 不可能减少 δ_{A_g} 。因此, 有

$$|\delta_g| = |\delta_{S_g} - \delta_{A_g}| = \left| \sum_{i \in S_g} T_i \delta_i / \sum_{i \in S_g} T_i - \sum_{k \in A_g} T_k \delta_k / \sum_{k \in A_g} T_k \right| \leq |\delta_1 - \delta_n| \leq K, \quad \forall g$$

所以在 R^1 平面上 δ_g 有界, 映像稳定。

证毕。

从定理 6-1 和定理 6-2 的证明可看出, 用扩展等面积法判断系统稳定性时, 不必对 $l=2^n-2$ 个等效单机—无穷大系统进行判断, 只要对以角度间隙为划分, 角度超前角度间隙的机组划为超前群 S_g , 角度滞后角度间隙的机组划为滞后群 A_g , 得到的等效单机—无限大系统判断稳定性即可。由于 n 机系统的角度间隙只有 $n-1$ 个, 故需进行稳定判断的等效单机—无限大系统只有 $l'=n-1$ 个。

3. 扩展等面积法的实际应用步骤

- 1) 用快速方法计算持续事故轨迹。
- 2) 将各发电机按其电动势相对于参考相量相角的大小, 按从大到小的顺序排列, 得序列 $\delta_1 > \delta_2 > \dots > \delta_i > \dots > \delta_n$ 。
- 3) 计算角度间隙 $\Delta\delta_j = \delta_j - \delta_{j+1}$ ($j=1, 2, \dots, n-1$), 并按角度间隙的大小重新排序。即 $\Delta\delta_1 > \Delta\delta_2 > \dots > \Delta\delta_{n-1}$ 。
- 4) 根据角度间隙 $\Delta\delta_1, \Delta\delta_2, \dots, \Delta\delta_{n-1}$ 作划分 $g_1, g_2, \dots, g_{n-1}$ 。
- 5) 对每个划分作故障前、故障中和故障后的 PCOI ($n, 1$) 映射。
- 6) 根据各等效系统计算加、减速面积, 判断系统稳定性及临界切除角。
- 7) 各划分中最小的临界切除角为该多机系统的临界切除角。
- 8) 对应于临界切除角的时间即为临界切除时间。

第六节 电力系统异步运行的概念

电力系统由于严重故障或错误操作等原因而失去稳定时, 各发电机之间便处于不同步的运行状态。这种状态称为异步运行状态。

异步运行是同步发电机的一种非正常运行状态。带有励磁的同步发电机异步运行会造成系统中电压、电流和功率的剧烈振荡; 无励磁同步发电机异步运行时要从系统吸取大量的无功功率, 这无论是对系统还是发电机本身的安全运行都会带来不良的影响。但是理论研究和运行经验都表明, 在一定的条件下, 积极而谨慎地利用同步发电机短时间的异步运行, 采取措施使之迅速恢复同步, 对于改善系统的运行条件也是有利的。

一、发电机异步运行时的功率特性

当发电机转速偏离同步转速时, 它的转子相对于定子磁场有相对运动, 转子上所有闭合绕组便要感生电流。感生电流所建立的磁场与定子磁场相互作用, 产生一定的附加转矩。这部分转矩 (或功率) 称为异步转矩 (或功率)。

简单电力系统的发电机作稳态异步运行时, 应用同步发电机的基本方程——派克方程, 可以导出发电机的转矩 (或功率) 表达式。

有功功率表达式中的同步功率分量为

$$P_{\text{syn}} = \frac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin(\delta_0 + st) + \frac{U^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_{d\Sigma} X_{q\Sigma}} \right) \sin(2\delta_0 + 2st)$$

由公式可以看出, 同步功率表达式中的两项分别以转差率和两倍转差率为角频率作周期变化, 它的平均值为零。因此, 它不向系统输送能量, 而且, 这种幅值很大的交变功率会对

系统产生强烈的扰动，并使发电机转子受到很大的扭矩，这就是它的危害性。

由于受到同步功率的作用，发电机的转差是周期性变化的，发电机的异步有功功率的平均值（又称为平均异步功率）为

$$P_{as,av} = \frac{U_2}{2} \left[\frac{X_d - X'_d}{X_{d\Sigma} X'_{d\Sigma}} \frac{sT'_d}{1 + (sT'_d)^2} + \frac{X'_d - X''_d}{X'_{d\Sigma} X''_{d\Sigma}} \frac{sT''_d}{1 + (sT''_d)^2} + \frac{X_q - X'_q}{X_{q\Sigma} X'_{q\Sigma}} \frac{sT'_q}{1 + (sT'_q)^2} + \frac{X'_q - X''_q}{X'_{q\Sigma} X''_{q\Sigma}} \frac{sT''_q}{1 + (sT''_q)^2} \right]$$

当发电机转速高于同步转速时，发电机的转差率 $s > 0$ ， $P_{as,av} > 0$ ，发电机发出有功功率。

异步运行时，平均异步功率就是发电机向系统输送的有功功率。平均异步功率与转差率的关系曲线是发电机异步运行的重要特性曲线。图 6-20 所示为不同类型发电机的平均异步功率特性。从图中可以看到，当发电机端为额定电压时，汽轮发电机在很小的转差下，便可输出大小等于额定值的平均异步功率。

处于异步运行状态的同步发电机，不论转差的符号如何，平均无功功率总具有负值。发电机从作为无功电源向系统输送无功功率变成从系统吸收无功功率的无功负荷，加重了系统的无功负担，特别是对于无功电源不足的电力系统，可能会引起系统电压大幅度地下降，从而使大量用户无法正常工作。

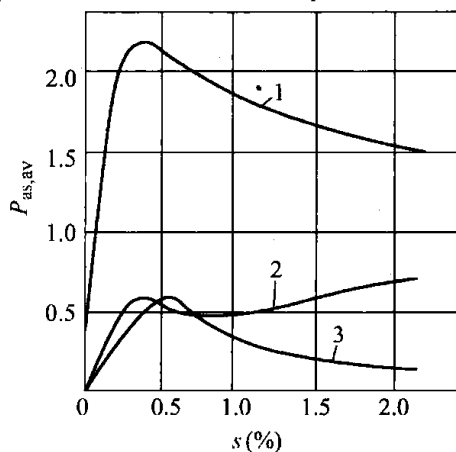


图 6-20 不同类型发电机的平均异步功率特性

1—汽轮发电机 2—有阻尼绕组水轮发电机 3—无阻尼绕组水轮发电机

二、发电机由失步过渡到稳态异步运行的过程

发电机由短路到失去同步的过程，可以用图 6-21 所示的功角特性定性说明。从图中看到，最大可能的减速面积 A_{def} 小于加速面积 A_{abce} 。因此，在第一次振荡时，发电机的转差不可能在点 f 以前重新下降到零，发电机工作点将越过点 f。此后，发电机继续加速，功角不断增大，转差也逐渐增大，发电机便失去同步而过渡到异步状态。

发电机失去同步后，随着转差的增大，异步功率也逐渐增大。与此同时，原动机调速器由于发电机转速超过同步转速而开始减小原动机的功率，如图 6-21 所示。

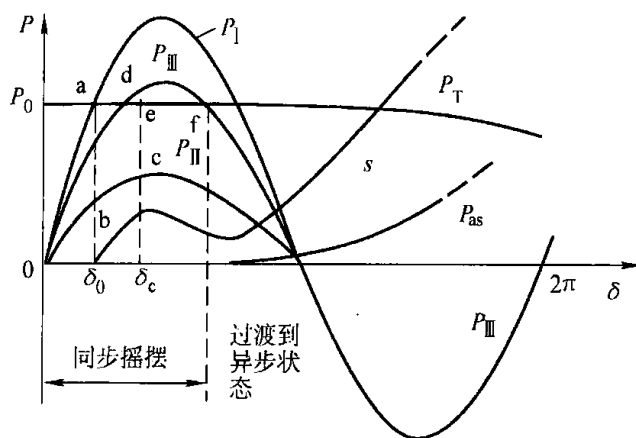


图 6-21 发电机由短路到失去同步的过程

失步后的发电机，由于功角 $\delta = \delta_0 + st$

随时间不断增大，因此，与功角成正弦函数的同步功率分量将随时间以转差率为角频率交变。在功率交变的一个周期内，发电机有半个周期工作在发电机状态，同步功率对转子起制动作用；有半个周期工作在电动机状态，同步功率对转子起推动作用。由于一周期的同步功率平均值为零，所以它仅对转差的瞬时值产生影响，而对平均转差的影响很小。

发电机的平均转差率由原动机的功率和平均异步功率（当计及定子回路的电阻或机端负荷时，还要加上固有功率，有时固有功率与平均异步功率是同一个数量级的）共同作用

来确定。图 6-22 所示功率和平均转差率变化特性定性描述了简单系统发电机由失步到稳态异步运行的过程。在刚失步时，平均转差率较小，而调速器刚刚开始减小原动机的功率，所以作用在发电机转子上的加速性过剩功率较大，平均转差率迅速增大。随着平均转差率的迅速增大，平均异步功率也迅速增大，而原动机的功率则在调速器的作用下迅速减小。在某一时刻 t_a ， $P_T = P_{as,av}$ （见图 6-22 点 a），达到功率平衡。但在此刻，发电机的平均转差率较大，调速器继续减小原动机的功率，因而在 $t > t_a$ 以后， $P_T < P_{as,av}$ ，转子将受到减速性的过剩功率作用而开始减小平均转差率。发电机的平均异步功率也开始减小。最后，平均异步功率与原动机的功率相平衡，平均转差率达到它的稳态值 s_∞ ，发电机便进入稳态异步运行。

稳态异步运行的平均转差率 s_∞ ，可由原动机调速器的静态特性 $P_T = \varphi(s_{av})$ 和发电机的平均异步功率特性的交点来确定，如图 6-23 所示。发电机的平均异步功率（在实际系统中还应包括固有功率）及平均转差率 s_∞ 是稳态异步运行的两个最重要的参数。通过调整调速器的伺服电动机（二次调节），改变原动机的功率特性，可以减小 s_∞ 的值，如图 6-23 所示。

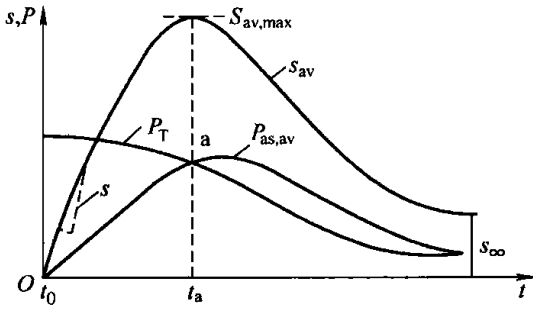


图 6-22 功率和平均转差率变化特性

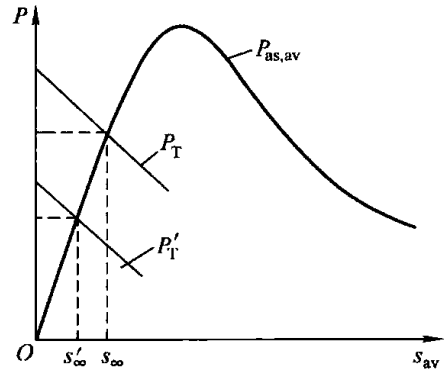


图 6-23 稳态异步运行平均转差率的确定

三、实现再同步的必要条件和促使再同步的措施

发电机失去同步后，允许它异步运行的目的是要促使它再次牵入同步（再同步），以加快恢复系统的正常运行。

发电机能否实现再同步，取决于下面两个条件：第一，发电机能否抵达同步转速，即发电机的转差瞬时值能否经过零值；第二，在抵达同步转速之后，能否不失步地过渡到稳定的同步运行状态。

转差的瞬时值是由作用在转子上的所有转矩共同决定的。原动机的功率与平均异步功率相互平衡决定了平均转差率的大小，而同步转矩的存在，使转差作周期性的脉振，其振幅与同步转矩的幅值有关，同步功率的幅值越大，转差脉振的幅值也越大。图 6-24 所示为简单电力系统隐极发电机稳态异步运行时转差脉振的情况，即转矩和转差率变化特性。

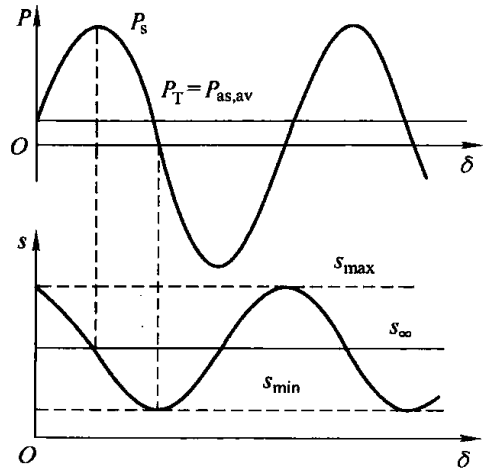


图 6-24 转矩和转差率变化特性

平均转差率越小,转差振荡幅度越大,转差瞬时值过零的机会也就越多。因此,在发电机失去同步以后,必须尽快地减少原动机功率以降低平均转差率,并且适时地增加励磁,以增大同步功率的幅值,从而增大转差的振荡幅度,为瞬时转差过零创造条件,使发电机尽快实现再同步。

第七节 提高系统暂态稳定性的措施

大扰动后发电机机械功率和电磁功率的差额(不平衡功率)是导致系统暂态稳定破坏的主要原因,因此提高暂态稳定性的措施,一般首先考虑的是减少扰动后不平衡功率的临时措施。下面先从改变制动(电磁)功率和原动(机械)功率两方面介绍几种常用的提高暂态稳定性的措施,然后再简单介绍系统一旦失去稳定后的恢复措施。

影响电力系统暂态稳定性的故障绝大多数是短路故障,而在短路期间,由于网络拓扑结构的变化,影响了发电机电磁功率的输送,因此,为加强系统暂态稳定性,一般要提高发电机输出的电磁功率,或(并)减少原动机的机械功率。

一、改变制动功率(发电机输出的电磁功率)

(一) 故障的快速切除和自动重合闸装置的应用

短路期间,受网络拓扑结构变化的影响,大大降低了发电机输送电磁功率的能力。切除故障后发电机输送电磁功率的能力得到提高,减少了发电机机械功率和电磁功率的差额,有利于系统的暂态稳定性。故障的快速切除缩短了故障持续时间,从功一角特性曲线可以看出,快速切除故障减小了加速面积,增加了减速面积,从而提高了发电机之间并列运行的稳定性。另一方面,快速切除故障也可使负荷中的电动机端电压迅速回升,减小电动机失速和停顿的危险,提高负荷的稳定性。

切除故障时间是继电保护装置动作时间和断路器动作时间的总和。目前已能做到短路后0.06s切除故障线路,其中0.02s为保护装置动作时间,0.04s为断路器动作时间。

电力系统的故障特别是高压输电线路的故障大多数是短路故障,而这些短路故障大多数又是暂时性的。因此,采用自动重合闸装置,在发生故障的线路上,先切除线路,经过一定时间再合上断路器,如果故障消失则重合闸成功。实践表明:重合闸的成功率是很高的,可达90%以上。重合闸措施可以提高供电的可靠性,对于提高系统的暂态稳定性有十分明显的作用。图6-25所示为在简单系统中重合闸成功使减速面积增加的情形。重合闸动作越快对稳定越有利。但是,重合闸的时间受到短路点去游离时间的限制,即如果在原来短路产生电弧的地方,气体还处在游离的状态下而过早地重合线路断路器,将引起再度燃弧,使重合闸不成功甚至扩大故障。去游离的时间主要取决于线路的电压等级和故障电流的大小,电压越高,故障电流越大,去游离时间越长。

特高压输电线路的短路故障大多数是单相接地故障,因此在这些线路上可以采用单相重合闸。单相重合闸装置在切除故障相后经过一段时间再将该相重合,由于其切除的只是故障相而不是三相,从切除故障相后到重合闸前的一段时间里,即使只有单回输电线路,送端的发电厂和受端系统也没有完全失去联系,故可以提高系统的暂态稳定性。图6-26所示为单回路输电系统采用单相重合闸和三相重合闸两种情况的对比。图6-26a为等效电路,其中示

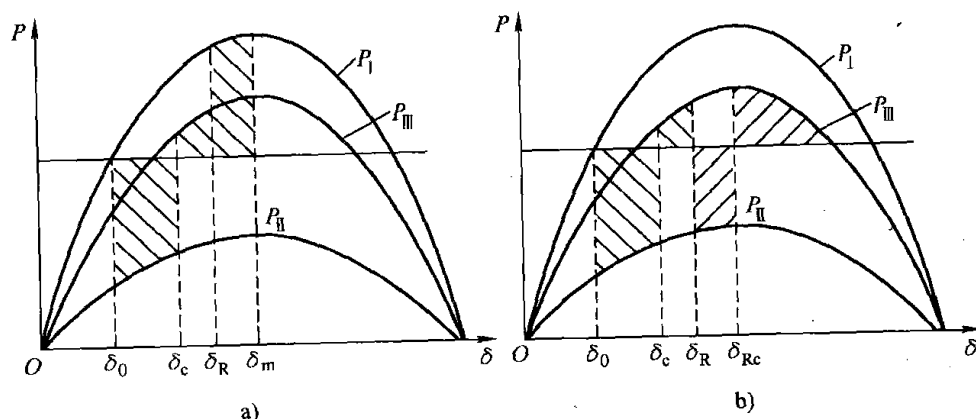


图 6-25 有重合闸装置的面积图形

a) 重合闸成功 b) 重合闸后故障仍存在

出了单相切除时的等效电路，表明发电机仍能向系统送电 ($P_m \neq 0$)。由图 6-26b、c 可知，采用单相重合闸时，加速面积大大减小。

需要指出的是，采用单相重合闸时，去游离的时间比采用三相重合闸有所加长，因为切除一相后其余两相仍处在带电状态，尽管故障电流被切断，带电的两相仍将通过导线之间的电容和电感耦合向故障点继续供给电流（称为潜供电流），因此维持了电弧的燃烧，对去游离不利。

故障的快速切除和自动重合闸技术是两项经常一起使用的措施，它们可以较大地减少发电机的功率差额，也比较经济，应首先考虑。

(二) 对发电机施行强行励磁

发电机都具有强行励磁装置，以保证当系统发生故障而使发电机端电压低于 85% ~ 90% 额定电压时迅速而大幅度地增加励磁，从而提高发电机电动势，增加发电机输出的电磁功率。强行励磁对提高发电机并列运行和负荷的暂态稳定性都是有利的。

在使用直流励磁机的励磁系统中，强行励磁多半借助于装设在发电机端的欠电压继电器起动一个接触器去短接励磁机的磁场变阻器，因而称为继电器式强行励磁。在晶闸管励磁中，强行励磁则靠增大晶闸管整流器的导通角而实现。强行励磁的作用随励磁电压增长速度和强行励磁倍数（最大可能励磁电压与额定运行时励磁电压之

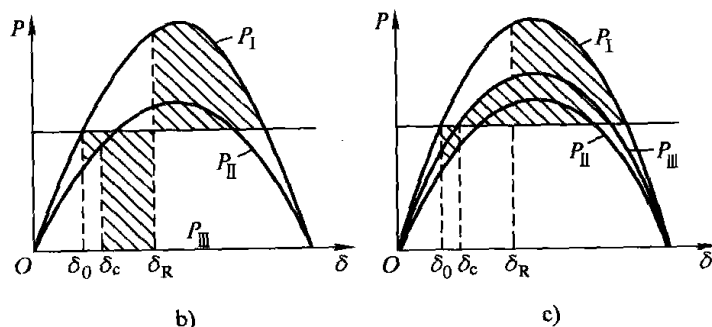
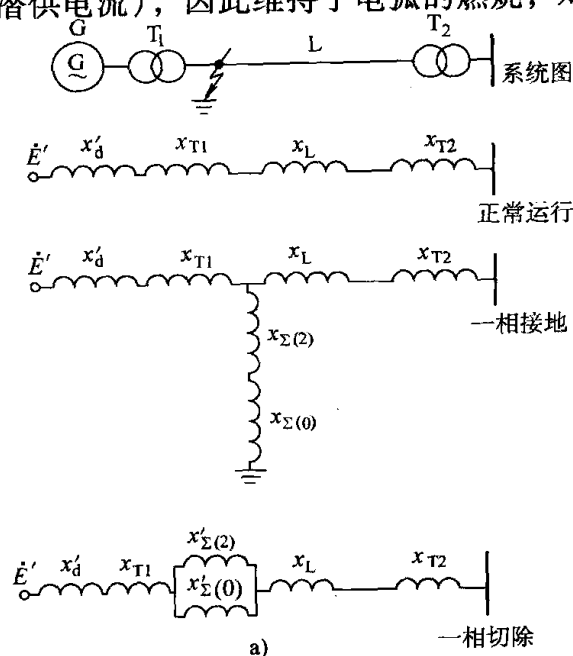


图 6-26 单相重合闸与三相重合闸的对比

a) 等效电路 b) 三相重合闸 c) 单相重合闸

比) 的增大而更加显著。

(三) 电气制动

电气制动是在系统发生故障后迅速地投入电阻以消耗发电机的有功功率(增大发电机输出的电磁功率), 从而减少功率差额。图 6-27 显示了两两种制动电阻的接入方式。当电阻串联接入时, 旁路开关正常时闭合, 投入制动电阻时断开旁路开关; 并联接入时, 开关正常时断开, 投入制动电阻时闭合。如果系统中有自动重合闸装置, 则当线路开关重合时应将制动电阻短路(制动电阻串联接入时)或切除(制动电阻并联接入时)。

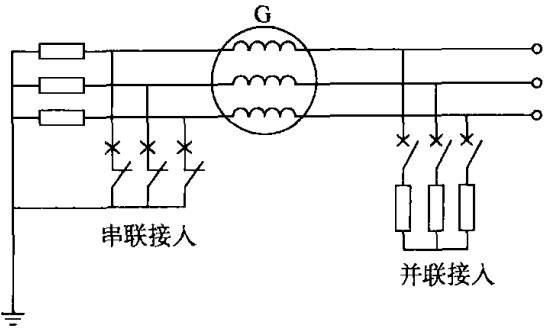


图 6-27 两种制动电阻的接入方式

电气制动的作用可用等面积定则解释, 如图 6-28 所示。图 6-28a、b 比较了有与没有电气制动的情况。图中, 假设故障发生后瞬时投入制动电阻; 切除故障线路的同时切除制动电阻。由图 6-28b 可见, 若故障切除角 δ_c 不变, 由于采用了电气制动, 减少了加速面积 bb_1c_1cb , 使原来不能稳定的系统保持了暂态稳定性。

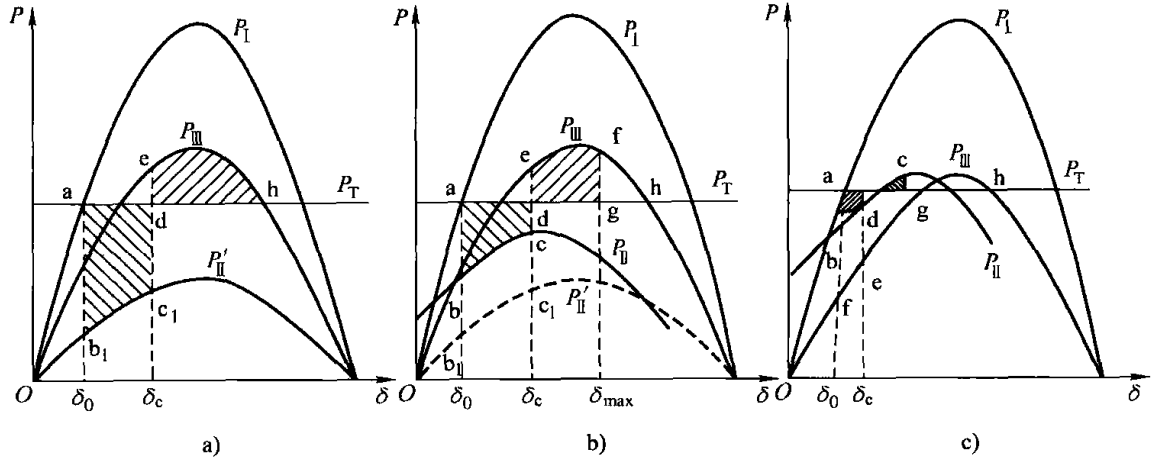


图 6-28 电气制动的作用

a) 无电气制动 b) 有电气制动 c) 过制动

运用电气制动提高暂态稳定性时, 制动电阻的大小及其投切时间要选择得当。否则或者会发生欠制动, 即制动作用过小, 发电机仍要失步; 或者会发生过制动, 即制动作用过大, 发电机虽在第一次振荡中没有失步, 却在切除故障和切除制动电阻后的第二次振荡中失步。过制动现象可用等面积定则解释。如图 6-28c 所示, 故障过程中运行点转移的顺序为 a-b-d-c-d, 即第一次振荡过程中发电机没有失步。在 d 点切除故障, 同时切除制动电阻, 运行点转移的顺序为 d-e-f-e-g-h, 即在第二次振荡过程中发电机失步了。因此, 在考虑某个具体系统采用电气制动时, 应通过一系列计算来选择制动电阻。

(四) 变压器中性点经小电阻接地

变压器中性点经小电阻接地是不对称接地短路故障时的电气制动。图 6-29 所示为一变压器中性点经小电阻接地的系统发生单相接地短路时的情形。因为变压器中性点串接了电阻, 出现不对称接地短路故障时, 零序电流流过变压器中性点电阻引起了附加的功率损耗。这个情况对应于故障期间的功率特性 P_{II} 升高, 因为变压器中性点电阻反映在正序增广网络

的附加阻抗中。

与电气制动类似，变压器中性点的小电阻必须经过计算来确定电阻值。

(五) 输电线路设置开关站

对双回路的输电线路，故障切除一回路后，线路阻抗将增大一倍，故障后的功率极限要降低很多。这种情况，对暂态稳定和故障后的静态稳定都是不利的。特高压远距离输电线路的阻抗占系统总阻抗的比例很大，这种影响就更大。如果在线路中间设置开关站，把线路分成几段，故障时仅切除一段线路，如图 6-30 所示，则线路阻抗增加得较少。开关站的数目越多，故障后线路阻抗增加越少，对稳定性是有利的。但是，这种作用并不与开关站的数目成比例，而建设开关站所花费的材料和投资，却大致与开关站的数目成比例。因此，过多地建设开关站在经济上是不合理的。一般对于长度为 300 ~ 500km 的输电线路，开关站以一个为宜，对于长度为 500 ~ 1000km 的输电线路，开关站以两个至三个为宜。开关站的数目及分布位置，还可结合串联电容补偿及并联电抗补偿统一考虑。

(六) 输电线路采用强行串联电容补偿

利用电容器容抗与输电线路感抗相反的性质，在输电线路串联接入电容器来减小线路的等效电抗，这种做法称为串联电容补偿。由于考虑继电保护正确动作和引起次同期谐振等因素，串联电容的补偿度 k_c ($k_c = X_c/X_L$) 一般小于 0.35。

采用强行串联电容补偿可在切除线路故障线段时切除部分并联的电容器组，增大串联补偿电容的容抗，部分地或是全部地抵消由于切除故障线段而增大的线路电抗，提高系统的暂态稳定性。

近年来，一些国家已在应用可控串联补偿装置 (TCSC)，它由电容器与晶闸管控制的电抗器并联组成。调节晶闸管的导通角可以改变通过电抗器的电流，使补偿装置的基频等效电抗在一定的范围内连续变化，不仅可进行参数补偿，还可向系统提供阻尼，抑制振荡，提高系统的静态稳定性和暂态稳定性。

二、改变原动功率 (原动机输出的机械功率)

(一) 快速的自动调速系统或者快速关闭进汽门

现有的原动机调节器都具有一定的机械惯性 (特别是水轮机调节器) 和存在失灵区，因而其调节作用有一定的迟滞 (要在发电机转速变化到一定值后才动作)。加之原动机本身

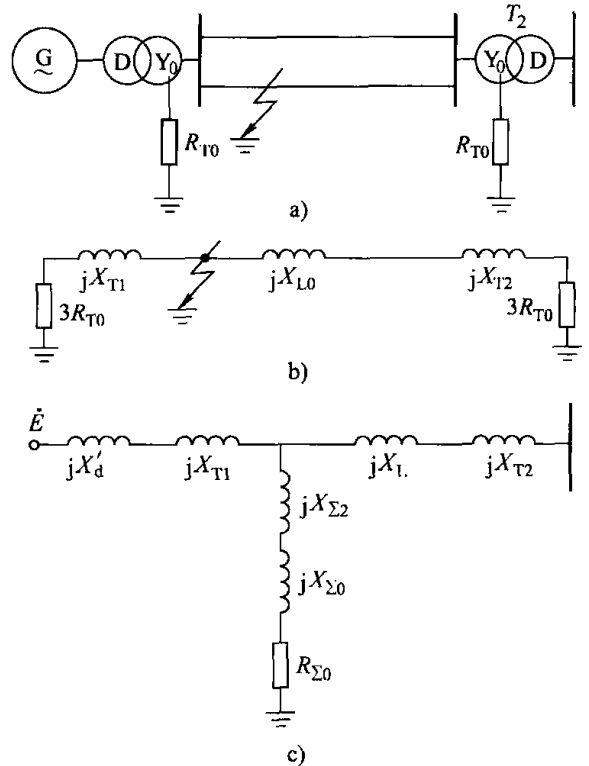


图 6-29 变压器中性点经小电阻

接地的系统单相接地短路

a) 系统图 b) 零序网络 c) 正序增广网络

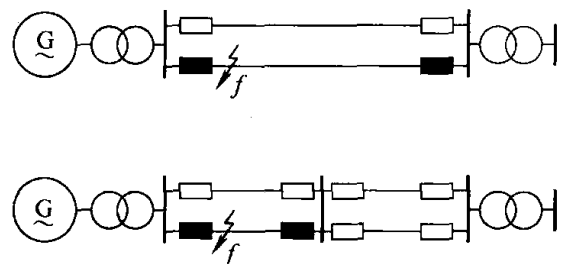


图 6-30 输电线路设置开关站

从调节器改变输入工质的数量（如蒸汽量）到它的输出转矩发生相应的变化需要一定的时间（汽轮机用汽容时间常数表征）。所以，即使是动作较快的汽轮机调节器，它对暂态稳定的第一个摇摆周期影响也很小。

因此，提出了原动机的故障调节方式，利用一些特殊设备，在系统故障时，快速地调节原动机的功率。目前，已在使用的有汽轮发电机的快速动作汽门（汽门动作后在 0.3s 内关闭 50% 以上的功率，可以提高暂态稳定极限约 20% ~ 30%）。发生短路时，保护装置或专门的检测控制装置使快速汽门动作，使原动机的功率迅速下降，以减小加速面积，并增大可能的减速面积，从而使系统在第一个摇摆周期保持暂态稳定。为了减小发电机振荡幅度，在功角开始减小时重新开放汽门。重新开放汽门还可以避免系统失去部分有功电源。

对于汽轮机可以采用快速的自动调速系统或者快速关闭汽门的措施，而水轮机由于水锤现象不能快速关闭进水门。

（二）联锁切除部分发电机

如果系统备用容量足够，在切除故障线路的同时，连锁切除部分发电机，这是一种简单可行和有效的提高暂态稳定的措施。

当系统输送功率水平较高时，若发生短路故障则有可能使系统失去稳定。如果在切除短路后接着从送端发电厂中切除一台发电机，则相当于减少了等效发电机组原动机功率。虽然这时等效发电机的电抗也增大了，致使功率特性略有下降，但是，总地来说，切除一台发电机能大大增大可能的减速面积，提高系统的暂态稳定性。

应该指出，由于切除部分发电机，系统失去了部分电源，系统频率和电压将会下降，如果切除的发电机容量较大，则在暂态过程的初期阶段虽然保持了各发电机之间的同步，但因系统频率和电压过分下降，可能会引起频率崩溃或电压崩溃，最终导致系统失去稳定。为防止发生这种情况，在切除部分发电机之后，可以连锁切除部分负荷，或者根据频率和电压下降的情况来切除部分负荷。

目前，切除部分发电机已在我国各大电力系统采用，部分电力系统还附加了切负荷措施。应该指出，切除部分发电机的措施，对水电厂来说，不会产生多大问题，而对火电厂来说，从切机到故障后的恢复，将带来较大的热力和燃料的损失。此外，利用现代通信及远动技术，实现远方联锁切机等也已得到实际应用，进一步的研究还在进行之中。

（三）合理选择远距离输电系统的运行接线

远方发电厂向系统中心输电常常采用多回路输电方式。但在运行中，从提高系统暂态稳定性的角度宜选用机组单元接线或扩大单元接线方式向远方的负荷中心输电。

机组单元接线或扩大单元接线方式较之将电厂所有机组都连接在工作母线上并联向远方负荷中心输电的方式，其优点在于：当某单元的输电线路送端发生短路时，对其他单元的影响很小，可以极大地提高系统暂态稳定性，甚至可以按静态稳定条件来确定正常输送的功率。但该接线方式在线路故障切除后会系统失去部分电源，如果系统有功备用容量不足，会使系统出现较大的功率缺额，导致对部分用户的中断供电。

除了以上措施外，还有不少提高暂态稳定性的办法，这里就不一一介绍了。

三、系统失去稳定后的措施

尽管电力系统的设计和运行中都采取了一系列提高稳定性的措施，但是系统还是不可避

免地会遇到没有估计到的故障情况以致使系统丧失稳定。因此，必须了解系统失去稳定后的现象并采取措施以减轻丧失稳定所带来的危害，迅速地使系统恢复同步运行。

(一) 设置解列点

如果所有其他提高稳定的措施均不能保持系统的稳定，可以有计划地手动或靠解列装置自动断开系统某些断路器，将系统分解成几个独立部分。这些解列点是预先设置的，解列点的选择应使解列后系统各部分的电源和负荷大致平衡，否则，解列后某些部分系统的频率和电压可能会过分降低（或升高），影响各部分系统的稳定工作和供电的可靠性。在实际电力系统中，一般不易找到理想的解列点，特别是在复杂电力系统，要把系统分解，解列点也不止一处，因而增加了选择的困难。另外，随着运行方式的改变，解列点也应作相应的变动。当然，解列后各独立部分相互间不再保持同步。

这种把系统分解成几个部分的解列措施是不得已的临时措施，一旦将各部分的运行参数调整好后，就要尽快将各部分重新并列运行。

(二) 短期异步运行和再同步

电力系统若失去稳定，一些发电机处于不同步的运行状态，即为异步运行状态。异步运行可能给系统（包含发电机组）带来严重危害，但若系统能承受短时的异步运行，并有可能再次拉入同步，这样就可以缩短系统恢复正常运行所需要的时间。

系统异步运行时可能遇到以下问题。

首先，对于异步运行的发电机，其机组的振动和转子的过热等均可能造成本身的损伤。此外，异步运行对系统的影响是：

1) 异步运行的发电机从系统吸收无功功率，如果系统无功功率储备不充分，会降低系统的电压水平，甚至使系统陷入“电压崩溃”。

2) 异步运行时系统中有些地方电压极低，在这些地方将丧失大量负荷。以简单系统为例：设送端发电厂电动势 E' 保持不变，送端发电厂与受端无限大容量系统失步后，随着功角 δ 的不断增加，系统中各点的电压幅值不断地波动。当 $\delta = 180^\circ$ 时，某些点的电压降得很低，在距无限大母线的电气距离为 $\frac{U}{E' + U} X_2$ 处电压降为零，这一点称为振荡中心。靠近振荡中心的地区负荷，由于电压周期性地大幅度降低，电动机将失速、停顿，或者在低电压保护装置作用下自动脱离系统。

3) 系统异步运行时电流、电压变化情况复杂，可能引起保护装置的误动作而进一步扩大事故。

(三) 做好系统“黑启动”方案

所谓“黑启动”，是在全电网停电的情况下对电网恢复供电。全网停电的事故虽然很少发生，但也不是绝对不会发生的，国内外都出现过全网停电的事故。在全网停电的情况下迅速恢复供电是当务之急，由于发电机组性能的差异，电网结构的特点及负荷类型的不同，使得不同的恢复供电措施所需时间有很大的差别。因此，必须事先准备好启动方案，一旦事件发生，就能按照负荷类型的重要程度先后以最快的速度迅速恢复全网供电，使系统因停电造成的损失最小。

思考题与习题

6-1 在电力系统暂态稳定性分析中，为什么一般不考虑发电机定子回路中的负序电流分量和零序电流

分量?

6-2 简单电力系统如图 6-31 所示, 当在输电线路送端发生单相接地故障时, 为保证系统暂态稳定, 试求其极限切除角 δ_{cm} 。

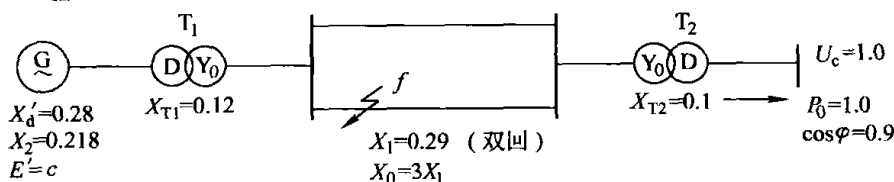


图 6-31 题 6-2 图

6-3 系统接线如图 6-32 所示, 其中 $X_1=0.4$, $X_2=0.2$, $X_3=0.2$, $E'=1.2$, $X_d'=0.2$, $T_J=6s$, $U_C=1.0$, 原动机功率 $P_T=1.5$, 发电机用 (E', X_d') 模型, 试求:

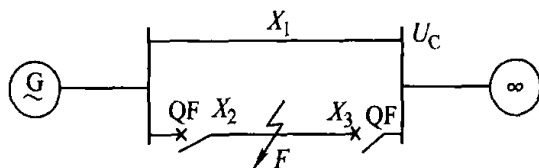


图 6-32 题 6-3 图

- (1) 双回线运行, 求功率角 δ_0 ;
- (2) f 点发生三相短路 (永久性), 若断路器 QF 不跳开, 系统是否稳定?

(3) f 点发生三相短路 (永久性), 当发电机 δ 角摆到 60° 时断路器 QF 跳开, 分析系统是否稳定, 求最大摇摆角;

- (4) f 点三相短路, 求 δ_{cm} 及相应的 t_{cm} 。

6-4 输电系统如图 6-33 所示, 折算到同一基准值的各元件参数标幺值已标注图中, 输电线零序电抗为正序电抗的 3 倍。在线路一回路的的首端发生单相接地短路, 用改进欧拉法确定临界切除时间。

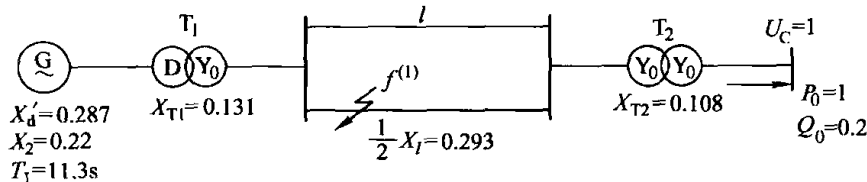


图 6-33 题 6-4 图

6-5 同步发电机 A 经电抗连接在无穷大母线 B 上。无穷大母线电压 $U_\infty=0.9$, 发电机 A 的机端电压 $U=1$, 输出功率 $P=0.9$ 。若将一纯电阻负载 $R=1$ 突然合闸接在 C 点, 如图 6-34 所示。试问在合上开关 S 后的初始阶段, 发电机的输出功率是多少? 达到稳态时, 发电机 A 的输出功率是多少? (运行人员不干预调速器, 所给的数据全为标幺值)

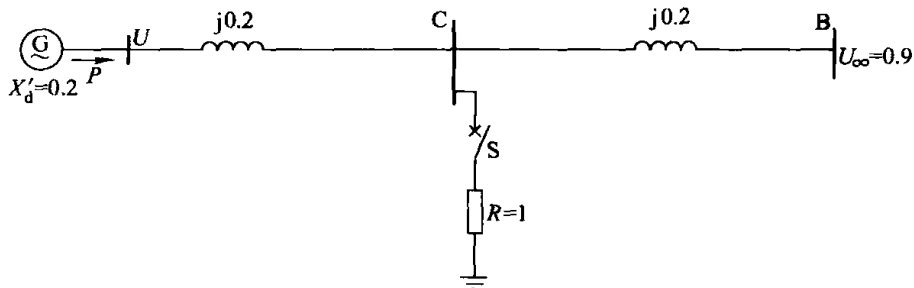


图 6-34 题 6-5 图

6-6 系统如图 6-35 所示, 输电线三相短路后经某一时间间隔后切除故障。试问: 从危害暂态稳定的

观点来看，故障发生在输电线的哪一部分（送端 k_1 、中间 k_2 、受端 k_3 ）最危险？为什么？

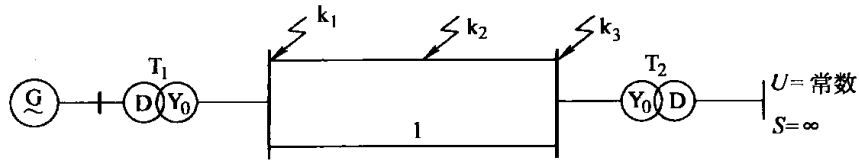


图 6-35 题 6-6 图

6-7 系统如图 6-36 所示，当一组电容器退出运行时，试分析系统稳定性的变化。

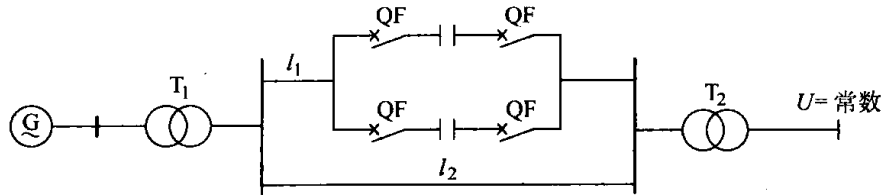


图 6-36 题 6-7 图

6-8 某输电系统如图 6-37 所示，当线路突然切除，然后经过一段时间后又重合闸时，若合闸后系统没有失去稳定，试求最大允许的切除时间为多少？

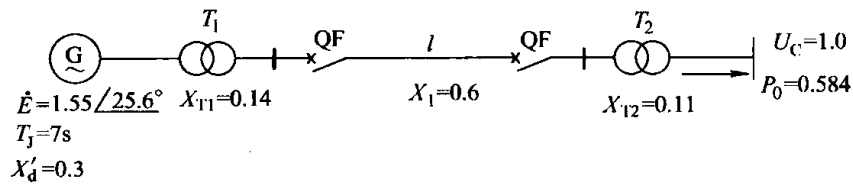


图 6-37 题 6-8 图

第七章 特高压交流远距离功率输送

第一节 概 述

在远离负荷中心地区的燃料产地建设大容量的火力发电厂，或者在水力资源丰富的边远地区建造大型水电厂，都必须解决远距离输送大容量功率的问题。输电线的输送能力正比于电压的平方，而线路本身及线路两端变电站的成本只正比于电压。因此，当输电电压提高、输送功率增大时，输电线的单位投资 [元/ (kW · km)] 和输送每度电能到指定距离的成本 [元/ (kW · h · km)] 都要下降。也就是说，采用特高压线路在经济上是合理的。不仅如此，提高线路的电压等级也能显著地改善电力系统并联运行的稳定性。

自 1891 年世界上第一回 15.2kV、175km 的劳芬—法兰克福三相架空输电线投入运行以来，架空输电技术发展的特点是不断提高线路电压、输送能力和距离。目前已投入运行的交流输电线路的最高电压已达 1000kV。

我国的第一条 500kV 线路于 1981 年投入运行，第一条 750kV 线路于 2005 年投入运行。第一条 1000kV 线路于 2008 年投入运行。

特高压输电线路在电力系统中的主要作用是：

- 1) 将大容量电厂接于强大的电力系统。
- 2) 向没有或不宜建设大容量电源的负荷集中地区供电。
- 3) 作为现有电力系统的内部联络线，可以为正常状态下实现最经济的运行方式和在事故条件下调动备用容量提供巨大的机动能力，并能促进系统自身的发展。
- 4) 连接两个电力系统以适应它们的进一步发展和提高共同的经济性。

总之，建设特高压输电线路和组成联合电力系统能够改善电力系统供电区域内动力资源的利用，提高电力系统的经济效益。

本章主要从传送功率的角度讨论长距离输电线路的稳态运行特性。

第二节 长线的稳态方程

一、长线的特性参数

设有长度为 l 的输电线路，其参数沿线均匀分布，单位长度的阻抗和导纳分别为 $Z_0 = R_0 + j\omega L_0 = R_0 + jX_0$ ， $Y_0 = G_0 + j\omega C_0 = G_0 + jB_0$ 。在距末端 x 处取一微段 dx ，可作出等效电路，如图 7-1 所示。在处于稳态的正弦电压作用下，电流 I 在 dx 微段阻抗中的电压降为

$$d\dot{U} = \dot{I}(R_0 + j\omega L_0)dx \text{ 或 } d\dot{U}/dx = \dot{I}(R_0 + j\omega L_0) \quad (7-1)$$

流入 dx 微段并联导纳中的电流 $d\dot{I} = (\dot{U} + d\dot{U})(G_0 + j\omega C_0)dx$ ，略去二阶微小量，得

$$d\dot{I}/dx = \dot{U}(G_0 + j\omega C_0) \quad (7-2)$$

将式 (7-1) 对 x 求导数, 计及式 (7-2), 得

$$d^2 \dot{U} / dx^2 = (G_0 + j\omega C_0)(R_0 + j\omega L_0) \dot{U}$$

上式为二阶常系数齐次微分方程式, 其通解为

$$\dot{U} = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (7-3)$$

将式(7-3)代入式(7-1), 得

$$\dot{I} = \frac{A_1}{Z_c} e^{\gamma x} - \frac{A_2}{Z_c} e^{-\gamma x} \quad (7-4)$$

式中 A_1 和 A_2 ——积分常数, 由边界条件确定;

γ ——线路的传播常数, $\gamma = \sqrt{(G_0 + j\omega C_0)(R_0 + j\omega L_0)} = \beta + j\alpha$;

Z_c ——线路的波阻抗(或特性阻抗), $Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = R_c + jX_c = z_c e^{j\theta_c}$ 。

因为 z_0 和 y_0 的辐角均在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 的范围内, 故 γ 的辐角也在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之间, 由此可知 β 和 α 都是正数。 γ 和 Z_c 都是只与线路的参数和频率有关而与电压和电流无关的物理量。

对于高压架空输电线 $G_0 \approx 0$, $R_0 \ll \omega L_0$, 所以

$$\gamma = \beta + j\alpha \approx \sqrt{j\omega C_0(R_0 + j\omega L_0)} \approx \frac{R_0}{2} \sqrt{\frac{C_0}{L_0}} + j\omega \sqrt{L_0 C_0}$$

$$Z_c = R_c + jX_c \approx \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{j\omega C_0}} \approx \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} - j \frac{1}{2} \frac{R_0}{\omega \sqrt{L_0 C_0}}$$

由上式可见, 架空线的波阻抗接近于纯电阻, 而略呈电容性。略去电阻和电导时 $X_c = 0$ 且 $\beta = 0$, 于是有

$$\gamma = j\alpha = j\omega \sqrt{L_0 C_0}$$

$$Z_c = R_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

单导线架空线的波阻抗约为 $370 \sim 410\Omega$, 分裂导线则为 $270 \sim 310\Omega$ 。电缆线路由于其 C_0 较大而 L_0 又较小, 波阻抗约为 $30 \sim 50\Omega$ 。

长线方程的稳态解式 (7-3) 和式 (7-4) 说明, 线路上任一处的电压和电流由两个分量组成

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_f + \dot{U}_b \\ \dot{I} &= \dot{I}_f - \dot{I}_b \end{aligned} \right\}$$

式中 $\dot{U}_f$ 和 $\dot{I}_f$ ——分别为电压和电流的正向行波(或入射波), $\dot{U}_f = A_1 e^{\gamma x} = A_1 e^{\beta x} e^{j\alpha x}$, $\dot{I}_f = \dot{U}_f / Z_c$;

$\dot{U}_b$ 和 $\dot{I}_b$ ——分别为电压和电流的反向行波(或反射波), $\dot{U}_b = A_2 e^{-\gamma x} = A_2 e^{-\beta x} e^{-j\alpha x}$, $\dot{I}_b = -\dot{U}_b / Z_c$ 。

随着时间的增长, 正向行波向着 x 减小的方向行进, 而反向行波则向 x 增加的方向行进。

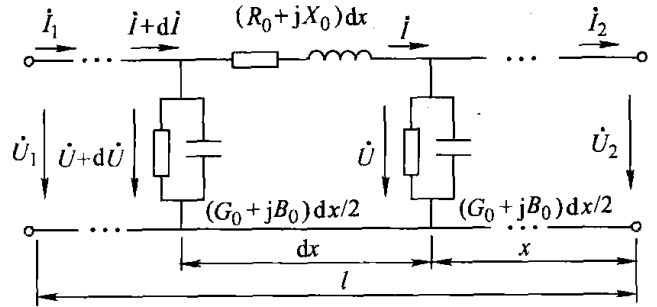


图 7-1 长线的等效电路

行波的基本性质由传播常数决定。传播常数的实部 β 表示行波振幅衰减的特性,称为行波的衰减常数。行波每前进单位长度,其振幅都要减小到原振幅的 $1/e^\beta$ 。传播常数的虚部 α 表示行波相位变化的特性,称为行波的相位常数。 α 的数值代表沿着行波的传播方向相距单位长度的前方处行波在相位上滞后的弧度数。当 $r_0=0$ 和 $g_0=0$ 时, $\beta=0$,所以行波振幅衰减是由于线路上的功率损失引起的。而行波沿线路的相位变动主要是由于线路上存在电感和电容的缘故。

行波的相位相差为 2π 的两点间的距离称为波长,通常用 λ 表示,有

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{f \sqrt{L_0 C_0}}$$

行波的传播速度,也称相位速度,记为

$$v_\omega = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

架空线路的相位速度接近于光速,即 $v_\omega \approx 3 \times 10^5 \text{ km/s}$ 。当 $f=50\text{ Hz}$ 时, $\lambda=6000\text{ km}$ 。电缆线路的相位常数较架空线大,行波在电缆中的传播速度也较小,一般只有光速的 $1/4$ 左右。

一条线路的电气长度常用它的实际几何长度同波长之比来衡量。若线路的长度为 l ,则它对于波长的相对长度为

$$l_* = \frac{l}{\lambda} = \frac{\alpha l}{2\pi}$$

若 $l_* = 1$,便是全波长线路, $l_* = 1/2$ 则为半波长线路。习惯上也常用全线的总相位常数来说明线路的电气长度。若 $\alpha l = 2\pi$ 便称为全波长线路, $\alpha l = \pi$ 则称为半波长线路。

二、长线的集中参数等效电路

长线方程稳态解式(7-3)和式(7-4)中的积分常数 A_1 和 A_2 由线路的边界条件确定。当 $x=0$ 时,有 $\dot{U}=\dot{U}_2$ 和 $\dot{I}=\dot{I}_2$,由式(7-3)和式(7-4),可得

$$\dot{U}_2 = A_1 + A_2, \dot{I}_2 = (A_1 - A_2)/Z_c$$

由此可以解出

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= (\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2)/2 \\ A_2 &= (\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2)/2 \end{aligned} \right\}$$

将 A_1 和 A_2 代入式(7-3)和式(7-4),得

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2)e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2)e^{-\gamma x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2)e^{\gamma x} - \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2)e^{-\gamma x} \end{aligned} \right\} \quad (7-5)$$

式(7-5)可利用双曲线函数写成

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \text{ch} \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \text{sh} \gamma x \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \text{sh} \gamma x + \dot{I}_2 \text{ch} \gamma x \end{aligned} \right\} \quad (7-6)$$

当 $x=l$ 时, 可得到线路首端电压和电流与线路末端电压和电流的关系如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh} \gamma l \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma l + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l \end{aligned} \right\}$$

将上述方程写成四端网络的通用方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{A} \dot{U}_2 + \dot{B} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \dot{C} \dot{U}_2 + \dot{D} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\}$$

若取 $\dot{A} = \dot{D} = \operatorname{ch} \gamma l$, $\dot{B} = Z_c \operatorname{sh} \gamma l$ 和 $\dot{C} = \operatorname{sh} \gamma l / Z_c$, 输电线就是对称的无源四端网络, 并可用对称的等效电路来表示。图 7-2 所示的 π 形和 T 形等效电路均可作为输电线的等效电路, 但是 T 形等效电路多一个节点, 增加了计算工作量, 故通常多采用 π 形等效电路代表输电线。

π 形等效电路中的参数由下式

确定:

$$\left. \begin{aligned} Z' &= \dot{B} = Z_c \operatorname{sh} \gamma l \\ Y' &= 2(\dot{A} - 1) / \dot{B} = \frac{2(\operatorname{ch} \gamma l - 1)}{Z_c \operatorname{sh} \gamma l} \end{aligned} \right\} \quad (7-7)$$

令 $Z = (R_0 + jX_0)l$ 和 $Y = (G_0 + jB_0)l$ 分别代表全线的总阻抗和总导纳, 将式 (7-7) 改写为

$$\left. \begin{aligned} Z' &= K_z Z \\ Y' &= K_y Y \end{aligned} \right\}$$

式中

$$\left. \begin{aligned} K_z &= \operatorname{sh}(\sqrt{ZY}) / \sqrt{ZY} \\ K_y &= 2\operatorname{th}(\sqrt{ZY}/2) / \sqrt{ZY} \end{aligned} \right\} \quad (7-8)$$

可见, 将全线的总阻抗 Z 和总导纳 Y 分别乘以修正系数 K_z 和 K_y , 便可求得 π 形等效电路的精确参数。

利用双曲线函数的幂级数展开式

$$\begin{aligned} \operatorname{th} \theta &= \theta - \theta^3/3 + 2\theta^5/15 - \cdots \\ \operatorname{sh} \theta &= \theta + \theta^3/3! + \theta^5/5! + \cdots \end{aligned}$$

将式 (7-8) 的右端展开, 并取其前两项, 得

$$\left. \begin{aligned} K_z &= 1 + ZY/6 \\ K_y &= 1 - ZY/12 \end{aligned} \right\} \quad (7-9)$$

略去输电线电导, 再利用修正系数的简化公式 (7-9), 便可得到

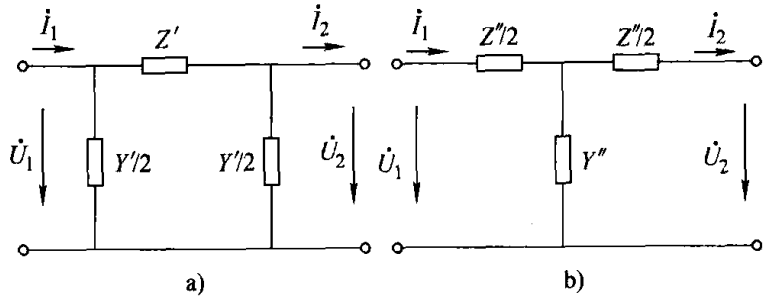


图 7-2 长线的集中参数等效电路

a) π 形等效电路 b) T 形等效电路

$$\left. \begin{aligned} Z' &\approx k_R R_0 l + j k_X X_0 l \\ Y' &\approx j k_B B_0 l \end{aligned} \right\}$$

式中

$$\left. \begin{aligned} k_R &= 1 - X_0 B_0 l^2 / 3 \\ k_X &= 1 - (X_0 B_0 - R_0^2 B_0 / X_0) l^2 / 6 \\ k_B &= 1 + X_0 B_0 l^2 / 12 \end{aligned} \right\} \quad (7-10)$$

由式 (7-10) 可见, 修正系数 k_R 、 k_X 和 k_B 不仅同线路参数有关, 也同线路长度有关。当线路不太长时 (100km 左右), k_R 、 k_X 和 k_B 均约为 1, π 形等效电路的阻抗 Z' 和导纳 Y' 可直接由线路的总阻抗和总导纳分别确定。对于较长的线路则需进行参数修正, 或者把线路分成若干段, 每段用一个 π 形等效电路代表, 再将它们依次串级连接组成整条线路的等效电路。

三、长线两端的功率方程

若不需要详细了解沿线的电流和电压分布, 则用集中参数等效电路代表长线可以方便地研究线路两端的电压和功率之间的关系。

利用二端口网络的通用常数可写出输电线两端的功率方程如下:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= P_1 + jQ_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = (\dot{U}_1^2 \dot{D} - \dot{U}_1 \dot{U}_2) / \dot{B} \\ S_2 &= P_2 + jQ_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = (-\dot{U}_2^2 \dot{A} + \dot{U}_1 \dot{U}_2) / \dot{B} \end{aligned} \right\} \quad (7-11)$$

令 $\dot{A} = A/\theta_A$, $\dot{B} = B/\theta_B$, $\dot{D} = D/\theta_D$, $\dot{U}_1 = U_1/\delta$ 和 $\dot{U}_2 = U_2/0^\circ$, 则式 (7-11) 可写成

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= [U_1^2 D / (\theta_B - \theta_D) - U_1 U_2 / (\theta_B + \delta)] / B = \dot{\xi}_1 + \dot{\rho}_1 \\ S_2 &= [-U_2^2 A / (\theta_B - \theta_A) + U_1 U_2 / (\theta_B - \delta)] / B = \dot{\xi}_2 + \dot{\rho}_2 \end{aligned} \right\} \quad (7-12)$$

当电压幅值 U_1 和 U_2 不变时, 式 (7-12) 的两式都是圆的方程, 输电线的功率圆图如图 7-3 所示, 方程中唯一的变量是线路两端电压的相角差 δ 。圆心的位置是固定的, 分别由矢量 $\dot{\xi}_1$ 、 $\dot{\xi}_2$ 的端点坐标确定。两圆的半径长度相等。令 $\delta = 0^\circ$ 可以确定半径矢量 $\dot{\rho}_1$ 和 $\dot{\rho}_2$ 的初始方向分别为 $O_1 m_1$ 和 $O_2 m_2$, 它们对于水平轴的偏转角分别为 $\theta_B + 180^\circ$ 和 θ_B 。当 δ 由零增大时, $\dot{\rho}_1$ 依反时针方向旋转, $\dot{\rho}_2$ 则依顺时针方向旋转。由矢量 $\dot{\rho}_1$ 和 $\dot{\rho}_2$ 的端点坐标即可分别确定线路首端和末端的功率。当矢量 $\dot{\rho}_1$ 和 $\dot{\rho}_2$ 与水平轴平行时, 可以得到有功功率的最大值, 即功率极限为

$$\left. \begin{aligned} P_{1m} &= \text{Re}[\dot{\xi}_1] + \rho_1 \\ P_{2m} &= \text{Re}[\dot{\xi}_2] + \rho_2 \end{aligned} \right\}$$

如忽略线路的电阻和电导, 便有

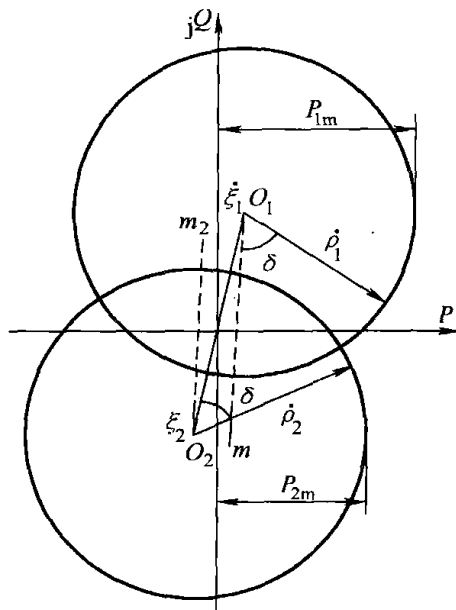


图 7-3 输电线的功率圆图

$$P_{1m} = P_{2m} = \frac{U_1 U_2}{Z_c \sin \alpha l} \quad (7-13)$$

第三节 沿长线的功率传送

一、输电线路的自然功率

若线路终端接一阻抗为 Z_2 的负荷, 则有 $\dot{U}_2 = Z_2 \dot{I}_2$ 。当负荷阻抗等于波阻抗 Z_c 时, 有 $A_2 = 0$, 式 (7-5) 可简化为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 e^{\gamma x} \end{aligned} \right\}$$

可见, 反射波没有了。使线路工作在无反射波状态的负荷称为匹配负荷或无反射负荷。由入射波输送到线路末端的功率完全为匹配负荷所吸收。这时负荷阻抗所消耗的功率称为自然功率, 记为

$$S_n = U_2^2 / Z_c^* = U_2^2 e^{j\theta_c} / Z_c = P_n + jQ_n$$

由于高压架空线的波阻抗略呈电容性, 自然功率也略呈电容性。

如果线路没有损耗, 即 $g_0 = 0$ 和 $r_0 = 0$, 便有

$$S_n = P_n = U_2^2 / Z_c = U_2^2 \sqrt{C_0 / L_0}$$

实际上常把 S_n 的实数部分称为自然功率, 并用线路的额定电压和波阻抗的模来计算。

二、沿无损线的功率传送

在线路无损耗的情况下, $\gamma = j\alpha$, 便有 $\operatorname{ch} \gamma x = \cos \alpha x$ 和 $\operatorname{sh} \gamma x = j \sin \alpha x$, 再以相量 $\dot{U}_2$ 作参考轴, 式 (7-6) 便简化为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \cos \alpha x + j \dot{I}_2 Z_c \sin \alpha x \\ \dot{I} &= j \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sin \alpha x + \dot{I}_2 \cos \alpha x \end{aligned} \right\} \quad (7-14)$$

下面分几种不同的情况进行讨论。

(一) 已知末端电压和功率时沿线的电压分布

设送到线路末端的功率为 $S_2 = P_2 + jQ_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = U_2^2 / Z_2^*$ 。若把 S_2 表示成以自然功率为基准值的标么值, 则有 $S_{2*} = S_2 / S_n = P_{2*} + jQ_{2*} = Z_c / Z_2^*$ 。于是式 (7-14) 的第一式可以写成

$$\dot{U} = U_2 (\cos \alpha x + j \sin \alpha x Z_c / Z_2) = U_2 (\cos \alpha x + Q_{2*} \sin \alpha x + j P_{2*} \sin \alpha x) = U_2 k_x e^{j\delta_x} \quad (7-15)$$

式中 k_x ——电压 U 同末端电压 U_2 的幅值比

$$k_x = U / U_2 = \sqrt{(\cos \alpha x + Q_{2*} \sin \alpha x)^2 + (P_{2*} \sin \alpha x)^2} \quad (7-16)$$

δ_x ——电压 $\dot{U}$ 同末端电压 $\dot{U}_2$ 的相位差

$$\tan \delta_x = \frac{P_{2*} \sin \alpha x}{\cos \alpha x + Q_{2*} \sin \alpha x} = \frac{P_{2*} \tan \alpha x}{1 + Q_{2*} \tan \alpha x} \quad (7-17)$$

同样可以得到电流的表达式如下：

$$\dot{I} = [P_{2*} \sin \alpha x - j(\cos \alpha x + Q_{2*} \sin \alpha x)] U_2 / Z_c \quad (7-18)$$

输送不同功率时，式 (7-15) ~ 式 (7-18) 可用来分析无损线沿线的电压、电流分布及其相位变化的情况。

最典型的是输送自然功率的情况，如图 7-4 所示，这时 $P_{2*} = 1$ ， $Q_{2*} = 0$ ，沿线均无反射波存在， k_x 不随 x 而变，始终等于 1，且 $\delta = \alpha x$ ，也即沿线电压的幅值处处相等，而任两点间电压的相位差恰等于线路的相位常数乘以该两点间的距离。电流的情况也完全一样。所以，沿线电流和电压的相量端点的轨迹是圆（见图 7-4a），而且线路任何点的电压和电流都同相位。根据 $U/I = Z_c = \sqrt{L_0/C_0}$ ，可知 $U^2 \omega C_0 = I^2 \omega L_0$ ，即电流通过线路电感所消耗的无功功率恰好等于线路电容产生的无功功率。这就是说，传送自然功率时，线路本身不从系统吸取、也不向系统提供无功功率。

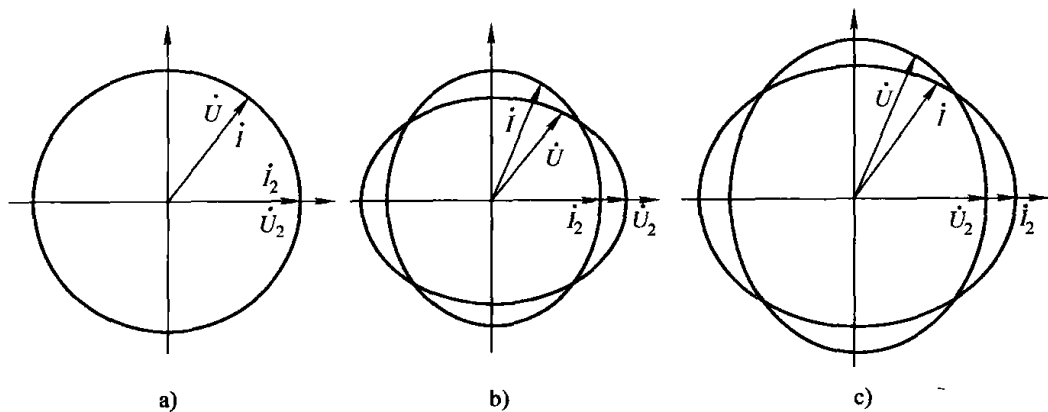


图 7-4 传送纯有功功率时沿无损线的电压和电流分布

a) $P_{2*} = 1$ b) $P_{2*} < 1$ c) $P_{2*} > 1$

当受端功率 $Q_{2*} = 0$ 而有功功率 $P_{2*} \neq 1$ 时，沿线电压和电流的相量端点的轨迹则变为椭圆 [见图 7-4b (当 $P_{2*} < 1$) 和图 7-4c (当 $P_{2*} > 1$)]。在每一种情况下电流椭圆和电压椭圆的轴线都互相垂直。当输送的功率和自然功率不同时，线路上任一点的电压同末端电压的相位差 δ_x 一般不等于该点到末端距离的弧度数 αx ，这是因为存在反射波的缘故，这时 δ_x 同 αx 的关系如图 7-5 所示，只是在线路中的某几个特殊点 $\alpha x = \pi/2$ 、 π 、 $3\pi/2$ 和 2π 时，才有 $\delta_x = \alpha x$ 。

当 $P_{2*} = 1$ ，而 $Q_{2*} > 0$ 和 $Q_{2*} < 0$ 时，沿线电压和电流的相量的端点轨迹如图 7-6a、b 所示。在任一种情况下，电压椭圆和电流椭圆的轴线都互相垂直。如果 Q_{2*} 的绝对值相等，则两种情况下的图形互相成为以虚轴为对称轴的镜像。

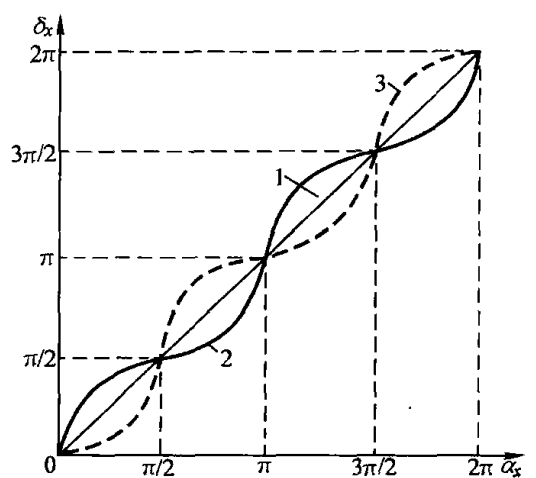


图 7-5 $Q_{2*} = 0$ 时，沿无损线 δ_x 同 αx 的关系

1 $P_{2*} = 1$, 2 $P_{2*} < 1$, 3 $P_{2*} > 1$

当 $P_{2*} < 1$ 时, 若 $Q_{2*} > 0$, 类似于图 7-4b 的电压和电流椭圆的轴线将反时针方向转过一小于 90° 的角度; 若 $Q_{2*} < 0$, 则顺时针方向转过一小于 90° 的角度。当 $P_{2*} > 1$ 时, 若 $Q_{2*} > 0$, 类似于图 7-4c 的电压和电流椭圆的轴线将顺时针方向转过一小于 90° 的角度; 若 $Q_{2*} < 0$, 轴线则反时针方向转过一小于 90° 的角度。

沿无损线的电压和电流分布 (只画到 $\alpha x = \pi$) 如图 7-6 所示。

上述各种情况的电压和电流椭圆的轴线都是互相垂直的, 而当 P_{2*} 相同时, Q_{2*} 的绝对值相等而符号不同的两种情况的图形, 仍然保持以虚轴为对称轴互为镜像的性质。

从上述情况可以看到, 若末端电压为额定值, 则随末端负荷功率的不同, 线路上有可能出现超过额定值的电压。当输送功率偏离自然功率较大时, 这种过电压可能超出容许的范围。

(二) 不同长度无损线的稳态运行特性

对于无损耗输电线路 $\dot{A} = \dot{D} = \cos(\alpha l)$, $\dot{B} = jZ_c \sin(\alpha l)$, 线路两端的功率方程可写成

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= j \frac{U_1^2}{Z_c} \cot(\alpha l) - \frac{U_1 U_2}{Z_c \sin(\alpha l)} \angle(\delta + 90^\circ) \\ S_2 &= -j \frac{U_2^2}{Z_c} \cot(\alpha l) + \frac{U_1 U_2}{Z_c \sin(\alpha l)} \angle(90^\circ - \delta) \end{aligned} \right\}$$

当两端电压给定时, 圆心的坐标和半径的长度都只是线路长度的函数。两圆的半径相等, 圆心落在虚轴上。如果 $U_1 = U_2$, 则两圆彼此相对于水平轴对称, 而且圆周同水平轴交点的横坐标恰等于自然功率。

图 7-7 所示为长度为 $\alpha l < \pi/2$ 的线路当两端电压相等时的功率圆图。由图可见, 由于两圆对横轴对称, 两端的无功功率总是大小相等、符号相反。因为首端功率以输入线路为正, 末端功率以从线路送出为正, 所以, 无损线在传送任何有功功率下, 线路两端必须同时从系统吸收 (或向系统提供) 等量的无功功率, 才能保持两端电压相等。在运行功角 $\delta < 90^\circ$ 的范围内, 若 $P_* < 1$, 系统必须从线路两端吸收感性无功功率; 而当 $P_* > 1$ 时, 系统则必须向线路两端送入感性无功功率。

当线路长度为 $\pi/2 < \alpha l < \pi$ 时, $\cot(\alpha l) < 0$, 首端功率圆的圆心位于横轴之下, 末端的圆心则位于横轴之上。为了维持线路两端的电压相等, 线路两端的无功功率状

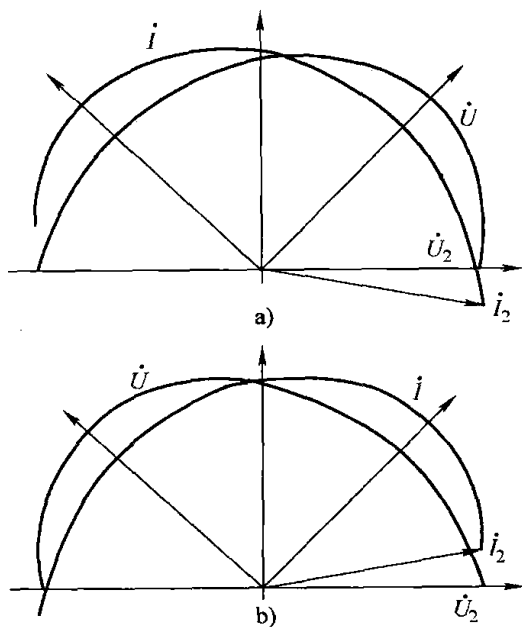


图 7-6 沿无损线的电压和电流分布 (只画到 $\alpha x = \pi$)

a) $P_{2*} = 1, Q_{2*} > 0$ b) $P_{2*} = 1, Q_{2*} < 0$

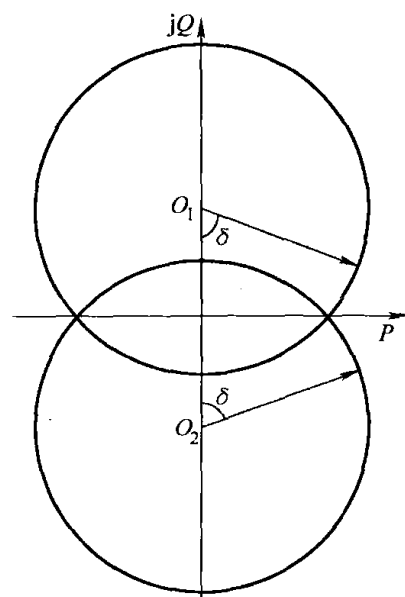


图 7-7 无损线的功率圆图

$U_1 = U_2, \alpha l < \pi/2$

态正好与前述线路($\alpha l < \pi/2$)的情况相反。

对于长度为 $1/4$ 波长($\alpha l = \pi/2$)的线路, $\cot(\alpha l) = 0$, 首端和末端的功率圆图合而为一, 具有最小的半径, 其值等于给定电压下的自然功率。

由于 $\cos(\alpha l) = 0$, 根据式(7-14), 有

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= j \dot{I}_2 Z_c \\ \dot{I}_1 &= j \dot{U}_2 / Z_c \end{aligned} \right\}$$

当末端的功率因数 $\cos\varphi_2 = 1$ 时, $\dot{U}_2$ 与 $\dot{I}_2$ 同相位, 则 $\dot{U}_1$ 总是比 $\dot{U}_2$ 领先 90° , 即无论传送的功率为多少, 线路都运行在极限功角($\delta = 90^\circ$)下。这时

$$S = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = U_1 U_2 / Z_c = P$$

功率的大小只能由两端的电压来调节。稳定水平低, 运行困难, 是这种线路的一个严重缺点。

这种线路的另一个运行困难同末端的空载状态有关。当 $I_2 = 0$ 时, $U_1 = U_2 \cos(\alpha l)$, 不论 U_2 为何值, 都有 $U_1 = 0$ 。反过来, 只要首端电压不为零, 理论上的末端电压将等于无限大。因此, 当运行中一端突然切掉负荷时, 另一端仍具有正常高电压, 在开路端将出现非常严重的过电压。开路端电压升高的现象对于长度小于 $1/4$ 波长的线路是带有普遍性的。

半波长线路是另一种典型意义的长线。当 $\alpha l = \pi$ 时, $\sin(\alpha l) = 0$, $\cos(\alpha l) = -1$, 有 $\dot{U}_1 = -\dot{U}_2$, $\dot{I}_1 = -\dot{I}_2$ 。在输送任何功率下, 两端的电压、电流都是大小相等、方向相反。由于 $S_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = S_2$, 不管传送多少功率, 线路都没有功率损耗。整条线路只对电压和电流起反相作用, 而对传送功率而言, 好像线路不存在一样。从式(7-13)可知, 半波长的无损线理论上的功率极限是无限大, 但是当传送的功率趋于无限大时, 线路中间的电压也要趋于无限大。为了避免过电压, 只宜运行在自然功率下。这种线路不存在空载过电压的问题。

三、有损耗线路稳态运行时的电压和电流分布

理想的无损线是不存在的。由于实际架空线路的电阻和电导都比较小, 因此对于无损线运行状态的分析, 无论在定性方面还是在定量方面都会有助于了解实际输电线路稳态运行的基本特点。当然, 具体计算时, 应以实际的有损线为依据。

当给定末端电压 $\dot{U}_2$ 和功率 S_2 (或电流 $\dot{I}_2$) 时, 可利用式(7-5)研究沿线的电压和电流分布。该式可写成

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2) e^{\beta x + \gamma \alpha x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2) e^{-\beta x - \gamma \alpha x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2) e^{\beta x + \gamma \alpha x} - \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2) e^{-\beta x - \gamma \alpha x} \end{aligned} \right\}$$

由上式可见, 电压相量等于两项之和, 当 $x = 0$ 时, 第一项分量的初值为 $\frac{1}{2}(\dot{U}_2 + Z_c \dot{I}_2)$, 随着 x 的增加, 该分量反时针方向转过 αx 角, 同时按 $e^{\beta x}$ 的倍数增加相量的长度。第二个分量的初值是 $\frac{1}{2}(\dot{U}_2 - Z_c \dot{I}_2)$, 随着 x 的增加, 相量顺时针方向转过 αx 角, 并按 $e^{-\beta x}$ 的

倍数缩短长度。对于给定的 x 值，将上述两项相量相加，便得该处的电压相量。

电流相量是由两项之差构成，每一项分量的长度是电压相量中对应分量的 $1/Z_0$ 倍，但在相位上则超前电压分量一个角度 $|\theta_0|$ （因波阻抗略呈电容性， $\theta_0 < 0$ ）。图 7-8 所示为沿有损线的电压和电流相量端点的轨迹，图中，点 i ($i = 1, 2, \dots, 12$) 为 $\alpha x = i\pi/6$ 处的相量端点。

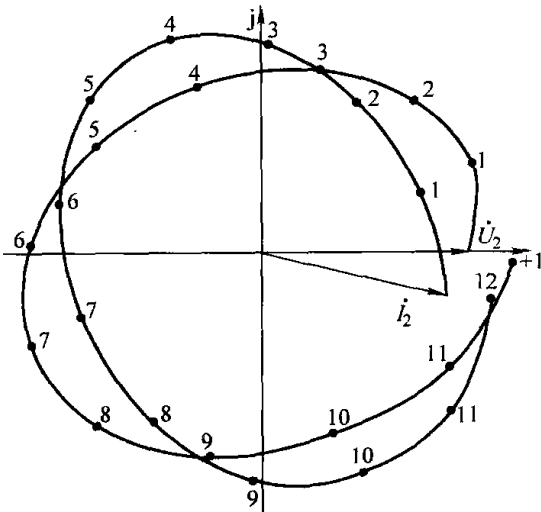


图 7-8 沿有损线的电压和电流相量端点的轨迹

第四节 提高远距离输电线路的功率极限和改善运行特性的措施

根据式 (7-13)，若给定 $U_1 = U_2 = U_n$ ，无损线功率极限与线路长度的关系如图 7-9 所示。由图可见，若能严格维持线路两端电压不变，线路可能输送的功率至少等于自然功率（当线路长度为 $1/4$ 波长时）。在考虑了线路两端实际存在的负荷、变压器和发电机等的电抗，并为输电系统留出必要的稳定储备以后，输送线路自然功率的距离仅为 500km 左右。实际的特高压输电线路的长度往往在 500km 以上，为了在系统正常运行时能够稳定地传送自然功率，必须提高线路本身的功率极限。输电电压已定时，线路功率极限反比于乘积 $Z_0 \sin(\alpha l)$ ，或者当线路的自然功率已定时，功率极限反比于 $\sin(\alpha l)$ 。减小波阻抗可以增大自然功率，减小 $\sin(\alpha l)$ 则能增大功率极限同自然功率的比值，从而提高系统在输送自然功率时的稳定水平。对输电线路进行参数补偿以提高功率极限的方法前面已有介绍，这里根据长线的特点，再作一些补充说明。

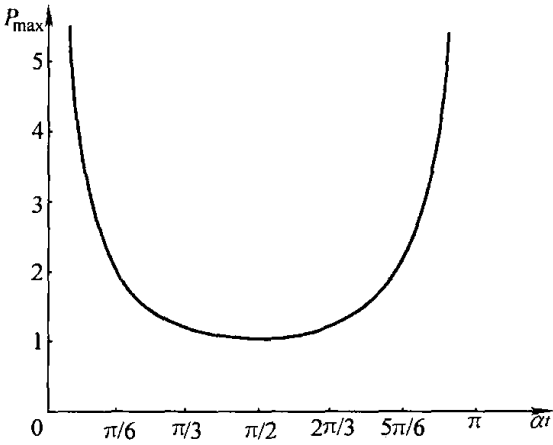


图 7-9 无损线功率极限与线路长度的关系

一、远距离输电线路的串联电容补偿

采用分裂导线可减小线路电感、增大线路电容，因而是减小波阻抗的有效办法。对于 500kV 线路，当每相导线截面积恒定时，从单根导线过渡到每相 2 根、3 根至 4 根分裂导线时，波阻抗的数值分别为 375Ω 、 310Ω 、 280Ω 和 260Ω ，相应的自然功率则分别为 670MW、810MW、900MW 和 960MW。

为了减小 $\sin(\alpha l)$ ，从原理上讲，既可以使 αl 减小至零，也可以使 αl 变化到接近于 π 。前者是将线路的电气长度补偿到零，后者则将线路调谐到半波长。当线路的几何长度一定时，只能靠改变相位常数 $\alpha = \omega \sqrt{L_0 C_0}$ 来改变线路的电气长度。对于架空线路，无论是改变导线的排列方式或者是采用分裂导线，乘积 $L_0 C_0$ 几乎不变，要改变线路的相位常数只能借助于一些附加装置对线路的参数进行补偿。

当采用并联电抗器补偿线路的分布电容时，相位常数会减小，但是波阻抗却增大了，对改变功率极限实际上不起作用。但如果采用串联电容来补偿线路的电感，却能同时减少相位常数和波阻抗，因此串联电容补偿是提高远距离输电功率极限的一种最有效的措施。串联电容补偿已在长度为 1500km 以下的超高压线路中得到了普遍的采用。借助附加装置的线路调谐到半波长的方法只对于长度超过 1500km 的线路才有意义，但是，这种调谐线路目前尚在研究中。

二、远距离输电线路的并联电抗补偿

长线运行中的另一个问题是线路输送的功率不等于自然功率时将出现过电压。对于长度小于 1500km 的线路，当输送功率小于自然功率时，即使将线路两端的电压强制维持在额定值，由于线路分布电容的效应，在线路中间电压也会升高。而当线路一端开路时，断开端的电压升高尤为严重。无论哪一种情况，电压升高都同反射波的存在有关，因此，为了解决电压升高问题，最好是让线路始终在无反射波，即传送自然功率的状态下运行。采用并联电抗器对线路的分布电容进行补偿就是一种常用的办法。如果能随着传送功率的大小改变电抗器的电感，使线路的等效波阻抗和自然功率发生相应的变化，就有可能使线路的等效自然功率总是接近于实际的传输功率，从而消除电压升高的现象。

必须指出：并联电抗补偿还有许多重要作用：它能减少沿线的无功功率传送，降低电能损耗，提高输电效率；它可以降低内过电压，改善远距离输电在特殊运行方式下（如空载运行、自动重合闸、同步并列等）的工作条件。并联电抗补偿虽然对提高功率极限作用不大，但它改善了沿线电压分布，为提高线路两端的电压创造了条件，从而间接地提高了输电能力。因此，并联电抗补偿也是改善远距离输电系统运行特性的一个重要措施。

对线路参数进行均匀的补偿只有理论上的意义，实际上相对于线路而言，外加的并联电抗器和串联电容器的参数都是集中的，所谓通过补偿来改变线路的波阻抗和相位常数，只是一种近似的说法。

从技术和经济上考虑，不可能将补偿设备均匀地沿线装设，只能集中地装设在线路上少数几个地点。当补偿度已确定时，串联电容补偿的布置对输电能力和输电效率的影响都不大，但是必须考虑它对沿线电压分布、短路电流以及继电保护装置动作条件的影响。并联电抗补偿的布置对于沿线电压分布、无功功率平衡和输电效率都有明显的影响。因此，在选择

这些补偿装置的布置地点时，必须充分考虑上述影响因素，并且还要注意到对运行状态变化的适应性和操作的方便。

思考题与习题

- 7-1 全波长的电缆线路约有多长？
- 7-2 线路的波阻抗 Z_0 与哪些参数有关？
- 7-3 线路的传播常数 γ 与哪些参数有关？
- 7-4 分析当线路输送的功率 $Q_2 = 0$ ， P_2 分别大于、等于和小于线路的自然功率时，沿线的电压、电流幅值和相位分布情况。
- 7-5 分析采用串联电容补偿提高线路输电功率极限的原理。
- 7-6 分析并联电抗补偿改善远距离输电系统运行特性的原理。

第八章 电力系统的电压稳定性

第一节 概 述

近 40 年来,电力系统向大机组、大电网、高电压和远距离输电发展,这对合理利用能源,提高经济效益和保护环境具有重要的意义,但也给电力系统的安全运行带来了一些新问题,其中之一就是电压崩溃事故。从 20 世纪 70 年代以来,国内外发生了多起以电压失稳为特征的电网瓦解事故。电压控制及稳定问题对电力工业来说本不是新的概念,但过去电压问题主要出现在弱系统和长线路,而现在在高度发达的电网中,由于重负载,电压稳定也成了关心的焦点。电压稳定问题已经是影响整个电网安全稳定运行的大问题。

一、电压稳定性的分类

电压稳定性是表征电力系统在受到扰动以后,维持系统中所有母线电压保持在可接受的水平的能力。当发生扰动、增加负荷或改变系统条件时,会引起电压逐渐并失控地衰减,系统因此进入电压不稳定状态。引起不稳定的主要原因是电力系统不能满足负荷无功功率的需求。

一般将电压稳定性分为两类:大扰动电压稳定性和小扰动电压稳定性。类似于功角稳定性的分类,这种分类方法主要是将必须用非线性动态分析的现象与那些可以用静态分析来检验的现象区分开。这样可使开发和应用分析工具简化,并且形成产生互补信息的工具。

大扰动电压稳定性是在发生诸如系统故障、失去发电机或失去负荷等大扰动后,系统控制电压的能力。确定这种形式的稳定性,必须要检验较长时间内系统的动态行为,以观测到如带载分接开关(ULTC)和发电机励磁电流限制等的影响。大扰动电压稳定性可以用有合适模型的非线性时域仿真方法研究。

大扰动电压稳定性可以进一步分为暂态电压稳定性和长期电压稳定性。

小扰动电压稳定性是在发生小扰动后,如负荷逐渐变化的情况下,系统控制电压的能力。这种稳定性可以采用在一个给定运行点上,线性化系统动态方程的静态方法进行研究。

扰动发生后,系统电压通常不能回到原来的水平。因此,必须定义一个可以接受的电压水平的范围。在该特定电压水平范围内,系统称之为稳定的。

二、电压崩溃的典型情况及一般特性

电压崩溃是伴随电压不稳定的系统事故导致电力系统出现大范围不能接受的低电压分布的过程。

电压崩溃可能表现为几种不同的形式。下面将介绍电压崩溃的一种典型形式并给出电压崩溃现象的基本特征。

电力系统发生故障后,有时会遇到系统的无功需求量突然增加,这些增加的无功需求由

发电机和补偿装置的无功储备提供。通常，系统有足够的无功储备保证系统电压维持在稳定的电压水平，但是也可能由于事故和系统运行条件的综合作用，无功需求的增加会导致电压崩溃，引起一部分或整个系统的电压严重下降。

电压崩溃有如下典型情况：

1) 电力系统经历非正常运行条件，负荷中心附近的大型发电机组退出运行，使一些高压线路重载，无功电源处于最低水平。

2) 事件引发重负荷线路跳闸，导致剩下的相邻线路增加额外负荷，增大线路的无功损耗（当线路负荷高于自然功率时，线路吸收的无功会快速增加），因此增加对系统的无功功率需求。

3) 线路跳闸造成的额外无功功率需求，使临近的负荷中心电压显著降低，负荷减少，因而使流过线路的潮流减少，缓解了对系统的无功需求。发电机的自动励磁调节器将通过增加励磁，力图恢复电压，但是新增的无功潮流流过发电机升压变压器及线路的电感，引起电压降增加。

在此过程中，发电机可能运行在其 $P-Q$ 输出极限范围内，即在定子及励磁电流的发热极限以内。调速器将降低其有功（MW）输出来调节频率。

4) 负荷中心高压侧电压水平的降低反映到配电系统，变电站的变压器带载分接开关（ULTC）会在 2~4min 内恢复配电电压及负荷到事故前水平。但每次分接开关的调整都会增加高压线路的负荷，使线路有功和无功损耗增加，反过来加速高压电网的电压水平降低。

如果高压线路负荷大于自然功率，线路潮流每增加 $1\text{MV} \cdot \text{A}$ ，将引起几个兆乏的线路损耗。

5) 变压器带载分接开关（ULTC）的每次调整都将增加整个系统的发电机无功输出。逐渐地，这些发电机可能一个接一个地达到其无功极限容量（由最大允许的连续励磁电流限定）。当第一台发电机达到其励磁电流极限时，其端电压将降低，在端电压降低但维持恒定有功功率输出时，定子电流将增加，这可能进一步限制无功出力，以保持定子电流在允许范围之内。这样，这台发电机所应承担的无功负荷将转移到其他发电机，导致更多的发电机过负荷。当系统中只有可数的几台发电机保持自动励磁调节作用时，系统将更容易发生电压不稳定。这种状况同时也降低了低压并联补偿装置功效。

这个过程将最终导致电压崩溃，造成发电机组失步及大面积停电。

在世界范围内，已经发生过一些电压崩溃事故。根据这些事故，可以将电压崩溃的特征归纳如下：

1) 起始事件可能是不同的原因，如逐渐变化的系统状态、系统负荷的自然增长、对系统的突然扰动、失去发电机组或重负荷线路等。有时，看上去不大的初始扰动可能导致相继事件，最终引起系统崩溃。

2) 电压崩溃问题的核心是系统不能满足负荷的无功需求，通常电压崩溃与带有重负荷线路的系统运行条件有关。当从相邻地区输入无功困难时，任何新增的无功需求都可能导致电压崩溃。

3) 电压崩溃通常表现为电压缓慢衰减。这是许多设备、控制装置及保护系统相互作用的累积结果。在这种情况下，崩溃的过程可能为几分钟。在一些特殊情况下电压崩溃的动态过程可能很短，大约在几秒钟时间内。这些事件通常是由不利的负荷成分引起，如感应电动

机或直流输电换流器。这种类型的电压崩溃时间范围与转子角度失稳的时间相当,在许多情况下,电压和角度不稳定之间的区别可能不明显,两种现象的某些特征可能同时存在。如果具有合适的模型用以表示各种设备,特别是感应电动机负荷和发电机及输电设备的各种控制和保护设备时,这种形式的电压不稳定可以用常规的暂态稳定仿真进行分析。

基于上述考虑,可以将电压稳定性分为暂态电压稳定性和长期电压稳定性。

4) 电压崩溃受系统运行工况和特性影响很大。下面是一些引起电压不稳定或电压崩溃的主要因素:

- ①长距离输电,发电机与负荷的距离很远;
- ②在系统电压较低时,变压器的带负荷调节分接头装置动作;
- ③不利的负荷特性;
- ④各种控制和保护系统之间的协调不合适。

5) 过量地使用并联电容器可能会使电压崩溃问题更加严重。合理地选择并联电容器、静止无功系统及同步调相机的组合,会使无功补偿更为有效。

本章将分析简单电力系统的电压稳定性,介绍用于电压稳定性分析的静态和动态方法,提出防止发生电压不稳定的方法。

第二节 简单电力系统的电压稳定性分析

电压稳定性问题通常发生在重负载系统。尽管导致电压崩溃的扰动可能由于不同的原因引起,但下述问题是电力系统固有的弱点。除了输电网络强度和功率传输水平以外,造成电压崩溃的主要因素是发电机无功功率/电压控制极限,负荷特性,无功补偿装置特性,以及电压控制装置,如变压器带载分接开关(ULTC)的动作。

下面以简单电力系统为例,分析其电压稳定性。首先考虑输电系统特性,然后分别检验发电机、负荷及无功补偿装置的特性对电压稳定性的影响。

一、简单电力系统电压稳定性分析

图 8-1 所示为分析电压稳定性的简单电力系统等效电路及特性。根据实际电力系统的特性,设 $\tan\theta = 10$, $\cos\varphi = 0.95$ 。

在图 8-1a 所示系统,电流 I 及受端电压 U_R 和功率 P_R 可表示为

$$I = \frac{1}{\sqrt{F}} \frac{E_S}{Z_{LN}}$$

$$U_R = \frac{1}{\sqrt{F}} \frac{Z_{LD}}{Z_{LN}} E_S$$

$$P_R = \frac{Z_{LD}}{F} \left(\frac{E_S}{Z_{LN}} \right)^2 \cos\varphi \quad (8-1)$$

$$Q_R = \frac{Z_{LD}}{F} \left(\frac{E_S}{Z_{LN}} \right)^2 \sin\varphi \quad (8-2)$$

式中

$$F = 1 + \left(\frac{Z_{LD}}{Z_{LN}} \right)^2 + 2 \left(\frac{Z_{LD}}{Z_{LN}} \right) \cos(\theta - \varphi)$$

图 8-1b 绘出了在 $\tan\theta = 10.0$ 及 $\cos\varphi = 0.95$ 时作为负荷 (Z_{LD}/Z_{LN}) 函数的 I 、 U_R 和 P_R 的图形。为了使结果适用于任何 Z_{LN} 值, I 、 U_R 和 P_R 进行了相应的规格化处理。

当负荷增加 (Z_{LD} 降低) 时, P_R 在开始时增加很快, 在到达最大值以前增加缓慢, 最后降低。因此, 一个恒定电压源, 通过一个阻抗可以传送的有功功率有一个最大值。当线路电压降的幅值等于 U_R , 即 $Z_{LD}/Z_{LN} = 1$ 时, 传输功率最大。对应于最大功率的条件代表了运行的极限。对应于最大功率的 U_R 和 I 值称为临界值。

由图 8-1b 知, 对于给定的传递功率 $P_R = 0.8 (P_R < P_{RMAX})$, 可以找到两个运行点: 左边的点对应正常运行; 而右边的运行点比起左边的运行点来说, 电流 I 增加很多而 U_R 却很低。

当负荷需求达到最大功率时, 继续增加负荷的导纳值将降低功率值。在此范围内, 负荷的端电压特性将取决于负荷的电压特性。对具有恒阻抗特性的负荷, 系统的运行工况会稳定在一个比正常值低的电压水平。此时, 如果负荷通过一台能带载自动调节分接开关 (ULTC) 的变压器供电, 分接开关的调整将企图提高负荷点电压, 使有效 Z_{LD} 降低, 从而使 U_R 进一步降低。ULTC 的连续调整将导致电压持续降低, 出现电压不稳定的现象。

由式 (8-1) 可知, 可以用提高电源 E_s 和 (或) 减少 φ 角的办法, 提高 P_R 的最大值。

图 8-2 所示为图 8-1 所示系统在保持 E_s 恒定时对应于不同的负荷功率因数的 $U_R - P_R$ 关系曲线。图中虚线表示临界运行点轨迹。当电压值大于临界点时才是保证稳定的运行工况。

从图 8-2 可看出, 当负荷的功率因数从滞后逐渐超前时, 系统的电压临界点逐渐升高。当 $\cos\varphi = 0.9$ 超前时, 临界电压值已达到 0.9。因此, 在负荷的功率因数较高时, 考虑到线路的 π 形等效电路, 系统的临界电压值可能会达到正常运行的电压值范围附近。

至此, 已经讨论了具有恒定负荷功率因数的 $U-P$ 特性, 可知, 电压稳定性实际上决定于有功和无功负荷的变化如何影响负荷母线的电压。对于图 8-1 所示系统, 同样可以根据系统无功负荷与电源 E_s 及系统参数的关系式 (8-2), 绘出无功负荷与受端电压的关系曲线。但对于电压稳定性分析的某些方面来说, $Q-U$ 关系可能更为有用, 因为它给出了母线电压相对于注入或吸收无功功率的关系: 当 $dQ/dU = 0$ 时表示电压稳定极限; 在 $Q-U$ 曲线的右侧, 即 $dQ/dU > 0$ 的区域运行是稳定的, 而在左侧是不稳定的。 $dQ/dU = 0$ 除了表明稳定极限以外, 还定义了为保证稳定运行所需的最小无功容量。

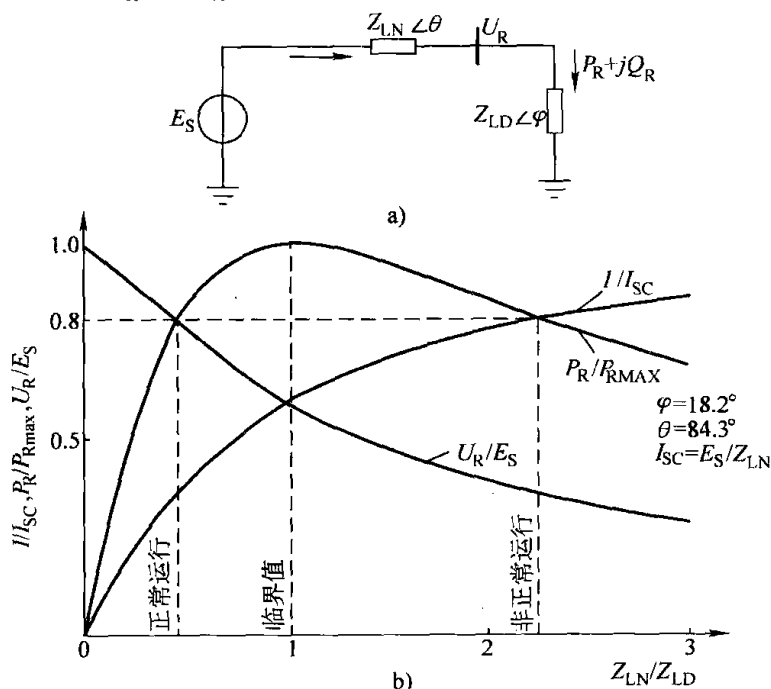


图 8-1 简单电力系统等效电路及特性

a) 等效电路 b) 作为负荷函数的受端电压、电流及功率特性

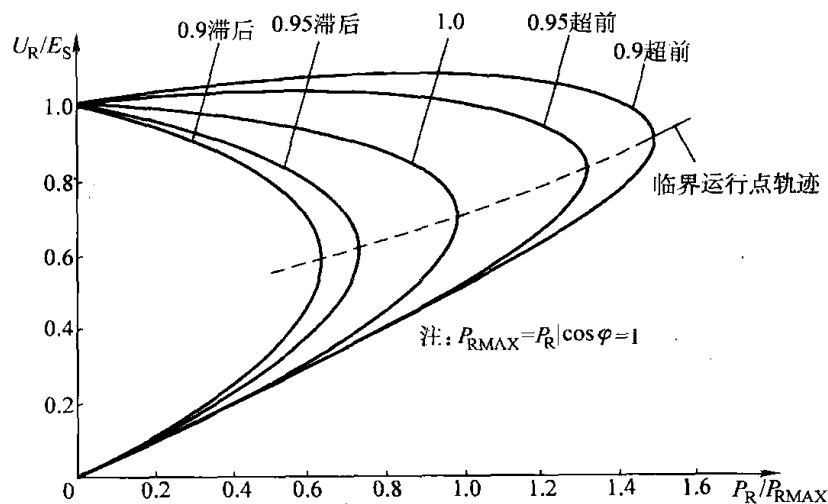


图 8-2 图 8-1 所示系统的 U_R-P_R 特性曲线

通过研究高电抗元件输送有功潮流和无功潮流的输电系统特性，可知引起电压不稳定有下述主要原因：

- 1) 输电线的负荷过重。
- 2) 电压源离负荷中心过远。
- 3) 电源电压太低。
- 4) 无功补偿不足。

二、影响电压稳定性的因素

(一) 发电机特性

发电机的励磁调节器是电力系统控制电压的最重要手段。正常方式下，发电机的端电压保持恒定。在系统电压较低时，对发电机无功功率的需求可能会超过其转子电流和（或）定子电流限制。在无功功率输出受限制后，发电机的端电压就不能保持恒定了。

发电机励磁电流由过励限制器自动限制，当励磁电流恒定时，发电机的同步电动势保持不变。此时发电机的等效电抗是同步电抗。这就明显地加大了网络的电抗，从而加重了电压崩溃的条件。

大部分发电机的定子电流限制是由运行人员根据报警信号手动实现的。运行人员通过降低无功和（或）有功输出，保持定子电流在安全限制之内。有一些发电机采用带时延的自动定子电流限制器，通过励磁调节器限制无功输出。

失去中间母线电压调节的影响如图 8-3 所

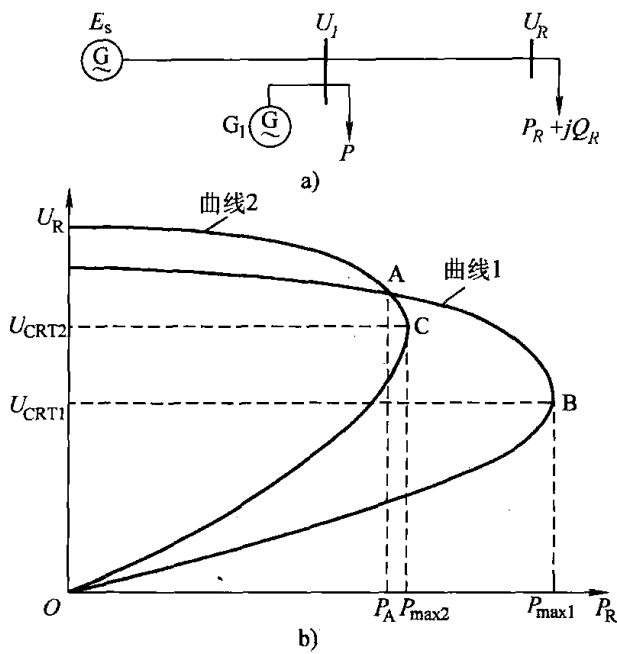


图 8-3 失去中间母线电压调节的影响

a) 系统 b) U_R-P_R 特性

示。为了说明失去发电机电压控制能力的影响,考虑图 8-3a 所示系统,中间的发电机供给部分负荷,并维持中间点的电压 U_l 。

当 U_l 保持不变时,该系统的 $U-P$ 曲线为图 8-3b 所示的曲线 1。当中间点的发电机达到其励磁电流限制时,母线电压 U_l 不再保持不变,此时的 $U-P$ 曲线由曲线 2 表示。可以看出,对于一个由运行点 A 所代表的运行工况,它在曲线 1 上要比在曲线 2 上稳定得多。这个结果表明了维持发电机对电压的控制能力的重要性,同时也表明了电压稳定的程度不能只根据母线电压与正常电压水平的靠近程度来判断。

(二) 负荷特性

负荷特性及配电系统电压控制装置是影响系统电压稳定性的关键因素。

不同类型的负荷特性和模型使得负荷的有功和无功分量随电压变化的特性不一样,因此与输电特性的相互作用也不一样。系统电压的稳定性决定于输电系统和负荷的综合特性。

配电系统电压调节器同变电站的变压器 ULTC,试图保持负荷点电压恒定,在正常控制范围内,负荷主要表现为恒功率特性。当 ULTC 达到其调节范围的极限时,配电系统的电压开始下降,居民用电的有功和无功负荷将随电压降低而减少,这将反过来减少线路潮流并因此减少线路无功损耗。工业负荷具有大量感应电动机成分,其无功负荷随电压的变化很小,但此时电容器补偿的无功功率将减少,因而会引起无功负荷的净增。

感应电动机在其电压为正常电压的 85% ~ 90% 时,有可能停止运转并吸收大量无功电流。这将使电压进一步降低。工业和商业用电动机通常使用磁力保持接触器,因此,电压降低时,许多电动机会被切除。电动机被切除后,电压将有所恢复。

上述讨论表明,为了准确分析电压稳定性,网络的模型及操作必须包括配电变压器分接头切换的动作,以及配电系统中电容器的影响。负荷特性的表示要考虑电动机和电容器的模型。

(三) 无功补偿装置的特性

下面简要介绍不同形式的无功补偿装置对电压稳定性的影响。

1. 并联电容器

目前,提供无功功率及电压支持的最便宜的方式是使用并联电容器。并联电容器可以校正负荷端的功率因数,从而扩展电压稳定极限。并联电容器的使用可以增加发电机的旋转无功备用,使系统在很多情况下能提供更多的无功支持,防止电压崩溃。

但从电压稳定性和控制的角度来看,并联电容器有一些固有的缺点:

- 1) 在使用大量并联电容补偿的系统中,电压调节效果不好。
- 2) 超过一定补偿水平时,用并联电容器不能使系统达到稳定运行条件。
- 3) 由于并联电容器发出的无功功率正比于电压的平方,因此在系统低电压的条件下,无功补偿能力降低,加重电压问题。

2. 可调节的并联补偿

静止无功补偿系统 (SVS) 在调节范围内没有电压控制或不稳定问题。当 SVS 达到其极限值时,它等同于一个简单的电容器,此时它有导致电压不稳定的可能性。

同步调相机与 SVS 不同,它有一个内部的电压源,在电压较低时能连续提供无功功率,并且具有更为稳定的电压特性。

3. 串联电容器

串联电容器是自调节的。由串联电容器提供的无功功率正比于线路电流的平方，而与母线电压无关。对于电压稳定性来说，这是有利的特性。

串联电容器能有效地缩短线路的电气长度。与并联电容器不同，串联电容器降低线路的特性阻抗 (Z_0) 和电气长度 (θ)，因而使电压调节特性和稳定性都明显改善。

第三节 电压稳定性分析方法

电力系统电压稳定性分析包括以下两个方面：

1) 电压不稳定的程度。也即系统运行点距离电压稳定域的边界有多远？

系统运行点到电压稳定临界点的距离可以根据物理量，如负荷水平，通过关键界面的有功潮流及无功储备来衡量。

2) 电压不稳定的机理。为何发生电压不稳定？引起电压不稳定的关键因素是什么？哪里是电压薄弱区域？什么措施对改善电压稳定性最有效？

具有合适模型的时域仿真可以按照事故及导致不稳定的时间顺序进行分析。但这种仿真很费时间，而且不能方便地提供稳定的程度及影响稳定的因素。

影响电压稳定的系统动态过程一般是慢过程，因此，电压稳定的一些问题可以用静态分析方法进行研究。静态分析方法可以检查特定电力系统运行条件所表示的平衡点的稳定性。而动态分析方法允许检查大范围的系统条件，如果使用得当，还可以更加深入地认识动态过程本质，判别起主要作用的因素。另外，动态分析对于详细研究特定的电压崩溃情况、协调控制装置与保护及试验补救措施是有帮助的。动态仿真还能检查是否或如何达到静态平衡点。

本节将讨论静态及动态分析方法，并且显示如何将这两种方法以互补的方式加以应用。

一、建模要求

以下是一些对电压稳定性有重要影响的电力系统元件模型。

1) 负荷。负荷特性在电压稳定性分析中可能是关键因素。与功角稳定计算及潮流分析不同，电压稳定研究的建模范围可能要包括电压水平较弱区域内的大范围低压配电系统，包括变压器的 ULTC 动作、无功补偿、低压配电系统中的电压调节装置以及感应电动机模型；有时，还需要计及负荷在低电压条件时的负荷特性。

2) 发电机及其励磁控制装置。为进行电压稳定性分析，需计及电压调节的有差特性而不是假想的无差特性；还要考虑励磁电流和定子电流的限制，而不能只用一个固定的最大无功极限值代替。

3) 静止无功发生器。当静止无功发生器运行在正常电压控制范围内时，它可以保持母线电压，具有很小的下降特性；当运行在无功功率极限值时，其特性就如同一个简单的电容器或电抗器，这对于电压稳定性有很大影响。静止无功发生器的这些特性必须在电压稳定性研究中准确地表示。

4) 自动发电控制 (AGC)。对于造成发电容量和负荷之间很大差额的故障，原动机速度控制和辅助的联络线频率偏差控制会显著改变系统的发电输出，这有时会损害系统的电压稳定性。因此，这些功能必须予以表示。

5) 保护和控制系统。发电机组和输电网络的保护和控制装置,如发电机励磁保护、定子过电流保护、输电线过电流保护、电容器组控制装置、移相器和欠电压切负荷装置等的特性对系统的电压稳定性能都有影响,因此需要计及这些保护和控制设备的模型。

二、动态分析方法

用于电压稳定性分析的系统模型的一般结构与暂态稳定分析模型相似,整个系统方程包括一组一阶微分方程

$$\dot{x} = f(x, U) \quad (8-3)$$

和一组代数方程

$$I(x, U) = Y_N U \quad (8-4)$$

式中 x ——系统状态向量;

U ——母线电压向量;

I ——电流注入向量;

Y_N ——网络节点导纳矩阵。

以及一组已知初始条件 (x_0, U_0) 。

由于要计及变压器的分接头调节装置及移相器控制装置,因此 Y_N 的元素将随母线电压和时间而变化。电流注入向量 I 为系统状态变量 x 及母线电压向量 U 的函数。由于一些装置,如励磁电流限制器的时变特性, I 和 x 之间的关系为时间的函数。

式 (8-3) 和式 (8-4) 可用任何数学积分方法及网络计算方法求解。研究的时间段通常为几分钟。当含有表示电压崩溃的系统慢动态过程的特殊模型时,系统微分方程组的刚性显著地高于暂态稳定分析模型,因此隐式积分方法比较适合。另外,使用变步长算法可以大大提高求解的计算效率。

三、静态分析方法

静态分析方法选取系统时域轨迹在不同时间断面上的工况。在每一时间断面上,式 (8-3) 中状态变量的微分 $\dot{x}$ 假设为零,各状态变量取该时间断面的值。因此,整个系统方程降为代数方程,可以用解静态解的方法求解。

在已往的计算中主要采用常规的潮流程序进行电压稳定性的静态分析。选定某些负荷母线,然后计算这些母线的 $U-P$ 和 $Q-U$ 曲线,并由这些曲线来确定系统的电压稳定性。通常这些曲线是用常规模型的大量潮流计算产生的。尽管这种方法可以自动进行,但是很费时间,且不能方便地得到分析电压稳定性问题产生原因的有用信息。由于这些方法集中在选定的个别母线,并采用分别加重每个母线负荷的方法建立稳定特性,这种做法有可能扭曲了系统的稳定条件,因此,用于计算 $Q-U$ 和 $U-P$ 曲线的母线必须精心选择。为了得到全面信息,有时需要作出大量的这种曲线。实际上,由于系统中的某些问题可能引起潮流不收敛,有可能无法得到完整的 $Q-U$ 曲线。

分析电压稳定性的静态方法有基于 $U-Q$ 灵敏度的分析方法和模态分析方法 (Modal Analysis) 等。下面将分别介绍这两种方法。这些方法的优点是它们可以从全系统的角度给出与电压稳定性有关的信息,并且确定有潜在问题的区域。模态分析方法还能提供不稳定机组的信息。

(一) $U-Q$ 灵敏度分析方法

由式 (8-4) 代表的网络约束可以表示为下述线性化形式:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{P\theta} & J_{PU} \\ J_{Q\theta} & J_{QU} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{pmatrix} \quad (8-5)$$

式中 ΔP ——母线有功功率增量;
 ΔQ ——母线无功功率增量;
 $\Delta \theta$ ——母线电压角度的增量;
 ΔU ——母线电压幅值的增量。

雅可比矩阵的元素给出了潮流和母线电压之间的灵敏度。

如用常规潮流模型进行电压稳定性分析, 式 (8-5) 的雅可比矩阵与用牛顿—拉夫逊法解潮流方程的雅可比矩阵是相同的。对由式 (8-3) 表示的增加了设备模型的情况, 当 $\dot{x} = 0$ 时, 设备的功率和电压之间的线性关系如下:

$$\begin{pmatrix} \Delta P_d \\ \Delta Q_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_d \\ \Delta \theta_d \end{pmatrix}$$

式中 ΔP_d ——设备有功输出的增量;
 ΔQ_d ——设备无功输出的增量;
 ΔU_d ——设备电压幅值的增量;
 $\Delta \theta_d$ ——设备电压角度的增量。

式 (8-5) 中, 雅可比矩阵与设备相关的项由 A_{11} 、 A_{12} 、 A_{21} 和 A_{22} 来修正, 以形成系统的雅可比矩阵。

虽然系统的电压稳定性受 P 和 Q 的影响, 但在某个运行点, 可以保持 P 恒定, 仅考虑 Q 和 U 之间的增量关系, 这是与 $Q-U$ 曲线法相似的。而且尽管在公式中忽略了 P 的增量, 但通过研究不同运行条件下 Q 和 U 之间的增量关系可以考虑到系统负荷或传输功率水平的变化。基于上述考虑, 令式 (8-5) 中 $\Delta P = 0$, 得

$$\Delta Q = J_R \Delta U \quad (8-6)$$

式中

$$J_R = (J_{QU} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PU}) \quad (8-7)$$

为降阶的系统雅可比矩阵。从式 (8-6) 可以写出

$$\Delta U = J_R^{-1} \Delta Q \quad (8-8)$$

矩阵 J_R^{-1} 是降阶的 $U-Q$ 雅可比矩阵。其第 i 个对角线元素是在母线 i 的 $U-Q$ 灵敏度。为提高计算效率, 实际上并不形成该矩阵。 $U-Q$ 灵敏度通过解式 (8-6) 算出。

母线的 $U-Q$ 灵敏度表示在给定运行点上 $U-Q$ 曲线的斜率。当 $U-Q$ 灵敏度为正时, 表示系统稳定。灵敏度值越小, 系统越稳定。随着稳定度降低, 灵敏度的幅值增大, 当到达稳定极限时, 灵敏度为无限大。相反地, $U-Q$ 灵敏度为负值, 表示运行不稳定。一个小的负灵敏度, 表示一个非常不稳定的运行状态。由于 $U-Q$ 关系的非线性特性, 不同系统运行条件下灵敏度的幅值不能作为相对稳定程度的直接量度。

(二) $Q-U$ 模态分析方法

系统的电压稳定特性可由式 (8-7) 定义的降阶雅可比矩阵 J_R 的特征值和特征向量判

别。设

$$J_R = \xi \Lambda \eta \quad (8-9)$$

式中 ξ —— J_R 的右特征向量矩阵；

η —— J_R 的左特征向量矩阵；

Λ —— J_R 的对角线特征值矩阵。

由式 (8-9)，得

$$J_R^{-1} = \xi \Lambda^{-1} \eta$$

代入式 (8-8)，得

$$\Delta U = \xi \Lambda^{-1} \eta \Delta Q \quad (8-10)$$

或

$$\Delta U = \sum_i \frac{\xi_i \eta_i}{\lambda_i} \Delta Q \quad (8-11)$$

式中 ξ_i —— J_R 右特征向量的第 i 列；

η_i —— J_R 左特征向量的第 i 行。

每个特征值 λ_i 及相应的左、右特征向量的 η_i 和 ξ_i 定义了 $Q-U$ 响应的第 i 个模式。

因 $\xi^{-1} = \eta$ ，式 (8-10) 可写为

$$\eta \Delta U = \Lambda^{-1} \eta \Delta Q$$

或

$$\nu = \Lambda^{-1} q. \quad (8-12)$$

式中 ν ——电压变化模态的向量， $\nu = \eta \Delta U$ ；

q ——无功功率变化模态的向量， $q = \eta \Delta Q$ 。

式 (8-8) 与式 (8-12) 的区别是 Λ^{-1} 是对角线矩阵；而一般来说 J_R^{-1} 是非对角线矩阵。式 (8-12) 表示解偶的一阶方程。因此，对第 i 模式，有

$$\nu_i = q_i / \lambda_i$$

如果 $\lambda_i > 0$ ，第 i 个模态电压和第 i 个模态无功功率的变化是同一方向的，表明系统是电压稳定的。如果 $\lambda_i < 0$ ，第 i 个模态电压和第 i 个模态无功功率变化是反方向的，表明系统是电压不稳定的。每个模态电压变化的幅值等于 λ_i 的倒数乘以该模态无功功率，从这个意义上来说， λ_i 的幅值决定第 i 个模态电压的稳定程度。正值 λ_i 的幅值越小，第 i 个模态电压就越接近不稳定。当 $\lambda_i = 0$ 时，第 i 个模态电压崩溃，因为此时该模态无功功率的任何变化都会引起该模态电压无限大的变化。

下面介绍母线 $U-Q$ 灵敏度和 J_R 特征值之间的关系。在式 (8-11) 中，令 $\Delta Q = e_k$ ，其中 e_k 的元素中除第 k 个元素等于 1 以外，其他元素均为零。则

$$\Delta U = \sum_i \frac{\xi_i \eta_{ik}}{\lambda_i}$$

式中 η_{ik} —— η_i 的第 k 个元素。

母线 k 的 $U-Q$ 灵敏度为

$$\frac{\partial U_k}{\partial Q_k} = \sum_i \frac{\xi_{ki} \eta_{ik}}{\lambda_i} \quad (8-13)$$

从式 (8-13) 可看出， $U-Q$ 灵敏度不能识别具体某个电压崩溃模式，而是提供所有 $U-Q$ 模式的综合效果。

若忽略输电网络的电阻，且节点导纳矩阵是对称的，则降阶的雅可比矩阵 J_R 也是对称

的。于是 J_R 的特征值和特征向量都是实数，而且 J_R 特征值的右特征矩阵是左特征矩阵转置阵。

当有移相变压器（它使 Y_N 矩阵不对称）以及线路电阻时， J_R 只是近似对称。从实用目的而言， J_R 的特征值仍均为实数。

特征值的幅值可以提供发生不稳定可能性的相对量度，但是因为问题的非线性，特征值不能提供一个绝对的量度。这一点类似于小扰动功角稳定分析中的阻尼系数，它表示阻尼的程度，但不是稳定裕度的绝对量度。如果要得到电压不稳定的功率距离，则需逐步增加系统的负荷，直到它变为不稳定，并对每个运行点都进行模态分析。模态分析可用来确定系统的稳定程度以及还可增加多少负荷或功率传输水平。当系统达到电压稳定临界点时，模态分析有助于确定电压稳定临界区域以及每个模式有哪些元件参予。

1. 母线参与系数

母线 k 在模式 i 中的相对参与由母线参与系数给出，即 $P_{ki} = \xi_{ki} \eta_{ik}$ ，由式 (8-13) 可知 P_{ki} 决定了 λ_i 对母线 k 的 $U-Q$ 灵敏度的贡献。

母线参与系数决定与每个模式相关的区域。对每个模式而言，所有母线参与系数之和等于 1，因为右和左特征向量均经过规格化。对一个给定模式，母线参与系数的大小表示施加于该母线的控制对稳定该模式的有效性。

通常有两种模式：第一种是只有很少的母线有大的参与系数，所有其他母线的参与系数接近于零，表明该模式是非常局部型的；第二种是许多母线具有小的但参与程度相近的参与系数，剩下的其他母线的参与系数接近于零，表明该模式不是局部型的。如果一个单负荷母线经过一条长输电线路连到一个非常强的电网，就会出现典型的局部模式。如果在一个大系统中有一个区域满负荷，并且该地区的主要无功功率供给已经用尽，就会出现非局部型模式。

对于有上千个母线的实际系统而言，实际上不要求解 J_R 所有的特征值；另外，只计算 J_R 的最小特征值是不够的，因为通常与系统的不同部分相关的不只有一个弱的模式。与最小特征值相关的模式在系统负担加重时，可能不是最容易出现问题的模式。实际上，一般只需计算 5 ~ 10 个最小的特征值就可以识别所有的临界模式。

2. 支路参与系数

假设模式的无功功率变量 q 向量的元素中第 i 个元素等于 1，其他均为零，计算与模式 i 相关的支路参与系数。由式 (8-12)，母线无功功率变量的相应向量为

$$\Delta Q^{(i)} = \eta^{-1} q = \xi q = \xi_i$$

式中 ξ_i —— J_R 的第 i 个右特征向量。

假设所有的右特征向量均已规格化，所以

$$\sum_i \xi_{ji}^2 = 1$$

当母线无功变量的向量等于 $\Delta Q^{(i)}$ 时，母线电压变量的向量 $\Delta U^{(i)}$ 为

$$\Delta U^{(i)} = \frac{\Delta Q^{(i)}}{\lambda_i}$$

并且相应的母线角度变量的向量为

$$\Delta \theta^{(i)} = -J_{P\theta}^{-1} J_{PU} \Delta U^{(i)}$$

当送端和受端的角度和电压变化均已知时，便可以计算出支路无功损耗的线性化变化。支路 j 对模式 i 的相对参与由下述参与系数给出：

$$P_{ji} = \frac{\text{支路 } j \text{ 的 } \Delta Q_{\text{loss}}}{\text{所有支路的最大 } \Delta Q_{\text{loss}}}$$

对于每个模式，支路参与系数表示某条支路对于无功负荷的增量消耗最多的无功功率。具有高参与系数的支路可能是弱的连接线或者是负载很重的线路。支路参与系数对于找出缓解电压稳定性问题的措施和故障选择是有帮助的。

3. 发电机参与系数

如同支路参与的情况，给定无功功率变化，然后计算每台发电机电压和角度的变化用来计算每台发电机无功输出的变化。

发电机 m 对模式 i 的相对参与由下述发电机参与系数给出：

$$P_{mi} = \frac{\text{发电机 } m \text{ 的 } \Delta Q_m}{\text{所有发电机的最大 } \Delta Q}$$

对每个模式，发电机参与系数指出对于系统无功负荷的变化，哪台发电机提供了最多的无功功率。发电机参与系数可以提供无功储备在所有机组间的合理分配，以保持适当的电压稳定储备。

四、确定到电压稳定临界点的最短距离

到电压稳定临界点的距离通常是按预定方式增加系统负荷，计算出根据历史和预报数据最可能加重系统负担的过程。同时，也应对造成最少稳定储备的负荷模式感兴趣。下面介绍确定最小功率稳定裕度的方法。

(一) 基本理论

待求的是一组有功和无功负荷增量，它们的向量和为最小，当把这组增量加到初始运行条件时，会引起潮流雅可比矩阵奇异。这可以将潮流方程改变为以下形式：

$$f(x, \rho) = g \begin{pmatrix} U \\ \theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = 0 \quad (8-14)$$

$$\text{其中 } x = \begin{pmatrix} U \\ \theta \end{pmatrix} \quad \rho = \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}$$

式中 x ——系统状态向量；

ρ ——参数向量，其元素为有功和无功负荷以及有功发电功率。

x 和 ρ 均为 $N = 2N_{PQ} + N_{PU}$ 阶向量。其中 N_{PQ} 为全部 PQ 节点个数， N_{PU} 为全部 PU 节点个数，非线性向量函数 f 的阶数为 N 。

令 J_x 和 J_ρ 分别为向量函数 f 对于 x 和 ρ 的雅可比矩阵。 J_x 矩阵与式 (8-5) 中潮流方程雅可比矩阵相同。对一个给定参数向量 ρ_i ，用任何求解潮流的方法解式 (8-14)，可以得到系统状态向量 x_i 。每个参数向量 ρ_i 代表一个特定的根据有功和无功负荷及有功发电的系统状态。如果参数向量 ρ_* 和相应的系统状态向量 x_* 使得潮流雅可比矩阵 J_x 奇异，则系统达到其电压稳定临界点。令 S 为 N 阶参数空间的超平面，如果 ρ_* 为 S 上的一个点，则 $J_x(x_*, \rho_*)$ 奇异。

在给定的系统初始运行点 (x_0, ρ_0) ，我们希望找到 S 上的参数向量 ρ_* ，使得 ρ_0 和 ρ_* 之间的距离 $k = |\rho_* - \rho_0|$ 为 ρ_0 和 S 之间的距离为局部最小。

设 S 是 ρ_* 附近的一个平滑超平面。对该超平面在 (x_*, ρ_*) 的法向量 (Normal Vector) 由下式给出：

$$\eta_* = w_* J_\rho$$

式中 w_* —— $J_x(x_*, \rho_*)$ 的对应零特征值的左特征向量。

η_* 是正规化的，即 $|\eta_*| = 1$ 。

由系统的初始运行点 (x_0, ρ_0) 开始，沿一个特定方向，通过逐渐增大 ρ 增加系统负担。每次增加 ρ ，都求解式 (8-14) 得到系统状态向量 x 。 ρ 沿同一方向增大，直到电压稳定临界点 (x_*, ρ_*) ，潮流雅可比矩阵 J_x 变为奇异，即

$$\rho_* = \rho_0 + k\eta$$

式中 k —— 系统初始运行点 (x_0, ρ_0) 和电压稳定临界点 (x_*, ρ_*) 之间的距离， $k = |\rho_* - \rho_0|$ 。

对于给定的系统初始运行点 (x_0, ρ_0) ， ρ 可以沿不同的方向增加。显然 k 的数值决定于 ρ 增加的方向。我们的目标是找到一个参数向量 ρ ，使得 k 为局部最小。

用下列步骤确定向量 η_* ，使初始平衡点 (x_0, ρ_0) 和奇异点 (x_*, ρ_*) 之间的距离最短。

- 1) 设 η_0 为方向 η_* 的初始估计， $|\eta_0| = 1$ 。
- 2) 沿 η_i 方向逐渐增加系统负担，直到 J_x 奇异，即确定 k_i 、 ρ_i 和 x_i ，使 $\rho_i = \rho_0 + k_i \eta_i$ 在 S 表面。
- 3) 令 $\eta_{i+1} = w_i J_\rho$ ， $|\eta_{i+1}| = 1$ 。
- 4) 重复进行 1)、2)、3) 步，直至 η_i 收敛到 η_* ，则 $\rho_* = \rho_0 + k_* \eta_*$ 为相应的平衡条件。

(二) 计算过程

对任何系统，找到从初始负荷水平 (P_0, Q_0) 到 S 的最小距离的一般过程如下：

1) 从 (P_0, Q_0) 沿某个方向增加负荷，直到雅可比矩阵的一个特征值为零。对应于该点的负荷水平 (P_1, Q_1) 为稳定极限。该点 (P_1, Q_1) 位于或非常接近于 S 。

2) 在 (P_1, Q_1) 点进行模态分析，并计算完整的雅可比矩阵的左特征向量。左特征向量包括提供每个母线有功和无功负荷增量的元素。特征向量指出到奇异点的最短方向，它正交于 S 。

3) 回到初始负荷水平条件 (P_0, Q_0) ，沿由 2) 找到的左特征向量给出的方向，再次给系统加载。达到 S 时，计算新的左特征向量。

4) 再次回到 (P_0, Q_0) 点，按由过程 3) 得到的新特征向量的方向增加系统负荷。重复这个过程，直到新的迭代算出的特征向量不再变化。这个过程收敛。

收敛后得出的解是由 (P_0, Q_0) 到 S 的最小向量 (P, Q) 距离。这个计算过程可用于大型实际系统，但此时 S 不再是简单的轨迹，而是一个在 $2N$ 维参数空间的超曲面，其中 N 为负荷母线总数。该超曲面的形状未知，因此这个过程只能找到局部最小。由于将系统从 (P_0, Q_0) 加负荷到 S 的过程中的非线性，该局部最小值决定于所选择的加负荷的初始方向。可以用对应于 (P_0, Q_0) 上的雅可比最小特征值的左向量作为初始方向，但是用基于

一个所期望的负荷模式的均匀加负荷方法可能更为合适。

五、连续潮流分析

式(8-5)的雅可比矩阵在电压稳定极限变为奇异。因此,常规潮流算法在运行方式接近稳定极限时,容易出现收敛问题。连续潮流分析克服了该问题。它通过将潮流方程重新安排,使它们在所有可能的负荷条件下,都保持良好状态。这就可以求解稳定及不稳定平衡点下的潮流问题(即对于 $U-P$ 曲线的上和下部)。

这里叙述的连续潮流方法采用局部参数化持续法(Locally-Parameterized Continuation Method),它属于求解非线性代数方程的路径跟随方法(Path-Following Methods)。

(一) 基本原理

连续潮流分析中的典型计算顺序如图8-4所示,图中包括了预报和校正步骤的迭代过程。从已知的初始解(A),用正切预测值估计一个特定负荷增长模式的解(B)。然后在系统负荷不变的假设下用常规潮流方法校正得到精确解(C)。下一步根据新的正切预测值预测进一步增加负荷的电压值。如果新的负荷估计值(D)已经大于精确解的最大负荷,在负荷不变的假设下的校正就不会收敛。因此,采用在被监视母线保持电压不变的假设下的校正找到精确解(E)。当接近电压稳定极限时,为确定精确的最大负荷,负荷增加的步长需在后继的预报步期间逐渐减小。

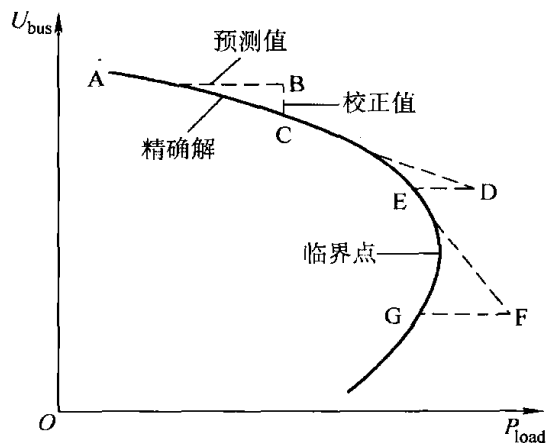


图8-4 连续潮流分析中的典型计算顺序

(二) 数学算式

除了将负荷的增加列入参数以外,基本公式与标准的潮流分析相似。考虑当负荷增加时发电功率也增加,重写的潮流方程可以表示为

$$F(\theta, U) = \lambda K \quad (8-15)$$

式中 λ ——负荷参数;

θ ——母线电压相角的向量;

U ——母线电压幅值的向量;

K ——每条母线负荷变化百分比的向量。

在 $0 \leq \lambda \leq \lambda_{crit}$ 范围内确定 λ 的一个数值,然后求解上述非线性方程组。 $\lambda = 0$ 代表基本负荷条件, $\lambda = \lambda_{crit}$ 表示临界负荷。

式(8-15)可以重新表示为

$$F(\theta, U, \lambda) = 0 \quad (8-16)$$

1. 预测计算

在预测计算中,用一个线性近似估计某一个状态变量(即 θ 、 U 或 λ)变化时的下一个解。

对式(8-16)两侧取微分,得线性方程

$$F_{\theta} d\theta + F_U dU + F_{\lambda} d\lambda = 0$$

$$\text{或} \quad (F_\theta \quad F_U \quad F_\lambda) \begin{pmatrix} d\theta \\ dU \\ d\lambda \end{pmatrix} = 0 \quad (8-17)$$

由于在潮流方程中加入 λ ，增加了未知变量，求解上述方程还需再多一个方程式。设置正切向量的一个分量为 +1 或 -1，此分量称为连续参数，便可满足上述要求。这时式 (8-17) 为

$$\begin{pmatrix} F_\theta & F_U & F_\lambda \\ & e_k & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\theta \\ dU \\ d\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$$

式中 e_k ——行向量。除第 k 个元素（对应于连续参数）为 1 外，其他所有元素均为零。

计算时，选负荷参数 λ 为连续参数，相应的正切向量分量置为 -1。在后面的预测计算期间，选择连续变量为给定解附近状态变量的变化率最大的状态变量，并且其斜率的符号决定正切向量的相应分量的符号。当达到最大负荷时，电压将成为具有最大变化的参数。

当找到正切向量后，下一步解的预测由下式给出：

$$\begin{pmatrix} \theta \\ U \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_0 \\ U_0 \\ \lambda_0 \end{pmatrix} + h \begin{pmatrix} d\theta \\ dU \\ d\lambda \end{pmatrix}$$

其中，下标“0”表示状态变量在预测开始时的值。步长 h 的选取要使得在给定连续参数下存在一个潮流解。如果给定步长在校正计算时不能找到一个解，则步长需要减小并且重复进行校正计算，直到得到一个成功的解。

2. 校正计算

在校正计算中，原来的方程组 $F(\theta, U, \lambda) = 0$ 扩展为一新的方程，从而使一个选定的状态变量为连续变量。新的方程组为

$$\begin{pmatrix} F(\theta, U, \lambda) \\ x_k - \eta \end{pmatrix} = (0)$$

式中 x_k ——被选为连续参数的状态变量；

η —— x_k 的预测值。

这组方程可以用改进的牛顿-拉夫逊潮流法求解。引入给定 x_k 的附加方程，使在临界运行点的雅可比矩阵非奇异。连续潮流分析可以连续求到超过临界点，并因此得到对应于 $U-P$ 曲线的下半部分的解。

λ 的正切分量（即 $d\lambda$ ）对 $U-P$ 曲线的上半部分为正，在临界点为零，超过临界点后为负。因此， $d\lambda$ 的符号将指示是否达到了临界点。

如果连续参数为负荷增量，校正值将是在 $U-P$ 平面上的垂直线（如图 8-4 中的 BC 段）。如果电压为连续参数，校正值将是一个水平线（如图 8-4 中的 DE 段）。

3. 选择连续参数

对于校正计算来说，选用合适的连续参数特别重要，参数选得不好，可能引起解的发散。例如，在临界点范围内选负荷参数 λ 为连续参数，如果估计值超过最大负荷时可能引起解的发散；如果选电压幅值作为连续参数，当电压变化用大的步长时，解可能收敛。经验

表明,选择在给定解附近具有最大变化率的连续参数作为状态变量较合适。

(三) 灵敏度信息

在连续潮流分析中,正切向量表示对系统负荷变化的微分引起状态变量的微分变化。因此,可用正切向量中的 dU 元素识别“薄弱”母线,即对于一个负荷变化所引起的电压变动大的母线。

连续潮流分析方法鲁棒性强且灵活,它对存在收敛性问题的潮流解是理想的方法。但是这种方法计算速度非常慢,需要很长的计算时间。

潮流计算求解到临界点且超过临界点的最好的方法是互补地使用常规和连续潮流算法。从基本方式开始,用常规方法(牛顿-拉夫逊或快速分解法)解式(8-15),计算出相继增加负荷水平的潮流解,直到潮流解不收敛为止。从这点开始,采用连续算法计算潮流解。通常,常规方法可以求得到达临界点之前的解。只有当准确地处在和超过临界点时,连续法才是必要的。

第四节 提高电压稳定性的措施

一、电力系统设计时的措施

1. 应用无功功率补偿装置

前面讨论了不同型式的无功补偿装置对电压稳定性的作用。为保证足够的稳定裕度必须选用合适的无功补偿装置。无功补偿装置的容量、特性和地点的选择必须根据系统最严重的运行工况研究确定。

根据事故后最大允许电压降低的设计原则通常不能满足电压稳定性的要求,必须根据运行点到不稳定临界点的有功和无功距离来确定稳定裕度。因此,要找出电压控制区和薄弱输电边界。

2. 控制网络电压和发电机的无功输出

发电机的自动电压调节(AVR)相当于使升压变压器的高压侧或某点的电压恒定,即将恒定电压点向负荷靠近,因此对电压稳定具有有利影响。

3. 保护(控制)的协调

电压崩溃的一个原因是设备保护(控制)和电力系统需求之间缺乏协调。适当的协调应当根据动态模拟研究来确定。

跳开设备以防止过负荷应当是最后的手段。只要可能,就应提供适当的控制措施(自动或手动)在系统切除设备以前消除过负荷。

4. 控制变压器分接开关调节器(ULTC)

ULTC 可以就地或集中控制,以降低电压崩溃的风险。ULTC 的控制策略应计及电源侧的电压。当电源侧电压正常时,ULTC 可按常规方式调节分接头;当电源侧电压降低到某阈值时,闭锁 ULTC;当电源侧电压继续降低时,ULTC 应该反调,即进一步降低二次侧电压,减少系统的有功、无功负担。

ULTC 控制策略的进一步改进需根据具体系统的特性,尤其是负荷的特性来确定。

5. 欠电压切负荷

为了适应非计划的或特别严重的情况，有可能采用欠电压切负荷措施。这类似于低频率切负荷，它已经成为应付发电缺额及低频率特别严重的电力公司普遍采用的手段。切负荷提供了防止大面积系统崩溃的低成本的措施，特别是在导致不稳定的系统工况及事故发生的概率低但可能导致严重后果时特别有用。被切除负荷的特性及地点对于电压问题比对频率问题更为重要。

切除负荷的措施应按区分故障、暂态电压降低及导致电压崩溃的欠电压工况进行设计。

二、电力系统运行时的措施

1. 稳定裕度

系统应该在适当电压稳定裕度下运行，为此必须适当地安排无功电源和电压分布。目前，还没有被广泛接受的裕度大小的选择办法及可以作为指标的系统参数，它们大都是随系统而定的，并且必须根据每个系统的特性来建立。

如果现有的无功电源及电压控制设施不能满足所需要的裕度，就必须限制传输功率并启动其他机组以提供临界地区的电压支持。

2. 旋转备用

运行的发电机必须保证足够的旋转备用，如果需要，在中等或欠励磁情况下，投入并联电容器，以保持所需要的电压分布。在每个电压控制区内，必须确定并保持所需要的储备。

3. 调度员的作用

调度员必须能够识别与电压稳定相关的征兆，并采取相应的补救措施。作为最后手段，可以切除负荷。必须建立防止电压崩溃的运行策略。

在线监视和分析、识别潜在的电压稳定问题，以及可能的补救措施，对于电压稳定是非常有价值的。

思考题与习题

- 8-1 较高的临界电压值 U_{cr} 会对电力系统的安全运行带来什么影响？
- 8-2 有哪些提高电压稳定性的措施？
- 8-3 为降低系统发生电压崩溃的风险，变压器分接头的调节应考虑哪些因素？
- 8-4 并联电容器对系统的电压稳定性有哪些不利的影响？
- 8-5 如何根据降阶雅可比矩阵 J_R 的特征根 λ_i 判别系统的电压稳定性？
- 8-6 分析各设备（母线、支路、发电机）参与系数表示的物理意义。
- 8-7 如何确定最小功率稳定裕度？
- 8-8 连续潮流方法如何确定电压稳定极限点？
- 8-9 发电机的励磁电流受过励限制器限制后对系统的电压稳定性有什么影响？
- 8-10 有哪些引起电压不稳定或电压崩溃的主要因素？

参 考 文 献

- [1] 南京工学院. 电力系统 [M]. 北京: 电力工业出版社, 1980.
- [2] 李光琦. 电力系统暂态分析 [M]. 2 版. 北京: 水利电力出版社, 1995.
- [3] 何仰赞, 等. 电力系统分析 [M]. 武汉: 华中工学院出版社, 1984.
- [4] Weedy B M. Electric Power System [M]. New York: Jone Wiley & Sons, 1987.
- [5] Stevenson W D. Elements of Power System Analysis [M]. New York: McGraw-Hill Book Co., 1982.
- [6] Gross C A. Power System Analysis [M]. New York: Jone Wiley & Sons, 1986.
- [7] Nagrath I J, et al. Modern Power System Analysis [M]. New York: McGraw-Hill, 1989.
- [8] 高景德, 等. 电机过渡过程的基本理论及分析方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1982.
- [9] 刘万顺. 电力系统故障分析 [M]. 北京: 水利电力出版社, 1986.
- [10] 余贻鑫, 等. 电力系统的安全性和稳定性 [M]. 北京: 科学出版社, 1988.
- [11] 倪以信, 等. 动态电力系统的理论和分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [12] 关根泰次. 电力系统暂态解析论 [M]. 蒋建民, 金基圣, 王仁洲, 译. 北京: 机械工业出版社, 1989.
- [13] 西安交通大学, 等. 电力系统计算 [M]. 北京: 水利电力出版社, 1978.
- [14] 余耀南. 动态电力系统 [M]. 何大愚, 等译. 北京: 水利电力出版社, 1985.
- [15] 日丹诺夫. 电力系统稳定 [M]. 张钟俊, 译. 上海: 龙门联合书局, 1953.
- [16] KUNDUR P. Power System Stability and Control [M]. New York: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [17] 安德逊 P M, 等. 电力系统的控制与稳定 (第一卷) [M]. 《电力系统的控制与稳定》翻译组, 译. 北京: 水利电力出版社, 1979.

Images have been losslessly embedded. Information about the original file can be found in PDF attachments. Some stats (more in the PDF attachments):

```
{
  "filename": "MTI2NTQ4MTYuemlw",
  "filename_decoded": "12654816.zip",
  "filesize": 21167829,
  "md5": "d3cc343ffaaba8d84b50b58f3ef48faa",
  "header_md5": "b5db466212fa5a212f04c5c7e5b1693c",
  "sha1": "94d16ff1dc34853e8d26ba56555877785f64957a",
  "sha256": "bbde5339227ef18a3061199be0f96aa5e3bffb094c5e35881175f55bd8e868d7",
  "crc32": 1379837592,
  "zip_password": "",
  "uncompressed_size": 21496381,
  "pdg_dir_name": "",
  "pdg_main_pages_found": 225,
  "pdg_main_pages_max": 225,
  "total_pages": 233,
  "total_pixels": 1459815424,
  "pdf_generation_missing_pages": false
}
```